Глава 3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДАТЧИКІВ ІНФОРМАЦІЇ

Обробка поточної інформації й управління базуються на певної апріорної інформації. Ця інформація надається у вигляді математичних моделей контрольованого процесу (руху ЛА) і математичних моделей датчиків інформації. Ступень складності використання моделей завжди обмежується об'ємом наявної інформації та обчислювальними можливостями. Тому раціональна ступень адекватності та складності математичної моделі визначається ціллю її створення та передбачуваним використанням.

Найбільш розповсюдженим є опис динамічних систем з використанням звичайних і різницевих рівнянь. Найважливішім при розробці математичних моделей стають поняття вектора стану та простору станів.

Вектором стану $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ безперервного процесу або динамічної системи називають сукупність величин $x_1(t)$, $x_2(t)$, $\ldots$, $x_n(t)$ (компонент вектора стану), яка в даний момент часу t повністю визначається станом процесу або системи. Простір R^n, якому належить вектор стану $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ називають простором станів.

У загальному вигляді модель процесу може бути подана в формі Коші:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \xi_x, t), \quad \mathbf{x} \in R^n, \quad \mathbf{u} \in R^r$$

де $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$ – вектор-стовпчик стану системи розмірності $(n \times 1)$; $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, \ldots, u_r)^{\mathrm{T}}$ – вектор-стовпчик керуючих впливів розмірності

3.1. Математична модель ІНС

Зневажаючи вертикальними кориолісовими й іншими вертикальними прискореннями ЛА, модель ІНС із горизонтальною платформою можна подати у вигляді:

$$x_{\text{інс}} = x + \Delta x_{\text{інс}}; \quad z_{\text{інс}} = z + \Delta z_{\text{інс}};$$

$$\psi_{\text{інс}} = \psi + \Delta\psi_{\text{інс}}; \quad \vartheta_{\text{інс}} = \vartheta + \Delta\vartheta_{\text{інс}}; \quad \gamma_{\text{інс}} = \gamma + \Delta\gamma_{\text{інс}};$$

$$\Delta\ddot{x}_{\text{інс}} + \tau^2 \Delta x_{\text{інс}} = \ddot{z}\Delta\psi_{\text{інс}} - g\Delta\vartheta_{\text{інс}} + \Delta\ddot{x}_{\text{ак}};$$

$$\Delta\ddot{z}_{\text{інс}} + \tau^2 \Delta z_{\text{інс}} = g\Delta\gamma_{\text{др}} - \ddot{x}\Delta\psi_{\text{др}} + \Delta\ddot{z}_{\text{ак}};$$

$$\Delta\ddot{\vartheta}_{\text{інс}} + \tau^2 \Delta\vartheta_{\text{інс}} = \ddot{z}\cdot\Delta\psi_{\text{др}} R^{-1} + \Delta\ddot{x}_{\text{ак}} R^{-1} + \Delta\ddot{\vartheta}_{\text{др}};$$

$$\Delta\ddot{\gamma}_{\text{інс}} + \tau^2 \Delta\gamma_{\text{інс}} = \Delta\ddot{z}_{\text{ак}} R^{-1} + \ddot{x}\Delta\psi_{\text{др}} R^{-1} + \Delta\ddot{\gamma}_{\text{др}};$$

$$\Delta\psi_{\text{др}} = \Delta\psi_{\text{інс}}; \; \Delta\dot{\psi}_{\text{др}} = \Delta\omega_{\psi_{\text{др}}}; \; \Delta\dot{\vartheta}_{\text{др}} = \Delta\omega_{\vartheta_{\text{др}}}; \; \Delta\dot{\gamma}_{\text{др}} = \Delta\omega_{\gamma_{\text{др}}},$$

де $x_{\text{інс}}, z_{\text{інс}}$ – вихідні сигнали ІНС (вимірювані координати); x, z – істинні горизонтальні координати ЛА; $\Delta x_{\text{інс}}, \Delta z_{\text{інс}}$ – помилки ІНС із горизонтальних координат; $\Delta\psi_{\text{інс}}, \Delta\vartheta_{\text{інс}}, \Delta\gamma_{\text{інс}}$ – помилки ІНС із кутів курсу, тангажа і крену; $\Delta\ddot{x}_{\text{ак}}, \Delta\ddot{z}_{\text{ак}}$ – помилки поздовжнього та бічного акселерометрів; $\omega_{\psi_{\text{др}}}, \omega_{\vartheta_{\text{др}}}, \omega_{\gamma_{\text{др}}}$ – швидкості дрейфу азимутального та горизонтального гіроскопів; $\ddot{x}, \ddot{z}$ – поздовжні та бічні прискорення; $\tau = \sqrt{gR^{-1}}$ – частота Шулера; R – відстань до центра Землі.

Однак таку модель ІНС використовувати для синтезу систем автоматичного управління або алгоритму оптимальної обробки інформації досить складне. Тому модель ІНС повинна бути спрощена з таких міркувань. З вищенаведеної моделі очевидно, що помилки $\Delta x_{\text{инс}}, \Delta z_{\text{инс}}$ є вихідними розмірами консервативних ланок із періодом, що дорівнює періоду Шулера, і з вхідними впливами, які складаються з постійних функцій та функцій, що повільно змінюються.

Реакції консервативних ланок на збурюючі впливи через виборчу властивість консервативної ланки являють собою повільно змінні розміри, які можна вважати постійними протягом циклу оцінювання, набагато меншого періоду Шулера (84.4 хвилини). У випадку незначного циклу оцінювання дрейфу платформи, помилки $\Delta\psi_{\text{інс}}, \Delta\vartheta_{\text{інс}}, \Delta\gamma_{\text{інс}}$ можна вважати постійними. Тоді спрощена модель ІНС буде мати вигляд:

$$x_{\text{інс}} = x + \Delta x_{\text{інс}}; \quad z_{\text{інс}} = z + \Delta z_{\text{інс}}; \quad \psi_{\text{інс}} = \psi + \Delta\psi_{\text{інс}};$$

$$\vartheta_{\text{інс}} = \vartheta + \Delta\vartheta_{\text{інс}}; \quad \gamma_{\text{інс}} = \gamma + \Delta\gamma_{\text{інс}};$$

$$\Delta\dot{x}_{\text{інс}} = 0; \; \Delta\dot{z}_{\text{інс}} = 0; \; \Delta\dot{\psi}_{\text{інс}} = 0; \; \Delta\dot{\vartheta}_{\text{інс}} = 0; \; \Delta\dot{\gamma}_{\text{інс}} = 0.$$

На кожному інтервалі оцінювання розміри $\Delta x_{\text{інс}}, \Delta z_{\text{інс}}, \Delta\psi_{\text{інс}}, \Delta\vartheta_{\text{інс}}, \Delta\gamma_{\text{інс}}$ приймають випадкові значення, дисперсії яких змінюються від інтервалу до інтервалу й задаються на основі експериментальних даних або аналізу повної моделі ІНС. Моделі ІНС можуть використовуватися при моделюванні режимів польоту за маршрутом, а також в алгоритмах комплексної обробки навігаційної інформації.

3.2. Математична модель курсової системи

Оскільки курсова система (КС) може працювати в двох режимах – гіронапівкомпаса (ГПК) і гіромагнітного компаса (ГМК), роздивимося математичні моделі КС для кожного з цих режимів.

Наприклад, математична модель КС у режимі ГПК подається у вигляді

$$\psi_{\text{КС}} = \psi + \Delta\psi_{\Omega} + \Delta\psi_{\text{кард}} + \psi_{\text{др}} + \Delta\psi_{\text{i}},$$

де ψ – ортодромічний або географічний курс; $\psi_{\text{КС}}$ – вихідний сигнал КС.

Методичну помилку $\Delta\psi_{\Omega}$, що обумовлена обертанням Землі, можна отримати з виразу:

$$\Delta\dot{\psi}_{\Omega} = \left(\Omega_3 + \dot{\lambda}\right)\left(\sin\varphi - \sin\varphi_{\text{гпк}}\right),$$

де $\dot{\lambda}$ – швидкість зміни довготи; Ω_3 – швидкість обертання Землі; φ – істинна широта; $\varphi_{\text{гпк}}$ – широта, що задається з пристрою компенсації.

Без урахування ϑ карданова похибка ГПК $\Delta\psi_{\text{кард}}$ дорівнює

$$\Delta\psi_{\text{кард}} = \operatorname{arctg}[\operatorname{tg}\psi \cos\gamma] - \psi ,$$

де γ – кут крену ЛА.

Розмір інструментальної похибки $\Delta\psi_{\text{і}}$ незначний, тому нею можна знехтувати.

Дрейф ГПК можна визначити з виразу:

$$\Delta\dot{\psi}_{\text{др}} = \Delta\omega_{\text{гпк}} + \xi_{\text{гпк}} ,$$

де $\Delta\omega_{\text{гпк}}$ – постійна або низькочастотна складова швидкості дрейфу ГПК; $\xi_{\text{гпк}}$ – флуктуаційна складова швидкості дрейфу, яка обумовлена розбалансуванням, моментами тертя та ін.

Математична модель КС у режимі ГМК рекомендується у вигляді:

$$\psi_{\text{кс}} = \psi_{\text{мк}} + \Delta\psi_{\text{гмк}};$$
$$\Delta\dot{\psi}_{\text{мк}} + f(\psi_{\text{кс}} - \psi_{\text{мк}}) = \Delta\omega_{\text{гмк}} + \xi_{\text{гмк}},$$

де $\Delta\psi_{\text{гмк}}$ – помилки КС у режимі ГМК; $f(\psi_{\text{кс}} - \psi_{\text{мк}})$ – характеристика корекції; $\Delta\omega_{\text{гмк}}, \xi_{\text{гмк}}$ – постійна та флуктуаційна складова дрейфу. Моделі КС можуть використовуватися при моделюванні контурів автоматичного управління ЛА при стабілізації курсу, при польоті за маршрутом курсовим методом, а також в алгоритмах сумісної обробки однорідної інформації.

3.3. Математична модель системи повітряних сигналів

Найменш інерційними в системі повітряних сигналів (СВС) є канали абсолютної барометричної висоти H_a і приладової швидкості $V_{\text{пр}}$, функції яких виконують датчики статичного та динамічного тисків.

Для каналу H_a математична модель СВС має вигляд:

$$\ddot{H}_a^{\text{свс}} + 2\zeta_{H_a}\omega_{H_a}\dot{H}_a^{\text{свс}} + \omega^2 H_a^{\text{свс}} = H_a + \Delta H_a^{\text{свс}} + \xi_{H_a} ,$$

де $H_a^{\text{свс}}$ – барометрична висота на виході СВС; H_a – вимірювана барометрична висота; $\Delta H_a^{\text{свс}}$ – постійна помилка СВС у каналі висоти (статична помилка); ξ_{H_a} – випадкова помилка (пульсації тиску); $\omega_{H_a} \in [10\ldots 15]\text{с}^{-1}$ – власна частота каналу барометричної висоти; $\zeta_{H_a} \in [0{,}7\ldots 0{,}8]$ – декремент згасання.

Для каналу $V_{\text{пр}}$ математична модель СВС модель може бути подана у вигляді:

$$\ddot{V}_{\text{пр}}^{\text{свс}} + 2\zeta_V\omega_V V_{\text{пр}}^{\text{свс}} + \omega_V^2 = V_{\text{пр}} + \Delta V_{\text{пр}}^{\text{свс}} + \xi_V ,$$

де $V_{\text{пр}}$ – вимірювана приладна швидкість; $V_{\text{пр}}^{\text{свс}}$ – вихідний сигнал СВС; інші позначення в математичної моделі аналогічні позначенням каналу H_a, але індексуються як $V_{\text{пр}}$.

Найбільше інерційними, у СВС є канали виміру числа M польоту та швидкості V через зміни власних частот і декрементів згасання в широких межах. Зміни власних частот і декрементів згасання визначаються інерційністю проводок статичного та динамічного тисків і залежать від висоти та швидкості польоту.

Статичні похибки каналів H_a, M, V існуючих СВС змінюються в межах:

$$\sigma_H \in [0{,}03\ldots 0{,}4]\%;$$
$$\sigma_M \in [0{,}2\ldots 0{,}6]\%;$$
$$\sigma_V = 5\text{км/ч} + 0{,}0035V, \quad \forall \quad H_a < 20\text{км};$$
$$\sigma_V = 5\text{км/ч} + 0{,}007V, \quad \forall \quad H_a \geq 20\text{км},$$

де σ_H, σ_M і σ_V – середньоквадратичні зведені похибки вимірювання величин H, M і V відповідно. Моделі можуть використовуватися в алгоритмах ПНК при комплексний обробці навігаційної інформації, а також при моделюванні контурів автоматичного управління на етапах стабілізації висоти та приладної швидкості полоту.

3.4. Математична модель доплеровського вимірника швидкості та кута знесення

Для доплеровського вимірника швидкості та кута знесення типу ДИСС з індивідуальним обчислювачем або звичайним опрацюванням інформації математична модель може бути подана у вигляді:

$$T_{V_{\text{дисс}}}\dot{V}_{\text{ш}_{\text{дисс}}} + V_{\text{ш}_{\text{дисс}}} = V_{\text{ш}} + \Delta V_{\text{ш}_{\text{дисс}}} + \xi_{V_{\text{дисс}}}, \qquad (3.1)$$

$$T_{\beta_{\text{дисс}}}\dot{\beta}_{\text{зн}_{\text{дисс}}} + \beta_{\text{зн}_{\text{дисс}}} = \beta_{\text{зн}} + \Delta\beta_{\text{зн}_{\text{дисс}}} + \xi_{\beta_{\text{дисс}}},$$

де $V_{\text{ш}_{\text{дисс}}}$, $\beta_{\text{зн}_{\text{дисс}}}$ – вихідні сигнали ДИСС; $V_{\text{ш}}$, $\beta_{\text{сн}}$ – шляхова швидкість і кут знесення; $\Delta V_{\text{ш}_{\text{дисс}}}$, $\Delta\beta_{\text{зн}_{\text{дисс}}}$ – складові помилок, що повільно змінюються; $\xi_{V_{\text{дисс}}}$, $\xi_{\beta_{\text{дисс}}}$ – випадкові помилки (шуми); $T_{V_{\text{дисс}}}$, $T_{\beta_{\text{дисс}}}$ – сталі часу каналів швидкості та кута знесення.

Вигляд математичної моделі (3.1) при розгляданні складових шляхової швидкості $V_{\text{ш}_x}$, $V_{\text{ш}_y}$, $V_{\text{ш}_z}$ не змінюється.

Помилка контролю шляхової швидкості як правило не перевищує декількох часток відсотка, а помилка контролю кута знесення складає декілька десятих градуса.

Математичні моделі ДИСС зазвичай використовуються в алгоритмах інерціально-доплеровських режимів роботи ПНК, а також можуть використовуватися при моделюванні контурів автоматичного управління ЛА при польоті за маршрутом шляховим методом.

3.5. Математична модель радіосистеми ближньої навігації

Для далекомірного каналу радіосистеми ближньої навігації типу РСБН як математичні моделі можна застосовувати такі рівняння:

$$D_{\text{РСБН}}(k) = D(k) + \Delta D_{\text{РСБН}} + \xi^{D}_{\text{РСБН}},$$

де $D_{\text{РСБН}}(k)$ – покази РСБН в k-ий момент часу, який відповідає моменту надходження k-го відбитого імпульсу; $D(k)$ – осереднене значення дальності у той самий момент часу; $\Delta D_{\text{РСБН}}$, $\xi^{D}_{\text{РСБН}}$ – постійна та флуктуаційна складові помилки.

Для одиночного виміру азимута за математичний опис РСБН можна використовувати вираження

$$A_{\text{РСБН}}(k) = A(k) + \Delta A_{\text{РСБН}} + \xi^{A}_{\text{РСБН}},$$

позначення в математичної моделі аналогічні позначенням для каналу дальності.

При врахуванні ефекту згладжування вихідного сигналу, математична модель РСБН може бути подана в такій формі:

$$T_D\dot{D}_{\text{РСБН}} + D_{\text{РСБН}} = D + \Delta D_{\text{РСБН}} + \xi^{D}_{\text{РСБН}},$$

$$T_A\dot{A}_{\text{РСБН}} + A_{\text{РСБН}} = A + \Delta A_{\text{РСБН}} + \xi^{A}_{\text{РСБН}},$$

де $D_{\text{РСБН}}$, $A_{\text{РСБН}}$ – вихідні сигнали системи в каналах дальності й азимута; $\Delta D_{\text{РСБН}}$, $\Delta A_{\text{РСБН}}$ – постійні помилки цих каналів; $\xi^{D}_{\text{РСБН}}$, $\xi^{A}_{\text{РСБН}}$ – шуми, що викликають флуктуаційні помилки РСБН, T_D, T_A – сталі часу каналу дальності й азимута відповідно; D, A – дійсні значення дальності й азимута;

У сучасних РСБН точність виміру дальності складає $\sigma_D = 200$м, азимута – $\sigma_A \pm [0{,}1°\ldots\ 0{,}2°]$.

3.6. Математична модель радіосистеми дальньої навігації

Для однієї пари станцій при імпульсному опрацюванні сигналів математична модель РСДН набуває вигляду:

$$\Delta D_{\text{РСДН}}(k) = D_1(k) - D_2(k) + \Delta_{\text{РСДН}} + \xi^{D}_{\text{РСДН}},$$

де $\Delta D_{\text{РСДН}}(k)$ – вихідний сигнал РСДН в k-ий момент часу; $D_1(k)$, $D_2(k)$ – дальності до першої та другої станцій за напрямками радіохвиль в k-ий момент часу; $\Delta_{\text{РСДН}}$, $\xi^{D}_{\text{РСДН}}$ – помилки, що повільно змінюються, та флуктуаційні помилки.

При врахуванні ефекту згладжування вихідного сигналу, математична модель РСДН може бути подана в такій формі:

$$T_D\Delta\dot{D}_{\text{РСДН}} + \Delta D_{\text{РСДН}} = D_1 - D_2 + \Delta_{\text{РСДН}} + \xi^D_{\text{РСДН}},$$

де $\Delta D_{\text{РСДН}}$ – згладжений вихідний сигнал РСДН; $(D_1 - D_2)$ – різниця відстаней до першої та другої станцій; T_D – стала часу.

3.7. Математичні моделі бортової радіолокаційної станції і радіотехнічних засобів міжлітакової навігації

Математичні моделі цих систем мають вигляд:

– для бортової радіолокаційної станції (БРЛС):

$$T_D\dot{D}^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} + D^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} = D_{\text{ор}} + \Delta D^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} + \xi^D_{\text{РЛС}};$$

$$T_\varphi\dot{\varphi}^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} + \varphi^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} = \varphi_{\text{ор}} + \Delta\varphi^{\text{РЛС}}_{\text{ор}} + \xi^\varphi_{\text{РЛС}};$$

– для радіотехнічних засобів міжлітакової навігації (МЛН):

$$T_\rho\dot{\rho}_{\text{МЛЛ}} + \rho_{\text{МЛЛ}} = \rho + \Delta\rho_{\text{МЛЛ}} + \xi^\rho_{\text{МЛЛ}};$$

$$T_\varphi\dot{\varphi}_{\text{МЛЛ}} + \varphi_{\text{МЛЛ}} = \varphi + \Delta\varphi_{\text{МЛЛ}} + \xi^\varphi_{\text{МЛЛ}};$$

$$T_\varepsilon\dot{\varepsilon}_{\text{МЛЛ}} + \varepsilon_{\text{МЛЛ}} = \varepsilon + \Delta\varepsilon_{\text{МЛЛ}} + \xi^\varepsilon_{\text{МЛЛ}}.$$

Відповідні вихідні сигнали для БРЛС показані на рис.3.1,*а*; для радіотехнічних засобів МЛН – на рис.3.1,*б*.

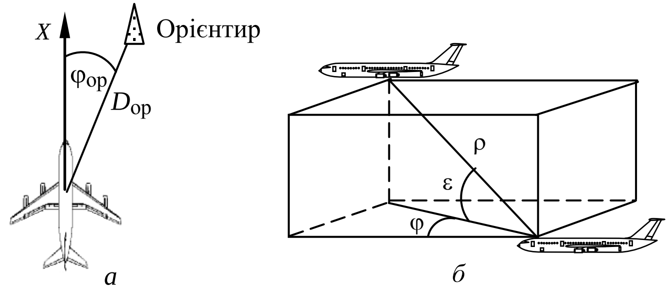

Рис. 3.1

На рис. 3.1 і у вищенаведених формулах $D^{\text{РЛС}}_{\text{ор}}; \varphi^{\text{РЛС}}_{\text{ор}}$ – вихідні сигнали БРЛС; $D_{\text{ор}}$ $\varphi_{\text{ор}}$ – дійсні значення дальності до орієнтира та його азимута; $\rho_{\text{МЛН}}, \varphi_{\text{МЛН}}, \varepsilon_{\text{МЛН}}$ – вихідні сигнали системи МЛН; $\rho, \varphi, \varepsilon$ – дійсні значення похилої дальності, курсового кута візування об'єкта та кута місця відповідно; інші позначення (сталих часу, постійних і флуктуаційні помилок відповідних каналів БРЛС і МЛН) аналогічні, наприклад, РСБН.

Середньоквадратичні відхилення помилок виміру дальності в радіотехнічних системах складають 2% від дальності, що вимірюється, а кутів візування до 1°.

3.8. Математичні моделі астросистем

Для горизонтального астрокомпаса математична модель може бути подана у вигляді:

$$\psi_{\text{АК}} = \psi + \Delta A + \Delta\beta_{\text{СВ}},$$

де $\psi_{\text{АК}}$ – вихідний сигнал астрокомпаса; ψ – дійсний курс відносно географічного меридіану; ΔA, $\Delta\beta_{\text{СВ}}$ – похибки обчислення азимута та курсового куту світила.

Формули для похибок обчислення азимута та курсового кута світила, відповідно, мають вигляд:

$$\Delta A = \Delta A_\lambda + \Delta A_\varphi \approx \Delta\varphi \sin A \,\text{tg} h + \Delta\lambda(\sin\varphi - \cos\varphi \,\text{tg} h \cos A);$$

$$\Delta\beta_{\text{СВ}} = \varsigma \,\text{tg} h,$$

де ΔA_λ, ΔA_φ – помилки, що обумовлені неточністю даних про довготу та широту; $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ – відхилення довготи та широти; φ, λ – дійсні значення широти та довготи; A, h – фактичний азимут і висота світила; ς – поворот вимірювальної осі датчика кутів світила відносно вертикалі.

Розглянуті вище похибки (методичні похибки) обчислення азимута та курсового кута світила астрокомпаса є складової основної похибки астрокомпаса.

Для астроорієнтаторів математичну модель обчислення координат можна подати як:

$$\lambda_{\text{АС}} = \lambda + \Delta\lambda;$$

$$\varphi_{\text{АС}} = \varphi + \Delta\varphi.$$

Для визначення $\Delta\lambda,\ \Delta\varphi$ використовується система рівнянь:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta h_2 \cos A_1 - \Delta h_1 \cos A_2}{\sin\left(A_2 - A_1\right)};$$

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta h_1 \sin A_2 - \Delta h_2 \sin A_1}{\cos\varphi \sin\left(A_2 - A_1\right)}.$$

Система зручна для аналізу як методичних, так і інструментальних похибок астроорієнтатора. Похибки обчислення координат ЛА $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ істотно залежать від різниці азимутів світив $\left(A_2 - A_1\right)$. Помилки виміру висоти світил $\Delta h_1,\ \Delta h_2$ складаються з помилок горизонтальної стабілізації, візування світила і дистанційної передачі “секстант-обчислювач”.

3.9. Математична модель супутникової радіонавігаційної системи

Для складання навігаційних рівнянь використовується система декартових прямокутних координат із початком у центрі Землі. При наявності розбіжності шкал часу на штучному супутнику Землі у і споживача (ЛА) математична модель набуває вигляду:

$$\left(D_i + c\Delta t\right)^2 = \left(X_{\text{ШСЗ}_i} - X_{\text{ЛА}}\right)^2 + \left(Y_{\text{ШСЗ}_i} - Y_{\text{ЛА}}\right)^2 + \left(Z_{\text{ШСЗ}_i} - Z_{\text{ЛА}}\right)^2, \quad i = \overline{1,4},$$

де D_i – дальність до i-го ШСЗ; c – швидкість світла; Δt – обмірювальна квазідальність; $X_{\text{ШСЗ}_i}, Y_{\text{ШСЗ}_i}, Z_{\text{ШСЗ}_i}$ – координати i-го ШСЗ; $X_{\text{ЛА}}, Y_{\text{ЛА}}, Z_{\text{ЛА}}$ – координати ЛА;

Перехід від виміру дальностей (квазідальностей) до виміру швидкостей (квазішвидкостей) можливий шляхом диференціювання за часом рівнянь математичної моделі, що дозволяє обчислити значення складових вектора швидкості $\dot{X}_{\text{ЛА}}, \dot{Y}_{\text{ЛА}}, \dot{Z}_{\text{ЛА}}$.

При високій стабільності опорних генераторів і достатньо високої точності встанови їхніх номінальних частот зміна Δt за час навігаційного сеансу незначна і при визначенні координат $X_{\text{ЛА}}, Y_{\text{ЛА}}, Z_{\text{ЛА}}$ зміною Δt можна знехтувати. При вимірюванні швидкості залежність Δt від часу істотно впливає на помилку вимірювання. У цьому випадку:

$$\left(D_i + c\Delta t\right)\left(\dot{D}_i + \delta\dot{D}\right) = \left(X_{\text{ШСЗ}_i} - X_{\text{ЛА}}\right)\left(\dot{X}_{\text{ШСЗ}_i} - \dot{X}_{\text{ЛА}}\right) + \left(Y_{\text{ШСЗ}_i} - Y_{\text{ЛА}}\right)\left(\dot{Y}_{\text{ШСЗ}_i} - \dot{Y}_{\text{ЛА}}\right) + \left(Z_{\text{ШСЗ}_i} - Z_{\text{ЛА}}\right)\left(\dot{Z}_{\text{ШСЗ}_i} - \dot{Z}_{\text{ЛА}}\right),$$

де $\delta\dot{D}$ – поправка радіальної швидкості за рахунок розбіжності частот опорних генераторів ЛА та ШСЗ; $X_{\text{ЛА}}, Y_{\text{ЛА}}, Z_{\text{ЛА}}$ – координати ЛА, що визначені на етапі розв’язання навігаційної задачі. При розв’язанні системи рівнянь розраховуються $\dot{X}_{\text{ЛА}}, \dot{Y}_{\text{ЛА}}, \dot{Z}_{\text{ЛА}}, \delta\dot{D}$.

Моделі супутникової радіонавігаційної системи сумісно з математичними моделями ІНС використовують в алгоритмах комплексної обробки навігаційної інформації в розвинутих сучасних ПНК.

Для підвищення точності вимірювання окремих навігаційних параметрів, наприклад, висоти польоту може здійснюватися комплексна обробка інформації вимірників цього параметра, наприклад, барометричного (БВ) і радіо (РВ) висотомірів. Але для цього необхідно мати математичні моделі таких окремих вимірників.

3.10. Математична модель баровисотоміра

Для БВ математична модель може бути подана у вигляді:

$$T_{\text{БВ}}\dot{H}_{\text{БВ}} + H_{\text{БВ}} = H + \Delta H_{\text{БВ}} + \xi_{\text{БВ}},$$

де H – дійсна відносна висота; $H_{\text{БВ}}$ – вихідний сигнал БВ; $\Delta H_{\text{БВ}}$ – постійна та низькочастотна складова помилки; $\xi_{\text{БВ}}$ – флуктуаційна помилка, що віддзеркалює пульсації тиску; $T_{\text{БВ}}$ – стала часу БВ, яка визначається інерційністю проводки статичного тиску (змінюється від частин секунди до десятків секунд і залежить від висоти польоту).

Випадкова похибка $\Delta H_{\text{БВ}}$ визначається середньоквадратичним відхиленням σ_H і залежить від абсолютної висоти польоту H_a (вимірюється в км):

$$\sigma_H = \sigma_{H_0} + aH_a + bH_a^2,$$

де σ_{H_0} – відповідає σ_H для $H_a = 0$; a, b – коефіцієнти полінома.

Моделі БВ сумісно з моделями РВ можуть використовуватися в алгоритмах формування істинної висоти польоту, наприклад, на етапах посадки, або маловисотного польоту.

3.11. Математична модель радіовисотоміра

Для радіовисотоміра (РВ) математичну модель рекомендується використовувати у вигляді:

$$T_{\text{РВ}}\dot{H}_{\text{РВ}} + H_{\text{РВ}} = H_{\text{і}} + \Delta H_{\text{РВ}} + \xi_{\text{РВ}},$$

де $H_{\text{і}}$ – дійсна геометрична (істинна) висота польоту, усі інші складові у виразі аналогічні складовим моделі баровисотоміра, тільки мають іншу фізичну природу. $\Delta H_{\text{РВ}}$, $\xi_{\text{РВ}}$ – значення похибки РВ, що повільно змінюється, і флуктуаційної похибки.

При імпульсно-часовому засобі виміру висоти використовується дискретна математична модель РВ:

$$H_{\text{РВ}}(k) = H_{\text{і}}(k) + \Delta H_{\text{РВ}} + \xi_{\text{РВ}},$$

де $H_{\text{РВ}}(k)$ – покази РВ у k-й момент часу, що відповідає моменту надходження k-го відбитого імпульсу; $H_{\text{і}}(k)$ – усереднене значення геометричної (істиної) висоти в той же момент часу.

Моделі РВ можуть використовуватися при моделюванні контурів маловисотного польоту.

Контрольні питання

1. Які припущення зроблені при отриманні повної математичної моделі ІНС?
2. Які додаткові припущення зроблені при отриманні спрощеної математичної моделі ІНС?
3. Якими ланками з точки зору теорії автоматичного керування описуються математичні моделі каналів СВС?
4. Якими ланками з точки зору теорії автоматичного керування описуються математичні моделі ДИСС, а також РСБН і РСДН при врахуванні ефекту згладжування?
5. Який вигляд має математична модель супутникової радіонавігаційної системи?
6. Які складові враховуються при отриманні помилок виміру світил у математичної моделі астрономічної системи навігації?