Глава 6. Фізичні основи та класифікація інерціальних навігаційних систем

6.1. Задачі, що вирішують інерціальні навігаційні системи та їх класифікація

Висока інформативність ІНС висуває її в клас універсальних навігаційних систем з визначення траєкторних рухів і кутових координат (кутів крену, тангажа і курсу) ЛА та інших параметрів, наприклад, прискорень, кутових швидкостей тощо.

ІНС, які встановлюються на бору ЛА, розв'язують задачі з визначення наступних пілотажно-навігаційних параметрів польоту:

– кутів крену γ, тангажа ϑ та курсу ψ;

– величини вектора перевантаження $\vec{n}$ або питомої результуючої сили $\vec{a}$ в проекціях на осі зв'язаної або нормальної системи координат;

– шляхової $\vec{V}_{\text{ш}}$ та вертикальної швидкостей;

– географічних φ, λ або ортодромічних $\varphi_{\text{орт}}, \lambda_{\text{орт}}$ координат та висоти польоту.

При наявності перелічених координат можуть бути визначені також кути нахилу та повороту траєкторії; відстань до орієнтиру з відомими координатами, його азимут і пеленг, додатково можуть бути визначені кутові швидкості та прискорення ЛА відносно відповідних осей.

Значні інформативні можливості, автономність, завадозахищеність визначили для ІНС одне з головних місць у складі інформаційних систем ЛА.

Класифікують ІНС частіше за все в залежності від способів розташування акселерометрів на борту ЛА та від ролі обчислювача у складі ІНС.

В залежності від способів розташування акселерометрів на ЛА розрізняють *платформні* та *безплатформні* ІНС. У першому випадку акселерометри встановлюються на гіростабілізованій платформі, у другому – безпосередньо на корпусі ЛА або у спеціальному блоці чутливих елементів, при цьому осі чутливості акселерометрів не змінюють орієнтацію відносно напрямку осей, зв'язаних з ЛА.

Серед платформних ІНС, у свою чергу, розрізняють ІНС з *некоректованою платформою* й ІНС з *горизонтальною платформою*.

В ІНС з некоректованою платформою осі платформи, а також акселерометри, що встановлені на цій платформі, не обертаються в інерціальному просторі.

ІНС з горизонтальною платформою, у свою чергу, класифікують як ІНС *із вільною в азимуті платформою* й ІНС *з коректованою в азимуті платформою*.

За роллю обчислювача у визначенні кутових і лінійних координат прийнято розрізняти *геометричні*, *напіваналітичні* й *аналітичні* ІНС.

В геометричних ІНС основним елементом є гіростабілізатор, який відтворює напрямок осей інерціальної системи відліку, і платформа з акселерометрами, осі чутливості яких відтворюють деякі напрямки в площині горизонту і напрямок місцевої вертикалі. Роль обчислювача мінімальна і зведена до забезпечення корекції заданого положення платформи. Інформація про координати знімається з кутомірних пристроїв гіростабілізатора та платформи.

До напіваналітичних систем відносять системи з горизонтальною платформою. В цих системах гіроплатформа з акселерометрами відтворює напрямок нормальної (рухомої) системи відліку. З кутомірних пристроїв гіростабілізатора знімається інформація про кути крену, тангажа, курсу ЛА. Обчислювач ІНС розв'язує задачу визначення кінематичних параметрів руху центра мас ЛА і видає сигнали для корекції гіростабілізатора.

До аналітичних ІНС відносять безплатформні ІНС і ІНС з акселерометрами на некоректованому або вільному гіростабілізаторі.

Безплатформні ІНС, у свою чергу, можна класифікувати за складом датчиків первинної інформації, за алгоритмами реалізації кінематичних рівнянь, зокрема, за обраними системами координат, в яких розв'язуються задачі інерціальної навігації, тощо.

Обчислювач аналітичних ІНС виконує більший обсяг обчислень у порівнянні з платформними ІНС.

Окрім визначення кінематичних параметрів руху центра мас літака, він аналітично визначає кутову орієнтацію нормальної рухомої системи координат відносно інерціальної і кутову орієнтацію зв'язаної рухомої системи координат відносно нормальної.

6.2. Основи інерціального методу визначення параметрів руху

В основі інерціального методу числення шляху лежать основні закони механіки. Інерціальне числення шляху може бути виконано відносно інерціальної системи відліку, яка створюється опорними (інерціальними) тілами, що рівномірно і прямолінійно рухаються в просторі.

Інерціальний метод числення шляху заснований на фізичному й аналітичному моделюванні динаміки руху об'єкта під дією рівнодіючої зовнішніх сил і моментів, що прикладаються до нього. Інерціальне числення шляху здійснюється інтегруванням у часі диференціальних рівнянь рухів об'єкта, праві частини яких складають прискорення, обмірювані датчиками первинних параметрів руху.

У найпростішому випадку швидкість руху та координати місця розташування ЛА можна визначити відповідно шляхом одноразового і дворазового інтегрування прискорень, які вимірюють акселерометрами з урахуванням вихідних умов.

Розглянемо основне рівняння інерціального методу визначення динаміки руху об'єкта, яке записується у векторній формі у вигляді

$$m\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F} \ ,$$

де m – маса об'єкта; $\mathbf{R}$ – радіус-вектор (вектор положення) центра мас об'єкта в інерціальній системі координат; $\mathbf{F}$ – рівнодіюча зовнішніх сил, прикладених до об'єкта. Для сили $\mathbf{F}$ можна записати:

$$\mathbf{F} = m\sum_{i=0}^{k}\mathbf{g}_{0i}(\mathbf{R}_i) + \mathbf{F}_{\text{нг}} \ , \qquad (6.1)$$

де $\mathbf{g}_{0i}(\mathbf{R}_i)$ – вектор прискорення сили тяжіння i-го небесного тіла, що є функцією радіуса-вектора $\mathbf{R}_i$; $\mathbf{F}_{\text{нг}}$ – вектор зовнішніх негравітаційних сил, прикладених до об'єкта. Розділивши рівняння (6.1) на m, одержимо:

$$\ddot{\mathbf{R}} = \sum_{i=0}^{k}\mathbf{g}_{0i}(\mathbf{R}_i) + \mathbf{A} \ , \qquad (6.2)$$

де $\mathbf{A} = \mathbf{F}_{\text{нг}}/m$ – прискорення центра мас об'єкта, яке вимірюється акселерометром і яке називають уявним прискоренням.

Диференціальне рівняння (6.2) є рівнянням для загального випадку інерціальної навігації в довільній інерціальній системі координат. Для визначення параметрів просторової орієнтації об'єкта необхідно вихідне рівняння (6.2) представити в навігаційній системі координат, початок якої повинен бути певним чином зв'язаний з яким-небудь конкретним небесним тілом, наприклад, з центром Землі. Введемо праву ортогональну систему координат $O_0\xi_0\eta_0\zeta_0$ (рис. 6.1), в якій справедливі закони Ньютона, а також систему координат $O\xi\eta\zeta$ з початком у центрі мас Землі, орієнтація осей яких збігається. Тоді радіус-вектор об'єкта $\mathbf{R}$ у довільній інерціальній системі зв'язується з радіусом-вектором $\mathbf{R}_1$ об'єкта в системі координат з початком у центрі Землі співвідношенням

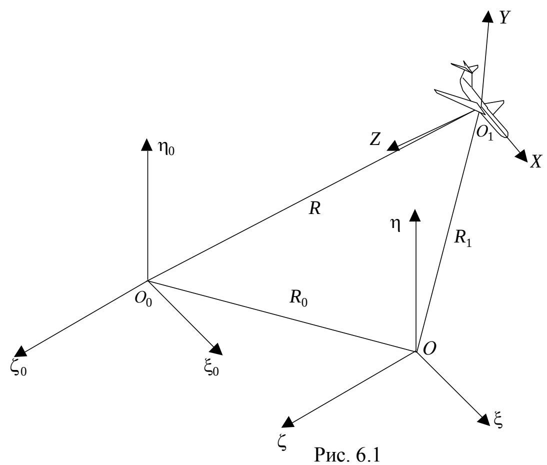

Рис. 6.1

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_0 \, , \qquad (6.3)$$

де $\mathbf{R}_1$ – радіус-вектор точки O_1 місцезнаходження центра мас об'єкта відносно центра мас Землі O; $\mathbf{R}_0$ – радіус-вектор центра мас Землі точки O відносно початку O_0 інерціальної системи координат.

Підставляючи вираз (6.3) у рівняння (6.2), отримаємо:

$$\ddot{\mathbf{R}}_1 = \mathbf{A} + \sum_{i=0}^{k}\mathbf{g}_{0i}(\mathbf{R}_i) - \ddot{\mathbf{R}}_0 \, . \qquad (6.4)$$

У тому випадку, коли рух об'єкта відбувається поблизу Землі, тобто коли відстань $\mathbf{R}_1$ від центра Землі до об'єкта в багато разів менша, ніж відстань від центра Землі до інших небесних тіл ($\mathbf{R}_1 << \mathbf{R}_i$), різниця прискорень сил тяжіння, створюваних i-им небесним тілом у центрі Землі й у центрі мас об'єкта, стає зневажено малою в порівнянні з прискоренням сили тяжіння $g_0(R)$ гравітаційного поля Землі. З урахуванням цих міркувань рівняння, а також, вважаючи, що початок O_0 інерціальної системи координат співпадає з центром мас Землі ($\mathbf{R}_0 = 0$; $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}$), рівняння (6.4) набуває вигляду:

$$\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{A} + \mathbf{g}_0(\mathbf{R}). \tag{6.5}$$

Вектор **R** цілком характеризує поточне місце розташування об'єкта в інерціальній нерухомій системі координат і визначається в ІНС шляхом дворазового інтегрування диференціального рівняння (6.5). Однак, координати об'єкта, зазвичай, розраховуються в одній з навігаційних систем координат, зв'язаної з обертовою Землею, наприклад, у географічній (геодезичній) системі координат.

Абсолютна швидкість об'єкта в інерціальній системі координат у векторній формі може бути записана у вигляді

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{V}_r + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}, \tag{6.6}$$

де $\mathbf{V}_r$ – вектор відносної швидкості об'єкта (швидкість відносно земної поверхні); $\mathbf{\Omega}$ – вектор кутової швидкості обертання Землі; **R** – радіус-вектор об'єкта в інерціальній системі координат відносно центра Землі; $\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}$ – лінійна периферична швидкість об'єкта, що обумовлена обертанням Землі.

Візьмемо похідні від лівої і правої частин (6.6). В результаті диференціювання отримаємо величину абсолютного (повного) прискорення

$$\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{w} = \dot{\mathbf{V}}_r + \mathbf{\Omega} \times \dot{\mathbf{R}}. \tag{6.7}$$

З урахуванням обертання вектора $\mathbf{V}_r$ з абсолютною кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}_a = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{\Omega}$, обумовленою кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$, яка виникає при обльоті сферичної поверхні Землі, що, в свою чергу, обертається з кутовою швидкістю $\mathbf{\Omega}$, похідну вектора відносної швидкості $\mathbf{V}_r$, використовуючи теорему про похідну вектора в обертовій системі координат, можна представити у вигляді

$$\dot{\mathbf{V}}_r = \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + \boldsymbol{\omega}_a \times \mathbf{V}_r = \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + (\boldsymbol{\omega} + \mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V}_r, \tag{6.8}$$

де $\left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з$ – похідна від швидкості в земній системі координат (прискорення відносно Землі).

Підставляючи (6.6) і (6.8) у (6.7), одержимо

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + (\boldsymbol{\omega} + \mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V}_r + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{V}_r + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}) = \\ &= \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + (\boldsymbol{\omega} + 2\mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V}_r + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}). \end{aligned} \tag{6.9}$$

Векторна сума в правій частині являє собою, відповідно, так звані відносне, коріолісове і переносне прискорення.

З урахуванням (6.5), тобто $\mathbf{w} = \ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{A} + \mathbf{g}_0(\mathbf{R})$, уявне прискорення **A** центра мас об'єкта, що вимірюється акселерометром, можна записати, використовуючи (6.9) у вигляді

$$\mathbf{A} = \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + (\boldsymbol{\omega} + 2\mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V}_r + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}) - \mathbf{g}_0(\mathbf{R}). \tag{6.10}$$

Зазвичай, переносне прискорення, обумовлене обертанням Землі, векторно підсумується з прискоренням сил земного тяжіння (рис. 6.2), утворюючи прискорення сили ваги

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_0(\mathbf{R}) - \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}). \tag{6.11}$$

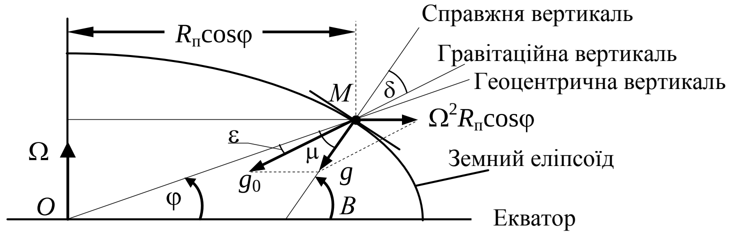

Рис. 6.2

Тоді з урахуванням (6.11) рівняння (6.10) для уявних прискорень центра мас об'єкта, вимірюваних акселерометром, набувають вигляду

$$\mathbf{A} = \left(\dot{\mathbf{V}}_r\right)_з + (\boldsymbol{\omega} + 2\mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V}_r - \mathbf{g}. \tag{6.12}$$

З рис. 6.2 випливає, що переносне прискорення в точці M, обумовлене обертанням Землі, являє собою відцентрове прискорення, спрямоване за нормаллю від осі обертання Землі

$$f_{цб} = \Omega^2 R_п \cos\varphi,$$

де $\Omega = 15{,}04107°$/год – кутова швидкість обертання Землі; $R_п$ – геоцентрична відстань OM; φ – геоцентрична широта точки M.

Напрямок вектора прискорення сили земного тяжіння g_0 збігається з напрямком гравітаційної вертикалі, яка відрізняється від геоцентричної вертикалі (від напрямку на центр Землі) на кут

$$\varepsilon = \mu - \delta.$$

де $\delta \approx \frac{f_{\text{цб}}}{g} = \frac{\Omega^2 R_{\text{п}} \cos\varphi \sin\varphi}{g}$, а кут μ характеризує відмінності між геодезичною (географічною) широтою B і геоцентричною широтою φ

$$\mu = B - \varphi \approx 11{,}5' \sin 2\varphi \ .$$

Вектор прискорення сили ваги g, як рівнодіюча відцентрової сили $f_{\text{цб}}$ і сили земного тяжіння g_0, задає напрямок справжньої вертикалі, яка найчастіше вибирається як напрямок вертикальної осі геотопічних навігаційних систем координат, використовуваних в інерціальних навігаційних системах.

Проектуючи векторне рівняння (6.12) на осі, наприклад, зв'язаної з Землею правої прямокутної геотопічної системи координат $OLR\Phi$ (рис. 6.3), дві осі якої OL, $O\Phi$ лежать у площині горизонту, а третя OR збігається з місцевою справжньою вертикаллю, одержимо показання трьох ортогональних акселерометрів, зорієнтованих по осях цієї системи координат.

$$\begin{aligned} a_L &= \dot{V}_L + V_R \omega_{\Phi_\Sigma} - V_\Phi \omega_{R_\Sigma} - g_L; \\ a_R &= \dot{V}_R + V_\Phi \omega_{L_\Sigma} - V_L \omega_{\Phi_\Sigma} - g_R; \\ a_\Phi &= \dot{V}_\Phi + V_L \omega_{R_\Sigma} - V_R \omega_{L_\Sigma} - g_\Phi, \end{aligned} \tag{6.13}$$

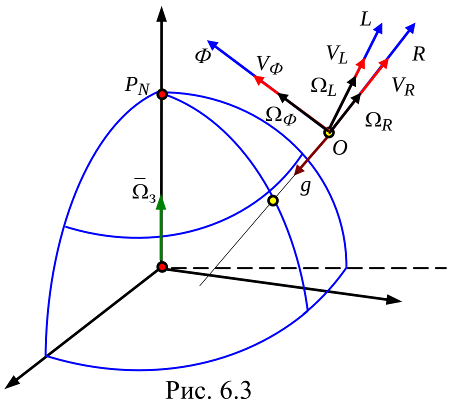

Рис. 6.3

де
$$\omega_{\Phi_\Sigma} = \omega_{\Phi_V} + 2\Omega_\Phi;$$
$$\omega_{R_\Sigma} = \omega_{R_V} + 2\Omega_R;$$
$$\omega_{L_\Sigma} = \omega_{L_V} + 2\Omega_L.$$

Тут $\omega_{\Phi_V}, \omega_{R_V}, \omega_{L_V}$ – проекції кутової швидкості обертання навігаційної системи координат $OLR\Phi$, що виникає при обльоті сферичної поверхні Землі; $\Omega_L, \Omega_R, \Omega_\Phi$ – проекції кутової швидкості обертання Землі $\Omega_з$ на осі навігаційної системи координат $OLR\Phi$.

Для того, щоб у результаті інтегрування сигналів акселерометрів, які вимірюють уявне прискорення центра мас об'єкта, одержати значення вектора земної швидкості, необхідно з показань акселерометрів (6.13) відняти складові коріолісового прискорення і прискорення сили ваги. Тоді вектор земної швидкості можна одержати, інтегруючи рівняння

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &= a_L - (V_\Phi \omega_{R_\Sigma} - V_R \omega_{\Phi_\Sigma}) + g_L; \\ \dot{V}_R &= a_R - (V_L \omega_{\Phi_\Sigma} - V_\Phi \omega_{L_\Sigma}) + g_R; \\ \dot{V}_\Phi &= a_\Phi - (V_R \omega_{L_\Sigma} - V_L \omega_{R_\Sigma}) + g_\Phi. \end{aligned} \tag{6.14}$$

За інформацією про складові вектора земної швидкості і відомі координати точки старту можна розв’язати задачу числення поточних координат ЛА. Для визначення геодезичних (географічних) координат ЛА методом числення необхідно враховувати деякі геометричні фактори числення шляху.

Контрольні питання

1. Інформація про які пілотажно-навігаційні параметри польоту може визначатися в ІНС?
2. Як залежно від способів розташування акселерометрів на ЛА можна класифікувати ІНС?
3. Як, зазвичай, класифікують платформні ІНС?
4. На чому заснований інерціальний метод числення шляху?
5. Запишіть у векторній формі вираз для абсолютної швидкості об'єкта в інерціальній системі координат.
6. Як отримати у векторній формі вираз для абсолютного прискорення об'єкта в інерціальній системі координат?
7. Які складові уявного прискорення (див. формулу 6.10), що вимірюється акселерометром, утворюють прискорення сили ваги?
8. Які складові уявного прискорення (див. формулу 6.10), що вимірюється акселерометром, формують коріолісове прискорення?
9. Яку вертикаль характеризує напрямок вектора прискорення сили земного тяжіння g_0?
10. Яку вертикаль характеризує напрямок вектора прискорення сили ваги?
11. Як за інформацією акселерометрів отримати значення похідної вектора земної швидкості?