

## Глава 7. Платформні інерціальні навігаційні системи

Платформні інерціальні системи навігації забезпечують можливість визначення пілотажно-навігаційних параметрів на основі вимірювання прискорень ЛА, що виникають при русі тіл у гравітаційному полі. Вимірювання прискорень здійснюється за допомогою акселерометрів, розташованих на платформі, яка утримується у певному положенні відносно інерціальної системи координат. Алгоритми визначення пілотажно-навігаційної інформації залежать від способу орієнтації гіроплатформи, застосованому в конкретній ІНС.

В існуючих платформних ІНС найбільше поширення одержали горизонтальні платформи з ортодромічною орієнтацією та з вільною в азимуті орієнтацією своїх осей. Розглянемо принципи побудови таких ІНС.

### 7.1. Принципи побудови платформних ІНС

Принцип дії платформної ІНС розглянемо на прикладі однокомпонентної ІНС. Зробимо такі припущення: ЛА рухається тільки в одній площині і на постійній відстані  $R$  від центра Землі; вектор напруженості гравітаційного поля спрямований до центра Землі. Коріолісові прискорення, викликані обертанням Землі та рухом ЛА при обльоті Землі, тут враховувати не будемо.

Починаючи рух із точки  $O_1$  (рис. 7.1), ЛА переміщається в точку  $O$ , при цьому місцева вертикаль повертається на кут

$$\alpha = \frac{S}{r},$$

де  $S$  – відстань, яку пролетів ЛА.

Кутова швидкість супроводжуючого тригранника  $XYZ$ , у якого вісь  $OX$  дотична до траєкторії руху, а вісь  $OZ$  спрямована за місцевою гравітаційною вертикаллю, визначається співвідношенням

$$\dot{\alpha} = \omega_y = \frac{V}{r},$$

де  $V$  – швидкість польоту ЛА.

Крім того

$$\dot{S} = V, \quad \dot{V} = w$$

або

$$S = S_0 + \int_0^t V dt; \quad V = V_0 + \int_0^t w dt,$$

де  $w$  – абсолютне прискорення центра мас ЛА.

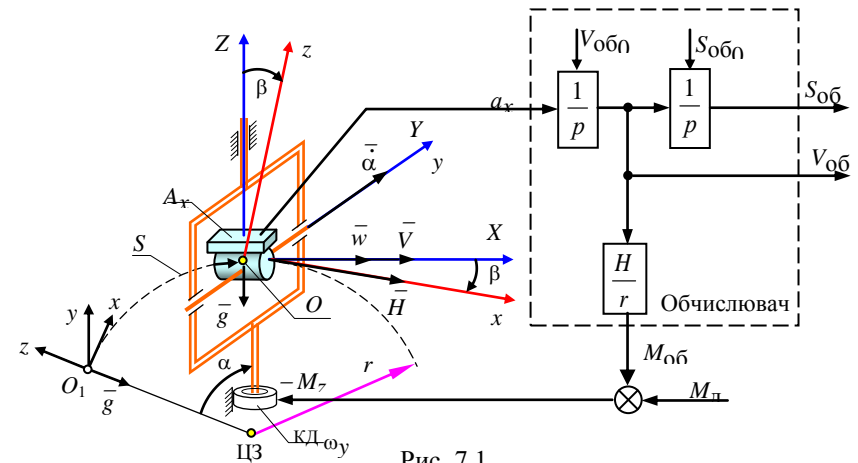


Рис. 7.1

Побудова на борту ЛА супроводжуючого тригранника забезпечується гіроплатформною, на якій встановлюється акселерометр  $A_x$  і осі якої утворюють приладовий тригранник  $хуз$ . Уздовж осі  $Ox$  приладового тригранника спрямована вісь чутливості акселерометра і вектор кінетичного моменту гіроскопа  $\vec{H}$ . У точці  $O_1$  початку руху осі приладового тригранника  $хуз$  з максимальною точністю сполучаються з осями  $XYZ$  супроводжуючого тригранника. Крім того встановлюються значення початкових сигналів  $V_{об0}$  і  $S_{об0}$  на виходах інтеграторів обчислювача. Величини цих сигналів відповідають початковим значенням швидкості ЛА  $V_0$  і координати  $S_0$ . Обчислювач за сигналами акселерометра безперервно обчислює в процесі руху значення швидкості  $V_{об}$  і пройденої відстані  $S_{об}$ .

Для того, щоб гіроплатформа завжди залишалася в площині горизонту, необхідно створити швидкість прецесії платформи навколо осі  $Oy$ , тобто керувати двигуном корекції КД  $\omega_y$  гіростабілізатора таким чином, щоб обертати платформу навколо осі  $Oy$  зі швидкістю, яка дорівнює кутовій швидкості обльоту ЛА Землі

$$\omega_{yob} = \dot{\alpha} = \frac{V_{ob}}{r} . \quad (7.1)$$

Відповідно до правила прецесії кутова швидкість гіроскопа  $\omega_y$  з кінетичним моментом  $H$  під впливом зовнішнього моменту  $M_z$  визначається співвідношенням

$$\omega_y = -\frac{M_z}{H} . \quad (7.2)$$

Зіставляючи (7.1) і (7.2), можна знайти величину коригувального моменту

$$M_{ob} = -M_z = K V_{ob},$$

$$K = \frac{H}{r} . \quad (7.3)$$

де

Вираз (7.3) частіше надають у вигляді ( $K/H = 1/r$ ) і називають умовою балістичної незбуреності. Виконання цієї умови забезпечує горизонтальність платформи при русі літака з довільним прискоренням.

Показання акселерометра, встановленого на гіроплатформі, мають вигляд

$$a_x = w_x - g_x,$$

де  $w_x$ ,  $g_x$  – відповідно проекції абсолютного прискорення центра мас ЛА і прискорення сили ваги на вісь чутливості акселерометра.

Враховуючи, що гіроплатформа завжди залишається в площині горизонту, вплив прискорення сили ваги на показання акселерометра виключається, тобто при  $\beta = 0$  ( $\beta$  – похибка горизонтування платформи)  $g_x$  також дорівнює нулю. У цьому випадку одержимо

$$a_x = w_x = w.$$

З цього рівняння впливає необхідність безперервного горизонтування осі чутливості акселерометра і, що, у свою чергу, дозволяє визначити задачі, розв'язувані ІНС у процесі руху літака:

– обчислення шляхом інтегрування кінематичних параметрів руху центра мас ЛА (у даному випадку швидкості  $V_{ob}$  і відстані  $S_{ob}$ );

– безперервне відтворення напрямку осей супроводжуючого тригранника за допомогою гіростабілізатора, тобто відтворення вертикалі на борті ЛА (горизонтування платформи).

Алгоритм роботи обчислювача ІНС може бути поданий такою системою рівнянь:

$$V_{ob} = V_{ob0} + \int_0^t a_x dt;$$

$$S_{ob} = S_{ob0} + \int_0^t V_{ob} dt;$$

$$M_{ob} = -M_{zob} = \frac{H}{r} V_{ob}.$$

Замість останнього рівняння – рівняння для розрахунку моменту двигуна корекції гіростабілізатора – можна записати рівняння для розрахунку кутової швидкості гіроплатформи

$$\omega_{ob} = \frac{M_{zob}}{H} = \frac{V_{ob}}{r}.$$

Розглянутий алгоритм роботи ІНС припускає ідеальну роботу акселерометра і гіростабілізатора із системою корекції. Проте, на практиці існує різниця  $\beta$  між кутовою швидкістю супроводжуючого тригранника  $\dot{\alpha}$  і швидкістю прецесійного руху гіроскопа  $\omega_{п}$  через наявність дрейфу гіроскопа  $\omega_{д}$  або моменту  $M_{д}$  (див. рис. 7.1), що викликає цей дрейф

$$\dot{\beta} = \omega_{п} - \dot{\alpha} ,$$

де  $\omega_{п} = \omega_{ob} + \omega_{д}$ .

Через це, а також внаслідок неточності початкового визначення вертикалі (початкового відхилення гіроскопа  $\beta_0$ ) з'являється поточна похибка горизонтування

$$\beta = \beta_0 + \int_0^t \dot{\beta} dt.$$

Некомпенсовані складові похибок акселерометра можуть характеризуватися складовою  $\Delta a_x$ . Внаслідок похибок акселерометра,

гіростабілізатора, а також через неточне початкове виставлення гіроплатформи робота ІНС буде характеризуватися похибками визначення швидкості  $\Delta V$  і координати  $\Delta S$ , а також похибкою відтворення вертикалі (похибкою горизонтування)  $\beta$ . При цьому вихідний сигнал акселерометра може бути поданий у вигляді

$$a_x = w \cos \beta - g \sin \beta + \Delta a_x.$$

При малих кутах  $\beta$  це рівняння можна записати у вигляді

$$a_x = w - g\beta + \Delta a_x.$$

Розглянутому принципу дії однокомпонентної ІНС можна зіставити структурну схему (рис 7.2).

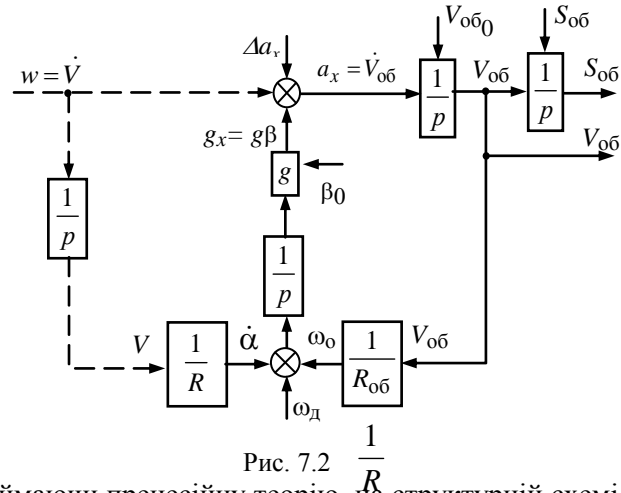


Рис. 7.2  $\frac{1}{R}$

Приймаючи прецесійну теорію, на структурній схемі гіроплатформу будемо зображати інтегрувальною ланкою. Вхідними сигналами цієї схеми є параметри руху супроводжуючого тригранника XYZ у вигляді абсолютного прискорення центра мас ЛА  $w$ , а також у вигляді кутової швидкості обертання місцевої вертикалі  $\dot{\alpha}$ . Інші елементи схеми відповідають роботі елементів однокомпонентної ІНС (див. рис. 7.1). За вимірюваними акселерометрами величинами абсолютного прискорення  $a_x = \dot{V}_{об}$  розраховується швидкість польоту  $V_{об}$  і пройдена відстань  $S_{об}$ , а за обчисленою швидкістю  $V_{об}$  розраховується задана швидкість прецесії гіроскопа  $\omega_{об}$ , що дорівнює кутовій швидкості обльоту ЛА Землі. Сигнали  $\Delta a_x$  і  $\omega_{др}$  яв-

ляють собою найбільш істотні джерела похибок ІНС. Через поточну похибку горизонтування  $\beta$  в показаннях акселерометрів з'являється складова  $g_x = g \beta$ , яка у свою чергу викликає похибку обчислення  $V_{об}$ . Контур горизонтування (контур інтегральної корекції горизонтального положення платформи) являє собою контур з негативним зворотним зв'язком, а наявність у контурі двох інтегруючих ланок свідчить про структурну нестійкість такого контуру. При дії на такий контур збурень у вигляді, наприклад, похибок  $\Delta a_x$  або  $\omega_{др}$  у ньому збуджуються незгасаючі коливання з власною частотою  $\sqrt{g(R)^{-1}}$ .

Таким чином, контур горизонтування моделює коливальну незатухаючу ланку другого порядку з періодом коливань  $T = 2\pi\sqrt{R(g)^{-1}}$ , так званий маятник Шулера. При  $R = 6371000$  м і  $g = 9.81$  м/с<sup>2</sup> період коливань дорівнює 84,4 хв. Маятник Шулера – це маятник з довжиною підвісу, яка дорівнює радіусу Землі, і який не збурюється прискореннями точки підвісу. Інша назва такої системи – гіроскопічна вертикаль з інтегральною корекцією.

Рис. 7.3 демонструє яким чином зміна довжини підвісу маятника впливає на кут відхилення підвісу при дії на точку підвісу одиничного прискорення, яке зміщує точку підвісу, але через інерційність центр мас тягарця маятника не змінює своє положення. Звичайно, що тільки при довжині підвісу, яка дорівнює відстані до центра Землі, маятник залишається незбуреним, тобто кут відхилення підвісу дорівнює нулю.

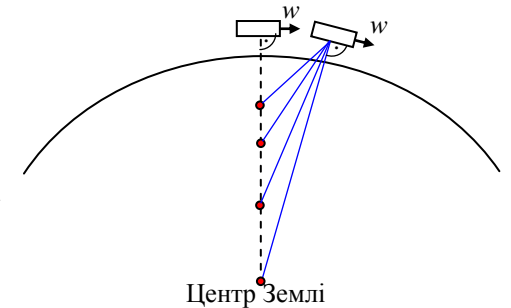


Рис. 7.3

При відсутності похибок датчиків і обчислювача ІНС вхідний сигнал  $\dot{\alpha} = \frac{w}{r} \left( \frac{1}{p} \right)$  на

нижньому суматорі (див. рис. 7.2) повністю компенсується сигналом  $\omega_{об} = \frac{a_x}{r_{об}} \left( \frac{1}{p} \right)$  при точному завданні  $r_{об} = r$ , що підтверджує ідею балістичної незбуреності контуру. Структурний аналіз контуру показує, що наявність постійної похибки акселерометра  $\Delta a_x$ , викликає похибку відтворення вертикалі  $\beta$ , а при наявності постійного дрейфу платформи  $\omega_{др}$ , у тому числі через відхід гіроскопа від добового обертання Землі, вертикаль відтворюється без сталої похибки, але має місце періодична похибка. Типові графіки зміни похибок відтворення вертикалі при наявності постійної похибки акселерометра та дрейфу гіроплатформи показані на рис. 7.4.

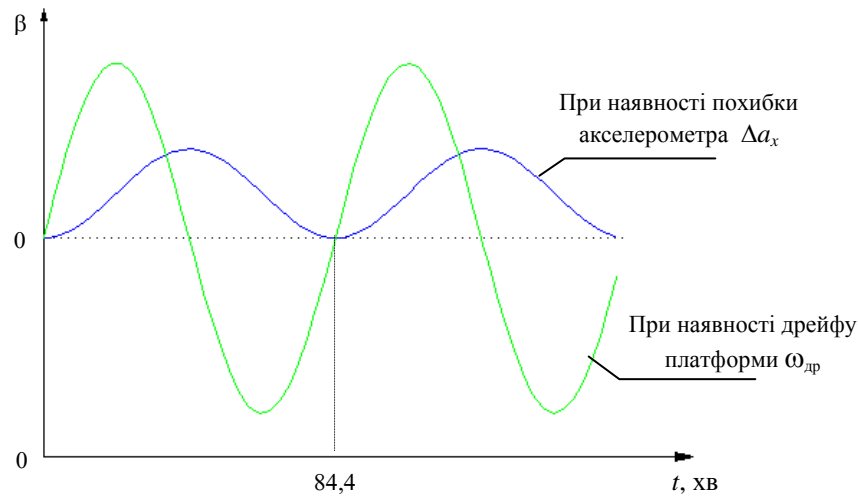


Рис. 7.4

Похибки ІНС, окрім того, залежать від похибки виставлення в горизонт платформи  $\beta_0$ , від неточних початкових значень  $V_0$  і  $S_0$ .

Вищевикладене дозволяє зробити висновок, що кожний раз, коли на показання ІНС впливає прискорення сили ваги  $g_x$ , цей вплив обумовлює похибку ІНС. Але, з іншого боку, в алгоритмах ІНС саме ця складова відіграє надзвичайно корисну роль, оскільки, дякуючи цьому, похибки ІНС залишаються обмеженими.

## 7.2. Робочі режими інерціальних систем навігації

Розглянутий алгоритм роботи однокомпонентної ІНС практично без зміни застосовується в системах з горизонтальною, вільною в азимуті платформою. На відміну від однокомпонентної в трикомпонентній ІНС використовується просторовий тривісний гіростабілізатор і два контури інтегральної корекції горизонтального положення платформи з акселерометрами.

Для безперервного утримання платформи в площині горизонту на моментні датчики гіроскопів надходять не тільки сигнали компенсації кутової швидкості обльоту літаком Землі, що вже враховувалося при розгляданні роботи однокомпонентної ІНС, але й сигнали компенсації кутової швидкості обертання Землі з урахуванням широти місцеположення ЛА.

Як гіростабілізатор трикомпонентна ІНС може використовувати, наприклад, тривісну гіростабілізовану платформу індикаторного типу (рис. 7.5) на триступневих поплавкових гіроскопах, принцип побудови якої розглядався в п. 5.3.1.

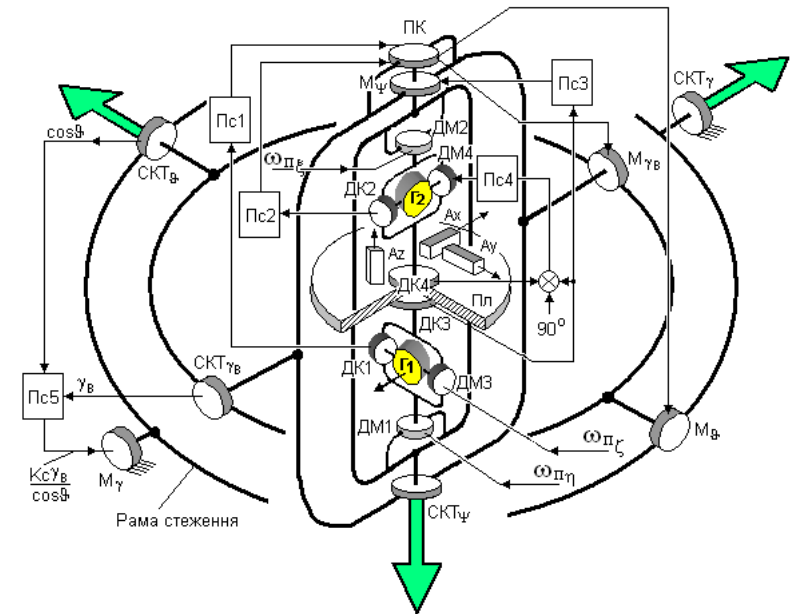


Рис. 7.5

На платформі гіростабілізатора розташовуються три акселерометри  $A_x, A_y, A_z$  з осями чутливості, які зорієнтовані в трьох взаємно перпендикулярних напрямках і створюють приладну систему координат.

Висока точність прецизійних ІНС, без урахування точності датчиків первинної інформації, досягається за рахунок виключення з сигналів уявного прискорення, які вимірюють акселерометри, не тільки складових прискорення сили ваги, як це розглядалося для однокомпонентної ІНС, а й коріолісового прискорення.

Два горизонтальних канали ІНС настроюються на період маятника Шулера, який не збуджується прискореннями точки підвісу. При налаштуванні довжини підвісу цього маятника, яка повинна дорівнювати радіусу Землі, використовується не сферична, а еліпсоїдна (сфероїдна) модель Землі.

Вплив прискорення сили ваги виключається шляхом безперервного горизонтування платформи, а отже, й осей чутливості акселерометрів за даними числення. У цьому випадку горизонтальні акселерометри фіксують тільки відносне прискорення та прискорення Коріоліса. Останні компенсуються аналітично.

Для розв'язання навігаційної задачі використовуються дві системи координат (рис. 7.6).

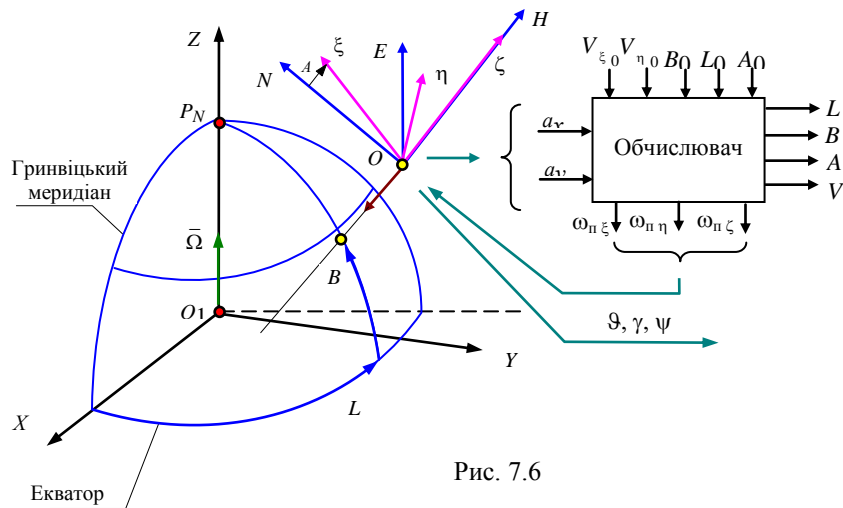


Рис. 7.6

По-перше, це – навігаційна система координат  $O\xi\eta\zeta$  (супроводжуючий тригранник). Центр тригранника – точка  $O$  знаходиться в точці місцезнаходження ЛА. Вісь  $O\xi$  спрямована уверх за місцевою вертикаллю, осі  $O\xi, O\eta$  лежать у горизонтальній площині й вільні в азимуті відносно руху точки  $O$ . Азимутальна орієнтація тригранника визначається його азимутом – кутом  $A$ , що лежить у площині горизонту й відлічується за годинниковою стрілкою від напрямку на північ  $ON$ . В момент старту вісь  $O\xi$  прив'язана до поздовжньої осі літака, а її азимутальний кут визначається у процесі початкового виставлення гіроплатформи.

По-друге, – це система координат  $O_1XYZ$ , що зв'язана із Землею. Вісь  $O_1Z$  цієї системи координат спрямована за вектором кутової швидкості Землі  $\Omega$ , вісь  $O_1X$  знаходиться на перетині площини гринвіцького меридіану з площиною екватора, вісь  $O_1Y$  утворює з осями  $O_1Z, O_1X$  праву трійку.

До речі, приладна система координат  $Oxyz$ , що створюється осями чутливості акселерометрів  $A_x, A_y, A_z$  (див. рис. 7.5), встановлених на платформі гіростабілізатора, моделює на борту супроводжуючий тригранник  $O\xi\eta\zeta$ .

Розглянемо роботу ІНС з платформою, вільною в азимуті щодо відносного руху літака навколо Землі, але зв'язаною із Землею в добовому русі, тобто її кутова швидкість в азимуті дорівнює кутовій швидкості Землі для поточної вертикалі. Азимутальний гіроскоп платформи  $\Gamma_1$  такого гіростабілізатора (див. рис. 7.5) коригується датчиком моменту ДМЗ таким чином, що його абсолютна кутова вертикальна швидкість  $\omega_{\zeta a}$  дорівнює  $\omega_{\zeta a} = \Omega_{\zeta} = \Omega_3 \sin B$ , де  $B$  – геодезична широта (див. рис. 7.6).

Навігаційні параметри визначаються в такій послідовності. На першому етапі визначаються похідні від складових шляхової швидкості шляхом віднімання з сигналів уявного прискорення, які вимірюють акселерометри, коріолісових складових

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\xi} &= a_{\xi} - (\omega_{\eta} + 2\Omega_{\eta})\dot{H} + 2\Omega_{\zeta}W_{\eta}; \\ \dot{V}_{\eta} &= a_{\eta} + (\omega_{\xi} + 2\Omega_{\xi})\dot{H} + 2\Omega_{\zeta}W_{\xi}, \end{aligned} \quad (7.4)$$

де  $a_{\xi} = a_x, a_{\eta} = a_y$  – відповідно сигнали акселерометрів  $A_x, A_y$  (див. рис. 7.5);  $\dot{H}$  – похідна за висотою польоту;  $\omega_{\xi}, \omega_{\eta}$  – складові

кутової швидкості супроводжуючого тригранника, що виникають при обльоті еліпсоїдної поверхні Землі;  $\Omega_\xi, \Omega_\eta$  – складові кутової швидкості обертання Землі. Відзначимо, що при обраному способі азимутальної корекції кутова швидкість  $\omega_\zeta$  обертання  $O\xi\eta\zeta$  відносно Землі дорівнює нулю.

На другому етапі здійснюється компенсація інструментальних похибок у вимірних акселерометрами прискорень і виконується (з урахуванням початкових значень  $V_{\xi 0}, V_{\eta 0}$ ) процедура інтегрування з метою отримання складових шляхової швидкості. Поправки, що вводяться на етапі компенсації інструментальних похибок, отримують на етапі попереднього калібрування гіроплатформи з встановленими на ній акселерометрами.

Далі визначають складові абсолютної кутової швидкості  $\bar{\omega}_\Pi$ , з якою гіроплатформа повинна обертатися відносно інерціального простору, і які складаються зі складових  $\bar{\omega}_{\xi\eta\zeta}$ , що викликані лінійним переміщенням літака відносно Землі, і складових  $\bar{\Omega}_3$  – кутовою швидкістю обертання Землі

$$\bar{\omega}_\Pi = \bar{\omega}_{\xi\eta\zeta} + \bar{\Omega}_3.$$

В проекціях на осі навігаційної системи координат  $O\xi\eta\zeta$  отримаємо

$$\begin{aligned}\omega_{\Pi\xi} &= \omega_\xi + \Omega_\xi; \\ \omega_{\Pi\eta} &= \omega_\eta + \Omega_\eta; \\ \omega_{\Pi\zeta} &= \Omega_\zeta.\end{aligned}\quad (7.5)$$

Проекції кутової швидкості обертання Землі на осі навігаційної системи координат  $O\xi\eta\zeta$  отримують у вигляді

$$\begin{aligned}\Omega_\xi &= -\Omega_3 \cos B \sin A; \\ \Omega_\eta &= \Omega_3 \cos B \cos A; \\ \Omega_\zeta &= \Omega_3 \sin B.\end{aligned}\quad (7.6)$$

Проекції кутової швидкості  $\omega_\xi, \omega_\eta$  обертання навігаційної системи координат  $O\xi\eta\zeta$ , що виникають при обльоті еліпсоїдної поверхні Землі, дорівнюють

$$\begin{aligned}\omega_\xi &= -\frac{V_N}{R_M} \cos A - \frac{V_E}{R_\Pi} \sin A; \\ \omega_\eta &= -\frac{V_N}{R_M} \sin A + \frac{V_E}{R_\Pi} \cos A,\end{aligned}\quad (7.7)$$

де  $V_N, V_E$  – північна та східна проекції шляхової швидкості (проекції на осі системи координат  $ONEH$  (див. рис. 7.6);

$A$  – азимут супроводжуючого тригранника  $O\xi\eta\zeta$ ;

$R_\Pi, R_M$  – два радіуси кривизни земного сфероїда (еліпсоїда обертання), які, зазвичай, розраховують за формулами:

$$\begin{aligned}R_M &= \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} + H; \\ R_\Pi &= \frac{a \cos B}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} + H \cos B,\end{aligned}$$

де  $e$  – ексцентриситет еліпсоїда ( $e^2 = 6,73 \cdot 10^{-3}$ );  $a$  – велика піввісь еліпсоїда ( $a = 6378388$  м);  $H$  – висота польоту.

Північну та східну проекції шляхової швидкості отримують за інформацією про складові шляхової швидкості  $V_\xi, V_\eta$  в навігаційній (приладній) системі координат  $O\xi\eta\zeta$

$$V_N = -V_\xi \sin A + V_\eta \cos A;$$

$$V_E = V_\xi \cos A + V_\eta \sin A.$$

Отриманні значення абсолютної кутової швидкості  $\omega_{\Pi\xi}, \omega_{\Pi\eta}, \omega_{\Pi\zeta}$  гіроплатформи коригуються на інструментальні похибки гіроскопів і надходять, як керуючі сигнали на датчики моментів ДМ1, ДМ2, ДМ3 гіроскопів Г1 і Г2 (див. рис. 7.5). При цьому за сигналами  $\omega_{\Pi\eta}, \omega_{\Pi\zeta}$  реалізуються два контури інтегральної корекції горизонтального положення платформи з акселерометрами, а сигнал  $\omega_{\Pi\xi}$  забезпечує вільність платформи в азимуті по відношенню до відносного руху літака навколо Землі.

За інформацією про північну та східну проекції шляхової швидкості обчислюються координати літака – геодезична широта  $B$

і геодезична довгота  $L$ , а також зміна азимуту платформи  $A$  при відомих вихідних значеннях координат  $L_0, B_0$  й визначеного у процесі початкового виставлення гіроплатформи азимутального кута  $A_0$ :

$$\begin{aligned}\dot{L} &= \frac{W_E}{R_{\Pi}}; \\ \dot{B} &= \frac{W_N}{R_M}; \\ \dot{A} &= \frac{W_N}{R_M} \operatorname{tg} B.\end{aligned}$$

Такий алгоритм зчислення є досить точним, але йому притаманний суттєвий недолік. У полярних районах, де значення широти  $B$  наближується до  $\pm\pi/2$ , він стає обчислювально нестійким. Ось чому для навігаційних систем, які можуть застосовуватися в полярних районах, застосовують всеширотний алгоритм зчислення, вільний від цього недоліку, який базується на так званих рівняннях Пуассона.

Якщо в системі координат  $O_1XYZ$  зафіксувати нерухомий вектор  $\bar{r} = (X, Y, Z)$ , то проекції цього вектора на осі системи координат  $O\xi\eta\zeta$  будуть дорівнювати

$$\begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} = \mathbf{B}(t) \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}, \quad (7.8)$$

де  $\mathbf{B}(t)$  – змінна матриця напрямних косинусів (ортогональна матриця переходу від системи  $O_1XYZ$  до системи  $O\xi\eta\zeta$ ).

Після диференціювання (7.8) отримаємо швидкість кінця вектора  $\bar{r}$  відносно системи  $O\xi\eta\zeta$

$$\begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix} = \dot{\mathbf{B}}(t) \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}. \quad (7.9)$$

З іншого боку, швидкість кінця вектора  $\bar{r}$  відносно системи координат  $O\xi\eta\zeta$  буде дорівнювати значенню  $(-\bar{\omega} \times \bar{r})$

$$\begin{aligned}\begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix} &= -\bar{\omega} \times \bar{r} = -\begin{vmatrix} \bar{\xi}^0 & \bar{\eta}^0 & \bar{\zeta}^0 \\ \omega_{\xi} & \omega_{\eta} & \omega_{\zeta} \\ \xi & \eta & \zeta \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & -\omega_{\zeta} & \omega_{\eta} \\ \omega_{\zeta} & 0 & -\omega_{\xi} \\ -\omega_{\eta} & \omega_{\xi} & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} = \\ &= -\mathbf{\Omega}^* \hat{\mathbf{A}}(t) \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix},\end{aligned} \quad (7.10)$$

де

$$\mathbf{\Omega}^* = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_{\zeta} & \omega_{\eta} \\ \omega_{\zeta} & 0 & -\omega_{\xi} \\ -\omega_{\eta} & \omega_{\xi} & 0 \end{vmatrix}.$$

Порівнюючи (7.9) з (7.10), отримаємо рівняння Пуассона

$$\hat{\mathbf{A}}(t) = -\mathbf{\Omega}^* \hat{\mathbf{A}}(t).$$

Ортогональна матриця  $\mathbf{B}(t)$  напрямних косинусів перетворення (7.8)

$$\begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}$$

для системи  $O\xi\eta\zeta$ , коли  $\bar{\zeta}^0$  спрямований за геодезичною вертикаллю, має вигляд

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\sin L \cos A + \sin B \cos L \sin A & \cos L \cos A + \sin B \sin L \sin A & -\cos B \sin A \\ -\sin L \sin A - \sin B \cos L \cos A & \cos L \sin A - \sin B \sin L \cos A & \cos B \cos A \\ \cos L \cos B & \sin L \cos B & \sin B \end{bmatrix}.$$

При обраному способі азимутальної корекції платформи кутова швидкість  $\omega_{\zeta}$  обертання  $O\xi\eta\zeta$  відносно Землі дорівнює нулю, а кососиметрична матриця  $\mathbf{\Omega}^*$  має вигляд

$$\mathbf{\Omega}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega_\eta \\ 0 & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{pmatrix}.$$

Отже, визначення поточного положення навігаційного тригранника  $O\xi\eta\zeta$  може бути отримано шляхом розв'язання диференціального рівняння

$$\dot{\mathbf{B}}(t) = -\mathbf{\Omega}^* \mathbf{B}(t).$$

При наявності поточного значення матриці  $\mathbf{B}$  проекції кутової швидкості (7.6) обертання Землі на осі навігаційної системи координат  $O\xi\eta\zeta$  отримують у вигляді

$$\Omega_\xi = \Omega_3 b_{13};$$

$$\Omega_\eta = \Omega_3 b_{23};$$

$$\Omega_\zeta = \Omega_3 b_{33}.$$

Не переходячи до північної та східної проекцій шляхової швидкості, отримують складові кутової швидкості  $\omega_\xi$ ,  $\omega_\eta$  обертання навігаційної системи координат  $O\xi\eta\zeta$ , що виникають при обльоті еліпсоїдної поверхні Землі, у вигляді

$$\omega_\xi = -\frac{V_\xi}{R_2} - \frac{V_\eta}{R_{\text{дод}}};$$

$$\omega_\eta = \frac{V_\eta}{R_1} - \frac{V_\xi}{R_{\text{дод}}},$$

де  $R_1$ ,  $R_2$  – основні, а  $R_{\text{дод}}$  – додатковий радіуси кривизни земного еліпсоїда

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{e^2 b_{33}^2}{2} + e^2 b_{13}^2 - \frac{H}{a} \right);$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{e^2 b_{33}^2}{2} + e^2 b_{23}^2 - \frac{H}{a} \right);$$

$$\frac{1}{R_{\text{дод}}} = \frac{1}{a} (e^2 b_{13} b_{23}).$$

Такі розрахункові формули радіусів кривизни застосовують, наприклад, в інерціальній системі И-11. Інші розрахункові формули алгоритму не змінюються.

Використовуючи елементи матриці напрямних косинусів, визначаються:

- геодезична широта  $B = \arctg \frac{b_{33}}{\sqrt{b_{13}^2 + b_{23}^2}}$  в діапазоні  $\pm 90^\circ$ ;
- геодезична довгота  $L = \arctg \frac{b_{32}}{b_{31}}$  в діапазоні  $\pm 180^\circ$ ;
- азимут платформи  $A = \arctg \frac{b_{12}}{b_{23}}$  в діапазоні  $0 \dots 360^\circ$ ;
- справжній курс  $\Psi = \Psi_\Gamma - A$  в діапазоні  $0 \dots 360^\circ$ ;
- кут знесення  $\beta_{3H} = \Psi - \Psi$  в діапазоні  $0 \dots 360^\circ$ ;
- шляхова швидкість  $V_{\text{ш}} = \sqrt{V_\xi^2 + V_\eta^2}$ .

При наявності додаткової інформації від системи повітряних сигналів про справжню повітряну швидкість можуть бути розраховані проекції швидкості вітру на осі гіроплатформи, модуль швидкості вітру та кут вітру.

Крім того, з синусно-косинусних трансформаторів СКТ $_{\vartheta}$ , СКТ $_{\psi}$ , СКТ $_{\gamma}$  гіроплатформи (див. рис. 7.5) надходить інформація про кутове положення літака: кут тангажа  $\vartheta$ , гіроскопичний курс  $\Psi_\Gamma$  та кут крену  $\gamma$ .

ІНС потребують спеціальної підготовки до польоту, наприклад, для платформних ІНС задачею підготовки є виставлення гіроплатформи в горизонтальне положення, узгодження вимірювальних осей акселерометрів з осями навігаційної системи координат і введення вихідних даних про координати місцеположення та швидкість руху ЛА.

### 7.3. Виставлення ІНС

Процес виставлення ІНС у горизонтальне положення можна поділити на етапи: прискорене, грубе та точне виставлення.

В процесі прискореного виставлення в горизонті й в азимуті виконується електричне аретування гіроплатформи в горизон-



тальних каналах по корпусу гіроплатформи або за сигналами акселерометрів. В азимуті гіроплатформа аретирується або по корпусу, або за компасом коректора, або за задатчиком курсу.

Цей процес іноді поєднується за часом з процесом розкрутки гіромоторів. Контури гіроскопічної стабілізації та гіроскопічні моменти гіроскопів перешкоджають процесу електричного аретирування, проте їхній вплив несуттєвий.

По закінченні прискореного виставлення кола аретирування розмикаються й подальше виставлення відбувається як процес корекції просторового положення гіроплатформи.

На етапі грубого виставлення для усунення похибок горизонтування сигнали з акселерометрів, минаючи інтегратор, надходять до корекційних двигунів гіростабілізатора (КД<sub>ω<sub>y</sub></sub> на рис. 7.1). Але вимикання інтегральної корекції, хоча і поліпшує динамічні характеристики та стійкість контуру горизонтування, але погіршує його статичні характеристики. Внаслідок цього виникає стала похибка визначення вертикалі, яка пропорційна кутовій швидкості дрейфу гіроплатформи, обумовленого в тому числі й проекцією кутової швидкості обертання Землі, і обернено пропорційна коефіцієнту підсилення контуру горизонтування.

У процесі точного виставлення на двигун корекції гіроскопа подається не тільки підсилений сигнал з акселерометра, але й сигнал з цього ж акселерометра, який додатково пропускається через інтегратор.

При відсутності похибок акселерометра це означає повну відсутність похибок горизонтування. Аналогічний висновок вже робився під час аналізу структурної схеми на рис. 7.2. Таким чином, сигнал виходу інтегратора по закінченні перехідного процесу буде усувати причину похибок горизонтування. Це дозволяє для гіроскопів, заздалегідь відбалансованих, тобто недрейфуючих, сформулювати або обчислити величину проекцій кутової швидкості обертання Землі для відповідної осі гіроплатформи при відсутності інформації про азимут цієї осі платформи, а також про широту місця виставлення. Цим широко користуються для виставлення початкових значень робочих інтеграторів ІНС.

Азимутальне виставлення гіроплатформи у випадку використання сигналів компаса – коректора, курсозадатчика, а також ви-

ставлення "по корпусу" не відрізняється від горизонтального виставлення.

Проте, у цих випадках корисний сигнал знімається не з акселерометра, а з відповідного датчика кутового положення.

У випадку, коли стояночний курс невідомий або визначений з недостатньою точністю, в деяких ІНС звертаються до використання режимів автономного азимутального виставлення за допомогою методів фізичного або розрахункового гірокомпасування. Процес гірокомпасування означає прив'язку осей гіроплатформи з акселерометрами до напрямку вектора напруженості гравітаційного поля й до напрямку вектора кутової швидкості добового обертання Землі.

При фізичному гірокомпасуванні використовується властивість гіромаятника (гіромаятник – гіроскоп на торсіонному підвісі, який широко застосовується в геодезичних роботах) встановлюватися за напрямком дотичної до меридіана місця. Припустимо, що в даний момент часу гіромаятник займає потрібне положення, тобто його головна вісь (вектор кінетичного моменту) горизонтальна й спрямована на північ, співпадає з напрямком горизонтальної складової кутової швидкості Землі  $\Omega_{zg}$  (рис.7.7, а). При цьому маятник розташований вертикально. Проте, через добове обертання Землі вісь гіроскопа змінює своє положення відносно земної поверхні (піднімається над горизонтом і відхиляється до сходу). Внаслідок цього маятник, жорстко зв'язаний з гіромотором, відхиляється від вертикалі на кут  $\beta$  (рис.7.7, б). Сила ваги маятника буде створювати момент  $M_y$  відносно осі підвісу гіромотора. Під впливом цього

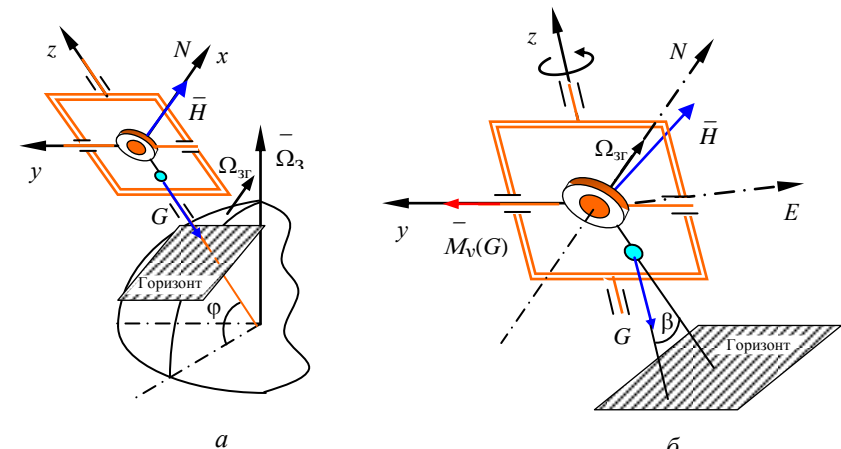


Рис. 7.7

моменту гіроскоп починає прецесувати навколо осі  $OZ$  зовнішньої рамки й одночасно встановлюватися до горизонту.

Прецесія гіроскопа відбувається в бік ліквідації відхилення головної осі гіроскопа від площини меридіана. Після згасання всіх коливань головна вісь повертається в площину меридіана і в горизонт. Через малу кутову швидкість обертання Землі  $\Omega_3 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$  процес фізичного гірокомпасування достатньо тривалий.

Реалізація ідеї фізичного гірокомпасування ІНС здійснюється відповідною схемою корекції гіростабілізатора (рис. 7.8). При цьому сигнали корекції як у горизонтальному, так і в азимутальному каналах знімаються з відповідного акселерометра, який вимірює век-

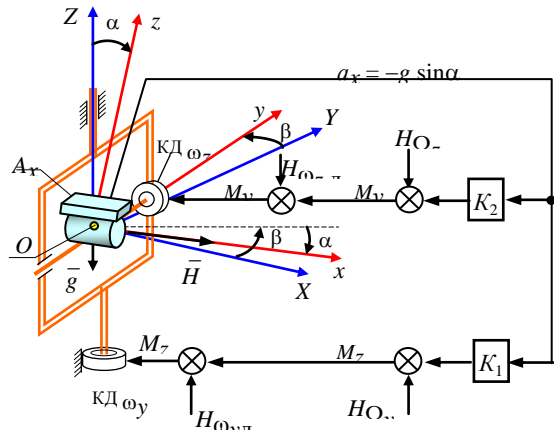


Рис. 7.8

тор напруженості поля сил ваги, тобто виконує роль маятника.

Похибки горизонтування й азимутального виставлення відповідної осі приладного тригранника по закінченні перехідного процесу визначаються малими кутами, у даному випадку кутами  $\alpha$  і  $\beta$ . Для підвищення точності виставлення гіростабілізатора в контурі корекції зазвичай подають сигнали, відповідні вчисленим значенням проекції кутової швидкості Землі на осі супроводжуючого тригранника  $\Omega_{Z \text{ об}}$ ,  $\Omega_{Y \text{ об}}$ . На схемі (див. рис. 7.8) – це сигнали  $H_{\Omega_{Z \text{ об}}}$ ,  $H_{\Omega_{Y \text{ об}}}$ . Записуючи рівняння для складових абсолютної кутової швидкості гіровузла на осі  $OY$  і  $OZ$ , при малих кутах  $\alpha$  і  $\beta$ , маємо:

$$\begin{aligned} \omega_y &= -\frac{K_1}{H} g \alpha + \Omega_{Y \text{ об}} + \omega_{Y \text{ д}} = -\beta \Omega_X + \Omega_Y + \dot{\alpha}; \\ \omega_z &= -\frac{K_2}{H} g \alpha + \Omega_{Z \text{ об}} + \omega_{Z \text{ д}} = -\alpha \Omega_X + \Omega_Z + \dot{\beta}, \end{aligned} \quad (7.11)$$

де  $\Omega_X$ ,  $\Omega_Y$  – проекції кутової швидкості Землі на осі супроводжуючого тригранника;  $\omega_{Y \text{ д}}$ ,  $\omega_{Z \text{ д}}$  – складові власного дрейфу гіроскопа.

По закінченні перехідного процесу маємо:

$$\dot{\alpha} = 0; \quad \alpha = \alpha_{\text{уст}}; \quad \dot{\beta} = 0; \quad \beta = \beta_{\text{уст}}, \quad (7.12)$$

де  $\alpha_{\text{уст}}$ ,  $\beta_{\text{уст}}$  – усталені похибки горизонтальної та азимутальної орієнтації гіроплатформи.

Розв'язуючи рівняння (7.11), з урахуванням (7.12) маємо:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{уст}} &= \frac{\Omega_{Z \text{ об}} - \Omega_Z + \omega_{Z \text{ д}}}{\Omega_X + \frac{K_2}{H} g}; \\ \beta_{\text{уст}} &= \frac{1}{\Omega_X} \left( \frac{K_1}{H} g \frac{\Omega_{Z \text{ об}} - \Omega_Z + \omega_{Z \text{ д}}}{\Omega_X + \frac{K_2}{H} g} + \Omega_Y - \Omega_{Y \text{ об}} - \omega_{Y \text{ д}} \right). \end{aligned} \quad (7.13)$$

При  $\Omega_{Z \text{ об}} = \Omega_3$  і за умови  $\Omega_X \ll \frac{K_2}{H} g$  замість рівняння (7.13)

маємо

$$\alpha_{\text{уст}} = \frac{H}{K_2 g} \omega_{Z \text{ д}}; \quad \beta_{\text{уст}} = \frac{\varepsilon \omega_{Z \text{ д}} - \omega_{Y \text{ д}} + \Omega_Y - \Omega_{Y \text{ об}}}{\Omega_X},$$

де  $\varepsilon = K_1 / K_2$ .

Оскільки в схемах гірокомпасів  $\varepsilon = 10^{-2} \dots 10^{-3}$ , то стала похибка азимутальної прив'язки з великою точністю визначається співвідношенням

$$\beta_{\text{уст}} \approx -\frac{\omega_{Y \text{ д}}}{\Omega_X} - \frac{\Omega_{Y \text{ об}} - \Omega_Y}{\Omega_X}. \quad (7.14)$$

Перший доданок правої частини рівняння (7.14) ставить жорсткі вимоги до величини власного дрейфу гіроскопа навколо горизонтальної осі, а другий доданок потребує точного визначення

складової кутової швидкості Землі навколо відповідної осі супроводжуючого тригранника.

Якщо врахувати, що величина  $\Omega_X$  визначається співвідношенням:

$$\Omega_X = \Omega_X \cos \varphi A_x,$$

де  $\varphi$  – широта місця виставлення;  $A_x$  – азимут відповідної осі супроводжуючого тригранника, то стає очевидним, що похибка азимутального виставлення зростає при збільшенні широти місця виставлення й при наближенні азимутальної орієнтації осі чутливості акселерометра до східного або західного напрямку.

Щоб забезпечити високу точність гірокомпасування в достатньо високих широтах, необхідно повністю компенсувати систематичну складову кутової швидкості дрейфу гіроскопа  $\omega_{Y_d}$ . Процедура визначення й компенсації дрейфу гіроскопа в процесі підготовки ЛА до польоту забезпечується контурами балансувальних режимів.

Балансувальні режими, в свою чергу, потребують цілком визначену попередню орієнтацію гіроплатформи. Ці обставини обумовлюють значну тривалість автономного азимутального виставлення. Тому операція визначення дрейфу гіроскопів здійснюється на етапі попередньої підготовки або під час регламентних робіт. При підготовці до польоту автономне азимутальне виставлення гіроплатформи проводиться із "запам'ятованими" сигналами дрейфу гіроскопів.

Відомо, що найкраща точність балансування гіроплатформи здійснюється для північної осі приладного тригранника, при цьому для східної осі точність балансування значно погіршується. Однак, якраз дрейф відносно східної осі суттєво впливає на точність гірокомпасування.

Для підвищення точності азимутального виставлення в деяких ІНС використовують так званий метод "подвійного гірокомпасування", суть якого така.

Спочатку східну вісь гіроплатформи повертають на північ і виконують грубе гірокомпасування й балансування (запам'ятовування дрейфу гіроскопів) східної осі гіроплатформи, потім здійснюється поворот гіроплатформи на  $90^\circ$  (північна вісь орієнтується

на північ) і виконується точне гірокомпасування із вже відбалансованою східною віссю і балансування північної осі гіроплатформи.

Побудова прецизійних і одночасно надійних гіроплатформ є складною технічною задачею. Ось чому в останній час все більше уваги приділяється розробці так званих безплатформних ІНС (БІНС), в яких датчики акселерометрів жорстко зв'язані з корпусом ЛА. Такі системи мають у своєму складі гіроскопічні прилади, але головною задачею цих пристроїв є забезпечення обчислювачів БІНС інформацією про кутове положення ЛА, в тому числі і про положення осей чутливості акселерометрів відносно вибраної навігаційної системи координат.

#### Контрольні питання

1. За рахунок чого гіроплатформа ІНС завжди залишається в площині горизонту?
2. За рахунок чого виключається вплив прискорення сили ваги на показання горизонтальних акселерометрів?
3. Сформулюйте поняття маятника Шулера.
4. Навіщо і за рахунок чого контур горизонтування настраюється на період коливань маятника Шулера?
5. Яким чином в платформних ІНС з показань горизонтальних акселерометрів відокремлюють відносно прискорення?
6. Як коригується азимутальний гіроскоп платформи, вільної в азимуті, щодо відносного руху літака навколо Землі, але зв'язаної із Землею в добовому русі?
7. Яку форму Землі зазвичай використовують в кінематичних рівняннях ІНС?
8. До чого зводиться задача підготовки ІНС до польоту?
9. На які етапи поділяється процес виставлення платформи ІНС у горизонтальне положення?
10. Які сигнали надходять на двигун корекції гіроскопа в процесі грубого та точного виставлення платформи в горизонт?
11. Які існують методи азимутального виставлення гіроплатформи?
12. Як можна підвищити точність азимутального виставлення?