

Глава 9. Точнісні характеристики інерціальних навігаційних систем і математичні моделі їх похибок

9.1. Основні джерела похибок інерціальних навігаційних систем

Вихідні похибки ІНС обумовлюються в основному наступними складовими:

- методичними похибками, зокрема, похибками математичної моделі Землі, у тому числі моделі, що використовується для врахування впливу гравітаційного поля на покази інерціальних чутливих елементів;
- похибками обчислень;
- похибками датчиків первинної інформації.

Методичні похибки ІНС виникають в результаті спрощення кінематичних рівнянь інерціальної навігації. Спростувати кінематичні рівняння доцільно, після того як обрані основні елементи ІНС (акселерометри та гіроскопи). Причому, вибирати елементи ІНС можна після наближеного розрахунку похибок для найпростішого випадку однокомпонентної ІНС, методика такого розрахунку наведена в гл. 8.

Спростувати кінематичні рівняння ІНС доцільно доти, поки методичні похибки, що обумовлені цими спрощеннями, будуть порівняні з зонами нечутливості або дрейфом нуля відповідних елементів.

Наприклад, обчислювати складові вектора відносного прискорення з точністю 10^{-6} g не має смислу, якщо зони нечутливості акселерометрів ІНС лежать у межах 10^{-4} g... 10^{-5} g, також немає смислу обчислювати кутові швидкості обертання вимірювальних осей приладового та навігаційного тригранників з точністю 10^{-7} 1/сек, якщо значення власного дрейфу гіроскопічних елементів ІНС становить 10^{-6} 1/сек.

Основний внесок у методичні похибки ІНС надають спрощення, пов'язані з математичною моделлю Землі, зокрема спрощення розрахунків радіусів кривизни земного сфероїда (еліпсоїда обертання), а для безплатформних ІНС спрощення математичної моделі прискорення сили ваги.

Для ІНС, побудованих на датчиках зниженої точності, зокрема, встановлюваних на ЛА, які здійснюють політ протягом малого проміжку часу, можливим є навіть використання сферичної моделі Землі.

Вихідні похибки ІНС, пов'язані з похибками обчислень, обумовлюються похибками методів і алгоритмів реалізації обчислювальних процедур у бортовому цифровому обчислювачі.

При використанні чисельних методів інтегрування диференціальні рівняння замінюються різницевиими. Виникаюча через це похибка називається похибкою неврахування членів розкладання. Ця похибка істотно залежить від методу інтегрування та величини кроку h інтегрування.

Виникає також похибка через те, що обчислювач має комірки з кінцевою кількістю розрядів. Ці похибки називаються похибками округлення.

Є чотири області похибок обчислень параметрів орієнтації, які відповідно до причин виникнення названі: область округлення, область квантування, область обмеження порядку методу інтегрування та поліномів, область обмеження смуги пропускання.

На рис. 9.1 похибка обчислень побудована залежно від відношення частоти кутового руху до частоти інтегрування обчислювача в логарифмічному масштабі по обох осях.



Рис. 9.1

У випадку, коли частота інтегрування менше частоти кутового руху, яку повинен відстежувати процес інтегрування, обчислювач працює в області обмеження смуги пропускання у верхній

правій частині кривої. В цій області похибка не залежить від характеристик обчислювального процесу й обчислювача.

Якщо частота інтегрування зростає в порівнянні з частотою кутового руху, то похибка обчислень переходить в область обмеження порядку методу інтегрування.

У цій області похибка обчислень залежить як від порядку методу інтегрування (поліном для визначення швидкості повинен мати відповідну точність), так і від відношення частоти кутового руху до частоти інтегрування. Зростання частоти інтегрування впливає на зниження похибки обчислень.

Збільшення порядку методу чисельного інтегрування також знижує цю похибку обчислень, тому що при такому збільшенні графік похибки в цій області повертається навколо точки його перетинання з графіком похибки в області обмеження смуги пропускання і нахил зростає.

Нахил ліній похибки від обмеження порядку методу інтегрування n дорівнює порядку методу інтегрування (для методу четвертого порядку нахил дорівнює 4, а для методу прямокутників дорівнює 1).

Якщо частота інтегрування зростає, то похибка обчислень переходить в область, де вона визначається рівнем квантування (вагою імпульсів виходу датчиків).

В області квантування похибка обчислень визначається рівнем квантування сигналів датчика і відношенням частоти кутового руху до частоти інтегрування. Вона не залежить від порядку методу інтегрування.

Нахил кривої похибки від квантування, побудованої залежно від відношення частот, дорівнює одиниці, величина похибки квантування при будь-якому відношенні частот пропорційна квадрату рівня квантування сигналу датчика.

Якщо частота інтегрування ще більш зростає в порівнянні з частотою кутового руху, то похибка обчислення переходить у четверту область – область округлення.

В цій області похибка обчислень пропорційна частоті інтегрування, зв'язана зворотно пропорційною залежністю з кількістю розрядів. Додавання одного розряду знижує похибку округлення в два рази і не залежить від методу інтегрування та кутової швидкості руху об'єкта.

На рис. 9.2 зображена залежність похибки обчислень від чотирьох параметрів, вибором яких може регулюватися величина цієї похибки:

- кількості розрядів;
- рівня квантування сигналів датчиків;
- методу інтегрування;
- кроку інтегрування.

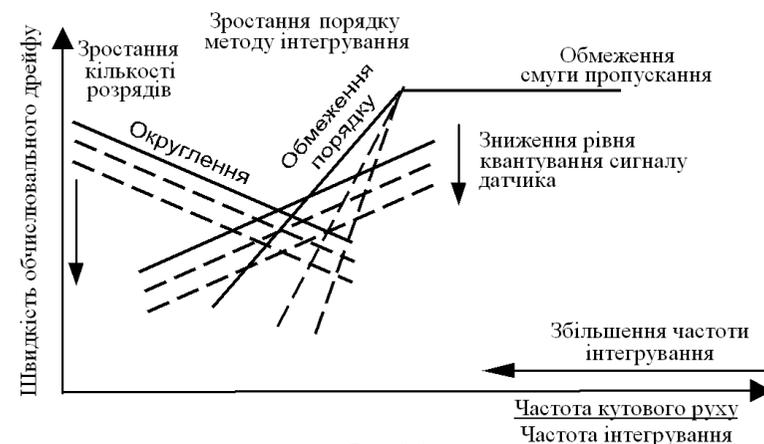


Рис. 9.2

Похибка та параметри, що дозволяють регулювати величину цієї похибки в різних областях, є незалежними. Тому всі чотири ділянки кривої похибок для конкретних застосувань можуть вибиратися також незалежно одна від одної, ґрунтуючись на конкретних вимогах з тим, щоб одержати бажані характеристики обчислень.

Не існує ніяких принципових обмежень для одержання будь-якої точності процесу обчислень, точність може обмежувати тільки застосуванням громіздких алгоритмів в реальній апаратурі.

Найбільш вагомий внесок у вихідні похибки ІНС надають датчики первинної інформації. Ось чому при створенні ІНС намагаються конструктивно зменшити величину похибок первинних датчиків.

Взагалі ж, кожен тип гіроскопа або акселерометра має свої джерела похибок з їх характерними компонентами і чисельними значеннями. Проте, можна похибки будь-якого датчика задати

деякою узагальненою моделлю, яка якісно враховує залежності похибок від того або іншого збурюючого фактора. Для конкретного типу гіроскопів і акселерометрів коефіцієнти в цих моделях повинні одержати відповідні чисельні значення, а частина членів, несуттєвих для приладів даного типу, можуть прийняти нульові значення.

Основними характерними джерелами похибок такого узагальненого датчика ІНС можна вважати:

- зону нечутливості;
- систематичний дрейф;
- похибку масштабного коефіцієнта;
- невиваженість вимірювальної осі (похибку юстирування);
- неортогональність осей чутливості;
- випадкове блукання нуля.

Багато складових вихідних похибок датчиків залежать від параметрів траєкторії об'єкта й умов роботи датчика, від рівня вібрації та температури.

Тому більш детальний аналіз точнісних характеристик ІНС необхідно проводити з використанням їх математичних моделей похибок.

9.2. Математичні моделі похибок інерціальних навігаційних систем

Рівняння похибок БІНС описують збурений режим роботи системи і є основою при аналізі її точності, при організації корекції, при побудові оптимальних навігаційних алгоритмів.

Зв'язок між похибками обчислення дев'яти основних навігаційних параметрів, що створюють вектор стану БІНС, і похибками чутливих елементів задається лінійним диференціальним рівнянням

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{D}(t) \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_a \\ \boldsymbol{\varepsilon}_r \end{pmatrix},$$

де \mathbf{x} – дев'ятимірний вектор стану системи, що складається з похибок обчислення координат $\delta\mathbf{R} = \mathbf{R}' - \mathbf{R}$ (\mathbf{R} , \mathbf{R}' – радіуси-вектори справжнього й обчисленого ІНС місця розташування відповідно); швидкості $\delta\mathbf{V} = \mathbf{V}' - \mathbf{V}$ (\mathbf{V} , \mathbf{V}' – вектори справжньої і

обчисленої в ІНС абсолютної швидкості руху ЛА); кутової орієнтації

$\boldsymbol{\Theta} = [\alpha, \beta, \delta]$; (α, β, δ – кутові похибки орієнтації вимірювального тригранника відносно обчисленого); \mathbf{D} – перехідна матриця стану системи; $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ – сумарний вектор похибок акселерометра, який включає систематичну складову, похибку через масштабні коефіцієнти і т. ін.; $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ – сумарний вектор дрейфу гіроскопічних датчиків, який складається з випадкового блукання, систематичної складової, відходу і т. ін.

Виведення рівнянь, що описують динаміку похибок БІНС $\delta\mathbf{R}$, $\delta\mathbf{V}$, можна здійснити шляхом формального варіювання основного рівняння інерціальної навігації. Але такий шлях не є єдиним.

Нижче пропонується загальний підхід, заснований на формальному варіюванні вихідного векторного основного рівняння інерціальної навігації у формі (6.5)

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{a} + \mathbf{g}(\mathbf{R}). \quad (9.1)$$

Рівняння, які отримують при цьому, більш загальні і можуть бути з мінімальними змінами застосовані практично до будь-якого типу систем. Отже, проводячи формальне варіювання вихідного рівняння (9.1), одержуємо

$$\frac{d^2\delta\mathbf{R}}{dt^2} = \delta\mathbf{a} + \delta\mathbf{g}(\mathbf{R}), \quad (9.2)$$

де $\delta\mathbf{R}$ – вектор повної похибки БІНС у визначенні місця розташування; $\delta\mathbf{a}$ – похибка акселерометра у вимірюванні вектора уявного прискорення об'єкта \mathbf{a} ; $\delta\mathbf{g}(\mathbf{R})$ – похибка формулювання моделі вектора гравітаційного прискорення, що прийнята в БІНС.

Виразимо похибку вектора $\delta\mathbf{g}(\mathbf{R})$ через варіацію $\delta\mathbf{R}$.

Для об'єктів, що знаходяться над поверхнею Землі, масу Землі можна розглядати як зосередженою в її центрі, а прискорення сили тяжіння обернено пропорційно квадрату відстані, тоді

$$g = g_0 \frac{R_3^2}{R^2} = \frac{\mu}{R^2},$$

де $\mu = g_0 R_3^2$ – гравітаційний параметр Землі; R – модуль геоцентричного радіуса-вектора точки місцезнаходження ЛА.

Оскільки в першому наближенні можна вважати, що вектор $\mathbf{g}(\mathbf{R})$ спрямований протилежно вектору \mathbf{R} , то

$$\mathbf{g}(\mathbf{R}) = -\frac{g}{R^2} \mathbf{R} = -\frac{\mu}{R^3} \mathbf{R}.$$

Радіус-вектор місця розташування ЛА можна представити у вигляді $\mathbf{R} = r |R|$, де r – одиничний орт геоцентричного радіуса-вектора точки місцезнаходження ЛА, $|R|$ – модуль геоцентричного радіуса-вектора точки місцезнаходження ЛА. Тоді варіацію $\delta\mathbf{R}$ можна представити у вигляді

$$\delta\mathbf{R} = \mathbf{r}|\delta R| + |R|\delta\mathbf{r},$$

а варіацію $\delta\mathbf{g}(\mathbf{R})$ через варіацію $\delta\mathbf{R}$

$$\delta\mathbf{g}(\mathbf{R}) = -\frac{g}{R^2} \mathbf{R} = -\frac{\mu}{R^3} |R|\delta\mathbf{r} + 3\frac{\mu}{R^2} \mathbf{r}\delta|R|. \quad (9.3)$$

З урахуванням моделі (9.3) рівняння (9.2) може бути записане у вигляді

$$\frac{d^2(|R|\delta\mathbf{r})}{dt^2} + \frac{\mu}{R^3} |R|\delta\mathbf{r} + \frac{d^2(\mathbf{r}\delta|R|)}{dt^2} - 3\frac{\mu}{R^2} \mathbf{r}\delta|R| = \delta\mathbf{a}, \quad (9.4)$$

де $\delta|R|$ визначає похибку обчислення модуля радіуса-вектора місця розташування, а $\delta\mathbf{r}$ – похибку обчислення орта геоцентричного радіуса-вектора місця розташування. Похибку $\delta|R|$ можна трактувати як похибку вертикального каналу БІНС або похибку зовнішнього вимірника висоти польоту. Вектор $\delta\mathbf{r}$ лежить у площині місцевого горизонту і визначає похибки горизонтальних каналів БІНС.

Таким чином, рівняння (9.3) містить вертикальні і горизонтальні складові:

до горизонтальних складових відносяться члени

$$\frac{d^2(|R|\delta\mathbf{r})}{dt^2} \text{ и } \frac{\mu}{R^3} |R|\delta\mathbf{r};$$

до вертикальних –

$$\frac{d^2(\mathbf{r}\delta|R|)}{dt^2} \text{ и } -3\frac{\mu}{R^2} \mathbf{r}\delta|R|.$$

Варіацію $\delta\mathbf{a}$ у правій частині рівняння (9.4) можна трактувати як повну похибку акселерометрів у вимірюванні вектора уяв-

ного прискорення. При цьому дану варіацію можна представити у вигляді

$$\delta\mathbf{a} = \Delta\mathbf{a} + \mathbf{a} \times \Theta, \quad (9.5)$$

де $\Delta\mathbf{a}$ – вектор інструментальних і методичних похибок акселерометрів; \mathbf{a} – вектор вимірюваного уявного прискорення об'єкта; Θ – вектор похибок обчислення параметрів кутової орієнтації приладного тригранника.

Таким чином, відповідно до (9.5) похибка визначення вектора уявного прискорення складається з двох компонентів: безпосередньо похибок акселерометрів $\Delta\mathbf{a}$ і похибок обчислення орієнтації осей чутливості акселерометрів ($\mathbf{a} \times \Theta$). Вектор похибок Θ визначається похибками гіроскопів системи і може бути представлений у вигляді

$$\Theta = \Delta\omega, \quad (9.6)$$

де $\Delta\omega$ – вектор похибок гіроскопів БІНС у вимірюванні абсолютної кутової швидкості обертання ЛА.

З урахуванням (9.5) і (9.6) векторне рівняння похибок БІНС представимо у вигляді системи рівнянь

$$\frac{d^2(|R|\delta\mathbf{r})}{dt^2} + \frac{\mu}{R^3} |R|\delta\mathbf{r} + \frac{d^2(\mathbf{r}\delta|R|)}{dt^2} - 3\frac{\mu}{R^2} \mathbf{r}\delta|R| = \Delta\mathbf{a} + \mathbf{a} \times \Theta; \quad (9.7)$$

$$\Theta = \Delta\omega.$$

Система (9.7) дає найбільш загальне уявлення про похибки БІНС. Вона дозволяє досліджувати зв'язок між інструментальними похибками акселерометрів, гіроскопів, неточностями завдання початкових умов, з одного боку, і похибками БІНС у визначенні навігаційних параметрів, з іншого. Векторні рівняння компактні та зручні при проведенні теоретичних досліджень.

Для переходу від векторної системи (9.7) до її скалярного еквівалента в деякій обертовій системі координат необхідно представити похідні, що входять у рівняння, через їхні локальні значення у вибраній обертовій системі та провести перепроєктування отриманих векторних рівнянь на певні осі вибраної системи координат. Аналогічно були отримані основні рівняння інерціальної

навігації (6.6)...(6.14). Спираючись на цей досвід і опускаючи проміжні результати, одержимо

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{vmatrix} = D \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -\beta \\ -\delta & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta a_N \\ \Delta a_H \\ \Delta a_E \end{vmatrix}, \quad (9.8)$$

де

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ (\Omega_Y^2 + \Omega_Z^2 - \omega_0^2) & (\dot{\Omega}_Z - \Omega_X \Omega_Y) & -(\dot{\Omega}_Y + \Omega_X \Omega_Z) & 0 & 2\Omega_Z & -2\Omega_Y \\ -(\dot{\Omega}_Z + \Omega_X \Omega_Y) & (\Omega_X^2 + \Omega_Z^2 - \omega_0^2) & (\dot{\Omega}_X - \Omega_Y \Omega_Z) & -2\Omega_Z & 0 & 2\Omega_X \\ (\dot{\Omega}_Y - \Omega_X \Omega_Z) & -(\dot{\Omega}_X + \Omega_Y \Omega_Z) & (\Omega_X^2 + \Omega_Y^2 + 2\omega_0^2) & 2\Omega_Y & -2\Omega_X & 0 \end{vmatrix};$$

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \Omega_Z & -\Omega_Y \\ -\Omega_Z & 0 & \Omega_X \\ \Omega_Y & -\Omega_X & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \delta \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta \omega_N \\ \Delta \omega_H \\ \Delta \omega_E \end{vmatrix}, \quad (9.9)$$

де x_1, x_2, x_3 – похибки БІНС у визначенні координат; x_4, x_5, x_6 – похідні компоненти x_1, x_2, x_3 ; α, β, δ – кутові похибки орієнтації вимірювального тригранника відносно обчисленого, компоненти вектора кута малого повороту $\Theta = [\alpha, \beta, \delta]$; $\Delta a_{N,H,E}, \Delta \omega_{N,H,E}$ – інструментальні похибки акселерометрів і гіроскопів, приведені до осей обертової системи координат, у якій ведеться розв'язання рівнянь похибок; ω_0 – власна частота коливань похибок БІНС – частота Шулера ($\omega_0 = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$); Ω_{XYZ} – похідні проєкцій вектора абсолютної кутової швидкості обертання вибраного тригранника.

Приведення інструментальних похибок гіроскопів і акселерометрів до осей обертової системи координат здійснюється за відповідними формулами:

$$\begin{vmatrix} \Delta a_N \\ \Delta a_H \\ \Delta a_E \end{vmatrix} = B \begin{vmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \end{vmatrix}; \quad (9.10)$$

$$\begin{vmatrix} \Delta \omega_N \\ \Delta \omega_H \\ \Delta \omega_E \end{vmatrix} = B \begin{vmatrix} \Delta \omega_x \\ \Delta \omega_y \\ \Delta \omega_z \end{vmatrix}, \quad (9.11)$$

де $\Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z, \Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z$ – інструментальні похибки акселерометрів і гіроскопів у проєкціях на зв'язані осі; B – матриця напрямних косинусів між зв'язаною з ЛА системою координат і вибраною обертовою системою координат.

Поєднуючи рівняння (9.8)...(9.11), одержимо математичну модель похибок ІНС.

Попередній спрощений аналіз похибок ІНС був проведений у главах 7 і 8. Там було показано, що похибки визначення координат і швидкостей мають складову, яка змінюється з періодом маятника Шулера, а також складові, які зростають пропорційно часу польоту.

Для повноти картини в рівняннях (9.8)...(9.11) треба задати-ся також моделлю похибок гіроскопів $\Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z$ і акселерометрів $\Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z$.

9.3. Математичні моделі похибок датчиків первинної інформації

Строго кажучи, кожен тип гіроскопа або акселерометра має свою модель з її характерними компонентами і чисельними значеннями. Проте, можна задатися деякою узагальненою моделлю, яка якісно враховує залежності похибок від того або іншого збудуючого фактора. Для конкретного типу гіроскопів і акселерометрів коефіцієнти в цих моделях повинні одержати відповідні чисельні значення, а частина членів, несуттєвих для приладів даного типу, можуть прийняти нульові значення. Можна, однак, уявити собі й іншу ситуацію, коли така узагальнена модель для якогось типу приладу не буде мати суттєвої для нього складової. У цьому

випадку модель повинна бути доповнена відповідними компонентами.

Грунтуючись на таких міркуваннях, запишемо похибки акселерометрів Δa_x , Δa_y , Δa_z у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta a_x &= K_{ax}a_x + K_{xy}a_y - K_{xz}a_z + Q_x a_x^2 + \varepsilon_{ax} + \omega_z^2 L_x + \omega_y^2 L_x + \varepsilon_{ax_c}; \\ \Delta a_y &= K_{ay}a_y + K_{yx}a_x - K_{yz}a_z + Q_y a_y^2 + \varepsilon_{ay} + \omega_x^2 L_y + \omega_z^2 L_y + \varepsilon_{ay_c}; \\ \Delta a_z &= K_{az}a_z + K_{zy}a_y - K_{zx}a_x + Q_z a_z^2 + \varepsilon_{az} + \omega_x^2 L_z + \omega_y^2 L_z + \varepsilon_{az_c}, \end{aligned} \quad (9.12)$$

де a_x , a_y , a_z – істинні прискорення; $K_{ax} \dots K_{az}$ – похибки масштабних коефіцієнтів; $K_{xz} \dots K_{zx}$ – похибки юстирування; Q_x , Q_y , Q_z – коефіцієнти квадратичної похибки через нелінійність характеристики приладу; ω_x , ω_y , ω_z – кутові швидкості обертання ЛА; L_x , L_y , L_z – лінійні зсуви місця розташування блока чутливих елементів від центра мас ЛА; ε_{ax} , ε_{ay} , ε_{az} – систематичні складові зсувів нулів датчиків; ε_{ax_B} , ε_{ay_B} , ε_{az_B} – випадкові складові зсувів нулів датчиків (шуми вимірювань).

Крім цих складових, в моделях можуть бути додані складові, які враховують наявність зони нечутливості, гистерезису, а при відсутності термостатизування – складову, що враховує температурний коефіцієнт.

У матричній формі вихідні сигнали акселерометрів можна представити у вигляді

$$\bar{a} = (1 + K_a)(1 + \theta)\bar{a} + C_{a2} \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} + P, \quad (9.13)$$

де K_a – діагональна матриця похибок масштабних коефіцієнтів; θ – матриця, що враховує похибки юстирування; C_{a2} – діагональна матриця врахування похибки через нелінійність характеристики приладу, яка пропорційна a^2 ; P – інші похибки.

Кути неортогональності осей чутливості малі і містять постійні складові, що обумовлені неточною установкою акселерометрів,

а також змінні складові, що враховують аеропружні коливання ЛА.

Зсув нуля, а в деякій мірі і значення похибок масштабних коефіцієнтів і коефіцієнтів впливу перехресного зв'язку також являють собою випадкові величини з нульовими математичними сподіваннями і заданими дисперсіями.

Динамічні похибки датчиків ІНС носять випадковий характер. Вони описуються за допомогою випадкових процесів з кореляційною функцією

$$R(\tau) = \sigma_a e^{-\alpha_a |\tau|}, \quad (9.14)$$

де σ_a^2 – дисперсія динамічної похибки; α_a – величина, зворотна часу кореляції.

Кореляційній функції вигляду (9.14) відповідає рівняння, що описує динамічні похибки акселерометрів:

$$\ddot{\tilde{\varepsilon}}_{ai} = -\alpha_a \tilde{\varepsilon}_{ai} + \sigma_{ai} \sqrt{2 \cdot \alpha_{ai}} \cdot \xi_{ai},$$

де ξ_{ai} – білий шум одиничної інтенсивності.

При моделюванні динамічних похибок датчиків БІНС можна скористатися схемою формування випадкових сигналів, наведеною на рис 9.3.



Рис. 9.3

Складовими випадкової похибки датчиків БІНС є марковський процес і процес випадкового блукання.

Марковський процес використовується для апроксимації високочастотного стаціонарного випадкового процесу. Процес випадкового блукання є нестаціонарним.

Складові марковського процесу і випадкового блукання можуть збуджуватися окремими білими шумами або спільним білим шумом, у цьому випадку виникає кореляція між процесами.

Марковська складова випадкової похибки датчиків БНС ε_M має кореляційну функцію

$$K_\varepsilon(\tau) = A \cdot e^{-\mu|\tau|},$$

де $A = \sigma^2$ – дисперсія випадкової похибки; σ – середньоквадратичне відхилення; μ – коефіцієнт згасання кореляційної функції; $T = 1/\mu$ – стала часу кореляції, що дорівнює 0.5 ... 1 год.

Зазвичай марковську складову ε_M представляють у вигляді випадкового процесу, зв'язаного з білим шумом диференціальним рівнянням першого порядку.

Так, кореляційній функції K_ε відповідає рівняння

$$\dot{\varepsilon}_M = -\mu \cdot \varepsilon_M + \sqrt{2 \cdot A \cdot \mu} \cdot w(t), \quad (9.15)$$

де $w(t)$ – вихідний білий шум одиничної інтенсивності з математичним сподіванням, рівним нулю, і кореляційною функцією

$$M[w(t) \cdot w(t)] = \delta(t - \tau).$$

Рівняння (9.15) називають рівнянням формуючого фільтра, на вхід якого надходить випадковий процес $w(t)$ типу білого шуму, а на виході виходить процес $\varepsilon(t)$ з кореляційною функцією $K_\varepsilon(\tau)$.

Математичні моделі похибок датчиків кутової швидкості також можуть бути представлені узагальненою моделлю, наприклад, у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_x &= K_{\omega x} \omega_x + K_{xz} \omega_y - K_{xy} \omega_z + \varepsilon_{\omega x} + \varepsilon_{\omega x_B}; \\ \Delta\omega_y &= K_{\omega y} \omega_y + K_{yx} \omega_x - K_{yz} \omega_x + \varepsilon_{\omega y} + \varepsilon_{\omega y_B}; \\ \Delta\omega_z &= K_{\omega z} \omega_z + K_{zy} \omega_y - K_{yz} \omega_y + \varepsilon_{\omega z} + \varepsilon_{\omega z_B}, \end{aligned} \quad (9.16)$$

де $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – істинні значення кутових швидкостей; $K_{\omega x}, K_{\omega y}, K_{\omega z}$ – похибки масштабних лінійних коефіцієнтів; $K_{xy}, K_{yz}, \dots, K_{zx}, K_{zy}$ – похибки невиваженості приладів у відповідних площинах зв'язаної системи (похибки юстирування); $\varepsilon_{\omega x}, \varepsilon_{\omega y}, \varepsilon_{\omega z}$ – систематичні складові зсувів нулів датчиків, $\varepsilon_{\omega x_B}, \varepsilon_{\omega y_B}, \varepsilon_{\omega z_B}$ – випадкові складові зсувів нулів датчиків (шуми вимірювань).

Математична модель похибок датчиків кутової швидкості в матричній формі має форму, аналогічну (9.13).

Похибки, зв'язані із систематичною і випадковою складовими зсувів нулів датчиків, зі змінами масштабних лінійних коефіцієнтів, розподіляються таким чином, що при збільшенні одного з них зростають всі інші.

У наведених моделях похибок гіроскопів і акселерометрів на різних ділянках траєкторії ЛА вага окремих компонентів може сильно варіюватися. Так, при розгляданні руху ЛА зі сталою швидкістю за прямолінійними траєкторіями найбільший вплив будуть вносити систематичні (сталі) похибки вимірників. Тому на таких ділянках траєкторії моделі (9.12), (9.16) можна істотно спростувати, полегшуючи рішення задач бортового комплексу. Крім того, при відносній малості коефіцієнтів часової кореляції $(A\mu)^{-1}$ у порівнянні з періодом Шулера ($T_{ш} = 84$ хв) шуми вимірювань наближаються до „білого” шуму з певною інтенсивністю. З урахуванням цього моделі похибок акселерометрів і гіроскопів можуть бути спрощені до вигляду

$$\Delta a_i = K_{a_i} + Q_{a_i} \varepsilon_{a_i}; \quad \Delta \omega_i = K_{\omega_i} + Q_{\omega_i} \varepsilon_{\omega_i}, \quad (9.17)$$

де K_{a_i}, K_{ω_i} – постійні похибки вимірників; Q_{a_i}, Q_{ω_i} – інтенсивності випадкових похибок вимірників; $\varepsilon_{a_i}, \varepsilon_{\omega_i}$ – шуми вимірювань. Модель похибок датчиків (9.17) є найбільш простою, однак у багатьох практичних випадках досить ефективною, що дозволяє вирішувати задачі підвищення точності ІНС.

Наведені рівняння похибок ІНС можна вважати загальними, пристосованими й до платформних систем. Відмінність буде лише в змісті матриці B у виразах (9.10), (9.11), яка в цьому випадку буде визначати зв'язок платформної системи координат і системи, вибраної для розв'язання рівнянь похибок. Таким чином, наведена модель похибок ІНС є універсальною, але, як уже відзначалося вище, не єдино можливою. Вибір тієї або іншої форми рівнянь похибок може суттєво спростити, або навпаки, утруднити рішення поставленої задачі, тому до питання вибору моделі похибок ІНС необхідно щораз підходити, добре представляючи умови роботи ЛА і вимоги до бортового комплексу.

Контрольні питання

1. Якими складовими в основному обумовлюються вихідні похибки ІНС?
2. В результаті чого виникають методичні похибки ІНС?
3. Які спрощення мають основний внесок у методичні похибки ІНС?
4. Чим обумовлюються вихідні похибки ІНС, пов'язані з похибками обчислень?
5. Які області похибок обчислень параметрів орієнтації відповідно до причин їх виникнення зазвичай виділяють?
6. Які похибки привносять найбільш вагомий внесок у вихідні похибки ІНС?
7. Які складові можна вважати основними характерними джерелами похибок узагальненого датчика ІНС?
8. Який підхід зазвичай використовують при виведенні рівнянь, що описують динаміку похибок БІНС?
9. Від яких складових відповідно до (9.1) залежить вектор повної похибки БІНС у визначенні місця розташування?
10. Як відповідно до (9.5) можна трактувати повну похибку акселерометрів у вимірюванні вектора уявного прискорення?
11. Як перейти від векторної форми запису рівнянь похибок БІНС до її скалярного еквівалента в обертовій системі координат?
12. Як привести інструментальні похибки гіроскопів і акселерометрів до осей обертової системи координат?
13. Які складові зазвичай враховують при складанні математичних моделей акселерометрів?
14. Які складові зазвичай враховують при складанні математичних моделей датчиків кутової швидкості?
15. Який вигляд мають спрощені моделі похибок акселерометрів і гіроскопів?
16. Яким чином можна сформулювати випадкові складові похибок вимірників?