621.3

ДОСЛІДЖЕННЯ І РОЗРОБКА АТЛАСУ ОПТИМАЛЬНИХ КОНФІГУРАЦІЙ, ТИПОРОЗМІРІВ І ПЛОЩ РАСТРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ І ФРАГМЕНТІВ БАЗОВОЇ ЛАНКИ ПРИ СИНТЕЗІ КОЛЬОРОВИХ НАПІВТОНОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Ситник А.Г.

ВСТУП

Інтерес, що виник у нас до проблем загальних закономірностей у науці про синтезовані зображення й образотворче мистецтво, не випадковий. Тисячолітній досвід мистецтва, що нагромадило скарбницю прекрасного, важко переоцінити. Гармонія, що так яскраво і наочно виявляється у творах мистецтва, має своє, на перший погляд сховане кількісне математичне вираження.

Важливо не тільки пізнати математичну основу творів мистецтва, але і навчитися нею користатися настільки ж активно в процесах електронного репродукування зображень (ЕРЗ), а для цього необхідно охарактеризувати деякі параметри, зокрема, конфігурацію, площі і розміри растрових елементів (РЕ) і фрагментів базової ланки [4] (ФБЛ) і їхнє взаємне розташування на носії.

Часто можна чути, як художник говорить про пропорції полотна, на якому він написав картину, будівельник - про пропорції [2] віконних рам, а конструктор телевізорів - про пропорції екрана. Але ці уживані вираження неточні. Мова йде отут про відносини двох вимірів: довжини і висоти. Слово proportio пустив в оборот, очевидно, Цицерон, знаменитий римський оратор 1 століття до н.е. Але Цицерон ужив це слово не у власному добутку, а у своєму перекладі одного з творів грецького філософа Платона. Римський оратор [2], що видається знавець двох мов, перевів латинським словом пропорція ще більш древній грецький термін аналогія. А це слово утворилося додаванням [2] частки ана- до слова логос, що у грецькій математиці часів Платона вживалося в значенні відносини, наприклад, чи площ відрізків. Зміст частки ана- можна передати словами "знову, ще раз, повторно". Тепер ясно: антична аналогія є не що інше, як "знову повторюване відношення". Саме таке значення ми і повинні числити в науковій естетиці [2] за словом пропорція. Потрібно чи це вченим, що займається проблемами одержання синтезованих зображень ? Навіть дуже, тому що в процесі ЕРЗ при аналізі, обробці і синтезі ми маємо справу саме з РЕ чи ФБЛ кольорових напівтонових зображень [4,6] і наша мета в тім і складається, щоб дати наукове обґрунтування їхніх оптимальних пропорцій.

НАУКОВИЙ АНАЛІЗ

Секрети древньої аналогії (пропорції) намагалися згодом [2] розгадати багато скульпторів і живописці. Знаменитий фламандський художник XV11 століття Рубенс писав про повторюваність трикутної форми в частинах людського тіла: "Ця форма переважає над усіма частинами людської фігури, вона додає чолу його ширину, обрису щік - їхнє звуження донизу, очам - їхня відстань друг від друга. Трикутник додає ширину плечам. Такий, що йде від верхньої частини тіла, доходить своєю вершиною до колін. Підстава трикутника лежить в основі ширини всіх частин тіла - верхніх і нижніх, як, наприклад, що звужується донизу живіт, ширина стегна, що зменшується, подібно перекинутій піраміді, у напрямку до ступні, так само як плечі, руки, кисті рук і пальці, що чим далі, усе більше тоншають". Але чомусь практично відсутні оптимальні трикутні конфігурації РЕ [4,5], хоча обчислення їхніх рішень не представляє труднощів і визначається формулами

$$S=1/2\cdot ab\cdot \sin\gamma=1/2\cdot r\cdot(a+b+c)=abc/4R=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad (1)$$

де a,b,c – сторони; γ – протилежні їм кути;
S – площа; R – радіус описаної окружності;
r – радіус уписаної окружності; p – напівпериметр.

Тому в сучасному ЕРЗ якщо створюється репродукція на основі наприклад, прямокутних РЕ, те найпростіша формула розрахунку [5] визначається формулами

$$S=a\cdot b; \qquad S=a\cdot h \qquad (2)$$

де h – висота прямокутника.

Формула розрахунку трапецеїдальних РЭ [5] визначається таким чином

$$S=1/2\cdot(a+b)\cdot h = m\cdot h \qquad (3)$$

де m – середня лінія.

Формула розрахунку квадратних РЕ [5] визначається таким чином

$$S=a^2; \qquad S=1/2\cdot d^2 \qquad (4)$$

де $d=\sqrt{2}\cdot a$ – діагональ квадрата; a – сторона квадрата.

Такі підходи представляються справедливими також для круглих, нерегулярних, меццо-тинто й інших РЕ і ФБЛ, але розрахунок їхній відбувається без усяких пропорцій, апріорно, і практично не можна визначити оптимальні конфігурації, типорозміри, площі і з яким же оптимальним кроком масштабування повинне відбуватися їхня зміна.

АЛГОРИТМ ДОСЛІДЖЕННЯ

Чимало турбот доставляє сучасним дослідникам таємничий золотий перетин. Ще б ! У жодному античному трактаті по мистецтву немає згадувань про золотий перетин. А виміру древніх храмів показують, що воно зустрічається досить часто. Уся давньогрецька культура розвивалася під знаком золотої пропорції. Греки [2] вперше установили: пропорції добре складеного людського тіла підкоряються її законам, що особливо добре видно на прикладі античних статуй. В епоху Ренесансу золота пропорція вводиться в ранг головного естетичного принципу, тому усі великі художники Відродження компонують свої полотнини свідомо використовуючи золотий перетин. Цю пропорцію, що вважається гармонічної і приємний для зорового сприйняття, відкрили приблизно греки-піфагорійці. Однак немає ніякого сумніву, що число φ було отримано і відображене в пірамідах на кілька десятків тисяч років раніш у камері пануючи Великої піраміди в Гізу. Камера пануючи має наступні розміри, [1] її висота – 5,81 м у точності дорівнює половині діагоналі підлоги – 11,62 м, що показує наявність золотого перетину, тому що відношення сторін камери 1:2. У такий спосіб золотий перетин φ – є ще одним ірраціональним числом, що подібно π, не може бути виражене арифметично і яке одночасно є межею, до якого прагне відношення сусідніх чисел подібно ряду Фибоначчі. Як же в такому випадку найдавніші альмекскі в Мексиці і пізніх античних зодчих у Греції могли використовувати "настільки корисне явище" у своїх композиціях ? Усе питання в тім, як дане відношення зв'язане з законами зорового сприйняття. Для рішення питання в нас посилання [4] тільки на одне надійне джерело: древні окомірні оцінки блиску зірок. Ще в середині II століття до н.е. грецький астроном Гиппарх розділив блиск зірок, видимих неозброєним оком, на шістьох ступіней. Багато століть пізніше за допомогою фотометрів знайшли, що в цій шкалі кожна зірка попередньої ступіні в 2,5 рази яскравіше наступної. Але видимі зірки – крапкові джерела світла. А в поліграфічній композиції світло виходить від протяжних ділянок поверхонь оригіналів у процесі ЕРЗ, і кількість відбитого світла залежить від пропорцій і площі ділянки, тому визначає його градаційний і колірний зміст. І якщо лінійні розміри площ сторін прямокутників, чи трикутників, чи діаметрів кіл зменшуються в 1,618 рази, те самі площі, а з ними і пропорції [2] зменшуються в 2,6 рази, а значить на величину подвійного вурфа Δ_2 =2,618... .

Таким чином, алгоритмом дослідження є відношення золотого перетину φ зв'язано зі шкалою сприйняття освітленості. А ця шкала дійсно особлива. Користаючись нею, Гиппарх і інші астрономи стародавності, як, наприклад, Улугбек у Самарканді, змогли практично без помилок оцінити на око блиск близько 1000 видимих зірок. Найбільшим тріумфом математики з'явилося відкриття формули, яка використана в роботі, що зв'язує число π з підставою натуральних логарифмів е

$$e \cdot \pi \cdot i + 1 = 0 \qquad (5)$$

де і – уявне число, рівне $\sqrt{-1}$, що дає всі підстави формалізувати розрахунок оптичної щільності РЕ і ФБЛ через визначення логарифмічної функції [4].

Це підтверджується і тим фактом, що радіоімпульси, що посилаються в простір могутнім передавачем, викликали загадкова луна [1] у виді п'яти серій відгуків:

15 9 4 8 13 8 12 10 9 5 8 7 6;
12 14 14 12 8 ;
12 5 8 ;
12 8 14 14 15 12 7 5 5 13 8 8 81 39 10 7 14 6 9 5 9 ;
8 11 8 13 3 8 8 8 12 15 13 8 8,

Де кожне число – це проміжок часу в секундах між випромінюванням основного сигналу і луни. Неважко помітити, що відгуки надходили хоча і з різною затримкою, але проте з частим повторенням інтервалів 8 і 12, що наводить на думку про ряд Фибоначчі. "Прочитавши" четверту серію з кінця і виділивши перші сім отриманих крапок, легко переконатися, що "зоряна шифровка" повідомляє про послідовність зірок, яскравість яких поступово убуває [1], а також повідомлення подає інформацію про пропорції відстаней їхній у просторі і ряд інших параметрів.

Тому можна затверджувати, що і золотий перетин φ і число π, застосоване для розчленовування зображення людини в процесі ЕРЗ на РЕ чи ФБЛ, чи частин будинку, автомобіля, чи верстата сприяє точному і легкому сприйняттю форми навіть на великій відстані за рахунок оптимальних пропорцій. Ці пропорції зберігаються не тільки для макросвіту, але і для мікросвіту, так ефект Джефферсона також зв'язаний з числами ряду Фибоначчі [2].

У III столітті до н.е. греки склали список "семи чудес Землі". Протягом тисячоріч одні чудеса часом переміняли інші, але чудом номер один незмінно називалися єгипетські піраміди. І насамперед Велика піраміда в Гізу, відома як піраміда Хуфу (по грецькі Хеопса). Геродот бачив у Гізу ці монументи в V столітті до н.е.

П. Смит повідомив про відкриття їм у піраміді Хуфу [1] числа π : прийнявши кут нахилу граней 51° 51' 14" і розділивши периметр підстави на її подвоєну висоту, одержуємо 3,14159. Сторона підстави піраміди відома досить точно: 233,16 м. Відношення половини її до висоти піраміди близько до синуса і косинуса 51° 51' 51" і до чверті π. Акуратно пробитий прохід у піраміді як висхідний, зроблений під кутом 26° 2' 30", так і спадний – 26° 31' 32", тому чи є збігом, що він складає половину кута нахилу бічних граней піраміди 52°? Звідси випливає, що він є ключовим елементом формули алгоритму дослідження, що дозволяла підкорити конструкцію Великої піраміди залежностям сферичної геометрії.

У [1], де зазначені результати найбільш точних вимірів піраміди, висота її 146,6 м і периметр підстави 920,85 м знаходяться в тім же відношенні, що і радіус сфери з її окружністю. Це відношення дорівнює 2π. Дійсно, якщо подвоїти цю висоту, то відношення до неї периметра дає число π, але ...рівне 3,16725, що відомо як єгипетське число π , що виражає відношення довжини окружності до її діаметра й апроксимується відношенням 256:81 (3,1604937) чи $\sqrt{10} = 3,162$.

Але адже і піраміда Сонця в Теотиуакане в Мексиці також виражає знання і свідоме використання трансцендентного числа π, у цьому випадку висота піраміди 71,1 м дорівнює периметру підстави 893,3 м, діленому на 4π. Таким чином, виявляється, що в конструкціях самого чудового монумента Древнього Єгипту і самого чудового монумента Древньої Мексики використовувалися співвідношення з числом π і золотого перетину φ задовго до офіційного "відкриття" цих трансцендентних чисел греками і на значному географічному видаленні від останніх, але вони не використовуються розроблювачами в ЕРЗ при розрахунку конфігурацій і типорозмірів РЕ і ФБЛ.

М. Ребер знайшов у піраміді формулу золотого перетину [1], зашифровану у відношенні радіуса уписаної окружності до половини сторони підстави. Відношення π (3,16) до потроєного тангенса кута нахилу вхідного тунелю піраміди (0,49х3) дорівнює напівдобутку сторони лицювальної плити, помноженої на π(2,14), що близько до логарифма висоти піраміди (2,16). Останній же являє собою відношення 0,02 висоти піраміди (1,357), що близько за значенням до одинарного вурфу Δ_1=1,309... . Відомо, що ще два з половиною століття назад підозрювали, що піраміда є одночасно і гігантським гномоном (сонячну годинник) і біля її знайшли незабаром платформу для цих цілей площею 27181,78 м^2 – це половина площі підстави піраміди, а сторона квадратних плит, якими вона вимощена, складає 1,357 м, що близько за значенням до одинарного вурфу Δ_1=1,309... тобто повторюються середні розміри плит облицювання самої піраміди.

В. Питри висунув "теорію площ" [1], що для нас становить найбільший інтерес при формуванні конфігурацій і розмірів РЕ і ФБЛ. Так камери піраміди "були квадратними коренями цілих чисел єгипетських квадратних ліктів", у той час як довжина їхніх сторін сама по собі не обов'язково представляла цілі числа лінійних ліктів. Якщо ж розглянути розміри головної галереї, що веде в усипальницю фараона, то її висота 7,3 м, це половина висоти, на якій розташований вхід у піраміду, чи 1/20 висоти всього спорудження. Довжина ж (46,25) близька до 0,2 сторони підстави. Пропорції галереї такі, що відношення висоти піраміди до довжини галереї дорівнює відношенню периметра підстави до подвоєної висоти піраміди π, а відношення довжини галереї до її висоти - відношенню периметра підстави до висоти піраміди 2π.

Розташування входу в піраміду [1] на висоті 14,6 м (1/10 висоти піраміди) теж свідчить про деяку систему. Можна припустити, що єгиптяни використовували канон пропорцій, наприклад, відстань між кінцями витягнутих пальців великого і вказівного (п'ядь Київської Русі), по тому якщо прийняти його довжину 0,185 м, те можна допустити й існування визначеного модуля, так називаного "великого модуля" рівного 108 пальцям, що є, до речі, одним із членів ряду Фибоначчі, тобто по величині рівного 19,98 м. У просторовому вираженні такий модуль близький до числа $2\pi^2$ (19,99 м). Крім того число 108 дає 10 дробових чисел, що додає йому незвичайну хибкість. Числа, зв'язані з прецесією Землі [1], це 360, 72, 30 і 12. Дуже важливим є і число 216 і його похідні, наприклад, помножене на 2, тобто 432, 4320, 43200 і т.д., а всі разом узяті числа це не що інше як елементи ряду Фибоначчі, але не тільки. Ця піраміда служить картографічною проекцією в масштабі 1:43200 Північної півкулі Землі, демонструючи через число 2π, що піраміда є масштабною моделлю Землі [3]. Похідним від великого модуля міг би бути інший, так називаний "середній модуль", що складається з 36 пальців, що теж входить у ряд Фибоначчі.

Його десята частина (0,666 м) відповідає довжині людського кроку. Отже головний модуль складався з 30 кроків. Зручність такої системи не вимагає доказів. Ув'язування ж її і з числом π, і числами ряду Фибоначчі, і зотого перетину φ була дуже [4] до речі для астрономів і математиків, але чомусь завзято ігнорується розроблювачами ПЕОМ, систем ЕРЗ й обробки зображень. У піраміді Хуфу відношення сторони її підстави до висоти головної галереї виражається числом 33,3, чи $\pi^2/3$, чи 180 пальців, чи десяті малим модулям, чи 1х2/3 головного модуля, а висота піраміди Джосера – 59,94 м, тобто 324 пальця, чи потроєний головний модуль. Єгиптяни явно використовували стандарт із числами золотого перетину $\alpha = 1{,}618$, числа $\pi = 3{,}14$, подвійного вурфу $\Delta_2 = 2{,}618$ і одинарного вурфу $\Delta_1 = 1{,}309$. У такий спосіб ми можемо зробити висновок, що числова взаємозалежність при побудові всіх пірамід, їхня конфігурація і типорозміри – не випадковість, а розроблена оптимальна система конфігурацій і типорозмірів, зв'язана з розвитком життя і Землі. Це дає нам право виявити зв'язок золотої пропорції φ з числом π за допомогою наступної формули

$$\varphi = 2 \cos (\pi / 5) \qquad (6)$$

Таким чином, усі три величини – e, π, φ – зв'язані між собою простими відносинами і можуть бути виражені через співвідношення рядів цілих чисел. Чи не свідчить це про їх органічний [4] єдності і про їхню фундаментальність, як нам представляється.

Звичайно, ціль нашої роботи не полягає в тому, щоб повторювати відомі виміри пірамід і проводити дослідження в області єгиптології, чи вишукування в області аномальних явищ древньої Греції, чи Мексики, а в тім, щоб показати, що немає і не було необхідності сьогодні "винаходити" власні конфігурації і типорозміри того, чим користається людство в перевірених формах і розмірах на практиці більш 36 000 років у Єгипті і Мексиці [1]. Числового ж значення вимірів параметрів пірамід дані не з метою блиснути ерудицією, а наочно показати, що вони в даних дослідженнях і розробках РЕ і ФБЛ – базова основа наших розрахунків і запропонованого методу, а не випадають із загального природного процесу формування конфігурацій і типорозмірів. Наступна мета – синтезоване зображення повинне формуватися з елементів такої конфігурації і таких типорозмірів, що не створюють при сприйнятті ефект однорідної «гомогенного середовища», як у вугільній шахті, де все однакове й одноколірне, що викликає в спостерігача симптоми такої хвороби, як ністагм, або «агресивного полючи», як однакові заклепки на фюзеляжі літака, що приводить до «збою саккад», і око людини посилає в мозок сигнал за сигналом, що приводить до дискомфорту сприйняття синтезованих зображень і до психічних розладів за рахунок того, що зорова система людини вводиться в оману. Це в якомусь ступені має місце і при перегляді сучасних поліграфічних ілюстрацій, архітектурних і виробничих конфігурацій, що не відповідають законам комфортності сприйняття. Тому наша задача забрати лушпайку непотрібних нашарувань модерних і ні на чому не заснованих конфігурацій форм і розмірів РЕ і ФБЛ і прийти до тому, з чого людство почало тисячі років тому, але на сучасному і більш високому рівні еволюційного розвитку науки про синтезовані зображення.

У своїх дослідженнях Фехнер установив [4], що співвідношення сторін картин, зібраних у європейських музеях за 400 років, не відповідають загальноприйнятому золотому перетину. У роботі Фехнера представлені дані на середні відносини сторін біля півтори тисяч жанрових картин, що рівні не довільним числам, а інваріантам хвиль α, β, γ, δ, ρ, σ і θ з погрішністю менш одного відсотка. Знання психофізіологічних особливостей зору поряд з урахуванням задач ЕРЗ дає можливість виробити критерії якості зображення [4], використовуючи в роботі закон Вебера-Фехнера

$$\Delta B / B = \psi \tag{7}$$

де ψ – називається відносним порогом чи граничним контрастом ока.

Так у процесі творчості художник прагне виразити визначений настрій усіма доступними йому [2] засобами (і сам переживає його), будь те розмірами сторін картини, наприклад, стан спокою, умиротворення при співвідношенні кратному впливу α хвиль, чи конфлікту, тривоги, емоційного вибуху при співвідношенні кратному впливу β хвиль. Природно, що при цьому він реалізує у своїй роботі інваріанти й інші хвилі, наприклад, γ чи δ. Коли художник цілком захоплений процесом творчості, натхненням, він використовує до межі усі свої можливості; у його мозку переважає хвиля ρ [2], або на межі його інтелектуальних можливостей переважає хвиля σ, як підтверджується статистикою Фехнера і даними Соколова [4], які використалися в роботі і як нами представлено в (табл. 1)

Таблиця 1

Найменування головних інваріантів мозку,	Типи хвиль мозку і їхній частотний діапазон, гц	Інваріанти алгоритмів хвиль мозку, S-перетину
альфа (α)	8 – 13	1,255
бєта (β)	14 – 35	1,618
гама (γ)	33 – 55	1,285
дельта (δ)	0,5 – 3,5	1,232
ро (ρ)	55 – 118	1,465
сигма (σ)	118 – 225	1,380
тєта (θ)	4 – 7	1,324

Виходить таблиця числових інваріантів, що характеризує хвилі електричної активності головного мозку і підтверджуюча нашу гіпотезу про її ідентичність з формалізованим кроком побудови типорозмірів і конфігурацій РЕ і ФБЛ, що розкриває одну з граней проблеми комфортності сприйняття синтезованих зображень. Повторення нами досвіду Фехнера [4] з дітьми восьми років показало, що вони не віддають переваги якої-небудь визначеної конфігурації: квадрата, прямокутника, окружності, і т.д. при сприйнятті зображень складених з таких РЭ, ФБЗ чи співвідношення сторін картини: у їхньому мозку ще не виробився інформаційний резонанс, як ми думаємо, а значить і немає резонансного сприйняття синтезованих зображень, тоді і немає резонансу хвилі β, що іноді підмінюється хвилями іншого типу емоційного порушення.

Звідси випливає, що хвилі мозку розвиваються поступово як і зір, що визначає форму і міру дозрівання мозку. От чому дорослі люди, як ми думаємо, предпочитают оптимальні конфігурації і типорозміри засновані на принципах побудови золотого перетину. Збіг відносин сторін картин з інваріантами хвиль мозку не тільки підтверджує точність інтуїції художників [4], але і служить ще одним вагомим доказом правильності гіпотези, запропонованої нами при побудові РЕ, ФБЛ [5,6] і конфігурації синтезованої репродукції, а також існування системи інваріантів хвиль мозку, що впливають на комфортність сприйняття ілюстрації оком людини.

З цього випливає, що нами пропонується універсальна конфігурація і розрахунок типорозмірів РЕ і ФБЛ, що при необхідності в процесі ЕРЗ для різного типу зображень сцени можуть автоматично масштабуватися і трансформуватися в прямокутні, квадратні, трикутні, круглі і т.д. РЕ і ФБЛ.

Не переоцінюючи значення зроблених нами побудов і конфігурацій РЕ і ФБЛ, помітимо, що така ж модель цілого чисельного відображення числа π і φ виявлена при розшифровці геометричної структури мегалітичних споруджень Стоунхенджа в Англії [1], що також підтверджує розповсюдженість використання подібних конфігурацій і типорозмірів. Тоді відносна площа РЕ в заданій ділянці зображення може бути визначена з обліком зроблених нами виправлень по формулі

$$S = k\,\Delta_2\,(1/n) \sum_{i=0}^{i=+\infty} S_i \cdot L^2 \tag{8}$$

де $k\,\Delta_2$ – табличний коефіцієнт перерахування з кроком $\Delta_2 = 2{,}618$;

S_i – площа РЕ; L – лініатура растру; n – число обмірюваних крапок.

Встановлено, що ефективність створення і використання різних однотипних РЕ чи ФБЛ буде найбільшої, якщо їх основні характерні величини (довжина і висота) наростають у визначеній послідовності. Аналіз закономірності зміни таких характерних параметрів показав, що їхню величину можна визначити по формулі [2] геометричні прогресії і тим самим розрахувати її не з довільним кроком масштабування, як це робилося раніш, а в кожнім конкретному випадку задавати за законом спірального розвитку

$$a_k = a_1\,10^{\,1/g\,(k-1)} \tag{9}$$

де a_1 – початкове (базове) значення РЕ чи ФБЛ;

k – порядковий номер однотипного РЕ чи ФБЛ у послідовності;

$\sigma = 1/g$ – показник прогресії, що залежить від сукупності величин, РЕ чи ФБЛ, що визначають усе зображення.

Тут крім уже відомих величин використаний параметр σ, що характеризує темп зміни, а наявність експоненти показує, що зміна функції пропорційно самій її величині.

У такий спосіб прогресія виду: $1, \Phi, \Phi^2, \ldots, \Phi^n$ є не тільки геометричної, але й арифметичної. Крім цього, вона повинна бути подібно ряду Фибоначчі, де кожен член, починаючи з третього, повинний бути дорівнює сумі двох попередніх членів ряду, але тоді вона задовольняє і рівнянню логарифмічної спіралі. Тоді оптимальне розташування РЕ чи ФБЛ синтезованих на носії повинні вироблятися під 45°, як емпірично традиційно склалося, але у виді логарифмічної спіралі в полярних координатах

$$\rho = a\,e^{\,k\varphi} \tag{10}$$

де $k = \mathrm{ctg}\,\alpha$; $\alpha = \upsilon / \acute{\omega}$; $\varphi = \rho / \alpha$.

Таким чином, закономірності, описувані числами Фибоначчі і геометричною прогресією, не випадкові. Дуже імовірно, що вони характеризують міру зміни яких-небудь проявів матеріального світу, що потребує додаткових досліджень, причому числа Фибоначчі відбивають підсумовування властивостей, а геометричні прогресії і логарифмічні спіралі – їхній експонентний ріст чи убування відповідно до заданого масштабування. Раніше в [4], наприклад, пропонувалось використати для цього спіраль Архімеда, як для обертання на інший кут і одноразово для формування елементів зображень в системі полярних координат. У той час як сучасні РЕ чи ФБЛ характеризують тільки синтетичне й апріорне твердження, що людина розрізняє не менш 5 мкм елемент неважливо якої форми і розміру, хоча на практиці деякі користувачі з працею розрізняють прописані лазерним формним автоматом (ЛФА) штрихи товщиною 33,3 мкм для формування РЕ чи ФБЛ, а інші їх не розрізняють зовсім. Тому для практичного використання коефіцієнти масштабування найбільше оптимально можна розраховувати для ЕРЗ з обліком вище перерахованих факторів і обумовлених по формулі

$$M = k\,\Delta_2 \cdot (d_{ф} / d_{op}) = k\,\Delta_2 \cdot (R_{op} / L_p) \qquad (11)$$

де $d_ф$ і d_{op} – діаметри циліндрів для закріплення оригіналу і формного матеріалу;

$k\,\Delta_2$ – табличний коефіцієнт перерахування з кроком $\Delta_2 = 2{,}618$;

R_{op}– щільність ліній розгорнення оригіналу; L_p – лініатура растра репродукції.

Це підтверджується і тим фактом, що якщо розглянути закономірності відстаней планет навколо Сонця, їхні розміри, орбітальні швидкості і ряд інших параметрів [2], те у всіх обчисленнях присутнє число π, і як ми з'ясували, і число φ, а щоб підтвердити це звернемося до ряду чисел, відомих [1] у математиці як п’яті-кутові, що характеризують ці співвідношення, то одержимо наступний ряд

$$1,2,3,4,5,6,8,10,12,13,16,19,22,23,27,31,35,\ldots \qquad (12)$$

Запропонованим методом вибірки неважко в цьому ряді розглянути математичну послідовність, відому за назвою ряду Фибоначчі

$$1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,\ldots \qquad (13)$$

З цього варто помітити, що кожен член цього ряду, починаючи з третього, дорівнює сумі двох попередніх членів. І якщо позначити n-й член через φ (n), те його зв'язок із попередніми членами φ (n-1) відобразиться формулою

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + \varphi(n-2) \qquad (14)$$

тому легко довести, що межа цієї послідовності збігається зі знаменитим числом $1+\sqrt{5}/2$, що характеризує так називану золоту пропорцію, чи, ще говорять, гармонічне, чи золотий перетин. Властивості золотого перетину описуються рівнянням

$$X^2 - X - 1 = 0; \qquad \alpha = 1 + \sqrt{5}/2 = 1{,}618 \qquad (15)$$

Таким чином, при рішенні задачі [4], позначимо через $\varphi_\rho(n)$ числовий ряд чисел Фибоначчі, де n.=.1,2,3….– числовий номер ряду і при кількості кроків ρ = 1,2,3.. , тоді з цих міркувань при n>p випливає наступне рекурентне співвідношення

$$\varphi_\rho(n) = \varphi_\rho(n-1) + \varphi_\rho(n-p-1) \qquad (16)$$

де ρ – ціле ненегативне число.

Якщо ми розглянемо тільки деякі взаємозалежності, то знайдемо ρ-числа Фибоначчі і ступіні золотого ρ-перетину [2], де є присутнє пов'язані з ними як величини золотого перетину α = 1,618, так и подвійного вурфу $\Delta_2 = 2{,}618$. Таким чином, можемо зробити висновок, що має місце те, що числова взаємозалежність градаційного змісту РЕ, і ФБЛ, і їхньої площі, конфігурації, і типорозміри, це ще раз підтверджує зроблені раніше висновки. При цьому системний кількісний аналіз хвиль електричної активності мозку відкриває цікаві, на наш погляд, закономірності, представлені в у виді числових інваріантів. Дійсно, задамося числовим параметром S=0,1,3,4,..., що може приймати будь-як значення. І розглянемо числовий ряд, (S+ 1) перших членів якого – одиниці, а кожний з наступних дорівнює сумі двох членів:

попереднього і віддаленого від попереднього на s кроків. Тепер, якщо n-й член цього ряду ми позначимо через φ_s (n), те виходячи з цього одержимо шукану загальну формулу

$$\varphi_s (n) = \varphi_s (n-1) + \varphi_s (n-S-1) \qquad (17)$$

Очевидно, що при S=0 ми одержуємо розподіл відрізка навпіл, а з цієї формули одержимо "двоічний" ряд. При s > 1 одержимо вже знайомий золотий перетин, а з цієї формули – ряд Фибоначчі. Якщо приймає значення S=2,3,4..., тоді одержимо новий ряд чисел, що відомий як S-числа Фибоначчі. Тоді рівняння золотого S-перетину можливо представить наступним враженням

$$x^{s+1} - x^s - 1 = 0 \qquad (18)$$

де s – золота пропорція; α_s – корінь рівняння чи інваріанти хвиль.

І дійсно, відношення сусідніх S-чисел Фибоначчі α_s с абсолютної математичної точністю співпадають в пределі с золотими S-пропорціями. Математики у таких випадках кажуть, що золоті [4] S-перетину є числови інваріанти S-чисел Фибоначчі, а це означає і інваріантами хвиль електричної активності головного мозку, що відкривають одну зі сторін проблеми синтезу кольорових напівтонових зображень – комфортність їх сприйняття за рахунок оптимальних пропорцій площ, типорозмірів і конфігурацій РЕ и ФБЛ. А оскільки вище встановлене математичний зв'язок між золотим S-перетину і S-числами Фибоначчі, тому відкроєм для прикладу, зміст Атласу в вигляді фрагмента з (табл. 2), де покажемо як же зараз буде мати вигляд інформація на підґрунті числових інваріантів, зміст яких з простих дійсних и безликих чисел в вигляді перебірка варіантів, як було раніше, має реальний зміст. Для перевірки розробленого алгоритму рішення запропонованої нами гіпотези реалізуємо програму [4], що сформує зміст Атласу для розрахунку 512-ти площ, конфігурацій і типорозмірів кожного з РЕ чи ФБЛ зображення з використанням стандартів з числами золотого перетину α=1,618, числа π=3,14 і кроком зміни пропорцій площ на величину подвійного вурфу Δ_2=2,618. Обробку цих величин зараз можливо робить на комп'ютері. Фрагмент таблиці Атласу конфігурацій, типорозмірів і площ з використанням числових інваріантів представлений в (табл. 2)

ВИСНОВОК: Ці співвідношення площ, конфігурацій і типорозмірів кожного з РЕ чи ФБЛ зображення з використанням стандартів з числами золотого перетину α=1,618, числа π=3,14 і кроком зміни пропорцій площ на величину подвійного вурфу Δ_2=2,618 наочно виражені в приведених нами таблицях, але не звертали на себе уваги дослідників і фахівців тому, що відбите в них явище не було враховано і не використовувалося. Тепер ці таблиці знайшли реальний зміст і значення. А розробка Атласу оптимальних конфігурацій, типорозмірів і площ РЕ і ФБЛ дозволить дати пояснення на багато накопичених проблем в галузі синтезованих зображень і питання у фундаментальних дослідженнях, що знаходить рішення на новому і більш високому рівні розуміння процесів, що відбуваються, ЕРЗ і їхнього практичного використання в ОУ ЗС України.

Таблиця 2

№ п/п. Кількість	Крок зміни пропор-	№ п/п. Кількість	Крок зміни пропор-

масштабувань	цій розмірів площ РЕ і ФБЛ	масштабувань	цій розмірів площ РЕ і ФБЛ

1. 2,618033988749895;
2. 2,147899035704788;
3.1,905166167754019;
4.1,754877666246693;
5.1,651736555054782;
6.1,576086585222833;
7.1,517958614824596;
8.1,471732250559846;
9.1,43398573342966;
10.1,402510407680959
11.1,37581346198182;
12.1,352847647446374;
13.1,332855358628805;
14.1,315274194109348;
15.1,299677378599324;
16.1,285734857587547;
17.1,273187126637321;
18.1,261827167429775;
19.1,251487694356846;
20.1,242031968649633;
21.1,23334706322398;
22.1,225338844942937;
23.1,21792818216328;
24.1,211048040717336;
25.1,2046412336215;
26.1,198658658299279;
27.1,193057901857033;
28.1,187802127377557;
29.1,182859177023555;
30.1,178200844032946;
31.1,173802277460303;
32.1,169641492126469;
33.1,16569896260103;
34.1,161957284793549;
35.1,158400892310879;
36.1,155015817462022;
37.1,151789488880966;
38.1,14871055935283;
39.1,145768758686053;

171. 1,045403737938897;
172. 1,045190482254606;
173.1,044979421305912;
174.1,044770519345668;
175.1,044563742540968;
176.1,044359057495676;
177.1,044156431522345;
178.1,043955832623296;
179.1,043757229472342;
180.1,043560591397054;
181.1,043365888361613;
182.1,043173090950194;
183.1,042982170350889;
184.1,042793098340098;
185.1,042605847267438;
186.1,042420390041097;
187.1,042236700113654;
188.1,042054751468314;
189.1,041874518605578;
190.1,041695976530306;
191.1,041519100739171;
192.1,041343867208491;
193.1,041170252382426;
194.1,040998233161508;
195.1,040827786891538;
196.1,040658891352777;
197.1,040491524749475;
198.1,040325665699694;
199.1,040161293225421;
200.1,039998386742984;
201.1,039836926053715;
202.1,039676891334896;
203.1,039518263130966;
204.1,039361022344953;
205.1,039205150230173;
206.1,039050628382139;
207.1,038897438730709;
208.1,038745563532447;
209.1,038594985363187;

341. 1,025867448680261
342. 1,025805206061798
343.1,025743289609007
344.1,025681696682476
345.1,025620424671676
346.1,025559470994332
347.1,025498833097136
348.1,025438508453165
349.1,025378494563696
350.1,025318788956742
351.1,025259389186896
352.1,025200292834981
353.1,025141497507688
354.1,025083000837234
355.1,025024800481013
356.1,024966894121259
357.1,024909279464725
358.1,024851954242341
359.1,024794916208904
360.1,024738163142755
361.1,024681692845471
362.1,024625503141565
363.1,02456959187817;
364.1,024513956924758
365.1,024458596172837
366.1,024403507535669
367.1,02434868894799;
368.1,024294138365725
369.1,024239853765716
370.1,024185833145458
371.1,024132074522828
372.1,024078575935821
373.1,024025335442306
374.1,023972351119748
375.1,023919621064992
376.1,023867143393986
377.1,02381491624156;
378.1,023762937761175
379.1,023711206124696

40.1,142954767459443;
41.1,140260108251205;
42.1,137677051575304;
43.1,135198534244493;
44.1,13281808827623;
45.1,130529778778398;
46.1,12832814951202;
47.1,126208175040679;
48.1,124165218550393;
49.1,122194994567105;
50.1,120293535917491;
51.1,118457164377167;
52.1,116682464532441;
53.1,11496626045032;
54.1,113305594809122;
55.1,111697710190558;
56.1,110140032275126;
57.1,108630154717517;
58.1,107165825508211;
59.1,105744934652757;
60.1,104365503021753;
61.1,103025672243068;
62.1,101723695523819;
63.1,100457929303241;
64.1,099226825649587;
65.1,098028925324346;
66.1,096862851446102;
67.1,095727303694063;
68.1,094621052998116;
69.1,093542936668126;
70.1,092491853920483;
71.1,091466761764375;
72.1,090466671214552;
73.1,089490643798837;
74.1,088537788338971;
75.1,087607257971637;
76.1,08669824739709;
77.1,085809990330463;
78.1,084941757140013;
79.1,084092852656201;
80.1,083262614137251;
81.1,082450409378297;
82.1,081655634952283;
210.1,038445687110806;
211.1,038297651968202;
212.1,038150863426447;
213.1,038005305409602;
214.1,037860961560907;
215.1,037717816651142;
216.1,037575855157831;
217.1,037435061966598;
218.1,037295422223883;
219.1,037156921331286;
220.1,037019544940051;
221.1,036883278945687;
222.1,036748109482748;
223.1,036614022919726;
224.1,036481005854088;
225.1,03634904510744;
226.1,036218127720806;
227.1,036088240950028;
228.1,035959372261299;
229.1,03583150932678;
230.1,035704640020346;
231.1,035578752413432;
232.1,035453834770988;
233.1,03532987554752;
234.1,035206863383244;
235.1,035084787100326;
236.1,034963635699206;
237.1,034843398355033;
238.1,034724064414167;
239.1,034605623390768;
240.1,034488064963472;
241.1,03437137897215;
242.1,03425555541473;
243.1,034140584444105;
244.1,034026456365115;
245.1,033913161631591;
246.1,033800690843478;
247.1,033689034744017;
248.1,033578184216996;
249.1,033468130284066;
250.1,033358864102118;
251.1,033250376960715;
252.1,033142660279585;
380.1,023659719522161
381.1,023608476161547
382.1,023557474268554
383.1,023506712086379
384.1, 0234561878755;
385.1,023405899913461
386.1,023355846494664
387.1,023306025930159
388.1,02325643654744;
389.1,023207076690237
390.1,023157944718335
391.1,023109039007357
392.1,023060357948585
393.1,023011899948763
394.1,022963663429916
395.1,022915646829155
396.1,022867848598513
397.1,022820267204742
398.1,02277290112916;
399.1,022725748867461
400.1,022678808929546
401.1,022632079839365
402.1,022585560134735
403.1,022539248367181
404.1,022493143101785
405.1,022447242917004
406.1,02240154640454;
407.1,022356052169158
408.1,022310758828554
409.1,022265665013194
410.1,022220769366162
411.1,022176070543027
412.1,022131567211684
413.1,022087258052222
414.1,022043141756773
415.1,021999217029389
416.1,021955482585883
417.1,021911937153722
418.1,021868579471868
419.1,021825408290663
420.1,021782422371694
421.1,021739620487667
422.1,021697001422279

83.1,080877714572058;
84.1,080116097563897;
85.1,07937025744373;
86.1,07863969058801;
87.1,077923914991945;
88.1,077222469108424;
89.1,076534910761551;
90.1,075860816129228;
91.1,075199778789684;
92.1,074551408827291;
93.1,073915331993384;
94.1,073291188918155;
95.1,072678634370017;
96.1,072077336559101;
97.1,071486976481859;
98.1,070907247303928;
99.1,070337853778667;
100.1,069778511698985;
101.1,06922894738023;
102.1,068688897172093;
103.1,068158106997645;
104.1,067636331917752;
105.1,067123335719232;
106.1,066618890525267;
107.1,066122776426655;
108.1,06563478113262;
109.1,065154699639961;
110.1,064682333919439;
111.1,064217492618326;
112.1,063759990778178;
113.1,063309649566922;
114.1,062866296024385;
115.1,062429762820507;
116.1,061999888025505;
117.1,061576514891278;
118.1,061159491643431;
119.1,060748671283309;
120.1,060343911399499;
121.1,059945073988231;
122.1,059552025282242;
123.1,059164635587602;
124.1,058782779128076;
125.1,058406333896629;
253.1,033035705606187;
254.1,032929504613295;
255.1,032824049096683;
256.1,032719330972819;
257.1,032615342276642;
258.1,032512075159372;
259.1,032409521886375;
260.1,032307674835069;
261.1,03220652649289;
262.1,03210606945528;
263.1,032006296423745;
264.1,031907200203937;
265.1,03180877370378;
266.1,031711009931649;
267.1,031613901994568;
268.1,031517443096467;
269.1,031421626536463;
270.1,03132644570718;
271.1,03123189409311;
272.1,031137965269004;
273.1,031044652898296;
274.1,030951950731567;
275.1,030859852605025;
276.1,030768352439045;
277.1,030677444236708;
278.1,030587122082391;
279.1,030497380140374;
280.1,030408212653494;
281.1,030319613941793;
282.1,030231578401239;
283.1,030144100502426;
284.1,030057174789338;
285.1,029970795878117;
286.1,029884958455858;
287.1,029799657279438;
288.1,029630643033628;
289.1,029630643033628;
290.1,029546919816616;
291.1,029463712548012;
292.1,029381016316729;
293.1,029298826274882;
294.1,029217137636744;
295.1,029135945677752;
423.1, 0216545639701;
424.1,021612306936441
425.1,021570229137242
426.1,021528329398949
427.1,021486606558397
428.1,021445059462693
429.1,021403686969103
430.1,021362487944946
431.1,021321461267466
432.1,021280605823736
433.1,021239920510549
434.1,021199404234304
435.1,021159055910908
436.1,021118874465664
437.1,021078858833177
438.1,021039007957246
439.1,020999320790767
440.1,020959796295636
441.1,020920433442645
442.1,020881231211392
443.1,020842188590187
444.1,020803304575952
445.1,020764578174135
446.1,020726008398615
447.1,02068759427161;
448.1,020649334823597
449.1,020611229093213
450.1,020573276127178
451.1, 0205354749802;
452.1,020497824714903
453.1,020460324401725
454.1,020422973118861
455.1,020385769952156
456.1,020348713995044
457.1,020311804348456
458.1,020275040120754
459.1,020238420427638
460.1,020201944392086
461.1,020165611144269
462.1,020129419821474
463.1,020093369568046
464.1,020057459535295
465.1,020021688881441

126.1,058035181513698;
127.1,057669207091826;
128.1,057308299106399;
129.1,0569523492721;
130.1,056601252424813;
131.1,056254906408711;
132.1,055913211968241;
133.1,05557607264474;
134.1,055243394677526;
135.1,054915086909144;
136.1,054591060694625;
137.1,054271229814552;
138.1,053955510391714;
139.1,053643820811227;
140.1,053336081643906;
141.1,053032215572766;
142.1,052732147322482;
143.1,05243580359169;
144.1,052143112987973;
145.1,051854005965427;
146.1,05156841476468;
147.1,051286273355239;
148.1,051007517380096;
149.1,050732084102441;
150.1,050459912354432;
151.1,050190942487901;
152.1,049925116326921;
153.1,049662377122166;
154.1,049402669506951;
155.1,049145939454907;
156.1,048892134239225;
157.1,048641202393372;
158.1,048393093673247;
159.1,048147759020688;
160.1,047905150528309;
161.1,047665221405577;
162.1,047427925946077;
163.1,047193219495974;
164.1,046961058423527;
165.1,046731400089697;
166.1,04650420281976;
167.1,046279425875897;
168.1,046057029430723;
296.1,029055245733525;
297.1,028975033198892;
298.1,028895303526952;
299.1,028816052228144;
300.1,02873727486933;
301.1,028658967072916;
302.1,028581124515958;
303.1,028503742929322;
304.1,028426818096821;
305.1,028350345854404;
306.1,02827432208934;
307.1,028198742739419;
308.1,028123603792163;
309.1,028048901284082;
310.1,027974631299896;
311.1,027900789971807;
312.1,027827373478783;
313.1,027754378045832;
314.1,027681799943306;
315.1,027609635486219;
316.1,027537881033576;
317.1,027466532987706;
318.1,027395587793615;
319.1,027325041938343;
320.1,027254891950355;
321.1,0271851343989;
322.1,027115765893435;
323.1,027046783083012;
324.1,026978182655701;
325.1,026909961338025;
326.1,026842115894384;
327.1,026774643126519;
328.1,026707539872956;
329.1,026640803008479;
330.1,026574429443607;
331.1,02650841612408;
332.1,026442760030348;
333.1,026377458177079;
334.1,026312507612673;
335.1,02624790541877;
336.1,026183648709796;
337.1,026119734632487;
338.1,026056160365435;
466.1,019986056771531
467.1,019950562377381
468.1,019915204877494
469.1,019879983457002
470.1,019844897307597
471.1,019809945627461
472.1,019775127621199
473.1,019740442499783
474.1,019705889480478
475.1,019671467786784
476.1,019637176648371
477.1,019603015301021
478.1,019568982986561
479.1,01953507895281;
480.1,019501302453513
481.1,019467652748283
482.1,019434129102548
483.1,01940073078749;
484.1,019367457079982
485.1,019334307262546
486.1,019301280623286
487.1,019268376455838
488.1,01923559405931;
489.1,019202932738242
490.1,019170391802534
491.1,019137970567413
492.1,01910566835337;
493.1,019073484486109
494.1,019041418296498
495.1,019009469120527
496.1,018977636299243
497.1,018945919178719
498.1,018914317109988
499.1,018882829449012
500.1,018851455556626
501.1,018820194798487
502.1,018789046545044
503.1,018758010171473
504.1,018727085057649
505.1,018696270588089
506.1,018665566151919
507.1,018634971142816
508.1,018604484958987

169.1,045836974541704; 339.1,025992923118641; 509.1,018574107003101
170.1,045619223126468; 340.1,02593002013308; 510.1,01854383668227;
511.1,01851367340799; 512.1,018483616596112;............. .

Список литературы

1. Про одну задачу оптимального керування з малим параметром / Нікольський М. С. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 3. — С. 149-154.
2. Структура цінової функції в іграх переслідування-ухилення на поверхнях / Мелікян А. А. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 3. — С. 155-163.
3. Про розширення диференційних операторів та негладких рішеннях диференціальних рівнянь / Самборський С. Н. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 3 — С. 163-180.
4. Про одну особливість багатокритеріальних диференціальних ігор / Жуковський В. Й. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 3. — С. 181-188.
5. Розширена версія мови MSC / Летичевський О. А., Капітонова Ю. В., Котляров В. П., Летичевський О. О., Волков В. А. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 4. — С. 3-14.
6. До питання про формальні моделі в дослідженні критичних швидкостей (на прикладі перетворень Лоренца) / Василик П. В., Провотар О. І. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 4. — С. 14-23.
7. Нормальна диференційованість і екстремуми функціоналів у локально опуклому просторі / Орлов І. В. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 4. — С. 24-35
8. Реалізація бінарного синхронізованого лінійного дерева та його застосування в обробці тексту звичайної мови / Шуклін Д. // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 4. — С. 36-43.

40. **Ситник А.Г.** Исследование и разработка Атласа оптимальных конфигураций, типоразмеров и площадей растровых элементов и фрагментов базового звена при синтезе цветных полутоновых изображений// Кибернетика и системный анализ. – №2. – К.: ІК НАНУ, 2000. – С. 134 – 143.