МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТИКА ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Навчально-методичний посібник
для виконання домашніх завдань з дисципліни
''Надійність та діагностика технічних систем''
для студентів спеціальності 8.092502
“Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси
та виробництва''

Київ 2005

УДК
ББК
Н

Укладачі : Абрамович О.О., Грібов В.М., Грищенко Ю.В., Ситнянських Л.М.

Під загальною редакцією Грібова В.М.

Рецензенти:

1.
2.

Затверджено на засіданні секції факультету електроніки
редсовета НАУ _______________ 2005 р.

Надійність і діагностика технічних систем. Навчально-методичний посібник. / Укладачі Абрамович О.О., Грібов В.М., Грищенко Ю.В., Ситнянських Л.М. – К.: НАУ, 2003 – 121с.

Навчально-методичний посібник призначений студентам спеціальності 8.092502 “Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси та виробництва” для виконання домашніх завдань з дисципліни “Надійність і діагностика технічних систем”. Може бути корисним для студентів інших спеціальностей при виконанні розрахунків надійності і синтезі алгоритмів діагностування технічних систем різного призначення

ВСТУП

Навчально-методичний посібник “Надійність і діагностика технічних систем” забезпечує виконання домашніх завдань з однойменної навчальної дисципліни, яку вивчають студенти спеціальності 8.092502 “Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва” у 10-у семестрі.

Сучасний підхід[4] розглядає питання забезпечення надійності й обслуговуваності технічних систем найважливішою складовою частиною проектування. При виконанні домашніх завдань вирішення зазначених питань реалізується на прикладах конкретних систем – пілотажно-навігаційних комплексів, які складаються з сукупності аналогових і цифрових функціонально- і конструктивно-закінчених модулів, які є технологічними елементами заміни у системах (ТЕЗС).

У посібнику викладені теоретичні основи сучасного ймовірнісно-фізичного (ЙФ) методу розрахунку показників надійності технічних систем (невідновлюваних, відновлюваних, нерезервованих, резервованих), рекомендованого до застосування Держстандартами України [2,8], а також основні визначення й етапи синтезу алгоритмів діагностування складних структур.

Варіанти досліджуваних структур і зміст домашніх завдань наведено в Додатку 1. З огляду на те, що домашні завдання виконуються у 10-у семестрі, тобто безпосередньо перед дипломним проектуванням, студент, що активно працює над темою проекту, може взяти для розробки “свою” систему як об’єкт для оцінки надійності і діагностування. Очевидно, що такий підхід може тільки поліпшити якість дипломного проекту.

У розділах 1...4 посібника викладені питання теорії, знання яких необхідні для виконання домашніх завдань; цей теоретичний матеріал є корисним доповненням до конспекту лекцій. Розділ 5 містить приклади розв’язання домашніх завдань; значна частка задач вимагає застосування персональних комп’ютерів, тому в Додатках наведено програми для виконання розрахунків; також подані таблиці необхідних для розрахунків функцій.

Домашні завдання оформляють у вигляді брошури формату А4, в яку включають: зміст варіанта завдання, структурну схему досліджуваної технічної системи, опис функціонування системи і послідовні рішення пропонованих у варіанті задач. Отримані при виконанні домашніх завдань результати повинні бути захищені.

1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЙМОВІРНОСНО-ФІЗИЧНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ

Результати останніх досліджень надійності різних виробів дозволяють рекомендувати для застосування ймовірнісно-фізичний метод розрахунку показників безвідмовності, довговічності і збереженості, що враховує, на відміну від відомого лямбда-методу, неминучі під час експлуатації техніки витрати ресурсу [2,10].

Методика встановлення кількісних показників надійності ґрунтується на вивченні механічних та фізичних, хімічних властивостей і параметрів різних типів технічних виробів, що дозволяє виявити закономірності процесів старіння устаткування з часом, тобто з витратою ресурсу, і визначити аналітичні зв'язки цих закономірностей з показниками надійності. При вивченні у технічних виробах процесів старіння, тобто деградаційних процесів, застосовують як математичні методи дослідження їхнього внутрішнього стану на основі випадкових процесів і стохастичних кінетичних рівнянь, так і фізичне моделювання витрати ресурсу (випробування на безвідмовність) технічних пристроїв і виробів.

Використання як моделі деградації випадкових процесів і стохастичних рівнянь дозволяє виявити зв'язок ймовірності досягнення граничного рівня (тобто ймовірності відмови) зі значенням фізичного параметра, що викликав відмову виробу. Результати, отримані при розв’язанні кінетичних рівнянь, які описують внутрішній стан виробу, адекватно підтверджують тривалими випробуваннями різних фізичних моделей, що дозволяє зібрати достатній обсяг статистики для одержання достовірних висновків [8,10]. Це дозволяє виконувати розрахунки надійності різних технічних виробів, пристроїв та систем з урахуванням деградаційних процесів у них, які викликають старіння, знос, утому і т.п., коли інтенсивність відмовлення є функцією наробітку. Такий підхід забезпечує розв'язання всіх 25-ти задач, що складають практичний додаток сучасної теорії надійності [8].

1.1 Математична модель відмов

Розглянемо зміст сучасного ймовірнісно-фізичного підходу до задач теорії надійності, а також результати, тобто моделі відмов, який він дозволяє одержати. Технічний стан виробів залежить від значень їхніх внутрішніх параметрів y_i, якій у процесі експлуатації не залишаються незмінними. З витратою ресурсу ці параметри, що визначають технічний стан виробів, змінюються (з точки зору надійності – погіршуються), прагнучи до своїх граничних значень: $y_i(t)$ —>$y_{гр.i}$. При досягненні визначальним параметром граничного значення відбувається відмова виробу. Умову відмови виробу можна записати як

$$\frac{y_i(t)}{y_{гр.i}} = 1. \tag{1.1}$$

Зміна визначальних параметрів у процесі експлуатації описується стохастическим марковським процесом, коли перехід фізичних параметрів від одного значення до іншого (з одного стану в інший) мають імовірнісний характер, тобто марковським процесом дифузійного типу. При цьому умовна щільність ймовірності переходу з одного стану в інший ω (t,y) визначається рівнянням у частинних похідних

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + a\cdot\frac{\partial\omega}{\partial y} - \frac{b^2}{2}\cdot\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} = 0, \qquad (1.2)$$

де t – наробіток виробу;

$y = y(t)$ – параметр, що визначає технічний стан виробу;

a – середня швидкість зміни визначального параметра (коефіцієнт зносу);

b – коефіцієнт дифузії (b^2 – середня швидкість зміни дисперсії визначального параметра).

Процес деградації внутрішніх властивостей виробів, що приводить до втрати працездатності згідно з (1.1), тобто випадкові траєкторії (реалізації) переходу визначальних параметрів від початкових значень y_{0i} до граничних значень $y_{гр.i}$ можна інтерпретувати схемою, наведеною на рис 1.1.

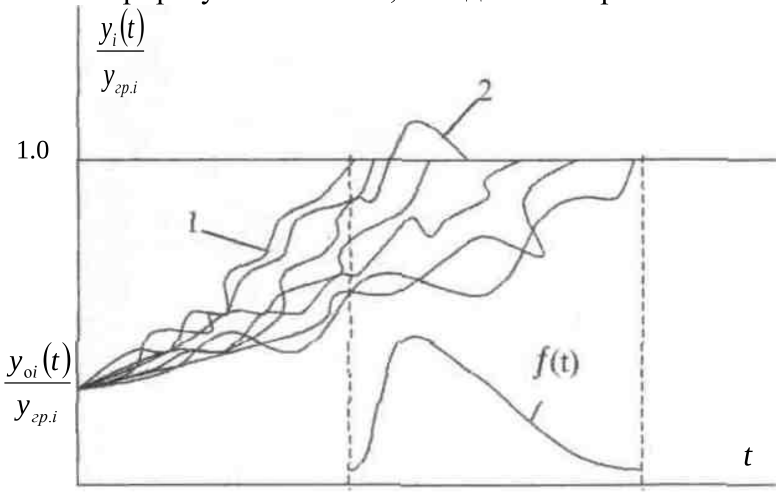

Рис. 1.1 Схема процесу деградації параметрів y_i

Якщо уявити, що ми можемо "спостерігати" деградації і "фіксувати" моменти досягнення визначальними параметрами y_i своїх граничних значень $y_{гр.i}$, то в інтервалі часу від t_{min} до t_{max} одержимо масив наробітків $\{t_i\}$. Обробивши масив $\{t_i\}$ відомим методом, тобто поділивши інтервал $t_{min} - t_{max}$ на l

інтервалів довжиною Δt і підрахувавши кількість відмов n(Δt) на кожному інтервалі, одержимо щільність розподілення відмов у зазначеному інтервалі наробітків. При математичному моделюванні процесів деградації “спостереження” і “фіксації” здійснюються на основі рішення розв’язання (1.2) при заданих початкових і граничних умовах.

Одержана умовна щільність $\omega(t, y)$ ймовірності реалізації тієї чи іншої траєкторії (рис.1.1) має простий зв'язок з щільністю розподілення наробітку до відмови:

$$f(t) = -\int_{-\infty}^{1} \frac{\partial \omega(t_0, y_0, t, y)}{\partial t} dy \qquad (1.3)$$

Деградація властивостей технічних виробів може мати як монотонний (реалізація 1 на рис 1.1), так і немонотонний характер (реалізація 2 на рис 1.1). Рішення (1.3) отримані в [3] для обох випадків і відрізняються для монотонного і немонотонного процесів деградації лише різними граничними умовами. Процес деградації механічних і електромеханічних виробів (МЕМВ) внаслідок незворотності процесів зношення має монотонний характер (зношення підшипників, вигоряння контактів комутаційної апаратури і т.п.). Процес деградації виробів електронної техніки (ВЕТ) поряд з монотонними реалізаціями внаслідок зворотності деяких електричних явищ (тимчасова втрата електричної міцності *pn*-переходом, помилкове запирання транзисторів інтегральної мікросхеми і т.п.) має і немонотонні реалізації, тому в загальному випадку деградацію ВЕТ розглядають як процес з немонотонними реалізаціями. У [3] показано, що розв’язання для немонотонного де градаційного процесу містить як складову частину розв’язання для монотонних реалізацій. Вираз для закону розподілення часу роботи до відмови, тобто математична модель відмов має вигляд

$$f(t) = \frac{1}{bt\sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(1-at)^2}{2b^2 t}\right] \qquad (1.4)$$

Це розподілення одержало назву *дифузійний немонотонне* або *DN-розподілення.* Назва “дифузійне” обумовлена тим, що розподілення (1.4) впливає з розв’язання рівняння дифузії ймовірностей (1.2).

Для дослідників, що використовують у розрахунках надійності строго ймовірну експоненту модель розподілу відмовлень, що має одну довідковий параметр-інтенсивність відмовлень **λ**, параметри ймовірносно-фізичного *DN-розподі-лу* – коефіцієнт зносу ***a*** і коефіцієнт дифузії ***b***, що характеризують витрату ресурсу виробу, є, природно, незвичними. Покажемо, як від цих “незвичних” параметрів дифузійного розподілу перейти до більш доступного і практично значимим характеристикам.

Коефіцієнт дифузії *b* має простий зв'язок з звичайно використовуваними характеристиками випадкового процесу – середнім квадратичним відхиленням швидкості деградації σ_a і коефіцієнтом варіації[1] деградаційного процесу

$$b = \frac{\sigma_a}{\sqrt{a}} = \frac{\sigma_a \sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}} = \frac{\sigma_a}{a}\sqrt{a}\,.$$

У цьому виразі відношення σ_a/a і є коефіцієнт варіації деградаційного процесу ν_d. У роботі [8] доведено, що в *DN-моделі* відмов коефіцієнт варіації наробітку до відмови ν будь-якого виробу збігається з коефіцієнтом варіації швидкості що відбуваються у ньому деградаційних процесів ν_d.

Тоді для коефіцієнта дифузії *b* одержуємо наступне співвідношення:

$$b = \nu\sqrt{a}\ . \tag{1.5}$$

[1] Відношення середнього квадратичного відхилення будь-якого випадкового процесу до математичного сподівання випадкової величини, яке характеризує цей процес, називається коефіцієнтом варіації цієї випадкової величини.

Для практичних обчислень зручніше користуватися не середньою швидкістю деградації a, а оберненою величиною

$$\mu = \frac{1}{a}. \tag{1.6}$$

З обліком (1.5) і (1.6) вираження для *DN-моделі* відмов запишеться у вигляді:

$$f(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu t\sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(\mu - t)^2}{2\nu^2 \mu t}\right], \tag{1.7}$$

де μ – параметр масштабу розподілу, чисельне значення якого обернено пропорційно середньої швидкості деградаційного процесу;

ν – параметр форми розподілу, який дорівнює коефіцієнтові варіації наробітку до відмови.

З'ясуємо з позицій теорії надійності зміст параметра масштабу розподілу μ. Для цього доведемо, що параметр μ є не що інше, як середнє значення t, тобто математичного сподівання наробітку до відмови.

Математичне сподівання випадкової величини t є, згідно [4], перший початковий момент t. Оскільки наробіток t – безперервна випадкова величина в області визначення $(0, \infty)$, вираження для математичного сподівання наробітку до відмови T_o має вигляд:

$$T_o = \int_0^\infty t\ f(t)dt\,. \tag{1.8}$$

Підставляючи в (1.8) вираження для *DN-щільності* наробітку до відмови (1.7), одержуємо:

$$T_o = \int_0^\infty t \frac{\sqrt{\mu}}{2\nu t\sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(\mu - t)^2}{2\nu^2 \mu t}\right] dt =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\mu}}{\nu\sqrt{2\pi t}} \exp\left(-\frac{\mu^2 - 2\mu t + t^2}{2\nu^2 \mu t}\right) dt =$$

$$= \frac{\sqrt{\mu}\exp\left(\nu^{-2}\right)}{\nu\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\mu}{2\nu^2}\frac{1}{t} - \frac{t}{2\nu^2\mu}\right) dt\,. \qquad (1.9)$$

У подинтегральному виразі показники ступенів змінний t і експоненти запишемо в такому вигляді:

$t^{-\frac{1}{2}} = t^{\xi-1}$, де $\xi = \frac{1}{2}$; $\exp\left(-\beta\frac{1}{t} - \gamma t\right)$, де $\beta = \frac{\mu}{2\nu^2}$, $\gamma = \frac{1}{2\nu^2\mu}$.

Одержуємо табличний інтеграл вигляді:

$$\int_0^{\infty} t^{\xi-1} \exp\left(-\beta\frac{1}{t} - \gamma t\right) dt = 2\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\frac{\xi}{2}} K_{\xi}\left(2\sqrt{\beta\cdot\gamma}\right), \qquad (1.10)$$

де $K_{\xi}(z)$ є циліндрична функція; згідно [8], її значення

$$K_{\xi}(z) = K_{n+\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \exp(-z) \sum_{i=0}^{n} \frac{(n+i)!}{i!\cdot(n-i)!\cdot(2z)^i}\,.$$

При ξ=1/2 $n = 0$, і значення суми в останьому виразі дорівнює одиниці.

Визначимо значення циліндричної функції при аргу-менті $z = 2\sqrt{\beta\cdot\gamma} = 2\sqrt{\frac{\mu}{2\nu^2}\frac{1}{2\nu^2\mu}} = \frac{1}{\nu^2} = \nu^{-2}$:

$$K_{\frac{1}{2}}\left(\nu^{-2}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}\nu^2} \exp\left(-\nu^{-2}\right) = \nu\cdot\sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\nu^{-2}\right).$$

З огляду на, що $\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\frac{\xi}{2}} = \left(\mu^2\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\mu}$ і підставляючи у вихідне вираження для T_o (1.8) значення інтеграла (1.10), маємо:

$$T_o = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu\sqrt{2\pi}} \exp\left(\nu^{-2}\right) 2\sqrt{\mu}\ \ \nu\sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\nu^{-2}\right) = \mu .$$

Отже, у *DN-моделі* розподілу відмов параметр масштабу μ має фізичний сенс середнього наробітку до відмови:

$$T_{\text{o}} = \mu \cdot$$

Згадане вище доказ рівності коефіцієнтів варіації ν і ν_d отримано в роботі [7] аналогічно через другий центральний момент випадкової величини – дисперсію наробітку t до відмовлення

$$D[t] = \int_0^\infty (t-\mu)^2 f(t) dt.$$

Таким чином, параметри в *DN-моделі* відмов мають зрозумілий фізичний зміст**:**

– параметр масштабу μ, що визначає положення кривій (1.7) на осі наробітку, є середнє значення (математичне сподівання) наробітку до відмови, тобто показник безвідмовності T_o в “явному” вигляді;

– параметр форми ν є коефіцієнт варіації нарабітку до відмови, що визначає розкид можливих значень наробітку до відмови t щодо центра розсіювання μ і чисельно дорівнює аналогічній характеристиці узагальненого деградаційного процесу, що приводити до відмови.

Моменти *DN*-розподілення визначаються за такими залежностями [] :

$$M[t] = \mu\ ;\ D = \mu^2 \cdot \nu^2;\ \ A = 3 \cdot \nu\ ;\ \ E = 15 \cdot \nu^2 . \qquad (1.9)$$

Характер залежності функції $f(t)$ від значень параметрів μ і ν ілюструють графіки 1.2 і 1.3.[7]

Аналізуючи основні характеристики графіків, а також аналітичні вирази для моментів розподілення $M[t]$, D, A и E, слід зазначити наступне :

1. Асиметрія A і ексцес E отриманого розподілення позитивні, а математичне сподівання $M[t]$ зміщене праворуч відносно медіани, тобто щільність дифузійного розподілення є асиметричною одномодальною кривою з більш витягнутою правою гілкою.

2. При фіксованому параметрі масштабу (математичному сподіванні наробітку до відмови μ) зі зменшенням параметра форми ν максимум щільності розподілення $f(t)$ зміщується праворуч по часовій осі з одночасним зменшенням амплітуди розподілення (рис.1.2) і наступним її збільшенням, причому, всі центральні моменти розподілення (дисперсія, асиметрія та ексцес) зменшуються.

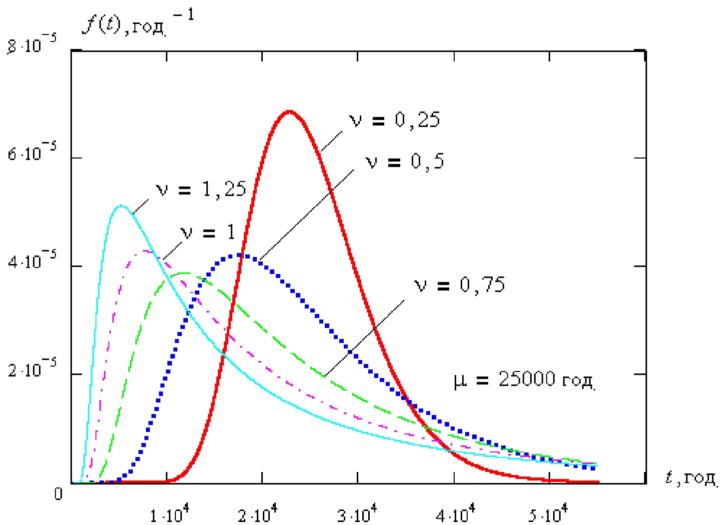

Рис. 1.2. Залежність $f(t, \mu)$ при $\nu = const$

3. При фіксованому параметрі форми (коефіцієнті варіації ν) зі збільшенням параметра масштабу μ, тобто зі зсувом розподілення вправо по часовій осі (рис.1.3), він деформується таким чином, що дисперсія D збільшується, а коефіцієнти асиметрії й ексцесу залишаються сталими. Це дуже цікава властивість, яка характеризує універсальність дифузійного розподілення, його стійкість до зміни швидкості деградації за умови забезпечення автомодельності процесу.

Цю властивість можна ефективно використовувати в задачах прискорених випробувань на надійність.

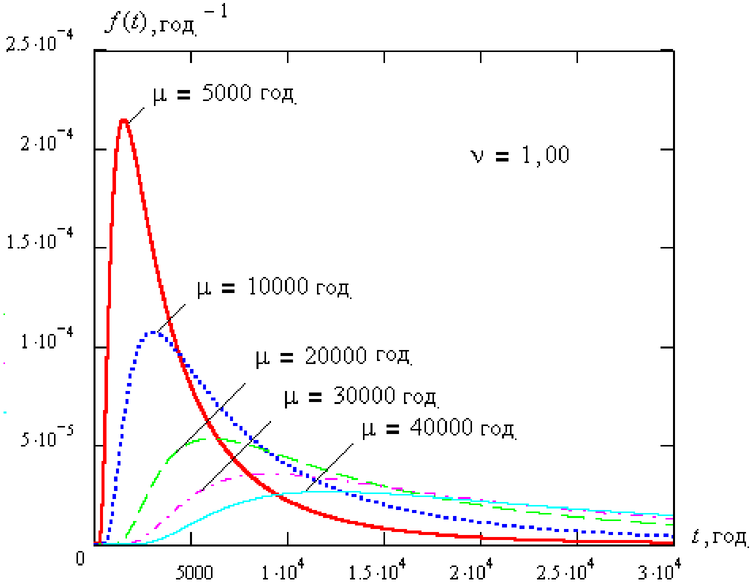

Рис. 1.3. Залежність $f(t, \nu)$ при $\mu = const$

4. Абсциса t_m точок максимуму $f(t)$ визначиться з рівняння

$$0 = \frac{\partial f(t)}{\partial t},$$

з якого випливає однорідне квадратне рівняння виду $t_m^2 + 3\nu^2\mu t_m - \mu^2 = 0$, яке розв'язують відносно t_m при заданих

ν і μ. Другу координату точок максимуму щільності *DN*- розподілу – ординату функції $f(t)$ знаходять шляхом підстановки в (1.7) значення t_m і відповідних значень μ і ν.

Щільності розподілення (1.7) відповідає функція розподілення, що має вигляд:

$$F(t) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\nu\sqrt{\mu \cdot t}}\right) + \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{t+\mu}{\nu\sqrt{\mu \cdot t}}\right), \qquad (1.8)$$

де $\Phi(z)$ – табличний інтеграл ймовірності (функція Лапласа) вида

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \,,$$

значения которого приведены в ПРИЛОЖЕНИИ 2, а график – на рис. 1.4.

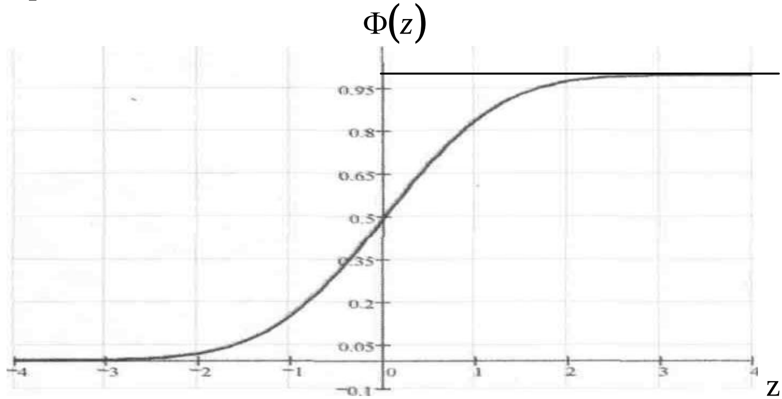

Рис. 1.4. Графік інтеграла ймовірності $\Phi(z)$.

Функція Лапласа має такі властивості.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}\Phi(z) = 0$; 2. $\Phi(x) = 1 - \Phi(-z)$; 3. $\lim\limits_{x\to\infty}\Phi(z) = 1$.

При значенні аргументу $-4 > z > 4$ значення інтеграла ймовірності $\Phi(z)$ практично дорівнюють 0 і 1 відповідно, тому зазначені значення аргументу визначає діапазон табличних значень у $\Phi(z)$.

Для діапазону наробітків $X = t/\mu$, який використовують в розрахунках, і відомого на цей час діапазону зміни коефіцієнтів варіації наробітків до відмови ν значення функції *DN*-розподілення розраховані за залежністю (1.12) і табульовані в Додатку 3.

У [1] визначені такі властивості *DN*-моделі відмов:

– універсальний характер моделі підтверджується тим, що при $\nu^2 \to 0$ *DN*-розподілення асимптотичне збігається до нормального;

– інтенсивність відмов *DN*-розподілення має немонотонний характер і в асимптотиці прагне до константного значення;

– параметри *DN*-розподілення можуть бути оцінені як на основі статистики відмов, так і на основі аналізу фізичних процесів деградації, які призводять до відмов, а також на основі спільного використання статистичної інформації обох згаданих типів;

– сума n випадкових величин, які підпорядковуються *DN*-розподіленню, що має вигляд $DN(t;\ \mu;\ \nu)$ описується також *DN*-розподіленням. яки має вигляд $DN(t;\ n\mu;\ \nu/\sqrt{n}\ )$;

– вибіркове середнє $S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i$ випадкової величини t з *DN*-розподіленням $DN(t;\ \mu;\ \nu)$ також описується *DN*-розподіленням $DN(t;\ n\mu;\ \nu/\sqrt{n}\ )$;

– *DN*-розподілення має властивість операції згортки розподілень.

Ступінь адекватності моделі встановлюють в залежності від її можливостей щодо вирівнюванню статистичних даних, а також і шляхом зіставлення прогнозованих теоретичних розподілень відмов і дослідних даних.

У [10] показано, що *DN*-розподілення виправдовує себе як модель надійності практично у всіх випадках і за всіма критеріями. Фізичність і адекватність цієї моделі, яка являє собою сукупність взаємозалежних факторів і факторів, які доповнюють один одного, також свідчать про обґрунтованість такого висновку. Той факт, що *DN*-розподілення являє собою найбільш придатну модель надійності виробів, відкриває якісно нові шляхи дослідження надійності технічних систем.

1.2 Модель розрахунку показників безвідмовності й відмовостікості

Метод розрахунку на основі *DN*-розподілення як ймовірнісно-фізичної моделі принципово відрізняється від усіх відомих строго імовірнісних методів тим, що він розглядає неперервну (континуальну) множину станів елементів і системи з неперервним часом.[1] Це безсумнівно є якіснішим уявленням поведінки елементів і системи, що витрачають свій ресурс з часом – зі збільшенням наробітку. Конкретна фізична інтерпретація констант ймовірносно-фізичних моделей розподілення відмов дає можливість оцінити їх за результатами дослідження визначених параметрів, який характеризують технічний стан устаткування. Якщо можна знайти параметр, що інформує про витрату ресурсу системи, то оцінивши швидкість його зміни і знаючи його граничне значення, можна прогнозувати всі необхідні кількісні показники надійності досліджуваної системи.

З'ясуємо фізичну і математичну основи пропонованого методу розрахунку надійності технічних систем. Припустимо, що система складається з *M* елементів і відомі математичні спо-

---

[1] Всі відомі методи розрахунку показників надійності, які ґрунтуються на використанні строго імовірнісних моделей розподілення відмов (експоненціального, нормального та інших) допускають лише два можливих стани елементів системи – справний і несправний, імовірнісне поєднання яких визначає також двопозиційний стан системи в цілому – працездатний і непрацездатний.

дівання t_{0i} і коефіцієнт варіації ν_{0i} наробітку до відмов всіх елементів. Тоді, вважаючи середню швидкість a_i нормованого, згідно (1.1), процесу деградації елемента i-того типу сталою, можна оцінити її згідно з (1.6) за залежністю $a_i = (t_{0i})^{-1}$. У цьому випадку міра деградації елемента i-того типу буде відповідати відхиленню (зносу, відходу) визначального параметра y_i від початкового значення y_{0i}; це відхилення за час наробітку t можна визначити як $A_i = \int_0^i a_i(t)dt$ і розглядати як показник старіння (рівень накопичених “внутрішніх” ушкоджень, ступінь витрати ресурсу).

Сукупність випадкових значень накопичених ушкоджень елементів A_i, які призводять до відмови (рис.1.1), визначає M – мірний випадковий вектор стану системи

$$\overline{A} = (A_1, A_2, \ldots, A_M).$$

Оскільки координати цього вектора випадковим чином змінюються в залежності від часу, він являє собою вектор – функцію скалярного аргументу $\overline{A} = \overline{A}(t)$.

Припустимо, що процеси деградації елементів устаткування незалежні і мають нормовані граничні значення. У такому випадку ймовірність безвідмовної роботи досліджуваної ненадлишкової структури описується виразом.

$$P(t) = Ймов\{A_1 < 1; A_2 < 1; \ldots, A_M < 1\} = \prod_{i=1}^{m} P_i(t). \qquad (1.10)$$

Вираз (1.10) означає, що області працездатності устаткування при прийнятих допущеннях відповідає M-мірний багатогранник з одиничним ребром (куб). І як тільки вектор-функція накопичених у процесі експлуатації ушкоджень елементів досягає граничної поверхні цього M-мірного куба, устаткування втрачає працездатність (настає відмов).

Відомо, що обмеження вектора функції зводиться до обмеження модуля цієї функції, тому що будь-які обмеження на випадкові зміни напрямку вектора у фазовому просторі не мають змісту (нескінченна безліч напрямків). Таким чином, саме модуль векторної функції стану визначає момент настання відмов.

Щоб звільнитись від зв'язку граничного значення $\bmod \bar{\bar{A}}$ з фазовим простором напрямків, як границю працездатної області устаткування пропонується гіперповерхня з одиничним радіусом, який і буде граничним значенням $\bmod \bar{\bar{A}}$. Графічна інтерпретація даної задачі для системи з двох елементів показана на рис.1.5, де традиційна область працездатності обмежена штриховою лінією, а передбачувана – штрих-пунктирною.

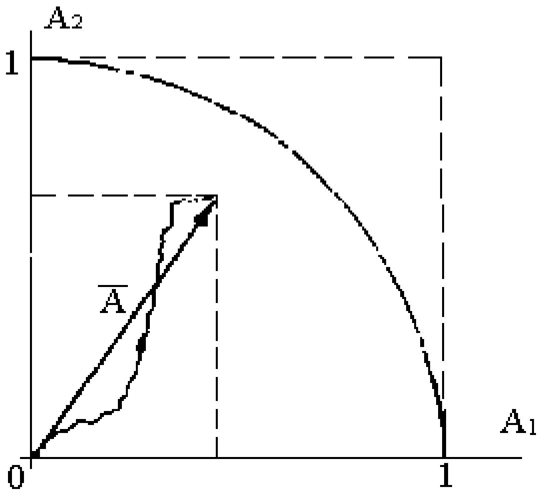

Рис. 1.5 Область працездатності двоелементної системи

Розглянутий підхід дозволяє таким чином перейти від багатомірного визначального параметра (*M*-мірного вектора) до одномірного (модулю вектора) і відповідно – від багатомірного розподілення ймовірностей безвідмовної роботи устаткування (1.10) – до одномірного розподілення

$$P(t) = Ймов\left\{\operatorname{mod} \overline{A} < П\right\} , \qquad (1.11)$$

де $П$ – граничне значення параметра, який визначає технічний стан системи модуля векторної функції стану.

Параметри дифузійного розподілення, отриманого на основі представлення деградацій немонотонним марковським процесом [8], мають зрозумілий фізичний зміст. Тому як визначальний параметр доцільно прийняти

$$t_0 = \mu \qquad (1.12)$$

де t_0 – математичне сподівання середнього наробітку до відмови; цей параметр досить просто оцінити і прогнозувати.

Тоді закон розподілення часу безвідмовної роботи устаткування, побудованого на елементах електронної техніки, визначиться DN - моделлю відмов

$$f(t) = \frac{\sqrt{\mu П}}{\nu t \sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(t - \mu П)^2}{2\nu^2 \mu П t} \right] . \qquad (1.13)$$

Математичному сподіванню і дисперсії наробітку устаткування до першої відмови будуть відповідати таки прості вирази [10]

$$T_1 = \frac{П}{a} ; \qquad D = \nu^2 П^2 / a^2 . \qquad (1.14)$$

На основі (1.14) отримані залежності параметрів масштабу μ і форми ν DN-розподілу відмов для різних схем резервування устаткування, які наведено у п.3.6.

2. ПОКАЗНИКИ БЕЗВІДМОВНОСТІ І ДОВГОВІЧНОСТІ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

Безвідмовність і довговічність відновлюваних у процесі експлуатації систем і їхніх елементів кількісно оцінюють декількома показниками. Дамо визначення і наведемо аналітичні вирази для їх розрахунку ймовірносно-фізичним методом.

2.1. Середня кількість відмов за наробіток

Математичне сподівання $M[m(t)]$ кількості відмов за наробіток t визначається як сума добутків усіх можливих значень кількості відмов системи в процесі її експлуатації на ймовірності цих значень :

$$M\big[m(t)\big] = \sum_{m=1}^{\infty} m\,Ймов\{m\} \tag{2.1}$$

де $Ймов\{m\}$ – ймовірність появи рівно m відмовлень за період експлуатації t, а значення верхньої межі суми забезпечує строгість математичного запису (2.1).

Значення ймовірностей появи рівно m відмов визначають за функцією розподілення відмов $F(m)$, наведеною на рис.2.1. Оскільки кількість відмов m протягом життєвого циклу системи є цілим числом, то функція розподілення $F(m)$ є розривною східчастою неспадаючою функцією, значення якої починаються від нуля і доходять стрибками до одиниці. У точках розриву, які відповідають кількості відмов m, функція $F(m)$ приймає значення, позначені на рис. 2.1 точками (функція неперервна ліворуч). Значення ймовірності $Ймов\{m\}$ появи рівно m відмовлень дорівнює величині скачка функції розподілення $F(m)$. Тоді, враховуючи ці пояснення до рис. 2.1, запишемо, розкриваючи суму (2.1):

$$\mathrm{M}[m,t] = 1\cdot[Q(1)–Q(2)] + 2\cdot[Q(2) – Q(3)] + 3\cdot[Q(3) –Q(4)] + \cdots =$$
$$= Q(1) – Q(2) + 2\cdot Q(2) – 2\cdot Q(3) + 3\cdot Q(3) – 3\cdot Q(4) + \cdots =$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} Q(m) = \sum_{m=1}^{\infty} F(m). \qquad (2.2)$$

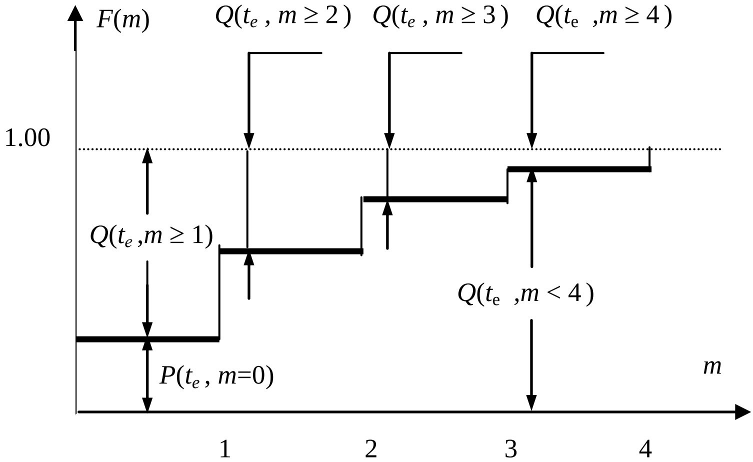

Рис. 2.1. Функція розподілення $F(m)$

У [10] показано, що функція розподілення кількості відмов одного елемента i-того типу визначається виразенням

$$F(m) = F^m(t) = \Phi\left(\frac{t - m t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\, t_{0i}}}\right) + \exp\left(\frac{2m}{\nu_{0i}^2}\right)\Phi\left(-\frac{t + m t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\, t_{0i}}}\right), \qquad (2.3)$$

де t_{oi} і ν_{oi} – середнє значення і коефіцієнт варіації наробітку до відмови елементів i-того типу в складі системи відповідно.

Підставивши (2.3) у (2.2), одержимо аналітичну залежність для математичного сподівання кількості відмов елемента i-того типу в складі системи:

$$M[m_i(t)] = \sum_{m=1}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{t - m t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\, t_{0i}}}\right) + \exp\left(\frac{2m}{\nu_{0i}^2}\right)\Phi\left(-\frac{t + m t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\, t_{0i}}}\right)\right]. \qquad (2.4)$$

Якщо у складі системи є n елементів і-того типу, то потік їхніх відмов зростає в n_i раз; тому математичне сподівання кількості відмов всіх елементів i-того типу складу величину

$$M\left[m_i(t)\right] = n_i \sum_{m=1}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{t - m\,t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\,t_{0i}}}\right) + \exp\left(\frac{2m}{\nu_{0i}^2}\right)\Phi\left(-\frac{t + m\,t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\,t_{0i}}}\right)\right]. \quad (2.5)$$

Припустивши, що відмови різних типів елементів взаємонезалежні, запишемо вираз для математичного сподівання кількості відмов системи за наробіток t, підсумувавши потоки відмов по всіх N типах елементів у її складі:

$$M\left[m_i(t)\right] = \sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{m=1}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{t - m\,t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\,t_{0i}}}\right) + \exp\left(\frac{2m}{\nu_{0i}^2}\right)\Phi\left(-\frac{t + m\,t_{0i}}{\nu_{0i}\sqrt{t\,t_{0i}}}\right)\right]. \quad (2.6)$$

Для відновлюваної системи кожна відмова супроводжується відновленням її працездатного стану (рис. 2.2); таким чином, на осі наробітку існує два випадкових потоку – потік відмов і потік відновлень.

У зв'язку з викладеним розглянутий показник безвідмовності називають також функцією відновлення [9] і позначають $\Omega(t)$. У даному посібнику функція відновлення табульована в Додатку 4 для наведених наробітків до відмов $X_i = t/t_{0i}$ і практично значущого діапазону коефіцієнтів варіації наробітків до відмов $\nu = 0{,}10...1{,}50$ різних технічних виробів.

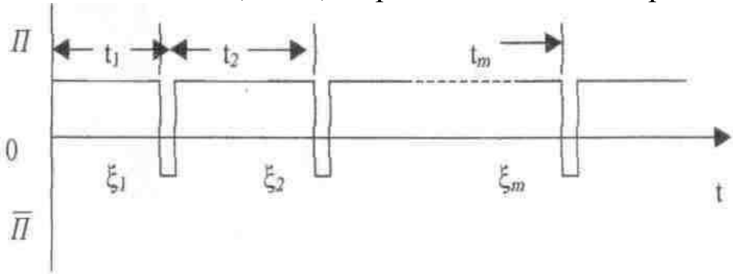

Рис. 2.2. Схема життєвого циклу відновлюваних систем

Аналітична залежність функції відновлення від приведеного наробітку має вид :

$$\Omega(X_i)=\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{m=1}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{X_i-m}{\nu_{0i}\sqrt{X_i}}\right)+\exp\left(\frac{2m}{\nu_{0i}^2}\right)\Phi\left(-\frac{X_i+m}{\nu_{0i}\sqrt{X_i}}\right)\right]. \quad (2.7)$$

2.2. Параметр потоку відмов

Даний показник безвідмовності є визначальним при виборі стратегії технічного обслуговування і ремонту (відновлення) пілотажно-навігаційних систем.

Параметр потоку відмов визначається [9] як відношення математичного сподівання кількості відмов відновлювального об'єкта за достатньо малий його наробіток до значення цього наробітку, що ілюструється залежністю

$$\omega(t)=\lim\frac{M[m(t+\Delta t)-m(t)]}{\Delta t} \quad \text{при} \ \Delta t\to 0.$$

Як випливає з наведеного визначення, параметр потоку відмовлень $\omega(t)$ зв'язаний з функцією відновлення простим співвідношенням: $\omega(t)=\dfrac{d\Omega(t)}{dt}$. (2.8)

Виведення аналітичної залежності для розрахунку параметра потоку відмов наведено у [1], а кінцевий результат має вигляд:

$$\omega(t)=\sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{m=1}^{\infty}\frac{m\sqrt{t_{0i}}}{\nu_{0i}t\sqrt{2\pi t}}\exp\left[-\frac{(t-mt_{0i})^2}{2\nu_{0i}^2 t_{0i} t}\right]. \quad (2.9)$$

Оцінки параметра потоку відмовлень можна знайти також за формулою:

$$\omega(t)=\frac{\Omega(t_2)-\Omega(t_1)}{t_2-t_1}, \quad (2.10)$$

де функції $\Omega(t_2)$ і $\Omega(t_1)$ визначаються за залежністю (2.6), а аргумент $t = 0{,}5(t_1+ t_2)$ дорівнює середині інтервалу $\Delta t = t_2 - t_1$.

2.3. Середній наробіток на відмову

Середній наробіток на відмовлення визначається як відношення сумарного наробітку t відновлюваного об’єкта до математичного сподівання кількості відмовлень протягом цього наробітку, що ілюструється залежністю

$$T_2 = \frac{t}{M[m(t)]}. \tag{2.11}$$

Доведено [4], що з витратою ресурсу системи її середній наробіток на відмову зменшується, тобто даний показник є функцією наробітку. З достатньої для практичних розрахунків точністю можна вважати, що

$$T_2(t) = \frac{1}{\omega(t)}. \tag{2.12}$$

Середній наробіток на відмову є опорною функцією безвідмовності при оцінюванні і прогнозуванні параметрів (періодичності і тривалості технічного обслуговування) системи для забезпечення заданого коефіцієнта готовності. Гранічно-допустиме (мінімальне) значення цього показника може бути прийняте як критерій граничного стану системи.

2.4. Середній термін служби

Довговічність технічних систем визначається як властивість зберігати працездатний стан до настання граничного стану за умови встановленої структури технічного обслуговування і ремонту. Показником довговічності відновлюваних систем є середній термін служби $T_{сл}$, який визначається математичним сподіванням терміну служби. Термін служби, як і інші показники надійності (наробіток до відмови, наробіток між відмов) має значний статистичний розкид. Цей розкид може бути характеристикою технологічної культури і дисципліни, а також досягнутого рівня технології.

До останнього часу, у зв'язку з використанням експоненціальної моделі відмов, була відсутня методика аналітичного розрахунку довговічності технічних систем. Техніко-експлуатаційні характеристики довговічності (призначений термін служби і призначений ресурс) встановлювалися на етапі проектування, керуючись загальними міркуваннями про моральне старіння систем, інформацією економічного характеру або на основі даних про довговічність аналогів, отриманих у результаті тривалої експлуатації. Ці характеристики не є показниками довговічності систем.

Математичний апарат дослідження надійності на основі *DN*-розподілення наробітку до відмови дозволяє на етапі проектування робити аналітичний розрахунок показників довговічності різних систем. Як критерій настання граничного стану відновлювального устаткування використовується максимально допустимий рівень $\omega_{доп}$, який досягнуто параметром потоку відмов. У випадку нормування інших показників надійності (керуючись нормами безпеки) перехід до $\omega_{доп}$ здійснюється за допомогою залежностей, наведених у табл.2.1

Таблиця 2.1

Критерії граничного стану

Критерій граничного стану	Показники надійності, за якими задани вимоги		
	Наробіток на відмову $T_2^{\min}$	Коефіцієнт готовності $K_Г^{\min}$	Ймовірність безвідмовної роботи після *j-ї* відмови $P_j(\tau)$
$\omega_{доп}$	$\left(T_2^{\min}\right)^{-1}$	$\dfrac{1-K_Г^{\min}}{K_Г^{\min}T_В}$	$\dfrac{X\left(1-P_j(\tau)\right)}{\tau}$
$T_В$ – середній час відновлення працездатного стану системи після відмови; X – аргумент $F(X)$ -функції *DN*-розподілення			

Методика визначення довговічності (середнього терміну служби) відновлюваних технічних систем зводиться до побудови графічної залежності для параметра потоку відмовлень $\omega(N, n_i, t_{oi}, \nu_{oi}, t)$ відповідно до (2.9), як це показано на рис. 5.2, на якому розглянуто конкретний приклад або для розв’язання трансцендентного відносно $T_{сл}$ рівняння

$$\omega_{доп} = \sum_{i=1}^{N} n_i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\sqrt{t_{oi}}}{\nu_{0i} T_{сл} \sqrt{2\pi T_{сл}}} \exp\left[-\frac{\left(T_{сл} - m t_{0i}\right)^2}{2\nu_{0i}^2 t_{0i} T_{сл}} \right], \quad (2.13)$$

яке очевидно випливає з (2.9).

Середній термін служби визначається з урахуванням інтенсивності експлуатації системи.

3. НАДІЙНІСТЬ СИСТЕМ ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНОГО КОМПЛЕКСУ ПРИ ЛЬОТНОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

В умовах виконання польотів системи пілотажно-навігаційного комплексу (ПНК) є невідновлюваними і їхня надійність характеризується такими показниками безвідмовності:

– середнім наробітком до відмов T_o;

– ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$;

– гама-процентним наробітком до відмов T_γ;

– інтенсивністю відмов $\lambda(t)$;

а також показниками довговічності:

– гама процентним ресурсом $T_{p\gamma}$;

– середнім ресурсом Tp.

Наведено визначення, отримаємо розрахункові формули для цих показників надійності і виконаємо дослідження закономірності поведінки функцій безвідмовності у розглянутій моделі розподілення відмов.

3.1. Середній наробіток до відмов

Как доказано выше (п. 1.1),средняя наработка до отказа T_1 равна параметру масштаба DN-распределения отказов:

$$T_o = \mu\ . \qquad (3.1)$$

3.2. Імовірність безвідмовної роботи

Ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ є ймовірністю того, що в межах заданого наробітку відмов устаткування не виникає. Обчислення цього показника виконується за формулою

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt\ , \qquad (3.4)$$

у якій $Q(t)$ є ймовірністю відмов. Інтеграл у вираз (3.4) після підстановки залежності для щільність розподілу наробітку до відмов (t) знаходять методом заміни змінних. Аналітичні залежності для практичних розрахунків такі :

– ймовірність відмови

$$Q(t) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right) + \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{t+\mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right), \qquad (3.5)$$

– ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = \Phi\left(\frac{\mu-t}{\nu\sqrt{\mu t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{\mu+t}{\nu\sqrt{\mu t}}\right). \qquad (3.6)$$

Властивість 2 інтеграла ймовірності як непарної функції пояснює співвідношення між функціями безвідмовності (3.5) і (3.6). Програма *Mahtcad cnorm*(*z*) обчислює значення $\Phi(x)$ з заданою точністю на основі апроксимації графіка на рис. 1.4 степеневим рядом.

Характерний вигляд залежності $P(t,\ \mu,\ \nu)$ наведено на рис.3.1; площа під кривої $P(t,\ \mu,\ \nu)$ в інтервалі $(0\ ;\infty)$ кількісно дорівнює середньому наробітку до відмови T_o[3].

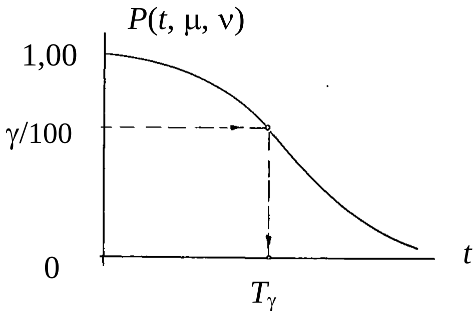

Рис. 3.1. Залежність функції безвідмовності $P(t)$ від наробітку

3.3. Гамма-процентний наробіток до відмови

Гамма-процентний наробіток до відмови T_γ визначає сумарний наробіток, протягом якого відмова устаткування не виникає з ймовірністю γ, вираженій у відсотках. Значення T_γ визначається як корінь рівняння

$$F(T_\gamma) = 1 - \frac{\gamma}{100} \; , \tag{3.8}$$

де $F(t)$ – функція DN-розподілення; її табличне подання як аргументу містить безрозмірний відносний наробіток до відмови $X = \frac{t}{\mu}$, значення функції $F(X)$ DN-розподілення наведені в таблицях Додатка 2; розрахункова формула для T_γ має вигляд:

$$T_\gamma = \mu X \left(1 - \frac{\gamma}{100} \right) , \tag{3.9}$$

а рис.3.1 пояснює зміст цього показника безвідмовності.

3.4 Інтенсивність відмов

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ елементів ПНК у польоті визначається на основі фундаментального співвідношення теорії надійності:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \; . \qquad (3.10)$$

Підставивши в (3.10) аналітичні вирази (1.7) і (1.8), одержуємо:

$$\lambda(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{\nu t\sqrt{2\pi t}}\left[\Phi\left(\frac{\mu - t}{\nu\sqrt{\mu t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right)\Phi\left(-\frac{\mu + t}{\nu\sqrt{\mu t}}\right)\right]^{-1} \exp\left[-\frac{(\mu - t)^2}{2\nu^2\mu t}\right]. \qquad (3.11)$$

Дослідження залежності (3.11) свідчать, що функція $\lambda(t)$ має наступні властивості:

1. $\lambda(0) = 0$, тобто функція $\lambda(t)$, як випливає з графіка, починається з нуля.

2. В діапазоні малих значень наробітку t, обумовлених реальними значеннями тривалості польотів, інтенсивність відмов монотонно зростає, відображаючи процес витрати ресурсу устаткування.

3. Поведінка функції відмов в асимптотиці (при $t \to \infty$), тобто за умови значних сумарних наробіток устаткування визначається значенням границі $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda(t) = (2\nu^2 \mu)^{-1}$.

4. Функція інтенсивностей відмов є немонотонний характер і має максимум (рис. 3.2).

Положення максимуму на графіку $\lambda(t)$ і, отже, наростання інтенсивності відмов устаткування з витратою ресурсу визначаються характеристиками t_{0i} і ν_{0i} елементів, які входять у комплекс устаткування, і його сумарним наробітком. При збільшенні сумарного наробітку інтенсивність відмов устаткування досягає максимального значення і далі плавно зменшується, прагнучи до кінцевої границі $\dfrac{1}{2\nu^2\mu}$. Сумарний наробіток, що відповідає максимуму $\lambda(t)$, визначається з умови $\frac{d\lambda(t)}{dt} = 0$.

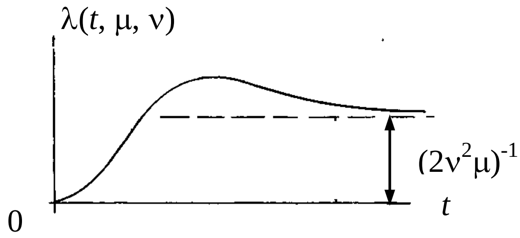

Рис. 3.2 Залежність $\lambda(t)$ у *DN*-моделі відмов

При збільшенні коефіцієнта варіації наробітку максимум інтенсивності відмов зсувається вліво по осі наробітку *t*. При малих значеннях ν відмов виникають у в зазначеному діапазоні з центром μ, тому $\max\lambda(t)$ зміщається до середнього наробітку μ.

3.5. Гамма-відсотковий і середній ресурс

Гамма-відсотковий ресурс $T_{p\gamma}$, який характеризує довговічність, є сумарним наробітком устаткування, протягом якого воно не досягає граничного стану з ймовірністю γ, вираженій у відсотках, і визначається за залежністю (3.9).

Середній ресурс T_p є показником довговічності невідновлюваного устаткування, збігається з середнім наробітком до відмов і визначається для ненадлишкової структури за залежністю (3.3).

3.6. Оцінювання параметрів *DN*-розподілення для резервованих систем

Як відомо з [] і підтверджується льотною експлуатацією ПС, функціональні відмов ПНК є конче малоймовірними подіями. Втрата працездатного стану системи може бути наслідком як відмов окремих її елементів або втрати зв'язків між ними, так і комбінацією цих відмов.

Проте у нерезервованому варіанті системи не вдається забезпечити необхідну безвідмовність, тому для забезпечення відмовостійкості в ПНК широко використовують різні види надмірності – функціональну, інформаційну та структурну.

Комплексне застосування різних видів надмірності, що залежить від прийнятого варіанта технічного рішення і способу його реалізації, дозволяє протягом обмеженого часу (до завершення польоту) використовувати устаткування при відмовах резервованих приладів і підсистем. У цьому випадку відмовостійкістю для систем з резервом вважається безвідмовністю і визначається як здатність устаткування функціонувати на певному рівні якості після того, як виникне відмова (або декілька відмов) у компонентах апаратури і (або) програмного забезпечення.

Тому оцінювання відмовостійкості систем ПНК з різними схемами включення резерву безперечно має значний практичний інтерес.

Як випливає з описаної в п.1.2 моделі розрахунку і номенклатури показників безвідмовності резервованих систем [7], для того, щоб оцінити їхню відмовостійкість, необхідно знати граничні значення параметра Π и оцінки параметрів μ і ν *DN*-розподілення наробітку до відмови при різних способах уведення структурної надлишковості. Складемо аналітичні залежності для Π, μ і ν при типових схемах резервування.

1. Спочатку одержимо розрахункові співвідношення для структури мінімальної складності, тобто структури без резерву, а потім покажемо, як обчислити параметри розподілення, якщо система зарезервована. Як структуру мінімальної складності можна розглядати конструктивно-функціональний модуль, який є у складі будь-якої системи пілотажно-навігаційного чи комплексу, або будь-яка його підсистема. Припустимо, що така структура містить M елементів, об'єднаних у N груп

(типономиналі) по n_i елементів, $i \in 1, N$, так що $M = \sum_{i=1}^{N} n_i$.
Відомі середні значення t_{0i} і коефіцієнти варіації ν_{0i} середніх наробітків до відмови елементів кожного типу. Логічну схему розрахунку надійності ненадлишкової структури можна уявити послідовним "ланцюжком" складових її елементів [3]. Цілком очевидно, що у цьому випадку перше досягнення граничної гіперповерхні, тобто відмова кожного з елементів призводить до відмови системи. Це означає, що узагальнений параметр $\Pi = 1$ (п 1.2).

Середній наробіток до відмови системи (параметр масштабу *DN*-розподілу μ_c) обернено пропорційно швидкості деградації *ас*, середнєквадратичне значення якої можна обчислити через швидкості деградації a_i елементів, що складають розглянуту структуру, по залежності:

$$a_C = \sqrt{\sum_{j=1}^{M} a_j^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} n_i\, a_i^2} = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, t_{oi}^{-2} \right)^{0,5} .$$

Тоді середній наробіток нерезервованої системи з $M = N\, n_i$ елементів визначиться як

$$\mu_C = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, t_{oi}^{-2} \right)^{-0,5} . \qquad (3.8)$$

Для визначення коефіцієнта варіації наробітку до відмови запишемо його залежність від характеристик деградаційного процесу $\nu_c = \nu_{dc} = \sigma_{a_C} / a_c$. Середнє квадратичне відхилення (с.к.о.) швидкості деградаційного процесу в системі σ_{a_C} визначиться як середнє значення с.к.о. швидкості деградації всіх елементів системи:

$$\sigma_{a_C} = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, \sigma_i^2\right)^{0,5} = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\ \nu_{0i}^2\, a_{0i}^2\right)^{0,5}.$$

Тоді

$$\nu_c = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, \nu_{oi}^2\, t_{oi}^{-2}\right)^{0,5} \Bigg/ \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, t_{oi}^{-2}\right)^{0,5}. \qquad (3.9)$$

Для структури з однотипних елементів $\nu_з=\nu_o$.

2. Система авіаційної техніки АТ має загальний навантажений резерв кратності r (рис. 3.3 *а)*.

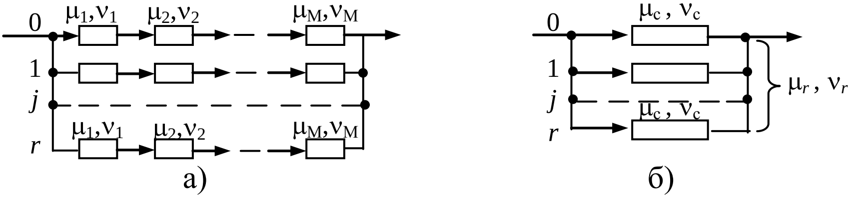

Рис. 3.3. Логічна схема розрахунку надійності системи з загальним навантаженим резервом

Основна система і всі резервні є ідентичними, , а розпоцюжку” елементів характеризується, як зазначилось вище, параметрами μ_i і ν_i (рис. 3.3 *б)*. Дана структура переходить у непрацездатний стан після відмови основного і всіх r резервних систем, отже, у системі з навантаженим резервом $П = r + 1$, тобто (r + 1)-е досягнення граничної гіперповерхні визначає відмову системи. Складемо аналітичні залежності для параметрів μ_r і ν_r, які характеризують розподілення наробітків до відмови в системі з навантаженим резервом.

Середня швидкість деградації структури, показаної на рис. 3.3 *б*, визначиться як

$$a_{\mathrm{r}} = \left(\sum_{j=0}^{r} a_{C_j}^2\right)^{0,5} = \left[(r+1)a_C^2\right]^{0,5} = a_C(r+1)^{0,.5},$$

оскільки ідентичність основної і резервної систем дозволяє зробити припущення про їхню однакову надійність.

Середній наробіток до відмови T_{1r} системи з навантаженим резервом (параметр масштабу розподілення μ_r) визначиться за залежністю (1.14) :

$$T_{1r} = \mu_r = \frac{\Pi}{a_r} = \frac{r+1}{a_C (r+1)^{0,5}} = \mu_C (r+1)^{0,5}. \qquad (3.14)$$

Коефіцієнт варіації наробітку до відмови ν_r (параметр форми розподілення) визначиться аналогічно п.1 – як відношення σ_r до a_r :

$$\sigma_r = \left[\sum_{j=0}^{r} \left(\frac{\sigma_{C_j}}{\sqrt{r+1}} \right)^2 \right]^{0,5} = \left[(r+1) \left(\frac{\sigma_C}{\sqrt{r+1}} \right)^2 \right]^{0,5} = \sigma_C ;$$

$$\nu_r = \frac{\sigma_C}{a_C \sqrt{r+1}} = \nu_C (r+1)^{-0,5}. \qquad (3.15)$$

3. Система АТ резервується заміщенням (рис. 3.4).

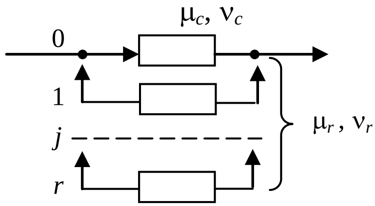

Рис. 3.4. Резервування заміщенням

Перший резерв включається в роботу після відмов основної системи; до включення ресурс резерву не витрачається. Вважатимемо, що комутаційні пристрої, які підключають резерв, абсолютно надійні, тобто $P_{к.у}(t) = 1$.

Очевидно, що в системі, резервований заміщенням, граничне значення узагальнюючого параметра $\Pi = r + 1$ (умова відмови системи). Очевидно також, що середній наробіток до відмови T_{1C} такої системи складе

$$T_{1r} = \mu_r = \sum_{j=0}^{r} T_{1C_j} = (r+1)T_{1C}\,. \qquad (3.16)$$

Середня швидкість деградаційних процесів у резервованій заміщенням системі складе з згідно (1.14)

$$a_r = \frac{\Pi}{T_{1R}} = \frac{r+1}{T_{1C}(r+1)} = (T_{1C})^{-1}. \qquad (3.17)$$

Коефіцієнт варіації наробітку до відмови визначиться як $\nu_r = \sigma_r / T_{1r}$, $\sigma_r = \left(\sum_{j=0}^{r} \sigma^2_{C_j}\right)^{0,5} = \sigma_C (r+1)^{0,5}$,

$$\nu_r = \frac{\sigma_C (r+1)^{0,5}}{T_{1C}(r+1)} = \nu_C (r+1)^{-0,5}. \qquad (3.18)$$

4. Система АТ побудована за схемою навантаженого резерву і містить кворум-елемент (КЕ), який задає умову працездатності системи за алгоритмом “*l* /*s*” (система зберігає працездатність, доки працюють *l* підсистем з *s*, рис. 3.5). Граничне значення узагальнюючого параметра $\Pi = s - l + 1 = d + 1$ (умова відмов).

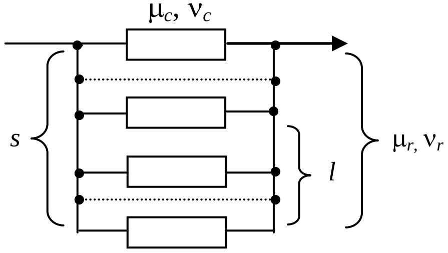

Рис. 3.5. Умова працездатності “*l* / *s*”

В розглянутих умовах роботи, як і при навантаженому резерві, середня швидкість деградаційних процесів

$$a_r = a_C (l)^{0,5} = (T_{1C})^{-1} (l)^{0,5}.$$

Середній наробіток до відмови складе

$$T_{1r} = \mu_r = \frac{\Pi}{a_r} = \frac{d+1}{(T_{1C})^{-1}(l)^{0,5}} = T_{1C}\,\frac{d+1}{(l)^{0,5}}. \qquad (3.19)$$

Коефіцієнт варіації ресурсу визначиться аналогічно розглянутому вище : $\nu_R = {}^{\sigma_R}\!/\!_{a_R}$, $\sigma_R = \left[\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\sigma_{Cj}}{\sqrt{l}}\right)^2\right]^{0,5}$,

$$\nu_R = \frac{\sigma_C}{a_C(l)^{0,5}} = \nu_C(l)^{-0,5}. \qquad (3.20)$$

5. Резервування системи виконане на основі “місточкових” схем (рис. 3.6).

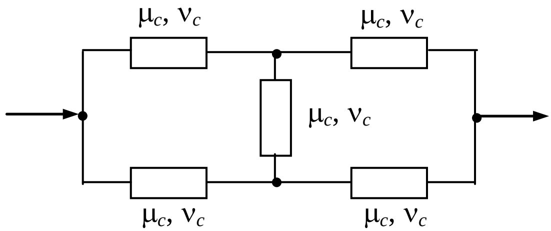

Рис. 3.6 “Місточкова” схема резервування

Граничне значення узагальнюючого параметра $\Pi = 2$, а параметри розподілення наробітку до відмови мають такі значення:

$$\mu_R = T_{1R} = {}^{\Pi}\!/\!_{a_R} = 2.68 \cdot T_{1C}; \qquad \nu_R = 0.707 \cdot \nu_C. \qquad (3.21)$$

Отримані результати зведені в табл. 1.1. Для порівняння наведені оцінки математичного сподівання наробітку до відмови цих самих систем, отримані в [] на основі традиційного експоненціального закону. Як видно, випливає з викладеного, розрахункові залежності для математичного сподівання наробітку до відмови за *DN*-розподілення не складніші, ніж за експоненціальним розподіленням. Цей метод дає можливість неодноразово використовувати прийом декомпозиції досліджуваної структури і тим самим здійснювати розрахунок усіх необхідних для інженерної практики показників відмовостійкості будь-якої за складністю технічної системи.