

138

Міністерство освіти і науки України  
Мелітопольський державний педагогічний університет  
імені Богдана Хмельницького  
Українська асоціація з прикладної геометрії  
Мелітопольська школа прикладної геометрії

---

# СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ

---



## ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

### Випуск 1



УДК [51+514+721+004.92]-047.58(062.552)  
ББК 22.1я5  
С 91

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Інтернет  
Вченою радою МДПУ імені Б. Хмельницького,  
протокол № 10 від 26 березня 2014 р.

Редакційна колегія: Найдиш А.В. (гол. редактор),  
Верещага В.М. (заступник гол. редактора), Спирінцев Д.В.  
(відповідальний секретар), Холодняк Ю.В. (технічний  
редактор), Бадаєв Ю.І., Балюба І.Г., Ванін В.В., Єремєєв В.С.,  
Ковальов С.М., Ковальов Ю.М., Корчинський В.М.,  
Куценко Л.М., Мартин Є.В., Михайленко В.Є., Пилипака С.Ф.,  
Підгорний О.Л., Плоский В.О., Підкоритов А.М., Сазонов К.О.,  
Сергейчук С.О., Тулученко Г.Я.

**С 91** Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ  
ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. –  
Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014.–  
Вип. 1. – 155 с.

ISBN 978-617-7055-42-5

Збірник містить статті за результатами досліджень з теорії  
та практики моделювання, розглядаються актуальні наукові та  
прикладні проблеми геометричного моделювання, методика  
постановки та проведення наукових та дослідницьких  
експериментів, результати наукових досліджень, питання  
підготовки фахівців та науковців.

Випуск призначений для науковців, викладачів, аспірантів і  
студентів.

УДК [51+514+721+004.92]-047.58(062.552)  
ББК 22.1я5  
© МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014

ISBN 978-617-7055-42-5

УДК 514.18

**ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ  
ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ  
ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО ПІДХОДУ**

Холковський Ю.Р., к.т.н.

Національний авіаційний університет, Київ

тел. (044) 406-72-65

**Анотація:** Наведена побудова геометричних моделей таких технічних об'єктів, як автомобільні шляхи та тунелі, на основі дискретно-інтерполяційного підходу.

**Ключові слова:** поверхня, дороги, тунелі, інтерполяція, однопараметрична множина, вузол інтерполяції, дискретно задані функції.

Сучасні технології проектування різноманітних технічних об'єктів неперервно розвиваються та ускладнюються. Це пов'язано із зростанням рівня вимог щодо раціональності та якості кінцевого результату. У переважній більшості випадків інженерного проектування йдеться про моделювання досить складних технічних форм у вигляді певних поверхонь. Зазначимо, що часто такі складні технічні форми практично не піддаються аналітичному опису, і, відповідно, не можливо отримати аналітичні континуальні моделі таких поверхонь. Тому питання розробки раціональних алгоритмів побудови геометричних моделей сучасних технічних об'єктів у вигляді доволі складних криволінійних поверхонь є актуальними.

Цілком логічним є припущення, що математична модель таких поверхонь може й повинна бути дискретною. Добре відомо, що дискретний спосіб представлення геометричної інформації про об'єкт, що моделюється, є найбільш універсальним. Будемо вважати дискретний підхід більш загальним, тому що від континуальної моделі практично завжди можна перейти до дискретної. І у роботі розглядається випадок переходу до такої моделі, а саме до дискретно-інтерполяційної геометричної моделі.

Проектування автомобільних шляхів та тунелів є достатньо складною інженерною задачею, що залежить від багатьох умов та параметрів. Це й рельєф місцевості, кліматичні умови, питання будівельних матеріалів та їх якості. Фактично можна стверджувати, що йдеться про моделювання технічних об'єктів за наперед заданими умовами. Окремо треба зазначити, що окремі ділянки таких об'єктів, як автомобільні шляхи та тунелі, мають відповідати ще й певним

умовам динаміки руху. Все це накладає особливі вимоги до проектування таких об'єктів. Також зазначимо, що розробка таких геометричних моделей та алгоритмів їх побудови розглянуті у літературі недостатньо.

Дана робота розглядає підхід, який є, по-перше, нетрадиційним, щодо моделювання складних технічних криволінійних об'єктів на основі дискретно-інтерполяційного підходу, по-друге, дає можливість отримати геометричні моделі таких об'єктів та алгоритми їх побудови.

Розробка нетрадиційних та оптимальних методів геометричного моделювання складних поверхонь, як моделей складних технічних об'єктів та форм, і робить дану роботу актуальною.

Геометричні моделі зазначених об'єктів будуються як деякі однопараметричні множини, для чого використовуються певні інтерполяційні схеми, а саме інтерполяційні поліноми Лагранжа, які дають можливість отримати дискретні геометричні моделі різних криволінійних поверхонь із врахуванням наперед заданих умов щодо форми. Доцільність такого підходу та використання поліномів Лагранжа описані у попередніх роботах автора.

Вибір інтерполяційних поліномів Лагранжа є раціональним, і це обумовлено відносною простотою у використанні, необов'язковою, що дуже важливо, рівномірністю розташуванням вузлів інтерполяції, можливістю представлення по кожній змінній своєї кількості вузлів інтерполяції, що також є суттєвим.

Нагадаємо, що нетрадиційність підходу, що розглядається, полягає у тому, під вузлами інтерполяції розуміються не точки, а більш складні об'єкти, наприклад, лінії та поверхні, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей та параметрів. Схему розташування саме таких її вузлів ми й розуміємо під схемою інтерполяції.

Інтерполювання зазначених вище об'єктів зводиться до розміщення у вузлах інтерполяції певних базових функцій – дискретних масивів. Це дає можливість отримати деякий функціонал  $\Phi(p_{i,j})$ , з вектором параметрів, що включає в себе інтерполяційний параметр, координатні змінні, параметри, що характеризують форму та положення об'єктів, певні параметричні характеристики процесів тощо.

Отримані таким чином однопараметричні множини є дискретними математичними моделями деяких багатопараметричних об'єктів і навіть процесів, а функціонал  $\Phi(p_{i,j})$  є елементом таких множин. Для створення геометричних моделей та розробки алгоритмів їх побудови у нашому випадку використовувалися прямі та криві лінії. Саме ці лінії й виступали у ролі базових вузлових

функцій. На рисунку 1 приведені приклади вузлових функцій, що фактично являють собою певні плоскі перерізи криволінійних поверхонь технічних форм, таких, як автомобільні шляхи та тунелі. Перші три лінії є профілем (прямого, опуклого, угнутого) автомобільного полотна, а для моделювання тунелів використовуються лінії замкнутого контуру.

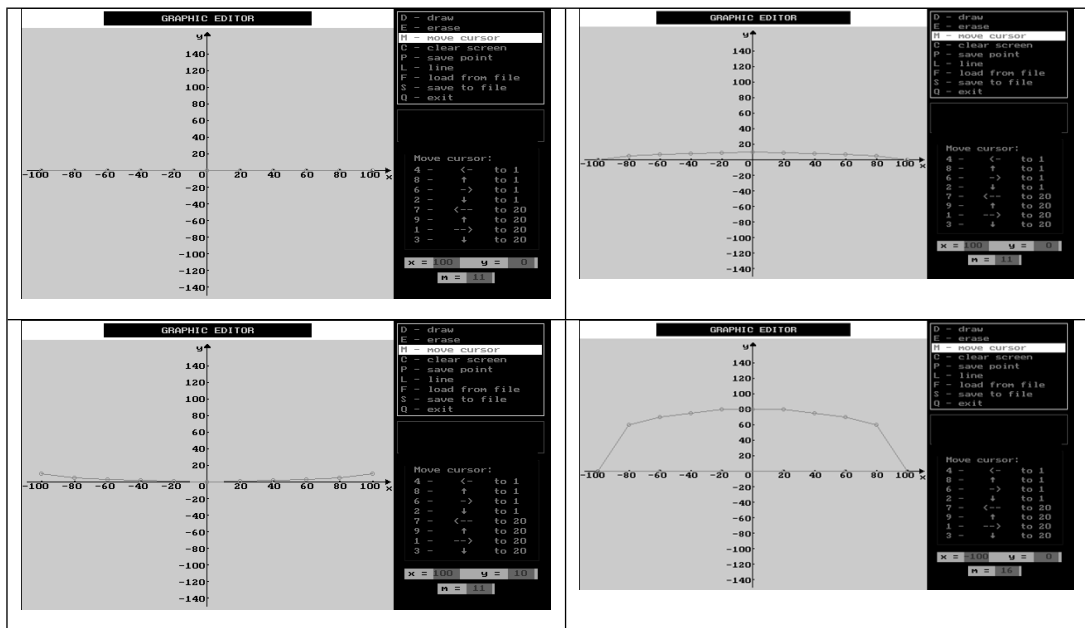


Рисунок 1. Моделювання вузлових функцій

Деякий функціонал  $\Phi(p_{i,j})$  може бути заданий матрицею  $M[i, j]$ .

$$F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j] \quad (1)$$

Тепер використовуємо інтерполяційний поліном Лагранжа, розглядаючи (1) у якості певного вузла інтерполяції. На випадок одновимірної інтерполяції отримаємо  $M[i, j]$  як

$$M_n[i, j] = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j} \quad (2)$$

де  $n$  - кількість вузлів інтерполяції,  $u$  - параметр  $M[i, j]$ , відповідний проміжному перерізу поверхні, що моделюється.

Автором було розроблено програмне забезпечення, що дало можливість сформувати вузлові функції (див. рис.1). Таким чином фактично були отримані дискретні чисельні моделі вузлових функцій. Ці лінії моделюються певної визначеної форми, досить легко можуть бути сформовані, що саме й дозволяє врахувати вимоги щодо наперед заданих умов локальних форм, наприклад автомобільного шляху. Тоді

поверхня автомобільного полотна може бути представлена дискретним лінійчатим каркасом ліній, що являють собою її умовні перерізи. У випадку тунелю вузлова функція є замкнутою, проте також дозволяє врахувати певні локальні особливості такої інженерної споруди щодо форми.

Як було зазначено вище, кількість вузлів базових функцій може бути різною, що обумовлено суто практичними питаннями проектування. Наразі у програмному забезпеченні передбачена й така можливість у вигляді розробленого алгоритму методу вирівнювання кількості вузлових точок на вузлових функціях.

Використовуючи моделюючий блок розробленого програмного забезпечення можна отримати геометричні моделі певних ділянок автомобільних шляхів та тунелів. Приклади побудови різних ділянок автомобільних шляхів наведені на рисунку 2.

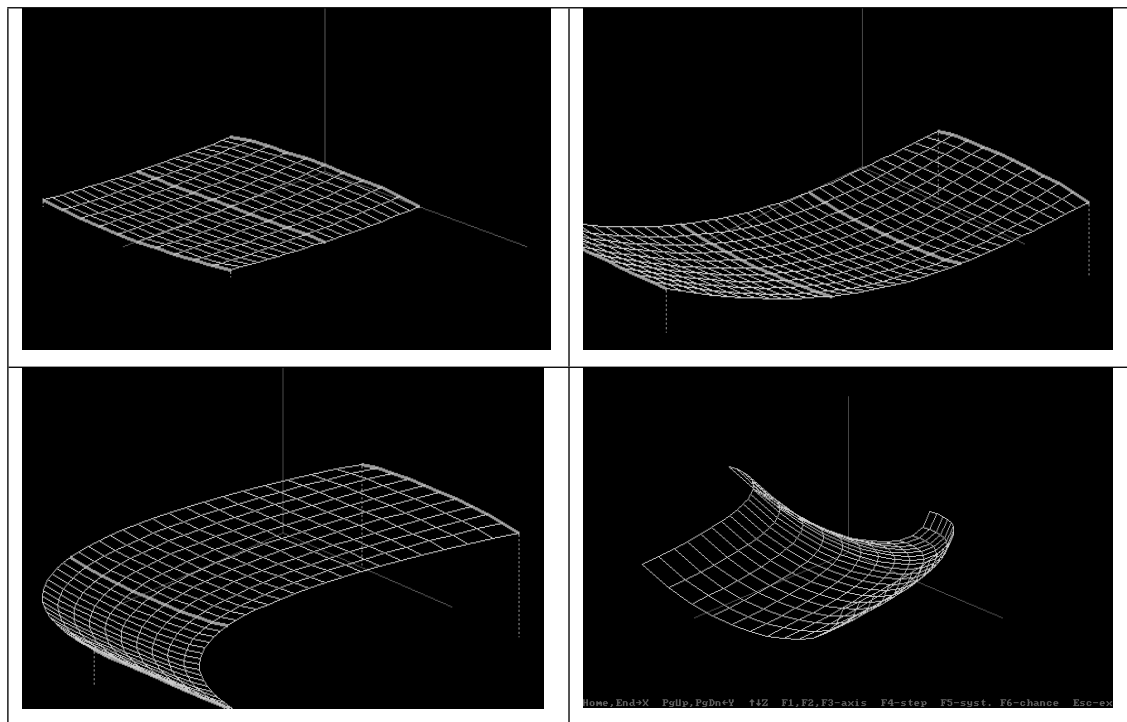


Рисунок 2. Побудовані геометричні моделі ділянок автошляхів.

При моделюванні вузлових функцій можна врахувати специфічні умови щодо геометричної форми профілю полотна, особливо на таких ділянках, де суттєво змінюється геометрія траси, наприклад, закруглення, різкі повороти, перепади по висоті тощо. Досить непростим моментом є визначення схеми інтерполяції, тобто кількості її вузлів та їх розташування, що пов'язано з питаннями проектування та технологічними умовами.

Для проектування тунелів фактично необхідно моделювати різного роду каналові поверхні. Запропонований підхід та метод

дозволяє відносно просто отримати геометричні моделі тунельних переходів з наперед заданими конструктивними умовами. Необхідно підкреслити, що водночас можна моделювати, як геометричні параметри форми тунелю, так і геометрію полотна автошляху. На рисунку 3 наведені приклади побудови деяких геометричних моделей окремих ділянок тунельного типу.

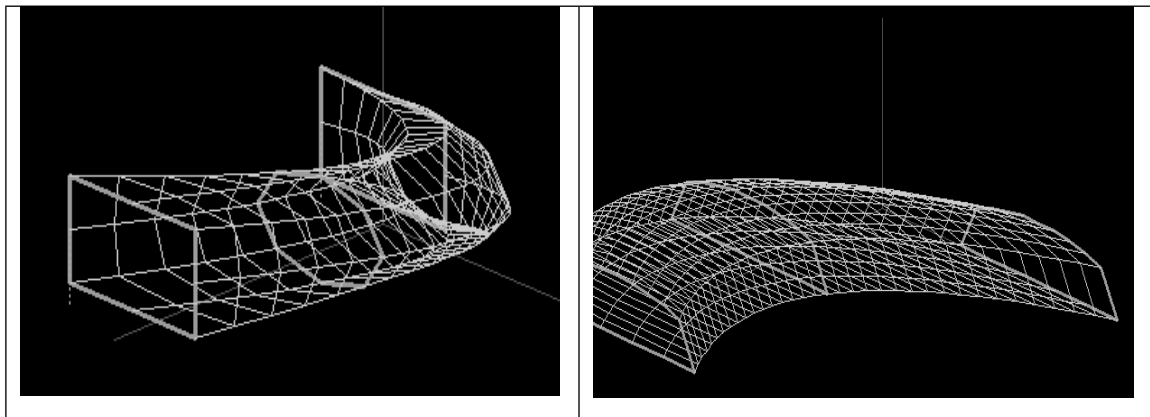


Рисунок 3. Побудовані геометричні моделі ділянок тунелів.

Вузлові функції можуть змінювати своє положення у просторі у відповідних носіях-площинах, які, в свою чергу, також можуть змінювати своє положення, впливаючи таким чином безпосередньо на схему інтерполяції і, відповідно, на кінцевий результат моделювання.

У перспективі зазначимо, що застосування такого підходу щодо моделювання різних об'єктів, явищ і середовищ, що характеризуються великою кількістю різноякісних параметрів, є раціональним.

*Висновки:* Таким чином, використовуючи запропонований дискретно-інтерполяційний підхід, ми отримали можливість моделювати складні геометричні форми технічних об'єктів у вигляді поверхонь на основі дискретно-інтерполяційних однопараметричних множин. З точки зору алгоритмізації процесу метод є оптимальним щодо формоутворення з великими можливостями варіативності.

#### Література

1. Ю.Р. Холковський. Моделювання складних просторових форм із використанням дискретно-інтерполяційного підходу // Труды 14-й Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». – Мелитополь: ТГАТУ, 2012. – С.

## **ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА**

Холковский Ю.Р.

**Аннотация:** Рассмотрено построение геометрических моделей таких технических объектов, как автомобильные дороги и туннели на основе дискретно-интерполяционного подхода.

**CONSTRUCTION OF GEOMETRICAL MODELS OF TECHNICAL  
OBJECTS WITH THE USE  
DISCRETELY-INTERPOLATION APPROACH**

Kholkovsky Yu.R.

**Summary:** The construction of geometrical models of such technical objects, as highways and tunnels, is considered on the basis of discretely-interpolation approach.