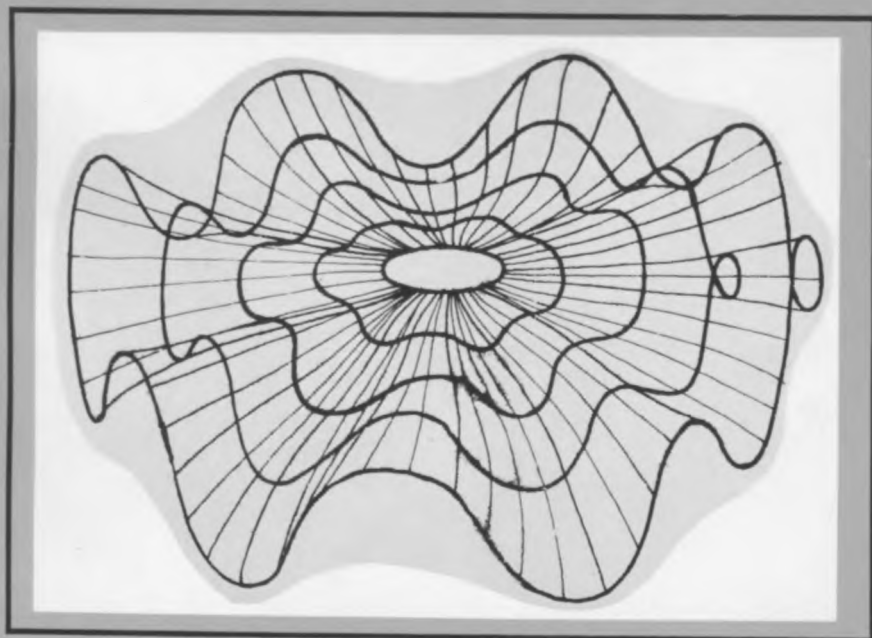


ПРИКЛАДНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

2003

ВИПУСК 72



ПОБУДОВА СПРЯЖЕНИХ ПРОСТОРОВИХ КРИВИХ ЗА МЕТОДОМ ФОРМОУТВОРЮЮЧИХ ПОВЕРХОНЬ

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Розроблено нову геометричну модель комп'ютерної побудови спряжених просторових кривих, яка дозволяє варіювати форму кривих та задовольняти наперед задані вимоги, на базі метода формоутворюючих поверхонь.

Спряжені просторові криві, що утворюють спряжену поверхню Q , використовують для з'єднання певних ділянок технічних поверхонь. Такі спряжені криві повинні проходити через певні опорні точки з'єднання поверхонь із заданою орієнтацією осей супровідного тригранника в місці стику. Окрім того, додатковими вихідними даними при конструюванні спряжених кривих є проходження цих кривих через довільні проміжні точки простору. Ці точки можуть належати плоским чи просторовим кривим, які окреслюють задані габарити спряженої поверхні.

Нехай вихідними геометричними даними є координати $1(x_1, y_1, z_1)$ та $2(x_2, y_2, z_2)$ початкової та кінцевої опорних точок спряженої просторової кривої, та кутові коефіцієнти $b_1(l_{b1}, m_{b1}, n_{b1})$, $t_1(l_{t1}, m_{t1}, n_{t1})$ і $b_2(l_{b2}, m_{b2}, n_{b2})$, $t_2(l_{t2}, m_{t2}, n_{t2})$ взаємно перпендикулярних $b_1 \perp t_1$, $b_2 \perp t_2$ стичних ортів, бінормалей та дотичних, які проходять через опорні точки 1 та 2. Додатково задаємо координати довільної точки K простору (рис. 1).

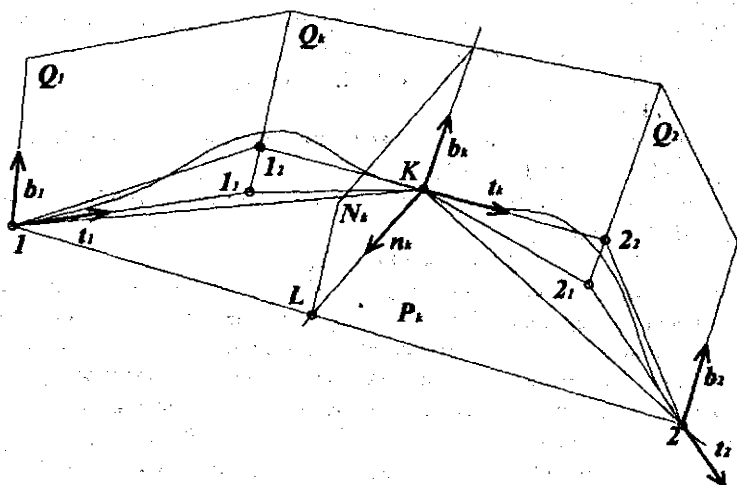


Рис. 1

Необхідно побудувати множину проміжних точок спряженої просторової кривої, яка пройде через граничні точки 1, K, 2 простору, із заданою орієнтацією осей супровідного тригранника в цих точках.

Комп'ютерне конструювання спряженої кривої здійснюємо за таким геометричним алгоритмом (рис. 1):

1. Через довільну точку K простору проводимо площину $N_k \perp 12$, перпендикулярну до прямої 12, яка з'єднує задані опорні точки 1 та 2.

2. Знаходимо точку L перетину площини N_k із прямою 12: $N_k \cap 12 = L$.

3. Визначимо точку K за точку стику двох просторових кривих, що складають шукану спряжену криву. Визначаємо орієнтацію взаємно перпендикулярних реперів $\mathbf{e}_1, \mathbf{b}_1, \mathbf{t}_1$ супроводжуючого тригранника в точці K . Відрізок $1K$ приймаємо за вектор нормалі; орт $\mathbf{t}_1(\mathbf{t}_1 \perp \mathbf{L}_1)$, що проходить через точку K паралельно 12 , визначимо за вектор дотичної, а орт $\mathbf{b}_1(\mathbf{b}_1 \perp \mathbf{t}_1 \perp \mathbf{L}_1)$ приймаємо за вектор бінормалі репера. Таким чином задаємо орієнтацію опорних реперів в точці K і визначаємо три взаємно перпендикулярні площини $Q_1(1N_11P_1)$ тобто - дотичну $Q_1(Q_1 \perp \mathbf{L}_1)$, нормальну $N_1(N_1 \perp \mathbf{L}_1)$, та стичну $P_1(P_1 \perp \mathbf{L}_1)$ площини.

4. Оскільки шукана спряжена крива буде, складатися з двох ділянок просторових стикових кривих, то для побудови кожної ділянки доцільно скористатися методами формоутворюючих поверхонь [2]. Ці методи дозволяють направлено варіювати форму цих стикових кривих, отримувати множину варіантних рішень і, при цьому, забезпечувати незмінність орієнтації опорних реперів у вузлових точках $1, K, 2$.

Щоб побудувати стикові криві, на кожній ділянці $1K$ та $K2$ задаємо по два опорних трикутники (рис. 1). В цих опорних трикутниках задаються множини пар основ формоутворюючих конусів чи циліндрів.

Для першої ділянки - це трикутники 11_1K і 11_2K , для другої ділянки - трикутники $K2_12$ і $K2_22$.

Вершини 1_1 та 2_1 трикутників знаходимо як точки перетину дотичних \mathbf{t}_1 та \mathbf{t}_2 із площиною Q_1 , тобто: $\mathbf{t}_1 \cap Q_1 = 1_1$, $\mathbf{t}_2 \cap Q_1 = 2_1$.

Відповідно, вершини 1_2 та 2_2 знаходимо як точки перетину дотичних площини $Q_1(\mathbf{b}_1 \perp \mathbf{t}_1)$ та $Q_2(\mathbf{b}_2 \perp \mathbf{t}_2)$ із репером \mathbf{t}_2 :

$$Q_1 \cap \mathbf{t}_2 = 1_2, \quad Q_2 \cap \mathbf{t}_2 = 2_2.$$

5. Кожну ділянку стикової просторової кривої знаходимо за допомогою формоутворюючих поверхонь. Тобто, шукана стикова крива є огинаючою кривою, що проходить через множину проміжних точок. Ці точки утворюються при перетині відповідних пар твірних заданих множини формоутворюючих конусів [3] чи циліндрів [4]. Тоді, згідно з методами формоутворюючих поверхонь, в точці K стику (рис. 1) побудовані просторові криві матимуть спільну дотичну $\mathbf{t}_K(\mathbf{t}_K \perp Q_1)$, а в опорних точках 11_1 та 22_1 криві будуть мати дотичні вектори $\mathbf{t}_1(\mathbf{t}_1 \perp Q_1)$ та $\mathbf{t}_2(\mathbf{t}_2 \perp Q_2)$.

Завдяки тому що додаткову проміжну точку K простору, можна задавати та рухати довільно, залишаючи при цьому нерухомими опорні точки 11_1 та 22_1 відповідними реперами, є можливість направлено варіювати форму стикових просторових кривих, при знаходженні варіантних рішень за допомогою формоутворюючих поверхонь.

На основі наведеної вище методики, розроблена комп'ютерна програма побудови просторових спряжених кривих, які проходять через три довільні точки простору, із певною орієнтацією опорних реперів у цих точках.

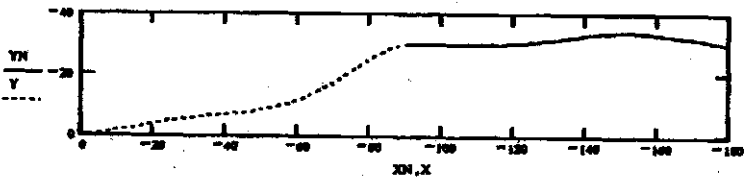
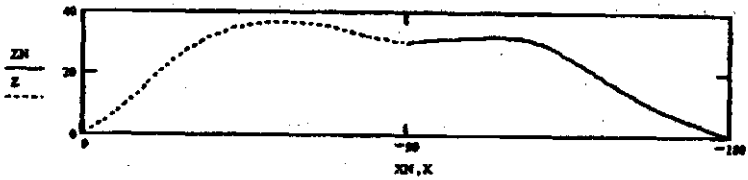


FIG. 2

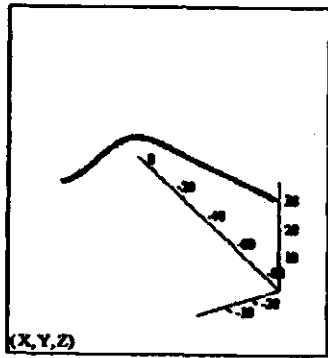


FIG. 3

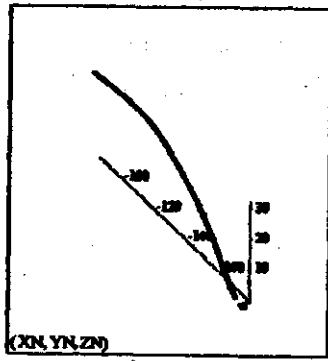


FIG. 4

На рис. 2 представлено фронтальну та горизонтальну проєкції стикової просторової кривої, яка побудована в якості тестового прикладу, та складається з двох ділянок (криву першої ділянки позначено штриховою лінією). На рис. 3,4 показані аксонометричні проєкції відповідних ділянок цієї кривої.

1. Василевський О.В. Геометрична модель побудови спряжених поверхонь // Прикл. геометрія та інж. графіка. -К.: КНУБА, 1999.-Вип. 66. -С. 133-135.

2. Василевский О.В. Конструирование пространственных кривых методом формообразующих поверхностей // Тр. Таврич. гос. агротехн. акад., - Мелитополь: 1999, вып. 4, т. 8, с. 72-74.

3. Василевський О.В. Геометрична модель побудови просторових кривих ліній за наперед заданими вимогами. // Прикл. геометрія та інж. графіка. -К.: КДТУБА, 1998. -Вип. 64. - С.140-142.

4. Василевський О.В. Геометричне моделювання просторової кривої, як огинаючої кривої множин ліній перетину формоутворюючих циліндрів // Прикл. геометрія та інж. графіка. - К.: КНУБА, 1999. - Вип. 65. -С. 117-119.

THE FITTED SPACE CURVES CONSTRUCTION BY FORMING SURFACE METHOD

O.V. Vasilevsky

The new geometric model of an automated construction of conjugate spatial curves permitting is developed to vary the form of curves and to satisfy the beforehand given conditions, on the basis of a method of auxiliary surfaces, of generatrix the form.