



УДК 539.3:624.071:624.074

ББК 30.4

Ш 61 Шимановский А.В., Цыхановский В.К.

Теория и расчет сильнонелинейных конструкций. – К.: Изд-во "Сталь", 2005.  
– 432 с., рис. 197, табл. 17.

В книге изложены нелинейная теория, построение основных разрешающих соотношений, методы и алгоритмы численного исследования, а также анализ прочности, жесткости и устойчивости сильнонелинейных конструкций, в том числе висячих, листовых, оболочечных и пневматических. Приведены уточненные результаты исследований реальных нелинейных большепролетных пространственных конструкций с учетом больших перемещений и деформаций, конструктивной анизотропии и потери местной устойчивости тонколистовых оболочек.

Для научных работников, инженеров, преподавателей, аспирантов, магистров и студентов технических вузов.

Ш 61 Шимановський О.В., Цихановський В.К.

Теорія і розрахунок сильнонелінійних конструкцій. – К.: Вид-во "Сталь", 2005.  
– 432 с., рис. 197, табл. 17.

У книзі викладено нелінійну теорію, побудову основних розв'язних співвідношень, методи й алгоритми числового дослідження, а також аналіз міцності, жорсткості та стійкості сильнонелінійних конструкцій, у тому числі висячих, листових, оболонкових і пневматичних. Наведено уточнені результати досліджень реальних нелінійних великопрогінних просторових конструкцій з урахуванням великих переміщень і деформацій, конструктивної анізотропії та втрати місцевої стійкості тонколистових оболонок.

Для науковців, інженерів, викладачів, аспірантів, магістрів і студентів технічних ВНЗ.

*Рецензенти:* В.Т.Троценко, академик Национальной академии наук Украины,  
доктор технических наук, профессор  
В.А.Пермяков, академик Академии строительства Украины,  
доктор технических наук, профессор  
П.П. Лепихин, доктор физико-математических наук

Рекомендована к изданию научно-техническим советом ОАО "Украинский научно-исследовательский и проектный институт стальных конструкций имени В.Н.Шимановского"

ISBN 966-7589-39-0

© А.В.Шимановский, В.К.Цыхановский, 2005

## ВВЕДЕНИЕ

Сильнонелинейные конструкции, являющиеся, как правило, большепролетными пространственными системами различного назначения и типа, находят все более широкое применение в строительстве и различных отраслях современной техники. Это обусловлено не только их техническими особенностями, но также и значительной экономической эффективностью по сравнению с обычными конструкциями. Большепролетные конструкции, запроектированные с учетом их пространственной работы, являются более легкими, прочными и надежными, чем плоскостные системы. Такими свойствами в полной мере обладают висячие, листовые, оболочечные и пневматические конструкции, все шире используемые в гражданских и промышленных зданиях и инженерных сооружениях, а также при их реконструкции. Кроме того, применение таких конструкций позволяет перекрывать большие площади без промежуточных опор, так как они малочувствительны к различного рода перегрузкам, сейсмическим воздействиям, осадкам и неравномерному смещению опор, создавать легкие и выразительные архитектурные формы, рационально использовать прочностные свойства материала (за счет его работы преимущественно на растяжение). Поэтому большепролетные пространственные конструкции часто бывают незаменимыми при строительстве не только названных, но и многих других уникальных сооружений.

Необходимо, однако, отметить, что большепролетные пространственные конструкции наряду с преимуществами имеют и некоторые недостатки. Поэтому они постоянно развиваются: совершенствуются конструктивные формы, уточняются методы расчета, применяются эффективные материалы для несущих элементов, создаются новые типы соединений, внедряются прогрессивные способы изготовления и монтажа.

Иллюстрацией к сказанному может служить разработка методов стабилизации формы висячих систем, поскольку известно, что они имеют повышенную деформативность при воздействии сосредоточенных и, особенно, несимметричных нагрузок. Методы уменьшения деформативности висячих систем во многом зависят от их функционального назначения. Например, если стабилизация покрытий зданий и сооружений достигается в основном предварительным напряжением, то повышение жесткости пролетного строения путе- и трубопроводных переходов — за счет конструктивных мероприятий. В последнее время для этих целей все шире применяют висячие системы повышенной жесткости, расчетной моделью несущих элементов которых являются нити конечной жесткости.

Можно также отметить ряд факторов, связанных с расчетом большепролетных пространственных конструкций. Это и сильная нелинейность рассматриваемых конструкций, и наличие зон одноосного напряженного состояния, и адекватная формулировка интегрального закона состояния материала на основе различных реологических моделей, и многое другое. Между тем совершенно очевидно, что без правильного представления о работе большепролетных пространственных конструкций под нагрузкой не-

возможно не только создать новые рациональные формы, но даже обеспечить достаточную прочность и надежность применяемых систем. Поэтому развитию теории расчета большепролетных пространственных конструкций необходимо уделять повышенное внимание.

Научно-техническая проблема, решаемая в предлагаемой работе, связана с разработкой теории расчета большепролетных пространственных конструкций, а также с комплексным исследованием процессов их формообразования, конструирования и деформирования с учетом значительной геометрической, физической и конструктивной нелинейности. При этом геометрическая нелинейность характеризуется большими перемещениями, физическая – неупругими деформациями, а конструктивная – изменением параметров расчетной модели в процессе работы конструкции. Кроме того, значительное внимание в работе уделяется вопросам разработки и совершенствования новых конструктивных решений пространственных конструкций при компоновке их схем, рационализации соотношений геометрических размеров, уменьшения параметров напряженного состояния и обеспечения, по возможности, равнопрочной работы несущих элементов и пр.

В качестве объектов исследования рассматриваются различные большепролетные пространственные конструкции: висячие (вантовые, повышенной жесткости на основе нитей конечной жесткости, мембранные), листовые, оболочечные и пневматические (воздухоопорные и воздуходесомые) системы. На основе нелинейной теории упругости и пластичности разработана теория расчета прочности и устойчивости указанных сильнонелинейных систем на статические произвольные нагрузки и воздействия в пределах и за пределами упругости, сформулирована концепция ее конечноэлементного представления и получены основные соотношения метода конечных элементов.

Книга состоит из трех частей.

В первой части (гл. 1-5) изложены общие сведения о гражданских и промышленных зданиях и инженерных сооружениях с применением большепролетных пространственных конструкций. Рассмотрены балочные покрытия, рамные и балочные системы, пространственные решетчатые и купольные покрытия, покрытия в виде вантовых и комбинированных систем и оболочек, а также мембранные конструкции. Приведены конструктивные и расчетные схемы, оценена пространственность работы сооружений. Рассмотрены вопросы проектирования, расчета, изготовления и монтажа. Описаны пневматические конструкции разнообразного назначения. Представлены требования, предъявляемые к таким сооружениям, рекомендуемые конструктивные материалы, нагрузки и воздействия. Рассмотрены сферы применения и основные типы пневматических конструкций, критерии их рационального формообразования, конструирования, расчета и монтажа. Указаны некоторые перспективные тенденции развития конструктивных форм. Изложены некоторые актуальные проблемы проектирования резервуаров и газгольдеров. Наряду с

конструкциями цилиндрических резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов, изотермических и каплевидных резервуаров подробно рассмотрены резервуары с подвесными стенками и мультицилиндрические, а также особенности применения рулонированных и нерулонированных конструкций. Включены данные о магистральных и технологических трубопроводах. Представлены классы и категории трубопроводов, виды прокладки, принципы конструирования, расчета и монтажа. Особое внимание уделено конструктивным решениям переходов трубопроводов через естественные и искусственные препятствия: выполнена классификация схем переходов и приведена характеристика их несущих конструкций. Содержится описание пролетных строений городских и пешеходных мостов и трубопроводных переходов. Рассмотрены тенденции развития мостостроения, требования, предъявляемые к таким сооружениям, типы конструктивных решений и узлов сварных, бистальных, ортотропных и сталежелезобетонных пролетных строений. Значительное внимание уделено висячим и вантовым мостам, особенностям реализации их основных конструктивных элементов – балок жесткости, пилонов, узлов крепления вант, подвесок и кабелей.

Вторая часть (гл. 6-9) посвящена основам теории расчета большепролетных пространственных конструкций, построенной с использованием соотношений нелинейной теории упругости и пластичности. Сформулированы разрешающие уравнения в приращениях для задач с упругой нелинейностью и односторонними связями. Получены соотношения с использованием линеаризованных уравнений теории упругости для нелинейно-упругих криволинейно-ортотропных и изотропных сжимаемых и несжимаемых материалов, а также для условно гладкого конструктивно-анизотропного материала, моделирующего односторонние связи в локальных зонах потери устойчивости тонкого листа или мягкой оболочки. Изложена концепция конечноэлементного представления и описана аппроксимация функций перемещений, деформаций и напряжений в пространстве базисных функций дискретной модели комбинированной континуальной области.

полученных результатов с данными экспериментальных исследований на крупномасштабных моделях, приведены результаты расчетов ряда гражданских и промышленных зданий и инженерных сооружений. Обозначены некоторые пути совершенствования конструктивных решений рассматриваемых систем.

При написании книги использованы результаты обобщения опыта многолетних исследований большепролетных пространственных конструкций, выполненных в ОАО "УкрНИИпроектстальконструкция им.В.Н.Шимановского".

Авторы надеются, что данная книга заинтересует в первую очередь специалистов, причастных к созданию (конструированию, расчету, проектированию) разнообразных большепролетных пространственных конструкций. В книге достаточно подробно изложен теоретический и прикладной материал, представлены все использованные соотношения нелинейной теории упругости и пластичности, а также описаны различные алгоритмы решения систем нелинейных уравнений высоких порядков, к которым сводятся рассматриваемые в данной книге задачи деформирования большепролетных пространственных конструкций. Книга снабжена не только большим количеством тестовых примеров, позволяющих вникнуть в детали алгоритмов, но и реальных задач, содержащих дальнейшее развитие идей, лишь слегка затронутых в тексте. Все это делает ее доступной для самостоятельного изучения студентами, бакалаврами, магистрами, аспирантами, научными работниками, инженерами и всеми, кому представлены задачи интересны с практической точки зрения.

Авторы выражают благодарность сотрудникам ОАО "УкрНИИпроектстальконструкция им.В.Н.Шимановского" доктору технических наук, профессору В.Н.Гордееву, доктору технических наук, профессору Б.М.Лисицину и доктору технических наук, профессору А.И.Оглобле за внимание и содействие в работе, а также В.Н.Трохимец, Д. И. Радкевич и Н.А.Чабан за техническую помощь при подготовке рукописи.

Улучшению содержания книги в значительной мере способствовали замечания и советы рецензентов – академика Национальной академии наук Украины, доктора технических наук, профессора В.Т.Трощенко, академика Академии строительства Украины, доктора технических наук, профессора В.А.Пермякова и доктора физико-математических наук П.П. Лепихина, большая часть которых была учтена при подготовке окончательного варианта рукописи. Им авторы выражают свою искреннюю признательность.

Неоценимую помощь в подготовке книги оказал член-корреспондент Национальной академии наук Украины, доктор технических наук, профессор В.Н.Шимановский, которым была предложена ее основная идея, сформулирована концепция, определена структура и форма представления результатов теоретических и практических исследований. Этого известного ученого не стало, когда подготовка рукописи близилась к завершению. Авторы навсегда сохранят о нем благодарную память.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>ЧАСТЬ I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ</b> .....	7
<b>ГЛАВА 1. ПОКРЫТИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ</b> .....	8
§ 1.1. Общие сведения .....	8
§ 1.2. Покрытия из плоских несущих конструкций .....	11
§ 1.3. Решетчатые покрытия из плоских структурных плит .....	17
§ 1.4. Покрытия в виде вантовых и комбинированных систем и оболочек .....	22
§ 1.5. Мембранные конструкции.....	31
<b>ГЛАВА 2. ПНЕВМАТИЧЕСКИЕ СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ</b> .....	39
§ 2.1. Общие сведения.....	40
§ 2.2. О законах формообразования пневматически напряженных оболочек .....	43
§ 2.3. Основные формы пневматически напряженных оболочек .....	48
§ 2.4. Емкости для жидкости.....	77
<b>ГЛАВА 3. РЕЗЕРВУАРЫ И ГАЗГОЛЬДЕРЫ</b> .....	85
§ 3.1. Общие сведения.....	85
§ 3.2. Вертикальные цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов .....	88
§ 3.3. Другие типы резервуаров .....	94
<b>ГЛАВА 4. ТРУБОПРОВОДНЫЕ СИСТЕМЫ</b> .....	99
§ 4.1. Магистральные трубопроводы .....	99

§ 4.2.	Конструктивные решения магистральных трубопроводов .....	101
§ 4.3.	Переходы трубопроводов через искусственные и естественные препятствия .....	103
<b>ГЛАВА 5.</b>	<b>ПРОЛЕТНЫЕ СТРОЕНИЯ АВТОДОРОЖНЫХ, ГОРОДСКИХ И ПЕШЕХОДНЫХ МОСТОВ И ТРУБОПРОВОДНЫХ ПЕРЕХОДОВ .....</b>	<b>109</b>
§ 5.1.	Общие сведения. Тенденции развития .....	109
§ 5.2.	Основные принципы проектирования .....	113
§ 5.3.	Конструктивные решения сварных мостов .....	114
§ 5.4.	Трубопроводные переходы .....	125
<b>ЧАСТЬ II.</b>	<b>ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАСЧЕТА СИЛЬНОНЕЛИНЕЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ.....</b>	<b>133</b>
<b>ГЛАВА 6.</b>	<b>ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРИЛОЖЕНИЯХ К МЕХАНИКЕ .....</b>	<b>134</b>
§ 6.1.	Системы координат и общие преобразования .....	134
§ 6.2.	Тензоры аффинной деформации и фундаментальные соотношения дифференциальной геометрии .....	137
§ 6.3.	Тензоры ортогональных преобразований и главные базисы .....	143
§ 6.4.	Исходные соотношения нелинейной теории упругости.....	147
§ 6.5.	Соотношения теории напряжений.....	151
§ 6.6.	Дифференциальные уравнения движения и равновесия.....	155
<b>ГЛАВА 7.</b>	<b>ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.....</b>	<b>160</b>
§ 7.1.	Общие положения .....	160
§ 7.2.	Уравнения аналитической механики сплошной среды.....	164
§ 7.3.	Кинематика механики сплошной среды .....	167



§ 7.4.	Основные принципы моментной схемы метода конечных элементов .....	172
§ 7.5.	Сущность стандартного и модифицированного вариантов МСКЭ.....	174
§ 7.6.	Представление в рядах функций деформаций и напряжений.....	180
§ 7.7.	Нелинейная матрица реакций и линеаризованная матрица жесткости объемного конечного элемента .....	184
§ 7.8.	Вариационное уравнение движения общей конечноэлементной модели .....	191
<b>ГЛАВА 8.</b>	<b>МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ РАСЧЕТА МЯГКООБОЛОЧЕЧНЫХ СИСТЕМ.....</b>	<b>196</b>
§ 8.1.	Исходные гипотезы и допущения .....	196
§ 8.2.	Особенности напряженного состояния мягких оболочек.....	199
§ 8.3.	Соотношения МКЭ для треугольного конечного элемента .....	203
§ 8.4.	Соотношения МСКЭ для четырехугольного конечного элемента .....	206
§ 8.5.	Сравнение матриц жесткости МКЭ и МСКЭ.....	214
§ 8.6.	Осесимметричный конечный элемент .....	217
§ 8.7.	Взаимодействие пневмонапряженной мягкой оболочки с твердым телом и тентом .....	225
§ 8.8.	Конечная плоская деформация .....	229
§ 8.9.	Решение задачи взаимодействия мягких оболочек.....	233
§ 8.10.	Исследование сходимости численных решений к точным.....	236
<b>ГЛАВА 9.</b>	<b>АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ.....</b>	<b>242</b>
§ 9.1.	Методы установления .....	242

§ 9.2.	Метод продолжения по параметру возмущения в сочетании с методом Ньютона–Канторовича и другими методами .....	246
§ 9.3.	Модификации алгоритмов при специальных типах граничных условий .....	251
§ 9.4.	Оценка алгоритмов расчета нелинейно-упругих мягких оболочек .....	256
§ 9.5.	Модификации алгоритмов при наличии стабилизирующих элементов .....	261
§ 9.6.	Модификации алгоритмов при наличии упругоподатливых связей .....	266
§ 9.7.	Реализация методики решения нелинейных задач.....	268
9.7.1.	Структура вычислительного комплекса .....	268
9.7.2.	Организация входных и выходных данных.....	271
9.7.3.	Организация управления вычислительным процессом .....	273
<b>ЧАСТЬ III.</b>	<b>ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛЬНОНЕЛИНЕЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ .....</b>	<b>275</b>
<b>Глава 10.</b>	<b>ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ .....</b>	<b>277</b>
§ 10.1.	Изгиб равномерно нагруженной прямоугольной свободно опертой по краям пластинки .....	277
§ 10.2.	Большие прогибы равномерно нагруженной прямоугольной пластинки .....	281
§ 10.3.	Изгиб круглой тонкой пластинки на упругом основании.....	284
§ 10.4.	Изгиб замкнутой эллиптической цилиндрической оболочки .....	288
§ 10.5.	Исследование сходимости решений МСКЭ .....	293

§ 10.6.	Нелинейное деформирование мембран и мягких оболочек.....	299
<b>ГЛАВА 11.</b>	<b>ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ ВИСЯЧИХ СИСТЕМ .....</b>	<b>310</b>
§ 11.1.	Исследование модели висячей железобетонной оболочки с внешним листовым армированием .....	310
11.1.1.	Экспериментальное исследование .....	310
11.1.2.	Численное исследование .....	317
11.1.3.	Анализ результатов расчета и их сопоставление с экспериментальными данными.....	320
§ 11.2.	Висячее покрытие спортивно-зрелищного сооружения.....	324
11.2.1.	Описание объекта. Постановка задачи формообразования.....	324
11.2.2.	Конечноэлементная модель задачи .....	330
11.2.3.	Определение статических воздействий. Результаты расчета.....	334
<b>ГЛАВА 12.</b>	<b>ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ .....</b>	<b>340</b>
§ 12.1.	Формообразование мягких оболочек .....	340
12.1.1.	Определение начальной формы мягкой оболочки на прямоугольном контуре.....	340
12.1.2.	Моделирование процесса выдувания конструкции стеклопластикового фонаря.....	341
12.1.3.	Формообразование пневмокаркасной мягкооболочечной конструкции.....	344
§ 12.2.	Деформирование воздухоопорных пневмоконструкций .....	345
12.2.1.	Воздухоопорная мягкая оболочка на квадратном контуре .....	345

12.2.2.	Цилиндрическая мягкая оболочка, стабилизированная тросами.....	352
12.2.3.	Воздухоопорная пневмонапряженная мягкая оболочка на прямоугольном контуре, стабилизированная тросами.....	356
<b>ГЛАВА 13.</b>	<b>ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ МЕМБРАННО-СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ.....</b>	<b>359</b>
§ 13.1.	Висячее покрытие универсального спортивно-зрелищного зала .....	359
13.1.1.	Конструктивное решение .....	359
13.1.2.	Экспериментальные и численные исследования модели покрытия УСЗЗ.....	363
13.1.3.	Численные исследования покрытия УСЗЗ.....	373
§ 13.2.	Висячее покрытие рынка .....	380
§ 13.3.	Висячий трубопроводный переход нефтепровода.....	386
§ 13.4.	Висячее покрытие выставочного павильона .....	391
§ 13.5.	Облегченная складчатая конструкция ангара для самолетов .....	404
§ 13.6.	Трансформирующаяся вангово-стержневая оболочка .....	408
	<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>412</b>

---

Научное издание

**Шимановский Александр Витальевич  
Цыхановский Валентин Константинович**

**ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ  
СИЛЬНОНЕЛИНЕЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Ш 61 Теория и расчет сильнонелинейных конструкций. – К.: Изд-во "Сталь",  
2005. – 432 с., рис. 197, табл. 17.

ISBN 966-7589-39-0

ББК 30.4

Редактор  
Компьютерный набор  
Компьютерная верстка  
техническое редактирование

Р.И Гусячая  
В.Н. Трохимец, Д.И. Радкевич  
Н.А. Чабан

---

Подписано к печати 30.05.05. Формат 70×100/16.  
Бумага офсет. Гарнитура Times New Roman.  
Печать офсет. Усл. печ. л. 34,82. Уч.-изд. л. 31,48.  
Тираж 500 экз. Заказ № 1012.

ООО «Издательство «Сталь».  
02660, ГСП-660, г. Киев, просп. Освободителей, 1,  
тел./факс 516-45-02, тел. 516-55-92.

---