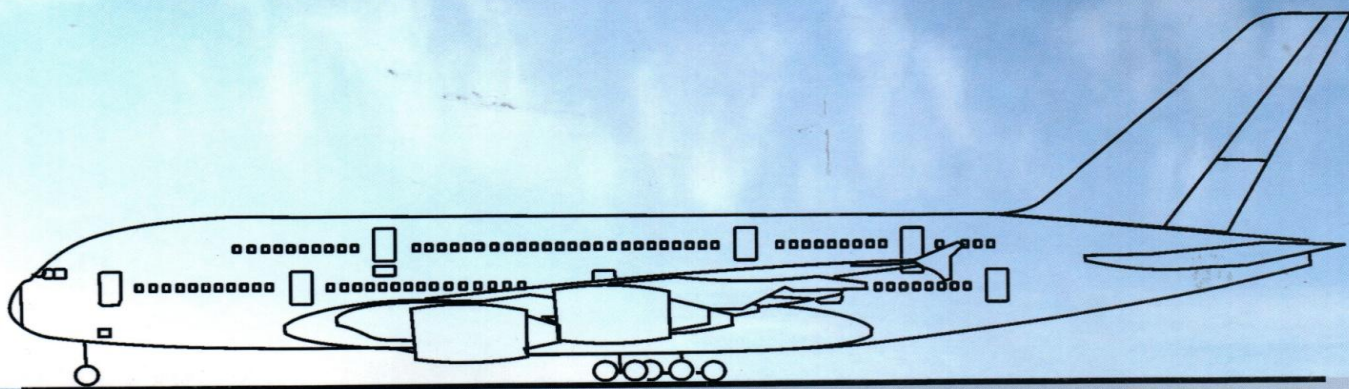


В.К. Цыхановский, С.М. Козловец, А.С. Коряк

# РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ



Киев – 2008



УДК 625.717  
ББК 39.513

Ц 75 Цыхановский В.К., Козловец С.М., Коряк А.С.

Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов. – К.: Изд-во „Сталь”, 2008 – 234с., рис. 110, табл. 52.

В книге изложена численная методика исследования напряженно-деформированного состояния гибких тонких пластинок (плит) на упругом основании. Предложена функция прямой пропорциональности модели грунтового основания с переменными коэффициентами постели на основе сплайновой аппроксимации. Проведен анализ решений, рекомендуемых нормами, и решений, полученных на основе моментной схемы конечных элементов, в результате чего сформулированы рекомендации по введению в аналитические нормативные соотношения уточняющих переходных коэффициентов, учитывающих влияние сквозных и стыковых соединений плит, неравномерность значений функции коэффициента постели по площади покрытия, развитие упругопластических деформаций в активной зоне грунтового основания. Рассмотрены и предложены новые конструктивные, топологические и расчетные схемы жестких аэродромных покрытий с учетом воздействий современных сверхтяжелых воздушных судов. Для каждой из рассмотренных конструкций покрытий выполнен сравнительный анализ с точки зрения существующих инженерных расчетов и численного расчета на основе метода конечных элементов.

Для научных работников, инженеров-расчетчиков, преподавателей и студентов технических вузов.

ISBN 978-966-1555-06-7

ББК 39.513

Ц 75 Цыхановський В.К., Козловець С.М., Коряк О.С.

Розрахунок тонких плит на пружній основі методом скінченних елементів. – К.: Вид-во „Сталь”, 2008 – 234с., рис.110, табл. 52.

У книзі викладена числова методика дослідження напружено-деформованого стану гнучких тонких пластинок (плит) на пружній основі. Запропонована функція прямої пропорційності моделі ґрунтової основи зі змінними коефіцієнтами постелі на основі сплайнової апроксимації. Проведено аналіз розв'язків, рекомендованих нормами, та розв'язків, отриманих на основі моментної схеми скінченних елементів, внаслідок чого сформульовані рекомендації щодо введення в аналітичні нормативні співвідношення уточнювальних перехідних коефіцієнтів, що враховують вплив наскрізних та стыкових з'єднань плит, нерівномірність значень функції коефіцієнта постелі по площі покриття, розвиток пружнопластичних деформацій в активній зоні ґрунтової основи. Розглянуто і запропоновано нові конструктивні, топологічні та розрахункові схеми жорстких аеродромних покриттів з урахуванням впливів сучасних надважких повітряних суден. Для кожної з розглянутих конструкцій покриття виконано порівняльний аналіз з точки зору існуючих інженерних розрахунків та числових розрахунків на основі методу скінченних елементів.

Для наукових працівників, інженерів, що виконують розрахунки на міцність викладачів та студентів технічних вузів.

*Рецензенти:* А.И.Билеуш, профессор НАУ, ведущий сотрудник института гидрологии  
НАН Украины, доктор технических наук, профессор  
А.С. Городецкий, зам. директора института НИИАС,  
доктор технических наук, профессор

ISBN 978-966-1555-06-7

© В.К.Цыхановский, С.М.Козловец, А.С.Коряк, 2008

## ВВЕДЕНИЕ

В связи с увеличением подъемной массы современных и перспективных на ближайшие 10 – 20 лет сверхтяжелых широкофюзеляжных воздушных судов, таких, как В747-400, В747-8, А380-800, А380-800F, Ан-225 „Мрія” и других, величины исходных параметров, которые дают действующие нормы проектирования аэродромных покрытий, оказываются заниженными и не обеспечивают необходимую надежность по прочности и деформативности, а также требуемую долговечность их эксплуатации. Поэтому особенную актуальность приобретают вопросы исследования и усовершенствования методик расчета, особенно жестких покрытий для эксплуатации сверхтяжелых широкофюзеляжных воздушных судов (ВС).

Основные недостатки существующих норм проектирования при расчете капитальных жестких покрытий:

- в таблицах существующих норм [36] не предусматривается нормативная (категорийная) нагрузка на основную опору ВС более чем 850 кН и давление в пневматике (отдельном колесе) более 1,0 МПа, в то время как нагрузка на основную опору, например для ВС А380-800 при 4-колесной опоре, достигает 1140 кН, а давление в пневматике – 1,5 МПа;

- в нормах [36] нагрузка на одно колесо основной опоры предусматривается не более 250 кН, а для колеса основной опоры А380-800 она достигает 327 кН;

- переходные коэффициенты при различном расположении пассажи на плите определены по устаревшим методам численного интегрирования разрешающих дифференциальных уравнений изгиба плиты;

- действующие нормы [36] предусматривают использование решений для сплошной неразрезной плиты и очень приближенно учитывают переход к плитам конечной жесткости при наличии сквозных швов и стыковых соединений;

- введенные на основе экспериментальных исследований коэффициенты не всегда адекватно учитывают накопление пластических деформаций, возникающих при многократном нагружении плит жестких покрытий, особенно при наличии слабых грунтовых оснований.

Перечисленные выше недостатки приводят к невозможности точного определения глубины сжимаемой толщи грунтового основания покрытий и условного диаметра передачи нагрузки на грунтовую основу.

Действующие нормы вообще не учитывают действительное взаимодействие плит конечных размеров жестких покрытий и переменной величины коэффициента постели грунтовых оснований. Современные численные методы позволяют восполнить этот пробел. В предлагаемой работе проведен детальный анализ напряженно-деформированного состояния гибких плит конечных размеров на упругом основании с использованием величины коэффициента постели как функции координат точек в плоскости плиты. Расчеты выполнены на основании наиболее эффективного из известных численных методов – метода

конечных элементов (МКЭ). Используется наиболее универсальная схема МКЭ – моментная схема конечных элементов (МСКЭ) [1, 26, 28].

На основе МСКЭ разработана численная методика исследования напряженно-деформированного состояния гибких тонких пластинок (плит) из прочных материалов – бетона, армобетона, фибробетона, железобетона, металлопроката и других композитных материалов, которые работают совместно с линейно-упругим неоднородным основанием. Прочностной расчет выполняется путем дискретного моделирования набора плит конечных размеров (по разрезной и неразрезной конструктивным схемам) на упругом винклеровском основании с учетом односторонних связей. В данной методике используется упрощенная математическая модель упругого основания с предположением о пропорциональности между положительным прогибом пластинки и реакцией основания с учетом, что коэффициент пропорциональности есть величина переменная и зависит от координат точки срединной поверхности пластинки (узла), в которой определяется прогиб и реакция основания:

$$q(x^2, x^3) = -c(x^2, x^3)\omega, \quad (\text{B.1})$$

где  $c(x^2, x^3)$  – функция коэффициента пропорциональности (постели);

$\omega$  – положительный прогиб в данной точке по нормали к поверхности пластинки в деформированном состоянии.

Функция (B.1) может быть описана путем двухмерной аппроксимации [10] с использованием определенного ряда значений коэффициента постели для рассматриваемого участка геологического разреза с учётом многослойности залегающих грунтов в основании покрытия и их толщин, если в основу положена величина эквивалентного общего модуля деформации грунта в данном сечении [4, 5, 27]. Зная ряд значений коэффициента постели в зависимости от осредненного, по вертикали толщи основания, общего модуля деформации грунта и используя ту или иную аналитическую функцию: сплайновую, тригонометрическую, показательную, степенную или другую, – получаем конкретную функцию в данной области расчетной модели. Например, в случае наличия линзообразной грунтовой прослойки с известными граничными значениями коэффициентов постели  $C_0$  и  $C_{\max}$ , а также используя аналитический сплайн по закону синуса, имеем:

$$C_N(x^2, x^3) = C_0 - (C_{\max} - C_0) \cdot \sin \frac{\pi x_N^2}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi x_N^3}{l^3}, \quad (\text{B.2})$$

где  $x_N^2, x_N^3$  – текущие местные координаты узлов расчетного фрагмента в глобальной системе координат;  $l^2, l^3$  – размеры расчетного фрагмента соответственно по  $z^2$  и  $z^3$  глобальной системы координат.

В предлагаемой работе проанализированы результаты с использованием решений, рекомендуемых нормами, и решений, полученных на основе МСКЭ. Решения, для которых построена математическая модель с граничными условиями, совпадающими с инженерным подходом, практически хорошо согласуются. Численные результаты решений,

математические и топологические модели которых максимально приближены к реальным конструкциям жестких аэродромных покрытий, отличаются от нормативных до 20...25%. Кроме того, для некоторых моделей реальных конструкций покрытия инженерных подходов вообще не существует.

На основе достаточно подробного сравнительного анализа в 4-й главе сформулированы рекомендации по определению переходных коэффициентов при вычислении расчетных изгибающих погонных моментов в рассматриваемом сечении по отношению к величине изгибающего момента в центральном сечении, полученного для сплошной неразрезной плиты. Величины этих переходных коэффициентов приведены к трем типам грунтовых оснований по величине коэффициента постели:

- слабое грунтовое основание – 40...60 МН/м<sup>3</sup>;
- среднее грунтовое основание – 60...90 МН/м<sup>3</sup>;
- прочное грунтовое основание – 90...120 МН/м<sup>3</sup>.

Сформулированные рекомендации могут быть положены в основу разрабатываемых (новых) нормативных документов.

В предлагаемой методике рассматриваются также плоские задачи исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) полупространства при взаимодействии покрытия с грунтовым основанием, при этом в постановке задачи учитываются геометрическая и физическая нелинейность. Математическая модель при учете физической нелинейности построена на основе расширенного принципа Мизеса с учетом критерия Кулона – Мора и параметра Лоде – Надаи [2].

Полученные результаты прочностного расчета конкретных примеров конструкций жесткого покрытия с использованием различных дискретных моделей и типов грунтовых оснований свидетельствуют об универсальности предложенной методики исследования НДС тонких плит на упругом неоднородном основании. Эта методика позволяет учитывать адекватность влияния сквозных швов и стыковых соединений плит на распределение внутренних усилий, неравномерность значений коэффициента постели упругого основания и влияние этой неравномерности на величину внутренних усилий, концентрацию нормальных и сдвиговых напряжений в плите, произвольную схему воздействий колесных нагрузок для любого типа воздушного судна и др.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

<b>Введение</b> .....	<b>3</b>
<b>Глава 1. Расчет прочности аэродромных покрытий жесткого типа инженерными методами</b> .....	<b>6</b>
1.1. Основные положения расчета прочности жестких покрытий.....	6
1.2. Расчет бетонной плиты на упругом основании методом предельных состояний .....	9
1.3. Расчет бетонной плиты жесткого покрытия методом предельных состояний по деформациям.....	17
1.4. Расчет бетонной плиты с учетом величин среднего и прочного грунтового основания.....	18
<b>Глава 2. Исходные данные численного определения напряженно-деформированного состояния аэродромных покрытий на упругом основании</b> .....	<b>21</b>
2.1. Вариационные принципы и соотношения нелинейной теории упругости, специальные алгоритмы.....	21
2.2. Основные соотношения моментной схемы конечных элементов .....	24
2.3. Нелинейная матрица реакций и линеаризованная матрица жесткости пространственного оболочечного конечного элемента.....	26
2.4. Гипотезы и допущения для тонких гибких оболочек, замена переменных ограничивающих поверхностей на переменные срединной поверхности оболочек.....	29
<b>Глава 3. Тестовые задачи исследования с помощью моментной схемы конечных элементов напряженно-деформированного состояния гибких пластинок (плит) на упругом основании</b> .....	<b>32</b>
3.1. Математические модели аналитических решений тестовых задач .....	32
3.2. Тестовая задача Герца. Расчет на прочность неограниченной плиты от равномерно распределенной нагрузки по окружности .....	34
3.3. Тестовая задача по Б.Г. Корневу. Расчет на прочность неограниченной плиты нагруженной полосовой равномерно распределенной нагрузкой по площади конечных размеров (по прямоугольнику).....	40
3.4. Тестовая задача по Б.Г. Корневу. Расчет на прочность неограниченной плиты нагруженной полосовой нагрузкой треугольного профиля.....	46
3.5. Тестовая задача по Б.Г. Корневу. Определение перемещений и изгибающих моментов в полубесконечной плите от равномерно распределенной нагрузки по круговому отпечатку.....	51
<b>Глава 4. Построение дискретной модели многослойной плиты для численной реализации. Анализ сходимости получаемых решений и оценка влияния граничных условий расчетных схем</b> .....	<b>61</b>



4.1. Определение входных и выходных параметров условной плиты для реализации численного расчета многослойных плит на упругом основании.....	61
4.2. Анализ сходимости решений для дискретных моделей плит конечных размеров при увеличении сеточной области.....	65
4.3. Анализ напряженно-деформированного состояния и рекомендации по определению переходного коэффициента для расчетного изгибающего момента в зависимости от граничных условий плиты конечных размеров.....	74
4.4. Общий анализ напряженно-деформированного состояния плиты конечных размеров на упругом основании с переменными значениями функции коэффициента постели.....	81
4.5. Расчет бетонного покрытия перрона от колесного воздействия воздушного судна В747-400.....	86
4.6. Анализ НДС бетонного покрытия перрона от колесного воздействия крупнофюзеляжного воздушного судна А380-800.....	98
4.7. Определение показателя несущей способности покрытия по методу ACN-PCN Международной ассоциации ICAO.....	106
<b>Глава 5.</b> Исследование напряженно-деформированного состояния покрытий из железобетона и облегченных металложелезобетонных покрытий.....	112
5.1. Инженерный расчет железобетонных покрытий перрона нового терминала аэропорта Борисполь при колесном воздействии самолета В747-400.....	113
5.2. Численный расчет двухслойного покрытия перрона, включающего железобетонный и бетонный слои на жестком искусственном основании.....	118
5.3. Численный расчет покрытия перрона из сборных железобетонных предварительно-напряженных плит на жестком искусственном основании.....	125
5.4. Численный и инженерный расчеты облегченного металложелезобетонного покрытия на жестком основании при воздействии воздушного судна типа В747-400.....	141
<b>Глава 6.</b> Численное исследование комбинированного многослойного полупространства, включающего слои железобетонного (бетонного) покрытия, искусственного основания и активной зоны грунтового основания. Плоская постановка задачи.....	155
6.1. Исходные соотношения грунтового полупространства в запредельном состоянии.....	155
6.2. Тестовая задача. Исследование напряженно-деформированного состояния изотропного однородного грунтового полупространства с полостью в плоской постановке.....	163

6.3. Тестовая задача. Исследование напряженно-деформированного состояния однородного полупространства и определение зон предельного равновесия с учетом уплотненного ядра под жестким полосообразным фундаментом.....	170
6.4. Тестово-контрольная задача. Определение напряженно-деформированного состояния нежесткого аэродромного покрытия от воздействия полосовой нагрузки на активное полупространство.....	181
6.5. Численный расчет дискретной модели комбинированного полупространства, включающего конструкцию жесткого покрытия и активную часть многослойного грунтового основания с учетом развития упруго пластических деформаций.....	196
6.6. Численное исследование сходимости решений задачи расчета плиты покрытия на упругом основании от многоколесной нагрузки сверхтяжелого судна к решению плоской задачи исследования комбинированного полупространства от соответствующей модели полосовой нагрузки.....	209
6.7. Сравнительный анализ численных расчетов аэродромных покрытий в упругой и неупругой постановке задачи с целью определения уточняющих коэффициентов для практического использования инженерных расчетов и разработки рекомендаций при подготовке нормативных документов.....	228
<b>Список литературы.....</b>	<b>230</b>



Научное издание

Валентин Константинович Цыхановский  
Светлана Михайловна Козловец  
Александр Сергеевич Коряк

**РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛИТ  
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ  
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Ц 75 Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов. – К.:  
Изд-во “Сталь”, 2008. – 236 с., рис. 110, табл. 52.

ISBN 978-966-1555-06-7

ББК 39.513

Редактор  
Компьютерный набор и верстка

Р.И. Гусячая  
С.М. Козловец

---

Подписано в печать 18.07.2008 г. Формат 60×84/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,77. Уч.-изд. л. 12,52

Тираж 300 экз. Зак. № 0215

ТОВ “Издательство “Сталь”.

02660, г. Киев, просп. Освободителей, 1,

тел./факс 516-55-92, 543-45-02.

---

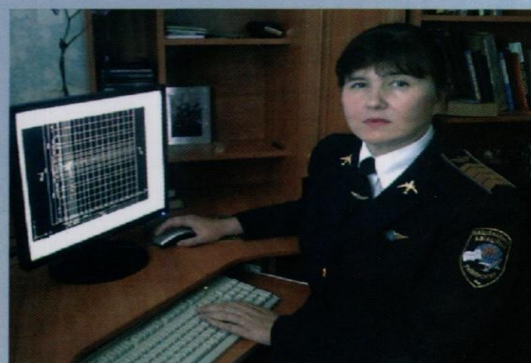


**ЦЫХАНОВСКИЙ**  
**Валентин Константинович**

*Заведующий кафедрой реконструкции аэропортов и автодорог Национального авиационного университета, доктор технических наук, профессор, специалист в области численных исследований комбинированных оболочечных систем*

**КОЗЛОВЕЦ**  
**Светлана Михайловна**

*Докторант кафедры реконструкции аэропортов и автодорог Национального авиационного университета, кандидат технических наук, доцент, специалист в области оптимизации формы и структуры тонкостенных пространственных конструкций*



**КОРЯК**  
**Александр Сергеевич**

*Инженер научно-технического отдела Украинского государственного проектно-технологического научно-исследовательского института гражданской авиации «Украэропроект», аспирант Национального авиационного университета*

