

П.О.Приставка, О.О.Колганова

ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОВИМІРНОГО УТОЧНЮЮЧОГО СПЛАЙНУ
НА ОСНОВІ *B*-СПЛАЙНІВ ДРУГОГО ПОРЯДКУ
ПРИ ОБРОБЦІ ЗОБРАЖЕНЬ

Для задач масштабування та стиснення цифрових зображень проведено експериментальні дослідження двовимірного уточнюючого сплайну на основі *B*-сплайнів другого порядку. Отримано часткові випадки, що забезпечують підвищення швидкодії обчислень у порівнянні з явним виглядом сплайну.

Постановка проблеми. Однією з актуальних задач обробки реалістичних цифрових зображень (ЦЗ) є реалізація методів, що забезпечують зміну лінійних розмірів (масштабування). Масштабування ЦЗ застосовують в поліграфії, при компресії даних, в автоматизованих системах перегляду та редагування фотографій, тощо.

При виборі підходу до зміни розмірів ЦЗ відправним моментом є питання моделі аналогового зображення, що покладена в основу методу. Головні вимоги, що висувуються до моделі зображення – висока адекватність та швидкодія обробки даних методами на її основі, адже сучасні ЦЗ містять мільйони пікселів. Традиційний підхід до моделювання зображень ґрунтується на умовах, сформульованих в теоремі Котельникова-Найквіста. Проте, можна припускати більш привабливим підхід до використання моделей на основ методів локальної інтерполяції.

В сучасних автоматизованих системах обробки ЦЗ поширення набули методи зміни лінійних розмірів зображень оснований на лінійних комбінаціях *B*-сплайнів. Тож за проблематику даної роботи визначимо дослідження обчислювального аспекту застосування окремих випадків подібних сплайнів, зокрема уточнюючого сплайну на основі *B*-сплайнів другого порядку, близького до інтерполяційного в середньому в асимптотичному сенсі при, обробці реалістичних ЦЗ.

Аналіз публікацій та постановка задачі. В роботі [1] на основі аналізу та досліджень запропоновано використання двовимірних поліноміальних сплайнів на основі *B*-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому для побудови моделей аналогових реалістичних зображень. Основними перевагами для реалізації саме таких сплайн-операторів у програмному забезпеченні обробки цифрових зображень, в тому числі для систем, що функціонують у режимі реального часу, є обчислювальна простота та високі апроксимативні властивості, що враховують природу реєстрації ЦЗ. Зокрема, за способом реєстрації ЦЗ, дані, що його подають, за фактом є усередненими значеннями. Якщо площина зображення визначається осями T та Q , за якими з одиничним кроком задано рівномірне розбиття $\Delta_{1,1} : t_i = i, q_j = j, i = \overline{0, H-1}, j = \overline{0, W-1}$, де H та W – лінійні розміри ЦЗ, що фіксується; $\phi(t, q)$

– функція імпульсного відклику системи, що реєструє $p(t, q)$ – функцію інтенсивності освітлення об’єктів просторової сцени (аналогове зображення), то в силу технічних властивостей систем реєстрації, результатом згортки $p(t, q)$ та функції відклику буде значення, усереднене в області дискретизації, зокрема:

$$(p * \phi)(ih, jh) = \frac{1}{h^2} \int_{ih-\frac{h}{2}}^{ih+\frac{h}{2}} \int_{jh-\frac{h}{2}}^{jh+\frac{h}{2}} p(t, q) \phi(t-ih, q-jh) dt dq = \bar{p}_{i,j}.$$

Тож дискретизовані (квантовані) значення інтенсивності світлового потоку (цифрове зображення) можуть мати таке подання:

$$p_{i,j} = \bar{p}_{i,j} + \varepsilon_{i,j}, \quad i = 0, H-1, \quad j = 0, W-1, \quad (1)$$

де $\varepsilon_{i,j}$ – випадкова вада. Отже, при побудові моделі зображень за даними (1) природно використовувати апроксимації на основі операторів інтерполяційних в середньому або близьких до інтерполяційних у середньому. В монографії [2] для апроксимації функції $p(t, q)$ за значеннями типу (1) у вузлах розбиття $\Delta_{1,1}$, подано лінійні комбінації B -сплайнів, що є близькими до інтерполяційних у середньому. Найменша обчислювальна складність при використанні в програмному забезпеченні і, в той же час, найвища адекватність при побудові моделі, притаманні уточнюючому сплайну основі B -сплайнів другого порядку, що визначається так:

$$S_{2,1}(p, t, q) = \sum_{i \in Z} \sum_{j \in Z} \left(p_{i,j} - \frac{1}{6} (\Delta_i^2 p_{i,j} + \Delta_j^2 p_{i,j}) + \frac{1}{36} \Delta_{ij}^2 p_{i,j} \right) B_{2,1}(t-i) B_{2,1}(q-j), \quad (2)$$

де (з точністю до аргументу)

$$B_{2,1}(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [-3/2; 3/2], \\ (3+2t)^2/8, & t \in [-3/2; -1/2], \\ 3/4 - (2t)^2/4, & t \in [-1/2; 1/2], \\ (3-2t)^2/8, & t \in [1/2; 3/2]; \end{cases}$$

$$\Delta_i^2 p_{i,j} = p_{i-1,j} - 2p_{i,j} + p_{i+1,j}; \quad \Delta_j^2 p_{i,j} = p_{i,j-1} - 2p_{i,j} + p_{i,j+1};$$

$$\Delta_{ij}^2 p_{i,j} = \Delta_i^2 p_{i,j-1} - 2\Delta_i^2 p_{i,j} + \Delta_i^2 p_{i,j+1} = \Delta_j^2 p_{i-1,j} - 2\Delta_j^2 p_{i,j} + \Delta_j^2 p_{i+1,j}.$$

Якщо припустити, що $p(t, q) \in C^{2,2}$, $|\varepsilon_{i,j}| < \varepsilon$, $i, j \in Z$ і $\forall \varepsilon > 0$, то справедлива оцінка така [2]:

$$\begin{aligned} \|p(t, q) - S_{2,1}(p, t, q)\| &\leq \frac{1}{12\sqrt{3}} \|p_{t^3}'''(t, q)\| + \frac{1}{12\sqrt{3}} \|p_{q^3}'''(t, q)\| + \\ &+ \frac{1}{432} \|p_{t^3 q^3}^{(5)}(t, q)\| + \varepsilon \cdot \frac{16}{9} \|p(t, q)\| + o(1), \end{aligned}$$

де (наприклад)

$$\|p(t, q)\| = \sup_{|\varepsilon_{i,j}|} \max_{t, q} |p(t, q)|.$$

Подання сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ у вигляді (2) є не зовсім зручним для ви-

користання, тож можна подати таблицю коефіцієнтів для відповідних вузлів (табл.1) при 1, x , y , xy , x^2 , y^2 , x^2y , xy^2 , x^2y^2 , де

$$x = 2(t - i - 0,5), |x| \leq 1, \quad y = 2(q - j - 0,5), |y| \leq 1.$$

Таблиця 1

Коефіцієнти сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$

	1	x	y	xy	x^2	y^2	x^2y	xy^2	x^2y^2
$P_{i\mp 2, j\mp 2}$	1	∓ 2	∓ 2	4	1	1	∓ 2	∓ 2	1
$P_{i\mp 2, j\mp 1}$	-2	± 4	± 16	-32	-2	-10	± 16	± 20	-10
$P_{i\mp 2, j}$	-46	± 92	0	0	-46	18	0	∓ 36	18
$P_{i\mp 2, j\pm 1}$	-2	± 4	∓ 16	32	-2	-10	∓ 16	± 20	-10
$P_{i\mp 2, j\pm 2}$	1	∓ 2	± 2	-4	1	1	± 2	∓ 2	1
$P_{i\mp 1, j\mp 2}$	-2	± 16	± 4	-32	-10	-2	± 20	± 16	-10
$P_{i\mp 1, j\mp 1}$	4	∓ 32	∓ 32	256	20	20	∓ 160	∓ 160	100
$P_{i\mp 1, j}$	92	∓ 736	0	0	460	-36	0	± 288	-180
$P_{i\mp 1, j\pm 1}$	4	∓ 32	± 32	-256	20	20	± 160	∓ 160	100
$P_{i\mp 1, j\pm 2}$	-2	± 16	∓ 4	32	-10	-2	∓ 20	± 16	-10
$P_{i, j\mp 2}$	-46	0	± 92	0	18	-46	∓ 36	0	18
$P_{i, j\mp 1}$	92	0	∓ 736	0	-36	460	± 288	0	-180
$P_{i, j}$	2116	0	0	0	-828	-828	0	0	324

Примітка до табл.1: при реалізації обчислювальної схеми, всі коефіцієнти (табл.1) мають бути поділені на число 2304.

Як було зазначено, подання сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ у явному вигляді з урахуванням коефіцієнтів при мономах (табл.1) має мінімальну кількість простіших арифметичних операцій при вказаній похибці апроксимації [2]. Тому це дає право рекомендувати сплайн для реалізації в системах автоматизованої обробки ЦЗ, зокрема при масштабуванні.

Якщо ж використовувати не явний вигляд сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$, а його часткові випадки в процедурах не бінарного *subdivision*, на зразок одновимірних, описаних в роботі [3], або прикладу, наведеному в роботі [4], то можна досягати відчутно вищої швидкодії опрацювання ЦЗ, зокрема, за певних, відносно невисоких умов до якості результатів обробки, масштабування на основі сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ та його часткових випадків можна використовувати як спосіб стиснення ЦЗ з втратами.

Визначимо за мету даної роботи навести конкретні приклади експериментальних досліджень застосування сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ при стисненні ЦЗ з втратами.

Виклад основного матеріалу. За використанням сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ проведемо наступний експеримент. Будемо сплайном зменшувати лінійні розміри тестового реалістичного ЦЗ (рис.1) в різну, не обов'язково цілу, кіль-

кість разів. Після кожного зменшення та фіксації розміру отриманого ЦЗ, будемо за допомогою $S_{2,1}(p, t, q)$ або його часткових випадків повертати зображення до початкових лінійних розмірів. Після виконання таких дій маємо можливість зафіксувати та проаналізувати похибку між відтвореним та початковим зображенням.



Рис.1. Тестове зображення (реальний розмір).

Не зменшуючи загальності позначимо: $\{p_{i,j}\}_{i=\overline{1,n}; j=\overline{1,m}}$ - послідовність кольорових складових піксела (червона, зелена, чи синья – RGB) початкового растру; $\{\hat{p}_{i,j}\}_{i=\overline{1,n}; j=\overline{1,m}}$ - послідовність кольорових складових піксела відтвореного растру; n, m - розміри растру; $N = n \cdot m$ - кількість пікселів растру.

Похибка відтворення ЦЗ кольоровій складовій визначається так:

$$\varepsilon_{i,j} = |\hat{p}_{i,j} - p_{i,j}|, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m},$$

тоді середня похибка відтворення по складовій дорівнює

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \varepsilon_{i,j};$$

відносна похибка

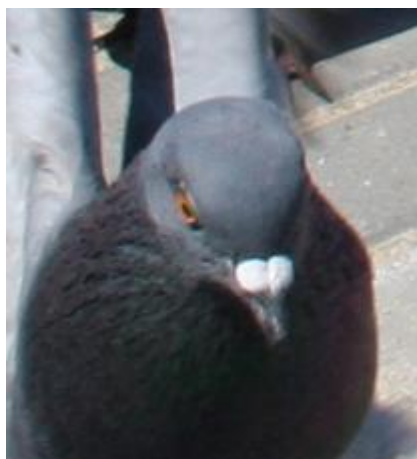
$$\Delta_{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\varepsilon_{i,j}}{p_{i,j}} \cdot 100\%.$$

Стосовно відносної похибки Δ_{ε} слід зазначити, що вона вважається цілком прийнятною, якщо не перевищує 5%.

Крім наведених, при аналізі відтворених зображень широко застосовують міру відношення сигналу до шуму (peak-to-peak signal-to-noise ratio - *PSNR*):

$$PSNR = 10 \cdot \lg \frac{255^2}{\sigma_{\varepsilon}^2} = 10 \cdot \frac{1}{\ln 10} \cdot \ln \frac{255^2}{\sigma_{\varepsilon}^2}.$$

Чим вищим є значення показника *PSNR*, тим менші спотворення у відтвореному зображенні. Вважається прийнятним, якщо *PSNR* вищий за 30.



а)



б)

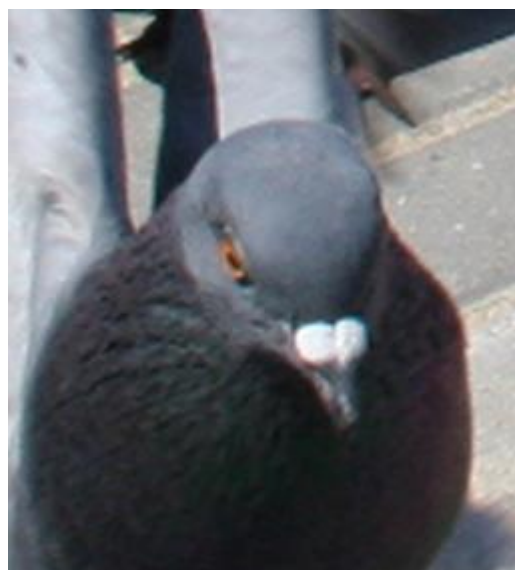
Рис.2. Результат застосування сплайну: а) при зміні лінійних розмірів ЦЗ в 0,8 раз; б) після відтворення початкових розмірів.

На рисунках (рис.2) наведено результат застосування сплайну $S_{2,1}(p,t,q)$ при зменшенні тестового ЦЗ (рис.1), поданого в форматі BMP та розміру 216 КБ, до лінійних розмірів, що відносяться до початкових з коефіцієнтом 0,8. Розмір BMP-файлу зображення (рис.2 а) отриманого в результаті такого перетворення склав 140 КБ. Після відтворення сплайном початкового розміру ЦЗ, як видно з рисунку (рис.2 б), помітних спотворень не спостерігається.

Середнє абсолютної похибки відтворення по трьом складовим растру (R, G, B) становить $\bar{\epsilon} = 1,8005$. Відносна похибка усереднена серед усіх кольорових складових складала $\Delta_{\epsilon} = 1,6918 \%$, а $PSNR = 44,5889$.



а)



б)

Рис.3. Результат застосування сплайну: а) при зміні лінійних розмірів ЦЗ в 0,5 раз; б) після відтворення початкових розмірів.

На рисунках (рис.3) подано результат застосування слайну $S_{2,1}(p,t,q)$ при зменшенні тестового ЦЗ (рис.1), до лінійних розмірів, що відносяться до початкових з коефіцієнтом 0,5. Розмір BMP-файлу зменшеного зображення (рис.3 а) склав 56 КБ. Після відтворення сплайном початкового розміру ЦЗ (рис.3 б), як і в попередньому експерименті, суттєвих помітних спотворень не видно, хоча зображення дещо втратило різкість.

Середнє абсолютної похибки відтворення $\bar{\varepsilon} = 1,0205$. Відносна похибка усереднена серед усіх кольорових складових складала $\Delta_{\varepsilon} = 2,1991 \%$, а $PSNR=40,6631$.



а)



б)

Рис.4. Результат застосування сплайну: а) при зміні лінійних розмірів ЦЗ в 0,25 раз; б) після відтворення початкових розмірів.

Нарешті, на рисунках (рис.4) подано результат при зменшенні сплайном тестового зображення до лінійних розмірів, що відносяться до початкових з коефіцієнтом 0,25. Розмір BMP-файлу зменшеного зображення (рис.4 а) 16 КБ. Після відтворення початкового розміру ЦЗ, як бачимо (рис.4 б) присутні артефакти, проте, загальні деталі фотознімку видно.

Середнє абсолютної похибки відтворення становить $\bar{\varepsilon} = 0,8799$. Відносна похибка $\Delta_{\varepsilon} = 4,7371 \%$, рівень $PSNR=32,4946$.

Результати по усім трьом прикладам зведено до загальної таблиці (табл.2). До тієї ж таблиці занесено результати аналогічних експериментів по іншому тестовому зображенню (рис.5) з розміром BMP-файлу 348 КБ, але з вищою деталізацією, порівняно з першим ЦЗ (рис.1).



Рис.5. Тестове зображення з високою деталізацією (реальний розмір).

Таблиця 2.

Результати застосування сплайну $S_{2,1}(p,t,q)$ при масштабуванні ЦЗ

Початковий розмір ЦЗ КБ	Коефіцієнт зміни	Розмір ЦЗ після стиснення КБ	$\bar{\epsilon}$	Δ_{ϵ}	$PSNR$
216	0,8	140	1,8005	1,6918	44,5889
216	0,5	56	1,0205	2,1991	40,6631
216	0,25	16	0,8799	4,7371	32,4946
348	0,8	222	1,0228	2,9349	34,2583
348	0,5	80	1,0173	4,8706	28,5714
348	0,25	24	1,1252	10,4543	22,9008

Як видно з результатів, використання сплайну для стиснення ЦЗ з високою деталізацією привносить суттєво більші втрати. Проте, для реалістичних зображень, таких, як цифрові фотографії з відносно невеликою деталізацією, оцінка втрат на основі відносної похибки та $PSNR$ засвідчують можливість використання сплайну $S_{2,1}(p,t,q)$ для компресії майже у десять разів.

Якщо ж поставити за мету одержання обчислювальних схем з мінімальною обчислювальною складністю, то достатньо при зміні лінійних розмірів ЦЗ за допомогою сплайну використовувати його часткові випадки, як, наприклад в процедурах не бінарного *subdivision* [4]. Наведемо, для прикладу, часткові випадки сплайну $S_{2,1}(p,t,q)$, що можуть використовуватись при зміні лінійних розмірів ЦЗ на коефіцієнт 0,8. Для цього, достатньо покласти значення аргументів $(x; y)$ (табл.1) рівними значенням із множини

$$\left\{ \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4} \right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4} \right), \left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{4} \right), \left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4} \right), \left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4} \right), \left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4} \right), \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right), \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right), \right.$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), \left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right), \left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right), \left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right) \right\},$$

після чого отримаємо шукані функціонали для не бінарного *subdivision*:

$$S_{2,1}^{(x;y)} = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \gamma_{(x;y)}^{(2,1)ii-i, jj-j} \cdot P_{ii, jj}, \quad (3)$$

де матриці $\gamma_{(x;y)}^{(2,1)}$ у функціоналі (3) такі:

$$\begin{aligned} \gamma_{\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00407071 & -0,02608575 & -0,04768541 & 0,00581529 & 0,00008308 \\ -0,02608575 & 0,16716173 & 0,30557590 & -0,03726535 & -0,00053236 \\ -0,04768541 & 0,30557590 & 0,55860053 & -0,06812202 & -0,00097317 \\ 0,00581529 & -0,03726535 & -0,06812202 & 0,00830756 & 0,00011868 \\ 0,00008308 & -0,00053236 & -0,00097317 & 0,00011868 & 0,00000170 \end{pmatrix}; \\ \gamma_{\left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00207689 & -0,00880602 & -0,05964830 & 0,00182766 & 0,00074768 \\ -0,01330905 & 0,05643039 & 0,38223606 & -0,01171197 & -0,00479126 \\ -0,02432929 & 0,10315620 & 0,69873725 & -0,02140978 & -0,00875854 \\ 0,00296699 & -0,01258002 & -0,08521186 & 0,00261095 & 0,00106812 \\ 0,00004239 & -0,00017971 & -0,00121731 & 0,00003730 & 0,00001526 \end{pmatrix}; \\ \gamma_{\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00074768 & 0,00182766 & -0,05964830 & -0,00880602 & 0,00207689 \\ -0,00479126 & -0,01171197 & 0,38223606 & 0,05643039 & -0,01330905 \\ -0,00875854 & -0,02140978 & 0,69873725 & 0,10315620 & -0,02432929 \\ 0,00106812 & 0,00261095 & -0,08521186 & -0,01258002 & 0,00296699 \\ 0,00001526 & 0,00003730 & -0,00121731 & -0,00017971 & 0,00004239 \end{pmatrix}; \\ \gamma_{\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00008308 & 0,00581529 & -0,04768541 & -0,02608575 & 0,00407071 \\ -0,00053236 & -0,03726535 & 0,30557590 & 0,16716173 & -0,02608575 \\ -0,00097317 & -0,06812202 & 0,55860053 & 0,30557590 & -0,04768541 \\ 0,00011868 & 0,00830756 & -0,06812202 & -0,03726535 & 0,00581529 \\ 0,00000170 & 0,00011868 & -0,00097317 & -0,00053236 & 0,00008308 \end{pmatrix}; \\ \gamma_{\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00207689 & -0,01330905 & -0,02432929 & 0,00296699 & 0,00004239 \\ -0,00880602 & 0,05643039 & 0,10315620 & -0,01258002 & -0,00017971 \\ -0,05964830 & 0,38223606 & 0,69873725 & -0,08521186 & -0,00121731 \\ 0,00182766 & -0,01171197 & -0,02140978 & 0,00261095 & 0,00003730 \\ 0,00074768 & -0,00479126 & -0,00875854 & 0,00106812 & 0,00001526 \end{pmatrix}; \\ \gamma_{\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00105964 & -0,00449287 & -0,03043281 & 0,00093248 & 0,00038147 \\ -0,00449287 & 0,01904975 & 0,12903510 & -0,00395372 & -0,00161743 \\ -0,03043281 & 0,12903510 & 0,87403022 & -0,02678087 & -0,01095581 \\ 0,00093248 & -0,00395372 & -0,02678087 & 0,00082058 & 0,00033569 \\ 0,00038147 & -0,00161743 & -0,01095581 & 0,00033569 & 0,00013733 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00038147 & 0,00093248 & -0,03043281 & -0,00449287 & 0,00105964 \\ -0,00161743 & -0,00395372 & 0,12903510 & 0,01904975 & -0,00449287 \\ -0,01095581 & -0,02678087 & 0,87403022 & 0,12903510 & -0,03043281 \\ 0,00033569 & 0,00082058 & -0,02678087 & -0,00395372 & 0,00093248 \\ 0,00013733 & 0,00033569 & -0,01095581 & -0,00161743 & 0,00038147 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00004239 & 0,00296699 & -0,02432929 & -0,01330905 & 0,00207689 \\ -0,00017971 & -0,01258002 & 0,10315620 & 0,05643039 & -0,00880602 \\ -0,00121731 & -0,08521186 & 0,69873725 & 0,38223606 & -0,05964830 \\ 0,00003730 & 0,00261095 & -0,02140978 & -0,01171197 & 0,00182766 \\ 0,00001526 & 0,00106812 & -0,00875854 & -0,00479126 & 0,00074768 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00074768 & -0,00479126 & -0,00875854 & 0,00106812 & 0,00001526 \\ 0,00182766 & -0,01171197 & -0,02140978 & 0,00261095 & 0,00003730 \\ -0,05964830 & 0,38223606 & 0,69873725 & -0,08521186 & -0,00121731 \\ -0,00880602 & 0,05643039 & 0,10315620 & -0,01258002 & -0,00017971 \\ 0,00207689 & -0,01330905 & -0,02432929 & 0,00296699 & 0,00004239 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00038147 & -0,00161743 & -0,01095581 & 0,00033569 & 0,00013733 \\ 0,00093248 & -0,00395372 & -0,02678087 & 0,00082058 & 0,00033569 \\ -0,03043281 & 0,12903510 & 0,87403022 & -0,02678087 & -0,01095581 \\ -0,00449287 & 0,01904975 & 0,12903510 & -0,00395372 & -0,00161743 \\ 0,00105964 & -0,00449287 & -0,03043281 & 0,00093248 & 0,00038147 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00013733 & 0,00033569 & -0,01095581 & -0,00161743 & 0,00038147 \\ 0,00033569 & 0,00082058 & -0,02678087 & -0,00395372 & 0,00093248 \\ -0,01095581 & -0,02678087 & 0,87403022 & 0,12903510 & -0,03043281 \\ -0,00161743 & -0,00395372 & 0,12903510 & 0,01904975 & -0,00449287 \\ 0,00038147 & 0,00093248 & -0,03043281 & -0,00449287 & 0,00105964 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00001526 & 0,00106812 & -0,00875854 & -0,00479126 & 0,00074768 \\ 0,00003730 & 0,00261095 & -0,02140978 & -0,01171197 & 0,00182766 \\ -0,00121731 & -0,08521186 & 0,69873725 & 0,38223606 & -0,05964830 \\ -0,00017971 & -0,01258002 & 0,10315620 & 0,05643039 & -0,00880602 \\ 0,00004239 & 0,00296699 & -0,02432929 & -0,01330905 & 0,00207689 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00008308 & -0,00053236 & -0,00097317 & 0,00011868 & 0,00000170 \\ 0,00581529 & -0,03726535 & -0,06812202 & 0,00830756 & 0,00011868 \\ -0,04768541 & 0,30557590 & 0,55860053 & -0,06812202 & -0,00097317 \\ -0,02608575 & 0,16716173 & 0,30557590 & -0,03726535 & -0,00053236 \\ 0,00407071 & -0,02608575 & -0,04768541 & 0,00581529 & 0,00008308 \end{pmatrix}; \\
\gamma_{\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)}^{(2,1)} &= \begin{pmatrix} 0,00004239 & -0,00017971 & -0,00121731 & 0,00003730 & 0,00001526 \\ 0,00296699 & -0,01258002 & -0,08521186 & 0,00261095 & 0,00106812 \\ -0,02432929 & 0,10315620 & 0,69873725 & -0,02140978 & -0,00875854 \\ -0,01330905 & 0,05643039 & 0,38223606 & -0,01171197 & -0,00479126 \\ 0,00207689 & -0,00880602 & -0,05964830 & 0,00182766 & 0,00074768 \end{pmatrix};
\end{aligned}$$

$$\gamma_{\left(\begin{smallmatrix} 3.1 \\ 4.4 \end{smallmatrix}\right)}^{(2,1)} = \begin{pmatrix} 0,00001526 & 0,00003730 & -0,00121731 & -0,00017971 & 0,00004239 \\ 0,00106812 & 0,00261095 & -0,08521186 & -0,01258002 & 0,00296699 \\ -0,00875854 & -0,02140978 & 0,69873725 & 0,10315620 & -0,02432929 \\ -0,00479126 & -0,01171197 & 0,38223606 & 0,05643039 & -0,01330905 \\ 0,00074768 & 0,00182766 & -0,05964830 & -0,00880602 & 0,00207689 \end{pmatrix};$$

$$\gamma_{\left(\begin{smallmatrix} 3.3 \\ 4.4 \end{smallmatrix}\right)}^{(2,1)} = \begin{pmatrix} 0,00000170 & 0,00011868 & -0,00097317 & -0,00053236 & 0,00008308 \\ 0,00011868 & 0,00830756 & -0,06812202 & -0,03726535 & 0,00581529 \\ -0,00097317 & -0,06812202 & 0,55860053 & 0,30557590 & -0,04768541 \\ -0,00053236 & -0,03726535 & 0,30557590 & 0,16716173 & -0,02608575 \\ 0,00008308 & 0,00581529 & -0,04768541 & -0,02608575 & 0,00407071 \end{pmatrix}.$$

Як показали експерименти, використання часткових випадків двовимірного сплайну при заздалегідь визначеному коефіцієнту масштабування, дозволяє зменшити швидкодію обробки ЦЗ майже в два рази за рахунок меншої обчислювальної складності у порівнянні з обчисленнями за явним виглядом.

Висновки. Проведені в роботі експериментальні дослідження застосування сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$ при стисненні реалістичних ЦЗ с втратами дозволяють рекомендувати його при компресії зображень з невеликою деталізацією та при відносно невисоких вимогах до рівня втрат. В роботі вперше подано окремі часткові випадки сплайну $S_{2,1}(p, t, q)$, що можуть використовуватись в обчислювальних схемах не бінарного *subdivision*, для підвищення швидкодії при компресії ЦЗ майже у два рази.

Подальші дослідження можуть полягати у розробці інформаційної технології стиснення цифрових фото з втратами із використанням розглянутого сплайну, а також інших процедур, що є обчислювальним аспектом використання локальних поліноміальних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому.

Література.

1. Приставка П.О., Рябий М.О. Модель реалістичних зображень на основі двовимірних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому // Наукові технології. – 2012. – №3 (15). – С. 67-71.
2. Приставка П.О. Поліноміальні сплайни при обробці даних. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2004. – 236 с.
3. Приставка П.О. Процедури небінарного *subdivision* на основі лінійних комбінацій *B*-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій : Зб. наук. праць. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту.– 2012. –Т.16. –С.143–153.
4. Приставка П.О. Небінарне поповнення послідовностей відліків гладких функцій двох змінних лінійними операторами // Вісн. НАУ.– 2009.–№2. –С. 173– 177.