

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ

В.В.ПАВЛОВ, С.В.ПАВЛОВА

---

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ  
УПРАВЛЕНИЕ  
СЛОЖНЫМИ  
НЕЛИНЕЙНЫМИ  
ДИНАМИЧЕСКИМИ  
СИСТЕМАМИ

Аналитика интеллекта

---

*ПРОЕКТ  
«НАУКОВА КНИГА»*

---

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2015

Монография посвящена становлению и развитию нового научного направления «Аналитика интеллекта» как «Суммы аналитических технологий» реализации интеллектуального управляющего ядра «Сложных эргатических динамических систем» (динамических систем человек—машина—прикладной процесс). Приведены методы топологического анализа и синтеза интеллектуального управления сложными системами в сложных средах на аналитической основе использования интегрированных корневых свойств интеллекта в представлениях теории динамических систем. Сформирована базовая система законов и система аналитических технологий синтеза интеллектуального управления прикладными процессами в «большом» и в «целом».

Для специалистов в области систем интеллектуального управления сложными системами.

Монографію присвячено становленню і розвитку нового наукового напрямку «Аналітика інтелекту» як «Суми аналітичних технологій» реалізації інтелектуального керувального ядра «Складних ергатичних динамічних систем» (динамічних систем людина—машина—прикладний процес). Наведено методи топологічного аналізу та синтезу інтелектуального керування складними системами в складних середовищах на аналітичній основі використання інтегрованих корневих властивостей інтелекту в уявленнях теорії динамічних систем. Сформована базова система законів і система аналітичних технологій синтезу інтелектуального керування прикладними процесами у «великому» та в «цілому».

Для фахівців у галузі систем інтелектуального керування складними системами.

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *В.П. Харченко*,  
доктор технических наук, профессор *К.С. Сундучков*

*Рекомендовано к печати ученым советом  
Международного научно-учебного центра информационных технологий  
и систем НАН Украины и МОН Украины  
(протокол № 8 от 17.07.2014)*

***Видання здійснено за державним замовленням  
на випуск видавничої продукції***

Научно-издательский отдел физико-математической  
и технической литературы

Редактор *С.Е. Ноткина*

© В.В. Павлов, С.В. Павлова, 2015

© НВП «Видавництво “Наукова думка”  
НАН України», дизайн, 2015

ISBN 978-966-00-1505-0

## ПРЕДИСЛОВИЕ

К основным проблемам динамики управляемых систем, а особенно динамики эргатических (человеко-машинных) систем, относятся проблемы высокоэффективного компьютерного управления данными объектами. Потребность в эффективных и надежных алгоритмах управления сложными динамическими системами непрерывно возрастает.

Решение указанных проблем связано с необходимостью использования нелинейных закономерностей, заложенных в характеристиках управляемых систем.

Характеристики реальных объектов во всей области их определения в основном имеют сложный нелинейный характер. Эти объекты неоднозначны, характеризуются наличием статической и динамической неопределенности, а также критических точек, что особенно усложняет их анализ и синтез.

Процесс создания алгоритмов управления такими объектами в целом сложен, поэтому законы управления этими объектами в классической постановке алгоритмизируются только в «малом» (в линейных областях), т. е. в ограниченных областях около некоторых статических режимов, которые не содержат критических точек. В системном понимании это означает, что не все возможности и состояния объекта используются при классическом функционировании управляемой системы. Эти неиспользуемые возможности нелинейного объекта создают нелинейный технологический ресурс системы.

В настоящее время особую актуальность приобретает проблема алгоритмического освоения нелинейного технологического ресурса системы для существенного повышения ее эффективности и динамических возможностей. Для решения этой проблемы необходимы новые постановки задач научных исследований, в частности учет сложного взаимодействия нелинейного объекта с человеко-компьютерной средой, управляющей

этим объектом во всем возможном пространстве состояний, включая и критические (управление «в большом»).

При решении этой задачи особенно остро начинают проявляться особенности, свойственные нелинейным системам в «большом», а именно критические точки и многообразия. Такие критические точки являются точками повышенной чувствительности ко всякого рода неопределенностям и микровозмущениям. Носители этих неидеальностей — не только объект управления, но и система управления им (т.е. компьютер или человек-оператор). Последнее присуще системам типа человек—машина (эргатическим системам).

Реальные объекты и процессы управления, как правило, сложны (структурно и функционально) и многомерны. Их компоненты существенно взаимосвязаны между собой и с компонентами внешней среды и характеризуются неопределенностью и конфликтностью. К таким процессам относятся многие технологические процессы в промышленности, на транспорте (морском, наземном, авиационном и космическом), в экономике, социальной сфере, экологии.

Практическое решение проблемы управления динамическими объектами в «большом» с учетом существования критических точек необходимо для систем типа непрерывных автоматизированных, автоматических и особенно эргатических, к которым относятся управляемые подвижные объекты разного назначения (роботы, а также наземные, морские, речные и воздушные транспортные средства).

Задачи решения проблемы управления нелинейным объектом в целом с учетом свойств человека и компьютера сегодня лишь ставятся.

В связи с глобализацией технологических, экономических и транспортных систем особое значение приобретают исследования свойств сложных динамических систем и синтез законов их функционирования в условиях неопределенности и конфликта, обеспечивающих гарантированный положительный результат.

Характерной технической особенностью данных процессов является их тотальная компьютеризация, образование сложных компьютерных информационно-управляющих сетей, распределенность решения задач управления в пространстве и во времени, резкая интенсификация перечисленных процессов, создание новых технологических схем технологических процессов, их

критичность. Происходит опережающее развитие ресурсной основы современных и проектируемых технологических средств на производстве и транспорте по сравнению с адекватной им алгоритмической основой.

Сложность создания алгоритмического обеспечения таких процессов обусловлена существенно нелинейным характером многомерных управляемых процессов и недостаточным методологическим обеспечением их решения. Проблемой при решении задач алгоритмизации современных динамических процессов являются анализ и синтез сложных существенно нелинейных динамических систем с наперед заданным гарантированным качеством функционирования.

Монография посвящена теоретическим основам анализа и синтеза интегрированного управления сложными распределенными, функционально гибкими, динамическими системами с высокой компрессией прикладных процессов.

Такие системы — это новый класс распределенных динамических компьютерно-коммуникационных управляющих систем, функционирующих в среде WWW (World Wide Web).

Возмущения разного рода, критические условия, изменение состояний, конфликты, а также неопределенности свободного поведения целостных систем, которые возникают и разворачиваются на «больших», «средних» и «малых» пространственно-временных интервалах, — таковы основные факторы, сопровождающие эти системы.

Авторы разработали оригинальные подходы, концепции и методы топологического анализа и синтеза гарантированного управления, интегрируемые методологией теории абсолютной нелинейной интегральной инвариантности и автономности, теории существенно нелинейных многомерных динамических систем, теории конфликта и теории эргатических систем. Разработанная методология позволяет использовать полностью нелинейный технологический ресурс (паразитный ресурс) системы, первоначально по необходимости закладываемый разработчиками в создаваемую ими систему, но фактически недоиспользуемый, поскольку находится в методологической «тени» существующей методологической базы.

Новые теоретические основы позволяют решать проблемы комплексного гарантированного управления состоянием системы, безопасностью и надежностью. При этом учитываются ее штатные, нештатные и критические режимы с одновременным

обеспечением и сохранением свободы целесообразного функционирования систем. Теория ориентирована на широкий класс прикладных процессов и конфликтов (например, технологических, экономических, экологических, социальных).

В монографии фигурируют сложные авиационные системы, что связано с долговременной практикой авторов.

Кроме того, «авиационные системы» — очень яркие, даже классические примеры сложных динамических систем, в познании которых научные достижения продвинуты наиболее далеко. А разработанные авторами для них решения достаточно легки для подражания, распространения, применения и функционального воспроизведения в других, не менее важных, случаях современной практики в WWW.

## ВВЕДЕНИЕ

Эволюция овладения человеком миром как его потребность происходит непрерывно, обретая технологическую форму эргатических систем (ЭС) (человек — орудие — объект — среда) в процессах его жизнеобеспечения и наслаждения миром.

Бесконечная непрерывность эволюции эргатических систем в стремлении к совершенству овладения миром обусловлена и сложной конкурентной борьбой за выживание, и функциональной сложностью, и бесконечностью, и необъятностью мира.

Прогресс развития мира человека связан с развитием и эволюцией эргатических систем, с эволюцией их сложности. Реальность такова, что ускорение темпов функционирования, усложнение систем и уплотнение взаимодействующих систем мира происходят примерно по экспоненциальной зависимости (закон Мальтуса). Это сопровождается их расширением, интеграцией и дифференциацией, универсализацией и специализацией. Усложнения системы приводят к новым возможностям и новым результатам, однако при этом возрастает эксплуатационный риск, т.е. риск возникновения катастроф. Поэтому фактически существующий ресурс системы (заложенный проектантами) полностью не используется.

Сложность — это «проклятье», непреодолимое разумом человека (curse of complexity). Вследствие определенной технологической близорукости возникает конфликт между необходимостью и возможностью.

Преодоление «барьера сложности» динамических систем общего вида в воспроизведении основных свойств эргатических (интеллектуальных) систем идеологически опиралось на математическую базу теории абсолютной интегральной нелинейной полиинвариантности и полиавтономности и привело к созданию интеллектуально подобных целесообразных систем. При этом преодолевается не только «проклятье» размерности («curse of

dimension») как лишь одного компонента сложности, но и сложность нелинейных процессов, сложность самой нелинейности с разного типа особенностями, внутренняя и внешняя конфликтность (curse of complexity) исследуемых динамических систем.

Особенностью предлагаемой технологии является ее активность в порождении новых, притом обоснованных, решений, в частности и так называемых скрытых и виртуальных действий и взаимодействий, реальных и виртуальных скелетных архитектур, сопряжение целей, желаний и возможностей.

Сложность привлекает исследователей своей глубиной и красотой, неисчерпаемостью как вместилищем пользы. Но сложность упрятывает разнородные конфликты, катастрофы и неожиданные явления. Самые интересные и экзотические процессы происходят в окрестностях особых точек и множеств. Компрессия таких явлений порождает нелинейные закономерности. Носителями этих неидеальностей является не только сам объект управления, но и сама система управления им. Фактически происходит, как минимум, удвоение сложности со всеми своими неидеальностями. И это усугубляет проблему в создании интеллектуального управления сложными системами.

Сложность мира человека, мира живых существ воспринимается нами как совершенство, сбалансированность интеллекта и объекта, как красота и проклятие непознаваемости (beauty and curse of complexity). Природные (естественные) системы, живые и неживые, пугают нас недостижимым совершенством, красотой и многообразием.

При попытках  $\varepsilon$ -воспроизведения интеллекта как субъекта сложности в аналитической технологии наталкиваемся на проблему модельного представления объекта действия, т.е. выбора или факта наличия формы модели объекта: структурированной или неструктурированной.

Естественно, что структурированность или неструктурированность исходной модели, в случае успешного разрешения задачи синтеза интеллекта, порождает адекватные формы интеллекта, разные стратегии поведения и функционирования, разные архитектурные решения.

В расширенном смысле это реальные и виртуальные формы структурирования, формы с разными уровнями компрессии отображения свойств объекта и среды функционирования.

Среди разнообразия конфликтов, упрятанных в сложной интеллектуальной системе, следует обратить внимание на процесс



обеспечения системы ресурсом. В «большом» — это процесс борьбы за выживание, за жизненный ресурс. Данный конфликт чрезвычайно сложен: различаем борьбу за внутренний ресурс (эффективность использования сложности) и борьбу за внешний ресурс (логистический конфликт). Таким образом, *интеллект в системе — это атрибут системного ресурса.*

Понятие системного ресурса дифференцируется не только как энергетическое обеспечение, но и как операционное, аналитическое, организационное обеспечение, как ресурс сложности. И конфликт борьбы за системный ресурс обретает в аналитике интеллекта реальные очертания. Практическая польза использования системного ресурса в том, что он имеет разные формы, в частности энергетическую, функциональную и интеллектуальную. Системный ресурс является фундаментом целостности управляемых систем: одновременно и средство, и предмет исследований теории интеллектуального управления. Привлекательна идея рационального распределения форм ресурса, эквивалентных с точки зрения системной способности делать, совершать что-либо, жизненная энергия, жизнеспособность в решении практических задач. Можно различать, по крайней мере, два крайних и противоположных по сущности способа. Один — традиционно называемый силовым способом, а второй — интеллектуальным способом. Известная поговорка «сила есть, то ума не надо» подразумевает простую физическую силу. Более тонким, интеллектуальным действием является «умение управлять, не применяя силы» (Люк де Кланье де Вовенарг), т.е. совокупность физической, духовной и умственной энергии человека, используемая для совершения чего-то. В нашем понимании это объем аналитических методов, распределенный над пространственно-временной областью существования конкретной системы.

Оптимальность систем интеллектуального управления в аналитике понимается в гомеостатическом смысле. Гомеостаз — это функциональное ядро свойств живых систем, организуемых на организмических принципах «наименьшего действия», строго говоря, не только в эксплуатационном смысле созданной системы, но и в творческом процессе создания системы. Процесс создания системы с гарантированными свойствами в аналитике интеллекта обретает осознанный характер и обеспечивает понимание сути необходимого и естественного структурирования процессов в целостных системах подобно тому, как это наблюдается в живых системах.

Согласно терминологии теории управления эргатическая система— это система, необходимой составной частью которой является человек. Человек в такой системе — носитель естественного разума, интеллекта. Вся система интеллектуальна. При ее структурировании в понятиях теории управления человек совместно с орудием труда осуществляет так называемое интеллектуальное управление объектом, понимаемое как разумная деятельность человека, связанная с решением задач познания, понимания, рассуждения и осуществления необходимого взаимодействия с объектом.

Не все создаваемые человеком эргатические системы оптимальны в том смысле, что организационно и функционально они ситуативно адекватны современному миру, ситуативно конкурентоспособны современным конкурентным и конфликтным отношениям, в результате чего эти системы не вписываются в этот мир и «преждевременно вымирают».

Такие явления порождены сложностью мира. Сложный процесс эволюции развития эргатических систем и сложный процесс взаимодействия человека со сложным процессом, созданным им самим, порождают практические, экономические и эксплуатационные трудности.

Оптимальные ЭС — это системы, функционально подобные естественным живым системам, естественным организмам (принцип тропотивности), приспособленным ситуативно к современному миру. В теории различают функционально естественные и искусственные эргатические системы и организмы  $\varepsilon$ -подобные по форме, но разные структурно, организационно и материально.

Технология тропотивности настолько сложна для изучения, что для получения какого-нибудь приемлемого результата используют технологии гипотез, проб и ошибок, простоты и линейности, стационарности, нейронной самоорганизации. Упрощение порождает ситуативную некомпетентность и неконкурентоспособность таких искусственно созданных эргатических систем и, как следствие, существенное сокращение их жизненного интервала и вымирание.

Фактически сложность как самостоятельное явление создает системное напряжение по вытеснению человека из неконкурентоспособных эргатических систем. В результате образуется новый класс систем — псевдоэргатические системы, функционально подобные оптимальным, но содержащие вместо человека не-

которое искусственное интеллектуальное образование, выполняющее ту роль человека, которую он бы выполнял в исходной оптимальной системе. Такое искусственное образование выполняет в системе функции интеллектуального управления.

**Интеллектуальное управление** выполняет в системе роль субъекта деятельности, по необходимости содержащего такие структурные единицы, как познание свойств, понимание сути рассуждения о смысле управления, выбор способа сопряжения субъекта с объектом, и воспроизводящего в совокупности с помощью, например, вычислительных систем разумную деятельность человека по решению проблем целостного управления таким сложным динамическим существенно нелинейным процессом, как объектом действия субъекта, и реализующим целостную целесообразность, надежность, безопасность, энергетическую обеспеченность (логистику) и сопряженность жизненного и производственного циклов, составляющих целостную систему подсистем и процессов при максимальном использовании системного ресурса сложности.

Сегодня в проблеме исследования и создания систем интеллектуального управления наблюдается определенный кризис. Его суть состоит в том, что интеллект является атрибутом сложности. Под возможностью создания интеллекта мы подразумеваем возможность создания целесообразного сложного.

Кризисная ситуация обусловлена объективно разными точками зрения относительно возможности моделирования интеллекта в аналитическом виде и, как следствие, возможности осознанного аналитического подхода к решению проблем интеллекта, а также возможности использования строгого математического аппарата. Иными словами, имеем неразрешенный конфликт возможности использования всей базы математических знаний человечества или ее не использования, т.е. «омертвления» в проблеме решения задач интеллекта «великих руководящих начал математики» (Ч. Дарвин) не только как инструмента исследования, но и как непосредственной компоненты «второй сигнальной системы человека» (И.П. Павлов).

Мы рассматриваем сложность как ресурс. При этом интеллект выступает в виде стратегии освоения сложностью. Выигрывает, или выживает, тот, кто быстрее его освоит.

В монографии изложены основы математической технологии для реализации идей целостного интеллектуального управления, обретающие форму нового научного направления, названного нами «аналитика интеллекта».

Мы не вступаем в полемику о соотношении исследовательских позиций познаваемости и непознаваемости интеллекта эргатической системы, принадлежащей миру человека. По крайней мере, в противовес концепции непознаваемости интеллекта мы исследуем и совершенствуем познаваемость интеллекта в классе аналитических представлений, в форме дифференциальных и интегродифференциальных систем уравнений.

Тогда вполне естественно рассматривать в качестве цели исследования возможность создания такого интеллекта, который можно назвать аналитическим интеллектом.

Это принципиальный шаг в решении задач интеллектуального управления. Но наличие аналитической формы еще не гарантирует решения этих задач. Так, после постулирования формы модели возникает проблема аналитической неинтегрируемости сложных систем уравнений, образующих модель, т.е. проблема непрозрачности и ненаблюдаемости ее свойств исследователем. Существует барьер сложности, за которым укрывается от наблюдателя интеллекта причинно-следственная связь явлений, ускользают формы проявления конфликта в сильных и слабых взаимодействиях, пропадают критичность, сложные явления обусловленности, обратимости, взаимности, детекции и катастрофичности. Попытки проникнуть сквозь этот барьер с позиций линейных представлений обречены на провал.

Можно утверждать, что линейный подход к явлениям интеллектуальной практики беден настолько, что бессмысленен для задач реального интеллекта в необходимых человеку системах. При линейном и к тому же стационарном представлении о реальных процессах слишком много необоснованно выбрасывается из их модельных представлений, реально нелинейных и нестационарных. Как заметил Э.К. Зимаң, при использовании линейных приближений в некоторых ситуациях исследователь допускает, «чтобы хвост (ряда Тейлора) вилял собакой» (рис. В) [101]. По каким-то причинам это его вполне устраивает. Но фактически он «вместе с водой выплеснул и ребенка», а в другой интерпретации — «собаку» из процесса. В сложных системах это принципиально недопустимо для понимания сути и синтеза функции интеллектуального управления.

Наше понимание формировалось под жестким контролем практики. Схема этого процесса была кольцевой: от внешних знаний (внешняя научная среда А) к нашему представлению (внутренняя среда В), а от внутренней среды посредством прак-

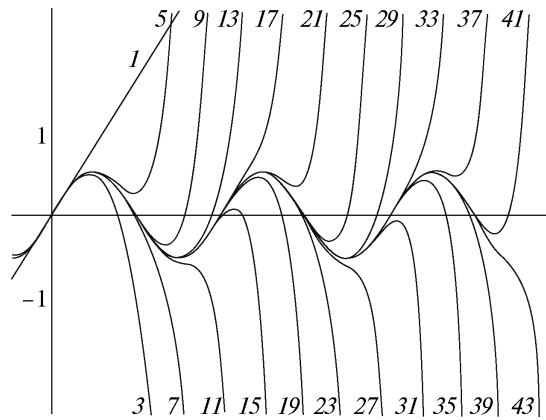


Рис. В. Ряд последовательных струй функции  $\sin(x)$

тики (технологическая среда С) снова к внешней среде (А). Таким образом, процесс понимания формировался не абстрактно и схоластично, а в виде системно кольцевых взаимоотношений теории и практики. Триединство системы АВС обеспечивается как катализатором нашими практическими прикладными проектами (С) с их широкой патентной базой (84 патента на изобретения).

Система АВС основана на следующих научных работах:

**А. Внешняя научная среда (питательная среда)**

- У. Кеннон. Мудрость тела как учение о гомеостазе.
- Дж. Касти. Большие системы, связность, сложность и катастрофы.
- Вито Вольтер. Математическая теория борьбы за существование.
- Фрэнк Розенблатт. Принципы нейродинамики. Перцептроны и теория механизмов мозга.
- И.П. Павлов. Физиология высшей нервной деятельности.
- П.К. Анохин. Узловые вопросы теории функциональных систем.
- Пьер Тейяр де Шарден. Феномен человека. Преджизнь. Жизнь. Мысль. Сверхжизнь.
- Н.М. Амосов. и др. Автоматы и разумное поведение.
- Ю.Г. Антомонов. Принципы нейродинамики. Системы. Сложность. Динамика.
- В.Ю. Крылов. Математическая психология. Методология. Теория. Модели.
- Г. Кастлер. Возникновение биологической организации.

- М. Арбиб. Метафорический мозг.
- Г.П. Короткова. Принципы целостности в соотношении живых и неживых систем.
- П. Девис. Суперсила. Поиски единой теории природы.
- В.С. Тюхтин, Ю.А. Урманцев. Система. Симметрия. Гармония.

**В. Внутренняя среда**

- В.В. Павлов:
  1. Начала теории эргатических систем.
  2. Закономерности функционирования эргатических систем.
  3. Конфликты в технических системах. Управление, целостность.
  4. Синтез стратегий в человеко-машинных системах.
  5. Технические эргатические системы (синтез эргаматов).

- С.В. Павлова:

Интеллектуальные системы.

Авионика беспилотных летательных аппаратов.

**С. Практические прикладные проекты**

1. Антикон — антиконфликтная система предупреждения столкновения морских судов, устойчиво эксплуатируемая на судах в условиях международной морской практики в акваториях морского океана<sup>1</sup>.

2. Свойства эргатических систем как основа проектирования космических управляемых систем в межзвездном пространстве двойной звезды<sup>2</sup>.

3. Технологическое развитие концепции создания летательных аппаратов с управляемой внешней конфигурацией (патенты).

4. Технология и способ гарантированного разрешения поликонфликтов в аэронавигационной среде (патенты).

5. Технология и способ для компьютерных сетей управления скоростными циклами прикладных процессов (патенты).

6. Распределение функций и организация управления в авиационных эргатических системах (пилот — авионика — самолет).

*Учебники:* Эргономические вопросы создания и эксплуатации авиационных электрифицированных и пилотажно-навигацион-

---

<sup>1</sup> Журнал «Судоходство», 1999, № 3. — Статья «Антикон — шаг в обеспечении безопасности судоходства».

<sup>2</sup> Properties of ergatic system as base of designing space system // International astronautics congress. — 1973; (IFAC 6<sup>th</sup> World Congress: Boston/Cambridge, Massachusetts, 1975).

ных комплексов воздушных судов; Инженерная психология, эргономика и человеческий фактор в авиации; Интеллектуальные системы.

Таким образом, была установлена иерархия образования интеллекта как средства выживания систем. В наиболее общем концентрированном виде наша концепция интеллекта в прикладном процессе, реализуемом в форме эргатической системы (интеллектуальной), — это субъектно целостно разрешенный энтропийно-негэнтропийный конфликт, обеспечивающий устойчивое осуществление прикладного процесса (седло конфликта). Свойство «седла» представимо в терминах динамических процессов «caddle horse».

На втором уровне сложности структуризации (общесистемная дифференциация функций интеллекта) получена совокупность системообразующих корневых положений об интегральных функциональных свойствах данного «седла» интеллекта. Они сгруппированы в десять концептуальных положений. Их основой (ядром) служит системный парафраз в представлениях теории динамических систем исходной совокупности системообразующих положений «Начала теории эргатических систем» (В.В. Павлов, 1975) в форме «Десяти заповедей», или «Десяти законов разрешения конфликтов разного уровня и разного содержания».

Следовательно, конфликт — это форма седловой организации и форма существования живых организмов и эргатических систем. Без конфликта нет и целостности. Лишь разрешенный десятикомпонентный конфликт дает то целостное образование, которое является эргатической системой. Десять заповедей раскрывают комплементарно системный смысл сложности взаимоотношений динамики энтропийных и негэнтропийных процессов, связанных с организуемым прикладным процессом. Система, находящаяся в «энтропийно-негэнтропийном седле» (яме), ощущает себя достаточно комфортно и уютно, словно хозяин дома.

Сформулированные «Десять законов» структурируют системные динамические свойства седла энтропийно-негэнтропийного конфликта такого явления, которое образуется при действии интеллектуальной силы в среде. К таким рациональным свойствам относятся:

1. Функциональная и технологическая активность и грубость системы.

2. Функциональный и технологический гомеостазисы во взаимоотношениях с внутренними и внешними средами системы.
3. Функциональная и технологическая автономность подсистем взаимодействия с внутренней и внешней средами системы.
4. Стационарность и динамичность взаимодействий.
5. Комплексность реальных, виртуальных и модульных форм взаимодействий и организации взаимодействий в системе и среде.
6. Операционная разомкнутость и замкнутость в форме струй и циклов, деревьев и гиперциклов.
7. Непрерывное, дискретное и квантовое взаимодействия со средами.
8. Условное и безусловное рефлекторные действия.
9. Спонтанное, условное и безусловное рефлекторные функционирования.
10. Сильное, среднее и слабое взаимодействия.
11. Многоуровневый конфликтный процесс баланса возможностей, целей и ресурса в энергетическом обеспечении системы (в форме «борьбы за существование»).
12. Гарантированное или вероятностное обеспечение целостности на пространственно-временном интервале жизненного цикла эргатической системы.

Рассмотрим математико-компьютерную технологию рационального уравнивания свойств при создании систем интеллектуального управления. Базовым, наиболее удобным для комплексного использования, методом является метод нелинейной интегральной полиинвариантности и полиавтономности динамических систем (В.В. Павлов).

Как показывает опыт, при разработке систем этот метод позволяет легко и прозрачно избегать указанные выше конфликтные проблемы, отражая по форме и содержанию суть «хорошей мореходной практики», выраженной в афоризме «Превосходный моряк использует свой превосходный здравый смысл для того, чтобы не оказаться в ситуации, требующей его превосходного мастерства» а («A superior Seaman uses his superior judgment to keep out of situations requiring his superior skills») Р. Кайла. Таким образом приходим к выводу, что операции «superior judgment» в интеллектуальной трактовке относятся к уровню «второй сигнальной системы» человека, а операции «superior skills» — к уровню первой сигнальной системы. С помощью этого метода в



процессе синтеза системы управления субъекта образуется ее функциональный «скелет», на котором держится функциональное «тело» сложной конфликтующей системы. С аналитическо-математических позиций метод синтезирует внешние инвариантные функциональные формы субъекта, открытые для сопряжения с внутренними инвариантными функциональными формами содержания субъекта. Главное преимущество метода — открытость (инвариантность) при решении проблемы единства формы и содержания (структуры и функции) относительно разных модельных представлений наблюдаемых процессов объекта и субъекта. Двойная инвариантность (*double invariance*) — открытость и гарантированность в конфликте функционирования [73] дает избыток форм действия субъекта, образующий одну из граней интеллектуальных свойств системы.

**ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ  
ТЕОРИИ ИНВАРИАНТНОСТИ  
И АВТОНОМНОСТИ**

**1.1. КЛАСС ИССЛЕДУЕМЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Исследуем класс автоматических систем управления, описываемых существенно нелинейной системой дифференциальных уравнений, допускающих представление в нормальной форме:

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(t, x_1, \dots, x_n, f_1(t), \dots, f_n(t)), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad n \geq 1, \quad (1.1)$$

где  $F_j, f_j, \frac{\partial F_j}{\partial x_i}, \frac{\partial F_j}{\partial f_i}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial x_i \partial x_\alpha}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial f_i \partial x_\alpha}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial f_i^2}, \frac{\partial f}{\partial t}$  при всех  $\alpha, i \in N$  ( $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ) — ограниченные кусочно-непрерывные функции. Здесь  $x_1, \dots, x_n$  — переменные, описывающие состояние системы управления, а  $f_1(t), \dots, f_n(t)$  — внешние возмущения.

Рассматриваемые в системе (1.1) функции  $F_j$  являются вещественными функциями, определенными почти всюду в открытой или замкнутой области  $Q$  пространства  $(t, x_1, \dots, x_n)$ , т. е. во всех точках области  $Q$  за исключением тех, в которых данные функции терпят разрыв. При этом вся совокупность этих точек образует в  $Q$  множество  $G_0$  с нулевой мерой по Лебегу  $\mu = 0$ . Множество  $G_0$  образует поверхности в  $Q$ . Положим, что область  $Q$  делится этими поверхностями на подобласти  $Q_i$ , обладающие положительной мерой. Это означает, что в каждой открытой области  $Q_i$  функции  $\frac{\partial F_j}{\partial f_i}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial x_i \partial x_\alpha}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial f_i \partial x_\alpha}, \frac{\partial^2 F_j}{\partial f_i^2}, \frac{\partial f}{\partial t}$  непрерывны. При этом между некоторыми возмущениями допускается возможность функциональной связи (как линейной, так и нелинейной) вида

$$\Phi_i(f_\beta(t), f_\gamma(t), \dots, f_\alpha(t)) \equiv 0.$$

Предполагаем, что решение системы (1.1) существует и единственно при заданных начальных условиях.

Класс автоматических систем управления, математическим отображением которого являются уравнения (1.1), достаточно широк

и практически охватывает системы управления инерционными объектами разных классов.

Примером могут служить уравнения динамики следующих систем:

а) амплитудный детектор:

$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = R\varphi(x_2 - x_1), \quad (1.2)$$

где  $\varphi(x_2 - x_1)$  — вольтамперная характеристика диода;  $x_1$  и  $x_2$  — выходная и входная координаты устройства;

б) вращающееся тело:

$$\begin{aligned} J_1 \frac{dx_1}{dt} &= (J_2 - J_3)x_2x_3 + c_1f_1(t), \\ J_2 \frac{dx_2}{dt} &= (J_3 - J_1)x_3x_1 + c_1f_2(t), \\ J_3 \frac{dx_3}{dt} &= (J_1 - J_2)x_1x_2 + c_1f_3(t). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $x_1, x_2, x_3$  — угловые скорости вращения тела относительно соответствующих осей;  $f_1, f_2, f_3$  — тяги реактивных двигателей;  $J_1, J_2, J_3$  — моменты инерции относительно осей;

в) движущийся автомобиль:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_4 \cos x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_4 \sin x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_4x_5, \\ \frac{dx_4}{dt} &= F_1(Af_1) - k_1x_4, \\ \frac{dx_5}{dt} &= F_2(Wf_2) - k_2x_5; \end{aligned} \quad (1.4)$$

г) двухфазный индукционный электродвигатель при напряжении питания сети  $u_1 = u_0 \cos \omega_0 t$ , управляющем напряжении  $u_2 = u(t) \sin \omega_0 t$  без учета явления насыщения:

$$T \frac{dx}{dt} + x + bu^2x - k_1u = 0; \quad (1.5)$$

д) силовой привод:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -a_1x_1 + b_1x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -b_2x_2 + kf^*(\sigma),\end{aligned}\quad (1.6)$$

где  $x_1$  — выходная координата;  $\sigma$  — возмущающая функция, например кусочно-непрерывная;

е) летательный аппарат (плоское движение):

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -k_1\rho(x_3)x_1^2 - g(x_3)\sin x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= k_2\rho(x_3)x_1 \cos f - \frac{g(x_3)}{x_1} \cos x_2 + \frac{x_1}{B(x_3)} \cos x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 \sin x_2, \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{x_1k_3}{B(x_3)} \cos x_2.\end{aligned}\quad (1.7)$$

Здесь  $x_1$  — скорость;  $x_2$  — угол наклона траектории;  $x_3$  — высота;  $x_4$  — дальность.

Класс рассматриваемых уравнений будет расширен за счет включения в уравнение движения системы нелинейных функций, аргументами которых являются как переменные, характеризующие положение объекта, так и производные от этих переменных, например типа  $F(x_1, \dots, x_j, \frac{dx_m}{dt^m}, \dots)$ .

## 1.2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

При решении задач по синтезу регулятора важное значение имеют не только дифференциальные уравнения, описывающие динамику системы управления, но и структурная схема реальной автоматической системы управления, соответствующая этим уравнениям.

Поясним, что будем понимать под структурной схемой нелинейной системы управления.

Каждая реальная система управления состоит из совокупности соединенных друг с другом звеньев различной сложности, соответствующих физическим устройствам системы управления.

При построении структурной схемы представим каждое реальное звено, входящее в общую систему управления, в виде некоторым образом соединенных элементарных звеньев. Здесь под элементарными звеньями понимаем некоторую простейшую составляющую реального устройства, математическая формализация которого представима в виде дифференциального уравнения первого порядка относительно какой-либо измеряемой переменной  $x_j$  из общего состава переменных, описывающих поведение всей системы (1.1). Переменная  $x_j$  может быть выходной координатой звена. Очевидно, что входные переменные звена, также содержащиеся в уравнениях звена, относятся к классу измеряемых переменных. Исключением может быть только внешнее возмущение.

Таким образом, уравнение  $j$ -го элементарного звена можно записать в виде

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(t, x_j, \dots, x_\lambda, x_\gamma, \dots, \frac{dx_\alpha}{dt}, f(t), u_1(t), \dots, u_\gamma(t)), \quad (1.8)$$

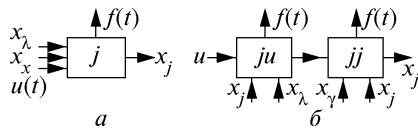
где  $x_j$  — выходная координата, а  $x_\lambda, x_\gamma, \frac{dx_\alpha}{dt}, f(t), u_1, \dots, u_\gamma$  — входные наблюдаемые переменные, за исключением, возможно,  $f(t)$ .

На структурной схеме обозначим это элементарное звено в виде прямоугольника под номером  $j$  (рис. 1.1, *a*). Элементарное звено (1.8) является простейшей, различаемой нами при синтезе составляющей широкого класса реальных звеньев — от простейших линейных, обладающих свойством направленного действия, до нелинейных с «наводками», которые не обладают детектирующим свойством.

В ряде случаев уравнение (1.8) имеет вид

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(t, x_j, \dots, x_\lambda, f(t)) + F_{ju}(t, x_j, \dots)u, \quad (1.9)$$

где  $u$  — входная переменная. Тогда функцию  $F_j(t, x_j, \dots, f(t))$  можно условно назвать «собственной» функцией  $j$ -го звена, которая характеризует в основном «собственные» свойства  $j$ -го элементарного звена. Обозначим ее двумя индексами  $F_{ij}(t, x_j, \dots, f(t))$ . Функцию  $F_{ju}(t, x_j)$  назовем функцией воздействия, характеризующей воздействие  $u(t)$ -возмущения на  $j$ -й элемент. Элементарное



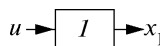
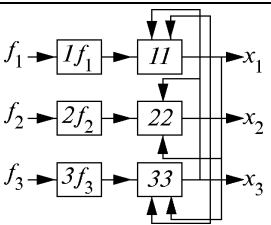
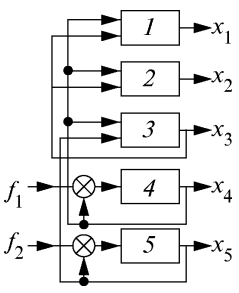
звено изобразим графически в виде последовательного соединения двух прямоугольников с номерами *jj* и *ju*.

Рис. 1.1. Блок-схема элементарного звена

Тогда, условившись, что будем понимать под элементарным звеном, можно в виде соответствующей структуры представить не только реальные устройства автоматического управления, но и нелинейный объект управления (что значительно важнее).

В табл. 1.1 приведены структурные схемы устройств, уравнения движения которых рассмотрены в п. 1.1.

Таблица 1.1

Звено. Уравнение	Структура	Число элементарных звеньев
Амплитудный детектор: $T \frac{dx_1}{dt} + x_1 - R\varphi(u - x_1) = 0$		1
Индукционный электропривод: $\frac{dx}{dt} + x_1 + bu^2x_1 - k_1u = 0$		
Вращающееся тело: $J_1 \frac{dx_1}{dt} = (J_2 - J_3)x_2x_3 + c_1f_1,$ $J_2 \frac{dx_2}{dt} = (J_3 - J_1)x_3x_1 + c_1f_2,$ $J_3 \frac{dx_3}{dt} = (J_1 - J_2)x_1x_2 + c_1f_3$		3
Автомобиль: $\frac{dx_1}{dt} = x_4 \cos x_3,$ $\frac{dx_2}{dt} = x_4 \sin x_3,$ $\frac{dx_3}{dt} = x_4x_5,$ $\frac{dx_4}{dt} = F_1(Af_1) - k_1x_4,$ $\frac{dx_5}{dt} = F_2(Wf_2) - k_2x_5$		5

Окончание табл. 1.1

Звено. Управление	Структура	Число элементарных звеньев
<p>Силовой электропривод:</p> $\frac{dx_1}{dt} = -a_1x_1 + B_1x_2,$ $\frac{dx_2}{dt} = -b_2x_2 + kf^*(\sigma)$		2
<p>Летательный аппарат:</p> $\frac{dx_1}{dt} = F_1(t, x_1, x_2, x_3),$ $\frac{dx_2}{dt} = F_2(t, x_1, x_2, x_3, f),$ $\frac{dx_3}{dt} = F_3(t, x_1, x_2),$ $\frac{dx_4}{dt} = F_4(t, x_1, x_2, x_3)$		4

Введение понятия «элементарное звено» позволяет связать воедино физическое представление существующей системы управления с математическим, т.е. с уравнениями, описывающими ее динамику в целом. Особенно это важно при постановке и решении задачи по ограниченному синтезу инвариантного или автономного регулятора, поскольку при ограниченном синтезе необходимо задаться структурой регулятора и классом элементарных звеньев, функции которых нужно в дальнейшем определять. Процедура составления структуры регулятора можно упростить, используя общий принцип двухканальности инвариантных систем, предложенный Б.Н. Петровым, поскольку при этом оказывается возможным указать класс структур, содержащих, по крайней мере, один дополнительный (помимо естественного) канал компенсации возмущения. В этом случае следует сразу включать в рассматриваемую при ограниченном синтезе структуру регулятора реальные характеристики измерителей, дифференциаторов, интеграторов, которые могут потребоваться при создании инвариантного регулятора. Особенно удобен ограниченный синтез инвариантного регулятора для объектов, со структурной схемой, представляющей совокупность элементарных звеньев с уравнениями типа (1.9):

$$\frac{dx_j}{dt} = F_{ij}(t, x_1, \dots, x_n, f_1, \dots, f_r) + u_j, \quad (1.10)$$

либо более широкого типа:

$$\sum_{i=1}^{\gamma} (a_{ji0} \frac{dx_i}{dt} + F_{ji}(t, x_1, \dots, x_{\gamma}, f_1, \dots, f_{\gamma})) + u_j = 0 \quad (1.11)$$

при  $|a_{j0}| \neq 0, j = 1, \dots, \gamma$ .

Тогда, задавшись структурой регулятора, содержащей реальные исполнительные элементы (инерционные) с уравнениями

$$\sum_{i=\gamma+1}^n (a_{ji0} \frac{dx_i}{dt} + F_{ji}(t, x_1, \dots, x_{\gamma}, f_1, \dots, f_{\gamma})) + u_j = 0, \quad j = \gamma + 1, \dots, n \quad (1.12)$$

и уравнениями элементов связи

$$u_j = \sum_i (a_{ji0} \frac{dx_i}{dt} + F_{ji}(t, x_1, \dots, x_{\gamma}, f_1, \dots, f_{\gamma})), \quad (1.13)$$

где  $i = \gamma + 1, \dots, n$  при  $j = 1, \dots, \gamma$ ;  $i = 1, \dots, \gamma$  при  $j = \gamma + 1, \dots, n$ , получаем замкнутую систему уравнений — объект плюс регулятор, в которой возможно пытаться организовать, по крайней мере, два канала компенсации возмущения за счет соответствующего выбора параметров регулятора и связей. Вопрос о связи размерности регулятора с возможностью достижения инвариантности в такой схеме рассмотрен далее.

В данном случае общая система уравнений имеет вид

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij0} \frac{dx_i}{dt} + F_{ji}(t, x_1, \dots, x_n, f_1, \dots, f_n)) = 0, \quad (1.14)$$

допускающий при  $|a_{ij0}| \neq 0$  представление уравнением в нормальной форме в виде

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^n b_{kj0} \sum_{l=1}^n F_{kl}(x_l, x_p, x_q, \dots, f(t), \dots, t) \quad (1.15)$$

Такой тип уравнений при всех  $|a_{kj0}| \neq 0$  назовем аддитивной системой уравнений первого рода, а при диагональной матрице  $\|a_{kj0}\|$  — второго рода.

Если система уравнений объект плюс регулятор имеет вид

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^n \Phi_{kj}(t, x_1, \dots, x_n, f(t)) \sum_{l=1}^n F_{kl}(t, x_l, x_p, \dots, f(t)), \quad (1.16)$$

где  $\Phi_{kj}(t, x_1, \dots, x_n, f(t))$  — фиксированные, неизменяемые функции, то такую систему называем аддитивной системой.



Иная картина наблюдается при решении задачи синтеза без предварительного выбора структуры регулятора. К уравнениям объекта добавляют только известные фиксированные уравнения силовых приводов и обычным способом составляют общие уравнения движения системы объект плюс исполнительный элемент, содержащие функции управляющих воздействий  $u_j(t)$ . Таким образом, задачей синтеза инвариантного регулятора является задача отыскания управления  $u_j$  как функции переменных  $x_i$  состояния объекта и исполнительных элементов. При этом классификация уравнений объектов плюс исполнительный элемент такая, как при ограниченном синтезе:

- система нелинейных уравнений общего типа

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(t, x_1, \dots, x_n, f_1(t), \dots, f_n(t), u_1, \dots, u_m), \quad (1.17)$$

$$j = 1, \dots, m;$$

- аддитивная система уравнений

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^m \Phi_{kj}(t, x_1, \dots, x_m, f_1(t), \dots, f_n(t)) [b_{kj}u_k +$$

$$+ \sum_{l=1}^m F_{kl}(t, x_l, x_p, \dots, f(t)], \quad j = 1, \dots, m; \quad (1.18)$$

- аддитивная система уравнений первого рода

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^m b_{kj0} \left( \sum_{l=1}^m F_{kl}(t, x_l, x_p, \dots, f(t)) + b_{kj}u_k \right), \quad (1.19)$$

$$j = 1, \dots, m;$$

- аддитивная система уравнений второго рода

$$\frac{dx_j}{dt} = b_{jj0} \sum_{l=1}^m F_{kl}(t, x_l, x_p, \dots, f(t)) + b_{jj}u_j, \quad (1.20)$$

$$j = 1, \dots, m.$$

### 1.3. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОЛИИНВАРИАНТНОСТИ И ПОЛИАВТОНОМНОСТИ

Достаточно общей постановкой задачи инвариантности можно считать задачу достижения эффекта одновременной инвариантности некоторой совокупности координат  $x_j$  системы (1.1) относи-

тельно некоторой группы внешних возмущений  $f_{\beta}(t)$ . Для наглядности постановки задачи полиинвариантности, формирования результатов и классификации уравнений (1.1) с точки зрения задач по достижению эффекта инвариантности представим систему (1.1) в векторной форме:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \Phi[t, X, Y, Z, F(t), P(t)], \\ \frac{dY}{dt} &= G[t, X, Y, P(t)], \\ \frac{dZ}{dt} &= W[t, X, Y, Z, F(t), P(t)].\end{aligned}\quad (1.21)$$

Здесь  $X$  — вектор переменных систем  $x_j$ , одновременную инвариантность которых нужно получить;  $F(t)$  — вектор возмущений  $f_j(t)$ , относительно которых будем добиваться эффекта инвариантности переменных  $X$ ;  $Y$  — вектор переменных систем  $x_j$ , которые не зависят от возмущений  $F(t)$  при условии, что  $X$  инвариантно к  $F(t)$ ;  $Z$  и  $P(t)$  — векторы переменных и возмущений системы (1.1), не вошедшие в состав векторов  $X$ ,  $Y$  и  $F(t)$ .

С учетом изложенного выше, введем обозначения:

$N_1$  — множество индексов  $j$  переменных  $x_j$ , составляющих вектор  $X$ , а  $N_2$  — множество индексов  $j$  возмущений  $f_j(t)$ , составляющих вектор возмущения  $F(t)$ ; элементы множеств  $N_1$  и  $N_2$  обозначим через  $n_1$  и  $n_2$  соответственно.

Таким образом, множество  $N_1$  указывает, какие координаты системы нужно сделать одновременно инвариантными относительно некоторой группы возмущений. Множество  $N_2$  показывает состав возмущений этой группы. Так, если требуется достичь эффекта одновременной инвариантности координат  $x_{n_1}$  при всех  $n_1 \in N_1$ , где  $N_1 = \{1, 2\}$  относительно всех  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ ,  $N_2 = \{1, 3\}$ , то переменные  $x_1$  и  $x_2$  нужно сделать инвариантными по отношению к возмущениям  $f_1(t)$  и  $f_3(t)$ .

Обозначим через  $S(N_1, N_2)$  множество индексов  $j$  переменных  $x_j$ , составляющих вектор  $Y$ . Это множество характеризует те переменные системы (1.1), которые не зависят от внешних возмущений, составляющих вектор  $F(t)$ , при условии, что все координаты, входящие в вектор  $X$  ( $x_{n_1}$ ,  $n_1 \in N_1$ ), условно не зависят от этих возмущений, т. е. от возмущений  $f_{n_2}(t)$  для всех  $n_2 \in N_2$ . Из определения векторов  $Y$  и  $X$  следует, что множество индексов

$S(N_1, N_2)$  и  $N_1$  переменных, составляющих эти векторы, не пересекаются:

$$S(N_1, N_2) \cap N_1 = 0.$$

Из определения множества  $S(N_1, N_2)$  следует его зависимость от состава векторов  $X$  и  $F(t)$ , что и подчеркнуто формой обозначения этого множества.

Для определения значения множества  $S(N_1, N_2)$ , т.е. координат, которые не зависят от  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ , при условии, что  $x_{n_1}$ ,  $n_1 \in N_1$ , условно не зависят от  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ , можно предложить, например, следующий формальный прием. Из исходной системы (1.1) исключаются все  $j$ -е уравнения при  $j \in N_1$  и в оставшихся уравнениях всем координатам  $x_{n_1}$ ,  $n_1 \in N_1$ , условно придается смысл некоторых параметров, не зависящих от  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ . Тогда индексы (номера) тех уравнений, которые образуют внутри этой системы обособленную подсистему, не содержащую в правых частях ни одно из возмущений  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ , и дадут значение множества  $S(N_1, N_2)$ .

Поясним это на примере определения  $S(N_1, N_2)$  для системы, описываемой уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= F_1(x_1, x_2, x_3, f_1, f_2, f_3), \\ \frac{dx_2}{dt} &= F_2(x_1, x_2, f_2), \\ \frac{dx_3}{dt} &= F_3(x_1, x_2, f_1, f_2). \end{aligned} \quad (1.22)$$

Пусть требуется определить условия одновременной инвариантности координат  $x_{n_1}$  при всех  $n_1 \in N_1$  по отношению ко всем возмущениям  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ . При этом, если множества  $N_1$  и  $N_2$  имеют, например, значения

$$N_1 = \{1\}, N_2 = \{1\}, \quad (1.23)$$

то для определения множества  $S(N_1, N_2)$  при (1.23) необходимо условно предположить, что  $x_1$  не зависит от  $f_1(t)$ , и рассматривать вместо системы (1.22) некоторую систему, полученную в результате исключения из системы (1.22) первого уравнения, т. е. состоящую из двух уравнений, в которых  $x_1$  выполняет роль пара-

метра, не зависящего условно от  $f_1(t)$ :

$$\begin{aligned}\frac{dx_2}{dt} &= F_2(x_1, x_2, f_2), \\ \frac{dx_3}{dt} &= F_3(x_1, x_2, f_1, f_2).\end{aligned}\tag{1.24}$$

Отсюда видно, что если  $x_1$  — параметр, не зависящий от  $f_1$ , то первое уравнение является обособленным и может быть проинтегрировано самостоятельно. Из рассмотрения системы (1.24) следует, что компонента  $x_2$  определяется из одного уравнения

$$\frac{dx_2}{dt} = F_2(x_1, x_2, f_2)$$

и не зависит от  $f_1$ . Отметим, что это справедливо лишь при условии независимости  $x_1$  от  $f_1$  и в предположении, что  $x_1$  в оставшихся в рассмотрении уравнениях является параметром. Отсюда и по определению имеем значение  $S(N_1, N_2) = \{2\}$ . В случае  $N_1 = \{1\}$  и  $N_2 = \{2\}$  замечаем, что каждое уравнение содержит в правой части возмущение  $f_2$ . Это свидетельствует о том, что среди координат, определенных этой системой, нет таких, которые бы не зависели от  $f_2$  даже при условии, что  $x_1$  условно не зависит от  $f_2$ . Отсюда  $S(N_1, N_2)$  в системе (1.22) равно нулю.

Обозначения  $N_1, N_2$  и  $S(N_1, N_2)$  тесно связаны с постановкой задачи инвариантности.

Введем еще ряд обозначений, характеризующих рассматриваемую систему уравнений (1.1) с точки зрения состава аргументов функций  $F_j(t, x_1, x_2, \dots, x_n, f_1, \dots, f_n)$ .

Обозначим через  $N_x^j$  множество индексов  $i$  переменных  $x_i$ , входящих в качестве аргумента в функцию  $F_j$ , а через  $N_f^j$  — множество индексов внешних возмущений  $f_i$ , входящих в качестве аргумента в эту же функцию  $F_j$ . Например, систему (1.22) можно охарактеризовать следующими значениями множеств  $N_x^j$  и  $N_f^j$ :

$$\begin{aligned}N_x^1 &= \{1, 2, 3\}, \quad N_f^1 = \{1, 2, 3\}; \\ N_x^2 &= \{1, 2\}, \quad N_f^2 = \{2\}; \\ N_x^3 &= \{1, 2\}, \quad N_f^3 = \{2\}.\end{aligned}$$

Последнюю группу обозначений составляет множество  $N_f$ , кото-

рое указывает, какие из внешних возмущений  $f_{\beta}(t)$  связаны между собой функциональной зависимостью некоторого типа. Множество  $N_f$  состоит из индексов  $\beta$  возмущений  $f_{\beta}(t)$ , связанных между собой какой-либо зависимостью

$$\Phi_f(f_{\gamma}, \dots, f_{\alpha}) = 0.$$

Множество  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  характеризует размерность системы.

Введенная выше векторная форма записи системы уравнений позволяет просто сформулировать рассматриваемую здесь постановку задачи полиинвариантности.

Определим требования, которые следует наложить на функции  $\Phi$ ,  $G$ ,  $W$  при синтезе автоматической системы управления и при выполнении которых в данной системе имел бы место эффект абсолютной инвариантности вектора переменных  $X$  относительно вектора внешних возмущений  $F(t)$  для всех моментов времени  $t \in (T_0, T_1)$  при произвольных начальных условиях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$  и  $Z(T_0)$ .

При этом требуется, чтобы условия полиинвариантности были сформулированы в интегральной форме, допускающей одновременное рассмотрение вопросов достижения полиинвариантности, качества, динамики системы управления и инвариантности до  $\varepsilon$ .

При решении задач полиавтономности будем различать два типа задач.

1. *Полиавтономность по управлению.* Определить требования, которые следует наложить на функции  $\Phi$ ,  $G$ ,  $W$  при синтезе автоматической системы управления и при выполнении которых в данной системе имел бы место эффект абсолютно автономного управления вектора переменных  $X$  вектором внешних сигналов  $P(t)$  для всех моментов времени  $t \in (T_0, T_1)$  при произвольных начальных условиях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$  и  $Z(T_0)$ .

2. *Полиавтономность в смысле одного лишь развязывания координат.* Определить требования, которые следует наложить на функции  $\Phi$ ,  $G$ ,  $W$  при синтезе автоматической системы управления и при выполнении которых имел бы место эффект абсолютной инвариантности (независимости) вектора переменных  $X$  относительно векторов переменных  $Y$  и  $Z$  и сохранения управляемости по векторам внешних воздействий  $F(t)$  и  $P(t)$  для всех моментов времени  $t \in (T_0, T_1)$  при произвольных начальных условиях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$  и  $Z(T_0)$ .

Остальные требования к виду условий автономности те же, что и при постановке задачи инвариантности.

#### 1.4. НЕКОТОРЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ПОНЯТИЕМ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Дадим пояснение к постановке задачи по инвариантности и автономности, касающейся особенностей рассматриваемого класса уравнений (1.1), который называем классом существенно нелинейных систем.

Известно, что вывод условий инвариантности и автономности в линейных системах регулирования, как правило, основывается на исследовании решений (или изображения решений) дифференциальных уравнений, описывающих эти системы. В существенно нелинейных системах реализация такого подхода к решению задачи инвариантности значительно затруднена, так как в общем случае невозможно получить в аналитическом виде решения нелинейных дифференциальных уравнений, поэтому требуется индивидуальный подход к решению задачи в каждом отдельном случае. Следовательно, такой подход невозможно использовать для получения общих условий инвариантности и автономности в существенно нелинейных автоматических системах.

Однако для дальнейшего исследования полезно привести некоторые положения по определению понятия «существенно нелинейная система» и связанного с ним понятия «решение существенно нелинейной системы». Для этого запишем уравнение (1.1) в векторной форме:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad (1.25)$$

где  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ , которое рассматривается в некоторой области  $Q$  пространства  $(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Здесь  $\mathbf{x}$  — вектор, составляющими которого являются переменные  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , а  $\mathbf{f}$  — вектор с составляющими  $(f_1, f_2, \dots, f_n)$ . Тогда под существенно нелинейной автоматической системой понимаем такую систему, которая описывается уравнением (1.25) с кусочно-непрерывной правой частью. При этом полагаем, что вся совокупность точек  $\mathbf{x}$ , в которых функция  $\mathbf{f}(t, \mathbf{x})$  терпит разрыв, образует в области  $Q$  множество  $G_0$  с нулевой мерой  $\mu$  по Лебегу:

$$\mu G_0 = 0.$$

Физически это означает, что функция  $\mathbf{f}(t, \mathbf{x})$  терпит разрыв в точках, которые в общем случае образуют в области  $Q$  некоторые поверхности, обычно называемые поверхностями переключе-

чения. В частном случае это могут быть линии или отдельно одна от другой стоящие точки, или же и то, и другое.

Такое определение существенно нелинейной системы обладает достаточной степенью общности и физически вполне оправдано. Действительно, большое число реальных автоматических систем содержат элементы, описываемые нелинейными функциями «релейного» типа: и реле, и логические элементы, и пороговые элементы, и цифровые устройства, и устройства для кусочно-линейной аппроксимации различных специальных характеристик и т. д. Кроме того, это определение охватывает такой класс элементов, которые можно описать функциями  $F_j(t, x_1, \dots)$ , не имеющими непрерывные частные производные по всем своим явно выписанным аргументам. К этому типу элементов можно отнести устройства с различного рода ограничениями, с зонами нечувствительности и т. д.

При изучении поведения систем с разрывными правыми частями будем опираться на теорию дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями, основные положения которой развивались в работах [6, 12, 13, 117, 118, 143], где было введено общее определение термина «решение дифференциальных уравнений с разрывной правой частью». Так, Заремба и Маршо [143, 133] сформулировали определение решения, которое придало уравнению (1.25) смысл уравнения в контингенциях:

вектор-функция  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0, \mathbf{x}_0, t)$  называется решением уравнения в контингенциях (1.25), проходящим через точку  $(t_0, \mathbf{x}_0)$  и определенным на временном интервале

$$t_0 - \alpha \leq t \leq t_0 + \alpha \quad (\alpha < 0), \quad (1.26)$$

если функция  $\mathbf{x}(t)$  на этом интервале непрерывна, причем  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$  и контингенция, рассматриваемая как точечное множество в пространстве направлений  $E(\mathbf{f})$ , всюду при (1.26) включена в конус направлений  $\{\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))\}$ :

$$\text{kont } \mathbf{x}(t) \subset \{\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))\}, \quad t \in [t_0 - \alpha, t_0 + \alpha]. \quad (1.27)$$

Контингенцией  $\text{kont } \mathbf{x}(t_1)$  кривой  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$  в точке  $(t_1, \mathbf{x}(t_1))$  пространства  $t, \mathbf{x}$  называется множество всех предельных направлений хорды, стягивающей точки  $(t_1, \mathbf{x}(t_1))$  и  $(t_2, \mathbf{x}(t_2))$  при условии, что  $t_2 \rightarrow t_1$ .

Кроме того, некоторое  $n$ -мерное пространство  $E(\mathbf{f})$  для функций  $\mathbf{f}(t, \mathbf{x})$  здесь условились [133, 143] называть пространством направлений, а множества  $\{\mathbf{f}(t, \mathbf{x})\}$  — конусами направлений.

А.Ф. Филиппов [117, 118], используя понятие «разрывная модель», сформулировал аналогичное определение применительно к уравнению (1.25):

вектор-функция  $x(t)$ , определенная на интервале  $(t_1, t_2)$ , называется решением уравнения (1.25), если она абсолютно непрерывна и если при почти всех  $t \in (t_1, t_2)$  для любого  $\delta > 0$  вектор  $\frac{dx}{dt}$  принадлежит наименьшему выпуклому замкнутому множеству  $n$ -мерного пространства, содержащему все значения вектор-функции  $f(t, x')$ , когда  $x'$  пробегает почти всю  $\delta$ -окрестность точки  $x(t)$  в пространстве  $x$ -ов (при фиксированном  $t$ ), т. е. всю окрестность, кроме множества меры нуль.

Таким образом, можно записать

$$\frac{dx_j}{dt} \in \bigcap_{\delta > 0} \bigcap_{\mu_{G_0} = 0} \text{konv } F_j(t, l(x_1), l(x_2), \dots), \quad (1.28)$$

$$j \in (1, 2, \dots, n),$$

где  $l(x_1), l(x_2), \dots$  — множества координат точек  $l$ , принадлежащих множеству

$$l \in (\mathbf{u}(x(t), \delta) - G).$$

Здесь  $\mathbf{u}(x(t), \delta)$  —  $\delta$ -окрестность точки  $x$  пространства  $x$ -ов. В качестве  $G$  можно взять множество тех точек пространства  $x$ -ов, в которых функции  $F_j$  не являются асимптотически непрерывными (в тех точках, где  $F_j$  терпят разрыв), т. е. в качестве  $G$  можно взять множество  $G_0$ .

Отметим, что решение дифференциального уравнения (1.25) по определению, данному А. Ф. Филипповым, сохраняет основные свойства решений уравнений в контингенциях [6, 133, 143]. Если же  $f(t, x)$  кусочно-непрерывна и точки, где  $f(t, x)$  разрывна, образуют множество с нулевой мерой по Лебегу, то оба определения решения уравнения с разрывной правой частью полностью совпадают, что позволяет в равной степени применять оба определения. Однако нам представляется более удобным положить в основу исследования определение, данное А. Ф. Филипповым.

Следует отметить, что данное общее определение решения уравнения с разрывной правой частью охватывает также случай «скользящих режимов», которые нередко встречаются в автоматических системах, содержащих звенья, описываемые кусочно-непрерывными функциями.



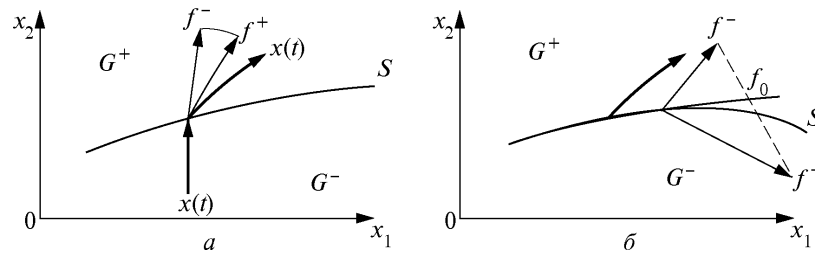


Рис. 1.2. Решение системы второго порядка с разрывной функцией

Исходя из приведенного выше определения А. Ф. Филиппова, сделаем вывод, который будет использован далее.

Так, из формулы (1.28) следует, что при определении решения  $x(t)$  значениями функций  $F_j$  в точках разрыва надо пренебречь. Определяющую роль имеют значения функций слева и справа от точки разрыва, т. е. значения функций только на непрерывных участках.

Поясним изложенное на примере [117—119] системы второго порядка, решение которой можно изобразить на фазовой плоскости (рис. 1.2).

Для этой системы, описываемой уравнениями  $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$ , решением будет такая абсолютно непрерывная вектор-функция  $x(t)$ , для которой при почти всех  $t$  вектор  $\frac{dx}{dt}$  принадлежит наименьшему выпуклому замкнутому множеству, содержащему все предельные значения вектора  $f(t, x^*)$ , где  $x^*$  произвольным способом стремится к  $x$ . Пренебрегая значениями функции  $f(t, x^*)$  на множестве меры нуль в пространстве  $x$ -ов, т. е. на плоскости  $x_1, x_2$  (см. рис. 1.2, а и б), нужно пренебречь значениями функции  $f(t, x^*)$  на поверхности  $S$ , где она терпит разрыв. В этом случае предельными значениями вектора  $f(t, x^*)$  при  $x^* \rightarrow x \in S$  будут только векторы  $f^+(t, x)$  и  $f^-(t, x)$ , а наименьшим выпуклым множеством, содержащим их, — отрезок, соединяющий их концы. Если решение не может сойти с  $S$  (см. рис. 1.2, б), то вектор  $\frac{dx}{dt}$  касается  $S$ , а его конец лежит в точке пересечения касательной к  $S$  и указанного отрезка. Это означает, что  $\frac{dx}{dt} = f_0$ .

**1.5. ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ**

В п.1.3 сформулирована математическая постановка задачи по определению условий полиинвариантности применительно к основному типу уравнений движения (1.21), что с учетом метода

*Таблица 1.2*

«Прямая» классификация	«Транспортная» классификация
Объект	
1-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z, F, U)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ}{dt} = W(t, X, Y, Z, F, U)$	1'-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z, F, U)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ}{dt} = W(t, X, Y, Z, F, U)$
2-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z_1, Z_2, F)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ_1}{dt} = W_1(t, X, Y, Z_1, Z_2, F)$ $\frac{dZ_2}{dt} = W_2(t, X, Y, Z_1, Z_2, F, U)$	2'-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z_1, Z_2, U)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ_1}{dt} = W_1(t, X, Y, Z_1, Z_2, U)$ $\frac{dZ_2}{dt} = W_2(t, X, Y, Z_1, Z_2, F, U)$
3-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z, F)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ_1}{dt} = W_1(t, X, Y, Z_1, Z_2, F)$ $\frac{dZ_2}{dt} = W_2(t, X, Y, Z_1, Z_2, Z_3, F)$ ... $\frac{dZ_\gamma}{dt} = W_\gamma(t, X, Y, Z_1, \dots, Z_\gamma, Z_{\gamma+1}, F, U)$ ... $\frac{dZ_\alpha}{dt} = W_\alpha(t, X, Y, Z_1, \dots, Z_\gamma, \dots, Z_\alpha, F)$	3'-й класс $\frac{dX}{dt} = \Phi(t, X, Y, Z_1, U)$ $\frac{dY}{dt} = G(t, X, Y)$ $\frac{dZ_1}{dt} = W_1(t, X, Y, Z_1, Z_2, U)$ $\frac{dZ_2}{dt} = W_2(t, X, Y, Z_1, Z_2, Z_3, F, U)$ ... $\frac{dZ_\gamma}{dt} = W_\gamma(t, X, Y, Z_1, \dots, Z_\gamma, Z_{\gamma+1}, F, U)$ ... $\frac{dZ_\alpha}{dt} = W_\alpha(t, X, Y, Z_1, \dots, Z_\gamma, \dots, Z_\alpha, F, U)$

равносильных и неравносильных преобразований позволяет рассматривать такую постановку задачи как общую и не требовать детализации возможных типов уравнений (1.21) с точки зрения состава аргументов в функциях  $\Phi$ ,  $G$  и  $W$ .

Важно отметить, что математическая постановка задачи полиинвариантности формально может отличаться от технической. Действительно, реально проектировщика системы управления может интересовать инвариантность совокупности координат  $Y$ , а математическим средством достижения желаемого эффекта будет требование обеспечить инвариантность переменных  $X$ . Подробнее об этом изложено далее. После формирования общих условий инвариантности их можно использовать при решении как задачи синтеза закона управления в виде функции состояния объекта, так и задачи ограниченного синтеза. При этом, решая задачу синтеза закона управления, обнаружим принципиальные различия в классе найденных законов управления, что связано с уравнениями движения объекта управления (табл. 1.2). В таблице приведена классификация уравнений объектов при синтезе инвариантных законов управления, где  $U$  — вектор внешнего возмущения такой же размерности, как и вектор  $X$ . Заметим, что уравнения объекта первого класса «прямой» и «транспонированной» классификаций совпадают. Классификация объектов проведена в зависимости от того, инвариантность каких координат требуется получить. Это означает, что в зависимости от постановки задачи инвариантности один и тот же объект может быть отнесен к разным классам.

### 1.6. УСЛОВИЯ АБСОЛЮТНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ

В п.1.3 сформулирована задача об абсолютной инвариантности вектора  $X$  относительно вектора внешних возмущений  $F(t)$  для всех моментов времени  $t \in (T_0, T_i)$  при произвольных начальных условиях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$  и  $Z(T_0)$  в автоматической системе, описываемой уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \Phi(t, X, Y, Z, F(t), P(t)), \\ \frac{dY}{dt} &= G(t, X, Y, P(t)), \\ \frac{dZ}{dt} &= W(t, X, Y, Z, F(t), P(t)). \end{aligned} \quad (1.29)$$

Из общего вида системы (1.29) следует, что решение  $X(t)$ ,  $Y(t)$ ,  $Z(t)$  можно определить интегрированием одновременно всех

ее уравнений при заданных начальных значениях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$ ,  $Z(T_0)$ . Тогда, если требуется получить независимость вектора  $X(t)$  от вектора возмущения  $F(t)$ , то синтезировать вектор-функцию  $\Phi$  во всей области задания  $Q$  нужно таким образом, чтобы среди ее аргументов не было ни вектора возмущения  $F(t)$ , ни вектора  $Z(t)$  переменных системы, зависящего от возмущения  $F(t)$  в силу последнего уравнения системы (1.29).

Действительно, в случае выполнения этих требований, вместо системы (1.29) была бы получена другая система:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \Phi(t, X, Y, P(t)), \\ \frac{dY}{dt} &= G(t, X, Y, P(t)), \\ \frac{dZ}{dt} &= W(t, X, Y, Z, F(t), P(t)). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Первое и второе уравнения системы (1.30) образуют обособленную замкнутую подсистему внутри всей системы (1.30), и эта подсистема может быть решена самостоятельно. При этом функции  $\Phi$  и  $G$  не содержат возмущения  $F(t)$ . Следовательно, вектор  $X(t)$  и вектор  $Y(t)$  не зависят от вектора возмущения  $F(t)$ .

Если теперь учесть определение понятия «решение системы с разрывной правой частью», то оказывается возможным ослабить условие независимости функции  $\Phi$  от  $F(t)$  и  $Z(t)$  во всей области  $Q$ , исключив из этой области точки, принадлежащие множеству  $G_0$ , т. е. точки, в которых функция  $\Phi$  терпит разрыв. Это можно выполнить в силу того, что при определении решения системы с разрывной правой частью значения функции  $\Phi$  в точках, принадлежащих множеству  $G_0$ , не учитываются.

Таким образом, условие абсолютной инвариантности (независимости)  $X(t)$  от  $F(t)$  с учетом изложенного формулируется в виде требования независимости функции  $\Phi$  почти во всей области задания  $Q$  (т. е. за исключением точек, принадлежащих множеству  $G_0$ ), от вектора возмущения  $F(t)$  и вектора переменных  $Z(t)$ .

Приведенное выше доказывает лишь достаточность этих условий, которые можно записать с учетом введенных ранее обозначений множеств  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_f^j$ ,  $N_x^j$  в виде требований к составу аргументов функций  $F_j$ ,  $j \in N_1$ , составляющих вектор-функцию  $\Phi$ :

$$N_f^j \subseteq (N \setminus N_2) \text{ для всех } j \in N_1, \quad (1.31)$$

$$N_x^j \subseteq [N_1 \cup S(N_1 N_2)] \text{ для всех } j \in N_1. \quad (1.32)$$

Доказательство необходимости этих условий, которые должны обеспечить независимость вектора  $X(t)$  в области  $Q$  пространства  $x$ -ов при произвольных начальных условиях  $X(T_0)$ ,  $Y(T_0)$ ,  $Z(T_0)$  от вектора возмущения  $F(t)$ , приведено в [70].

Сформулируем необходимое и достаточное условие абсолютной инвариантности в виде теоремы.

**Теорема 1.1.** *Необходимым и достаточным условием абсолютной инвариантности совокупности переменных  $x_{n_1}$  для всех  $n_1 \in N_1$ , определяемых системой уравнений (1.1), по отношению ко всем возмущениям  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ , при произвольных начальных условиях  $x_j(T_0)$ , ...,  $x_n(T_0)$  и для любых моментов времени  $t$ , принадлежащих отрезку  $(T_0, T_1)$ , является требование независимости всех функций  $F_j$ ,  $j \in N_1$ , от функции  $f_{n_2}(t)$ ,  $n_2 \in N_2$ , и от переменных  $x_\alpha(t)$ ,  $\alpha \in N \setminus [N_1 \cup S(N_1N_2)]$ , почти во всей области  $Q$  (т. е. во всей области  $Q$  за исключением точек, принадлежащих множеству  $G_0$  меры нуль). Это означает, что все функции  $F_j$ ,  $j \in N_1$ , почти во всей области  $Q$  должны удовлетворять условиям (1.31), (1.32).*

Эта теорема в применении к системе уравнений, представленных в виде (1.29), имеет такую формулировку.

**Теорема 1.1'.** *Необходимым и достаточным условием абсолютной инвариантности вектора  $X$ , определяемого системой (1.29), по отношению к любому внешнему возмущению  $F(t)$  при произвольных начальных условиях и для любых моментов времени  $t \in (T_0, T_1)$  является требование независимости функции  $\Phi$  от векторов  $F(t)$  и  $W$  почти во всей области  $Q$ , т. е. во всей области  $Q$  за исключением точек, принадлежащих множеству  $G_0$  меры нуль.*

В заключение укажем, что условия (1.31) и (1.32) автоматически распространяются на систему дифференциальных уравнений, представленных в каноническом виде, т. е. не приведенных к нормальной форме:

$$\frac{d^{m_j} x_j}{dt^{m_j}} = F_j(t, x_1, \dots, x_n, f_1(t), \dots, f_n(t)) \text{ для всех } j \in N, \quad (1.33)$$

где  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $F_j$  — сокращенная форма записи нелинейных функций  $F_j(t, x_1^{(m_1-1)}, x_2^{(m_2-1)}, \dots, x_n^{(m_n-1)}, \dots, x_n, f_1(t), \dots, f_n(t))$ , связывающих независимую переменную  $t$ , функции  $x_1, \dots, x_n$  и их производные до порядков соответственно  $(m_1 - 1), \dots, (m_n - 1)$ , и возмущающие силы  $f_1(t), \dots, f_n(t)$ . Между некоторыми  $f_\beta(t)$  также допускается возможность связи как линейной, так и нелинейной.

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

### 2.1. ПРОБЛЕМА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Практическая необходимость исследований по проблеме управления динамикой сложных систем обусловлена, с одной стороны, возрастанием требований к системам управления технологическими процессами, среди которых важными являются требования максимизации эффективности управления данными процессами и обеспечения повышенных уровней надежности и безопасности функционирования создаваемых сложных систем; а с другой — естественным усложнением самих технологических процессов.

В связи с развитием компьютерных систем появляется возможность создания нового типа систем — систем управления сложными технологическими процессами реального времени, основанного на компьютерно-системных средствах управления и коммуникации управляющих воздействий и информационных потоков.

С точки зрения специалистов по управлению, объединенных в рамках IFAC [128, 130, 141], это новый класс систем управления, который относится к классу I<sup>2</sup>C<sup>4</sup>S-систем (Integrated Intellectual Communication Computer Command Control System).

Обычные системы, использующие компьютерные сети, являются системами командного управления технологическим процессом, функционирующими по разомкнутому контуру. Это системы типа I<sup>2</sup>C<sup>3</sup>S-систем (Integrated Intellectual Communication Computer Command System). Иными словами, это системы непосредственного командного действия типа Open-Loop Control System [128, 141].

Новый зарождающийся класс систем (I<sup>2</sup>C<sup>4</sup>S-системы) — это системы, работающие по замкнутому контуру управления (Closed-Loop Control System) с процессами жесткого реального времени.

Из обзора современных литературных источников [128, 141], посвященных исследованию проблемы создания эффективных  $I^2C^4S$ -систем, вытекает, по меньшей мере, двухстратная концепция их исследования: сетевая (компьютерно-коммуникационная) и прикладная (управление динамическим процессом).

Первая страта — коммуникационная, на ней исследуют вопросы, которые полностью относятся к сути компьютерно-коммуникационной области [128, 141]: механизмы распределенных систем (параллелизм, синхронизация, выбор, взаимное изъятие, приоритеты, качественные и количественные свойства передачи данных, относительность времени, среднее время до первой ошибки, пакетизация информации).

В рамках второй страты исследователи заняты вроде бы совсем иными вопросами, связанными с образованием замкнутых систем управления прикладными процессами, т.е. вопросами, которые полностью относятся к области управления безотносительно к тем средствам, которыми оно осуществляется. При этом учитываются лишь интегрированные отображения недостатков передачи сигналов по структурным каналам сетей.

Современный подход основан на двухмодельном представлении  $I^2C^4S$ -систем. Первый — использование STPN (стохастические сети Петри [99]), второй — использование метода передаточных функций относительно линейных прикладных процессов с постоянными параметрами, которые потом требуется согласовывать на качественном уровне.

Сложность процессов, которые происходят в  $I^2C^4S$ -системах, ограничивает теоретические системные возможности обоих подходов к отображению всех аспектов сетевых основ и свойств прикладных процессов в целом, искусственно отделяет один подход от другого и приводит к системным недостаткам в исследовании этих систем. В частности, нестыковка результатов исследований по каждому из указанных выше подходов не дает полной единой картины анализа  $I^2C^4S$ -систем.

Проблемы, возникающие при исследовании (анализе и синтезе) нового класса  $I^2C^4S$ -систем, обусловлены тем, что они состоят из совокупности разделенных и удаленных друг от друга управляющих и управляемых динамических подсистем, многоконтурно вариативно связанных средствами открытой интеллектуальной компьютерно-коммуникационной сети, не являющейся исключительной принадлежностью конкретной пользовательской системы [128, 141].

Равноважность каждой из подсистем порождает при их исследовании проблему двух точек зрения [128, 141]:

- точку зрения компьютерных и телекоммуникационных наук CS&T-View (Computer Science and Telecommunication View);
- точку зрения теории автоматического управления ACS-View (Automatic Control Science View).

Как отмечено в работах IFAC [128, 130, 141], необходимы практическая и теоретическая разработки единого математического модельного представления систем  $I^2C^4S$  с разными уровнями интегрированности и распределенности.

Анализ и синтез нового типа систем  $I^2C^4S$  требуют решения совокупности сложных научно-технических проблем. К ним прежде всего относятся:

- исследование и создание новых принципов построения гибких систем управления сложными процессами и системами с повышенным уровнем эффективности;
- синтез стратегий сосредоточенного и распределенного управлений сложными процессами и системами;
- создание новых возможностей гибкого управления технологическими процессами в условиях конфликта исследуемого процесса с его внешней и внутренней средами и в широком диапазоне изменения состояний процессов.

В настоящее время под *сложными системами* принято понимать такие системы, которые состоят из большого количества взаимосвязанных элементов.

Согласно работам [37, 56, 58, 72, 73, 76, 124] характерными признаками сложных систем являются:

- многомерность и большое число элементов, образующих систему;
- одноуровневая и многоуровневая многосвязности;
- многообразие возможных форм и структур связей элементов системы между собой — от простых «сетей», «деревьев» до разнообразных по конфигурациям иерархических структур;
- многокритериальность и наличие ряда противоречивых локальных и глобальных критериев, которым должна удовлетворять система;
- многократность изменения состава, структур и состояний системы;
- многообразии природы элементов, составляющих систему: машины, автоматы, люди, и вытекающая отсюда разнородность циркулирующей информации;
- многоплановость в научном отношении.



При анализе и синтезе систем управления сложными системами необходимо учитывать [37, 56, 58, 72, 73, 76, 124]:

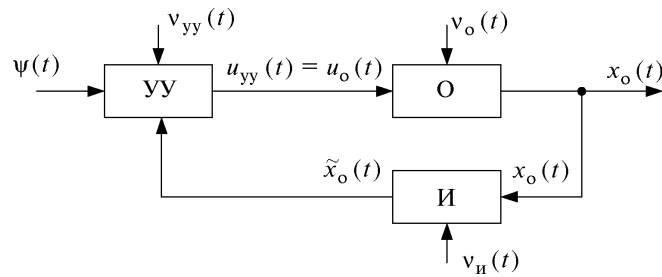
- неполноту и неопределенность информации о состоянии системы и среды, определяемые изменениями свойств помех, возмущений и препятствий;
- нелинейный характер динамических процессов и систем;
- зависимость моделей системы и среды, их сложности и точности от цели управления;
- открытость систем;
- структурную вариативность;
- реальный масштаб времени и жесткую зависимость эффективности и качества функционирования сложных систем от времени;
- множественность целей и критериев качества функционирования систем;
- распределенность ресурсов системы (например, энергетических, пространственных и временных, вычислительных, информационных);
- конфликтность задач управления;
- перманентность процесса принятия решений;
- наличие структурных и неструктурных возмущений;
- наличие неоднородного состава систем;
- большие диапазоны параметров состояния и возмущений системы.

Наиболее проблемным классом сложных систем являются так называемые эргатические системы, поэтому важной компонентой фундаментальных исследований сложных систем  $I^2C^4S$  является теория эргатических систем (ТЭС) [72, 73, 76].

## 2.2. СЛОЖНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Необходимость разработки концепции  $I^2C^4S$ -систем обусловлена эволюционным характером их образования. Структурно этапы развития и становления концепции гибкого распределенного управления приведены на рис. 2.1—2.3 [84].

Под распределенными системами управления в работе [84] понимают системы с распределенными в пространстве и времени неоднородными агрегатами, управление которыми осуществляется посредством современных компьютерных сетей.



**Рис.2.1.** Общая структура системы непосредственного прямого управления (сосредоточенная концепция), этап I:

УУ — устройство управления; О — объект управления; И — измерительное устройство (датчик);  $v_{yy}(t)$ ,  $v_o(t)$ ,  $v_{и}(t)$  — помехи и возмущения, действующие на компоненты системы;  $\psi(t)$  — командный сигнал (задание);  $u_{yy}(t)$  — управляющий сигнал, выработанный УУ;  $u_o(t)$  — управляющий сигнал, поступивший на вход объекта;  $x_o(t)$  — выходная переменная состояния объекта;  $\tilde{x}_o(t)$  — состояние объекта О, измеренное системой И

Особенностью современных тенденций развития систем управления является их комплексное развитие от систем непосредственного прямого управления технологическими объектами (этап I) к системам опосредованного непрямого управления (этапы II и III).

На этапе I структура управляемой системы имеет вид, показанный на рис. 2.1. Здесь средство измерения (И), устройство управления (УУ) пространственно неотделимы от объекта управления.

Этап II (см. рис. 2.2) характеризуется передачей информации от устройства управления к объекту и от объекта к устройству управления по физическим выделенным каналам.

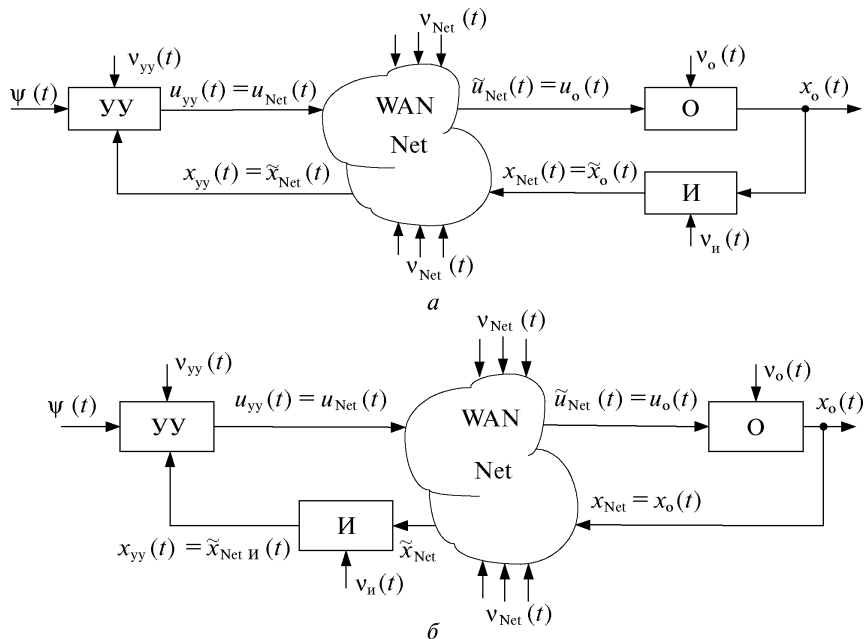
На рис. 2.3 представлена структурная схема этапа III, который характеризуется наличием гибкого транспорта управляющей информации через глобальную WWW сеть специально организованными в ней интеллектуальными виртуальными каналами. Появление в структуре объекта управления систем ИККС<sub>1</sub> и ИККС<sub>2</sub> обусловлено необходимостью сохранения целостности управления системы.

При пространственном удалении устройства управления (УУ) от места расположения объекта (см. рис. 2.3) для передачи управляющих воздействий на объект используют информационно-компьютерную коммуникационную систему ИККС<sub>1</sub>. Появление информационно-компьютерной коммуникационной системы ИККС<sub>2</sub> обусловлено необходимостью передачи информации

о текущем состоянии объекта в удаленный центр управления, а также сохранения целостности управления системой.

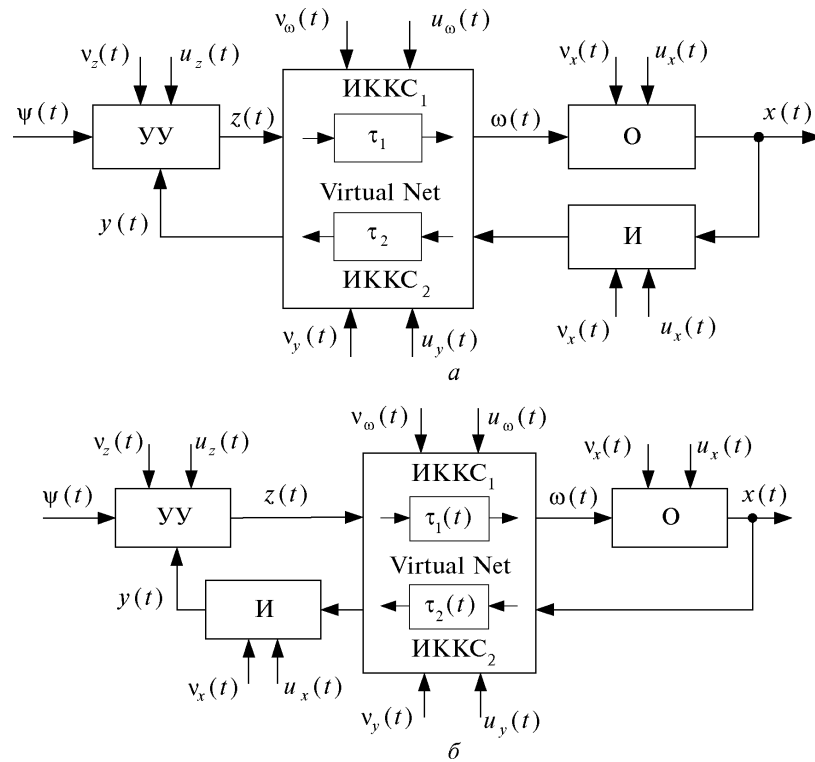
При переходе от системы прямого непосредственного управления к системе опосредованного непрямого управления задача, естественно, усложняется.

Это обусловлено возрастанием размерности целостной системы за счет вовлечения в процесс управления компонентов ИККС<sub>1</sub> и ИККС<sub>2</sub>. Важная особенность такого расширения, с одной стороны, состоит в том, что в данном случае принципиально изменяются динамические свойства всей системы за счет во-



**Рис. 2.2.** Общая структура системы распределенного удаленного управления, использующая для передачи управляющих сигналов глобальную вычислительную сеть (Net), этап II:

*а* — структура системы с измерительным устройством, совмещенным с объектом управления; *б* — структура системы с измерительным устройством, удаленным от объекта управления;  $v_{Net}(t)$  — помехи и возмущения, действующие на сеть и в сети;  $u_{Net}(t)$  — управляющий сигнал, поступивший в сеть;  $\tilde{u}_{Net}(t)$  — управляющий сигнал, переданный сетью;  $x_{Net}(t)$  — информация о состоянии объекта, поступившая в сеть;  $\tilde{x}_{Net}(t)$  — информация о состоянии объекта, переданная сетью;  $\tilde{x}_{Net И}(t)$  — измеренное системой И состояние объекта О, переданное сетью;  $x_{yy}(t)$  — информация о состоянии объекта, поступившая на управляющее устройство



**Рис. 2.3.** Общая структура системы распределенного удаленного управления в терминах существенных переменных, этап III:

*a* — структура системы с измерительным устройством, совмещенным с объектом управления; *б* — структура системы с измерительным устройством, удаленным от объекта управления; Virtual Net — виртуальная персональная сеть;  $v_i(t)$  — помехи и возмущения, действующие на компоненты системы;  $u_i(t)$  — сигналы, изменяющие состояния соответствующих подсистем;  $x(t)$  — информация о состоянии объекта;  $z(t)$  — вычисленный управляющий сигнал;  $\omega(t)$  — управляющий сигнал на выходе сети;  $y(t)$  — информация о состоянии объекта, переданная сетью;  $\tau_1(t)$  и  $\tau_2(t)$  — векторы задержек в сети, соответствующие системам ИККС<sub>1</sub> и ИККС<sub>2</sub>

влечения в нее динамических процессов функционирования ИККС<sub>1</sub> и ИККС<sub>2</sub> в реальном масштабе времени, а с другой — при этом существенно расширяется спектр возмущений, действующих на вновь образовавшуюся систему.

При анализе и синтезе систем прямого и непрямого управления в системном плане важно учитывать, что принципиально каждая из них является динамической системой либо чисто ав-

томатической ACS (Automatic Control System), либо эргатической ECS (Ergatic Control System).

Цель возникновения распределенных систем — использование и прикрепление мощного внешнего свободного на данный момент вычислительного ресурса для принципиального повышения эффективности управления технологическим процессом в его замкнутых контурах [11, 107].

В современном мире развитие систем I<sup>2</sup>C<sup>4</sup>S идет в направлении становления так называемых сетевых компьютерных систем (NCC-System). Под сетевой (Net-centric или Network-centric) технологией управления прикладными процессами понимают [16, 116, 137, 138] новую информационно-управляющую технологию, реализуемую коммуникационной компьютерной сетью для достижения максимального интегрального эффекта. Ее суть заключается в обеспечении:

- полной синхронизации прикладных процессов при функционировании и взаимодействии неоднородных агрегатов в реальном масштабе времени;
- оперативности управления агрегатами за счет их погружения в единое информационное пространство.

В результате образуется система систем с повышенным уровнем сложности.

Новая проблема состоит в том, что исходный динамический процесс при необходимости дополняется присоединяемой сложной системой ИККС. В результате резко усложняется исходная проблема вследствие скачкообразного возрастания сложности вновь образовавшейся распределенной системы.

В данном случае фазовыми состояниями распределенной системы являются ее крайние состояния: система непосредственного прямого управления, система распределенного удаленного управления и некоторое множество промежуточных гибридных фаз.

Динамическую модель такой системы при условиях, изложенных в [24, 25, 60], можно рассматривать в форме двух модельных представлений [84].

1. Представление в форме нелинейной системы в терминах существенных переменных с отклоняющимися аргументами [30—32]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \tilde{F}_x(t, x(t), \omega(t), u_x, v_x); \\ \dot{y} &= \tilde{F}_y(t, x(t - \tau_x), y(t), z(t), \omega(t - \tau_\omega), u_y, v_y);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \tilde{F}_z(t, y(t), z(t), \psi(t), u_z, v_z); \\ \dot{\omega} &= \tilde{F}_\omega(t, \omega(t), z(t - \tau_1), x(t - \tau_x), y(t - \tau_y), u_\omega, v_\omega),\end{aligned}\quad (2.1)$$

где  $x$  — вектор переменных объекта;  $y$  — вектор переменных, отображающих состояние  $x$ ;  $z$  — вектор переменных, выработанных удаленной управляющей системой;  $\omega$  — вектор переменных на входе объекта, отображающий вектор управлений  $z$ ;  $\tilde{F}_i$  — вектор-функция соответствующих аргументов;  $\psi$  — вектор-функция задания функционирования системы;  $\tau_i$  — задержки в системе;  $u_i$  — управляющие функции соответствующих элементов системы;  $v_i$  — помехи и возмущения, действующие на соответствующие элементы системы.

2. Представление системы распределенного управления в форме апроксимационного выражения (с использованием либо рядов Тейлора, либо рядов Пада, либо метода гармонической линеаризации для представления функций с отклоняющимися аргументами) [59, 106, 108]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F_x(t, x(t), \omega(t), u_x, v_x); \\ \dot{y} &= F_y(t, x(t), y(t), z(t), \omega(t), u_y, v_y); \\ \dot{z} &= F_z(t, y(t), z(t), \psi(t), u_z, v_z); \\ \dot{\omega} &= F_\omega(t, x(t), y(t), z(t), \omega(t), \psi(t), u_\omega, v_\omega),\end{aligned}\quad (2.2)$$

где  $F_i$  — вектор-функция соответствующих аргументов, образованная в результате процедуры аппроксимации.

Обозначим  $\tilde{n}$  — размерность системы (2.1), а  $n_c$  — размерность системы (2.2). При этом размерность системы (2.2)  $n_c$  превышает размерность системы (2.1)  $\tilde{n}$ . Тогда

$$n_c > \tilde{n} \geq n_0.$$

Здесь  $n_0$  — размерность сосредоточенной системы

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F_x(t, x, u_x, v_x); \\ \dot{y} &= F_y(t, x, y, u_y, v_y).\end{aligned}\quad (2.3)$$

Если сеть мобильна, то модельное представление (2.1), (2.2), (2.3) значительно усложняется вследствие усложнения функций  $F$  и  $\tilde{F}$ .

Таким образом, в обобщенном модельном выражении уравнения расширенной системы I<sup>2</sup>C<sup>4</sup>S принимают форму уравнений:

1) для случая системы с отклоняющимися аргументами

$$\frac{dx}{dt} = \tilde{F}(t, x(t - \tau), u, v), \quad x \in Q_x, u \in U, v \in V; \quad (2.4)$$

2) для представления (2.2)

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x, u, v), \quad x \in Q_x, u \in U, v \in V; \quad (2.5)$$

Общим единым представлением обеих предельных форм (2.4) и (2.5) служит модель вида

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x, u, v, \tau). \quad (2.6)$$

Здесь  $\tau$  — также имеет системный смысл возмущения, поэтому для единообразия представления может быть включена в состав расширенного вектора  $v$  [30—32, 72, 76]:

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x, u, g), \quad (2.7)$$

где  $g$  — вектор комплексного возмущения системы

$$g = (v, \tau) \in G.$$

Здесь  $G$  — множество всех возмущений системы.

Для того чтобы с гарантированным результатом удовлетворить потребность практики и иметь потенциальную возможность достаточно позитивного решения проблемы анализа и синтеза функций управления динамическими распределенными процессами, их модельные представления (2.7) должны иметь вид существенно нелинейных систем дифференциальных уравнений [35, 60, 70, 110, 117, 119, 131], описываемых уравнениями вида (1.1).

Все функции в модели (1.1), (2.1)—(2.7) задаются обычным для математики и вычислительной техники способом. В математических дисциплинах функции задаются таблицами значений, графиками, формулой или на разных областях несколькими формулами. При этом основными формами аналитического задания функций являются такие их задания: явное, неявное, параметрическое.

В модели (1.1), (2.1)—(2.7) могут быть использованы элементарные и неэлементарные функции, определенные разными способами, начиная от простого описания значения аргумента и функции с помощью как нескольких математических формул, так и

графов, а также посредством перехода к пределу, посредством дифференцируемых уравнений, решения которых не выражаются в квадратурах, и посредством функциональных уравнений [17, 21].

В вычислительной технике принято задание функций в виде отображений, отношений и преобразований стандартных функций, операторов-функций и пользовательских подпрограмм функций [113].

Кроме того, предполагают, что решение системы (1.1) существует и единственно при заданных начальных условиях.

Достоверность описания прикладных процессов класса  $\Gamma^2C^4S$ -систем, содержащих распределенные компьютерные сети, обоснована теоретическими положениями, изложенными в работах по алгоритмизации процессов данного класса [60].

Класс автоматических систем управления, математическим отображением которого являются уравнения (1.1), достаточно широк, практически охватывает системы управления динамическими объектами разных классов.

Модельные представления (1.1), (2.1)—(2.7) можно использовать для:

- решения задач синтеза систем автоматического регулирования;
- проектирования новых и усовершенствования действующих промышленных объектов;
- решения задач оптимального управления в динамике в «большом» по  $Q_x$  и  $T$ ;
- более глубокого понимания технических процессов;
- определения характеристик протекания переходных процессов, оценок времени запаздывания этих процессов по разным каналам, а также времени их окончания;
- избежания конфликтных явлений, возникающих в системах  $\Gamma^2C^4S$ .

Обзор литературных источников, посвященных исследованиям сложных управляемых систем, показал, что в указанном классе систем наиболее стремительно и эффективно развивается теория управления и наблюдения в сложных системах в условиях неопределенности со смешанными разнородными ограничениями [49, 57, 125, 130—132]. Характерная особенность этой теории — использование вместо гипотезы о стохастической природе всех неопределенных величин и процессов лишь априорного предположения об их выпукло-множественных оценках



[49, 125, 130—132]. Это позволило создать [1, 14, 47—49, 119, 120, 125, 130—132, 134] единую системную базу исследования сложных систем, объединив методы робастной устойчивости, идентификации, оценивания, синтеза управления с такими методологическими положениями теории позиционных игр, как принципы гарантированного результата [71] и динамики множества позиций, представляемых в форме дифференциальных и разностных включений [27, 50, 51, 126, 134]. Для большого класса динамических процессов, особенность которых состоит в том, что их смешанные ограничения представляют собой замкнутые выпуклые множества, а сами системы, порождающие эти процессы, обладают свойствами линейного отображения данных выпуклых множеств на дифференциальные (или разностные) включения, созданы регулярные методы анализа систем и синтеза управления [1, 14, 47—49, 140, 119, 125, 130—132, 134]. При этом в них эффективно используется аппроксимация данных множеств другими, более удобными для использования. Наиболее распространение среди таких аппроксимаций получил метод эллипсоидов [49, 125, 131, 132].

Однако при исследовании класса задач синтеза управления в условиях неопределенности для существенно нелинейных систем в случае смешанных ограничений использование гипотезы выпуклости может быть необоснованным по многим причинам. Среди них, в первую очередь, следует выделить возможную фактическую невыпуклость и несвязность хотя бы одного из множеств неопределенностей: либо состояний управляющих и возмущающих параметров, либо состояний помех поведения и наблюдения, либо начальных фазовых состояний системы (при исследовании потока состояния); во вторую очередь — свойство существенно нелинейного отображения данных исходных множеств неопределенностей на множество дифференциальных или разностных включений. Эти отображения могут порождать в общем случае невыпуклые, односвязные, многосвязные и даже несвязные множества, причем и в случае, когда прообразы данной системы выпуклы. При этом предположение о выпуклости оболочки (овыпукливание) сложного по структуре множества в чисто техническом смысле может влиять на результаты исследований и на результативность синтезированного управления [1, 47, 48, 119]. Допустимость выпуклых аппроксимаций в каждом конкретном случае может быть оценена лишь с использованием фактического построения образа множества дифференциального (или разностного) включения над его прообразом, который по

факту может быть как выпуклым односвязным, так и невыпуклым и даже невыпуклым с пустотами.

Усложняет проблему управления в сложных динамических системах наличие человеческого фактора, существенно влияющего на процесс управления [76, 77, 112]. Для решения данного класса задач применяют методы теории инвариантности при тех ограничениях и условиях, которые определены теорией управления и наблюдения в сложных системах в условиях неопределенности со смешанными разнородными ограничениями [49, 52, 131].

В целом для анализа и синтеза управлений сложными активными системами, описываемыми уравнениями (2.4)–(2.6), остаются превалирующими эвристические методы анализа и решения с широким использованием компьютерного моделирования [19, 33, 49, 52, 105, 122, 123, 131].

Детальный анализ и синтез сложных управляемых систем показал, что особенно остро стоит проблема создания методов и алгоритмов высококачественного управления для сложных динамических нелинейных возмущаемых процессов. Для них синтез алгоритмов управления по необходимости неразрывно связан с задачей анализа состояний векторного поля объекта управления, задаваемого дифференциальным включением [50, 117, 119, 131]:

$$\frac{dx}{dt} \in \mathfrak{F}(t, x, u, v, \varepsilon),$$

$$x \in Q_x, u \in U, v \in V, \varepsilon \in E, t \in T. \quad (2.8)$$

Здесь  $t$  — время;  $x$  — вектор состояний выходных переменных объекта управления;  $u$  — вектор входных переменных, управляющих состоянием выходных переменных;  $v$  — вектор входных возмущающих воздействий;  $\varepsilon$  — малые параметры, обусловленные технологическими неопределенностями;  $\mathfrak{F}$  — конус направлений как вектор определяется из исходной системы уравнений технологического процесса;  $Q_x$  — множество состояний вектора  $x$ , над которым определена функция  $\mathfrak{F}$ ;  $U$  — множество состояний вектора  $u$ ;  $V$  — множество состояний вектора  $v$ ;  $E$  — множество состояний параметров неопределенности модели  $\varepsilon$ ;  $T$  — интервал времени, над которым определена система;  $(T, Q_x, U, V, E)$  — область определения объекта управления.

### 2.3. ПРОБЛЕМА АНАЛИЗА И СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Содержательно суть проблемы в нашем понимании состоит в том, что исследование свойств нелинейных многомерных динамических систем — сложная задача. Кроме того, отсутствие эффективных методов анализа систем препятствует синтезу стратегий преобразования произвольных систем в системы с целесообразной эволюцией или динамикой поведения. При этом реально под целесообразностью следует понимать такое свойство преобразованных процессов, которое обеспечивает достижимость полезного гарантированного результата.

Естественные тенденции усложнения активизируют новые требования максимального использования всех потенциальных возможностей управления процессообразующими системами вплоть до предельно возможных состояний как по динамике, так и по размеру пространства.

В теории управления процессы такого типа, происходящие на грани возможного и обеспечивающие управление состоянием объекта в максимально большой области его состояний, называются маргинальными, или процессами управления в «большом».

**Определение 2.1.** *Существенно нелинейными процессами и системами называются процессы и системы, модельное представление которых описывается существенно нелинейными дифференциальными уравнениями Филиппова [117, 119] с числом переменных больше трех, определенных в многосвязных невыпуклых областях  $\{Q(x, u, v, \varepsilon); U; V; E\}$ .*

Математические модели динамических процессов в «большом» — это многомерные существенно нелинейные системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(t, x, u, v); \\ x \in Q_x \subset R_x^n, u \in U \subset R_u^m, v \in V \subset R_v^l, \\ t \in T &= [t_0; \infty], \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния процесса,  $n \geq 3$ ;  $t$  — время;  $u$  —  $m$ -мерный вектор состояния управляющих факторов процесса;  $v$  —  $l$ -мерный вектор состояния возмущающих факторов процесса;  $f$  —  $n$ -мерная нелинейная кусочно-непрерывная вектор-функция;  $f(t, x, u, v) = (f_1(\cdot), \dots, f_n(\cdot)) \in C^s, s \geq 0$ ;  $Q_x$  —  $n$ -мер-

ная многосвязная невыпуклая область состояний процесса;  $U$  —  $m$ -мерное многосвязное невыпуклое множество состояний управляющих факторов процесса;  $V$  —  $l$ -мерное многосвязное невыпуклое множество состояний возмущающих факторов процесса;  $T$  — интервал определения системы;  $t_0$  — начальный момент времени;  $R_x^n$ ,  $R_u^m$ ,  $R_v^l$  — евклидовы  $n$ -,  $m$ - и  $l$ -мерные пространства определения функции  $f(t, x, u, v)$  по  $x$ ,  $u$ ,  $v$ . При этом числа  $n$ ,  $m$  и  $l$  — произвольные, натуральные, положительные.

Анализ научных публикаций показал, что среди них нет работ, посвященных аналитическим методам анализа всех возможных состояний процесса как вблизи, так и вдали от простых, особых и критических точек и многообразий системы в форме (1.1) и (2.9), а также посвященных синтезу управляющих функций для целесообразного изменения эволюции и состояния процесса.

На сегодня традиционные регулярные подходы, использующие стратегии теории линейных систем для исследования и синтеза таких процессов, не могут быть признаны адекватными в силу их «локальности» («малости») относительно проблем, которые необходимо решать в современных условиях для того, чтобы их результаты были надежны и целесообразны в «большом».

Так, методы линеаризации и «замороженных» коэффициентов [110] при их применении к нелинейным процессам в «большом» оказались малоэффективными. Это обусловлено тем, что, избавляя модели (2.9) от нелинейностей и нестационарностей, они лишают их важных специфических свойств, непосредственно связанных с устойчивостью и управляемостью систем в целом, с поведением процессов вдали от положения равновесия, с явлениями бифуркаций неуправляемых и управляемых процессов.

Не решает проблему в целом и компоновка «большой» модели процесса (2.9) в форме мозаики из «маленьких» математических моделей. Такой мозаичный подход достаточно груб не только для выявления и исследования свойственных этим процессам особых состояний и движений, включая критические, гомоклинические и хаотические, но и для синтеза стратегий управления процессами в перечисленных выше состояниях.

В связи с этим исследователи и разработчики систем и процессов вынуждены применять эвристические методы, основанные на прямом компьютерном моделировании, используя стратегии проб и ошибок, прямого перебора вариантов, здравого смыс-

ла и аналогий. При использовании эвристических методов оказывается, что результаты во многом остаются субъективными.

Таким образом, можно констатировать, что нерешенной частью общей проблемы анализа и синтеза сложных нелинейных управляемых систем является та часть проблемы, которая относится к теории решения задач системного анализа и синтеза целесообразных динамических процессов, обладающих гарантированным качеством функционирования вдали от положений равновесия при широком диапазоне изменения параметров своего состояния как в окрестности простых особых точек, так и вблизи и вдали от положения равновесия, критических и особых точек.

Особенность систем дифференциальных уравнений как моделей динамических процессов состоит в том, что они фактически являются «свернутой», «архивированной» формой свойств процессов, недоступной для непосредственного наблюдения и использования. Они представляют собой внешнюю формальную оболочку системы, за которой спрятаны внутренние функциональные свойства процесса.

Скрытие функциональных свойств динамической системы за внешнюю форму дифференциальных уравнений при непосредственном их использовании приводит к функционально-структурным потерям при решении задач анализа и синтеза сложных динамических систем в «большом», чем обусловлена необходимость постановки новой проблемы в теории систем, т.е. проблемы вскрытия структуры функционального агрегирования реальных процессов и выявления структуры их функциональных свойств.

В настоящее время в доступных научных публикациях отсутствуют работы, посвященные решению проблемы методологии исследования агрегирования процессов в «большом». Основные научные исследования в этой области посвящены лишь локальному анализу априори заданных каким-то образом функциональных конструкций в фазовом пространстве системы.

Таким образом, методология вскрытия структуры агрегирования и определения функциональных свойств образующихся функциональных агрегатов остается нерешенной частью указанной проблемы. Для распределенных глобальных WWW-систем эти вопросы приобретают особую важность, актуальность и необходимость [128, 130, 141].

Сложные системы, динамически управляемые в «большом», — новый класс динамических систем и процессов, исследуемых в теории управления [74, 79]. Здесь суть проблемы состоит в от-

существовании регулярного комплексного метода их системного исследования в целом, объединяющего и доводящего до «числа» задачи как анализа, так и синтеза. Это означает, что исследования и синтез в «большом» каждой конкретной системы по необходимости проводят методами комбинаторики и методами теории линейных дифференциальных систем с постоянными коэффициентами [130, 131, 141], что для систем рассматриваемого типа не эффективно.

Практическая же настоятельность управления процессами в «большом» требует решения данной проблемы.

Анализ доступных научных публикаций и исследований (по материалам конференций) показывает, что исследования задач такого рода находятся на начальной стадии. Они, как правило, посвящены отдельным методологическим вопросам этой проблемы, в частности доказательствам «теорем существования», которые в системной методологии относят к «задачам качества». Количественный анализ и особенно количественный синтез алгоритмов целенаправленного управления в «большом» процессами с наперед заданным качеством в указанных публикациях не обнаружены. Эти вопросы и представляют нерешенную часть общей проблемы.

К основным проблемам современности обычно относят проблемы создания высококачественного компьютерного управления сложными динамическими процессами. При этом эффективность такого управления предопределяется множеством (набором) управлений  $U$ , которые доступны для формирования целенаправленного поведения динамического процесса. В теории управления такая задача называется задачей синтеза управляющих функций  $u(t)$ . В методологическом плане решению задачи синтеза управляющей функции предшествует задача анализа. Цель анализа — определить возможность и достаточность запаса управлений  $U$  в условиях конфликта  $V$ . Такая задача в системной терминологии называется либо задачей качества, либо задачей (принципиального) существования соответствующей управляющей функции  $u(t)$ .

В нелинейной постановке задачи, т.е. когда динамический процесс существенно нелинейный, решение указанных выше задач представляет сложную проблему.

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА СВОЙСТВ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В «БОЛЬШОМ» И В «ЦЕЛОМ»

### 3.1. СИСТЕМНАЯ КОНЦЕПЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНО-ТОПОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В «БОЛЬШОМ» И В «ЦЕЛОМ»

Общая теория систем требует [18] применения методов топологии [97, 111] для выхода из проблемной ситуации при анализе сложных нелинейных систем с целью использования результатов исследования для решения задач управления.

В работе [74] предположено использовать методы топологии для анализа произвольных явлений и процессов, конкретно сориентированного на качественное исследование свойств динамических систем определенного выше класса.

Очевидно, что при их эффективном использовании могут быть сняты теоретические препятствия анализа такого рода систем. Однако анализ — это лишь первый и необходимый этап для последующего синтеза стратегий по преобразованию произвольных систем в системы с целесообразной эволюцией и с целесообразной динамикой поведения.

Так, принципы системности требуют единства процессов анализа и синтеза, преемственности и симметричности методологической базы, состоящей из методов анализа и синтеза систем. В данном случае это означает, что поскольку востребованы этап и методы топологического анализа (первый этап), то должны быть востребованы и адекватные им этапы и методы топологического синтеза (второй этап). Если же методов топологического синтеза нет, то их нужно создать и разработать.

Концепция системности также требует определенной уровневой организации (точнее, иерархии) процессов анализа и синтеза целесообразных процессов, т. е. очередности следования топологических (качественных) и количественных (параметрических) уровней. При этом первый уровень образуют анализ и синтез топологических свойств нелинейных процессов, синтез топологических (качественных) стратегий управления их топологическими «обликами», а второй — процессы уже количественного (парамет-

рического) анализа и синтеза определенных на первом уровне качественных (структурных) решений. В теории конфликтов и теории игр каждому из этих уровней соответствуют адекватные проблемы качества (первый уровень) и степени (второй уровень).

Относительно топологических методов синтеза процессов необходимо понимать, что такие исследования в целом сами являются сложнейшим структурированным процессом с разными областями применимости (локальная, в «малом» или в «большом») и свойствами используемой методологической базы.

Для этих исследований можно различать как минимум две группы принципиально разных методов: дифференциально-топологические (локальные) и интегрально-топологические (в «большом»).

Дифференциально-топологические методы используют для изучения локальной и асимптотической геометрии (топологии) пространств движений процесса в форме (2.9). Они ориентированы на анализ  $\varepsilon$ -окрестностей произвольных точек, образующих те или иные топологические образы. Однако дифференциально-топологические методы не содержат самих конструкций выявления и построения этих топологических фигур.

Для исследования общей топологии процесса и управления ею в «целом» необходимо использовать другую методологическую базу, свободную от «мозаичности» результатов стратегии «замороженных» локальных топологий и связанных с этим потерь.

Такой методологической базой может быть совокупность аналитико-компьютерных методов, построенных на основе метода нелинейной интегральной инвариантности, метода глобальных функций  $L(t, u)$  и объединенных идей системной динамики топологических структур пространств векторных полей и пространств движений в «большом». При этом такая совокупность должна ориентироваться на построение в явном виде целостных топологических образов, систем образов, их анализ в «большом» и целенаправленное управление их реконfigurацией. Именно такую базу методов будем называть интегрально-топологическим методом анализа и синтеза целостных топологических структур пространств движений и пространств их векторных полей.

Топологические исследования в общем случае порождают определенную полноту и иерархию локальных результатов и результатов в «большом» в зависимости от используемой методологической базы.



Цель использования дифференциально-топологических методов анализа — создание локального топологического образа динамического процесса. При этом понятие «локальный топологический образ» означает совокупность базовых структурных элементов и слоений пространства движения процесса (2.9) в окрестности  $N(\varepsilon, x, t)$ , где  $\varepsilon$  — окрестность точки  $(x, t)$ . Интегрально-топологические методы, в отличие от локальных, должны быть сориентированы на раскрытие целостного «топологического облика» любого динамического процесса.

«Топологическим обликом» процесса назовем общую совокупность, образуемую всеми множествами локальных и базовых структурных элементов топологии (типовыми фазами), множествами всех их композиций и множествами слоений всех пространств процесса.

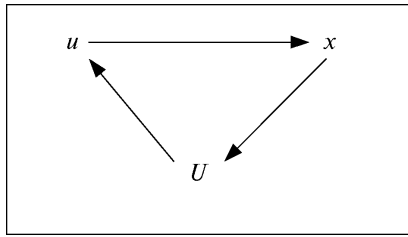
Преимуществом практического применения интегрально-топологических методов является то, что при создании сложных нелинейных динамических систем эти методы потенциально позволяют без потери эффектов, обусловленных нелинейностями и нестационарностями, и как бы «отстраняясь» от них, выявлять «топологические облики» системы и структуры всех возможностей для их целенаправленной реконфигурации. Трудно переоценить и значение реконфигурационных структур для создания достоверных естественных и целесообразных стратегий управления процессами в «целом».

### **3.2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В «БОЛЬШОМ» И В «ЦЕЛОМ» [74]**

Для описания свойств динамических процессов используют две формы математических моделей:

- 1) дифференциальное уравнение (2.9);
- 2) дифференциальное включение (2.8).

Областью применения модели (2.9) в топологических исследованиях являются фазовые облики процессов при актуализированных функциях управления  $u$  в виде либо функций времени  $u(t)$ , либо функций параметров состояния процесса  $u(x)$ , либо функций и времени и состояния  $u(t,x)$ . При этом фазовые облики рассматривают как топологический образ поведения процесса



**Рис. 3.1.** Замкнутая топологическая система фазового пространства и векторного поля

в пространстве  $Q_x$  его фазовых состояний. Область применения модели (2.8) — это топология векторных полей процесса.

Первой предпосылкой в системных топологических исследованиях выступает положение о том, что топология фазового облика процесса наследует топологию ее векторных полей, а второй — положение

о системной целостности и взаимосвязи топологий фазового пространства и векторных полей. Это означает, что в реальных процессах топология фазового пространства и топология векторного поля, по существу, образуют замкнутую топологическую систему (рис. 3.1).

При этом каждой вершине такой системы топологических отношений соответствуют свои математические модели, порождающие ту или иную топологию процесса.

Вершина  $u$  порождает топологию векторных полей процесса в силу уравнений дифференциальных включений (2.8), вершина  $x$  — топологию фазового пространства процесса в форме фазовых портретов и фазовых  $n$ -мерных скульптур, вершина  $U$  — множество состояний управляющих факторов.

Общая расширенная система уравнений, необходимая для интегрально-топологических исследований и синтеза процессов, имеет вид

$$\frac{dx}{dt} \in \mathfrak{F}(t, x, u) = \{f(t, x, u), u \in U(t, x)\}; \quad (3.1)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u(t, x)); \quad (3.1')$$

$$U = U(t, x). \quad (3.1'')$$

Каждое из этих уравнений несет смысловую нагрузку и предназначение:

- (3.1) задает распределение над пространством  $Q_x$  конусов направлений движения процесса;
- (3.1') предназначено для получения фазового портрета или, точнее, фазовой скульптуры динамического процесса как образа конкретного слоя  $u(t, x)$  из  $U$ .

• (3.1'') задает законы связи множества состояний  $U(t, x)$  с текущим состоянием  $x(t)$  процесса.

Традиционно в теории динамических систем исследуется лишь одна из компонент полной топологической системы (3.1) — (3.1''), а именно подсистема уравнений (3.1') и определяемые ею двумерные фазовые портреты сечений  $n$ -мерных фазовых скульптур процесса. Методологически фазовые портреты и фазовые скульптуры динамического процесса могут образовываться при заполнении пространства  $Q_x$  всеми возможными интегральными траекториями  $x\{t, x(t_0), u(t, x)\}$  для всех  $x(t_0)$  из  $Q_x$  для всех  $u(t, x)$  из  $U$ .

Последующий анализ таких фазовых скульптур призван вскрыть их топологические структуры в терминах топологических структурных единиц. При этом в качестве первичных детерминированных единиц данного анализа используют понятия: аттрактор, репеллер, шунт, лакуна, множество влияния. Однако проблематичность такого топологического исследования фазовых скульптур состоит в том, что, во-первых, не существует общих методов аналитического построения интегралов системы уравнений (3.1'), во-вторых, если бы они и были, то мы все равно пришли бы к выводу о невозможности построения полной системы топологий реконfigurационных форм процесса  $x$  над множеством  $\{u(t, x)\}$  стратегий  $u(t, x)$  всех возможных слоений  $U(t, x)$ .

Такой вывод обусловлен, с одной стороны, принципиальной неполнотой необходимого перебора всех возможных комбинаций  $\{u, t, x\}$  из  $(U, T, Q_x)$  в силу бесконечности их числа для непрерывных динамических систем, а с другой — практической и теоретической невозможностью и необозримостью объединения даже просто большого числа вариантов частных фазовых топологических структур в общую структуру так называемых реконfigurационных топологических форм.

Замкнутое кольцо топологических отношений (3.1)—(3.1'') показывает, что в системном смысле прообразом реконfigurационных топологических форм послужило векторное поле, задаваемое конусом включений (3.1). Это означает, что топология векторного поля, его конфигурация и структура слоений — тот сжатый прообраз, который и порождает общую структуру реконfigurационных топологических форм.

Анализ этого прообраза позволяет принять решение о стратегиях целесообразной реконfigurации топологии управляемого динамического процесса, минуя полный переборный процесс,

всегда возникающий при использовании непосредственно лишь фазового пространства. Данное положение является ключевым в решении проблемы управления сложными динамическими процессами.

Иными словами, топологический анализ конуса  $\mathfrak{F}$  включения векторов  $dx/dt$  над  $(Q_x, T)$  — важный первичный инструмент для последующего топологического анализа фазового пространства, его структурирования и качественного анализа реконфигурационных свойств управляемого процесса [95]. Естественно, такому анализу должно предшествовать фактическое построение конуса  $\mathfrak{F}$  как отображение  $U$  в  $\mathfrak{F}$  с использованием соотношения (3.1):

$$f : U_{R^m} \rightarrow \mathfrak{F}_{R^n}, \quad (3.2)$$

где  $R^m$  —  $m$ -мерная область определения управляющих факторов процесса;  $R^n$  —  $n$ -мерная область определения состояний процесса.

Хотя соотношения (3.1) и позволяют в принципе достигать требуемого результата почти механически, однако было обнаружено, что действительное построение аналитически невозможно, за исключением нескольких простых случаев, а необходимые вычисления нельзя выполнить вручную. Лишь при использовании аналитико-компьютерных методов можно надеяться на положительный результат в преодолении данной проблемы.

Цель анализа векторного поля  $f$  — выявление всех качественно однородных состояний  $\mathfrak{F}^i$ ,  $i \in I$  в конусе  $\mathfrak{F}$ , инвариантных над  $(\Delta X^i, \Delta T)$ ,  $\Delta X^i \subseteq Q_x$ , и определение структуры соответствующего представления пространства  $(Q_x, T)$ , адекватного системе выделенных качественных состояний конуса  $\mathfrak{F}$ . Последняя задача относится к проблеме построения карты пространства  $(Q_x, T)$ , раскрашенной в цвета характерных качественных состояний векторного поля.

Для конкретизации понятия «качественно однородное состояние векторного поля» используем качественно различные характеристики топологических образов. Тогда имеем следующее.

**Определение 3.1.** *Качественно однородными  $i$ -состояниями векторного поля  $f$  будем считать все множества таких его образов конуса включения  $\mathfrak{F}$  из  $\mathfrak{F}^i$ ,  $i \in I$ , каждый из которых топологически эквивалентен (гомеоморфен) какому-либо одному образу  $\mathfrak{F}^i$*

из топологической классификации многообразий при фиксированном показателе связности  $s$ .

**Определение 3.2.** Каждое качественно однородное  $i$ -состояние векторного поля  $f$  будем называть его фазовым состоянием.

**Утверждение 3.1.** В топологии показано, что если  $\mathfrak{S}$  — компактное связное ориентируемое многообразие, то оно гомеоморфно сфере с  $k \geq 0$  ручками, т. е. гомеоморфно сфере или тору, или структуре из сферы и торов.

**Определение 3.3.** Фазовыми состояниями векторного поля являются сферические, тороидальные и сферо-тороидальные состояния соответствующей размерности и связности.

**Утверждение 3.2.** Каждое фазовое состояние векторного поля определяет свой класс гомотопических стратегий слоений  $\{u(t, x)\}$  из  $U(t, x)$  и эквивалентный ему класс системы реконфигурационных форм динамического процесса  $x(t, x)$ .

**Определение 3.4.** Пусть  $n$  — размерность пространства  $R^n$ ,  $l$  — размерность сферы  $S^l$ ,  $r$  — размерность тора  $T^r$ ,  $s$  — размерность связности рассматриваемого множества  $M(s)$ , где  $(l, r)$  меньше или равно  $n$ . Тогда различимыми фазовыми состояниями векторного поля будут топологические объекты

$$Phf = \{S^l(c_s)\}, \{T^r(c_T)\}, \{S^l(c_s)\} \otimes \{T^r(c_T)\}, \quad (3.3)$$

определенные над полем чисел  $(n, l, r, c_s, c_T)$ .

Здесь  $(n, l, r, c_s, c_T)$  — числовой код наименования фазы из классификационной структуры топологических многообразий. Однако каждому такому коду можно подобрать термины, близкие по смыслу терминам синтетической (или наглядной по Гильберту и Кон-Фоссену) геометрии: точки, отрезки, окружности,

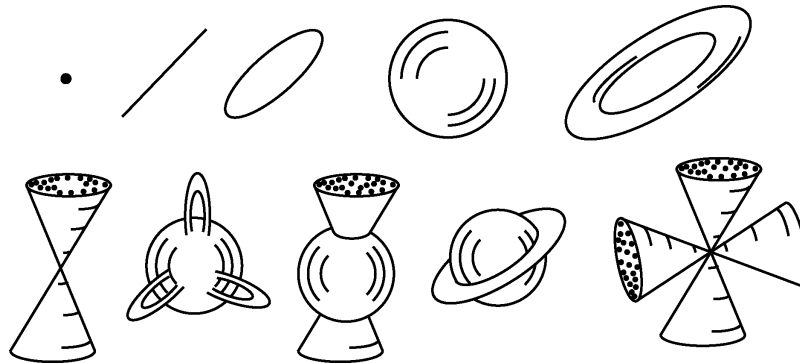


Рис. 3.2. Типы фаз векторного поля

стены, диски, конуса, трубы, простые и сложные сферы, в том числе и сферы Милнора, торы.

Возможные типы фаз векторного поля (3.3) приведены на рис. 3.2.

Два типа кодов обозначения фаз имеют разную направленность применения: цифровой код предназначен для программного обеспечения компьютера при создании базы знаний внутри автономной интеллектуальной системы управления динамическими процессами, а семантическая форма кода предпочтительнее при организации пользовательского интерфейса в эргатических управляющих системах.

### **3.3. МЕТОД ФАЗОВОГО АНАЛИЗА ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ БАЛАНСОВОГО ТИПА**

**3.3.1. Основные положения человеко-компьютерной методологии выявления и анализа свойств функциональных агрегатов динамических систем [79].** К ним относятся:

- принципы структурирования методологии;
- исследование структуры функциональных агрегатов векторных полей динамических систем;
- их качественная классификация;
- конкретное исследование одного характерного вида динамической системы балансового типа.

Особенность систем дифференциальных уравнений как моделей динамических процессов состоит в том, что они по сути фактически являются свернутой, архивированной формой свойств процессов, недоступной для непосредственного наблюдения и использования. Они представляют собой «внешнюю» формальную функциональную оболочку системы, за которой спрятаны «внутренние» функциональные свойства процесса.

Важно отметить, что эти функциональные свойства нельзя получить прямым суммированием свойств компонент и агрегатов, составляющих процессообразующую систему. Они являются результатом автосинтеза так называемых функциональных виртуальных агрегатов с соответствующими свойствами.

Системный смысл автосинтеза качественных трансформаций внутренних функциональных свойств можно представить в виде нескольких внутрисистемных динамических процессов [79]:

- разложение свойств агрегатов на примитивы;

- перемешивание различных совокупностей первичных элементарных свойств примитивов;
- корпоративные и антагонистические процессы внутри совокупностей и между образовавшимися совокупностями примитивов;
- синтез новых функциональных агрегатов как результат разрешения корпоративных и антагонистических процессов в перемешанных совокупностях.

Скрытие функциональных свойств динамической системы за внешнюю форму дифференциальных уравнений при непосредственном их использовании приводит к функционально-структурным потерям при решении задач анализа и синтеза сложных динамических систем в «большом». Такое положение и определило необходимость постановки новой проблемы в теории систем, а именно проблемы вскрытия структуры функционального агрегирования реальных процессов и выявления структуры их функциональных свойств.

### 3.3.2. Принципы структурирования методологии выявления и анализа свойств функциональных агрегатов динамических систем [73, 74, 79].

1. В основу исследований динамических процессов положена математическая модель класса многомерных существенно нелинейных систем дифференциальных уравнений (2.9).

2. Понятие «функциональный агрегат» — это понятие качественное.

3. Основу качественных исследований составляют топологические методы.

4. Для динамической системы имеет место положение о системной целостности и взаимосвязи топологии ее векторных полей и топологии фазового пространства.

5. Топология векторных полей динамической системы является первичной относительно топологии фазового облика процесса.

6. Топологию векторных полей анализируют, используя модели процесса в форме дифференциального конуса включения (2.8).

7. Топологическому анализу предшествует построение конуса  $\mathfrak{K}$  как отображение  $U$  в  $\mathfrak{K}$  (3.2) с использованием соотношения (2.8).

8. Проведение топологического анализа и выявление всех качественно однородных над  $(\Delta X^i, \Delta T^i)$  ( $i$ )-фазовых состояний ко-

нуса векторного поля  $f$ , каждый из которых гомеоморфен какому-либо одному образу  $\mathfrak{S}^i$  из топологической классификации многообразий.

9. Построение карты пространства  $(Q_x, T)$ , раскрашенной в  $(i)$ -цвета характерных качественных состояний векторного поля над всеми  $(\Delta X^i, \Delta T^i)$ .

**Определение 3.5.** Пару  $\langle F^i \otimes (\Delta X^i, \Delta T^i) \rangle$  будем идентифицировать как  $i$ -й функциональный агрегат в динамической системе (2.9) с соответствующим топологическим именем  $\mathfrak{S}^i$ .

**3.3.3. Исследование математической модели динамических систем балансового типа.** К такому классу моделей относятся модели большинства процессов и систем практической деятельности человека.

В общем виде модели процессов балансового типа — это нелинейные модели в форме (2.9) с правой частью специального балансового вида

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k_i^+} f_{ik_i^+}^+(t, x, u_{k_i^+}) - \sum_{k_i^-} f_{ik_i^-}^-(t, x, u_{k_i^-}), \quad i = (1, \dots, n), \quad (3.4)$$

где  $\sum_{k_i^+} f_{ik_i^+}^+(t, x, u_{k_i^+}), i = (1, \dots, n), k_i^+ \in K_i^+; u_{k_i^+} \in U_{k_i^+}$  — суммарные производственные функции, характеризующие зависимости объемов прихода (выпуска)  $i$ -вещества, генерируемого  $(ik_i^+)$ -агрегатами в  $i$ -м горизонте динамической системы, адекватных состояниям  $t, x$  и функциям управления  $u$ ;  $\sum_{k_i^-} f_{ik_i^-}^-(t, x, u_{k_i^-}), i = (1, \dots, n),$

$k_i^- \in K_i^+; u_{k_i^-} \in U_{k_i^-}$  — суммарные производственные функции, характеризующие зависимости объемов расхода (затрат)  $i$ -вещества, поглощаемого  $(ik_i^-)$ -агрегатами в  $i$ -м горизонте динамической системы, адекватных состояниям  $t, x$  и функциям управления  $u$ .

Модель (3.4) допускает исследование изотропных и неизоотропных процессов, произвольно разворачивающихся в средах с соответствующим типом их взаимодействий с формируемыми процессами. Каждому типу сопоставляются вполне определенные виды функций  $f(\cdot)$  в системе уравнений (3.4).

Пусть функции  $f(\cdot)$  представлены в виде мультипликативных конструкций



$$f_{ik_i^\pm}^\pm = \prod_j f_{(ik_i^\pm)_j}^\pm(\cdot); j \in (a, d, b), \quad (3.5)$$

где функции с индексом  $a$  обозначают абстрактные *собственные* функции агрегата в конфигурации ( $u$ ):

$$f_{(\cdot)a}^\pm = f_{(\cdot)a}^\pm(t, u); \quad (3.6)$$

функции с индексом  $b$  определяют свойства среды, функционально ориентированные на *актуализацию* свойств агрегатов в конфигурации ( $u$ ):

$$f_{(\cdot)b}^\pm = f_{(\cdot)b}^\pm(t, x, y); \quad (3.7)$$

функции с индексом  $d$  — это функции *воздействия* среды, находящейся в возбуждаемом состоянии ( $x, y, u$ ), на функциональные свойства агрегатов:

$$f_{(\cdot)d}^\pm = f_{(\cdot)d}^\pm(t, x, y, u). \quad (3.8)$$

Тогда, если в системе все функции имеют вид

$$f_{(\cdot)d}^\pm \equiv \text{const}, \quad (3.9)$$

то система (3.4) *изотропная*; если же в системе хотя бы одна из ее функций  $f_{(\cdot)d}^\pm$  полная, т. е. содержит в качестве своих аргументов, по крайней мере, параметры управления  $u$  и параметры среды, то система (3.4) *неизотропная*.

**3.3.4. Иллюстративное топологическое исследование реалистичного трехмерного процесса в переменных  $x_1 - x_3$ .** Рассмотрим математическую пятикомпонентную модель

$$b_i(x, y) \frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^5 \prod_j f_{(ik)_j}^\pm, j \in (a, d, b); i = (1, 2, 3), \quad (3.10)$$

ориентированную на исследование экономических, производство производственных, аэромеханических, электротехнических и других процессов, а также систем массового обслуживания.

При этом естественно понимание, что соотнесение модели (3.10), (3.5)—(3.8) к одному из данных типов процессов возможно лишь при соответствующем понимании смысла ее переменных и смысла функций, входящих в модель. В этом случае:

1. Характерно, что данная модель описывает динамику потока вещества, генерируемого структурой процесса (3.10) в конфигурации ( $u$ ).

2. Процесс проходит на высших уровнях иерархии соответствующих систем, т. е. на которых синтезируются стратегии целесообразной реконфигурации процесса.

3. Вектор  $x_1 - x_3$  формализует состояние потока вещества  $x$ .

4. Каждая из пяти компонент  $k$  имеет определенное системное значение:

- при  $k = 1$  — это *генератор* (активатор) потока, воздействующий на все параметры потока  $i = (1, 2, 3)$ ;

- при  $k = 2, 3, 4$  — это *реакторы* среды, актуализированные динамическим потоком и отражающие функционально при  $k = 2$  явление *самоиндуктивности*, а при  $k = 3, 4$  — явление *взаимоиндуктивности* по компоненте  $i$ ;

- при  $k = 5$  определяется влияние *нагрузки* на поток или влияние *отбора* из потока.

5. Семантическое определение верхнего индекса «+» или «-» для каждой компоненты системы, относящее ее к классу «приходной» или «расходной» части, относительно и в общем случае динамически вариативно, поскольку может изменяться непосредственно по ходу функционирования системы в зависимости от текущего состояния рассматриваемой компоненты относительно других составляющих системы. Все компоненты системы могут взаимно видоизменять свое системное значение и переходить из активных состояний в пассивные, а из пассивных в активные. При этом источники дохода могут в одних случаях в динамике превращаться в потребителей дохода, а в других — из потребителей в источники.

6. Конкретизация функций модели (3.10) принципиально зависит от стратегий параметризации потока и выбранной системы координат для переменных состояний потока.

7. Соответствующим выбором системы координат и параметров, характеризующих поток, можно получить модель процесса (3.10) в достаточно простой форме, адекватной используемым методам анализа и синтеза управления состоянием потока.

8. Признаком естественности описания любого заранее организованного процесса служит явная структурированность его математической модели.

9. Каждый процесс как организованное явление должен обладать необходимыми признаками организации своей структуры, отражаемой наличием симметрии определенного уровня в модели этого процесса.

В нашем примере такой удачной системой может быть полупотоковая система координат, в которой вектор  $(x_1 - x_3)$  форма-

лизует состояние исследуемого трехпродуктового потока вещества в обобщенных параметрах:  $x_1$  — скорость общего потока и  $(x_2, x_3)$  — вектор параметров, задающих расщепление потока  $x_1$  на составные компоненты. Функции, входящие в модель (3.10), для нашего примера — это ограниченные функции своих аргументов.

Тогда факт организованности процесса отражается, с одной стороны, структурной симметрией модели (3.10) по параметрам взаимодействия потока со средой:

$$\begin{aligned} f_{(11)d} &= f_{(21)d} = f_{(31)d} = f_{1d}, & f_{(11)b} &= f_{(21)b} = f_{(31)b} = f_{1b}; \\ f_{(22)} &= f_{(32)} = f_{(13)} = f_{(14)} = 0, & f_{(23)d} &= f_{(33)d} = f_{3d}; \\ f_{(23)b} &= f_{(33)b} = f_{3b}, & f_{(24)d} &= -f_{(34)d} = f_{4d}; \\ & & f_{(24)b} &= f_{(34)b} = f_{4b}; \\ f_{(15)d} &= f_{(25)d} = f_{5d}, & f_{(15)b} &= f_{(25)b} = f_{5b}, & f_{(35)} &= 0 \end{aligned}$$

(опущены верхние индексы  $\pm$  в функциях  $f$ , а функции  $f$  без индексов  $d$  и  $b$  задают общее выражение соответствующей мультипликативной функции), а с другой стороны — по параметрам генерирующих функций, порождающих поток:

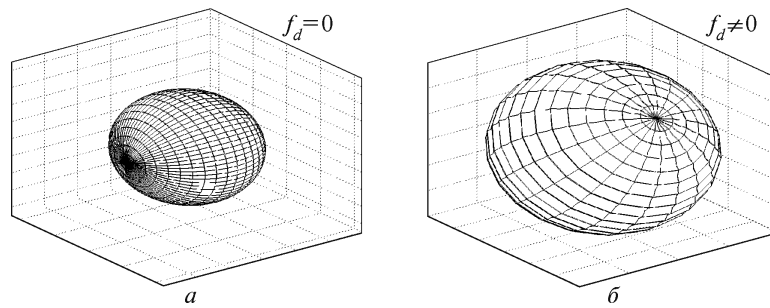
$$\begin{aligned} f_{(11)a} &= u_1 u_2' u_3'', & f_{(12)a} &= \text{const} < 0, & f_{(21)a} &= u_1 (u_2' u_4'' + u_2'' u_3' u_4'); \\ f_{(31)a} &= u_1 (u_2' u_4' - u_2'' u_3' u_4''), & f_{(23)a} &= f_{(34)a} = u_4'', & f_{(24)a} &= f_{(33)a} = u_4'. \end{aligned}$$

Здесь  $u_1 \in (0, 1)$ ,  $u_i = (u_i', u_i'') \in \{u_i', u_i'' : ((u_i')^2 + (u_i'')^2 = 1) \cap Q_i\}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , где  $Q_i$  — области допустимых значений управляющих параметров  $u_i$  для всех  $i = 2, 3, 4$ .

Далее сравниваем топологию векторного поля системы (3.10) для четырех качественно различных состояний:

- *чисто изотропного* при  $f_{(\cdot)d} \equiv 0$ ;
- *неизотропного* при  $f_{(\cdot)d} \neq 0$ ;
- *усеченного (ущербного) управления* при  $U_i \cap Q_i = \Delta U_i$ ,  $i \in \{b\} \subset \{b\}$ ;
- *полноразмерного (неущербного) управления* при  $U_i \cap Q_i = U_i$ ,  $i \in \{b\}$ ;  $b \geq n$ .

**3.3.5. Исследование топологии векторного поля.** В качестве опорной точки для наших исследований возьмем чисто изотропную систему (3.10), для которой выполняется условие (3.9). Легко видеть, что конусы ее векторного поля в каждой точке пространства  $X$  представляют собой топологические сферы  $S$  трехмерного пространства (рис. 3.3, а). Для другого крайнего случая,



**Рис. 3.3.** Топологические образы динамических систем балансового вида:  
*a* — для изотропных систем ( $f = 0$ ), *b* — для неизотропных систем ( $f \neq 0$ ).

т. е. случая балансовой неизотропной системы (3.10) с полноразмерным управлением, удалось с помощью компьютерного анализа показать, что и ее конуса представляют собой аналогичные топологические сферы  $S$  трехмерного пространства (рис. 3.3, б). В этих двух случаях структуры внутренних строений их сфер различаются, что позволяет их относить к разным классам в зависимости от типа слоений (однородные и неоднородные). В первом случае имеем гомогенные сферы, а во втором — гетерогенные.

Гетерогенность слоений при образовании конусов векторного поля обусловлена сложным характером функций  $f_{(\cdot)d}$  взаимодействия процесса со средой. Слоистый трехмерный образ данных функций над слоениями  $u$  из  $U$  показан на рис. 3.4. Каждой стратегии слоения в определенной области пространства состояний процесса соответствует собственный вполне определенный топологический тип образа конуса векторного поля (рис. 3.5).

Внешнее проявление каждого функционального агрегата системы соответствует введенному выше определению. Среди агрегатов исследуемой системы наблюдаем их разные типы с характерными конусами векторного поля в форме топологических сфер, торов, дисков и структурных образований. При этом каждый такой функциональный агрегат не обладает свойством изотропности.

Отметим важный системный факт: системная сумма всех не-изотропных агрегатов полноразмерного процесса (3.10) в целом формирует изотропный динамический управляемый процесс (см. рис. 3.3—3.5). Такой целостный процесс, по сути, является вир-

туальным изотропным процессом, или виртуальным изотропным агрегатом.

Для усеченного («ущербного») управления процессом при  $U_i \cap Q_i = \Delta U_i$ ,  $i \in \{b\} \subset \{b\}$ , форма конусов векторного поля имеет «ущербный» вид (рис. 3.6). При этом управляемый процесс как в целом, так и частично является неизотропным, следовательно, не может быть по существу целостным.

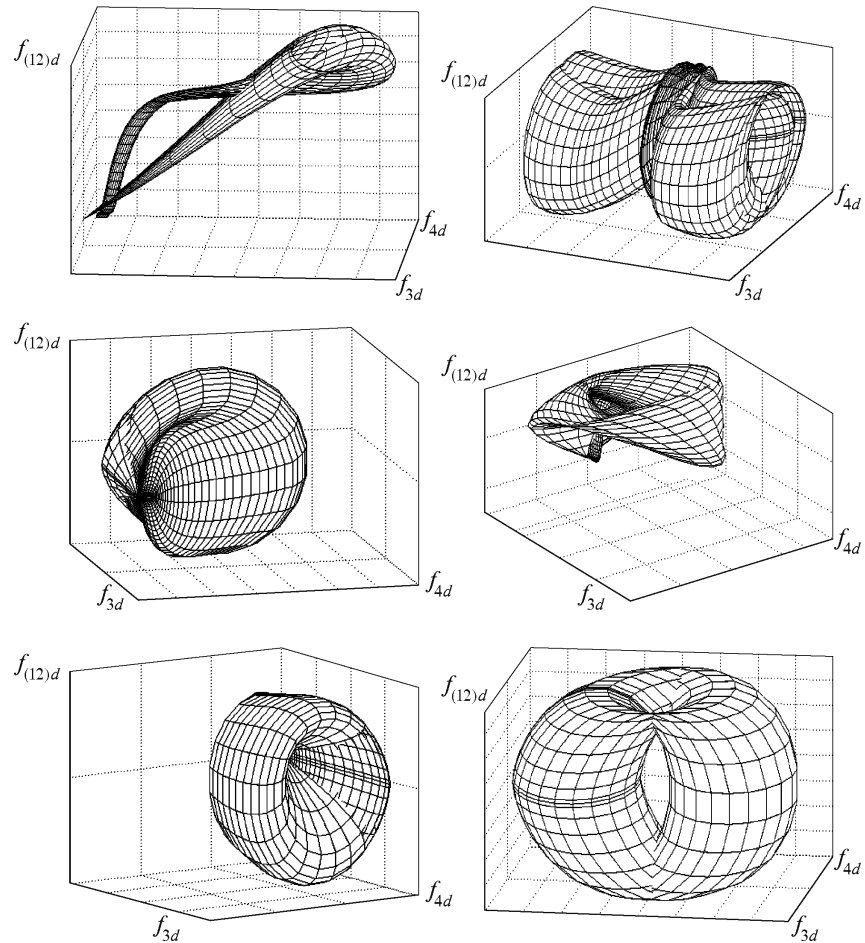


Рис. 3.4. Образ функции взаимодействия  $F_d = (f_{(12)d}, f_{3d}, f_{4d})$  для разных типов слоений

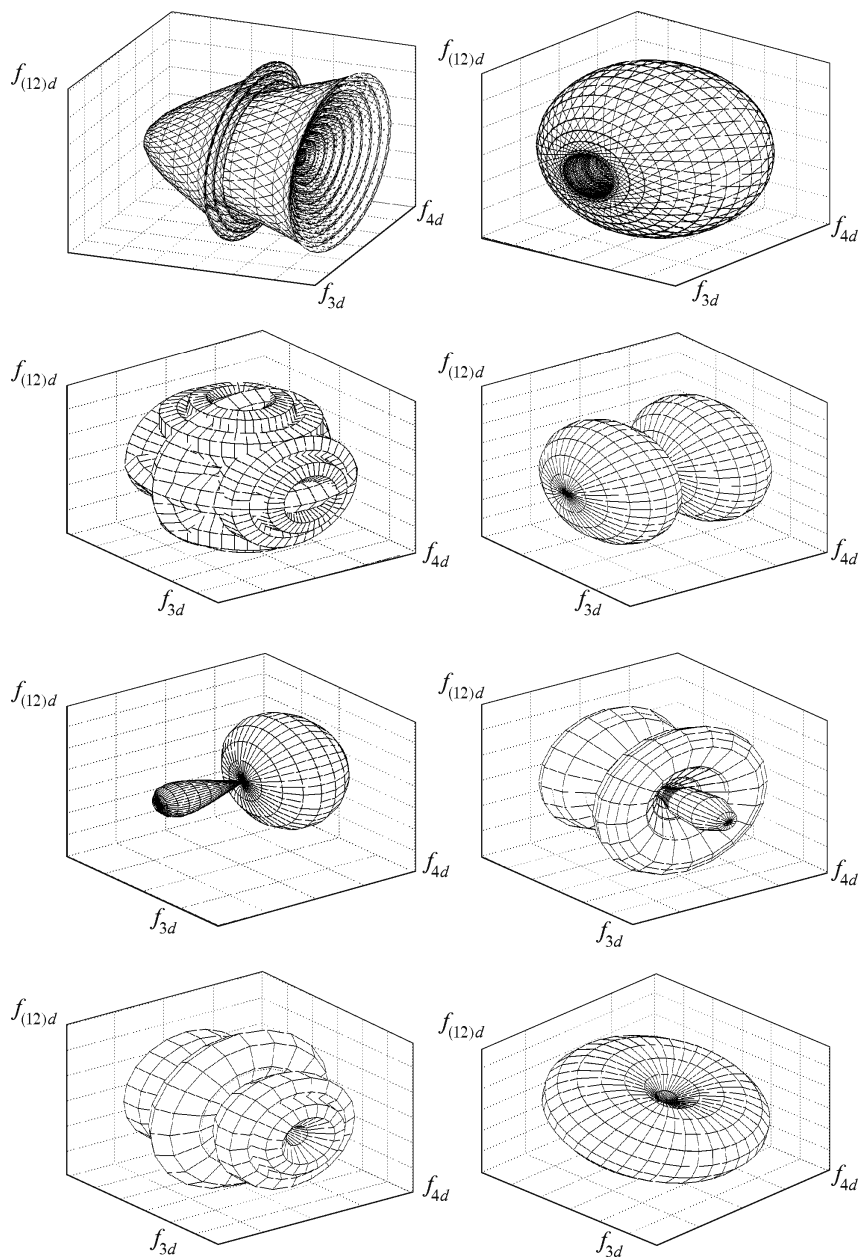


Рис. 3.5. Топологические образы процесса в разных слоениях

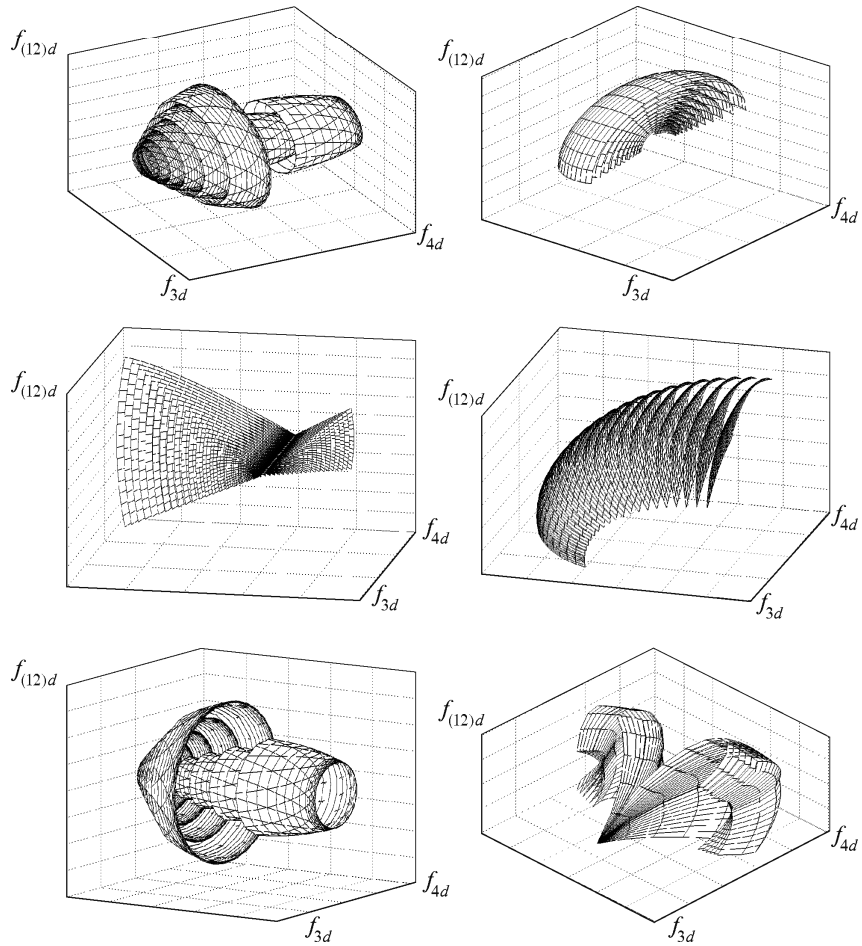


Рис. 3.6. Конуса векторного поля в «ущербном» состоянии

### 3.4. МЕТОД СЛОЕНИЯ ПРООБРАЗОВ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫХ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Решается задача, которая относится к нерешенной части общей проблемы и исследует проблему типизации слоений исходных прообразов векторных полей нелинейных управляемых динамических систем [93]. Системная цель такой задачи типиза-

ции — это анализ условий, выполнение которых обеспечит достоверность результатов компьютерного построения векторных полей динамических систем в «большом».

Любой реальный процесс управления состоянием системы (2.9) представляет собой реализацию управляющей функции

$$U(t, x) \in U, \quad (3.11)$$

которая практически осуществляется всегда с некоторой погрешностью  $\varepsilon$ . При этом процесс синтеза данной управляющей функции  $u(t, x)$  также сопровождается неизбежными ошибками  $\varepsilon_c$ :

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_m, \varepsilon_u), \quad (3.12)$$

где  $\varepsilon_m$  — погрешность модели (2.9);  $\varepsilon_u$  — погрешность формализации образа управляющего многообразия  $U$ .

В постановке задачи синтеза управляющей функции  $u(t, x)$  в «большом» при использовании модели (2.9) свойства структуры многообразия  $U$  являются принципиально важными, поскольку именно они опосредовано через модель (2.9) задают структуру ее векторного поля [74, 79]. Иными словами, при прочих равных условиях многообразие  $U$  является прообразом множества векторных полей исследуемой системы. Погрешности в задании данного многообразия (прообраза) индуцируют определенным образом погрешности в анализе векторных полей системы (2.9), т. е. деформируют общую системную картину возможностей управления исследуемым динамическим процессом. Последствия такой деформации в системах, управляемых в «большом», могут быть настолько существенны, что наблюдаемый исследователем результат будет принципиально отличаться от истинного. Особенно такое явление должно проявляться при исследовании состояния динамического процесса вдали от его положения равновесия.

Эти проблемы не ставили в локальных постановках задач исследования динамических систем в окрестностях каких-либо состояний процесса данной системы. В локальной постановке структура многообразия  $U$  адекватна структуре линейного многообразия и вопросов о свойствах ее структуры не возникает, поскольку они предопределены самой локальностью постановки задачи.

В нелинейной постановке задачи в «большом» при необходимости возникает задача анализа структуры самого многообразия  $U$  и ее устойчивости при, естественно, имеющихся деформациях процесса.



Задачу устойчивости структуры многообразия  $U$  будем называть задачей праустойчивости системы (2.9) и понимать ее содержание как определение условий устойчивости структуры многообразия  $U$  при деформировании системы по параметрам  $\varepsilon_{\text{int}}$  и  $\varepsilon_b$ , где  $\varepsilon_{\text{int}}$  — погрешность и деформации внутренней структуры  $\text{int}U$  многообразия  $U$ ;  $\varepsilon_b$  — погрешность модели оболочки  $\bar{U}$  многообразия  $U$ .

Понятие оболочки  $\bar{U}$  многообразия  $U$  имеет смысл для ограниченных многообразий. Если многообразие  $U$  является неограниченным в  $R^m$ , то вместо понятия «оболочка» используется понятие «край»  $B$ .

Цель задачи синтеза устойчивой внутренней структуры многообразия  $U$  — определение такой его внутренней структуры, которая сохраняет свои свойства при  $\varepsilon$ -деформациях многообразия  $U$  и при различных с ним манипуляциях, необходимых для анализа свойств системы и для синтеза управляющих функций  $u(t, x)$ .

Поскольку изначально многообразии  $U$  представляет собой ту часть пространства  $R^m$ , которая вычленяется из него оболочкой  $\bar{U}$  или краем  $B$ , то вместе с этой частью оно наследует, естественно, и ее структуру (рис. 3.7). При этом в системном смысле оболочка  $\bar{U}$  (или соответственно край  $B$ ) представляет собой технологические ограничения на возможности управления динамическим процессом (2.9). Такие ограничения в глобальном случае произвольны относительно структуры пространства  $R^m$ , поскольку отражают, по сути, другие процессы и

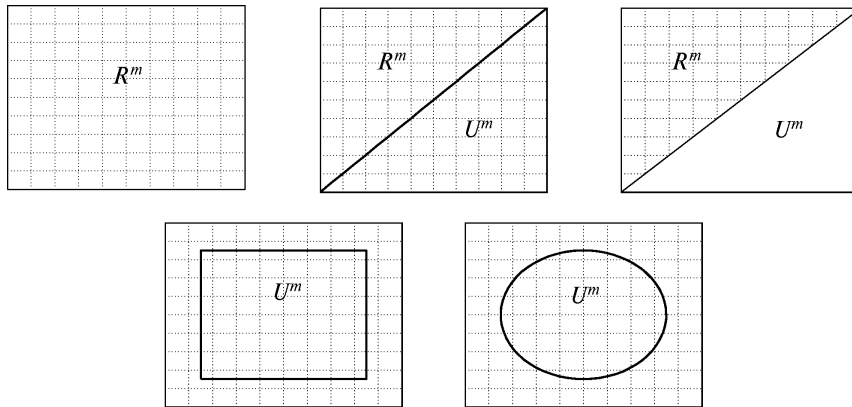


Рис. 3.7. К определению структур  $U^m$  и  $R^m$

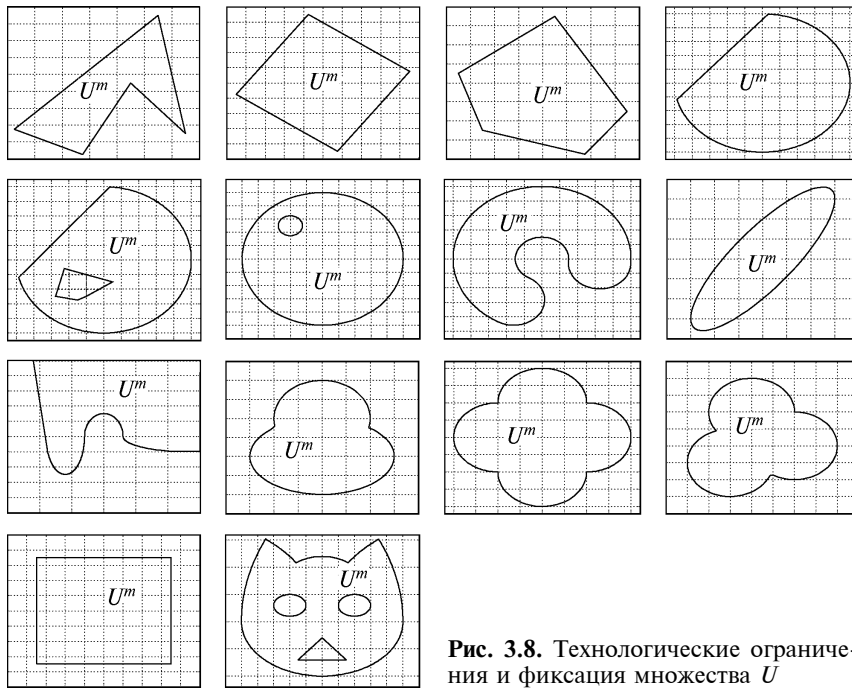


Рис. 3.8. Технологические ограничения и фиксация множества  $U$

условия (рис. 3.8). В результате может оказаться, что управляющее многообразие  $U$  и структура пространства  $R^m$ , непосредственно переносимая на  $U$ , взаимно не согласованы, исходя из условия устойчивости к  $\varepsilon$ -деформациям системы. Естественно, это ведет к постановке задачи определения условий согласования внешней и внутренней структур управляющего многообразия  $U$  (рис. 3.9). При наличии таких условий оказалось возможным ответить на системный вопрос о сохранении изначальной структуры пространства  $R^m$  на  $U$  или о необходимости создания новой структуры.

За основу решения задачи определения условий согласования внешней и внутренней структур управляющего многообразия  $U$  примем топологическую концепцию типичности слоения многообразий [97, 111].

Обычно в топологии под термином слоения  $\Lambda^m$  на  $U^m$  понимают разбиение  $U^m$  на линейно связанные подмногообразия (слои)  $\{\lambda_i^p(u), \varepsilon_\lambda\} \in \Lambda^m, i \in I$ , коразмерности  $q = m - p = 1$  с  $\varepsilon_\lambda = (\varepsilon_\lambda^1, \dots, \varepsilon_\lambda^m)$ -окрестностями связности их слоев.

Оболочка (и соответственно край) многообразия  $U$  имеют размерность  $(m - 1)$ .

Задача рассматривается в  $C^S$ -топологии  $(C^S, \varepsilon)$ -слоев.

Слоение  $\Lambda^m$  соответственно значению  $S$  может быть топологическим, кусочно-линейным, дифференцируемым класса  $C^S$  или аналитическим слоением.

Рассмотрим горизонтальные (или соответственно вертикальные) полосы пространства  $R^m$  на  $U^m$  как его слоения. Некоторые составляющие рис. 3.8 иллюстрируют интуитивное восприятие нетипичности слоений как определенный диссонанс между их формой и содержанием.

В топологической теории [97, 111] понятие «типичность слоения» строго связывается с вопросами структурной инвариантности их слоений при  $\varepsilon$ -деформациях. Это означает, что в нашем случае типичность слоения  $\Lambda$  можно определить структурной инвариантностью слоений  $\Lambda^m$  как внутри многообразия  $U$ , так и на пересечении с оболочкой или с краем многообразия  $U$ . В первом случае вопрос анализируется относительно  $\varepsilon_\lambda$ -деформаций, во втором —  $\varepsilon = (\varepsilon_\lambda, \varepsilon_b)$ -деформаций.

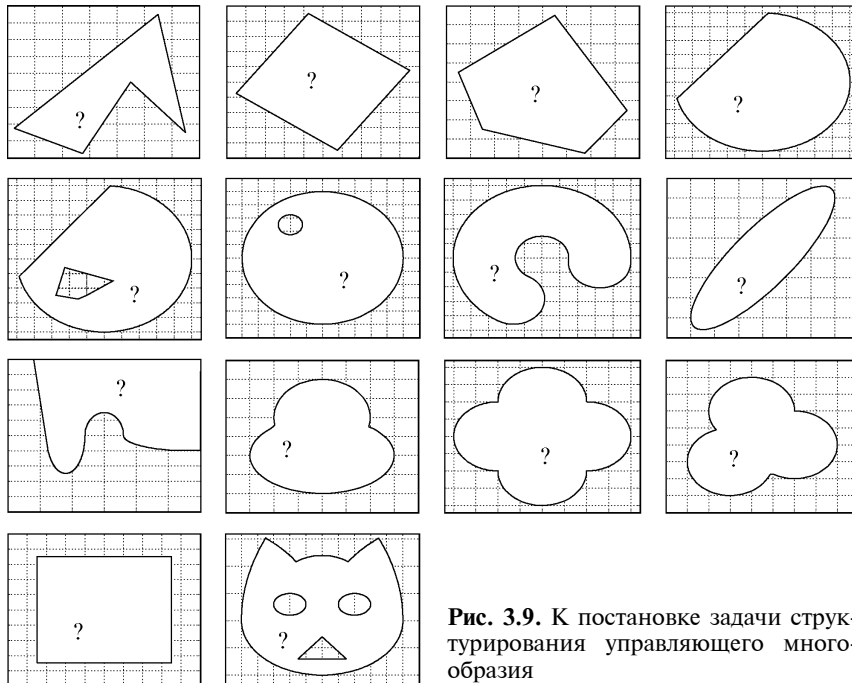


Рис. 3.9. К постановке задачи структурирования управляющего многообразия

Математическое свойство структурной инвариантности слоения  $\Lambda$  формулируется как свойство *морсовости* слоения внутри  $U$  и как свойство *трансверсальности* его пересечения с оболочкой.

Таким образом, задачу типичности слоения управляющего многообразия следует рассматривать в двух аспектах — внутреннем и внешнем.

Внутренний аспект требует для типичности слоения  $\lambda(u)$  внутри  $U$  придания ему свойства морсовости. Этим свойством обладают такие слоения  $\lambda(u) \in \text{int}U$ , которые содержат регулярные места  $u$ , где

$$T_u \lambda(u) \neq 0, \quad (3.13)$$

и критические места  $u$ , где

$$T_u \bar{U}(u) = 0, \quad (3.14)$$

а пересечение графика (3.14) с нулевым множеством трансверсально. Признаком этого является отличие Гессiana слоения  $\lambda(u)$  от нуля. В (3.13), (3.14)  $T_u \lambda$  — касательная гиперплоскость к  $\lambda$  в точке  $u$ ;  $T_u \bar{U}$  — касательная гиперплоскость к  $\bar{U}$  в точке  $u$ .

Внешний аспект рассматривает свойства пересечения слоев  $\lambda(u)$  с оболочкой (и соответственно с краем) многообразия  $U$ .

Необходимым условием для хорошего, типичного пересечения  $\lambda(u)$  и  $\bar{U}$  является прежде всего требование морсовости обоих пересекающихся объектов: слоя  $\lambda(u)$  и оболочки  $\bar{U}$ .

При выполнении таких условий задача распадается на два принципиально разных направления.

Первое направление — это обеспечение трансверсальности пересечения слоев  $\lambda(u)$  с оболочкой  $\bar{U}$ . Для этого должны быть выполнены условия

$$T_u \lambda(u) \neq T_u \bar{U}(u) \text{ для всех } u \in \lambda(u) \cap \bar{U}(u), \quad (3.15)$$

$$\lambda(u) \neq \bar{U}(u). \quad (3.16)$$

Второе направление — это обеспечение поглощения оболочкой пересекающегося с ней слоя целиком, что означает такое взаимоотношение слоя и края, при котором имеют место соотношения

$$\lambda(\alpha_2, u) \cap \bar{U}(u) = \lambda(\alpha_2, u) \vee \bar{U}(u) \quad \forall u \in Q_{im}, \quad (3.17)$$

где

$$Q_{im} = \max(Q_\lambda, Q_b), \quad (3.18)$$

$Q_\lambda$  — область определения  $\lambda(u)$ ,  $Q_b$  — область определения  $\bar{U}$ .

При выполнении условий морсовости и системы условий (3.13)—(3.18) гарантируется инвариантность структуры слоений управляющего многообразия  $U$  за счет свойства устойчивости трансверсальности, поскольку при этих условиях структуру и характер (тип) критических точек слоений невозможно изменить небольшими  $\varepsilon_\lambda$  и  $\varepsilon_b$ , возмущениями [101].

Рис. 3.10 иллюстрирует типизацию слоений управляющих многообразий в «большом», разных по форме и конфигурации.

Зададим на  $U^m$  систему из  $m$  слоений  $\Lambda_j^m$ :

$$\Lambda_j^m = \bigcup_i \{\lambda_{ji}^{m-1}(u), \varepsilon_\lambda; i \in I\} \quad \forall j \in (1, \dots, m), \quad (3.19)$$

обладающую следующими свойствами:

1) независимость  $m$  слоений  $\lambda_{ji}(u_1, \dots, u_m)$ . Для этого их якобиан не должен обращаться тождественно в нуль в области  $U$ :

$$\frac{D(\lambda_{1(k)}, \lambda_{2(k)}, \dots, \lambda_{m(k)})}{D(u_1, u_2, \dots, u_m)} \neq 0, \quad (3.20)$$

где  $k$  —  $m$ -мерный вектор с компонентами  $k = (i_\alpha, \forall \alpha \in I)$ ;

2) единственное место пересечения слоений для каждого значения вектора  $k$ ;

3) взаимотрансверсальность пересечения слоений по всем местам  $k$  их пересечения

$$T_u \lambda_{a(k)} \neq T_u \lambda_{d(k)} \quad \text{при } u \in \lambda_{a(r)}(u) \cap \lambda_{d(r)}(u) \quad (3.21)$$

для всех  $(a, d) \in (1, \dots, m)$  и  $a \neq d$ .

При выполнении условий (3.20), (3.21) система из  $m$  слоений  $\Lambda_j^m$  (3.19) будет представлять собой так называемую типичную систему гауссовых криволинейных координат (рис. 3.11), заданную на  $U$ .

### 3.5. МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ РАЗВИТОСТИ СТРУКТУР ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ БАЛАНСОВОГО ВИДА

**3.5.1. Задача оценки качества инструментов и их структуры.** Если выделить из общего списка нерешенных проблем в теории управления нелинейными системами в «большом» некоторое количество

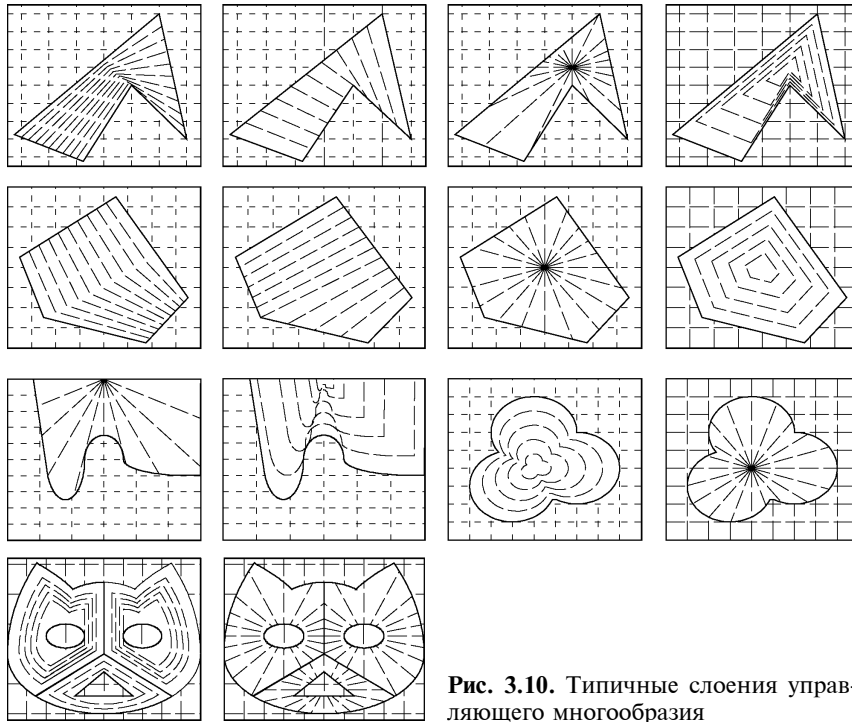


Рис. 3.10. Типичные слоения управляющего многообразия

первоочередных задач, то среди них, безусловно, окажется задача оценки степени качества комплекса инструментов (факторов, параметров) и его структуры с точки зрения системной оценки их значимости для целей реконфигурации динамического процесса [83].

Формируют подход к качественной и количественной оценкам «развитости» структуры процесса, разворачивающегося и протекающего в некоторой среде и имеющего модельное представление в форме (3.4) [79]. Используют методологию теории систем для оценки совершенства структуры взаимодействия управляемого процесса со средой с учетом двустороннего характера такого взаимодействия [73].

**3.5.2. Вектор-функция конуса  $\mathfrak{F}(t, x, u, v)$  и свойства структуры (или конструкции) системы, взаимодействующей со средой.** Структура такого взаимодействия в силу уравнения (2.8) определяется помимо времени  $t$  тройкой  $\langle Q_x, U, V \rangle$ , где  $U: \{u\}$  — система параметров ( $u$ ), определяющих структуру и конфигурацию системы (3.4);  $V: \{v\}$  — система параметров ( $v$ ), определяющих структуру

и конфигурацию среды, в которую помещена система (3.4);  $Q_x$ :  $\{x\}$  — параметры (позиции) позиционного взаимоотношения системы и среды.

По существу, система  $\{x\}$  — это система параметров динамического процесса  $x(t)$ , порождаемого взаимодействием системы (3.4), которая находится в структурном состоянии ( $u$ ), со средой, пребывающей в структурном состоянии ( $v$ ), и в позиционных взаимоотношениях ( $x$ ). Функционально параметры  $\{u\}$  и  $\{v\}$  опосредованы системой (3.4) и задают структуры сил, порождающих и деформирующих динамический процесс  $x(t)$ . При этом явно различен характер этих сил. Одни силы, порожденные позиционированием ( $x$ ) структур систем и среды, — реактивные, а порождаемые ( $u$ ) и ( $v$ ), — активные.

Результат одновременного действия сил на динамику процесса, протекающего в системе, влияет на геометрию конуса  $\mathfrak{F}$ .

Форма конуса  $\mathfrak{F}$  отражает свойства системы в заданной конфигурации и в структуре взаимодействия со средой и предопределяет возможности системы управлять своим состоянием ( $x$ ).

Очевидно, что не любая конфигурация  $u$ -системы может обеспечить необходимые возможности для осуществления желаемого процесса  $x(t)$ .

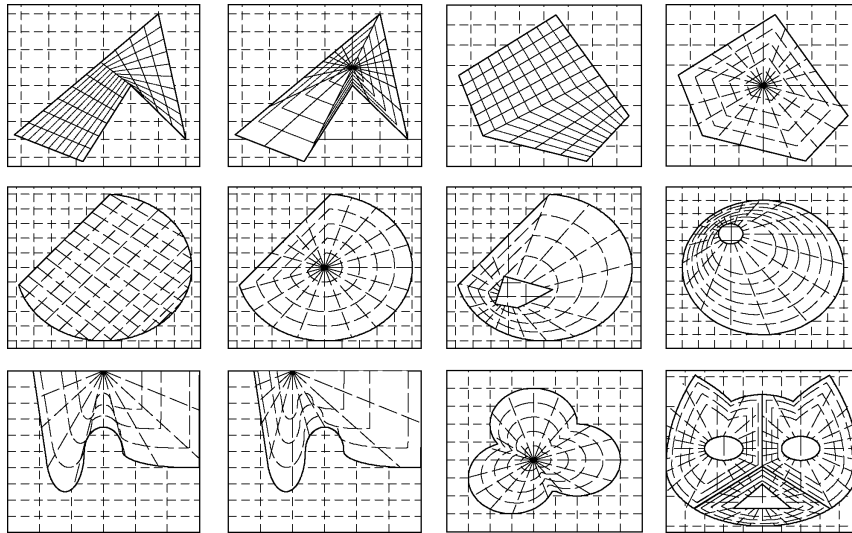


Рис. 3.11. Типичные гауссовы криволинейные координаты

Разные по свойствам  $u$ -структуры обладают разными конусами  $\mathfrak{K}$  векторных полей. При прочих равных условиях чем больше разнообразие состояний векторного поля, тем система принципиально более развита. Если под этой развитостью понимать разнообразие состояний векторного поля, то такое понятие в системном смысле необходимо конкретизировать и понимать не как любое произвольное множество ее состояний, а как такое разнообразие, которое целесообразно и полезно системе с точки зрения обеспечения ее управляемости в данной среде существования.

**3.5.3. Формы конуса  $\mathfrak{K}$  и оценка развитости системы.** При синтезе управлений основным определяющим фактором является свойство поля конусов (2.8) векторного поля объекта управления.

В случае нелинейного объекта управления наблюдается большое разнообразие состояний и конфигураций образов его векторного поля.

Топология векторного поля рассматривается как недиверсифицированное (в базе знаков) интегральное знание о свойствах взаимоотношения эргатических систем со средами функционирования.

Принципиальным для решения задач управления является оценка разнообразия состояний векторного поля, чем оно больше, тем система обладает большими возможностями управления, большим разнообразием достижимых целей, следовательно, ее можно считать системой с более развитыми возможностями.

При формализации оценок управляемости системы (2.8) будем сравнивать конкретные конусы системы  $\mathfrak{K}$  с эталонным конусом некоторой максимально управляемой системы:

$$\frac{dx}{dt} = u; u \in Sp(D, d) \subset U; x \in R_x^n, \quad (3.22)$$

где  $x$  и  $u$  —  $k$ -мерные вектора;  $Sp^k$  — центральная  $k$ -мерная сфера, т. е. сфера, центром которой является точка  $u = 0$ ;  $D$  и  $d$  — внешний и внутренний диаметры в  $R_x^k$ -пространстве.

Выбор эталонной системы (3.22) обусловлен тем, что такого вида система обладает не только принципиально полной управляемостью [41, 79], но и изотропностью. Здесь изотропность имеет смысл полной управляемости всех позиций  $x$ -системы, в том числе и позиций, принадлежащих к так называемой магистрали развития и состояния баланса исследуемой динамической системы.



**3.5.4. Топологические методы иммерсии/абсорбции (погружения/поглощения) и анализ развитости системы (2.8).** Сформулируем основные топологические установки анализа развитости в форме утверждений.

**Утверждение 3.3.** *Если существует иммерсия системы (3.22) в систему (2.8), то иммерсированная система (3.22) будет виртуально изотропной системой системы (2.8) в смысле  $(Sp^k, k \leq n)$  на  $\Delta X \subseteq Q_x$ .*

**Утверждение 3.4.** *Если в систему (2.8) можно иммерсировать виртуально изотропную систему (3.22) с ненулевой сферой  $Sp^k \neq \emptyset$ , то ее  $i^k$ -структура целесообразно развита в смысле  $(Sp^k, k \leq n)$  на  $\Delta X$ .*

**Утверждение 3.5.** *Если иммерсированная в (2.8) система (3.22) имеет размерность  $k = n$  при непустой сфере  $Sp$ , то такая система в качественном смысле максимально развита.*

**Утверждение 3.6.** *Порогом изотропности системы (2.8) в смысле (3.22) будем называть минимально возможную по размерности  $k$  иммерсированную в нее систему (3.22) с непустой сферой  $Sp$ .*

Дадим математическое условие существования иммерсии (3.22) в (2.8) на непустом множестве позиций  $\Delta X \subset Q_x$  и непустом множестве состояний среды  $v \in \Delta V \subset V$  в форме соотношения

$$Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^k \right) = Sp^k \neq \emptyset, \quad k \in (1, 2, \dots, n);$$

$$\Delta X \neq \emptyset; \quad \Delta V \neq \emptyset. \quad (3.23)$$

Заметим, что уравнение (3.23) определяет в общем случае целый спектр решений  $k \in (1, 2, \dots, n)$ . Максимальное значение  $k$  дает верхнюю оценку качественной развитости системы (2.8), а минимальное — нижнюю оценку. Минимальное значение в смысле утверждения 3.6 определяет порог изотропности системы (2.8).

**Утверждение 3.7:** *Мощность спектра всех решений системы (3.23) дает наиболее полную качественную оценку развитости и-структуры системы (2.8).*

**3.5.5. Количественная оценка объема виртуальной изотропности.** Предложена количественная оценка развитости эргатических систем, определения свойств образа конусов векторного поля. Оценка определяется близостью реальных конусов системы к изотропному образу некоторой идеальной системы, обладающей теоретически наилучшими возможностями управления.

Для получения такой оценки удобно использовать нормирование объема сферы  $Sp$  полным объемом конуса  $\mathfrak{S}_0$ . В результате получим выражение

$$\gamma = \max_k \max_{(D,d)} \delta_{\text{Re}} \frac{Sp^k(D,d) \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right)}{\left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right)} \in (0, \dots, 1),$$

$$D, d > 0; k \in (1, 2, \dots, n); \Delta X \neq \emptyset; \Delta V \neq \emptyset; \quad (3.24)$$

$$\delta_{\text{Re}} = \begin{cases} 1, & \text{при } Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right) = Sp^k \neq \emptyset; \\ 0, & \text{при } Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right) \neq Sp^k \neq \emptyset. \end{cases} \quad (3.25)$$

Графически данное соотношение представлено на рис. 3.12, 3.13. При  $\gamma = 1$  объект обладает совершенной развитостью  $u$ -структуры и необходимым для этого разнообразием  $u \in U$ .

Таким идеальным изотропным образом обладает образ сферы, имеющей свойство круговой симметрии. Реальные объекты в основном асимметричны и в этом проявляется их «ущербность» по отношению к изотропным системам.

Симметрия и асимметрия векторного поля — категория совершенства развития эргатических систем.

«Ущербность» — системная причина развития и роста эргатических систем.

Структура системы (2.8), не удовлетворяющая условию (3.23), может быть названа несовершенной, нецелесообразно организо-

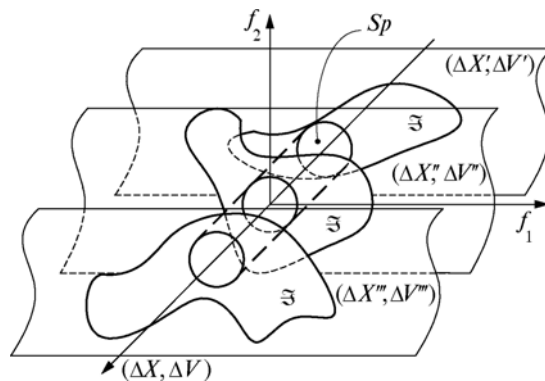
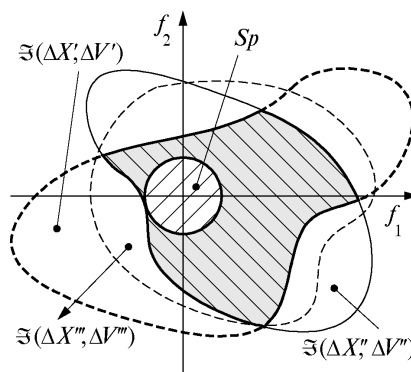


Рис. 3.12. Распределение конусов  $\mathfrak{S}$  над пространством  $(Q, V)$

**Рис. 3.13.** Схема вычисления компонент  $Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right)$  для (3.24), (3.25)

ванной. Для оценки степени несовершенства будем использовать вместо операции иммерсии обратную ей операцию абсорбции конуса  $\mathfrak{S}$  мнимой виртуальной системой (2.22) и применять ее для взвешивания реальной части  $\mathfrak{S} \cap Sp$ :



$$\omega = \max_k \max_{(D,d)} \delta_{Im} \frac{Sp^k(D,d) \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right)}{Sp^k(D,d)} < 1,$$

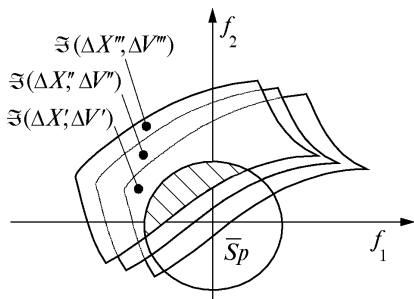
где  $D, d > 0; k \in (1, 2, \dots, n); \Delta X \neq \emptyset; \Delta V \neq \emptyset;$  (3.26)

$$\delta_{Im} = \begin{cases} 1, & \text{при } Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right) \neq \emptyset; \\ 0, & \text{при } Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right) = \emptyset. \end{cases} \quad (3.27)$$

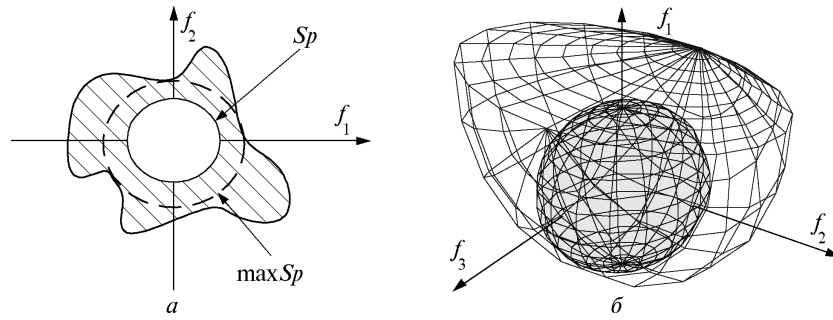
Иллюстративный пример показан на рис. 3.14. Полученные оценки (3.24) и (3.26) можно эффективно использовать при оценке уровня совершенства и развитости  $u$ -структур управляющего комплекса в системе (3.4), а также полезности гипотез усовершенствования этих систем.

Для оценки объема виртуальной изотропности предлагается использовать более общую формулу

$$\gamma = \max_{(D,d)} \frac{Sp(D,d)}{\mathfrak{S}} \in (0, \dots, 1). \quad (3.28)$$



**Рис. 3.14.** Схема вычисления компонент  $Sp^k \cap \left( \bigcap_{x \in \Delta X} \bigcap_{v \in \Delta V} \mathfrak{S}^n \right)$  для (3.26), (3.27)



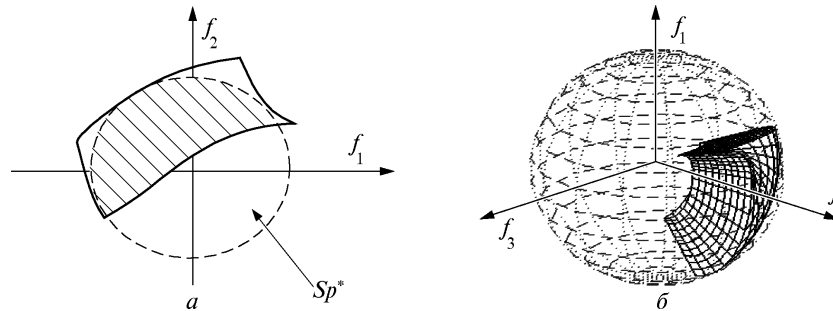
**Рис. 3.15.** Оценка объема виртуальной изотропности:  
*a* — в двумерном пространстве; *б* — в трехмерном пространстве

При использовании показателя «дефект виртуальной изотропности» предложена также более общая формула, где вычисление проводится по степени «ущербности» максимально близкого образа состояния виртуальной изотропности  $Sp^*(D, d)$ :

$$\omega = \max_{(D,d)} \frac{\mathfrak{F} \cap Sp^*(D, d)}{Sp^*(D, d)}. \quad (3.29)$$

На рис. 3.15 и 3.16 приведены соответствующие оценки объема виртуальной изотропности (3.28) и дефекта виртуальной изотропности (3.29) в двумерном и трехмерном пространствах.

Полученные оценки (3.24)—(3.29) полезны для компьютерного конструирования структур средств взаимодействия систем со средой на множестве позиций  $\Delta X$  при неопределенных состояниях среды  $\Delta V$ .



**Рис. 3.16.** Оценка дефекта виртуальной изотропности:  
*a* — в двумерном пространстве; *б* — в трехмерном пространстве

### 3.6. МЕТОД КОМПЬЮТЕРНОГО ПОСТРОЕНИЯ ГРАНИЦЫ ОБОЛОЧКИ КОНУСА ВКЛЮЧЕНИЯ СЛОЖНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**3.6.1. Построение и анализ топологических образов конуса управляемых состояний сложного нелинейного объекта.** Это новое направление современной теории управления и в литературе недостаточно освещено [50, 57]. В работах [74, 79, 83, 91, 93] предложен аналитико-компьютерный метод построения топологических образов векторного конуса сложного нелинейного динамического объекта. Анализировать и получать такие динамические образы возможно с применением компьютерной техники и специально разработанного программно-алгоритмического обеспечения. Используемая при построении и анализе [74, 79, 83, 91, 93] образов векторного конуса объекта математическая модель динамического процесса (2.8) существенно нелинейна и сложна для исследований. Установлено, что конусы динамических процессов имеют сложную топологию с вариативной нелинейной внутренней структурой. В этих образах наблюдаются сгущения и разрежения, они имеют сложную неоднородную структуру, содержат существенно невыпуклые фазовые компоненты (см. рис. 3.5).

**3.6.2. Задача построения оболочки топологического образа.** Для сложных нелинейных динамических систем их исходные свойства лишь дискретно наблюдаемы, что препятствует решению задач синтеза алгоритма управления в другом дискретном множестве, не совпадающем с исходным.

Для построения согласующего модельного дискретного множества проявления динамических систем между исходным и необходимым целесообразно использовать методы компьютерной геометрии.

Конкретной задачей такого исследования является построение оболочки топологического образа включения нелинейной многомерной динамической системы.

Цель данного исследования — разработка методов компьютерной геометрии для построения границы множественного образа конуса дифференциального включения системы управления по наблюдаемому конечному набору (множеству) неупорядоченных точек [87], без которой невозможна верификация этой системы по признаку ее принадлежности или непринадлежности к классу систем с разрешаемым анализом и синтезом управлений на основе регулярных методов выпуклого анализа.

Положим, что наблюдаемое множество точек достаточно полное и хранится в памяти компьютера.

Если топологический образ  $m$ -связный, то возникает проблема определения как внешней, так и внутренних границ оболочек конуса. При этом общее количество границ оболочек соответствует уровню связности исследуемых структур.

Компьютерная геометрия в нашем понимании — это проблема распознавания геометрических образов (точек, линий, поверхностей, гиперповерхностей, слоений, тел разной конфигурации, рельефа и свойств), закрепления их в памяти компьютера и «легкого» использования при необходимости.

В соответствии с современным представлением об интеллектуальных системах данную задачу в англоязычной научной литературе относят к классу задач «геометрического мышления» [7—9, 65, 129].

Для нелинейных многомерных систем, математическая модель которых представима в форме дифференциального включения (2.8) [87], отображение  $U \rightarrow \mathfrak{F}_g(t, x)$  в компьютерном представлении образует в памяти массив данных, не имеющий геометрического смысла. Это обусловлено неоднородностью, неравномерностью, «скрученностью», «вывороченностью» массива данных и даже хаотичностью, образующихся при отображении первично упорядоченных слоений  $U$  в  $\mathfrak{F}$ .

**3.6.3. Решение задачи автоматического выделения в памяти компьютера массива  $\mathfrak{F}$  как целостного геометрического тела из первичного неупорядоченного массива.** Для восприятия компьютером массива  $\mathfrak{F}$  как геометрического тела предлагается использовать дуальную стратегию компьютерного распознавания, содержащую, с одной стороны, первый компонент (virtual organizer) — стратегию организации сцены  $F$  (рис. 3.17); а с другой — второй компонент (virtual explorer), представляющий собой автоматический программный динамический исследовательский виртуальный модуль-робот.

Стратегия организации сцены  $F$  включает в себя поиск массива, центровку, ориентировку, масштабирование сегмента  $A$  памяти компьютера, фиксацию сцены в сегменте  $A$  (для выполнения  $F \supset \mathfrak{F}$ ), связанное  $\varepsilon$ -расслоение  $\mathfrak{F}$  и последующую непрерывную послойную  $\Lambda$ -активизацию массива  $\mathfrak{F} : U \rightarrow \mathfrak{F}$ .

**3.6.4. Виртуальный модуль-робот.** Поведение автоматического программного динамического исследовательского виртуального

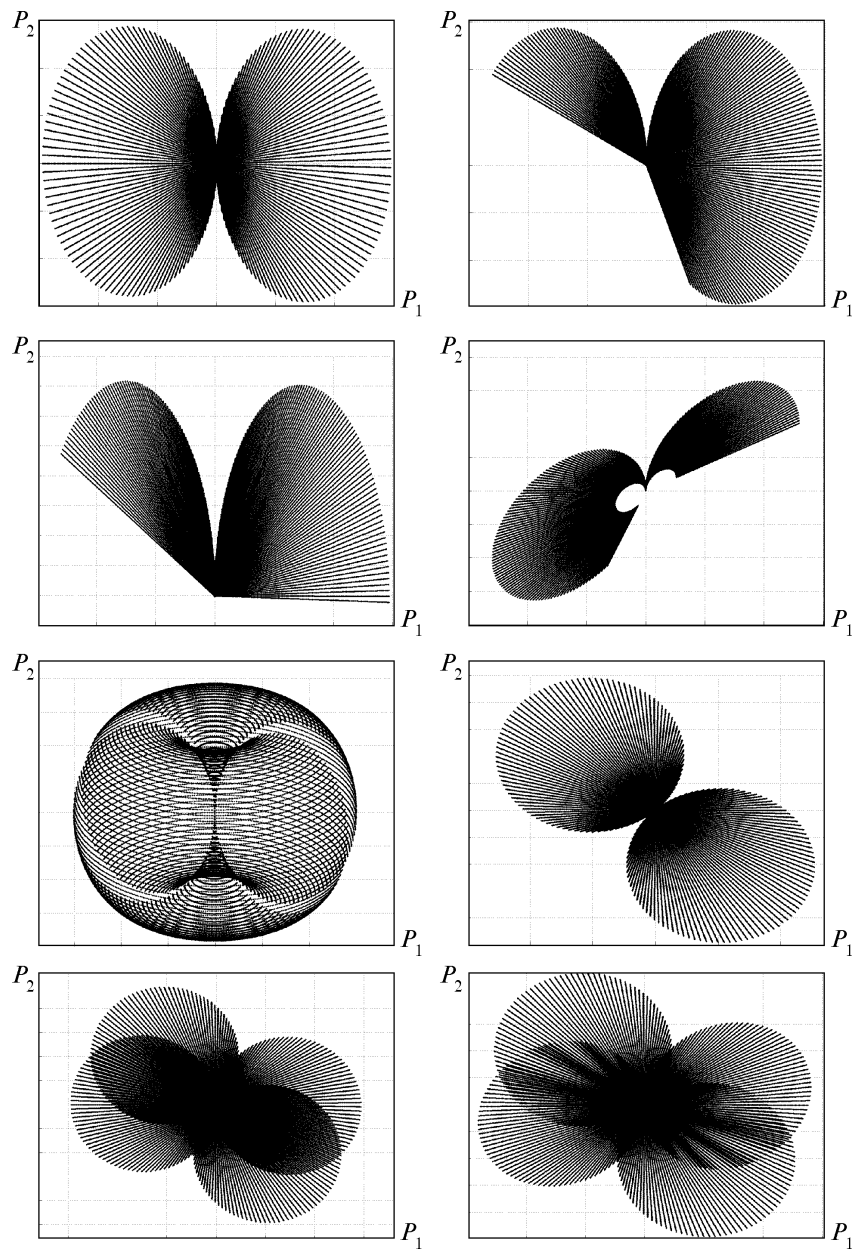
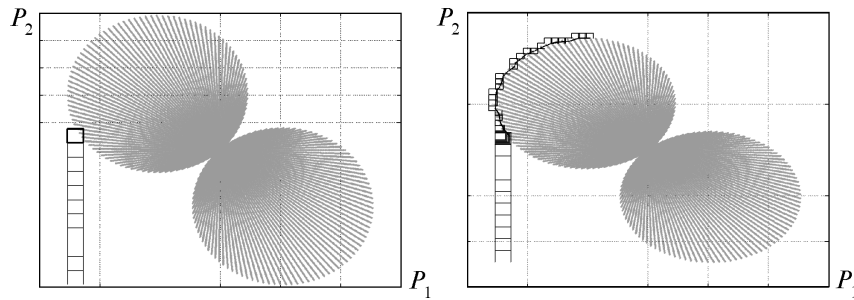


Рис. 3.17. Варианты топологических образов конуса включений



**Рис. 3.18.** Нахождение точки контакта виртуального модуля-робота с массивом  $\mathfrak{F}$

**Рис. 3.19.** Движение виртуального модуля-робота по контуру тела с построением микроциклов функционирования

модуля-робота программируется на сцене  $A$  путем выполнения следующих действий [86, 87]:

- задание начальных геометрических свойств модуля (в общем случае для многомерного конуса в качестве модуля задается  $n$ -мерный прямоугольник, пропорциональный размерам конуса);
- случайный выбор слоя  $\Lambda_i(0)$  (принят в качестве начального) и точки старта  $\varphi(f_i \in \tilde{\mathfrak{F}}) \rightarrow f(0)$ , где  $\tilde{\mathfrak{F}}$  — дополнение  $\mathfrak{F}$  в сегменте сцены в слое  $\Lambda_i$ ;
- движение виртуального модуля-робота по равномерной траектории  $G_\Lambda(f(0), f)$ , нацеленной на произвольную точку  $f_g \in \mathfrak{F}$  (задаваемую по случайному закону распределения  $f$ ) до контакта  $f_c$  с массивом  $\mathfrak{F} : f_c \cap \mathfrak{F} = f_c$  (рис. 3.18);
- исследование  $\gamma$ -свойства точки контакта  $f_c$  с  $\mathfrak{F}$  на принадлежность топологическому образу конуса включения (в общем случае используется  $n$ -мерная сфера, образуемая сканированием пространства вокруг точки контакта  $f_c$  модулем-роботом);
- сообщение о координатах точки контакта  $f_c$  и ее свойствах в геометрическое пространство  $A'$  компьютера;
- движение виртуального модуля-робота по контуру  $\gamma$ -тела в слое  $\Lambda$  (случайный закон выбора направления обхода в локальной системе координат «внешнего наблюдателя», т. е. в системе координат виртуального модуля-робота) до точки замыкания контура в точке  $f(0) = f(k)$  с непрерывной передачей данных о своем движении в сегмент  $A'$  (рис. 3.19);



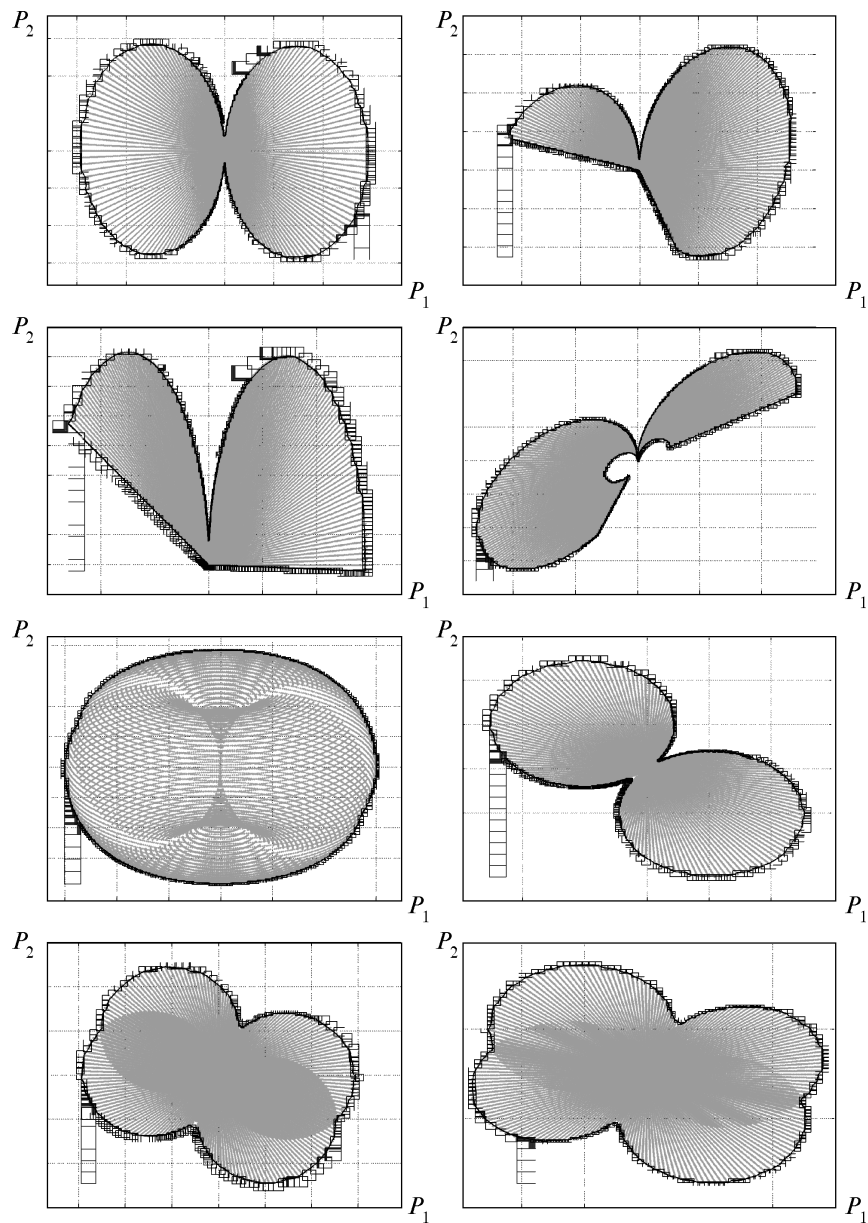


Рис. 3.20. Иллюстрация работы автоматического программного динамического исследовательского виртуального модуля-робота для различных вариантов сцены

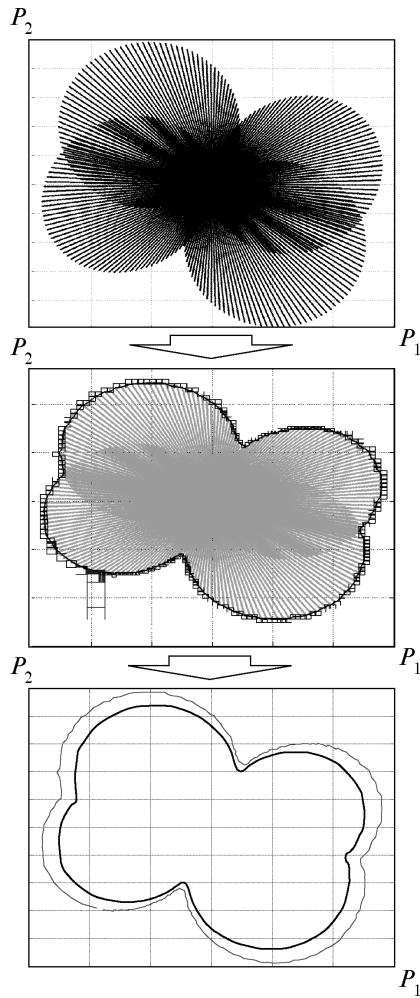


Рис. 3.21. Иллюстрация алгоритма работы дуальной стратегии компьютерного распознавания

- переход на соседний связанный слой (выбран по случайному закону выбора на-правления перехода);

- построение внутрислойного микроцикла функционирования (изменение геометрических свойств модуля-робота в зависимости от плотности/размытости топологического образа);

- повторение движения от слоя к слою до образования макроцикла, когда начальный и последний слои совпадают (рис. 3.20);

- многократное повторение исследования и суммирование всех геометрически наблюдаемых данных в единый массив  $A'_2$ , получение из него сглаженного массива  $A'_M$  (рис. 3.21).

**3.6.5. Топологические образы конуса включений.** На рис. 3.17—3.21 приведены двумерные топологические образы конуса включений как наиболее наглядные при иллюстрации работы данного метода построения границы для оболочки конуса включения.

На рис. 3.22 проиллюстрирована работа этого метода построения границы для оболочки конуса включения в трехмерном случае.

Для размерностей  $n > 3$  границу оболочки конуса можно показать на экране компьютера только в виде проекций в двух- или трехмерном пространстве, а информация о полной оболочке конуса и его границах хранится в памяти компьютера.

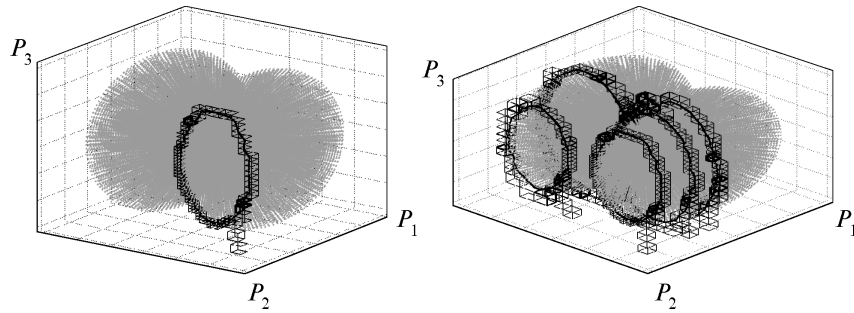


Рис. 3.22. Фрагменты работы автоматического программного динамического исследовательского виртуального модуля-робота для трехмерного случая

Для исследования многосвязных ( $m$ -связных) топологических образов необходимо построение как внешней границы оболочки, так и  $m - 1$  их внутренних границ. В этом случае необходимо задавать выбор слоя  $\Lambda_i(0)$  и точки старта  $\phi(f_i \in \bar{\Xi}) \rightarrow f(0)$  внутри образа и исследовать данную точку пространства на принадлежность множеству точек образа. Для многосвязного образа последовательно сканируется все пространство внутри построенной внешней границы оболочки конуса. Если найдена «дыра» или пустота, то в работу включается виртуальный модуль-робот.

Таким образом, построение внутренних границ оболочек конуса происходит аналогично построению внешней границы оболочки за исключением выбора начальной точки старта виртуального модуля-робота. Построение границ оболочек для конусов разной связности показано на рис. 3.23.

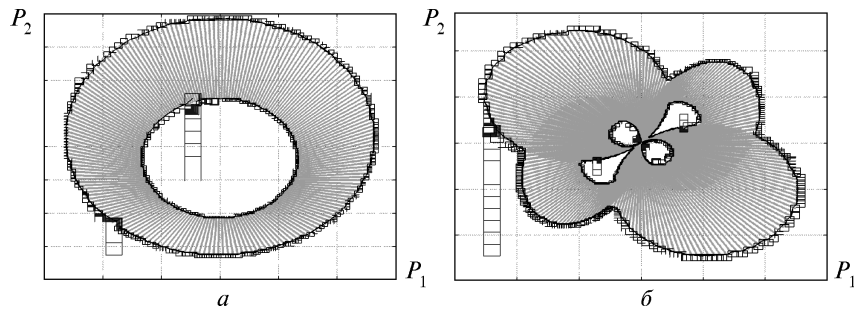


Рис. 3.23. Построение внутренних оболочек конуса для многосвязных конусов:  
 $a - m = 2$ ;  $b - m = 5$

При компьютерной геометризации  $\mathfrak{F}$  эффективно используют топологические понятия адаптивной  $\varepsilon$ -точки и адаптивного  $\varepsilon$ -фильтра с учетом того, что  $\varepsilon \subset \varepsilon_{\text{прог}}$  — допустимый уровень грубости геометризации образа  $\mathfrak{F}$ , определяемый системным подходом в данных исследованиях.

Стратегия компьютерного распознавания носит дуальный характер и состоит из стратегии организации сцены в виде, удобном для дальнейшего компьютерного анализа, и собственно стратегии автоматического анализа и построения границы оболочки образа [74].

Анализ границы оболочки образа с использованием виртуального модуля-работа допускает естественное выделение на нем критических зон, образованных множеством критических точек [101].

**ОБЩАЯ МЕТОДИКА  
СИНТЕЗА АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ  
НЕЛИНЕЙНЫМ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ  
В ОСОБЫХ КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ**

**4.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ  
НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ КРИТИЧЕСКИМИ  
ОБЪЕКТАМИ**

Современные тенденции [4, 5, 28, 43, 81, 102, 103, 115, 119] в решении задач управления характеризуются постепенным расширением диапазонов состояний управляемых объектов и технологических процессов, в которых необходимо использовать компьютерные средства управления. Известно, что в общем случае любой объект или процесс управления достоверно описывается нелинейными динамическими системами общего типа [61, 102]:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \quad x \in Q_x; \quad u \in U.$$

Однако в силу существования методологических трудностей алгоритмизации процесса управления объектов во всем диапазоне его состояний  $\{Q_x, U\}$  обычно ограничиваются значительно меньшими диапазонами  $\{Q_{x \text{ comp}}, U\}$ , но такими, где управляемый процесс достаточно точно может быть представлен линейной моделью (рис. 4.1):

$$\frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + B\Delta u, \quad \Delta x \in \Delta Q_{x \text{ comp}}, \quad \Delta u \in (-1, +1).$$

В этом случае основным практическим недостатком является неиспользование всех возможностей объекта, заложенных в его конструкции (рис. 4.1):  $\Delta Q_{x \text{ comp}} \ll \Delta Q_x$ , где  $Q_x$  — область состояния объекта;  $\Delta Q_{x \text{ comp}}$  — компьютеризованная область в пространстве состояний;  $\Delta Q_{x \text{ man}}$  — область состояний, в которой возможно управление человеком-компьютерным комплексом. Область неиспользованных возможностей определяется разностью в одном случае  $(Q_x \setminus \Delta Q_{x \text{ man}})$ , а в другом —  $(Q_x \setminus \Delta Q_{x \text{ comp}})$ .

При попытках расширения области  $\Delta Q_{x \text{ comp}}$  или  $\Delta Q_{x \text{ man}}$  неми-  
нуем учет существенных нелинейностей, естественным образом

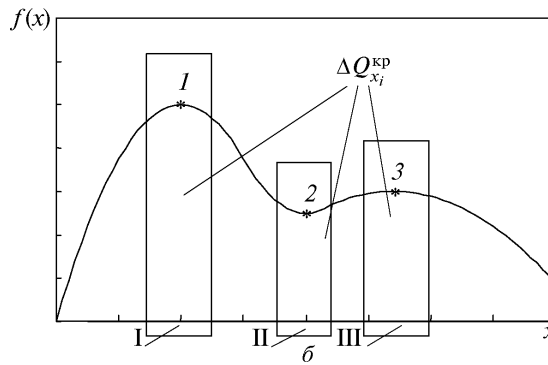
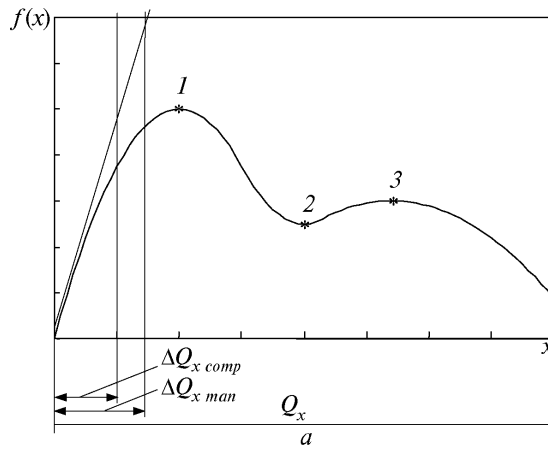


Рис. 4.1. Сравнение областей управления:

$a - \Delta Q_{x\ comp}$  — чисто компьютерными средствами;  $\Delta Q_{x\ man}$  — человеко-компьютерными средствами;  $Q_x$  — область возможных состояний объекта управления;  $(Q_x \setminus \Delta Q_{x\ comp})$  и  $(\Delta Q_{x\ comp})$  — области недоиспользованных возможностей в системе; б — 1, 2 и 3 — критические точки в характеристике объекта; I, II, III — неидентифицируемые зоны характеристики  $f(x)$

присутствующих в модели любого объекта. При этом возникают такие проблемы. Первая проблема связана с реализацией алгоритмов управления объектом компьютерными средствами и представлением его математической модели в дискретной форме. При этом проводится квантование переменных состояния объекта в пространстве и времени ( $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ). Процесс квантования порождает  $\varepsilon$ -погрешность в реализации моделей и алгоритмов [12, 29], что характерно как для компьютерных, так и для человеко-машинных систем [26, 44, 80, 136, 142]. Если в линейных системах такие квантования не приводят к принципиальному отклонению их реального поведения от планируемого, то в нелинейных системах это порождает много методологических проблем, непреодоленных во всей области  $Q_x$ , чем обусловлено ограничение возможностей использования компьютеров для на-

дежного управления объектом во всех диапазонах его возможных состояний.

Вторая проблема, связанная с расширением области  $\Delta Q_{x \text{ comp}}$ , состоит в том, что сами нелинейные характеристики в этом случае могут обладать «структурной неустойчивостью» в некоторых зонах области  $Q_x$ . Это явление в совокупности с неидеальностью реализации алгоритмов управления может привести к разрушению функционального поведения системы в  $Q_x$ . Такое явление может быть обусловлено наличием критических точек в характеристиках нелинейного объекта. Критерии их выявления и классификации приведены в работах по теории катастроф (см. [10, 23, 101] и рис. 4.1).

Третья проблема обусловлена тем, что обычно нелинейные характеристики объектов точно не идентифицируются, они нестационарны и на практике подвержены различным возмущениям. Особенно это касается характеристик нелинейных объектов в окрестностях критических точек. Практически характеристики объектов не идентифицируются в силу особого характера происходящих здесь явлений, следовательно, их невозможно включить в процесс алгоритмизации управления.

В целом, вследствие перечисленных выше причин область  $(Q_x \setminus \Delta Q_{x \text{ man}})$  является областью неиспользуемых (лишь по «алгоритмическим» причинам), но реально существующих производственных возможностей объекта управления.

Исходя из современных мировых тенденций, эти области можно рассматривать как своеобразный функциональный резерв, который целесообразен для использования [46].

Концепции освоения областей  $(Q_x \setminus \Delta Q_{x \text{ man}})$ , содержащих критические точки, получили название «концепции критических технологий».

Здесь основным эффективным направлением является в основном определение максимально достоверной верхней оценки области  $\Delta Q_{x \text{ man}}$ . Выход из этой области связан с непредсказуемыми эффектами. Наиболее эффективным оказался подход оценки этой области по функциям чувствительности  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial u}\right)$ ,

или по функциям эластичности. Идейная установка такого подхода — создание автомата безопасности, автомата «ограничения», предупреждающего систему управления о подходе «изнутри» области  $\Delta Q_{x \text{ man}}$  к опасной критической границе.

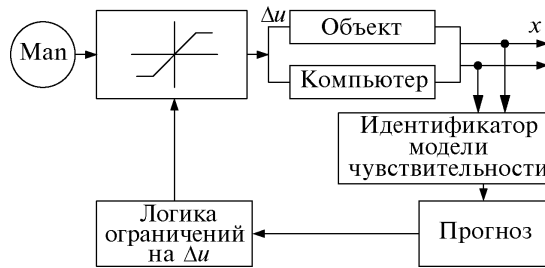


Рис. 4.2. Типовая функциональная схема автоматов безопасности управления [43]

Такой подход «изнутри» к критическим зонам I, II, III (рис. 4.1, б) выполняется в совокупности с мероприятиями по улучшению устойчивости и управляемости системы в зоне  $\Delta Q_{x \text{ max}}$  [22, 43, 98, 144]. Типовая функциональная схема показана на рис. 4.2. В исследованиях (например, [43]) отмечено, что для динамических систем такой подход не исключает «забросов» системы в критические зоны.

Пассивность такого подхода очевидна. Сегодня ставят задачи перехода от концепции предупреждения возможности наступления критических явлений к активной концепции подавления нежелательных нелинейностей глубокими жесткими обратными связями и к концепции управления во всем нелинейном пространстве.

Современные исследования проблемы критичности и управления нелинейными объектами проводят в двух направлениях (рис. 4.3).

1. Анализ критических функций  $f(x)$  и их классификация. Этому направлению посвящены работы Э.К. Зимана, В.И. Арнольда, Т. Постона, И.Н. Стюарта и др.

2. Исследование устойчивости стационарных режимов динамических систем (в случае Гильмора) и анализ поведения систем вдали от точек устойчивости (в случае Пригожина и Лоренца). В обоих случаях критические функции рассматриваются лишь как полиномы не выше второй степени. Ввиду повышенной сложности явлений, происходящих в таких системах, исследовали лишь низкие степени полиномов и малую размерность нелинейной системы — три уравнения первого порядка с правыми частями не выше второй степени полиномов (аттракторы Лоренца и Пригожина). У системы уравнений пятого порядка Гильмора исследовалась лишь проблема устойчивости стационарного режима.

Ни в одном из указанных случаев не ставилась проблема динамического управления такими объектами во всем возможном



диапазоне состояний и тем более объектами с полиномами в правых частях высокого порядка, поскольку даже при отсутствии критических точек сложность решения задач управления нелинейными объектами высока [109].

Задачи синтеза активного управления сложными нелинейными объектами, описываемыми системами уравнений высокого порядка со сложными правыми полиномиальными частями степени  $m \geq 3$  в расширенных областях состояния, только ставятся [2, 36, 55].

Важность и необходимость разработки методов управления объектом в целом во всем нелинейном пространстве сформулирована как одна из основных проблем современной теории управления [46]. Под термином активное управление будем понимать управление нелинейными динамическими объектами, обеспечивающими широкий спектр режимов как стационарных, так и произвольных динамических пространственных маневров.

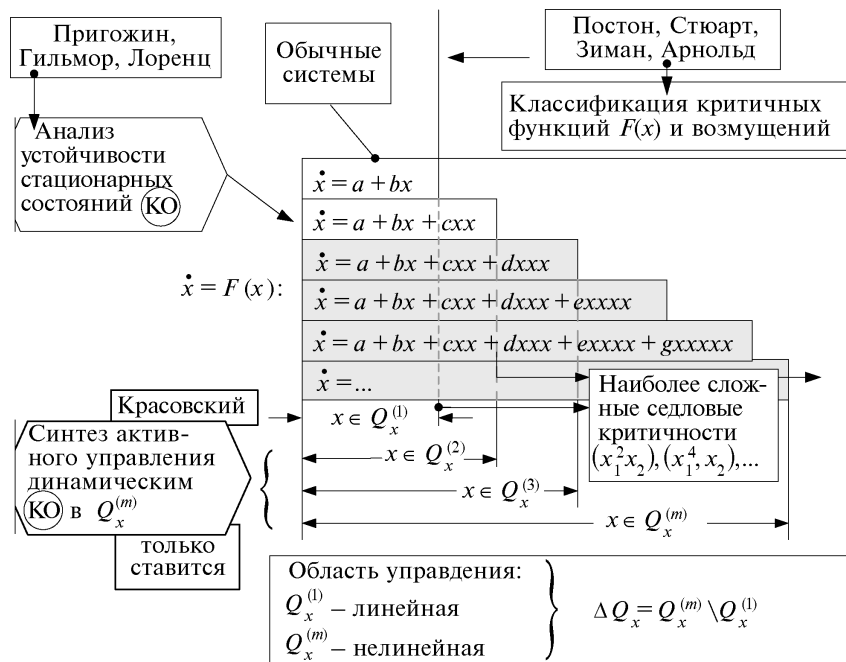


Рис. 4.3. Состояние проблемы критичности

## 4.2. МЕТОДИКА АНАЛИЗА И СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

**4.2.1. Критические системы и проблемы в управлении.** Под критическими системами понимаем динамические нелинейные системы

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u), u \in U, \quad (4.1)$$

в характеристиках  $f(t, x)$  которых содержится или может появиться некоторое множество критических точек. Здесь  $x$  — состояние системы;  $t$  — время;  $u$  — управляющий параметр.

Критическими точками характеристик динамической системы (4.1) называются точки  $(x_k, t_k, u_k)$ , для которых

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_k, t_k, u_k} = 0, \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_k, t_k, u_k} = 0. \quad (4.3)$$

Соотношение (4.2) определяет критические точки по «состоянию  $x$ » системы, а (4.3) — по «управлению».

Наличие или появление критических точек в характеристиках динамической системы (4.1) существенно усложняет не только решение задач анализа и синтеза алгоритмов управления, но и их реализацию на практике.

Как отмечено выше, практически никогда точно не известны ни характеристики системы (4.1), ни расположение критических точек. Неизвестным может быть и их характер. Поэтому необходима идентификация модели критической системы, без которой синтез алгоритмов и их реализация на практике невозможны, поскольку при прохождении через критическую точку  $(x_k, u_k)$  параметров  $x$  или  $u$  может изменяться логика управления. Происходит неконтролируемая инверсия управляющих сигналов, обусловленная неконтролируемым изменением координат критических точек.

Однако сама процедура идентификации как критических точек, так и всей модели критической системы связана с трудностями идентификации недостаточно обусловленных систем (в силу свойств (4.2) и (4.3)).

Такое положение наблюдается и при реализации на компьютере алгоритмов управления даже теоретически априори известных математических моделей критического объекта управления. Это также связано с плохой обусловленностью системы (4.1) в «критических зонах» (в  $\varepsilon$ -окрестностях критических точек) и с соответственно плохой обусловленностью модели чувствительности системы по вариации параметров системы, широко используемой в различных вычислительных процедурах.

Иными словами, по существу свойств критических точек их наличие в характеристиках динамических систем сопряжено с принципиальными трудностями при решении задач моделирования, идентификации, управления.

Поставленная нами задача состоит в том, чтобы реализовать концепцию активного компьютерного воздействия на характеристики системы (4.1) с целью искусственного устранения критических точек в максимально возможной области. Следовательно, необходим синтез алгоритма нейтрализации критических точек. Предполагается эту задачу возложить на блок I (рис. 4.4).

Для функционирования всей системы необходима процедура идентификации, осуществляемая блоком II. В результате блок III будет управлять уже некритичным объектом, который будем называть некритичным виртуальным объектом (ВО). Свойства виртуального объекта будут определяться соотношением «некритичный виртуальный объект (в  $Q_x$ ) = нейтрализатор критичности + критический естественный объект».

Подчеркнем, что некритичный виртуальный объект представляет собой функциональную интеграцию критичного естественного объекта с нейтрализатором (или компенсатором критических точек).

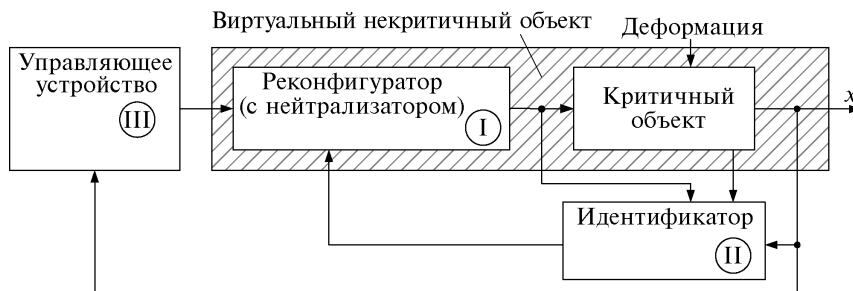


Рис. 4.4. Функциональная схема предполагаемой структуры системы управления критическим объектом

При синтезе нейтрализатора требуем, чтобы свойства виртуального объекта допускали возможность алгоритмизации процесса управления всей системой в расширенной области ее состояния, ориентированной как на компьютерные средства, так и на человека-оператора.

**4.2.2. Подход к анализу критических явлений.** С целью исследования системной и функциональной сути явлений, связанных с наличием критических точек в характеристиках динамической системы, рассмотрим более конкретный по сравнению с (4.1) вид системы

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y) + u = F(x, u), \quad (4.4)$$

где  $x$  — выходная переменная системы;  $y$  — произвольная внешняя (относительно  $x$ ) переменная возмущения;  $u$  — управляющая переменная.

Система (1.4) определена в ограниченной области

$$X \in Q_x, y \in Q_y, u \in U.$$

Целью анализа критических систем являются:

- априорное определение существования опасности появления критических эффектов, разрушающих реальную возможность компьютерного (реального) управления системой в зонах критичности ( $\Delta Q_x^{kp}$ );

- вычисление образа и координат зоны критичности  $\Delta Q_x^{kp}$  системы (4.4);

- определение структурной устойчивости функции  $f(x, v)$ .

Данная информация дает возможность разработчикам конструировать систему управления, ее структуру, структуру информационной части, осознанно определять точностные требования к функционированию системы в максимально расширенной области  $Q_x^p \subset Q_x$ .

Пусть уравнение (4.4) является математической моделью реального объекта управления. По существу, модель (4.4) — это неточное описание реального процесса. Величина неточности модели определяется ее типом. Известны три типа модели:

- тотальная (усредненная для всего класса создаваемых систем вообще);

- контингентная (для более узкого множества систем, определенных условиями их производства и эксплуатации);

- индивидуальная (математическая модель конкретных систем).

В случае использования *тотальной* модели ошибка в отображении свойств реального объекта максимальна, *контингентной* — меньше, а *индивидуальной* математической модели — минимальна.

Тем не менее, любая индивидуализация свойств математической модели (4.4) все равно является приближенным отображением реальных свойств объектов. Иными словами, описание (4.4) для реальной системы по существу является всегда приближенным. Оно отличается от реального достаточно малой функцией  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ . Так, в действительности вместо функции  $f(x, y)$  в правой части (4.4) должна была бы быть реальная функция  $f_g(x, y) = f(x, y) + \Delta f(x, y, \varepsilon)$ . При этом априори о добавке  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  известно лишь то, что она достаточно мала и ее фактический вид неизвестен. Здесь  $\varepsilon$  — малые параметры, определяющие вид функции  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ .

Если идеализированная функция содержит критические точки, то учет функции  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  позволил бы вскрыть массу опасных эффектов, среди которых наиболее опасным является неконтролируемое размножение критических точек в функции  $f_g(x, y)$  по сравнению с функцией  $f(x, y)$ .

Явления такого рода исследуются в теории катастроф [101]. При этом функция  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ , возмущающая идеализированную функцию  $f(x, y)$ , называется деформирующей, или деформацией. Термин «деформация» используют в отечественных литературных источниках, а в зарубежных для обозначения добавки  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  применяют термин «unfolding» — развертка, развертывание. Смысловое значение последнего термина состоит в том, что добавка  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  является возмущением, возбуждающим «прячущиеся» в функции  $f(x, y)$  критические точки, которые, по выражению авторов работы [101]: «только и ждут малого возмущения, чтобы разбежаться и превратиться во множество критических точек».

Однако в теории управления для обозначения функции  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  используют термин «возмущающая функция», или «возмущение», который используется в данной работе.

При исследованиях, которые имеют практическую направленность, важно учитывать то, что реальный вид возмущения  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  всегда фактически неизвестен.

Такая неопределенность добавки  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  — еще одна трудность на пути исследования критичных явлений в системах, содержащих критические точки.

Эта неопределенность, в некоторых случаях достаточно значительная, зависит от многих факторов [4, 29, 34, 39, 40, 42, 44, 55]. Среди них:

- класс, к которому принадлежит модель (тотальный, контингентный или индивидуальный);
- свойства методов получения математической модели объекта;
- используемые методы аппроксимации таких наблюдений за объектом;
- условия эксплуатации объекта;
- характеристики старения объекта;
- выход из строя различных узлов и агрегатов, входящих в объект;
- физическая деформация конструкции объекта;
- интервал времени, прошедшего с момента, с которым соотнесены параметры модели;
- степень отличия эксплуатационных областей и состояний системы от тех, для которых создана модель.

В общем случае будем полагать, что:

- 1) возмущение априори известно,
- 2) возмущение неизвестно.

Поскольку второй случай является более общим по сравнению с первым, то наша задача состоит в определении возможности появления критических возмущений  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  для функции  $f(x, y)$ , т.е. в определении возмущений, способствующих размножению критических точек идеализированной системы в таких целях:

- анализа теоретической возможности исключения средствами компьютерного управления априори известных возмущений  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ ;
- анализа практической возможности исключения из динамического процесса априори неизвестных возмущений, в том числе критических;
- синтеза алгоритмов управления нелинейным объектом (4.4) в области  $(x, y)$  состояний системы, содержащей критические точки.

При этом наша установка состоит в том, чтобы исследования всех задач были методически **едиными** без исследования каждой из перечисленных задач в разных системах координат и допускающими **прямое, естественное** (без сложных промежуточных преобразований) использование всех результатов в едином функционально-алгоритмическом комплексе, предназначенном для

анализа и синтеза систем управления нелинейными системами данного типа в одной **естественной** для эксплуатации и синтеза системе координат  $(x)$ .

Такому подходу способствуют современные компьютерные системы. При использовании критических систем компьютерные средства вносят новый аспект в методы анализа и конструирования динамических систем с регуляциями типа критических. При этом открываются новые возможности, которые чисто аналитическими исследованиями достичь невозможно.

Это в первую очередь относится к оценке области  $\Delta Q_x^{kp}$ , к определению ее координат, параметров и конфигурации, зависимости размера, ориентации и конфигурации от шага квантования, шага дискретизации, что имеет определяющее значение в проблеме критичности в задачах управления.

При традиционном подходе [101], основанном на анализе разложения функции  $f(x, y)$  в ряд Тейлора в критической точке, невозможно ни вычислить область  $\Delta Q_x^{kp}$ , ни проанализировать ее функциональную зависимость от шага дискретизации.

Предложенный нами **подход к комплексному анализу и синтезу критических систем** основан на аналитико-компьютерном тестировании критической системы с помощью гипотетического семейства функций возмущений  $\{\Delta f(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D\}$  с использованием методов инвариантности для компенсации критических явлений [45, 82].

Такой подход к решению поставленной проблемы будем называть *прямым методом*. В его основу положена следующая система очевидных утверждений.

**Утверждение 4.1.** *Если в результате исследования (теоретическое тестирование) некоторого гипотетического тестирующего семейства возмущений  $\Delta f(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D$ , функции  $f(x, y)$  получен отрицательный ответ на возможность наличия в нем критических возмущений, то это не означает, что отсутствует другое семейство  $\Delta f(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D$ , возмущений, содержащее критическое возмущение.*

**Утверждение 4.2.** *Если некоторое гипотетическое семейство  $\varepsilon$ -возмущений функции  $f(x, y)$  содержит критическое возмущение, то не исключено, что в реальном случае на практике появление такого критического возмущения возможно.*

**Утверждение 4.3.** *Если теоретически существует опасность появления хотя бы одного критического возмущения, то это по не-*

обходимости требует для повышения эффективности системы разработки алгоритмов теоретического и практического преодоления возможного появления критических возмущений.

**Утверждение 4.4.** В утверждении 4.3 постулируется, что возможное критическое возмущение по своей природе является для наблюдателя неопределенным.

Здесь в силу изложенного выше **критическое возмущение** функции  $f(x, y)$  является возмущением, изменяющим структуру суммарной функции  $f_g(x, y) = f(x, y) + \Delta f(x, y, \varepsilon)$ ,  $\varepsilon \in D$  [101].

Вначале исследования проведем тестирование функции  $f(x, y)$  на предмет выявления факта ее *структурной неустойчивости* и постараемся определить зависимость характера этой неустойчивости от параметров  $\varepsilon$ -возмущающей функции  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ . Как обычно, функция  $f(x, y)$  называется *структурно устойчивой*, если для всех достаточно малых гладких функций  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$  критические точки функций  $f$  и  $f + \Delta f$  имеют одно и то же число и один и тот же тип критических точек [101]. В противном случае, если может быть найдена хотя бы одна функция  $\Delta f(x, y, \varepsilon)$ , которой не присуще указанное свойство, то функция  $f(x, y)$  называется *структурно неустойчивой*.

Следовательно, выбрав, например, в качестве тестирующего возмущения функцию

$$\Delta f_T(x, y, \varepsilon), (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4) \in D, \quad (4.5)$$

где  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4)$  — малые параметры возмущения,  $D$  — пространство возмущений, и обнаружив структурную неустойчивость функции  $f(x, y)$ , достигнем первой цели этого этапа. В результате оказывается возможным далее просмотреть всю картину неустойчивости на всем множестве  $\varepsilon \in D$  возмущающих функций типа (4.5).

Если тестирование окажется неудачным, то необходимо всю процедуру повторить, но уже при другом типе тестирующего возмущения  $\Delta f_T(x, y, \varepsilon)$ , и выбрать более сложный тип теста. Поэтому практически оказывается целесообразным выбирать для тестирующего возмущения наиболее общий вид полинома для тестирующей функции  $\Delta f_T$ , чтобы повысить вероятность с первого «испытания» обнаружить структурную неустойчивость и все отрицательные эффекты ее проявления, которые необходимо учитывать при синтезе систем управления объектами с подобными характеристиками, т. е. синтез системы управления нелинейным объектом (4.4), но с возмущенной характеристикой  $f(x, y)$ :



$$\frac{dx}{dt} = f_g(x, y) + u. \quad (4.6)$$

Таким образом, на этом этапе исследуется на критичность функция  $f_g(x, y)$  для определения существования тех значений параметров  $\varepsilon$ -возмущений, которые ведут к размножению критических точек функции  $f_g(x, y)$ . Для этого строится совокупность тех точек пространства  $x$ -ов, в которых возможны размножения критических точек функции  $f_g(x, y)$  при возмущении (4.5) по сравнению с числом критических точек в  $f(x, y)$ .

В теории катастроф в основу исследований критических точек положено так называемое **критичное многообразие**. Оно служит основой для нашего компьютерного исследования и выявления факта структурной неустойчивости, выделения сепарательных поверхностей, и главное — для исследования их окрестности и выделения зоны критичности  $\Delta Q_x^{kp}$ .

Иными словами, задаем **критичные многообразия** (например, для системы (4.4)) в форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_g(x, y, \varepsilon)}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial f_g(x, y, \varepsilon)}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Соотношения (4.7) являются оператором, связывающим критические значения параметров  $(x, y)$  с  $(\varepsilon)$ . В общем случае его исследование возможно лишь компьютерными средствами. Построение геометрических образов для области  $\Delta Q_x^{kp}$  или адекватных им образов  $\Delta Q_\varepsilon^{kp}$  также возможно только с использованием компьютерных средств.

В нашем подходе для построения данных образов будем использовать метод Вудкока—Постона [141]. При этом геометрические образы критических и околочитических (псевдокритических) зон строят с помощью оператора (4.7) отображения точек естественного пространства  $(x, y) \in (Q_x, Q_y)$  в пространство возмущений  $D$ .

Такое отображение в критических точках и в их окрестности имеет разную плотность. По изменению плотности, т. е. по степени сгущения точек  $\varepsilon$  в  $D$ , можно судить о критичности возмущения, о размножении критических точек.

По предложению Вудкока—Постона многообразием катастрофы является наиболее «контрастная» часть отображения в  $D$ .

Однако фактически компьютер с его неидеальностью (принципиальной для критических режимов), связанной с шагом квантования  $\Delta x$ , вносит погрешность в критическую область, которая становится «размытой». Таким образом, при исследовании критических режимов он генерирует дополнительное естественное для компьютерных систем возмущение, которое неизбежно будет присутствовать в компьютерных системах управления.

Таким образом, при построении многообразия  $M$  (критического многообразия) можно получать его различные образы, функционально зависящие от шага квантования по следующим характеристикам:

- по плотности;
- по степени размытости;
- по степени расширения / сгущения;
- по пропаданию или выявлению новых черт в образе критического многообразия.

При соответствующем математическом обеспечении возможен компьютерный анализ всей совокупности **сепарабельных поверхностей**, структурирующих явления катастроф на классы и виды.

Система сепарабельных поверхностей в пространстве возмущений является причиной появления **структурной неустойчивости** критической точки. При этом динамика параметров катастроф  $\varepsilon(t)$  неизвестна, следовательно, неизвестна и динамика сепарабельных поверхностей, приводящая к структурной неустойчивости тех критических точек, в которых существуют предпосылки для структурной неустойчивости в форме системы сепарабельных поверхностей.

**4.2.3. Автономность в синтезе управлений и в исследовании критических явлений в многомерных эргатических системах.** Критические явления возможны лишь в нелинейных системах. Сложность исследований критических явлений возрастает с увеличением размерности нелинейной многосвязной системы.

Не менее сложны и процессы синтеза управлений нелинейными многомерными системами. Их сложность существенно возрастает с ростом размерности и связности в исследуемых системах.

В теории инвариантности и автономности нелинейных многомерных систем [70] разработаны процедура и метод преодоле-

ния этой сложности с позиций синтеза управлений такими системами. Одним из положений данного метода является процедура искусственного превращения многомерной и многосвязной системы в совокупность виртуальных автономных процессов, в каждом из которых достаточно легко синтезируется алгоритм управления каждой автономной подсистемой. Затем следует процедура координации действий всех автономных подсистем в единый функциональный комплекс.

Такой подход оказывается полезным и для анализа критичности процессов в многомерных системах. Если придерживаться стратегии синтеза систем управления многомерными процессами по **концепции** инвариантности и автономности нелинейных систем, разработанной В.В. Павловым [70, 72, 73, 112], то целесообразным является существование адекватных им процедур не только синтеза, но и анализа нелинейных систем. Это означает, что автономное исследование (анализ) каждой подсистемы должно предшествовать задаче синтеза управления, т. е. детализировать особенности в постановке задачи управления.

Это положение принимаем за основу системного подхода как анализа, так и управления сложными системами. Обоснованием это служит положение о том, что в методах теории инвариантности нелинейных многомерных систем в процессах синтеза используется только правая часть дифференциальных уравнений системы, которые являются и алгебраическими функциями типа  $f(x, y)$ . Следовательно, обеспечение методов синтеза и анализа одних и тех же функций  $f(x, y)$  является непротиворечивым и естественным процессом.

Пусть многомерная нелинейная система с критическими точками описывается системой дифференциальных уравнений, определенной на области  $Q_{xy}$  при совпадающей размерности векторов ( $u$ ) и  $(x, y)$ :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f_x(x, y) + u = F_x(x, y, u); \\ \frac{dy}{dt} &= f_y(x, y) + u = F_y(x, y, u),\end{aligned}\quad (4.8)$$

где  $x$  и  $y$  — векторы переменных систем;  $f_x$  и  $f_y$  — вектор-функции системы;  $u$  — вектор управления системы с обычными для теории инвариантности и автономности ограничениями.

Система (4.8) многосвязна, однако в случае применения процедур автономизации [70] она преобразуется в совокупность

виртуальных автономных по  $x$  и  $y$  процессов:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \varphi_x(x, p_x); \\ \frac{dy}{dt} &= \varphi_y(y, p_y),\end{aligned}\quad (4.9)$$

где  $p_x$  и  $p_y$  — новые виртуальные параметры автономного управления теперь виртуально автономными координатами.

Принципиальный момент состоит в том, что  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$  задаются из каких-либо внешних условий (которые в данном случае не имеют значения) и управление  $u(x, y, p_x, p_y)$  определяется как решение системы алгебраических уравнений, представляющих собой систему функциональных уравнений абсолютной автономности [70]:

$$\begin{aligned}F_x(x, y, u) &= \varphi_x(x, p_x); \\ F_y(x, y, u) &= \varphi_y(y, p_y).\end{aligned}\quad (4.10)$$

Для нас это означает лишь то, что при синтезе управления  $u(x, y, p_x, p_y)$  эффективно используются только функции  $F_x$  и  $F_y$ . При таком подходе автономное исследование функций  $F_x$  и  $F_y$  на критичность не противоречит общей концепции синтеза систем управления объектом (4.8).

Для исследования на критичность функций  $F_x$  и  $F_y$ , т. е. для исследования на возможность неуправляемого размножения критических точек в функциях  $F_x$  и  $F_y$ , необходимо введение векторов малых возмущений для каждой из них:

$$\Delta f_x(x, y, \varepsilon); \Delta f_y(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D, \quad (4.11)$$

где  $\varepsilon$  — вектор параметров возмущения системы (4.10).

В результате многомерная нелинейная система (4.8) превратится в систему, возмущенную добавками  $\Delta f_x$  и  $\Delta f_y$ :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f_{gx}(x, y, \varepsilon) + u = F_{gx}(x, y, \varepsilon, u); \\ \frac{dy}{dt} &= f_{gy}(x, y, \varepsilon) + u = F_{gy}(x, y, \varepsilon, u),\end{aligned}\quad (4.12)$$

где

$$\begin{aligned}f_{gx} &= f_x(x, y) + \Delta f_x(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D; \\ f_{gy} &= f_y(x, y) + \Delta f_y(x, y, \varepsilon), \varepsilon \in D.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Здесь вектор  $\varepsilon$  — внешнее возмущение идеализированной систе-

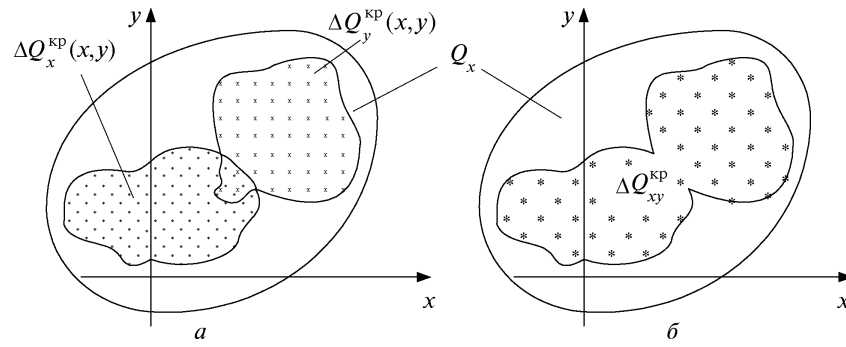


Рис. 4.5. Зона критичности двухвекторной системы (4.8):

$Q_x$  — область определения системы (4.8);  $\Delta Q_x^{kp}$  и  $\Delta Q_y^{kp}$  — области критичности каждой автономной компоненты

мы (4.8). При этом параметр  $\varepsilon$  — это параметр микровозмущения, опасный лишь в критических зонах состояния системы.

Тогда, если исследовать предложенным прямым методом каждую автономную подсистему по отдельности, т. е. сначала  $f_{gx}(x, y, \varepsilon)$ , а затем  $f_{gy}(x, y, \varepsilon)$ , то в результате для каждой из них будут получены критические зоны

$$\Delta Q_x^{kp}(x, y) \text{ и } \Delta Q_y^{kp}(x, y). \quad (4.14)$$

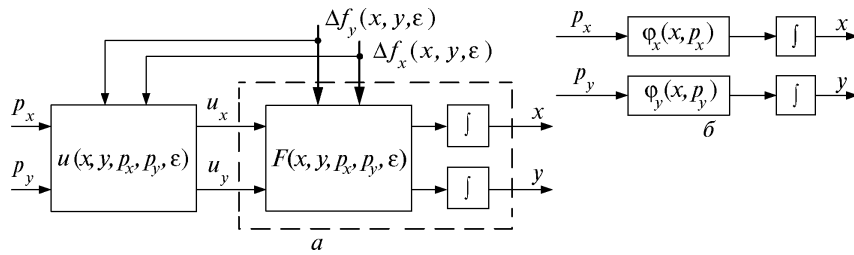
Таким образом, общая критическая зона всей системы будет определяться в пространстве  $(x, y)$  (рис. 4.5) как сумма частных областей:

$$\Delta Q_{xy}^{kp}(x, y) = \Delta Q_x^{kp}(x, y) \cup \Delta Q_y^{kp}(x, y). \quad (4.15)$$

Требование единства подхода к исследованию и синтезу управления в задаче автономности по необходимости приводит к задаче инвариантности относительно внешних микровозмущений. На основе функциональных уравнений автономности (4.10), которые с учетом возмущений (4.11) превращаются в функциональные уравнения абсолютной инвариантности, получаем

$$\begin{aligned} F_x(x, y, \varepsilon, u) &= \varphi_x(x, p_x); \\ F_y(x, y, \varepsilon, u) &= \varphi_y(y, p_y). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Решение уравнений (4.16) и синтезирует алгоритм инвариантно-автономного управления  $u(x, y, p_x, p_y)$  системой (4.12), обеспечи-



**Рис. 4.6.** Функциональная структура системы, обеспечивающая совместность процессов автономности синтеза управления и автономности координат  $x$  и  $y$ :

$a$  — структура взаимодействия управляющих устройств с объектом, компенсирующим возмущение системы;  $b$  — структура виртуальной системы, функционально эквивалентной системе на рис. 4.6,  $a$  в области  $\Delta Q_x^{abt}(x, y)$

вающий ей автономное управление в соответствии с уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = \varphi_x(x, p_x);$$

$$\frac{dy}{dt} = \varphi_y(y, p_y), \quad (x, y) \in Q_{xy}^{abt}, \quad (p_x, p_y) \in P_{xy}. \quad (4.17)$$

На рис. 4.6 приведена структурная схема, обеспечивающая реализацию процесса (4.17).

Далее систему (4.17) называем инвариантной.

**4.2.5. Корректность комплексной (интегральной) компенсации неконтролируемых возмущений характеристик системы и исключение критических точек.** В 4.2.4 осуществлена предварительная процедура, т. е. за счет алгоритмов инвариантности была решена задача компенсации микровозмущений объекта управления (4.4) в области  $\Delta Q_{xy}^{abt}(x, y)$ . Вне рассмотрения остались функции  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ .

Их можно было бы выбрать сразу для того, чтобы система (4.17) удовлетворяла поставленным задачам управления, но как показано в [73], методологически удобно сначала рассматривать компенсированный объект управления. Тогда объектом управления в рассмотрении разработчика является не исходный объект (4.4), а так называемый виртуальный, т. е. компенсированный (инвариантный) объект управления с динамикой и свойствами, определяемыми функциями  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ .

Теперь, если выбрать функции  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$  такими, чтобы они не содержали критических точек, то поставленная нами задача будет решена лишь тогда, когда область  $Q_{xy}^{авт}$  определения системы (4.17) будет поглощать и область критичности  $\Delta Q_{xy}^{кр}$ .

Таким образом, можно сформулировать задачу компенсации критичности и расширения области управляемого состояния объекта как задачу выбора таких функций  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ , которые бы в области  $Q_{xy}^{авт}$  не содержали критических точек, и при этом были выполнены следующие условия:

- корректность в смысле (рис. 4.7):

$$Q_{xy}^{авт} \supset \Delta Q_{xy}^{кр}, \quad (4.18)$$

- управляемость во всей области  $Q_{xy}^{авт}$ ,
- максимальная заполненность области  $Q_{xy}$  областью  $Q_{xy}^{авт}$  (рис. 4.8).

Тогда, если при этом

$$Q_{xy}^{авт} \supset Q_{xy}^{штат}, \quad (4.19)$$

где  $Q_{xy}^{штат}$  — обычно используемая на практике область состояния, то полагают, что поставленная задача решена.

Наиболее простым для последующей реализации является случай, когда функции  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$  выбирают в форме линейных функций

$$\varphi_x(x, p_x) = p_x;$$

В этом случае инвариантный объект представлен в виде

$$\varphi_y(y, p_y) = p_y. \quad (4.20)$$

$$\frac{dx}{dt} = p_x;$$

$$\frac{dy}{dt} = p_y, \quad p_x, p_y \in P_{xy}(x, y). \quad (4.21)$$

Здесь  $P_{xy}(x, y)$  в соответствии с [73] является образом  $u \in U$  в пространстве конусов  $(p_x, p_y)$  над пространством  $(x, y)$ . Если бы  $P_{xy}(x, y)$  была определена над замкнутой ограниченной областью  $Q_p(x, y)$ , произвольной (нелинейной) по форме, то в случае попадания состояния  $(x, y)$  системы на границы этой области в сис-

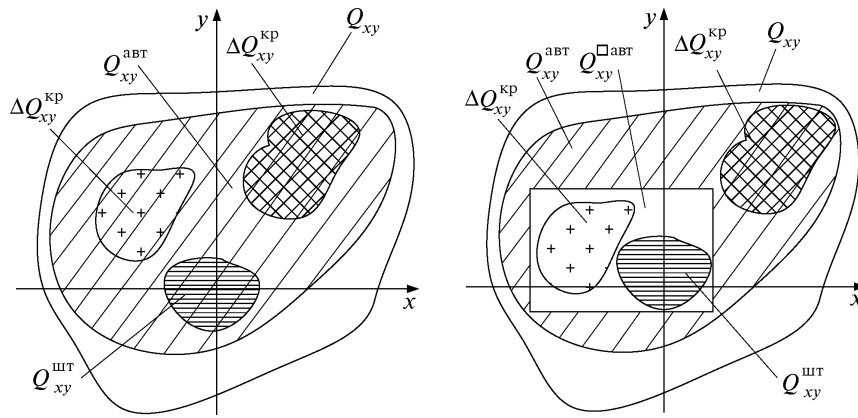


Рис. 4.7. Пояснение корректности решения задачи компенсации критичности объекта

Рис. 4.8. Определение области реализуемости  $\Delta Q_{xy}^{\square \text{авт}}$ , корректной компенсации деформации и критичности

теме образуется функциональная зависимость (взаимосвязь) координат  $x$  и  $y$ . Иными словами, на границе области  $Q_p(x, y)$  сохраняется инвариантность свойств системы, но нарушается автономность координат.

Обеспечить автономность можно лишь в некоторой области, меньшей по сравнению с областью  $Q_{xy}^{\text{авт}}$ , и в адекватной меньшей по размеру области  $P_{xy}(x, y)$ . Для этого необходимо выделить из  $P_{xy}(x, y)$  некоторую прямоугольную область  $P_{xy}^{\square}(x, y)$ , обладающую свойством

$$P_{xy}^{\square}(x, y) = P_x(x) \times P_y(y) \subseteq P_{xy} \quad (4.22)$$

и определенную над «прямоугольной» областью  $Q_{xy}^{\text{авт}}$  (см. рис. 4.8)

$$Q_{xy}^{\square \text{авт}} = Q_x^{\square} \times Q_y^{\square} \subseteq Q_{xy}^{\text{авт}}, \quad (4.23)$$

при этом такую, что для нее имеет место

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= p_x, p_x \in P_x(x); x \in Q_x^{\square}; \\ \frac{dy}{dt} &= p_y, p_y \in P_y(y); y \in Q_y^{\square}; \end{aligned} \quad (4.24)$$



$$(x, y) \in Q_{xy}^{\square \text{ авт}} = Q_x^{\square} \times Q_y^{\square}. \quad (4.25)$$

Система (4.24) управляема над  $Q_{xy}^{\text{авт}}$ . Она не критична, компенсирована и автономна, но в силу того, что

$$Q_{xy}^{\square \text{ авт}} \subseteq Q_{xy}^{\text{авт}}, \quad (4.26)$$

соотношение (4.18) относительно  $Q_{xy}^{\text{авт}}$  в общем случае может не выполняться. Для выполнения этого требования необходимо решить задачу, которую мы назвали задачей функциональной балансировки системы.

Задача функциональной балансировки представляет собой задачу о рациональном раскрое ограниченной области  $P_{xy}(x, y)$  на прямоугольные области  $P_{xy}^{\square}(x, y)$  и  $Q_{xy}^{\square}$ . Решение задачи выкройки из  $P_{xy}(x, y)$  прямоугольной области неоднозначно. Так, чем больше область  $Q_{xy}^{\text{авт}}$ , тем меньше область виртуальных сил  $P_{xy}^{\square}(x, y)$ . Эти зависимости различны и определяются стратегиями раскроя. Без компьютерных средств в диалоговом режиме выполнить такую процедуру достаточно сложно. При этом она может привести к выделению такой области  $Q_{xy}^{\square \text{ авт}}$ , которая удовлетворяет соотношению (4.18). Но главное — то, что выбранная область (в смысле компенсации критических точек) четко определяет такие ограничения на управляющие виртуальные силы  $p_x$  и  $p_y$  (управляющие параметры компенсированной системы), которые может использовать конструктор для решения задач управления системы. Корректность решения этих задач гарантируется.

**4.2.6. Структура систем с компенсацией наблюдаемых и ненаблюдаемых микро- и макровозмущений функций.** В п. 4.2.3 синтезирован алгоритм компенсации возмущений  $\Delta f_x$  и  $\Delta f_y$  в нелинейной системе общего вида. Установлено, что для функционирования системы в алгоритм компенсации необходимо ввести информацию о возмущениях  $\Delta f_x$  и  $\Delta f_y$ . На функциональной структурной схеме (рис. 4.9) показаны измерительные связи поступления в ЭВМ информации о возмущении.

Если информация о возмущениях  $\Delta f_x$  и  $\Delta f_y$  отсутствует, то оказывается возможным оценивать их косвенным измерением так, как это выполняется в инвариантных системах [53]. Это означает, что возмущения  $\Delta f_x$  и  $\Delta f_y$  являются соответствующими мик-

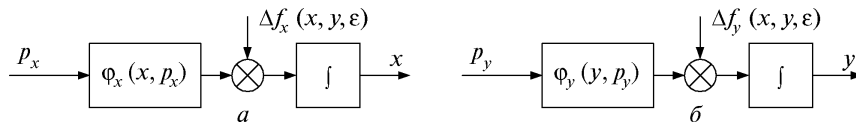


Рис. 4.9. Функциональная структура вхождения возмущений в инвариантно-автономную систему  $(x, y) \in Q_{xy}^{\square \text{авт}}$

ровозмущениями каналов  $x$  и  $y$ , структура вхождения которых в функциональное уравнение абсолютной инвариантности и автономности (4.16) раскрывается с учетом (4.14), (4.15) следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, p_x) &= f_x(x, y) + \Delta f_x(x, y, \varepsilon) + u_x; \\ \varphi_y(x, p_y) &= f_y(x, y) + \Delta f_y(x, y, \varepsilon) + u_y. \end{aligned} \quad (4.27)$$

На рис. 4.9 показана свернутая функциональная система, а в развернутом виде она представлена на рис. 4.10.

Структура, показанная на рис. 4.10, функционирует согласно системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \begin{cases} F_x(x, y, \varepsilon, u_x); & u_x \in U_x, \text{ если } (x, y) \notin Q_{xy}^{\square \text{авт}} \\ \varphi_x(x, p_x); & p_x \in P_x(x), \text{ если } (x, y) \in Q_{xy}^{\square \text{авт}} \end{cases} \\ \frac{dy}{dt} &= \begin{cases} F_y(x, y, \varepsilon, u_y); & u_y \in U_y, \text{ если } (x, y) \notin Q_{xy}^{\square \text{авт}} \\ \varphi_y(x, p_y); & p_y \in P_y(y), \text{ если } (x, y) \in Q_{xy}^{\square \text{авт}} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Здесь  $p_x$  и  $p_y$  — инвариантные управляющие функции для реконфигурированного объекта в зоне  $Q_{xy}^{\square \text{авт}}$ . Внутри данной области состояние системы (4.28) **бездефектно, безкатастрофично**. Кроме того, под воздействием оператора (4.27) все линии, образующие область  $A \times B \times P$ , выпрямлены, зоны концентрации разглажены. Это наблюдается даже в случае, когда функции  $f_{gx}(x, y, \varepsilon)$  и  $f_{gy}(x, y, \varepsilon)$  подвергаются рассмотренным выше возмущениям или когда на функции  $f_x(x, y)$  и  $f_y(x, y)$  налагается, например, блуждающее возмущение. В области  $A \times B \times P$  якобиан  $I(x)$  системы хорошо обусловлен, следовательно, вычислительный процесс может быть достаточно эффективным.

Следует отметить, что результат реконфигурации системы носит чисто **теоретический характер**. Действительно, для его реализации в операторе (4.27) необходимо знать функции  $f_{gx}(x, y, \varepsilon)$  и  $f_{gy}(x, y, \varepsilon)$  целиком и абсолютно точно. Однако практически функции  $f_{gx}(x, y, \varepsilon)$  и  $f_{gy}(x, y, \varepsilon)$  можно идентифицировать реаль-

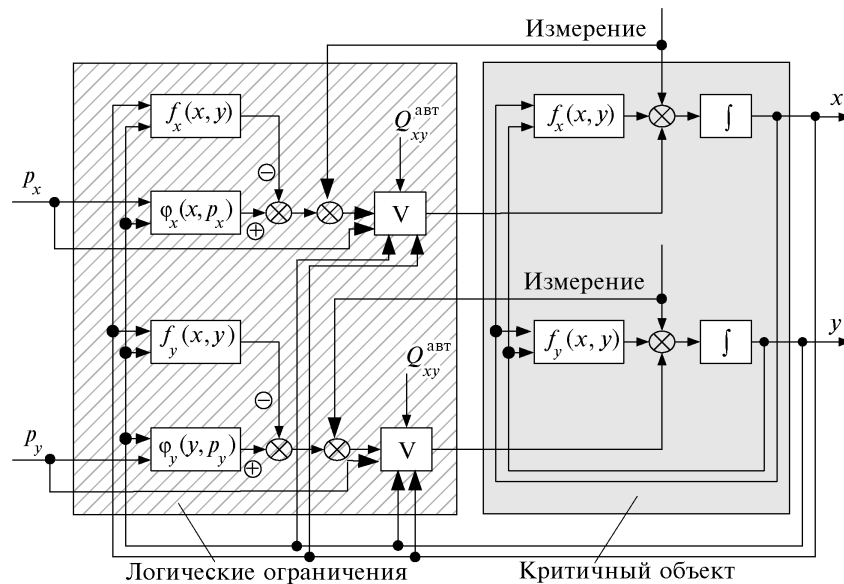


Рис. 4.10. Развернутая функциональная структура системы

но лишь приближенно, и в результате потерять где-то «прячущиеся» критические точки.

Из литературных источников известны сложности практической идентификации нелинейных систем. Поэтому необходим **специальный прием**, с помощью которого можно было бы обойти трудности идентификации таких функционально сложных систем, как нелинейные системы с реальными возмущениями. Такой специальный прием может быть основан на концепции трех операций:

1) первичной реконфигурации исходной системы по (4.27), (4.28) к линейной виртуальной системе с функциями  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ ;

2) мгновенного измерения значения возмущения состояния виртуальной системы (функций  $f'_x(x, y)$  и  $f'_y(x, y)$ ) для состояния  $(x(t), y(t))$  по методу косвенного измерения возмущения [53] с использованием моделей  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ :

$$\Delta f'_{gx} = S_x, \Delta f'_{gy} = S_y;$$

3) вторичной реконфигурации по методу интегрирующей обратной связи:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta p_x}{dt} &= k_x \Delta f_{gx \text{ изм}}(x(t), y(t)) \\ \frac{d\Delta p_y}{dt} &= k_y \Delta f_{gy \text{ изм}}(x(t), y(t)) \end{aligned} \right\}, \quad (4.29)$$

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \varphi_x(x, p_{0x}) + \Delta p_x \\ p_y &= \varphi_y(y, p_{0y}) + \Delta p_y \end{aligned} \right\}. \quad (4.30)$$

Здесь  $p_{0x}$  и  $p_{0y}$  — идеализированное управление реконфигурированной системы;  $k_x$  и  $k_y$  — конструктивные параметры частотной балансировки функционирования основных контуров и контуров измерения возмущений.

Функциональная структура системы с измерителем возмущения показана на рис. 4.11 (свернутая форма) и 4.12 (развернутая форма). Такое совместное рассмотрение структур позволяет наглядно увидеть суть косвенного измерения возмущений эффективно используемой модели  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ .

Важно подчеркнуть, что в структуре (рис. 4.12) системы, в которой из расширенной зоны работоспособности и управления исключены критические точки, возможно широкое изменение динамических свойств системы за счет соответствующего выбора функций  $\varphi_x(x, p_x)$  и  $\varphi_y(y, p_y)$ .

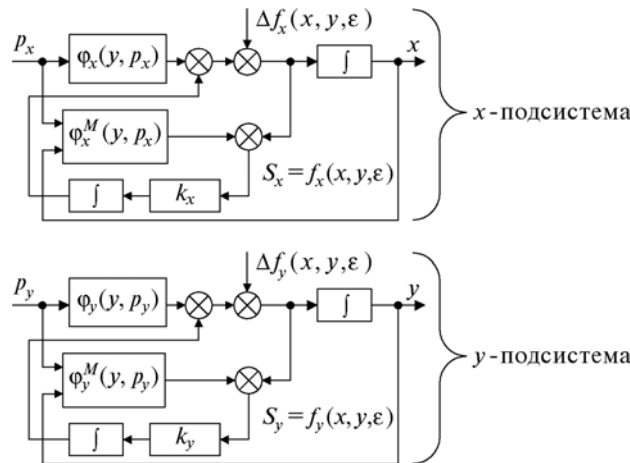


Рис. 4.11. Свернутая функциональная структура системы с косвенным измерением возмущения

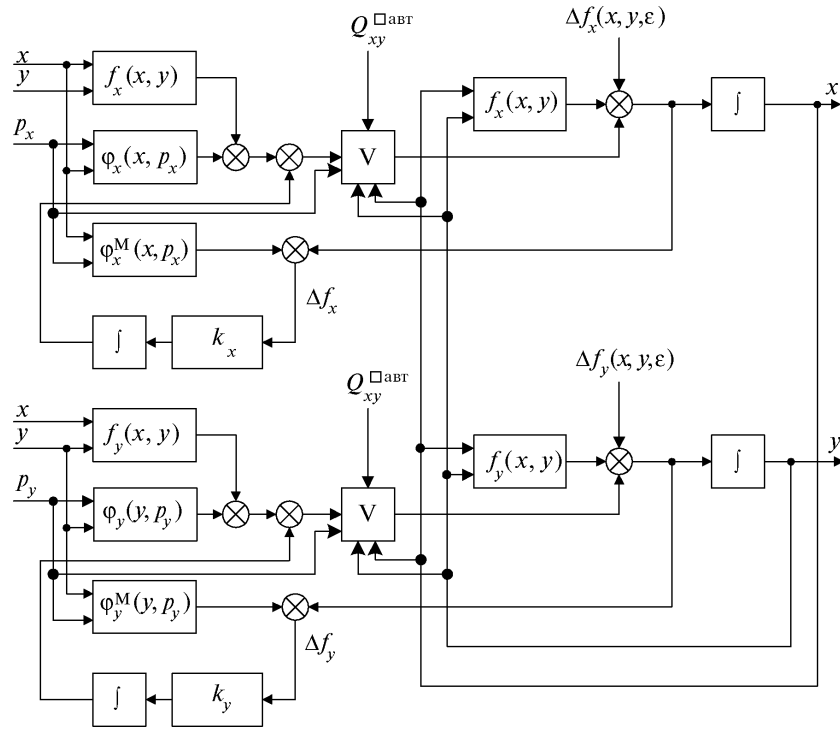


Рис. 4.12. Развернутая функциональная структура системы с косвенным измерением возмущения

В одних случаях, когда требуется чисто автоматическое управление, функции  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  выбирают с учетом возможностей компьютера. В других случаях, интересных в смысле обеспечения максимального совмещения свойств системы с возможностями человека (т.е. в случае создания эргатической системы) [112], функции  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  должны быть выбраны в виде единичных операторов:

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, p_x) &= p_x, p_x \in P_x(x); \\ \varphi_y(y, p_y) &= p_y, p_y \in P_y(x). \end{aligned} \quad (4.31)$$

В данном случае эргатическая система образуется за счет замыкания контура  $x \rightarrow p_x \rightarrow x$  и  $y \rightarrow p_y \rightarrow y$  посредством человека-оператора (рис. 4.13).

Интеграция работы двух автономных каналов комплексировается посредством индикатора пространства состояния системы  $(x, y) \in Q_x^{\text{авт}}$ , на котором совмещены функции:

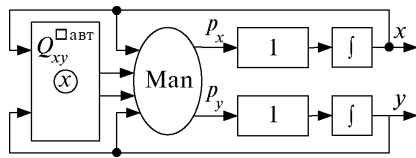


Рис. 4.13. Эргатическая система

- индикации состояния системы (текущее, наглядное, желаемое);
- индикации ограничений системы в форме отображения области  $Q_{xy}^{\text{авт}}$ .

Корректность процесса осуществления интеграции частных автономных процессов  $x(t)$  и  $y(t)$  в единый процесс состоит в том, чтобы в области  $Q_{xy}^{\text{авт}}$  компенсированный объект был полностью управляем. В области  $Q_{xy}^{\text{авт}}$  однозначная реакция системы по  $x$  и  $y$  обеспечена посредством управления  $p_x$  и  $p_y$ , т. е. обеспечена линейность типа

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = k_x; \frac{\partial y}{\partial p_y} = k_y.$$

Более того, теперь динамическое свойство комплексного объекта наблюдается в области динамик объектов (параметры Девиса), наилучше воспринимаемых человеком [38, 54, 57].

## ПОДСИСТЕМА С КРИТИЧЕСКИМИ СЕДЛОВЫМИ ТОЧКАМИ

### 5.1. КРИТИЧЕСКИЕ СЕДЛОВЫЕ ТОЧКИ В СИСТЕМАХ

В прикладной теории катастроф (см., например, [23, 101]) для исследования критических точек и критических явлений, которые могут быть в системах, описываемых нелинейными уравнениями общего вида

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(t, x_1, \dots, x_n), \quad i = \overline{1, n}, \quad (5.1)$$

эти уравнения рассматривают в виде, удобном для данных исследований. Обычно таким видом является представление (2.2) в форме дифференциальной системы уравнений с полиномиальными правыми частями

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i + \sum_j F_i^j x_j + \sum_j \sum_k F_i^{jk} x_j x_k + \sum_j \sum_k \sum_l F_i^{jkl} x_j x_k x_l + \dots, \quad (5.2)$$

где  $F_i^{jkl}$  — частная производная седловых функций  $F_i$  по координатам  $x_j, x_k, x_l$  и т. д.

Аналогичный тип имеют и системы нелинейных аэродинамических уравнений движения летательного аппарата [23]. Однако исследования критических явлений здесь проводят для модели, содержащей только нелинейные члены для второго порядка включительно. В этом случае рассматриваемая аэродинамическая модель имеет вид [23]

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \sum_{\alpha} F_i^{\alpha} C_{\alpha} + \sum_{j=1}^5 F_i^j x_j + \sum_{1 \leq j \leq k} F_i^{jk} x_j x_k, \quad 1 \leq i \leq 3; \\ \frac{dx_i}{dt} &= \sum_{\alpha} F_i^{\alpha} C_{\alpha} + \sum_{j=1}^5 F_i^j x_j, \quad 4 \leq i \leq 5, \end{aligned} \quad (5.3)$$

где  $(x_1, x_2, x_3)$  — компоненты вектора угловой скорости  $\omega$ ;  $x_4$  — угол атаки;  $x_5$  — угол скольжения.

Хотя модель создана при серьезных ограничениях и предположениях, но с ее помощью уже выявляются некоторые критические эффекты неустойчивости состояний системы и возникновения в ее окрестности предельных циклов [23].

Дальнейшее усложнение модели летательного аппарата за счет включения в нее членов более высоких степеней, очевидно, позволит выявить причины возникновения еще более опасных явлений и эффектов и наметить пути их устранения. Так, с повышением порядка системы до трех появляется кубик  $(x_i^2, x_j)$ , до пяти — пятирик  $(x_i^4, x_j)$ ,  $(x_i^3, x_j^2)$ , до семи — семирик и т. д. Это класс критических функций, которые обладают «критическими седловыми точками». Они особенно опасны, поскольку влияют на структурную устойчивость систем.

В характеристиках динамических систем достаточно часто присутствуют такие члены [3, 13, 28, 54, 61, 101, 102].

Учитывая изложенное, исследуем функции с критическими седловыми точками в целях разработки методики и алгоритмов реализации предложенного нами «прямого подхода» для:

- анализа критических режимов, обусловленных наличием критических точек;
- процедуры введения микровозмущений, которые становятся опасными в тех областях состояния системы, где системы обладают «повышенной чувствительностью» (плохой «обусловленностью»);
- компенсации «критичности»;
- определения эффективных ограничений на область гарантированного управления системой с характеристиками данного вида.

Выбор для исследования именно критических седловых точек полиномиального вида связан с тем, что в общем случае любая гладкая нелинейная характеристика объекта управления представляема в этом виде. В теории катастроф показано, что первое проявление в этом ряду настоящих особенностей начинается с так называемых кубик. Настоящая особенность обусловлена их структурной неустойчивостью. Ее функциональный смысл исследован в теории катастроф [101]. Установлено, что кубика

$$f(x, y) = x^2y;$$

является «центральной» в ряду других кубик:

$$f(x, y) = x^2y - y^3 \text{ (тип 1);}$$



$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= xy^2 - y^3 \text{ (тип 2);} \\
 f(x, y) &= x^2y \text{ (тип 3);} \\
 f(x, y) &= x^3 \text{ (тип 4),}
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

каждую из которых можно получить из кубической формы общего вида

$$c(x, y) = \alpha x^3 + \beta x^2y + \gamma xy^2 + \delta y^3, \tag{5.5}$$

где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  — вещественные числа.

Классификацию кубик (5.4) проводят по расположению их параметров на корневом множестве

$$k = \{(x, y) | \alpha x^3 + \beta x^2y + \gamma xy^2 + \delta y^3 = 0\}, \tag{5.6}$$

задающем в четырехмерном пространстве  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$  классифицирующие поверхности. Такое корневое множество представляет собой сложную скрученную поверхность вращения, называемую браслетом омбилик Зимана (umbilicate braselet) [101]. Его геометрия позволяет увидеть суть катастроф, связанных с кубиками. Центральное место между 1, 2 и 4 типами занимает кубика типа 3. Она расположена на гладкой части поверхности омбилики, по обе стороны которой находятся кубики типов 1 и 2, а 4-й тип — на заостренном ребре омбилики. Часть кубических форм (1 и 2) — это полиномы, а (3 и 4) — мономы с разными типами критических точек.

При малом  $\varepsilon$ -возмущении параметров формы  $c(x, y)$  (или согласно теории катастроф при  $\varepsilon$ -шевелении) кубика типа 3 переводится как в тип 1, так и в тип 2 и все вместе сколь угодно близко подходят к типу 4. В первом случае получим так называемую катастрофу гиперболической омбилики [101], а во втором — катастрофу эллиптической омбилики при траекториях движения системы  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ , пересекающих корневое множество  $A$  (браслет омбилики). При этом происходят превращения мономов в полиномы. Иными словами, если отождествлять параметры  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  или их часть с параметрами  $\varepsilon \in D$  возмущения системы, то сложность систем, содержащих такие характеристики, становится очевидной.

Сложность функции  $f(x, y) = x^2y$  отражена даже в ее названии — неконечно-определенная функция коразмерности  $\infty$  [101]. Более того, как отмечают Т. Постон и И. Стюарт в [101], функция  $f(x, y) = x^2y$  содержит вырожденную критическую точку  $(0, 0)$ , которая не может быть реконфигурирована (в смысле обеспечения ее структурной устойчивости) за счет  $\varepsilon$ -добавки Зимана. По-

следний факт и послужил нам причиной выбора именно этой функции  $f(x, y) = x^2y$  как критической компоненты в характеристиках многомерной системы

$$\frac{dx}{dt} = \sum_i f_{xi}(x, y) + u_x, \quad (5.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \sum_j f_{yj}(x, y) + u_y, \quad (5.8)$$

в качестве которой может выступать любая одна из компонент  $f_{xi}$  и  $f_{yj}$ .

Попытаемся убрать критические явления из нее нашим подходом за счет эффективного использования методов инвариантности и автономности нелинейных систем. Данную задачу будем называть ТЕСТ I при  $f(x, y) = x^2y$ .

Помимо задачи ТЕСТ I рассмотрим задачу ТЕСТ II, в которой в качестве функции, несущей источники появления критических явлений, выступает седловая функция с более высокой степенью переменной  $x$ :

$$f(x, y) = x^4y. \quad (5.9)$$

В этом случае более рельефно и полно можно исследовать влияние возмущений функции  $f(x, y)$ , определяющих поведение системы (4.4) и накладывающих определенные требования к системе формирования управляющих воздействий  $u$ . Повышение степени функции от двух до четырех в (4.4) связано с тем, что в этом случае сама функция  $f(x, y) = x^4y$  менее структурно устойчива по сравнению с функцией  $f(x, y) = x^2y$  даже при достаточно малых возмущениях  $\Delta f(x, y)$ .

Таким образом, мы усложнили систему, взяв вместо кубики  $x^2y$  (разделительная стандартная кубика в теории катастроф) другую функцию  $x^4y$  (разделительная пятирика), усложненную по сравнению с первой ровно настолько, чтобы можно было просмотреть возможные эффекты, которые возникают в системе при незначительном «шевелении» функции  $x^4y$ . При этом нас будут интересовать опасные эффекты, появляющиеся (или которые могут появиться) при малых возмущениях функции  $f(x, y)$ .

Возможные возмущения будем анализировать именно в этом случае, поскольку он является более общим; среди возмущений функции  $f(x, y) = x^4y$  будут и возмущения, и состояния системы с функцией  $x^2y$ .

Задача компенсации критических точек рассмотрена для задач ТЕСТ I [45] и ТЕСТ II [82] в соответствии с разработанными нами методологиями:

- компенсации критических точек;
- компенсации возмущений;
- расширения области управления системы  $\frac{dx}{dt} = f(x, y) + u$

на зоны, содержащие критические точки.

В соответствии с нашей методикой рассмотрим автономную компоненту системы (5.7) и (5.8), а именно лишь уравнение (5.7). При этом в правой части сохраним лишь критические функции, являющиеся предметом наших исследований. Тогда задачей ТЕСТ I будет исследование системы

$$\frac{dx}{dt} = x^2 y + u_x, \quad (5.10)$$

где  $x$  — переменная, характеризующая состояние системы в  $Q_x$  по  $x$ ;  $y$  — возмущение системы  $y \in Y = \{-1,5, \dots, 1,5\}$  со стороны подсистемы « $y$ »;  $u_x$  — управление, заданное на множестве  $U = \{-1, \dots, 0, \dots, 1\}$ . Задачей же ТЕСТ II будет исследование системы

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, y) + u = x^4 y + u = F(x, y, u); \\ u &\in (-1, +1); \quad y \in (-1, +1). \end{aligned} \quad (5.11)$$

В обоих типах систем  $x$  — выходная переменная системы,  $y$  — произвольная ограниченная функция возмущения,  $u$  — управляющая переменная.

## 5.2. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНЫХ НЕКОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ФУНКЦИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ С СЕДЛОВЫМИ КРИТИЧЕСКИМИ ТОЧКАМИ

Цель анализа — выявление возможности существования малого критического возмущения и оценка обусловленности системы в случае его существования. Критическим возмущением  $\Delta f$  функции  $f(x, y)$  здесь называют [101] возмущение, изменяющее структуру суммарной функции  $f_g(x, y) = f(x, y) + \Delta f(x, y, \varepsilon)$   $\varepsilon \in D$ .

Зададим некоторое возмущение функции  $f(x, y) = x^4 y$  в полиномиальной форме:

$$\Delta f(x, y) = (\varepsilon_1 x^2 + \varepsilon_2 x)y + \varepsilon_3 xy^2 + \varepsilon_4(x^2 + y^2), \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4) \in D, \quad (5.12)$$

где  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4)$  — малые параметры возмущения;  $D$  — пространство возмущений.

В результате появления в (5.11) возмущения  $\Delta f(x, y)$  имеем другую систему:

$$\frac{dx}{dt} = f_g(x, y) + u = (x^4 + \varepsilon_1 x^2 + \varepsilon_2 x)y + \varepsilon_3 xy^2 + \varepsilon_4(x^2 + y^2) + u. \quad (5.13)$$

Вначале исследуем на критичность функцию  $f_g(x, y)$  для определения тех значений параметров  $\varepsilon$ -возмущений, которыми обусловлено размножение критических точек функции  $f_g(x, y)$ . Для этого построим совокупность тех точек пространства  $x$ -ов, в которых возможны размножения критических точек функции  $f_g(x, y)$  при возмущении (5.12) по сравнению с числом критических точек в  $f_g(x, y)$ .

Строим систему уравнений, определяющую так называемое критическое многообразие  $M$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_g(x, y)}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial f_g(x, y)}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (5.14)$$

которое с учетом (5.13) дает для  $M$  систему

$$\begin{aligned} (4x^3 + \varepsilon_1 x + \varepsilon_2)y + \varepsilon_3 y^2 + 2\varepsilon_4 x &= 0; \\ (x^4 + \varepsilon_1 x^2 + \varepsilon_2 x) + 2\varepsilon_3 xy + 2\varepsilon_4 x &= 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

либо в преобразованном виде систему

$$\begin{aligned} (2xy)\varepsilon_1 + (y)\varepsilon_2 + (y^2)\varepsilon_3 + (2x)\varepsilon_4 &= (-4x^3y); \\ (x^2)\varepsilon_1 + (x)\varepsilon_2 + (2xy)\varepsilon_3 + (2y)\varepsilon_4 &= (-x^4), \end{aligned} \quad (5.16)$$

или систему, более удобную для исследования:

$$\begin{aligned} (2xy)\varepsilon_1 + (y)\varepsilon_2 &= (-4x^3y) - (y^2)\varepsilon_3 - (2x)\varepsilon_4; \\ (x^2)\varepsilon_1 + (x)\varepsilon_2 &= (-x^4) - (2xy)\varepsilon_3 - (2y)\varepsilon_4. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Тогда, решая систему (5.17) относительно параметров возмущения  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , получаем уравнения

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta_1(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4)}{\Delta(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4)}; \quad (5.18)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta_2(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4)}{\Delta(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4)}, \quad (5.19)$$

в которых параметры  $(\varepsilon_3, \varepsilon_4)$  будем рассматривать как параметр состояния оператора отображения  $(x, y)$  в  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ .

Для дальнейшего исследования необходимо выделить в отображении (5.18), (5.19) множество нулей:

$$\begin{aligned} \Delta_1(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4) &= 0; \\ \Delta_2(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4) &= 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

и множество полюсов:

$$\Delta(x, y, \varepsilon_3, \varepsilon_4) = 0. \quad (5.21)$$

Первое дает соотношение для множества нулей (5.20) в виде

$$\Delta_1 = -3x^4y - (xy^2)\varepsilon_3 + 2(x^2 - 2y^2)\varepsilon_4 = 0; \quad (5.22)$$

$$\Delta_2 = 2x^5y - (3x^2y^2)\varepsilon_3 + 2x(x^2 - 2y^2)\varepsilon_4 = 0, \quad (5.23)$$

а второе — для множества полюсов (2.21):

$$\Delta = x^2y = 0. \quad (5.24)$$

Из анализа (5.22—(5.24) можно сделать следующие выводы:

- множество полюсов не зависит от параметров возмущения  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ , а определяется параметрами идеальной невозмущенной системы;

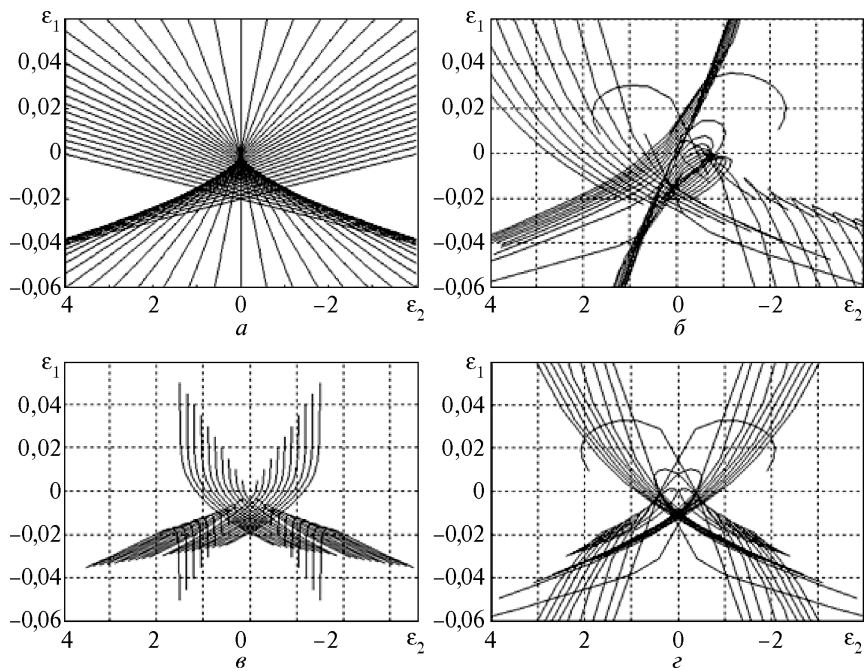
- множество  $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$  нулей зависит от параметров возмущения  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ ;

- при  $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$  неопределенность типа  $\left(\frac{0}{0}\right)$  образа (5.18) и (5.19) в состояниях  $x$  и  $y$ , принадлежащих пересечению множеств нулей с множеством полюсов, успешно исчезает;

- образ отображения (5.18), (5.19) при  $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$  является центральным образом в общей топологии возмущения, который скачкообразно возмущается параметрами  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  так, что при любом  $(\varepsilon_3 \neq 0)$  или  $(\varepsilon_4 \neq 0)$ , или  $(\varepsilon_3 \neq 0, \varepsilon_4 \neq 0)$  скачкообразно возникает множество полюсов (5.24), изменяющих структуру возмущения;

- центральный образ возмущения (при  $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$ ) является известным, стандартным и называется [101] «сборкой Уитни».

Проиллюстрируем данный факт построением геометрических образов, полученных из (5.18), (5.19), используя метод Вудкока—Постона [143]. При этом образующие геометрических образов



**Рис. 5.1.** Отображения точек  $(x, y) \in (\Delta X, \Delta Y)$  в пространстве  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  при различных состояниях  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ :  
 $a - \varepsilon_3 = 0, \varepsilon_4 = 0$ ;  $б - \varepsilon_3 = 0,009, \varepsilon_4 = -0,0002$ ;  $в - \varepsilon_3 = 0,005, \varepsilon_4 = 0$ ;  $г - \varepsilon_3 = 0, \varepsilon_4 = 0,0002$

построим с помощью операторов (5.18), (5.19) для отображения точек  $(x, y) \in (\Delta X, \Delta Y)$  в пространстве  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  при различных состояниях  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  (рис. 5.1).

Анализ отображения  $(x, y)$  в  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  показывает, что центральный образ в форме «сборки Уитни» существует устойчиво лишь в случае, когда переменная  $y$  в  $f_q(x, y)$  является абсолютно неизменным параметром. В остальных случаях возникает сильное, мгновенное возмущение этого образа (сборки Уитни) за счет скачкообразного появления множества полюсов, рассекающих его в двух направлениях:  $y = 0$ ;  $x = 0$ , и одновременного нелинейного скручивания рассеченного центрального многообразия.

Согласно методу Вудкока—Постона многообразием катастрофы является наиболее контрастная часть образа  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ .

Для получения контрастной части образа  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  воспользуемся компьютерным построением многообразия (5.14) в прост-

ранстве  $(x, \varepsilon_1, \varepsilon_2) \Big|_{\varepsilon_3, \varepsilon_4}$ . На рис. 5.2 приведены соответствующие многообразия.

На рис. 5.3 показаны критичные плотности точек  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  в пространстве  $D$ , а на рис. 5.4 — соответствующие контрастные критичные образы  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ .

Графики на рис. 5.2—5.4, полученные при специальной компьютерной обработке изображений, приведенных на рис. 5.1, показывают, что топология критического многообразия существенно зависит от параметров  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ . Эти графики иллюстрируют и тот факт, что в критических областях частные производные  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ;  $\frac{\partial f}{\partial y}$ , следовательно, и Якобиан  $I(x) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0}$  системы

плохо обусловлены. Это в свою очередь может привести к значительному возрастанию погрешностей при целочисленном моделировании «реальной» системы (5.13) компьютерными средствами. Такое явление становится наглядным, если для исследуе-

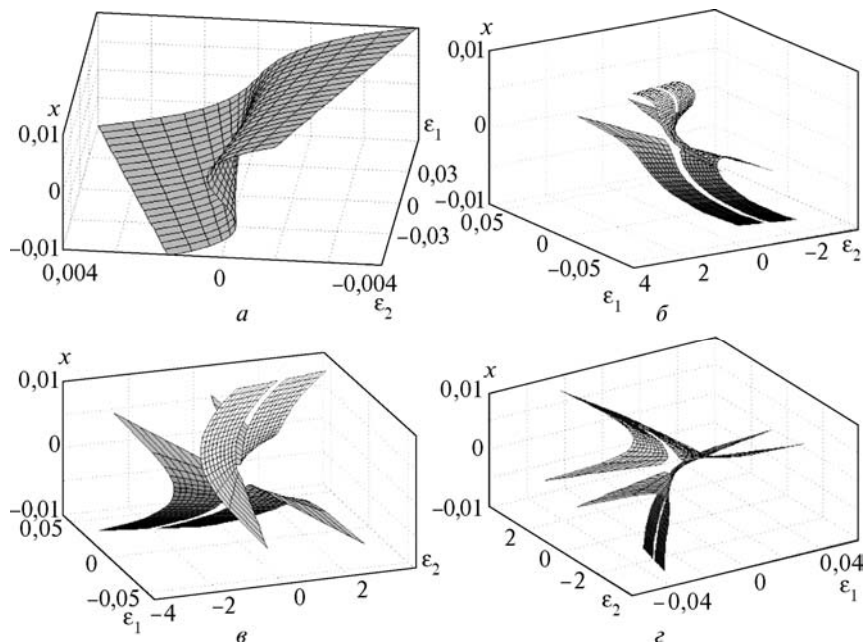


Рис. 5.2. Критическое многообразие  $M$  в пространстве  $(x, \varepsilon_1, \varepsilon_2) \Big|_{\varepsilon_3, \varepsilon_4}$

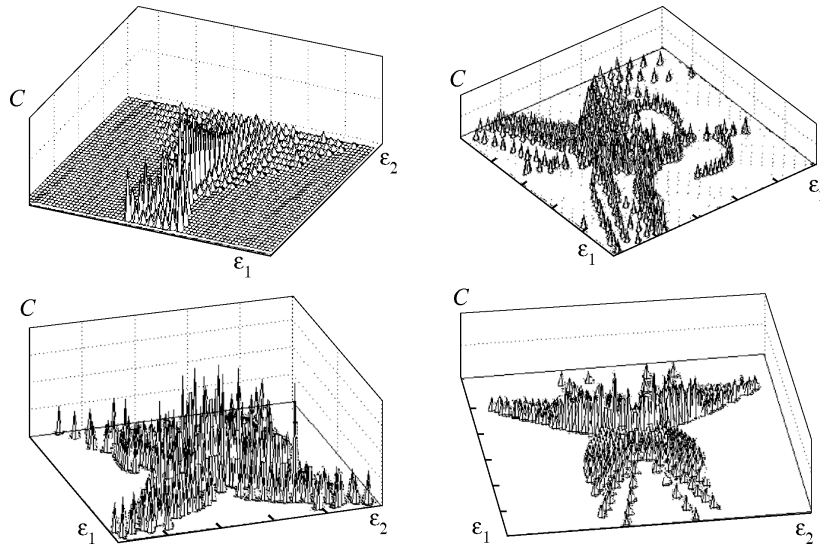


Рис. 5.3. Критические плотности точек  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  в пространстве  $D$

мой системы составить уравнение для чувствительности первого порядка  $z$  системы (модель чувствительности для накопления ошибки). Это уравнение имеет вид

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} z + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = I(x)z + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}, \quad (5.25)$$

где  $z = \frac{\partial x}{\partial \varepsilon}$  — функция чувствительности первого порядка;  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$  — функция погрешности или локальная ошибка вычислительного метода;  $I(x) = \left. \frac{\partial f_g}{\partial x} \right|_{\varepsilon=0, x=x_0}$  — якобиан системы.

Функция  $\frac{\partial f_g}{\partial \varepsilon}$  в общем случае определяет чувствительность к погрешности аппроксимационной схемы вычислительного метода и чувствительность к естественным округлениям счета.

Принципиальное значение имеет тот факт, что в критической области  $\Delta Q_{xy}^{кр}$  решение системы неопределенно. Это настолько усложняет работу компьютера (какое бы правило вычис-



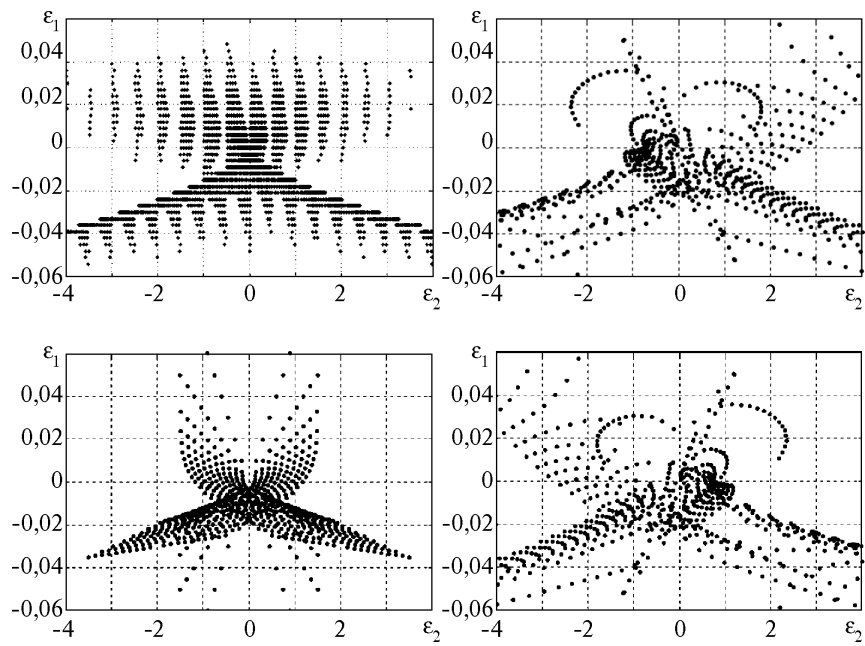


Рис. 5.4. Контрастные критические области  $\Delta Q_\varepsilon^{\text{кп}}$

ления в нем ни использовалось), что он может ее не выполнить. Прообразом этих критических зон являются контрастные критические области  $\Delta Q_\varepsilon^{\text{кп}}$ , приведенные на рис. 5.4.

Важно отметить, что конфигурации этих областей определяются значениями микровозмущений, функционально зависящих от неопределенных параметров  $\varepsilon \in D$ .

### 5.3. КОМПЕНСАЦИЯ КРИТИЧНОСТИ МИКРО- И МАКРОВОЗМУЩЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ

На рис. 5.4 приведены прообразы критических зон  $\Delta Q_{xy}^{\text{кп}}$ . Эти прообразы имеют сложную конфигурацию, разный размер, связанный с принятой системой квантования управляющих воздействий в системе. В частности, в случае компьютерного управления области  $\Delta Q_\varepsilon^{\text{кп}}$  ( $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ) будут одними по размеру и конфигурации, а при эргатическом управлении — другими.

В обоих случаях необходимым условием для обеспечения качественного управления является введение подсистемы, вычисляющей допустимые состояния системы, явно не содержащие критические точки.

Однако наша цель — исключить критические явления из системы, а не ограничивать ее поведение. Если это оказывается возможным, то область  $Q_{x\text{comp}}^{\text{упр}}$  и область эргатического управления  $Q_{x\text{эрг}}^{\text{упр}}$  окажутся тождественными, совпадающими, т. е. будет обеспечена инвариантность свойств системы относительно действий макро- и микровозмущений. Согласно нашему подходу для этого требуется обеспечить компенсацию в каждом из каналов системы.

Рассмотрим процесс компенсации на примере задач ТЕСТ I, ТЕСТ II.

Задача ТЕСТ I взята нами в качестве характерного случая для примера возможности исключения катастроф в системе, задаваемой уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y) + u, \quad u \in U, \quad y \in Y, \quad (5.26)$$

где  $f(x, y)$  — кубика типа 3:  $f(x, y) = x^2y$ ;  $x$  — переменная, характеризующая состояние системы в  $Q_x$ ;  $y$  — возмущение системы  $y \in Y = \{-1, 5, \dots, +1, 5\}$ ;  $u$  — управление, заданное на множестве  $U = \{-1, \dots, 0, \dots, 1\}$ .

Исследуем проблему устранения критичности в системе в пространстве  $E(F)$  конусов управления над  $X; Y$ , где  $F = f(x, y) + u$ . Функция  $F(x, y, u)$ ,  $u \in U$ , задает компактное множество кубик в  $(E(F), X, Y)$  (рис. 5.5), которое образует «тело состояний» управлений системы (5.26). Каждая образующая данного тела представляет собой индивидуальное множество поведения системы

$$X : \left( \frac{dx}{dt} - F(x, y, u) = 0 \right) \quad (5.27)$$

для каждого  $u$  из  $U$  и  $y$  из  $Y$ .

На рис. 5.6 показаны сечения  $E(F)|_{\left(\frac{dx}{dt}\right)}$  тела на уровне некоторых характерных значений:

$$\left( \frac{dx}{dt} \right) : \left( \left( \frac{dx}{dt} \right) = +1; \left( \frac{dx}{dt} \right) = -1; \left( \frac{dx}{dt} \right) = 0; \left( \frac{dx}{dt} = 0, 5 \right) \right).$$

Рис. 5.5. Тело состояний управлений системы

Топологический образ тела наглядно показывает особенность седловой критической точки ( $x = 0$ ;  $y = 0$ ). Так, его сечения образуются точками, являющимися пересечениями  $X$  с поверхностями  $\frac{dx}{dt} = c$ . При компьютерном построении «тела состояний системы» естественным образом проявляется переменная плотность возможных состояний системы с заданным для данного сечения значением  $\frac{dx}{dt} = c$ . Как показано на рис. 5.6, наиболее разрыхленной является область  $L$  вокруг оси  $\frac{dx}{dt}$ .

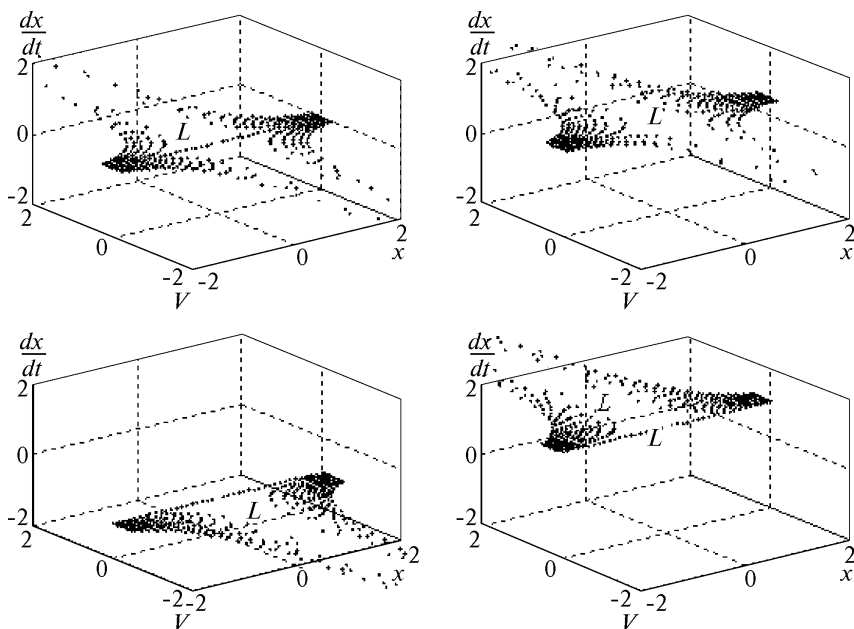
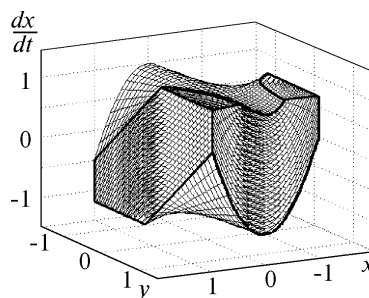


Рис. 5.6. Сечения  $E(F)|_{(\frac{dx}{dt})}$  тела состояний

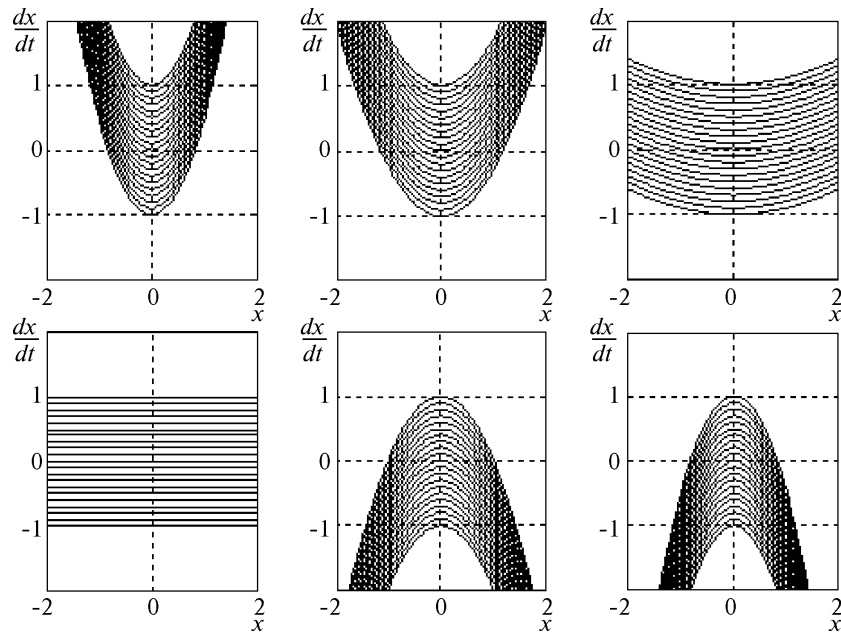


Рис. 5.7. Сечения  $E(F)_y$  пространства конусов  $E(F)$  для разных значений  $Y$

Аналогичная картина наблюдается для сечения  $E(F)_y$  пространства конусов  $E(F)$  для разных значений  $Y$  (рис. 5.7). Сечения пространства  $E(F)$  конусов, содержащих критические точки системы, показаны на рис. 5.6 и 5.7.

Введем согласно [112] в рассмотренную область

$$Q_p = \bigcap_u \bigcup_y E(F(u)) \Big|_y \quad (5.28)$$

и построим ее образ (рис. 5.8). Замечаем, что оболочка данного множества содержит два множества  $\bar{Q}_p$  вырожденных критических точек. Проекция  $Q_p$  на плоскость  $\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$  обладает максимальной плотностью. Используем этот факт, чтобы исключить критические точки из множества

$$pr_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)} Q_p.$$

Для этого с помощью оператора преобразования, задаваемого функциональным уравнением абсолютной инвариантности [70]

$$f(x, y) + u = p, \quad (5.29)$$

получаем вместо системы (5.26) другую, но уже абсолютно реконфигурированную, систему

$$\frac{dx}{dt} = p, \quad p \in \underset{\left(\frac{dx}{dt}\right)}{pr} Q_p, \quad x \in \underset{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}{pr} Q_p. \quad (5.30)$$

Здесь  $p$  — новый виртуальный управляющий параметр для реконфигурированной системы (5.27).

Пространство конусов  $E(p)$  показано на рис. 5.9. Анализ данного пространства показывает, что вследствие реконфигурации системы система внутри области  $Q_p$  подверглась существенным изменениям. Теперь она образована выпрямленными траекториями  $\left(\frac{dx}{dt} - p = 0\right)$ ,  $p \in Q_p$ . В результате внутри области исчезли все критические точки, порожденные кубиками  $(x^2y)$ . Они сохранились лишь на поверхности оболочки  $\bar{Q}_p$ . Следовательно, их

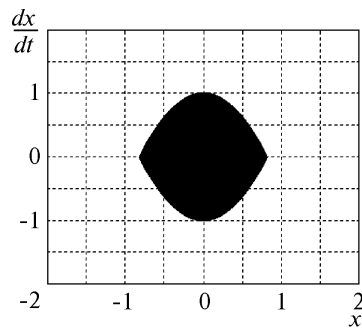


Рис. 5.8. Образы области

$$Q_p = \bigcap_u \bigcup_y E(F(u)) \Big|_y$$

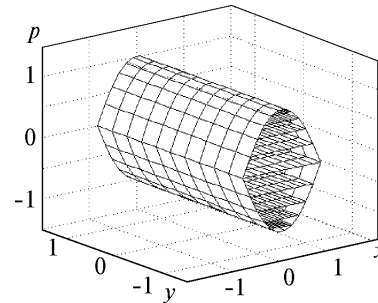
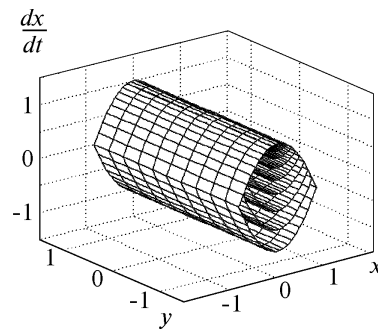


Рис. 5.9. Пространство конусов  $E(p)$

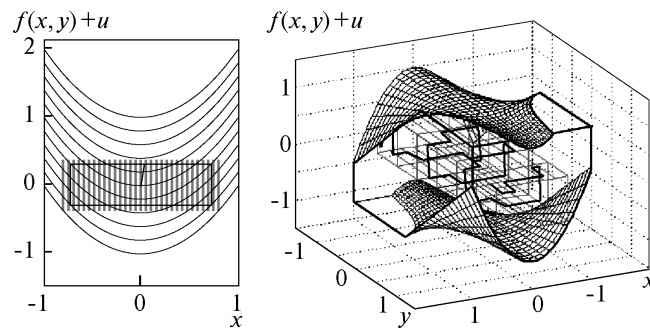


Рис. 5.10. Моделирование качества работы реконфигурирующей технологии

можно устранить из системы, ограничив используемую часть пространства конусов  $Q$  любым внутренним множеством  $\tilde{Q}_p \in \in Q_p$ . Теперь это множество  $\tilde{Q}$  представляет собой структурно-устойчивое пространство поведений системы. Моделирование качества работы технологии иллюстрируют графики на рис. 5.10.

Задача ТЕСТ II отличается лишь тем, что в ней функция  $f(x, y)$  в (5.26) имеет вид

$$f(x, y) = x^4 y, \quad (5.31)$$

т. е. с точки зрения критичности и степени неустойчивости к макро- и микровозмущениям функция (5.31) является (см. рис. 5.1—5.4) более сложной.

В задаче «ТЕСТ II» рассматривается процедура реконфигурации нелинейной системы для ее искусственного «выпрямления» за счет использования оператора преобразования, задаваемого функциональным уравнением абсолютной инвариантности [70]:

$$f(x, y) + u = p_0. \quad (5.32)$$

Уравнение реконфигурированной системы теперь задается не уравнением (5.26), а системой

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} F(x, y, u), & u \in U, \text{ если } x \notin A, y \notin B, \\ rp_0, & p_0 \in P, \text{ если } x \in A, y \in B, \end{cases} \quad (5.33)$$

при  $A = (-a_1, a_2)$ ;  $B = (-b_1, b_2)$ ;  $P = (-c_1, c_2)$ , где  $p_0$  — новое виртуальное управление идеально реконфигурированной системы в области  $x \in A, y \in B, r = 1$ ;  $r = 1$  — реконфигурированный оператор.

При этом числа  $a_i, b_i, c_i$  выбраны так, чтобы иметь удовлетворяющую нас по размерам зону  $A \times B \times P$  реконфигурированного состояния системы (рис. 5.11). Внутри такой области состояние системы (5.33) бездефектно, бескатастрофично. Кроме того, под воздействием оператора (5.32) все линии, образующие область  $A \times B \times P$ , выпрямлены, зоны концентрации разглажены. Это наблюдается даже тогда, когда вид функций  $f_g(x, y)$  подвергается рассмотренным выше возмущениям или когда на функцию  $f(x, y)$  налагается, например, блуждающее возмущение (рис. 5.12). В зоне  $A \times B \times P$  якобиан  $I(x)$  системы хорошо обусловлен, следовательно, вычислительный процесс может быть создан достаточно эффективно.

Как отмечено выше, такой подход к реконфигурации критической системы носит чисто теоретический характер. Действительно, для его реализации в операторе (5.33) необходимо знать функцию  $f_g(x, y)$  целиком и абсолютно точно. Однако практически реально функцию  $f_g(x, y)$  можно идентифицировать лишь приближенно, в результате чего можно потерять и «прячущуюся» где-то критическую точку.

Применяя технологию косвенного измерения возмущения, получаем (в данном случае более сложной функции  $f(x, y)$ ) желаемый результат практической компенсации критических точек, а также микро- и макровозмущений. Полная структура промоделированной системы приведена на рис. 5.13.

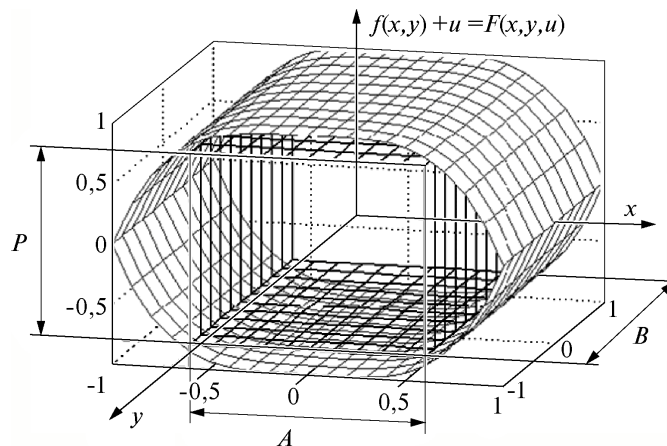


Рис. 5.11. Зона регулярированного состояния системы, где  $A = (-a_1, a_2)$ ;  $B = (-b_1, b_2)$ ;  $P = (-c_1, c_2)$

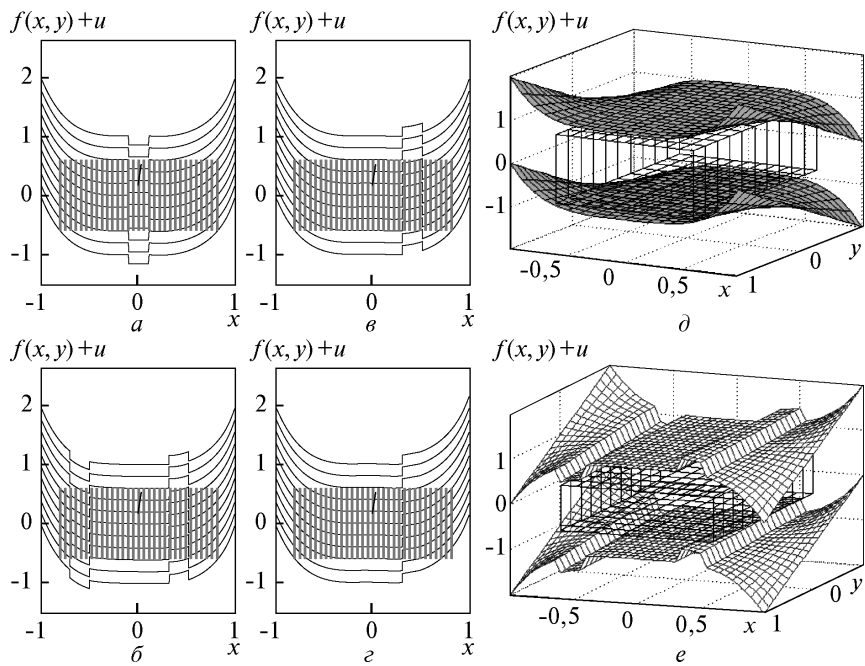


Рис. 5.12. Блуждающая деформация, налагающаяся на функцию  $f(x,y) + u$

Моделирование качества работы реконфигурирующей технологии иллюстрируют графики на рис. 5.14. Экспериментально показано, что при  $k$ , равном уже 10, качество работы системы удовлетворительно, точность функционирования повышается с увеличением частоты функционирования контура II.

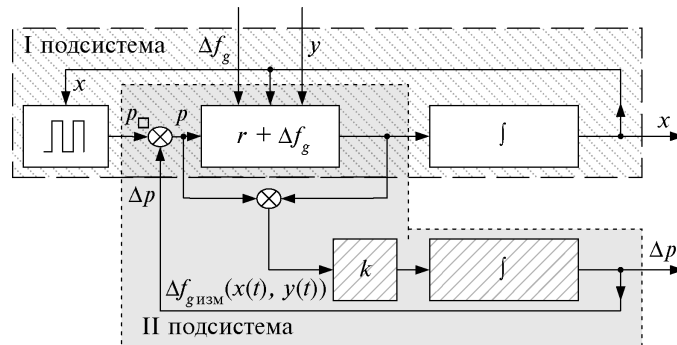


Рис. 5.13. Структурная схема реконфигурирующей технологии



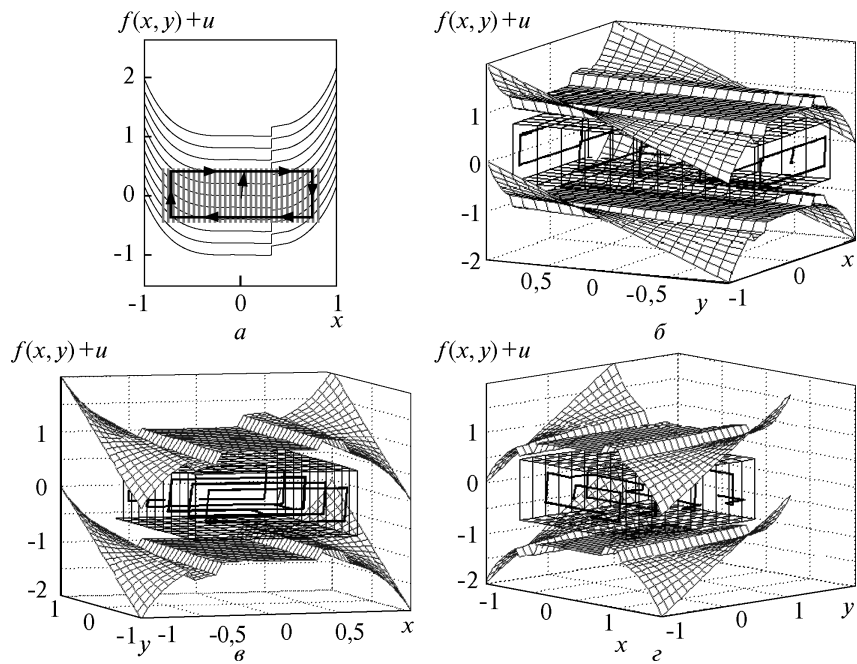


Рис. 5.14. Моделирование качества работы реконфигурирующей технологии

Исходя из результатов исследований, можно сделать вывод, что реконфигурирующая технология позволяет реализовать принцип реконфигурации нелинейной системы (5.26) в области  $x \in A$ ,  $y \in B$  для таких систем:

- с заданной неизменной схемой расположения критических точек,  $\varepsilon = \text{const}$ ;
- с критическими точками, дрейфующими за счет изменения во времени параметров  $\varepsilon(t)$  возмущения;
- с произвольными возмущениями функции  $f_g(t, x, y)$ .

## МЕТОДЫ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В «БОЛЬШОМ»

### 6.1. МЕТОД СИНТЕЗА КАЧЕСТВА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ В «БОЛЬШОМ»

**6.1.1. Формальная постановка задачи управления сложным нелинейным динамическим объектом.** Рассмотрим существенно нелинейные процессы и системы в условиях неопределенности и взаимодействия с другими системами и средой.

Требуется решить задачу управления сложным нелинейным динамическим объектом, математическая модель которого задана в виде (2.9) или в форме дифференциального включения (2.8)[90].

Функция  $\mathfrak{F}$  в (2.8) задает конус системы (2.9) в каждой точке пространства  $(Q_x \subset R_x^n, T)$  над  $U$  и  $V$ . Здесь  $Q_x$  — область определения конуса системы (2.9);  $T$  — интервал времени;  $U$  — множество значений управляющих воздействий на объект;  $V$  — множество значений неконтролируемых воздействий, возмущающих объект.

Заданы:

$X^0$  — множество возможных начальных состояний  $x^0$  объекта в области  $R_x^n$  определения модели объекта:

$$x^0 \in X^0 \subseteq R_x^n, \quad (6.1)$$

где  $x^0$  — начальное состояние объекта;

$X^k$  — множество желаемых конечных состояний объекта:

$$x^k \in X^k \subseteq R_x^n, \quad (6.2)$$

где  $x^k$  — конечное состояние объекта.

Предполагаем, что множества  $X^0$  и  $X^k$  — непересекаемы:

$$X^0 \cap X^k = \emptyset.$$

Требуется синтезировать алгоритм изменения управляющего воздействия  $u$  как функции состояния объекта и среды

$$u = u(t_0, x^0, x, v) \in U \quad (6.3)$$

(где  $t_0$  — начальный момент времени) таким образом, чтобы траектория

$$X^*(x^0, x^k, x) \in Q_x \quad (6.4)$$

поведения системы (2.2), (6.3) в  $R_x^n$  не выходила из области ограничений  $L(t, x)$  на состояния  $x$  объекта (2.9) при управляемом движении системы из  $x^0$  в  $x^k$ :

$$X^*(t_0, t) \in L(t, x). \quad (6.5)$$

Здесь  $L(t, x) \subseteq R_x^n$  — ограниченная многосвязная область допустимых состояний объекта.

**6.1.2. Оценка корректности задачи синтеза управления нелинейным объектом при наличии внешних ограничений.** Априори постановка задачи синтеза функций управления (6.3) для объекта (2.9), обеспечивающей при своей реализации перевод объектов (2.9), (6.5) из произвольно назначаемых начальных  $x^0$  в конечные  $x^k$  состояния объекта (2.9), системно не обоснована. Это означает, что в общем случае может не существовать реальной возможности перевода системы из  $x^0$  в  $x^k$  из-за несовместимости этих состояний с потенциальными возможностями управления объектом (2.9) при (6.5).

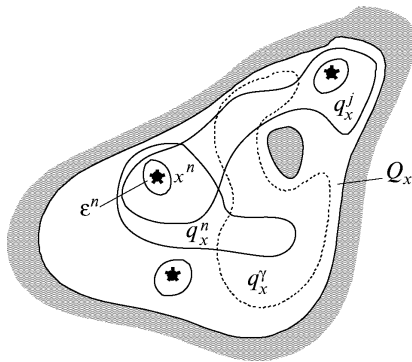
Задачи управления разобьем на три больших класса.

1. Задачи управления в «малом».
2. Задачи управления в «большом».
3. Задачи управления в «целом».

**Определение 6.1.** Под анализом и синтезом в «малом» понимают исследование свойств возможности и синтеза целенаправленного изменения в динамике состояний процесса/системы в некоторой области  $Q'_x \subset Q_x$ , являющейся  $\varepsilon$ -окрестностью любой из особых точек процесса/системы.

**Определение 6.2.** Под анализом в «большом»/в «целом» понимают исследование свойств возможности целенаправленного изменения в динамике состояний процесса/системы в некоторой области  $Q'_x \subset Q_x$ , не являющейся окрестностью любой из особых точек процесса/системы либо содержащей несколько особых точек с их окрестностями (анализ в «большом»), или во всей области  $Q_x$  определения модели процесса/системы (анализ в «целом»).

**Определение 6.3.** Под управлением в «большом»/в «целом» понимают целенаправленное изменение в динамике состояния процесса/системы в некоторой области  $Q'_x \subset Q_x$ , не являющейся окрестностью любой из особых точек процесса/системы либо содержащей



**Рис. 6.1.** Понимание терминов в «малом», в «большом», в «целом»:

в  $\varepsilon^n$  — в «малом»; в  $q_x^j$ ,  $q_x^n$ ,  $q_x^i$  — в «большом»; в  $Q_x$  — в «целом»

несколько особых точек с их окрестностями (управление в «большом»), или во всей потенциально возможной области  $Q_x^{y,c}$  процесса/системы (управление в «целом»).

**Замечание 6.1.** Область  $Q_x^{y,c}$

поглощает особые точки процесса/системы.

**Замечание 6.2.** Сложность анализа существенно возрастает с увеличением области  $Q_x'$  и поглощением разного множества особых точек.

Рис. 6.1. иллюстрирует понимание терминов в «малом», в «большом» и в «целом» в задачах анализа и синтеза сложных динамических систем в функциональном смысле. Второй и третий классы задач управления относятся к классу задач управления сложными объектами.

В настоящее время задачи управления в «большом» и в «целом» наименее разработаны и являются проблемными.

Класс ЭС управления сложными объектами типов (2.9), (6.5), рассматриваемый нами, относится к классу систем второго и третьего типов. В связи со сложностью решения задачи управления объектами этих типов необходимо обязательное предварительное априорное исследование и анализ потенциальных возможностей управления данными объектами и последующее согласование требуемых целей управления с определенными на этапе анализа возможностями объектов.

Будем называть цели (3.1) и (3.2) функционально корректными, если они функционально согласуются со свойствами объектов (1.10), (3.5). Сформулируем условие функциональной корректности задачи управления для эргатических динамических систем в форме утверждения.

**Утверждение 6.1.** Задача синтеза эргатической системы управления (3.3) для перевода объектов (1.10), (3.5) из состояния (3.1) в состояние (3.2) функционально корректна в «большом», если для объекта (1.10), (3.5) существует связная область полностью управ-

ляемого состояния  $Q_x^{y,c} \subset (Q_x \cap L)$  такая, что начальное состояние  $x^0$  и требуемое конечное состояние  $x^*$  систем (2.9), (6.5) принадлежат области  $Q_x^{y,c}$  полностью управляемого состояния объектов (2.9), (6.5):

$$(x^0, x^*) \in Q_x^{y,c} \subseteq Q_x \cap L \subset R_x^n. \quad (6.6)$$

Здесь используется понятие области полностью управляемого состояния  $Q_x^{y,c}$  для объектов общего вида, которое было введено в [73].

**Определение 6.4.** Функционально корректной постановкой задачи управления (задача «качества») называется задача (3.1)—(3.5) такая, решение которой существует и может быть гарантированно реализовано в реальных условиях функционирования системы.

**Определение 6.5.** Формальная постановка задачи (3.1)—(3.5) при выполнении условия (3.6) является функционально корректной.

## 6.2. ОБЩИЕ СИСТЕМНЫЕ СВОЙСТВА ОБЛАСТИ ПОЛНОСТЬЮ УПРАВЛЯЕМОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА

**Определение 6.6** (в терминах задачи (1.10), (3.5)). Областью полностью управляемого состояния объектов (2.9), (6.5) по вектору  $x_k$ ,  $k \leq n$ , (где  $k$  — размерность вектора) называют в ТЭС [73] область  $Q_{x_k}^{y,c} \subseteq Q_x \cap L \subset R_x^n$  такую, любые две точки  $x_k^1$  и  $x_k^2$  которой взаимно соединяемы при соответствующем выборе ограниченного управления (6.3).

Далее нижний индекс  $k$  опускается и используется лишь по необходимости.

**Замечание 6.3.** В определении 6.6 имеем:

- термин «управляемое состояние» объекта по смыслу отождествляется с термином «достижимое состояние» [73];
- достижимость рассматривается как вид управляемости [110];
- согласно [110] достижимость характеризуется областью пространства состояний, каждая точка которого может быть достигнута при управлении, ограниченном заданной областью;
- под областью  $Q_x^{y,c}$  в определении 3.6. понимают в расширенном смысле «взаимной достижимости» все точки  $x$ , образу-

щие область  $Q_x^{y.c}$ , т. е. достижимость  $x^2$  из  $x^1$  и, наоборот, достижимость  $x^1$  из  $x^2$  для всех  $x^1, x^2 \in Q_x^{y.c}$ .

**Следствие 6.1.** Из определения 6.1 следует важный системный факт: если объект (2.9), (6.5) полностью управляемый, то, следовательно, существуют такие функции управления (6.3), что в поведении замкнутой системы (2.9), (6.5), (6.3) в фазовом пространстве образуются орбиты (циклы)  $O(x)$ , содержащие в себе позиции  $x^1$  и  $x^2$ .

При этом оказывается, что каждые две позиции  $x^1$  и  $x^2$  из  $Q_x^{y.c}$  могут принадлежать одновременно некоторому подмножеству  $M_{(x^1, x^2)} \subseteq M$  орбит  $O_i(x, x^1, x^2)$ :

$$M_{(x^1, x^2)} \{O_i(x, x^1, x^2) \mid i \in I_{(x^1, x^2)}\}. \quad (6.7)$$

**Следствие 6.2.** Область  $Q_x^{y.c}$  полностью управляемого состояния объекта (2.9), (6.5) по определению образуется контактным множеством всех орбит  $O_i(x)$  системы (2.9), (6.5), (6.3):

$$Q_x^{y.c} = M \{O_i(x) \subseteq Q_x \cap L, i \in I\}. \quad (6.8)$$

**Определение 6.7.** Контактным множеством  $M$  орбит  $O_i, i \in I$ , называется множество орбит  $O_i$  такое, что его любые два цикла  $O_i$  и  $O_k$  обладают прямым или косвенным (опосредованным другими контактными орбитами) контактом.

### 6.3. МЕТОД ГАРАНТИРОВАННОЙ ОЦЕНКИ ОБЛАСТИ ПОЛНОСТЬЮ УПРАВЛЯЕМОГО СОСТОЯНИЯ

**6.3.1. Постановка задачи «измерения» области полностью управляемого состояния  $Q_x^{y.c}$  [89].** Для существенно нелинейных объектов (2.9), (6.5), функционирующих в условиях наличия ограничений ( $Q_x, U, V, L$ ) произвольного вида, являющихся не обязательно выпуклыми областями, построение области  $Q_x^{y.c}$  представляет серьезную проблему.

Однако проблемность задачи построения области  $Q_x^{y.c}$  можно в определенной мере преодолеть, если эту задачу заменить задачей оценки ее снизу, а точнее, оценки области  $Q_x^{y.c}$  изнутри.

Для оценки области  $Q_x^{y,c}$  изнутри для объектов (2.9), (6.5) предлагаем применить в качестве «измерителя» (меры) области  $Q_x^{y,c}$  другую динамическую систему, построение и оценка области управляемости и достижимости  $Q_x^{y,c}$  которой хорошо методически обоснована [58]. Тогда при выполнении требований согласования характеристик этого нового объекта со свойствами исходного объекта (2.9), (6.5), которые обеспечивают свойство иммерсированности (вложенности) нового объекта в исходный, открывается возможность по области  $Q_x^{y,c}(\sigma)$  оценивать область  $Q_x^{y,c}$  исходной системы. Здесь  $\sigma$  — параметр, характеризующий класс «вкладываемых» объектов.

При этом, очевидно, что имеет место

$$Q_x^{y,c}(\sigma) \subseteq Q_x^{y,c}. \quad (6.9)$$

**6.3.2. Мера (единица) измерения области  $Q_x^{y,c}$  полной управляемости объекта.** В качестве меры (единицы) измерения области  $Q_x^{y,c}$  предложено использовать два типа мер — безинерционную и инерционную.

**Определение 6.8.** *Безинерционной мерой для измерения области  $Q_x^{y,c}$  объекта (2.9) назовем модель движения точки  $x$  в  $n$ -мерном пространстве под действием единичной силы, которая может сообщать этой точке скорость, не превышающую по модулю единицу и направленную в любую сторону:*

$$\frac{dx_i}{dt} = p_i, \quad p_i \in P_i^0 = (-1, +1), \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.10)$$

**Определение 6.9.** *Инерционной мерой для измерения области  $Q_x^{y,c}$  объекта (2.9) назовем модель движения в  $n$ -мерном пространстве точки  $x$ , обладающей единичной массой под действием единичной управляющей силы, которая может сообщать этой точке ускорение, не превышающее по модулю единицу и направленное в любую сторону:*

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = p_i, \quad p_i \in P_i^0 = (-1, +1), \quad i = 1, \dots, n, \quad (6.11)$$

или (6.11) в фазовых переменных  $(x_i, y_i)$  положения и скорости точки:

$$\frac{dx_i}{dt} = y_i;$$

$$\frac{dy_i}{dt} = p_i, \quad p_i \in P_i^{\square} = (-1, +1), \quad (x_i, y_i) \in R_x^n \times R_y^n. \quad (6.12)$$

Выбор в качестве измеряющих систем моделей (6.10), (6.11) и (6.12) обоснован детальным анализом и синтезом их определенных оптимальных движений, полностью использующих отпущенный им ресурс управления  $p = \pm 1$  для достижения целей управления [58].

Предлагаем использовать безинерционную мерную систему (6.10) для оценки области  $Q_x^{y,c}$  применительно к динамическим нелинейным объектам общего вида (2.9), задаваемых в форме

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(t, x_i, u_i, v_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (6.13)$$

а «инерционную» систему (3.12) — для динамических объектов (1.10), имеющих вид

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = F_i(t, \frac{dx_i}{dt}, x_i, u_i, v_i), \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.14)$$

Естественно и то, что для комбинированного случая модели (2.9) в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= F_i(t, \frac{dx_j}{dt}, x_i, u_i, v_i), \quad i = 1, \dots, n_1; \\ \frac{d^2x_j}{dt^2} &= F_j(t, \frac{dx_j}{dt}, x_j, x_i, u_j, v_j), \quad j = n_1, \dots, n \end{aligned} \quad (6.15)$$

должна быть использована и комбинированная мерная модель вида

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= p_i, \quad p_i \in P_i^{\square} = (-1, +1), \quad i = 1, \dots, n_1; \\ \frac{d^2x_j}{dt^2} &= p_j, \quad p_j \in P_j^{\square} = (-1, +1), \quad j = n_1, \dots, n. \end{aligned} \quad (6.16)$$

**6.3.3. Свойство области управляемого состояния «мерных» систем в открытых пространствах.** «Мерные» системы (6.10), (6.11) и (6.16) имеют области  $Q_x^{y,c}$  полностью управляемого состояния,



образуемые произведением ортогональных  $Q_x^{y,c}$  областей управляемого по  $x_i, i \in N$ , состояния. Каждая область  $Q_x^{y,c}, i \in N$ , совпадает со всем подпространством  $R_x^n$  при  $n = 1$  в безинерционном случае, а при  $n = 2$  — в инерционном случае. Тогда

$$Q_x^{y,c} = \prod_{i \in N} Q_{x_i}^{y,c} = R_x^n, \quad (6.17)$$

что следует из [58].

Так, согласно основным положениям математической теории оптимальных процессов [58] имеем:

1) две любые точки  $x^1$  и  $x^2$ , соответствующие системам (6.10), (6.11) или (6.16), соединяются оптимальными по быстрдействию траекториями, каждая из которых образуется одной предельной фазовой траекторией (в случае системы (6.10)) и двумя предельными фазовыми полутраекториями (в случае (6.12)), каждая из которых соответствует управлению с модулем 1;

2) при  $x^1 \rightarrow x^2, x^1 = x^2$  такие оптимальные траектории образуют оптимальные циклы  $O_i(x^1, x^2, x^1 = x^2)$ , заполняющие для всех  $x^1, x^2 \in R_{x_i}$  все пространство  $R_{x_i}$  (рис. 6.2).

Тогда вся совокупность циклов (рис. 6.3)

$$M\{O_i(x_i, x_i^1, x_i^2)\}, \quad \forall x_i^1, x_i^2 \in R_{x_i}, \text{ для (6.10)}$$

$$M\{O_i((x_i, y_i), (x_i^1, y_i^1), (x_i^2, y_i^2))\},$$

$$\forall (x_i^1, x_i^2) \in R_{x_i}, (y_i^1, y_i^2) \in R_{y_i}, \text{ для (6.12)} \quad (6.18)$$

системно опосредована мерами (6.10), (6.11) и (6.16), образует в  $R_x^n$  структуру состояний систем, упорядоченных траекториями оптимально управляемых «мерных» систем (см. рис. 6.2).

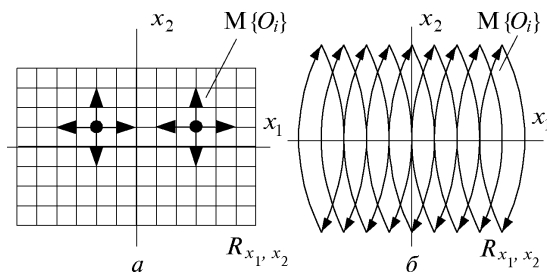


Рис. 6.2. Структурная организация пространства  $R_{x_i}$  по свойству управляемости «мерных» систем: а — (6.10); б — (6.12)

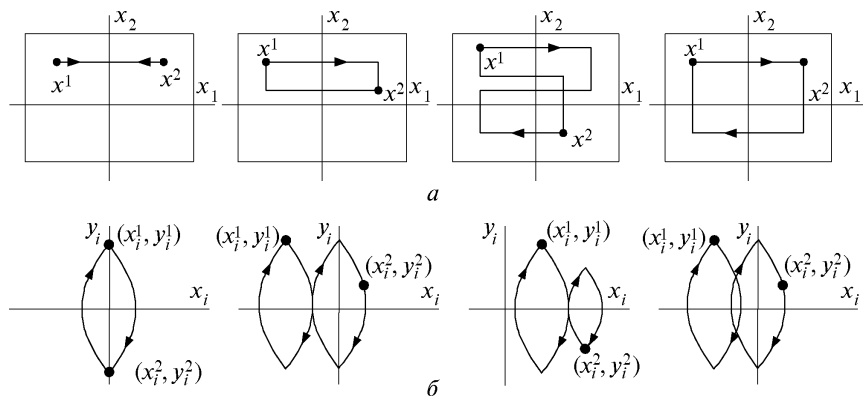


Рис. 6.3. Примеры форм циклов  $O_i$  для двух типов систем:  
 а — (6.10); б — (6.12)

Таким образом, «мерные» системы (6.10) и (6.12) порождают в  $R_x$  симметричную систему криволинейных (гауссовых) координатных линий, раскрашенных знаком управляющей функции  $\text{sign } p = +1$  или  $\text{sign } p = -1$ . Каждая из криволинейных линий в них представляет собой интегральную кривую движения систем (6.10) и (6.12) в фазовом пространстве  $R_x$  под действием постоянного по величине  $|p|$  управляющего воздействия с положительным и отрицательным знаком. В случае использования в качестве мерной системы модели (6.10) фазовыми траекториями являются семейство прямых линий

$$x_i = c_i = \text{const}, \quad (6.19)$$

а в случае (3.12) — семейство парабол

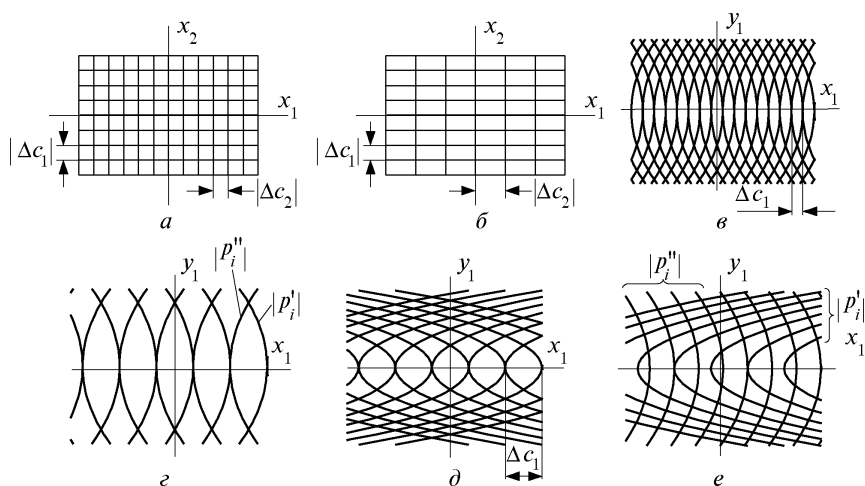
$$\begin{aligned} x_i - \frac{1}{2p_i}(y_i)^2 &= c_i, \quad c_{i+1} = 0, \quad \text{при } \text{sign } p = +1; \\ x_i + \frac{1}{2p_i}(y_i)^2 &= c_i, \quad c_{i+1} = 0, \quad \text{при } \text{sign } p = -1, \end{aligned} \quad (6.20)$$

где  $c_i$  — постоянные интегрирования для  $x_i$  неопределенных фиксаций.

При построении системы гауссовых координатных линий постоянные  $c_i$  образуют натуральный ряд чисел:

$$-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, +\infty.$$

Кроме того, каждая выбранная пара



**Рис. 6.4.** «Мерные» сетки гауссовых координат:  
 а, в, г, д — гомогенная система координатных линий  $|p_i^l| = |p_i^n|$ ; б — гетерогенная система координатных линий  $\Delta c_1 \neq \Delta c_2$ ; е — гетерогенная система координатных линий  $\Delta c_1 \neq \Delta c_2$ ,  $|p_i^l| = |p_i^n|$

$$(+p_i, -p_i) \in P \quad (6.21)$$

задает на евклидовом пространстве свою систему гауссовых координат  $S(+p_i, -p_i; M_R; M_c)$  для измерения полной управляемости систем (6.13), (6.14) и (6.15) (рис. 6.4). Здесь  $(M_R; M_c)$  — соотношение масштабов пространств евклидова  $M_R$  и масштаба чисел  $c_i$  (6.19), (6.20).

**Примечание 6.1.** Мерные циклы  $O_i$  (6.18) наносятся на сетки  $S(-p_i, +p_i; M_R; M_c)$  и заполняют пространство  $R_x^n$ .

Каждый цикл  $O_i$  в данной структуре образуется как минимум двумя полутраекториями, принадлежащими различно окрашенным координатным ( $p > 0$ ) или ( $p < 0$ ) линиям.

#### 6.4. СИСТЕМНЫЙ МЕТОД ИММЕРСИРОВАНИЯ И ВИРТУАЛИЗАЦИИ «МЕРНЫХ» СИСТЕМ В РЕАЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

**6.4.1. Виртуальные управляемые процессы реальной динамики нелинейного объекта.** По определению процессы (2.9) нерегулярны, по крайней мере, в силу действия неконтролируемого внешнего возмущения  $v \in V$  на динамику объекта (2.9) [121].

Введем в рассмотрение понятие виртуального управляемого процесса системы (2.9).

**Определение 6.10.** Если существует такой регулярный процесс, представимый логико-динамической системой уравнений

$$\frac{d^{m_i} x_i}{dt^{m_i}} = p_i, \quad x \in Q_{x_i}^{\square}, \quad p_i \in P_i^{\square}, \quad i = (1, \dots, n), \quad (6.22)$$

( $m_i = 1$  для (6.10) и  $m_i = 2$  для (6.11)), где  $Q_x^{\square} = \bigcup_{j \in J} Q_x^{\square(j)}$  — связная область в  $R_x^n$ ,  $j \in J$ ,

$$P^{\square} = \bigcup_{j \in J} P^{\square(j)}, \quad (6.23)$$

$$p_i \in P_i^{\square(j)}, \quad \text{если } x_i \in Q_{x_i}^{\square(j)}, \quad (6.24)$$

$Q_{x_i}^{\square(j)}$  и  $P_i^{\square(j)}$  — «прямоугольные» области в  $R_x^n$  и  $P_i^n$  соответственно, задающие  $j$ -ситуативные пространства конусов

$$Q_{x_i p}^{\square(j)} = \bigcup_{i \in J} (Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)}) \quad \text{для всех } j \in J, \quad (6.25)$$

который может быть погружен в реальный процесс (2.9) так, что пространство конусов  $(Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$  системы (6.22) устойчиво выделимо в реальном пространстве конуса  $Q_{x_F}(v)$ ,  $v \in V$  системы (2.9):

$$Q_{x_i p}^{\square} = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \cap Q_{x_F}(v) = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \quad \text{для всех } v \in V, \quad (6.26)$$

то такой процесс (6.22) для системы (2.9) является виртуальным регулярным динамическим процессом.

Прямоугольные  $n$ -мерные параллелепипеды  $Q_x^{\square}$  и  $P^{\square}$  ориентируются в пространствах  $R_x^n$  и  $R_p^m$  таким образом, что их ребра и оси координат пространств  $R_x^n$  и  $R_p^m$  взаимно параллельны.

**Следствие 6.3.** 1. Условие (3.26) удовлетворяется при

$$Q_{x_i p}^{\square} = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \subset \operatorname{iny}_{v \in V} Q_{x_F}(v) = \bigcap_{v \in V} Q_{x_F}(v). \quad (6.27)$$

2. Под оптимальной вложимостью  $(Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square})$  в  $Q_{x_F}$  можно понимать процесс аппроксимации  $Q_{x_F}$  системой прямоугольных пространств (рис. 6.5).

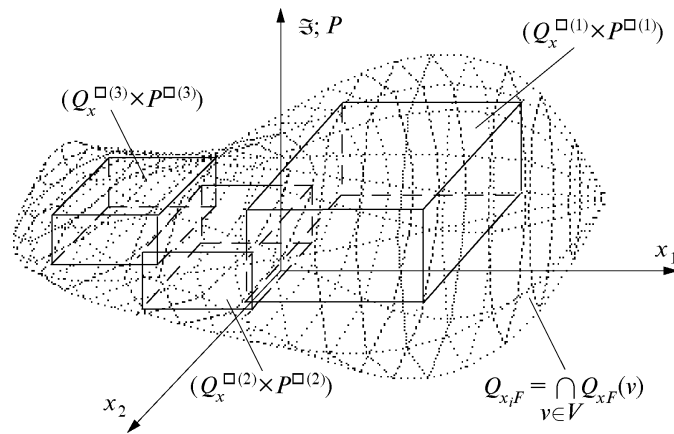


Рис. 6.5. Аппроксимация пространства  $\mathfrak{S}$ ,  $Q_x$  конусов системы (2.9) пространством состояний конусов  $Q_x^{\square}, P^{\square}$  виртуального процесса

**6.4.2. Процедура погружения и виртуализации «мерных» систем в реальный процесс.** Пусть задано множество  $J$ , определяющее структуры  $Q_{xP}^{\square} = (Q_x^{\square} \times P^{\square})$  «мерной» системы. Погрузим систему (6.22)—(6.24) в исходный реальный процесс (2.9). Процедура погружения  $Q_{x_i P}^{\square}$  в  $\text{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  как процесс измерения  $\text{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  мерными областями  $Q_{x_i P}^{\square}$  требует последовательного назначения множества  $J$ , первоначально состоящего из одного элемента  $j = 1$ , до некоторой величины, удовлетворяющей по сложности разработчика синтезируемой системы. Здесь  $j$  — порядковый номер области  $Q_{xP}^{\square(j)}$ , а  $J$  — множество областей, образующих структуры  $Q_{xP}^{\square}$ .

Вложение  $J$ -структуры  $Q_{xP}^{\square(j)}$  в  $\text{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  требует деформации (сжатия, расширения) размеров первоначально априори заданной «мерной» области  $(Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$  и сдвига ее и ее составляющих таким образом, чтобы она была не только погружена целиком в  $\text{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  но и максимально заполняла бы область  $\text{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$ , а также была связной (рис. 6.6).

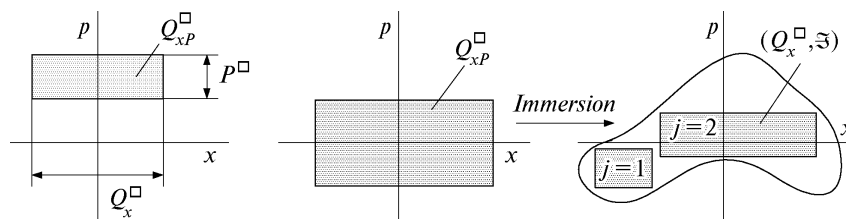


Рис. 6.6. Процедура образования виртуальных систем  $\frac{dx}{dt} = p$ :

$a$  — абстрактно заданный «мерный» процесс в  $Q_{xP}^{\square}$ ;  $b$  — абстрактно заданный «мерный» процесс в  $Q_x^{\square}$ ;  $\sigma$  — виртуальные погруженные в  $(Q_x^{\square}, \mathfrak{S})$  процессы ( $j = 1$  и  $j = 2$  соответственно)

В случае полного погружения «мерной» системы (6.22), (6.23), (6.24) в систему (2.9) согласно (6.27) она становится виртуальной системой объекта (2.9) при условии, если существует инвариантное по  $V$  отображение  $U$  в  $P$ , задаваемое оператором [73]:

$$U \xrightarrow{\mathfrak{S}} P; \quad (6.28)$$

$$\mathfrak{S}(x, u, v) = p, \quad u \in U, v \in V, \quad (6.29)$$

где  $\mathfrak{S}$  — правая часть системы уравнений объекта (2.9);  $p$  — правая часть «мерной» системы (6.22).

Согласующий оператор (6.29) реальной и «мерной» систем представляет собой уравнение абсолютной инвариантности для существенно нелинейных систем [73].

Теперь области  $Q_x^{\square}$  и  $P^{\square}$  будем называть по смыслу их введения, т. е. виртуальной областью состояний  $Q_x^{\square}$  и виртуальной областью управлений  $P^{\square}$  функционального виртуального процесса (6.22). Объект (6.22) по смыслу введения виртуального управляющего воздействия (6.29) является виртуальным объектом, вложенным в исходный реальный процесс.

**Утверждение 6.2.** Если существует такое расширение системы (2.9)

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right), \quad u \in U, v \in V, \quad \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)},$$

$$u = (u_1, \dots, u_n); \quad v = (v_1, \dots, v_n); \quad x = (x_1, \dots, x_n), \quad (6.30)$$

образующее комплекс

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right), \quad u \in U, v \in V,$$

$$u = F^{-1}\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right), \quad \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square}, \quad p \in P^{\square}; \quad (6.31)$$

$$p = (p_1, \dots, p_n) \in P^{\square} = (P_1 \times P_2 \times \dots \times P_n);$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) = \left(\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right), \left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right), \dots, \left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right)\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square} =$$

$$= \left(Q_{\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right)}^{\square} \times Q_{\left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right)}^{\square} \times \dots \times Q_{\left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right)}^{\square}\right) \subset Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square}, \quad (6.32)$$

что  $F^{-1}$  является обратным оператором

$$u = F^{-1}\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right), \quad u \in U, v \in V,$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square}, \quad p \in P^{\square} \quad (6.33)$$

инвариантного преобразования (6.28) над (6.32) [73]

$$p = F\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right),$$

то система

$$\frac{d^2x}{dt^2} = p; \quad \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square}; \quad p \in P^{\square} \quad (6.34)$$

является виртуальной динамической системой.

**6.4.3. Свойства виртуальных процессов (6.22).** 1. Функционально виртуальный объект «вложен» (иммерсирован) в исходный процесс.

2. Виртуальный процесс представляет собой максимально редуцированную форму управляемых инвариантных и автономных процессов по отклонению к внешним и внутренним возмущениям системы.

3. Виртуальный процесс, определенный в форме (6.22), является регулярной частью общих процессов (2.9) и «алгоритмически открыт» относительно свободы выбора стратегий управления объек-

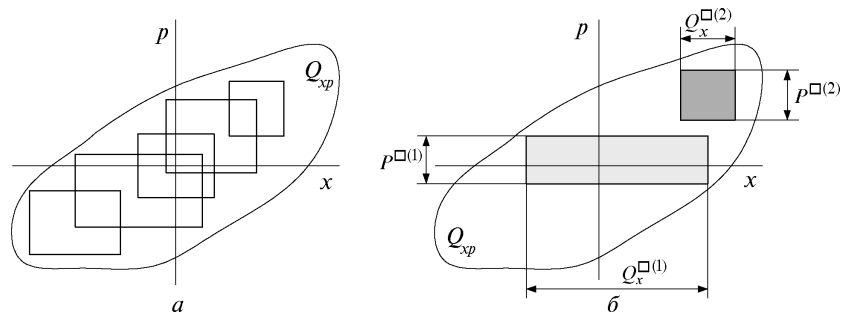


Рис. 6.7. Варианты вложения  $Q_x^{\square} \times P^{\square}$  в  $Q_{xp}$ :

$a$  — связанное представление области;  $b$  — несвязное представление области

том (стабилизация, траекторное движение, терминальное управление, игровое управление и др.).

4. Области  $Q_x^{\square}$  и  $P^{\square}$  представляют собой вложение (иммерсию) системы инвариантных «прямоугольников» в область  $Q_x^{\square} \subset R_x^n$ .

На рис. 6.7 показаны варианты вложения  $Q_x^{\square} \times P^{\square}$  в  $Q_{xp}$ , где  $Q_{xp}$  — отображение множества  $(U, V)$  в пространство конусов  $(X, P)$ .

5. Виртуальный объект — это линейный объект с постоянными коэффициентами.

6. Виртуальные объекты в зависимости от свойств множества  $P^{\square}$ , определенных на ее состояниях  $Q_x^{\square}$ , по необходимости относят к следующим трем классам потенциально управляемых систем:

- если  $P^{\square} > 0$  над  $Q_x^{\square}$ , то односторонне («право») управляемая, (6.35)

- если  $P^{\square} < 0$  над  $Q_x^{\square}$ , то односторонне («лево») управляемая, (6.36)

- если  $P^{\square} \geq 0$  (т. е.  $(p = 0) \in P^{\square}$ ) над  $Q_x^{\square}$ , то полная («лево-право» сторонняя) потенциальная управляемость. (6.37)

Далее будем обозначать области  $Q_x^{\square}$  знаками  $Q_x^{\square+}$ ,  $Q_x^{\square-}$  и  $Q_x^{\square y.c}$  соответственно (6.35), (6.36) и (6.37).

7. Соотношения (6.35) и (6.36) определяют виртуальную систему (3.22) как право- и левосторонние «шунты» ( $Sh_r$ ,  $Sh_l$ ) в топологии пространств состояний  $Q_x$ .



**6.4.4. Необходимое и достаточное условия выбора виртуальных объектов для процесса измерения области  $Q_x^{y.c}$  в «большом».** Для измерения области  $Q_x^{y.c}$  полной управляемости объекта (2.9), (6.5) используется дополнительно виртуальная система третьего класса (6.37).

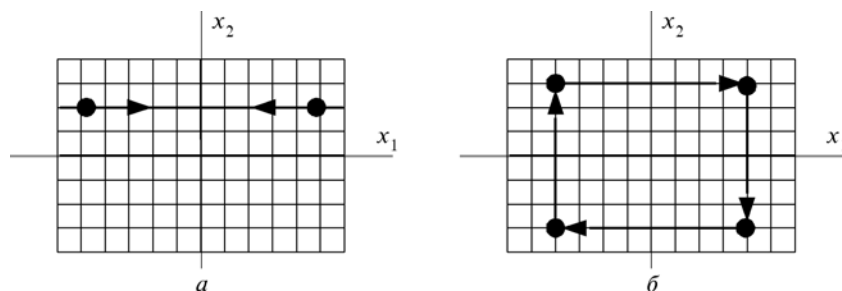
**6.4.4.1. Область  $Q_x^{y.c}$  для объекта (6.22) с  $m_i = 1$  в классе  $p = (+a_1, -a_2)$ ,  $(+a_1, -a_2) \in P^{\square}$ .** В случае «мерного» объекта (6.21) при  $m_i = 1$  условие (6.37) является необходимым и достаточным для отнесения  $Q_x^{\square}$  к области полного управляемого состояния, как образуемой плотным контактным множеством циклов  $O(x, p)$  и полноразмерных, и вырожденных («сплюснутых») циклов для всех  $p \in P$ . Циклы, «закрашивающие»  $Q_x^{\square}$ , представляют собой или прямоугольники (в полноразмерном случае), или прямые линии двухстороннего движения (в вырожденном случае) (рис. 6.8) и заполняют собой всю область  $Q_x^{\square}$ . Для (6.37) при  $m_i = 1$ :

$$Q_x^{\square} = Q_x^{y.c} = M\{O(p), \forall p \in P^{\square}\}. \quad (6.38)$$

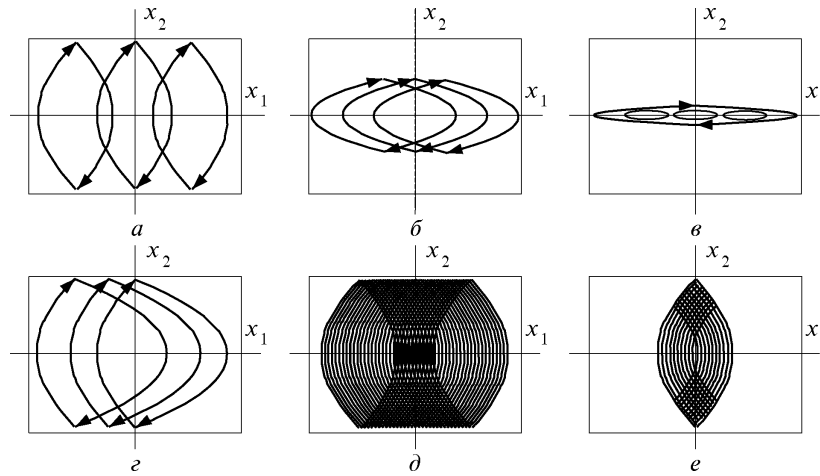
**6.4.4.2. Область  $Q_x^{y.c}$  для объекта (6.22) с  $m_i = 2$  в классе  $p = (+a_1, -a_2)$ ,  $(+a_1, -a_2) \in P^{\square}$ .** Для случая  $m_i = 2$  условие (6.37) является лишь необходимым для построения области  $Q_x^{\square}$  полной управляемости. Достаточные условия задаются требованием:

$$M\{O(x, p, b), \forall p \in P^{\square}\} \cap Q_x^{\square} = M_{y.c}\{O(x, p, b), \forall p \in P^{\square}\}, \quad (6.39)$$

где  $M_{y.c}$  — множество всех целых оптимальных циклов  $O(x, p, b)$ , заполняющих область  $Q_x^{\square}$  (рис. 6.9) для разных значений  $p \in P$  по



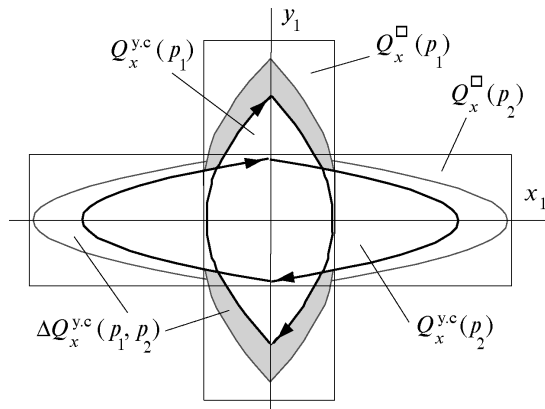
**Рис. 6.8.** Циклы виртуальных систем третьего класса:  
*a* — сплюснутый (вырожденный) цикл; *b* — полноразмерный (невыврожденный) цикл



**Рис. 6.9.** Циклы  $O$  оптимальных траекторий виртуальных систем при различных по модулю  $p$  и стратегиям построения  $O$ :  
 $a, b, в$  — симметричные циклы;  $c$  — несимметричные циклы;  $d, e$  — вид однородных (однородных)  $Q_x^{y,c}$  областей виртуальных систем

величинам  $p$ , соответствующим как разным значениям управляющих воздействий, так и разным значениям  $c_i = b$ , позиционирующим циклы в  $Q_x^{\square}$ .

**6.4.5. Корпоративный эффект при объединении  $Q_x^{y,c}(p)$  с разными значениями  $p$  из  $P^{\square}$ .** При суммировании областей  $Q_x^{y,c}(p)$ , построенных при разных значениях управляющих воздействий,



**Рис. 6.10.** Корпоративный эффект в нелинейных системах и появление  $Q_x^{y,c}$  в неоднородно (гетерогенно) структурированной области  $Q_x^{y,c}$ ,  $|p_1| > |p_2|$

порождающих циклы  $O(p)$ , выявлен эффект расширения суммарной области  $Q_x^{y,c}$  за счет системного взаимодействия циклов  $O(p_1)$  и  $O(p_2)$  из  $Q_x^{y,c}(p_1)$  и  $Q_x^{y,c}(p_2)$ , порождающих новые циклические образования  $O(p_1, p_2)$  и, следовательно,  $\Delta Q_x^{y,c}$ . На рис. 6.10. показано увеличение области управляемого состояния за счет эффекта корпоративности. В этом случае область  $Q_x^{y,c}$  системы образуется суммой  $Q_x^{y,c}(p_1)$  и  $Q_x^{y,c}(p_2)$ :

$$Q_x^{y,c} = Q_x^{y,c}(p_1) \oplus Q_x^{y,c}(p_2) = Q_x^{y,c}(p_1) \cup Q_x^{y,c}(p_2) \cup \Delta Q_x^{y,c}(p_1, p_2). \quad (6.40)$$

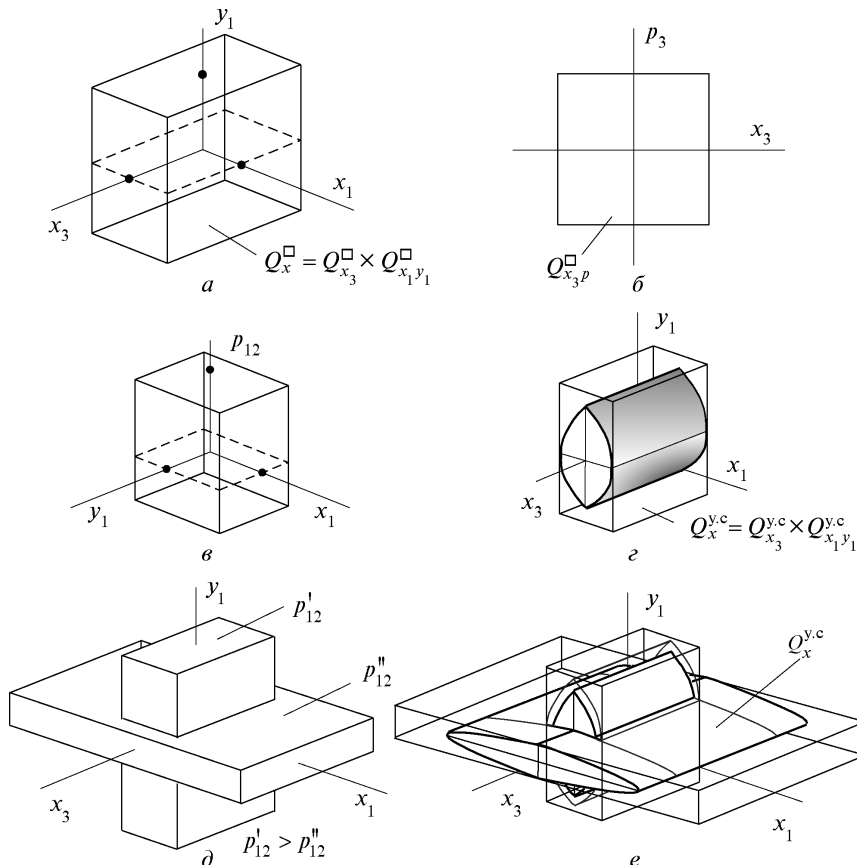


Рис. 6.11. Область  $Q_x^{y,c}$  для системы (6.22) при  $m_i \in (1, 2)$ :

$a, d$  — область  $Q_x^{\square}$ ;  $b$  — область  $Q_{x_3 p_3}^{\square}$ ;  $v$  — область  $Q_{(x_1 y_1) p_{12}}^{\square}$ ;  $z, e$  — область

**6.4.6. Область  $Q_x^{y,c}$  для объектов (6.22) при  $m_i \in (1, 2)$ .**

Область  $Q_x^{y,c}$  в данном случае представляет собой ортогональное произведение  $Q_x^{y,c} = (Q_{x_1 y_1}^{y,c(1)} \times Q_{x_3}^{y,c(1)})$ .

Логику образования областей управляемого состояния  $Q_x^{y,c}$  иллюстрирует рис. 6.11.

**6.5. МЕТОД СТРУКТУРИЗАЦИИ ОБЛАСТИ ПОЛНОСТЬЮ УПРАВЛЯЕМОГО СОСТОЯНИЯ С УЧЕТОМ СУЩЕСТВЕННЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ**

В этом случае соотношения (6.38) и (6.39) видоизменяются за счет введения в них ограничений  $L$ , искажающих прямоугольную область  $Q_x^{\square}$ :

если  $m_i = 1$ , то

$$Q_x^{y,c} = Q_x^{\square} \cap L, \quad (6.41)$$

если  $m_i = 2$ , то

$$Q_x^{y,c} = M_{yc} \{O(x, p, b), b \in B_{\square}\} = M \{O(x, p, b)\} \cap (Q_x^{\square} \cap L), \quad (6.42)$$

где  $B_{\square}$  — множество реперных точек целых циклов  $O$ , вложенных в  $(Q_x^{\square} \cap L)$  и являющихся функциями  $c_i$  и  $c_{i+1}$ .

К классу существенных относим ограничения, которые тем или иным образом искажают область  $Q_x^{\square}$ :

$$Q_x^{\square} \cap L = L \quad (6.43)$$

или

$$Q_x^{\square} \cap L = Q_x^L. \quad (6.44)$$

Рассмотрим связную область  $Q_x^L$ . Общий вид таких областей может быть разнообразным. В общем случае они являются  $k$ -связными областями.

Поскольку область  $Q_x^{\square}$  состоит из прямоугольных областей на двухмерных плоскостях, то вследствие наложения на них ограничений, изменяющих характер связности  $Q_x^L$  хотя бы на единицу, автоматически появляются возможности распада структуры

$Q_x^{y,c}$  в  $Q_x^{\square}$  как минимум на две подобласти  $Q_{x(1)}^{y,c}$  и  $Q_{x(2)}^{y,c}$  и образования шунтов  $Sh_{12}$  и  $Sh_{21}$  их связывающих.

Используя метод измерения и виртуализации системы (6.11) или (6.12), можно достаточно просто провести такую операцию. На рис. 6.12 показана идея метода для разных форм множества  $Q_x^L$ .

Представление области  $Q_x^{y,c}$  в форме конденсированного графа  $G$  основано на основных положениях теории графов [113] и теории топологии метрических пространств [113] и в прикладном плане направлено на использование с применением вычислительной техники.

Для этого введем в рассмотрение четыре понятия:

- эквивалентное состояние в связных графах;
- конденсация;
- вес ребер;
- матрица достижимости  $A$  для графа  $G$ .

1. Вершины  $a$  и  $b$  эквивалентны, если они принадлежат одному циклу  $O$ .

2. Конденсация компонент ( $O$  и  $Sh$ ) — это процесс замены каждой сильно связанной компоненты ориентированного графа одной вершиной и замены системы шунтов, связывающих две такие компоненты одной дугой, опосредованной эквивалентными точками двух компонент цикла  $O$ .

3. Вес  $a_{\alpha\beta}$  конденсированного ребра ( $\alpha\beta$ ) графа  $G$  в прикладном плане представляет скаляр, образованный топологическим диаметром  $\delta(Q_{ij})$  и площадью  $S(Q_{ij})$ :

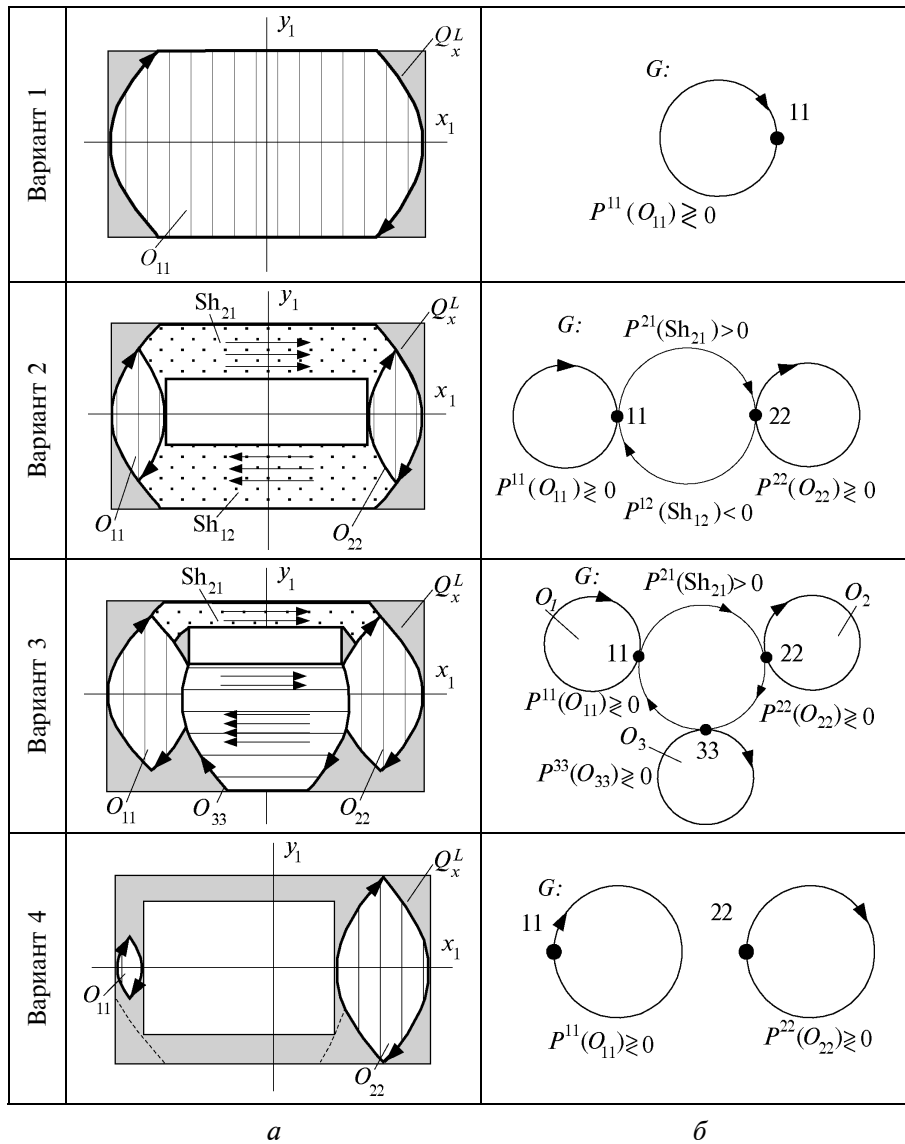
$$\rho_{\alpha\beta} = (\delta(Q_{\alpha\beta}), S(Q_{\alpha\beta})). \quad (6.45)$$

4. Граф  $G$  полной управляемости системы, отображающий  $Q_x^{y,c}$ , задаем в форме матрицы  $A$  инцидентий (точнее, достижимости)

$$A = |\rho_{\alpha\beta}|, \quad (6.46)$$

определяя смысл индексов  $\alpha$  и  $\beta$  в (6.46) аналогично и совместно тому, как это принято в модельном агрегатном представлении динамических систем [70], т. е.  $\alpha$  означает адрес «куда»,  $\beta$  — «откуда» направлена ориентированная дуга ( $\alpha\beta$ ), ребро, на графе  $G$ .

Применение теории графов полезно как в вычислительной технике, так и в классификациях динамических систем, опирающихся на структурные свойства области полной управляемости.



**Рис. 6.12.** Множество  $Q_x^{yc}$ , множество циклов  $O$  и множество шунтов  $Sh$ :  
*a* —  $Q_x^{yc}$ , системно представленное в топологических понятиях  $O$  и  $Sh$ ; *б* — представление  $Q_x^{yc}$  в форме связанного конденсированного взвешенного весами  $p_j(A)$  ребер орграфа достижимости  $G$  эквивалентных позиций

Так, наличие замкнутых циклов  $O_{ii}$ , соединенных шунтами  $Sh_{ii}$  в связный граф  $G$ , позволяет относить такие системы к классу гиперциклических динамических систем (см. рис. 6.11).

По построению графа  $G$ , эквивалентного некоторому диапазону  $v \in \Delta V_\alpha \subset V$ , удобно с практической точки зрения представить внешнее воздействие на систему (2.9) в виде некоторой совокупности:

$$V = \bigcup_{d \in D} V_d, \quad d \in D, \quad (6.47)$$

каждое  $d$  из которых представляет собой характерную ситуацию. Тогда общий граф связности  $G$  будет представлять в терминах ситуаций гиперграф

$$G = \bigcup_{d \in D} G_d. \quad (6.48)$$

## 6.6. МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОУРОВНЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ В КЛАССЕ ВИРТУАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ

**6.6.1. Условия корректности задачи управления объектом (2.9), (6.5).** Формулировку корректности в терминах иммерсированного виртуального процесса (6.22) получим в результате замены в (6.6)  $Q_x^{y,c}$  на  $Q_x^{y,c \square}$ .

Системным признаком области  $Q_x^{y,c \square}$  как множества состояний виртуальной системы (6.22) является условие существования соотношения

$$(p = 0) \in P^{(i)}(x), \quad \forall x \in Q_x^{y,c \square(i)}. \quad (6.49)$$

На рис. 6.13—6.15 приведена схема решения задачи управления объектом (2.9) на основе стратегии виртуального управляемого процесса как процесса вложения траектории  $X^*(t_0, t, p)$  в область  $(Q_x^\square, P^\square)$ .

Особенность концепции виртуальных  $(m_i = 2)$ -процессов состоит в том, что области  $Q_x^{y,c}$  не являются прямоугольными и структурируются циклами  $O$  и шунтами  $Sh$ , образующими связную область  $Q_x^{y,c}$ . Процессы  $X^*(t_0, t, x)$  образуются отрезками парабол в виртуальных плоскостях  $Q_x^{y,c}$ .

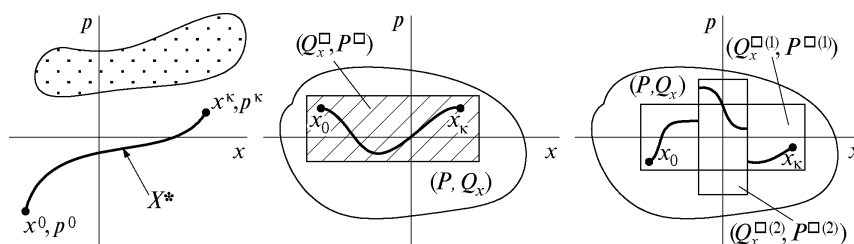


Рис.6.13. К понятию виртуальный процесс:

*a* — неуправляемый виртуальный процесс; *б* — управляемый в  $Q_x^{y,c}$  виртуальный процесс; *в* — управляемые виртуальные логико-динамические процессы

**6.6.2. Иерархия системных методов синтеза управления сложным нелинейным объектом (2.9), (6.5) в «большом».** Общий метод решения задач синтеза функции управления  $u(t, x)$  в «большом», обеспечивающей перевод объекта из состояния  $x^0$  в состояние  $x^k$ , декомпозируется на два взаимосвязанных типа качественно различных задач: 1) анализа управления; 2) синтеза управления.

**6.6.2.1. Иерархия подзадач задач анализа.** Первая из них — синтез системы оптимальных сетей криволинейных (гауссовых) координатных линий (6.19) и (6.20), над которой строится область  $Q_x^{y,c}$ :

$$\varphi(x_1, y_1, p, c) = 0, \quad c \in C(-\infty, 0, +\infty). \quad (6.50)$$

**Определение 6.11.** *Оптимальную сеть криволинейных (гауссовых) координатных линий (6.19), (6.20), предназначенную для использования в анализе управляемости объекта (2.9), (6.5) с точностью  $\Delta c^*$  в заданном множестве  $J$  измеряющих виртуальных систем (6.22)—(6.25), будем определять, дискретно задавая константу  $\Delta c_k$ , а следовательно, и набор реперных точек  $c = c_0 + n\Delta c^*$ ,  $n = -\infty; +\infty$ , как такую, которая для всех значений дискретности  $\Delta c < \Delta c^*$ :*

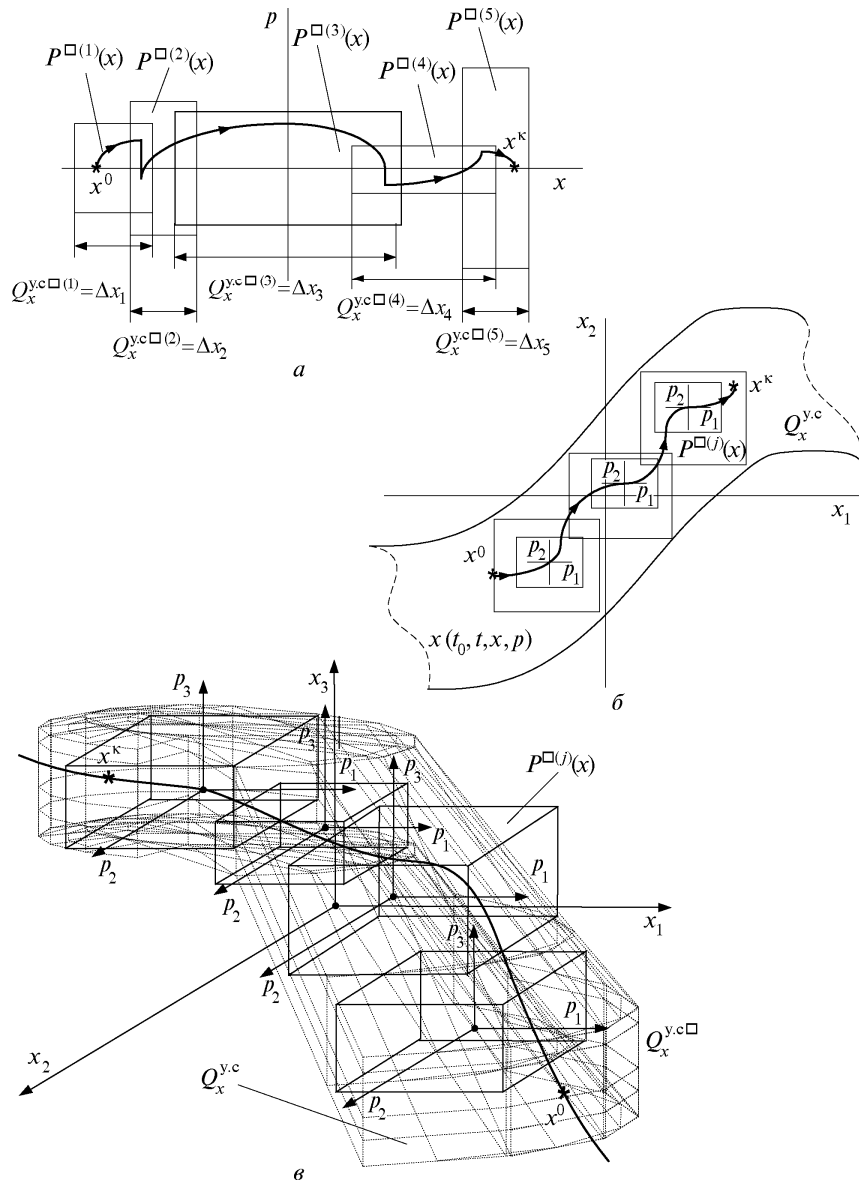
$$c = c_0 + n\Delta c_k^*; \quad \Delta c_k \leq \Delta c^*; \quad c_0 \in \Delta c_k; \quad k \in K, \quad (6.51)$$

предопределяющих множество  $\{K: (\Delta c_k, k \in K)\}$  систем координат (6.19), (6.20), на каждом из которых вычислима максимальная оценка снизу  $Q_x^{y,c\Delta}(\Delta c_k)$  области  $Q_x^{y,c}$ , образует множество

$$\{Q_x^{y,c\Delta}(\Delta c_k), k \in K, \Delta c_k \leq \Delta c^*\} \quad (6.52)$$

как класс эквивалентности  $G(\Delta c_k)$  гауссовых представлений всех их областей  $Q_x^{y,c\Delta}(\Delta c_k)$ , обладающих свойством





**Рис. 6.14.** Иллюстрация концепции виртуального процесса ( $m_i = 1$ ) реальной системы (6.10):

*a* — одномерный ( $m_i = 1$ ;  $i = 1$ ;  $j = (1, 2, 3, 4, 5)$ ); *б* — двумерный ( $m_i = 1$ ;  $i = (1, 2)$ ;  $j = (1, 2, 3)$ ); *в* — трехмерный ( $m_i = 1$ ;  $i = (1, 2, 3)$ ;  $j = (1, 2, 3, 4)$ )

$$G(\Delta c_k) \equiv G(\Delta c_l) \quad \forall k, l \in K. \quad (6.53)$$

Вторая задача анализа — определение корректности априори заданных целей управления (6.6).

**6.6.2.2. Иерархия методов управления динамикой движения объекта (2.9), (6.5).**

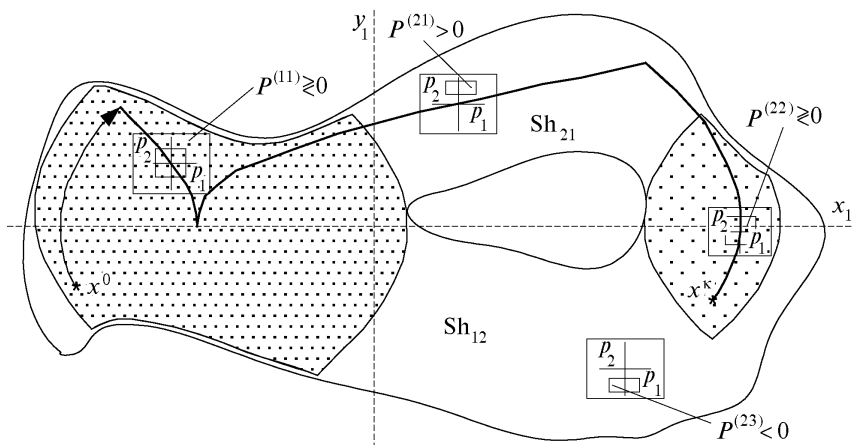
*Уровень I:* управление структурным и объемным состоянием области  $Q_x^{y,c(i)}$  над связной системой прямоугольных параллелепипедов  $\{Q_x^{(j)}(a_j, b_j) \forall j \in J\}$ .

Цель управления — максимально заполнить (оценить) область  $Q_x^{(j)}$  в каждом  $J$ , т. е. множестве прямоугольных параллелепипедов. Задача формируется как аппроксимационный поиск параметров прямоугольника  $a_j$  и  $b_j$ , обеспечивающих наилучшее приближение  $Q_x^{\square}$  к  $Q_x$ :

$$(a_j^*, b_j^*; j \in J) = \arg \min(Q_x \setminus \bigcap_{j \in J} Q_x^{(j)}). \quad (6.54)$$

*Уровень II:* стратегическое управление.

Под стратегией здесь понимают путь на графе  $G$ , отображающий структуру области  $Q_x^{y,c}$ , и ведущий от исходной ситуации к конечной на графе достижимости.



**Рис.6.15.** Иллюстрация концепции виртуального ( $m_i = 2$ )-процесса реальной системы (6.10):

$m_i = 2; i = 1, 2, 3, 4; Q_x^{y,c(1)} = O_{11}; Q_x^{y,c(2)} = Sh_{21}; Q_x^{y,c(3)} = Sh_{12}; Q_x^{y,c(4)} = O_{22}$

Задача выбора пути на графе относится к классу стандартных задач теории графов.

*Уровень III:* тактическое управление.

Тактическое управление объектом (2.9), (6.5) призвано реализовать движение системы по ребрам (раскрашенным дугам) графа  $G$ , последовательность прохождения которых задана синтезированной стратегией.

Внутри дуги движение объекта характеризуется свойствами виртуальных систем (6.22).

Поскольку виртуальная система (6.22) линейна, максимально редуцирована по свойствам и полностью управляема по Калману [110], то с ее помощью перевод системы из  $x^0$  в  $x^k$  при ограничениях  $x(t) \in Q_x^{y,c}$  выполняется стандартными методами теории линейных систем. Результатом решения является виртуальная функция управления

$$p = (t_0, x^0, x^k, t). \quad (6.55)$$

*Уровень IV:* реальное операционное управление  $u(t, x)$ .

Цель — по виртуальной функции управления  $p(t, x)$  (6.55) найти реальную функцию.

*Уровень V:* компьютерное исполнение реальных управляющих функций.

Цель — определение дискретного счета и разрядной сетки при реализации на компьютере функций  $u(t, x^0, x^k, x)$  по функции  $p(t_0, x)$ .

**6.6.3. Взаимосвязь виртуального и реального управляющих взаимодействий в задачах управления.** В результате решения задачи целевого ( $x^0, x^k$ ) структурирования пространства  $Q(p, x) = (P, Q_x)$  в виде совокупности  $I_\sigma, \sigma \in \Sigma$ , виртуальных ситуативных систем, допускающих соединение динамическим процессом начальной  $x^0$  и конечной  $x^k$  точек в пространстве состояния системы.

Каждая  $\sigma$ -система задает гарантированную виртуальной системой стратегию движения реального объекта из  $x^0$  в  $x^k$ , т. е. перехода из начальной области  $i$  в ситуативную область  $i + 1$ .

Внутри каждого локального образа движение системы реализуется любым из известных для линейных систем выбором закона управления  $p(t_0, x_i, x_{i+1}, x)$ .

Компьютерное нахождение по  $p(t_0, x_i, x_{i+1}, x)$  соответствующего управления  $u(t_0, x_i, x_{i+1}, x)$  реализуется методом, описанным в п. 3.6.

Поскольку каждая виртуальная система образует произведение  $(Q_x^q \times P^p)$ , то для  $Q_x \neq 0$  существует бесконечное множество иммерсированных виртуальных процессов. Выбор необходимого свойства виртуального объекта в простейшем случае определяется предпочтениями разработчика с учетом условий удовлетворения корректности постановки задачи (6.6).

При синтезе системы управления динамическим процессом на основе использования технологии виртуальных процессов рассматривается прямая и обратная задачи.

**Определение 6.12.** *Прямая задача управления объектом (2.9), (6.5) — это задача управления линейным редуцированным объектом (6.22) с помощью соответствующей каждой из стратегий управления функции*

$$p = p(t_0, x_0, x) \quad (6.56)$$

с обеспечением перевода системы из  $x^0$  в  $x^k$  при ограничении  $x \in Q_x^{y,c}$ . Процесс решения управления исходным объектом завершается решением обратной задачи.

**Определение 6.13.** *Обратная задача управления объектом (2.9) — это задача определения по  $p$  в точке  $(t, x)$  соответствующего, с учетом (6.28) и (6.29), значения функции управления*

$$u = u(t, p(t_0, x_0, x)) \rightarrow u(t, x). \quad (6.57)$$

Решения прямой и обратной задач в силу их сложности находят компьютерным методом. Они представляют собой рекуррентные процедуры поиска всех решений системы существенно нелинейных уравнений (6.22), (6.28), (6.29) для каждого момента времени  $t \in T$  при ограничениях  $Q_x^q$ ,  $P^p$ ,  $R_u^m$  и  $R_v^l$ .

В общем случае число решений данных задач неоднозначно и дает класс эквивалентности равнозначных наборов управляющих функций.

Мнозначность существования эквивалентных по сути управления значений управляющих функций  $u(t, x_0, x)$  указывает на высокую гибкость в решении задач управления.

## 6.7. КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

**6.7.1. Компьютерное построение области  $Q_x^{y,c}$ .** Применение основных методов «Computer Science» в совокупности с аналитическими методами дает практическую возможность полного эффективного решения задачи. Аналитический подход позволяет структурировать вычислительный процесс таким образом, чтобы оказалось возможным получить целостную замкнутую вычислительную процедуру.

Так, изложенный в п. 6.2 и 6.3 аналитический подход требует в заданных областях  $Q_x$  определить область  $Q_x^{y,c}$ , используя соотношение (6.13) как отображение  $U$  в  $P$  над  $x \in Q_x, v \in V$  для каждого  $t$ .

Шаг дискретизации  $\Delta x$  вычисления выбирают из условия получения достаточно гладкого плотного образа на его границах.

Строят такой образ  $P$  над  $Q_x, v \in V$  для каждого  $t$ , который соответствует условиям гладкости в областях непрерывности функции  $\mathfrak{F}(t, x, u, v)$ .

Строят регулярную область  $Q_x^{\text{inv}}$ , общую для всех  $v \in V$ , используя операцию пересечения  $\varepsilon$ -массивов из условия  $P = \bigcap_{v \in V} \mathfrak{F}(x, u) = \mathfrak{F}^*(x, u)$ .

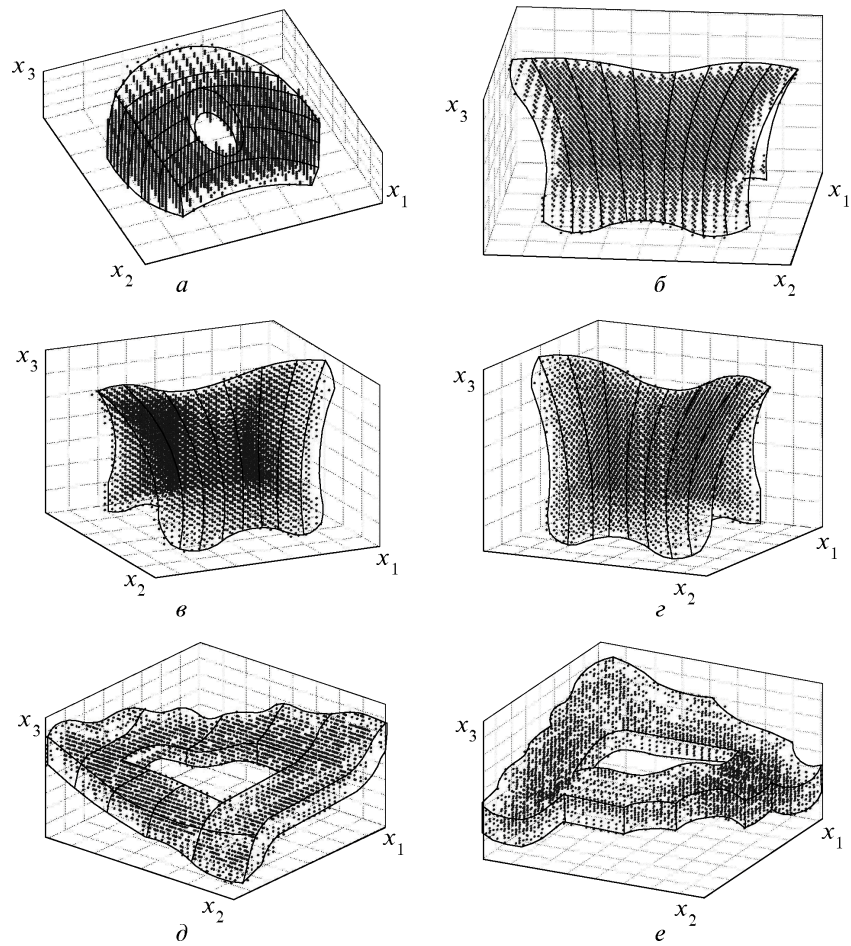
Выбирают такую вычислительную сетку  $\Delta x$  представления  $Q_x^{\text{inv}}$  и  $\mathfrak{F}^*$ , чтобы были обеспечены как устойчивый вычислительный процесс определения дискретного множества  $P$  [35, 60] с потребной точностью  $\varepsilon_p$ , так и  $\varepsilon$ -гладкость его аппроксимизационного образа [49—52].

Вводят логические условия выбора из дискретного массива  $(P, Q_x^{\text{inv}})$  таких точек  $x$ , для которых точка  $(p \pm \varepsilon_p) = 0$  является строго внутренней точкой дискретного множества  $P$ .

Процесс выбора сетки — это итерационный процесс последовательного приближения результата с заданной точностью  $\varepsilon_p$ .

Для определения границ полученного массива  $Q_x^{y,c}$  используется вычислительный модуль «Explorer» (п. 3.6).

На рис. 6.16 показаны примеры компьютерного построения областей  $Q_x^{y,c}$  для динамических систем вида (6.13):



**Рис. 6.16.** Иллюстрация компьютерного построения области  $Q_x^{y,c}$  для систем, описываемых системами дифференциальных уравнений с разными коэффициентами при  $m_i = 1$ :  
 а — (6.58); б, в, г — (6.59); д, е — (6.60)

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + u_1;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2^2x_1 + a_{23}x_3 + u_2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3^2 + u_3; \quad (6.58)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1^2 + a_{12}x_2^2 + a_{13}x_3^2 + u_1;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1^2 + a_{22} \cos(2x_2) + a_{23}x_3 + u_2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1 + a_{32} \cos(2x_2) + a_{33}x_3 + u_3; \quad (6.59)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11} \cos(x_1^2) + a_{12} \cos(x_2) \sin(x_3) + a_{13}x_3 + u_1;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21} \cos(x_1^2) + a_{22} \cos(x_2^2) + a_{23}x_3^2 + u_2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = a_{31} \sin(x_1) + a_{32} \sin(x_2x_3) + a_{33}x_3 + u_3. \quad (6.60)$$

Данный метод и его компьютерная реализация позволяют строить и получать области управляемого состояния  $Q_x^{y,c}$  различной связности и любой конфигурации.

**6.6.2. Компьютерное построение системы областей виртуальных управлений  $P^{\square}$  и  $Q_x^{y,c,\square}$  при  $m_i = 1$ .** Такое компьютерное построение осуществляется для практического примера, заданного системой уравнений (7.1).

Предлагаем процедуру компьютерной реализации метода иммерсии (см. п. 6.5) для построения областей  $P^{\square}$  и  $Q_x^{y,c,\square}$ .

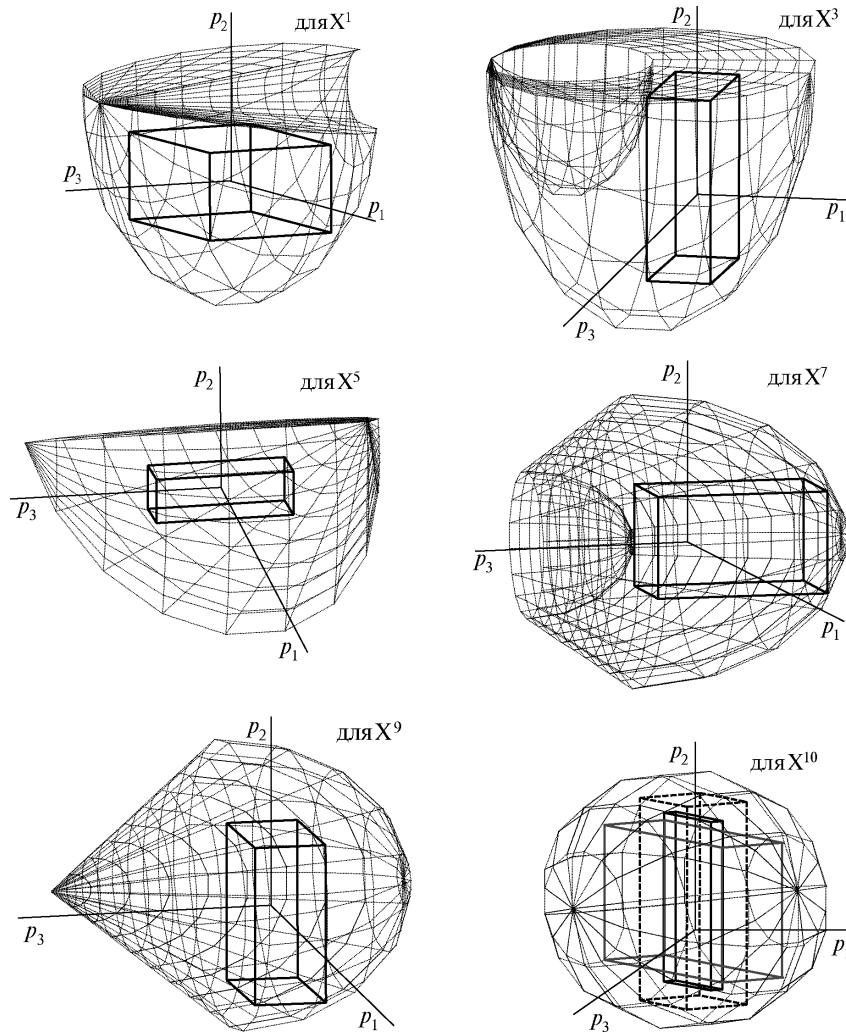
1. Исходным пунктом является знание оболочки образов конусов  $P$  над  $(Q_x^{y,c}, V)$  (см. п. 3.6).

2. Задаем сетку над  $Q_x^{y,c}$  с некоторым шагом  $\Delta x_i$ .

3. Для каждого узла сетки строим оболочку образа  $p(x)$ .

4. Вписываем в нее прямоугольный параллелепипед  $P^{\square} \ni \varepsilon (p = 0)$  (рис. 6.17).

5. Начальной точкой вычисления  $p_i$  и, следовательно, виртуальной системы является тот узел сетки, который  $\varepsilon$ -совпадает с начальной позицией системы  $x^0$ .



**Рис. 6.17.** Компьютерная иммерсия  $P^u$  в конус управлений динамической системы для разных состояний  $(x_1, x_2, x_3) \in Q_x$ ,  $X^i = (x_1, x_2, x_3) \in Q_x$ ,  $X^i \neq X^j$ ,  $i, j = (1, 2, \dots, 10)$

6. Направление поиска конуса множества виртуальных систем определяется потребной конечной позицией  $x^k$  исходной системы.



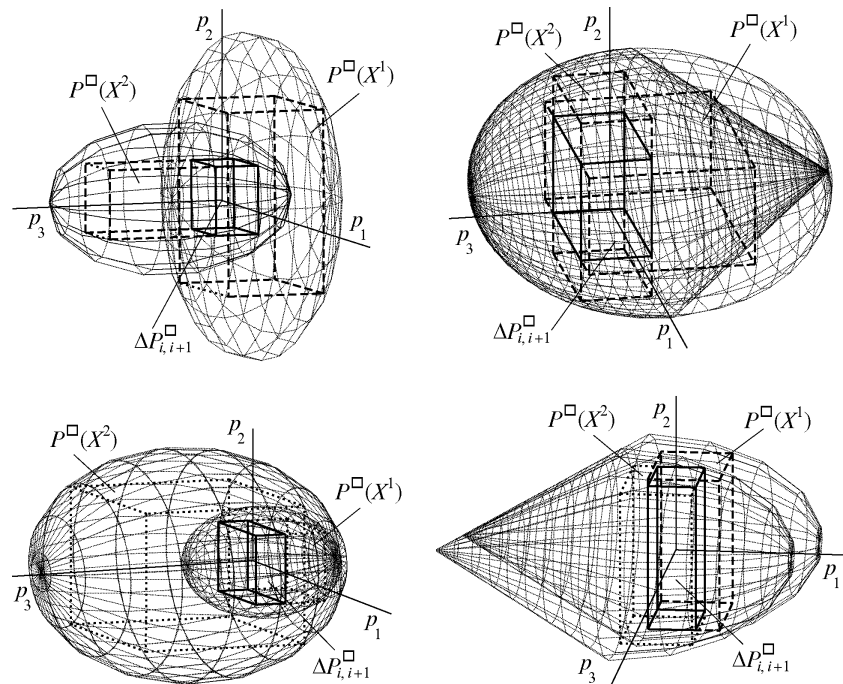
7. Прямым последовательным перебором соседних узлов в направлении  $x^k$  находят такую последовательность узловых точек  $i \in I$ , для которых последовательная пара  $(i, i + 1)$  обладает свойством  $P_i^{\square} \cap P_{i+1}^{\square} = \Delta P_{i,i+1}^{\square} \neq \emptyset$ .

8. В общем случае может быть найдено некоторое множество виртуальных путей  $I_p$ , соединяющих  $x^0$  и  $x^k$  (рис. 6.18).

9. Такая процедура определяет гарантированную стратегию управления  $p_i$  объектом.

**6.6.3. Компьютерное использование мерных сеток (систем гауссовых координат) (6.20) для построения областей управляемого состояния систем (6.22) при  $m = 2$  для  $P^{\square}$  и  $Q_x^{\square} = Q_x^{\square(t)}$ .**

В случае использования в качестве мерной системы модели (6.12) области управляемого состояния  $P^{\square}$  и  $Q_x^{\square}$  строятся аналогично рассмотренной выше процедуре (п. 6.6.2).



**Рис. 6.18.** Построение смежной пары виртуальных конусов  $P^{\square}$  системы для двух состояний  $X^1 \neq X^2$

На рис. 6.19—6.22 приведены многообразия мерных циклов  $O_i$  и соответствующие им субъективные образы  $Q_x^{y.c\Box}$ .

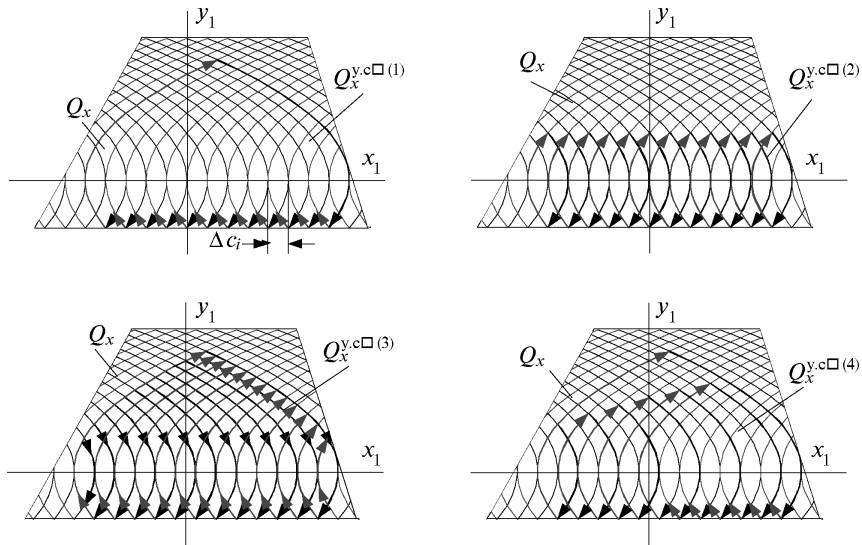


Рис. 6.19. Компьютерное построение множества мерных циклов управляемости  $O_i$ , образующих контактное множество  $Q_x^{y.c}$  для выпуклой односвязной области  $Q_x^{y.c} \cap L$ , образованной системой линейных ограничений для фиксированной дискретности  $\Delta c$

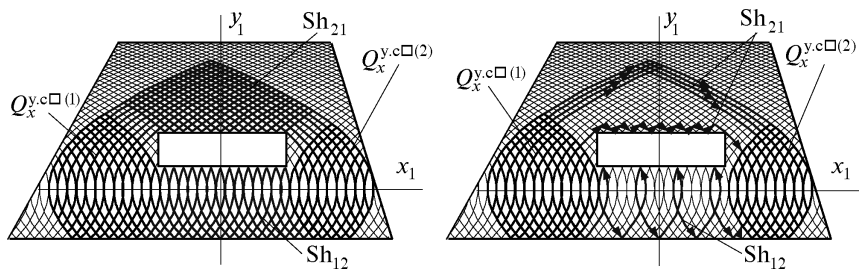
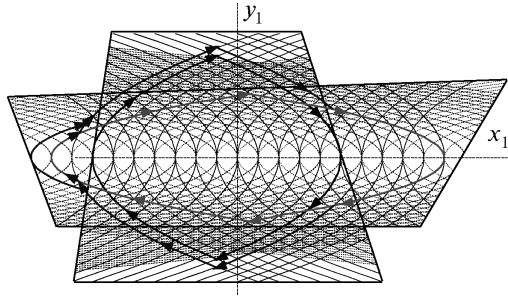
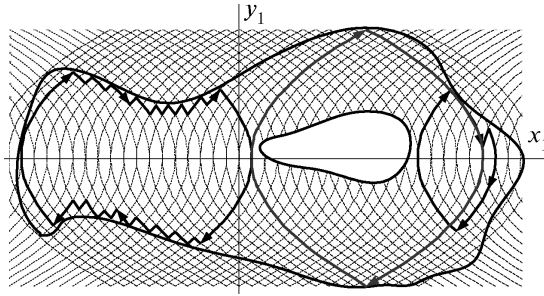


Рис. 6.20. Компьютерное построение множества мерных циклов управляемости  $O_i$ , образующих контактное множество  $Q_x^{y.c}$  для невыпуклой двусвязной области  $Q_x^{y.c} \cap L$ , образованной системой линейных ограничений для фиксированной дискретности  $\Delta c$

**Рис. 6.21.** Компьютерное построение множества мерных циклов управляемости  $O_i$ , образующих контактное множество  $Q_x^{y,c}$  для невыпуклой двусвязной области  $Q_x^{y,c} \cap L$ , при ограничениях произвольного для фиксированной дискретности  $\Delta c$



**Рис. 6.22.** Компьютерное построение множества мерных циклов управляемости  $O_i$ , образующих контактное множество  $Q_x^{y,c}$  для случая  $Q_x^{y,c\cap} = Q_x^{y,c\cap(1)} \cup Q_x^{y,c\cap(2)}$  и  $P^\cap = P^{\cap(1)} \cup P^{\cap(2)}$ , образованной системой линейных ограничений для фиксированной дискретности  $\Delta c$

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ КИНЕМАТИКОЙ ВОЗДУШНОГО СУДНА В «БОЛЬШОМ»

### 7.1. МОДЕЛЬ КОНУСОВ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО СУДНА

Проблема управления нелинейными динамическими объектами во всем возможном пространстве их состояний возникла в связи с практической необходимостью управления в «большом» все более сложными объектами и процессами в состояниях, которые характеризуются сильными нелинейными взаимосвязями своих компонент между собой и с компонентами внешней среды.

Характерным представителем объектов этого класса является такое сложное транспортное средство, как многоцелевое, многорежимное воздушное судно (ВС) с вариативно управляемой аэродинамической конфигурацией и со смешанной (комбинированной) силовой установкой. Такие объекты разрабатывают для освоения всего диапазона по высотам (от тропосферы, стратосферы до мезосферы) и по скоростям (от дозвуковых, звуковых, сверхзвуковых до гиперзвуковых). Математическая модель динамики указанного объекта описывается многомерными, существенно нелинейными, нестационарными системами дифференциальных уравнений и системой жестких ограничений на его траекторное движение и на режимы работы силовой установки, которые в сочетании с «узкими» топологически структурированными областями устойчивости и управляемости в пространстве параметров полета создают чрезвычайно сложную исследовательскую задачу. Проблематичность и сложность управления таким объектом во всем диапазоне режимов (штатных, аварийных, критических и так называемых экзотических) очевидна, но необходимость решения данной проблемы является побуждающим мотивом для теоретических исследований нового класса.

Процесс решения данной проблемы с позиций системной методологии требует последовательного решения прежде всего задачи качества, а затем задачи количества. На первом обязательном этапе синтеза управлений решается задача качества (задача

существования), цель которой состоит в установлении тех требований к объекту, при выполнении которых существует принципиальная возможность управления данным объектом. Выполнение таких требований, гарантирующих принципиальное существование управляющих функций, является тем системным условием, только при выполнении которого целесообразно решение задачи количества, т. е. решение задачи конкретного синтеза функций управления данным нелинейным объектом. Факт существования этих функций определен на предыдущем этапе.

В основу топологического синтеза эргатических систем управления положен анализ образов нелинейного объекта во всем диапазоне его возможных состояний.

Рассмотрим нахождение образов конуса состояния объектов, используемых при решении задачи «качества» [78]. Здесь под качеством понимают определение принципиальной возможности решения задачи управления.

Для построения топологического образа конуса состояния объекта необходимо знать его математическую модель, которая является математическим образом данного объекта. Назовем его образом первого порядка.

Известно, что модель конусов представляет собой уравнение с дифференциальными включениями (2.8). Конус направления  $\mathfrak{K}$  как вектор определяется из исходной системы уравнений ВС, полученной в одной из систем координат [61, 63, 104, 117, 119].

В общем случае уравнения, которые описывают динамику ВС, как правило, достаточно сложны (нелинейны, нестационарны, многомерны). Вид этих уравнений зависит от многих факторов: конструктивных особенностей воздушного судна, условий полета, степени учета влияния внешних и внутренних сил, принятой системы координат, в которой они записываются, а также общего уровня детализации рассматриваемых процессов. Математическая модель ВС в широком диапазоне состояний имеет также сложную нелинейную структуру взаимосвязей параметров состояния и параметров управления.

Удобными для исследования являются кинематические уравнения пространственного движения воздушного судна относительно плоской земли в полускоростной системе координат при пренебрежении центробежными кориолисовыми силами [64, 104, 114]:

$$m \frac{dV}{dt} = P_f \cos(\alpha + \varphi_x) \cos \beta - X_a - G \sin \theta;$$

$$Vm \frac{d\theta}{dt} = P_f (\sin(\alpha + \varphi_x) \cos \gamma_c + \cos(\alpha + \varphi_x) \sin \beta \sin \gamma_c) + \\ + Y_a \cos \gamma_c - Z_a \sin \gamma_c - G \cos \theta; \quad (7.1)$$

$$-Vm \cos \theta \frac{d\Psi}{dt} = P_f (\sin(\alpha + \varphi_x) \sin \gamma_c - \cos(\alpha + \varphi_x) \sin \beta \cos \gamma_c) + \\ + Y_a \sin \gamma_c + Z_a \cos \gamma_c; \\ \frac{dX}{dt} = V \cos \theta \cos \Psi; \\ \frac{dH}{dt} = V \sin \theta; \quad (7.2)$$

$$\frac{dZ}{dt} = -V \cos \theta \sin \Psi.$$

Здесь  $m$  — масса летательного аппарата;  $V$  — скорость центра масс;  $P_f$  — сила тяги двигателя;  $\alpha$  — угол атаки;  $\varphi_x$  — угол установки двигателя;  $\beta$  — угол скольжения;  $X_a$ ,  $Y_a$ ,  $Z_a$  — проекции полной аэродинамической силы  $R$  на оси  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ ;  $G$  — сила тяжести;  $\theta$  — угол наклона траектории;  $\gamma_c$  — угол скоростного крена;  $\Psi$  — угол поворота траектории;  $X$  — дальность;  $H$  — высота полета над землей;  $Z$  — боковое смещение. При этом силы задаются соотношениями

$$P_f = \delta_g P_0(\delta_g, \alpha, \varphi_x, H, M); \\ X_a = C_x q S; \\ Y_a = C_y q S; \\ Z_a = C_z q S,$$

где  $\delta_g$  — сектор тяги;  $P_0$  — высотнo-скоростная характеристика двигателя [15];  $M$  — число Маха;  $S$  — площадь крыла;  $q$  — скоростной напор;  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  — коэффициенты аэродинамического подобия.

Для поставленной обобщенной задачи исследований на *нормальных* (штатных), *аварийных* (нештатных), *высшего пилотажа*, *критических* режимах используется наиболее общая модель коэффициентов аэродинамического подобия в виде модифицированных поляр Ньютона [28, 43, 54, 64, 85, 104]:

$$\begin{cases} C_x = C_x(M) + B_\alpha(M)C_y^2 \\ B_\alpha \approx \left(\frac{1}{\pi\lambda} + 0,01\right)(C_y^\alpha)^2 \end{cases} \text{ при } 0 < M < 5 \div 7;$$

$$\begin{cases} C_x = C_{x_0}(M) + C_{x_\alpha}^i(M)|\sin^3 \alpha| + C_x^i(M)|\sin^3 \beta| \\ C_y = \frac{1}{2}C_{y_0}^\alpha(M)\sin \alpha \cos \alpha |\sin \alpha| \end{cases} \text{ при } M > 5 \div 7; \quad (7.3)$$

$$C_z = \frac{1}{2}C_{z_0}^\beta(M)\sin \beta \cos \beta |\sin \beta|.$$

Область достоверности модели имеет вид

$$Q_x : \{M = (0; 10); \theta = (0^\circ; 360^\circ);$$

$$\psi = (0^\circ; 360^\circ); H = (0; 15\,000 \text{ м}); \quad (7.4)$$

$$U : \{\alpha = (0^\circ; 360^\circ); \beta = (0^\circ; 360^\circ); \gamma_c = (0^\circ; 360^\circ)$$

$$\varphi_g = (0^\circ; 360^\circ); \delta_g = (0^\circ; 1)\}, \quad (7.5)$$

где  $Q_x$  — множество параметров состояния объекта;  $U$  — множество параметров управления объекта.

Согласно определению понятия конуса  $\mathfrak{K}$  его компонентами в пространстве  $(V, \theta, \Psi)$  являются соответствующие системе ортов  $\mathfrak{K}$  правые части системы (7.2).

Математическая модель ВС как динамического объекта содержит большое количество параметров состояния и управления и имеет сложную нелинейную структуру их взаимосвязей.

Сложность исследования таких  $n$ -мерных ( $n > 3$ ) объектов обусловлена тем, что исследователям визуально доступны лишь двух- и трехмерные представления их конусов состояния и управляемости. Для решения задач управления сложным нелинейным объектом по концепции ССВ [100] необходимы исследования полного топологического образа конуса  $\mathfrak{K}$  объекта, компонентами которого являются:

- образ ресурса управления;
- динамический образ;
- образ области управляемого состояния;
- образ качества.

Топологический анализ конусов  $\mathfrak{K}$  проводится с использованием разработанного авторами аналитико-компьютерного метода (см. п. 3.3). В результате получены проекции полного обра-

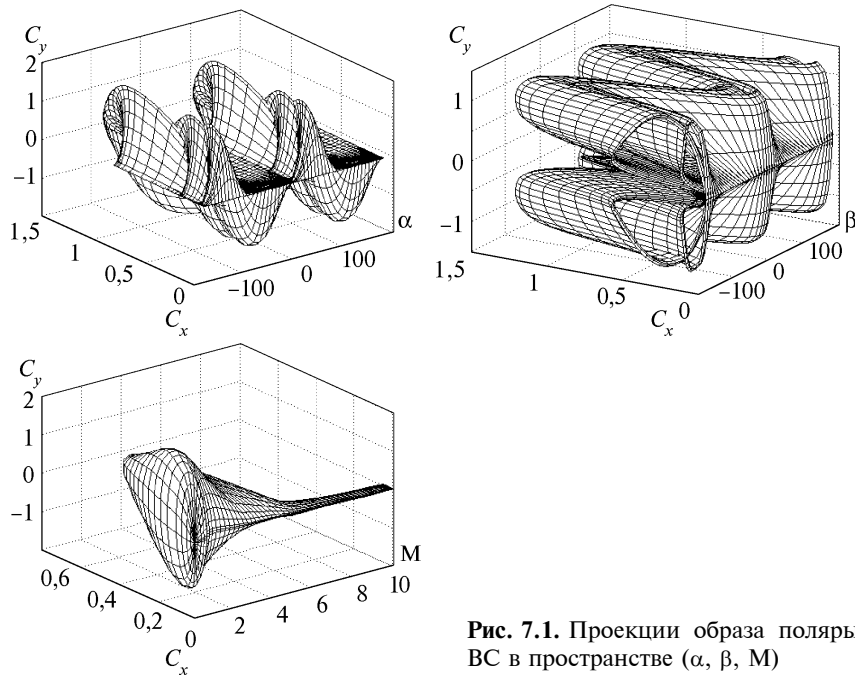


Рис. 7.1. Проекция образа поляры ВС в пространстве  $(\alpha, \beta, M)$

за конуса  $\mathfrak{S}$  в двух- и трехмерном пространствах [79, 94], выявлено и получено множество топологических образов конусов состояния и управляемости данного объекта. Показано, что полный топологический образ конуса  $\mathfrak{S}$  и его компоненты структурируются по стратегиям управления и параметрам состояния объекта [67, 79].

Ниже приведены некоторые характерные структурированные топологические образы конуса  $\mathfrak{S}$  объекта. На рис. 7.1 показаны проекции образа поляры ВС.

На рис. 7.2 приведена проекция образа ресурса  $C = (C_x, C_y, C_z)$  объекта (7.1)–(7.5), потенциально заложенного в его конструкцию. Рис. 7.3 иллюстрирует вычисленный образ сил  $F = (X, Y, Z)$  управляемого объекта, а рис. 7.4 — образ качества  $K = (K_y, K_z)$  [104] объекта в пространстве параметров управления.

На рис. 7.5 показан топологический образ конуса  $P = (P_x, P_y, P_z) = \mathfrak{S}(\mathfrak{S}_x, \mathfrak{S}_y, \mathfrak{S}_z)$  управляемого состояния исследуемого объекта в пространстве параметров управления.



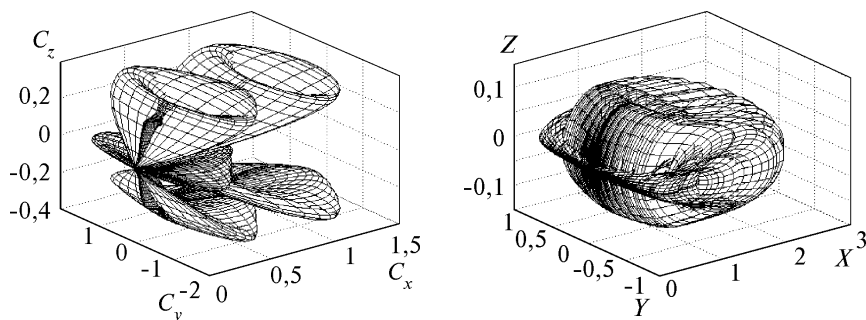


Рис. 7.2. Проекция образа ресурса ВС управляемого объекта, потенциально заложенного в его конструкцию, в пространстве параметров  $(\alpha, M)$

Рис. 7.3. Образ сил  $F$  управляемого объекта в пространстве параметров  $(\alpha, \beta, M)$

Рассматриваемые существенно нелинейные системы (вдали от областей устойчивости) невозможно исследовать точными аналитическими методами [46]. Их исследование можно проводить только компьютерными методами. Однако при исследованиях с помощью компьютера требуется осторожный подход, поскольку в некоторых состояниях объекта взаимодействие компьютера с моделью может вызывать иллюзии или хаос в отражении получаемой информации. В этом случае необходимо найти такое преобразование координат, которое позволит выявить истинное отображение информации (см. п. 3.4).

При построении и анализе топологических образов объекта установлено, что они имеют сложную топологию и сложную нелинейную внутреннюю структуру. При изменении границ диапазона параметров наблюдаются качественные и количественные изменения топологического образа объекта, его неоднородность (области сгущения (уплотнения) и разрежения).

В области уплотнения объект удовлетворительно управляем, им можно управлять существующими стандартными методами. В областях разрежения, близких к оболочке образа, объект плохо управляем вследствие значи-

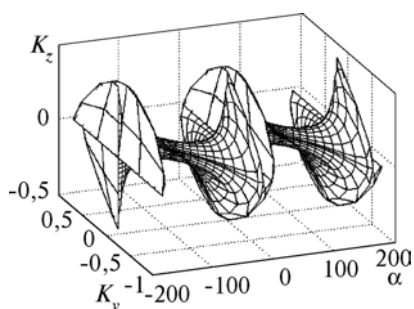


Рис. 7.4. Образ качества ВС в пространстве параметров управления

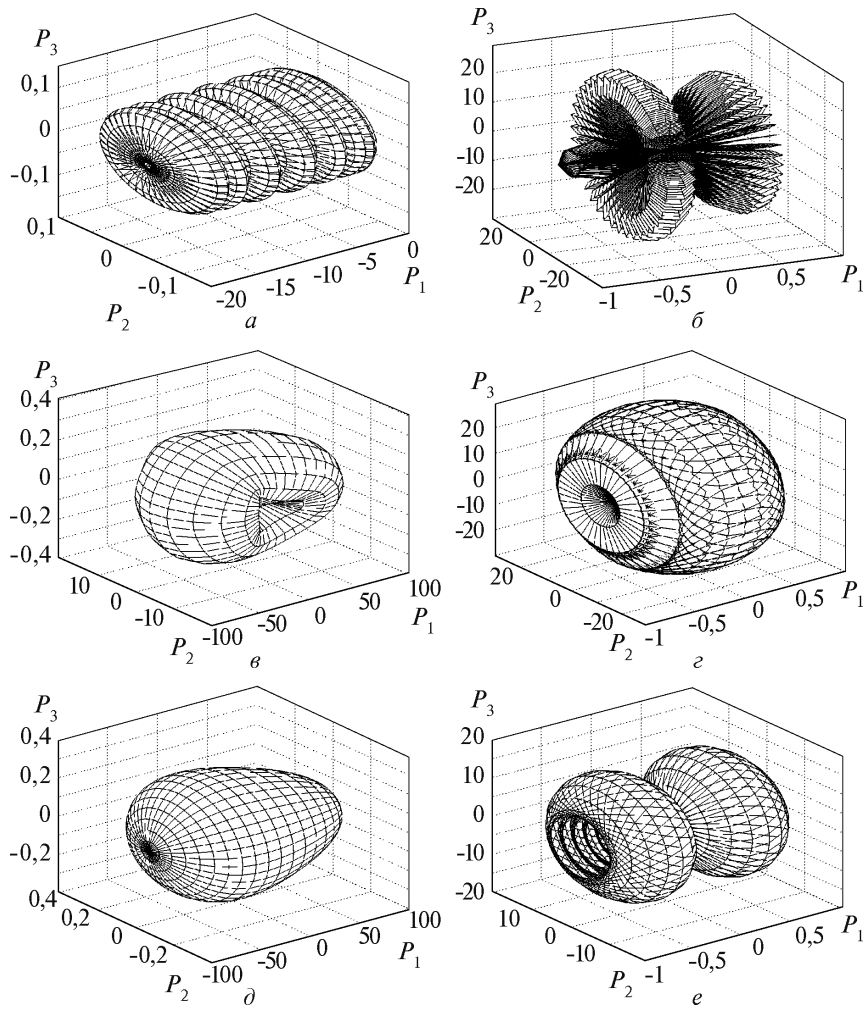


Рис. 7.5. Топологический образ конуса  $\mathfrak{K}(\mathfrak{K}_x, \mathfrak{K}_y, \mathfrak{K}_z)$  управляемого состояния ВС в пространстве параметров:

$a, г$  — ( $\alpha$ ) при  $\varphi_g = \text{varia}$ ;  $б$  — ( $\delta_g, \varphi_g, \gamma_c$ );  $д$  — ( $\beta, \gamma_c$ );  $е$  — ( $\alpha, \gamma_c, \delta_g$ ) при  $\beta = \text{varia}$

тельных изменений его параметров состояния при незначительных изменениях параметров управления. В этих областях управлять объектом существующими методами сложно или невозможно. Здесь необходимо применять новые методы управления. Од-

ним из таких методов является логико-динамическое управление на основе топологических образов управляемых состояний объекта (см. пп. 6.5, 6.6).

В результате применения метода фазового анализа векторных полей динамических систем балансового типа (см. п. 3.3) выявлены множественность и неоднозначность образов векторного поля ВС как динамически управляемого объекта. Проекции образов качественно и количественно различны для разных наборов параметров. В явном виде в структуре образов прослеживаются фазы состояний. Анализировать и получать  $n$ -мерные динамические образы можно только с применением компьютерной техники и специально разработанного программно-алгоритмического обеспечения.

## 7.2. ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ КАЧЕСТВА УПРАВЛЯЕМОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВОЗДУШНОГО СУДНА

При внедрении в авиацию основных направлений развития технологии ССВ основной проблемой является высокоэффективное компьютерное управление воздушным судном с целью использования всех возможностей, заложенных в его конструкции.

Решение этой проблемы зависит от решения важной и необходимой задачи оценки возможностей управления самолетом в конкретной аэродинамической схеме [75].

Оценку качества общего вида нелинейных схем динамических объектов балансового типа с точки зрения «качества изотропности» проводят, используя метод геометрической оценки «развитости» структур динамических систем балансового вида (см. п. 3.5) [83].

Авторы этой работы предложили применить данный метод для оценки функционального качества управляемости аэродинамических систем ВС. Так, рассматриваются кинематические уравнения пространственного движения ВС относительно плоской земли в полускоростной системе координат при пренебрежении центробежными кориолисовыми силами (7.1)–(7.5).

В данную кинематическую модель должны быть введены ограничения на параметры  $U_0$ , определяемые «качеством» системы создания аэродинамических моментов, спроектированным в пространство состояний  $(\alpha, \beta, \gamma, \varphi_x, \delta_g)$ . Обозначим компоненты качества через А, В, Г, Ф и Л соответственно. Получим необхо-

димое соотношение для допустимых состояний  $\alpha \in \Delta\alpha$ ,  $\beta \in \Delta\beta$ ,  $\gamma_c \in \Delta\gamma_c$ ,  $\varphi_c \in \Delta\varphi_c$ ,  $\delta_g \in \Delta\delta_g$ :

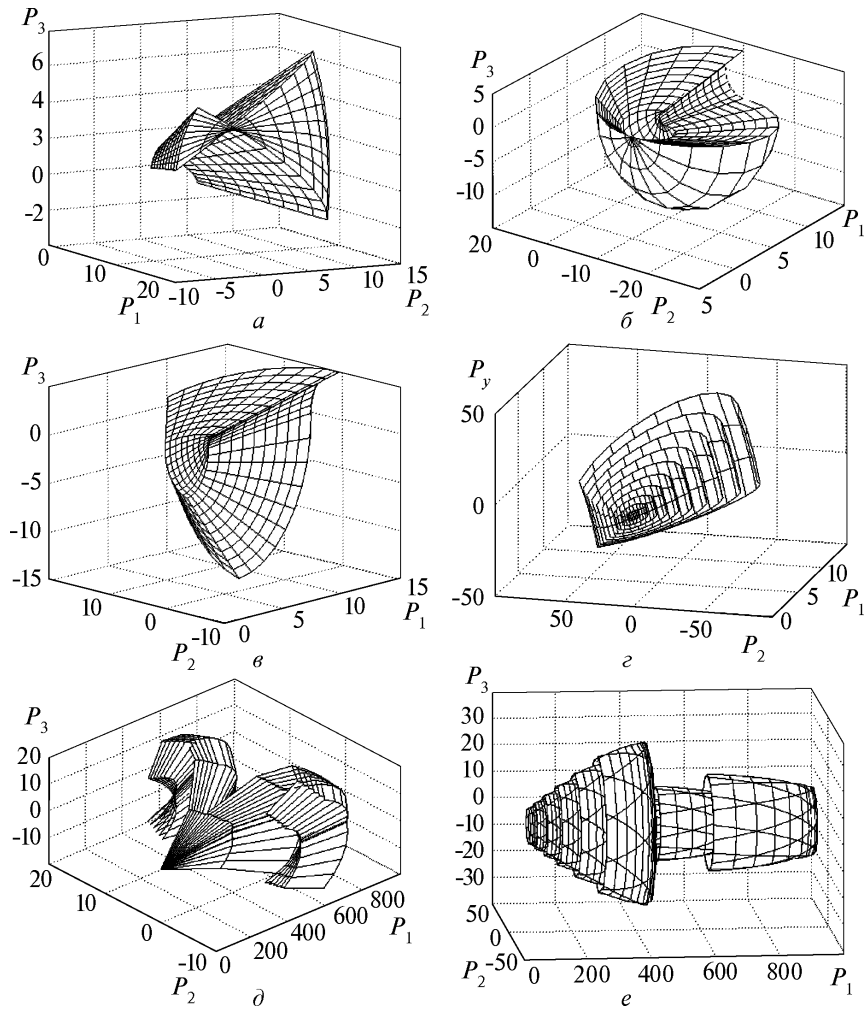
$$\begin{aligned} \Delta\alpha &\in \{(0^\circ \dots 360^\circ) \cap A\}; \\ \Delta\beta &\in \{(0^\circ \dots 360^\circ) \cap \beta\}; \\ \Delta\gamma_c &\in \{(0^\circ \dots 360^\circ) \cap \Gamma\}; \\ \Delta\varphi_c &\in \{(0^\circ \dots 360^\circ) \cap \Phi\}; \\ \Delta\delta_g &\in \{(0^\circ \dots 360^\circ) \cap \beta\}. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Современной основой анализа и синтеза динамических систем управления являются топологические методы. В п. 7.1 предложено применять топологию к исследованию конусов управления ВС. Так, выявлено и получено множество топологических образов проекций конуса  $\mathfrak{K}$  (см. рис. 7.5). Оказалось, что топология этих конусов принципиально зависит, во-первых, от конструктивных свойств аэродинамики, характеризуемых коэффициентами  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  и параметрами качества системы моментов (7.4). Во-вторых, их топология подвергается динамическим деформациям в зависимости от состояния объекта в пространстве  $(V, \theta, \Psi)$ . Иными словами, топология конуса (2.8) позволяет судить об интегральных свойствах управляемости объекта (ВС) в том или ином состоянии или во множестве состояний.

Пусть опорной точкой для оценки качества управляемости ВС является изотропная динамическая система (см. п. 3.3.5) [83]. Для таких систем конусы векторного поля представляют собой сферы  $S$  трехмерного пространства (см. рис. 3.3, а).

В общем случае ВС — это неизотропный динамический объект. Для усеченного («ущербного») управления форма конуса векторного поля имеет усеченный вид (рис. 7.6).

Однако исследования [94] показали, что для некоторых аэродинамических схем с полномерным управлением конусы их  $\mathfrak{K}$ -управляемости в некоторых состояниях также представляют аналогичные топологические сферы  $S$  (см. рис. 3.3, б). Иными словами, они являются виртуальными изотропными ВС. В изотропных состояниях ВС обладает качественно наилучшими возможными свойствами управляемости. Следовательно, мерой совершенства аэродинамической системы в состоянии  $(V, \theta, \Psi)$  является дефект сферы ее конуса [96]. Такой дефект легко вычисляется по отклонению реальной формы конуса от сферы, нормированной к единичной сфере.



**Рис. 7.6.** «Ущербные» формы конуса векторного поля при:  
 $a - \gamma \in [-20^\circ; 20^\circ], \alpha \in [-10^\circ; 36^\circ], \delta_g \in [0,3; 1];$   
 $б - \gamma \in [0^\circ; 180^\circ], \alpha \in [0^\circ; 90^\circ], \delta_g \in [0,3; 1];$   
 $в - \gamma \in [0^\circ; 90^\circ], \alpha \in [0^\circ; 45^\circ], \delta_g \in [0,3; 1];$   
 $г - \beta \in [-15^\circ; 15^\circ], \alpha \in [-40^\circ; 40^\circ], \delta_g \in [0; 1];$   
 $д - \beta \in [-40^\circ; 40^\circ], \alpha \in [-8^\circ; 8^\circ], \varphi_g \in [-18^\circ; 40^\circ];$   
 $е - \beta \in [-65^\circ; 65^\circ], \alpha \in [-10^\circ; 36^\circ], \delta_g \in [0; 1]$

Пусть  $Sp(D, d)$  — некоторая полая сфера в пространстве  $(\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \mathfrak{S}_3)$  с внешним  $D$  и внутренним  $d$  диаметрами и центром в точке

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0.$$

Тогда, если для некоторого состояния ВС  $(V, \theta, \Psi)$  существуют такие  $D$  и  $d$ , отличные от нуля, что

$$\mathfrak{F} \cap Sp(D, d) = Sp(D, d), \quad (5.7)$$

то можно утверждать, что данное ВС в состоянии  $(V, \theta, \Psi)$  обладает виртуальными изотропными свойствами (см. рис. 3.15), т. е. такими свойствами, которые могут реализовываться при соответствующем использовании управляющих факторов ВС.

Как отмечено выше (см. п. 3.5.3), важным показателем выступает оценка объема виртуальной изотропности. В соответствии с (3.28) при  $\gamma = 1$  ВС будет обладать идеальными свойствами управляемости.

Если не существует сфер  $Sp$  (см. рис. 3.16), удовлетворяющих соотношению (5.7), то удобно использовать показатели «дефекта виртуальной изотропности» (3.29).

Конус векторного поля  $\mathfrak{F}$  прямо и косвенно зависит от параметров аэродинамической системы сил ВС, что позволяет, используя соотношения (7.7), (3.28) и (3.29), связывать оценки  $\gamma$  и  $\omega$  с конструктивными параметрами ВС и осуществлять их оптимизацию компьютерными методами.

### 7.3. СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ КИНЕМАТИКОЙ ВОЗДУШНОГО СУДНА В «БОЛЬШОМ»

При исследовании возможности управления (или пилотирования) ВС в «большом» необходимо использовать полную существенно нелинейную систему уравнений движения ВС.

Такая реконфигурирующая технология основана на методе абсолютной инвариантности и автономности существенно нелинейных многомерных систем, законе функционального гомеостаза Павлова [73] и законе McR&C&D [77, 127, 136]. Эти законы соответствуют требованиям оптимальных эргатических систем и определяют выбор виртуального объекта и его свойства [62].

**7.3.1. Применение разработанных в пп. 3.5 и 3.6 методов для управления нелинейным объектом [66, 68, 69] в расширенных областях состояния (управление в «большом»).** Рассмотрим кинематические уравнения пространственного движения ВС относительно плоской земли в полускоростной системе координат при

пренебрежении центробежными кориолисовыми силами (7.1)—(7.5) (см. п. 7.1) [28, 43, 64, 104].

Использование модифицированной поляры Ньютона (7.3) позволяет проводить исследования в расширенном диапазоне скоростей без ограничений по углу атаки  $\alpha$ . Полагаем, что аэродинамическая схема ВС позволяет создавать тягу на любых углах атаки  $\alpha$ . Задача решается в два этапа. На первом этапе решается прямая задача: как по реальному объекту (7.1)—(7.5) синтезировать виртуальный объект с автономной организацией управлений:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= p_1, \quad (V, \theta, H) \in Q_i^{\square}; \\ \frac{d\theta}{dt} &= p_2, \quad (p_1, p_2, p_3) \in P_i^{\square}; \\ \frac{d\Psi}{dt} &= p_3; \\ \frac{dX}{dt} &= V \cos \theta \cos \Psi; \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta; \\ \frac{dZ}{dt} &= -V \cos \theta \sin \Psi, \end{aligned} \quad (7.8)$$

его виртуальную область состояний  $Q_i^{\square}$  и виртуальную область управлений  $P_i^{\square}$ .

На втором этапе решается обратная задача: по виртуальному объекту (7.8) и виртуальным управлениям  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $p_3(t)$  синтезировать реальные управления  $\alpha(t)$ ,  $\delta_g(t)$ ,  $\gamma(t)$  реальным объектом (7.1)—(7.5).

Можно показать, что решения прямой и обратной задач с учетом условий корректности задачи (п. 6.1) базируются на функциональных уравнениях абсолютной инвариантности (6.28) и (6.29):

$$\begin{aligned} &\{P_f(H, M, \theta, \delta_g) \cos(\alpha + \varphi_x) \cos \beta - \\ &- X_a(H, M, \theta, \alpha) - G \sin \theta\} = mp_1; \\ &\{P_f(H, M, \theta, \delta_g) (\sin(\alpha + \varphi_x) \cos \gamma_c + \\ &+ \cos(\alpha + \varphi_x) \sin \beta \sin \gamma_c) + Y_a(H, M, \theta, \alpha) \cos \gamma_c - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -Z_a(H, M, \theta, \gamma)\sin\gamma_c - G\cos\theta\} = mVp_2; \\
 & \{P_f(H, M, \theta, \delta_g)(\sin(\alpha + \varphi_x)\sin\gamma_c - \\
 & - \cos(\alpha + \varphi_x)\sin\beta\sin\gamma_c) + Y_a(H, M, \theta, \alpha)\sin\gamma_c + \\
 & + Z_a(H, M, \theta, \gamma)\cos\gamma_c\} = -mV\cos\theta p_3.
 \end{aligned}
 \tag{7.9}$$

Эти уравнения абсолютной инвариантности рассматриваются в прямой задаче как оператор отображения пространства реальных управлений  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c) \in (A, B, \Gamma)$  в пространство виртуальных управлений  $P(p_1, p_2, p_3)$  над пространством состояний реального объекта  $(V, \theta, H) \in Q_x$ , а в обратной задаче — как оператор отображения области управлений виртуального объекта  $(p_1, p_2, p_3) \in P_i^q$  в область управлений реального объекта  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)$  над пространством состояний виртуального объекта  $(V, \theta, H) \in Q_i^q$ .

Цель синтеза виртуального объекта — это нахождение такой прямоугольной области  $Q^q \times P^q$ , где  $Q^q = (\Delta V \times \Delta \theta \times \Delta H)$ ;  $P^q = (\Delta p_1, \Delta p_2, \Delta p_3)$ , для которой точка  $(p_1 = 0; p_2 = 0; p_3 = 0)$  является внутренней точкой  $P^q$ . Тогда, если решение данной задачи справедливо, то существует как виртуальный объект

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= p_1, p_1 \in \Delta p_1; \\
 \frac{d\theta}{dt} &= p_2, p_2 \in \Delta p_2; \\
 \frac{d\Psi}{dt} &= p_3, p_3 \in \Delta p_3
 \end{aligned}
 \tag{7.10}$$

в пространстве состояний  $Q^q$ , так и адекватный ему реальный объект (7.1)—(7.5) с реальным управлением  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)$ .

Полная структура замкнутой системы показана на рис. 7.7, где ВС — воздушное судно.

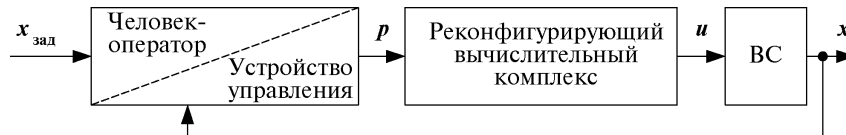
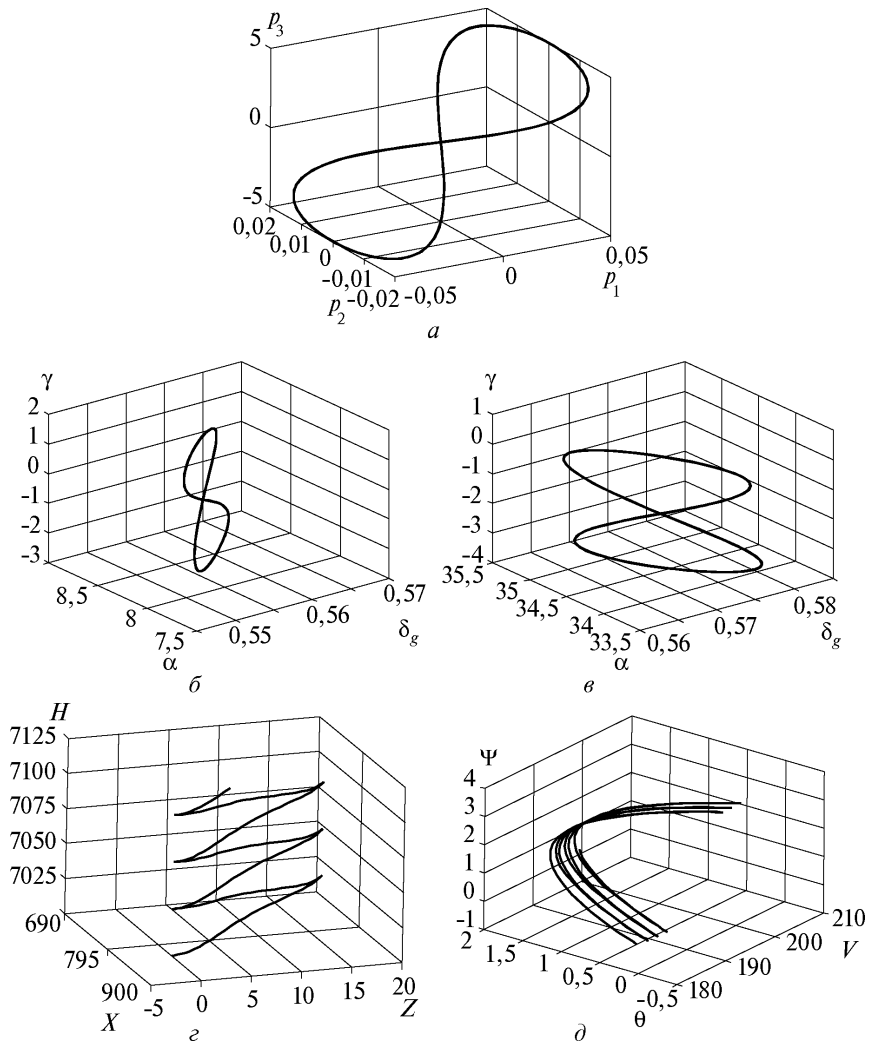


Рис. 7.7. Интегральная структура эргатической многомерной реконфигурирующей системы





**Рис. 7.8.** Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 180$  м/с

На рис. 7.8—7.20 приведены результаты моделирования алгоритма управления кинематикой ВС в «большом» с помощью указанной реконфигурирующей технологии. На рис. 7.8—7.18 показаны результаты моделирования управления кинематикой

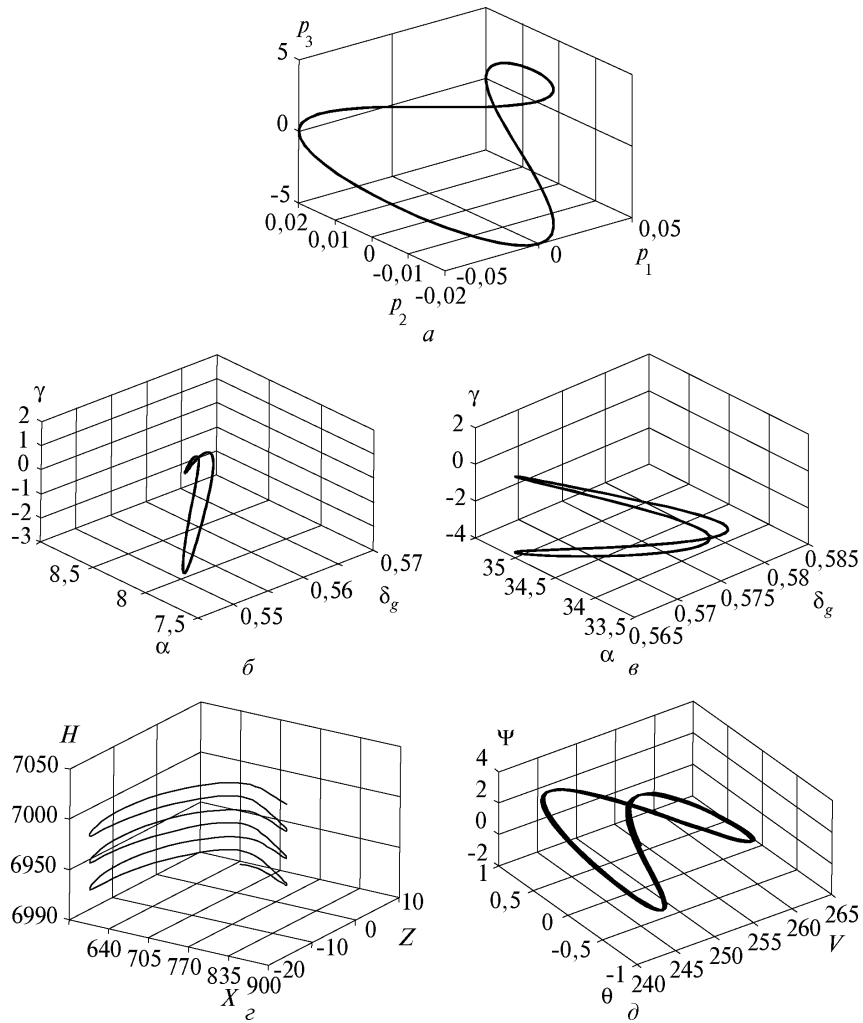
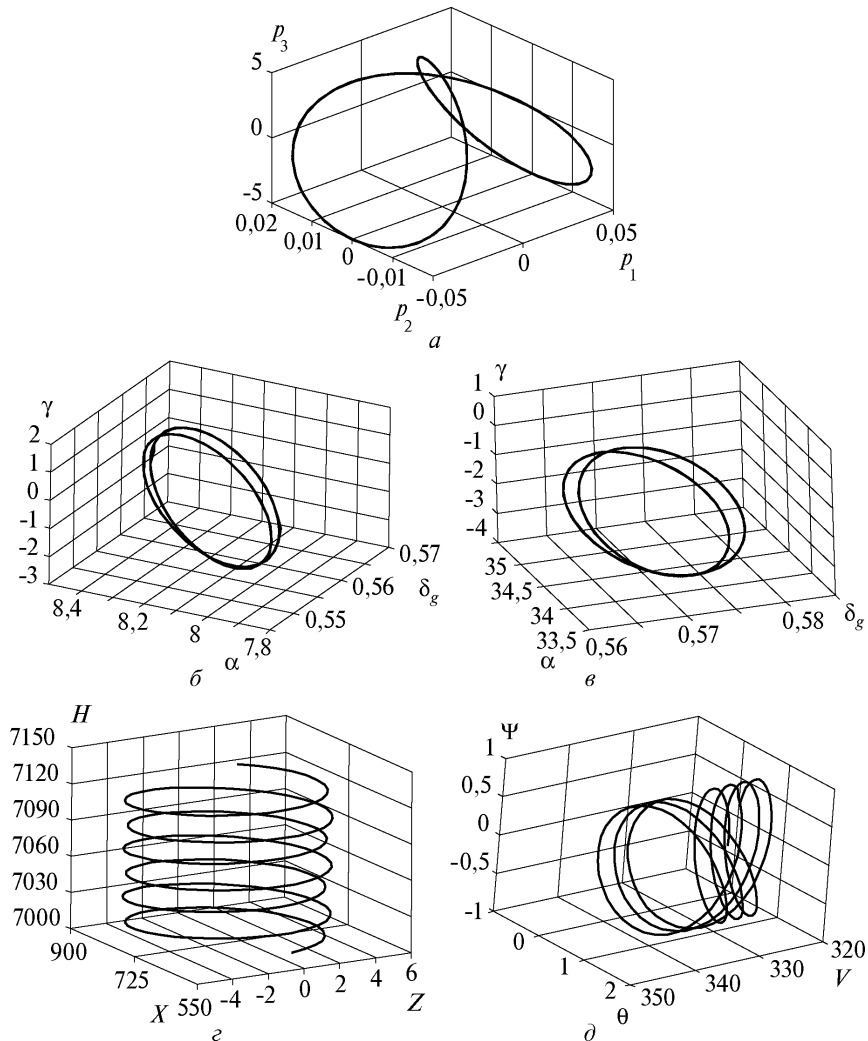


Рис. 7.9. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 250$  м/с

ВС с помощью реконфигурирующей технологии при начальных условиях  $H_0 = 700$  м,  $\theta_0 = 0^\circ$  и разных вариациях  $V_0$ , где  $a$  — задание виртуальных управлений ( $p_1, p_2, p_3$ );  $b$  — полученный первый набор реальных управлений ( $\alpha, \delta_g, \gamma$ );  $v$  — полученный вто-

рой набор реальных управлений  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)_2$ ;  $\varepsilon$  — параметры состояния ВС  $(X, H, Z)$ ;  $\partial$  — параметры состояния ВС  $(V, \theta, \Psi)$ . Из графиков видно, что объект (7.1)–(7.5) управляется при произвольном задании (генератором) виртуальных управлений в расширенной области управления. Координаты системы изменяют-



**Рис. 7.10.** Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 320$  м/с

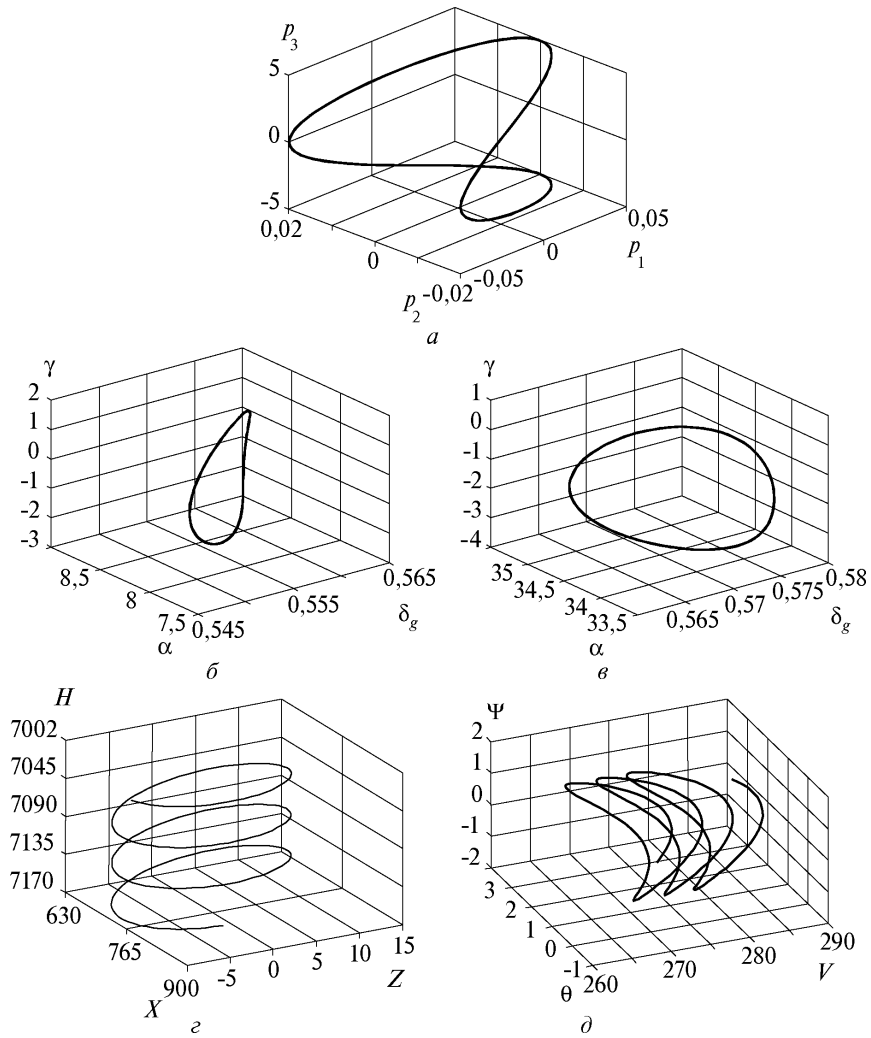


Рис. 7.11. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 270$  м/с

ся в соответствии с виртуальными программами  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $p_3(t)$  без особенностей. Объект управляется во всей области  $Q^3$ , в широком диапазоне значений чисел  $M$  и в значениях углов атаки за пределами обычных ограничений. Бифуркационность объекта

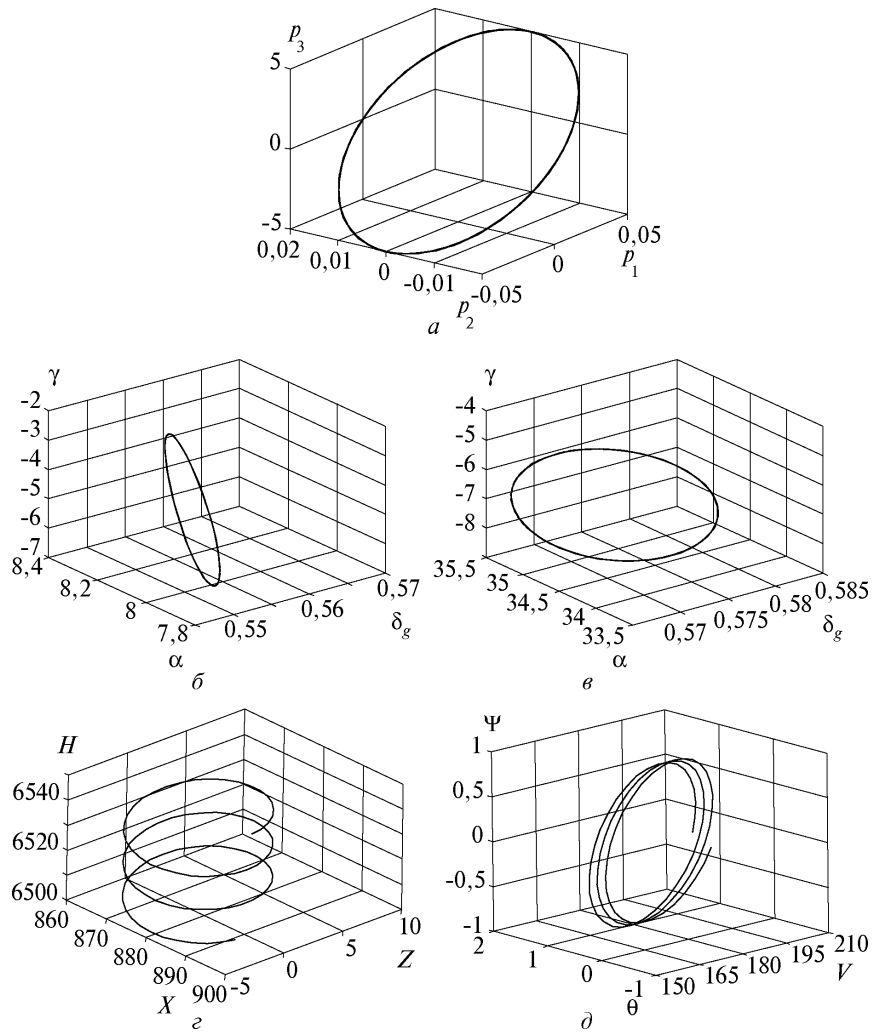


Рис. 7.12. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 150$  м/с

(7.1)—(7.5) проявляется в том, что виртуальные однозначные управления  $(p_1, p_2, p_3)$  порождают бифуркацию значений реальных управляющих переменных  $\alpha, \delta_g, \gamma_c$  на два набора  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)_1$  и  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)_2$  [92]. Для наглядности эффекта бифуркации исполь-

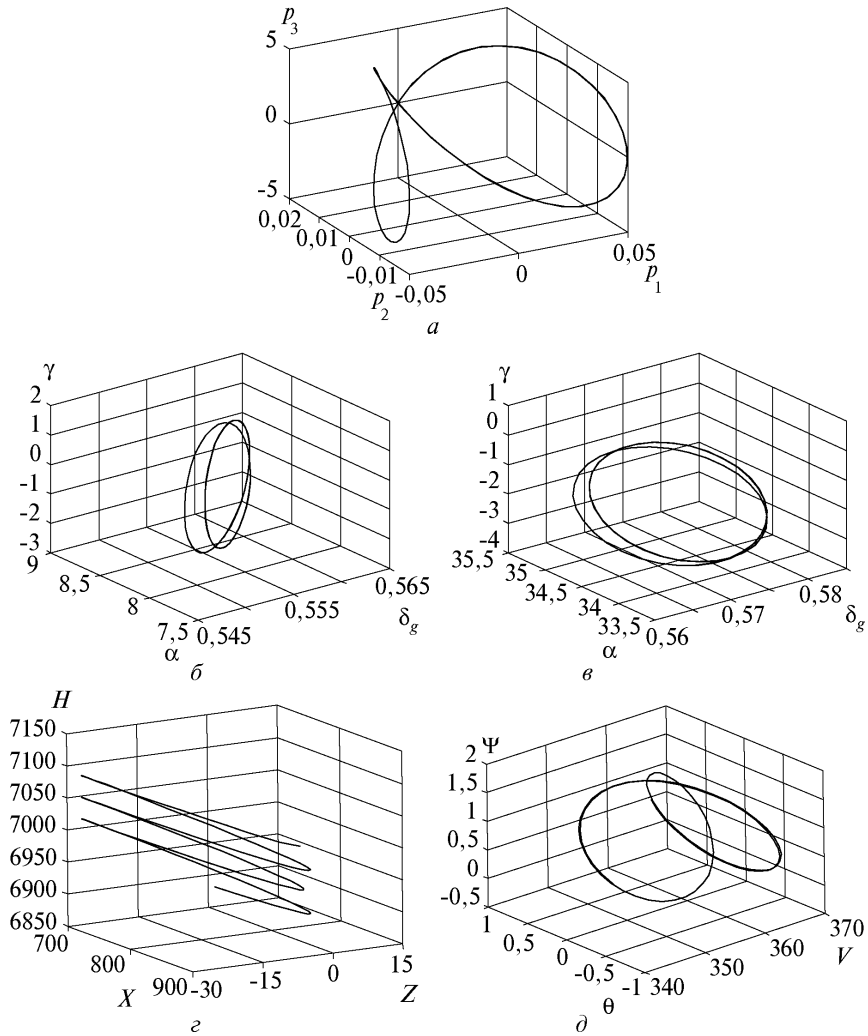


Рис. 7.13. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 340$  м/с

зовали принципы построения управлений в виде фигур Лиссажу в фазовых пространствах  $(p_1, p_2, p_3)$  и  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)$ .

Из графиков видно, что одному набору управляющих сил  $(p_1, p_2, p_3)$  одной фигуре в фазовом пространстве виртуальных управ-

лений соответствует два набора управлений  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)_1$  и  $(\alpha, \delta_g, \gamma_c)_2$ , две фигуры в фазовом пространстве реальных управлений. Оба набора реальных управлений эквивалентны в смысле обеспечения единого динамического образа поведения управляемого

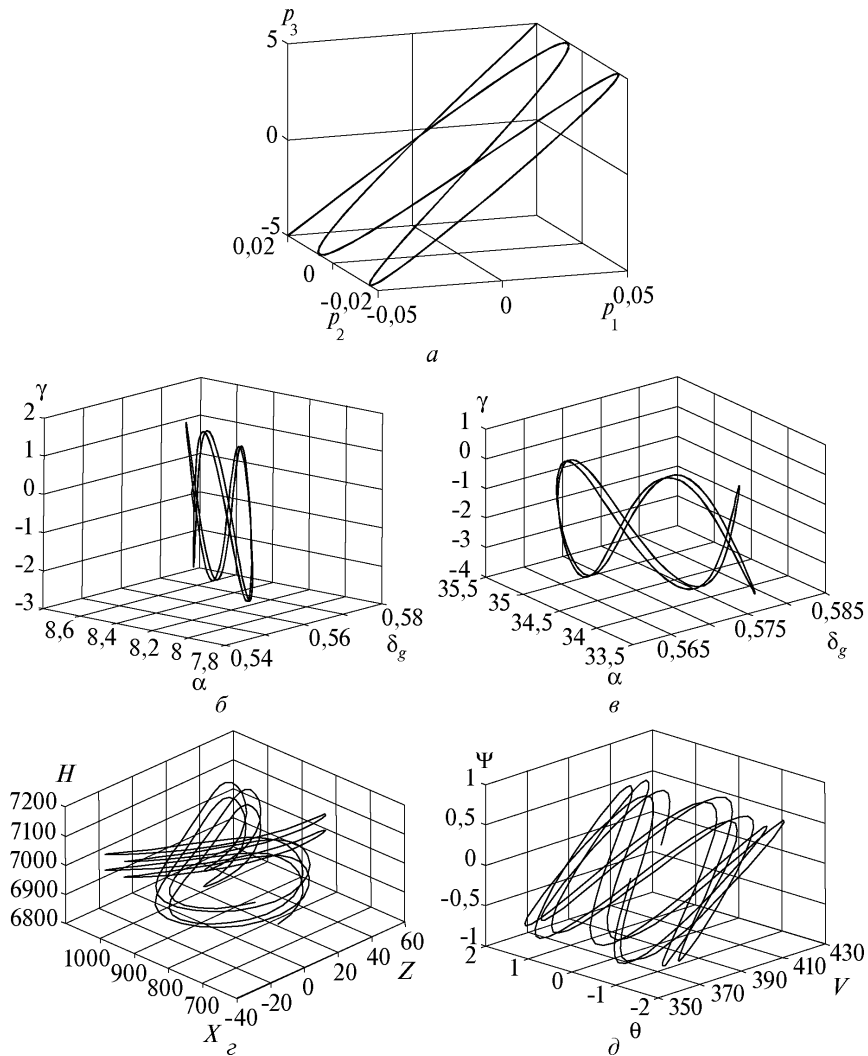


Рис. 7.14. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 140$  м/с

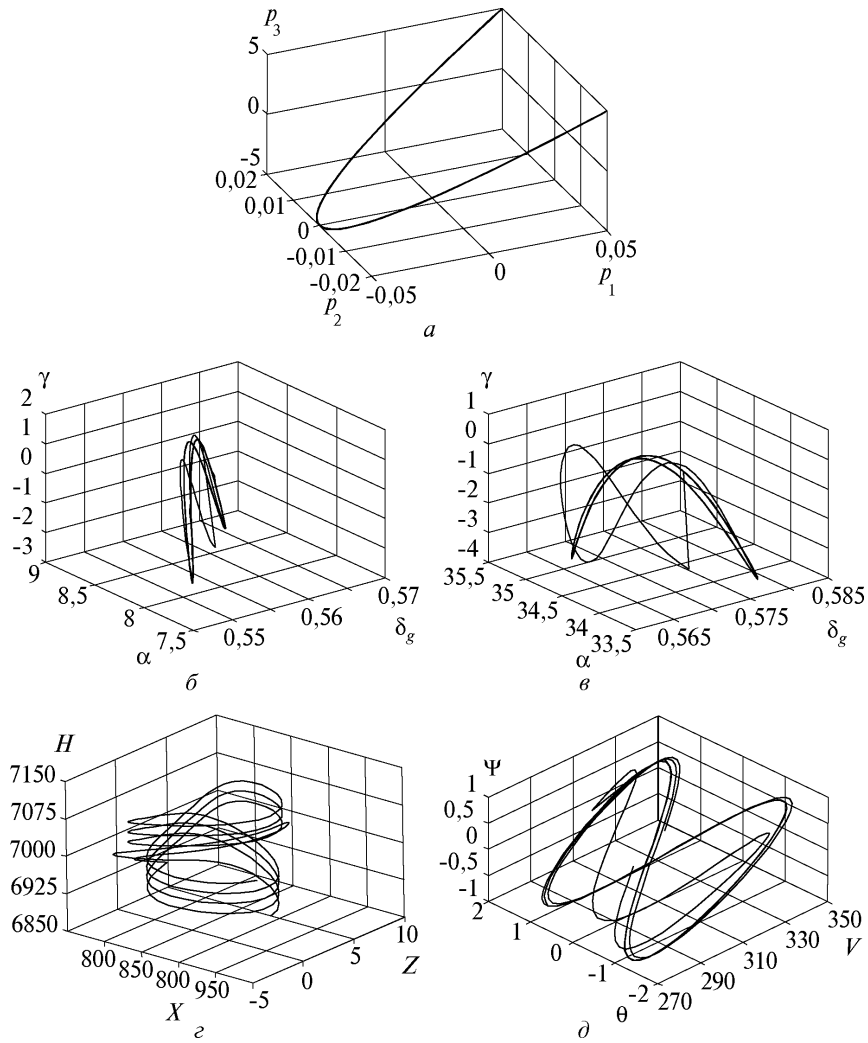


Рис. 7.15. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 200$  м/с

объекта (7.1)–(7.5), двумя способами используют ту или иную часть характеристик объекта. Параметры состояния управляемого объекта представлены на графиках в фазовых пространствах  $(X, H, Z)$  и  $(V, \theta, \Psi)$ . Графики иллюстрируют, что виртуаль-



ный объект удовлетворяет требованиям закона функционального гомеостаза Павлова [73] в виде свойств, определяемых законом McR&C&D [77, 127, 136]. Это позволяет вместо генератора за-

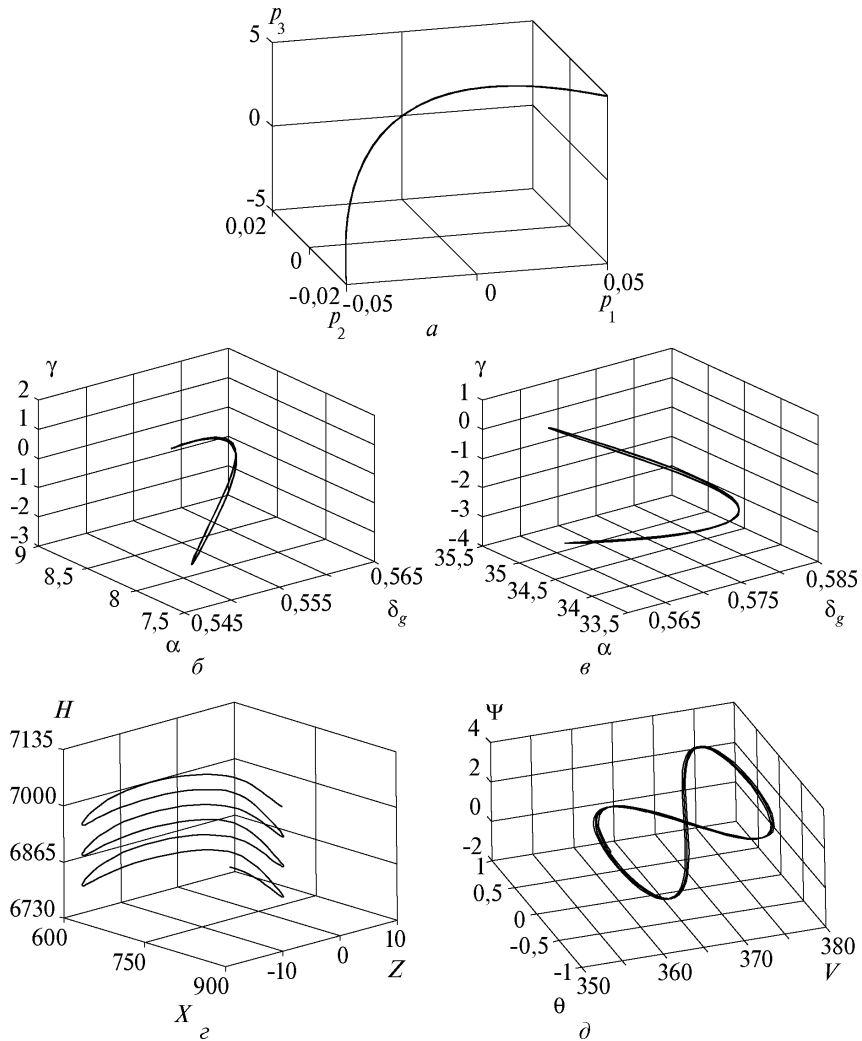


Рис. 7.16. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 350$  м/с

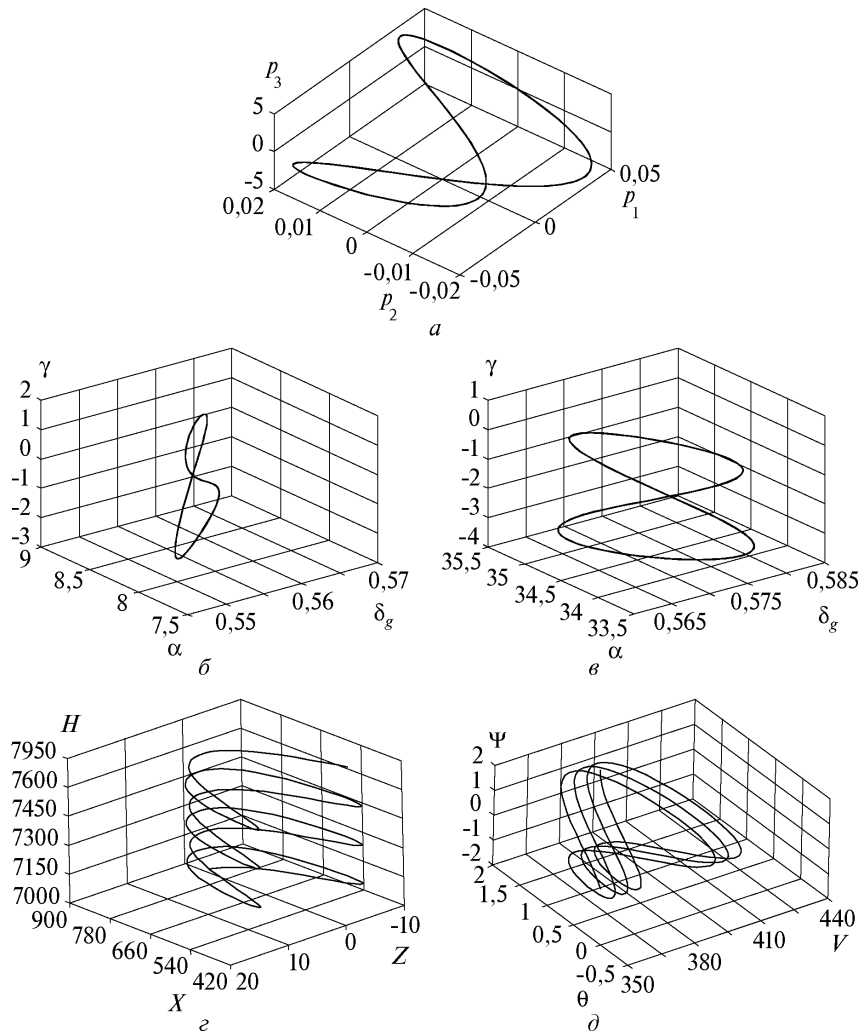


Рис. 7.17. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 240$  м/с

даний для  $p_1, p_2, p_3$  использовать человека-оператора или компьютер.

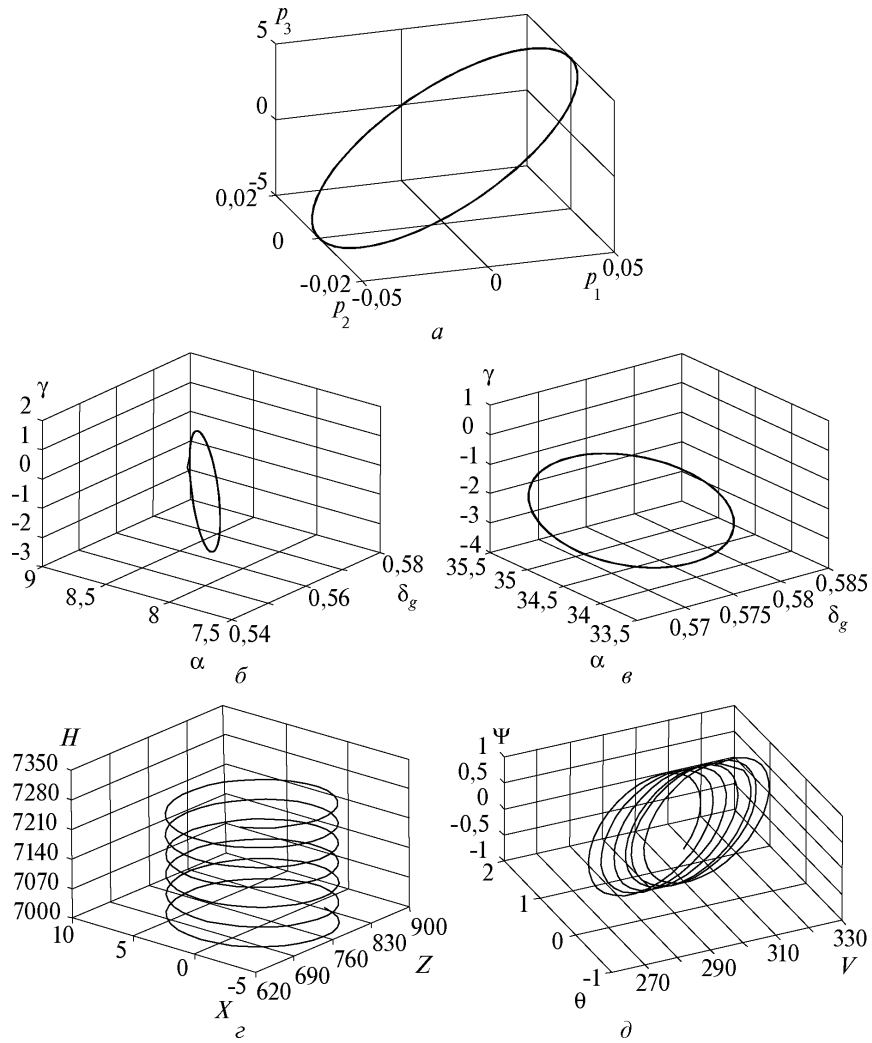


Рис. 7.18. Моделирование управления кинематикой ВС с помощью реконфигурирующей технологии при  $V_0 = 220$  м/с

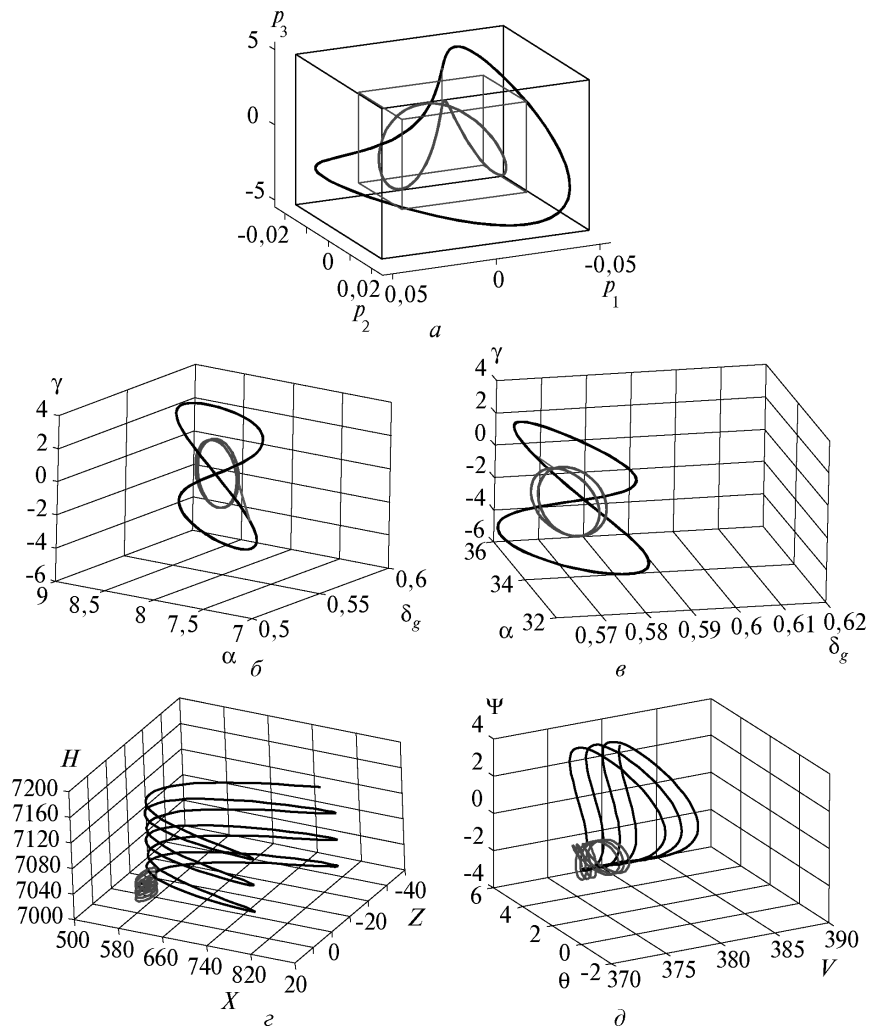


Рис. 7.19. Пример логико-динамического управления кинематикой ВС с симметричными виртуальными областями управления  $P^{(1)}$  и  $P^{(2)}$

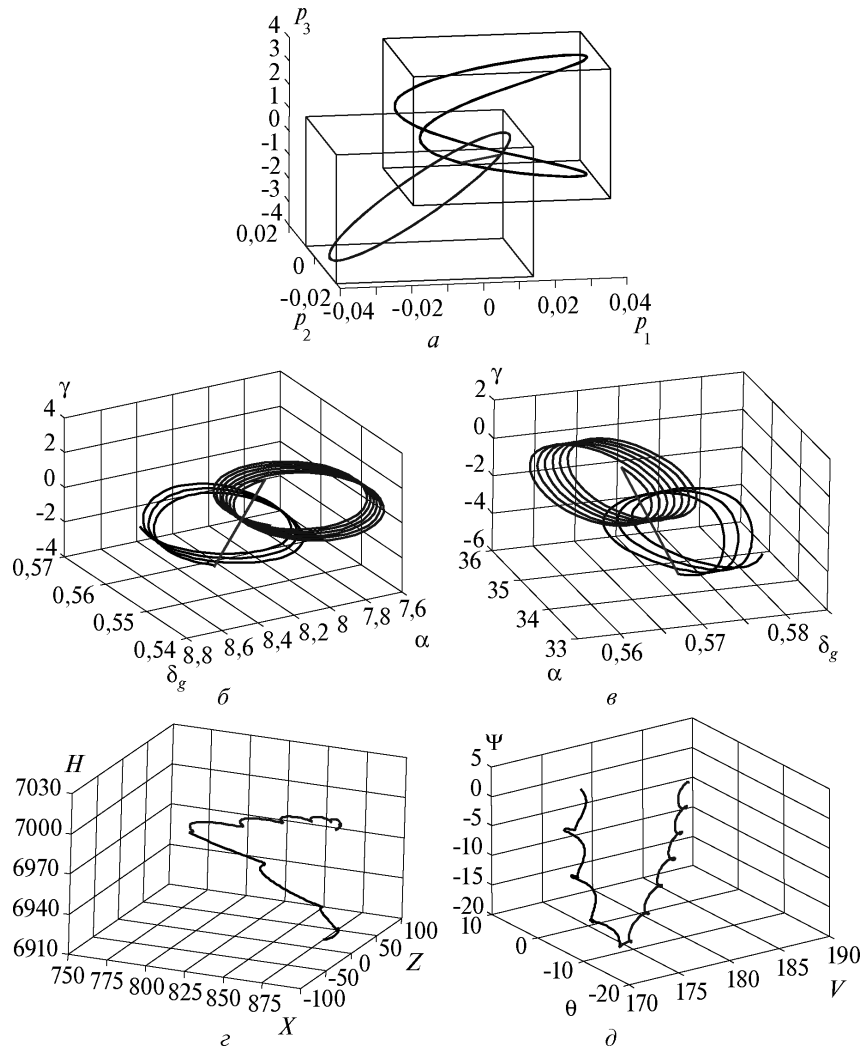


Рис. 7.20. Пример логико-динамического управления кинематикой ВС с асимметричными виртуальными областями управления  $P^{(1)}$  и  $P^{(2)}$



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры / Р. Айзекс — М.: Мир, 1967. — 480 с.
2. Динамика планетохода / [Е.В. Авотин, И.С. Болховитанов, А.Л. Кемурджан и др.]. — М.: Наука, 1979. — 440 с.
3. Айзекс Р.А. Дифференциальные игры / Р.А. Айзекс. — М.: Мир, 1967. — 480 с.
4. Алексеев С.М. Научные основы, модели анализа и синтеза производственно-технологических структур и системы управления созданием беспилотных авиационных комплексов: дис. д-ра техн. наук. — М.: Изд-во ИПУ РАН, 1998. — 108 с. — Рукопись.
5. Алиев Р.А. Принцип инвариантности и его применение для проектирования промышленных систем управления / Р.А. Алиев. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 128 с.
6. Алимов Ю.И. О применении прямого метода Ляпунова к дифференциальным уравнениям с неоднозначными правыми частями / Ю.И. Алимов // Автоматика и телемеханика. — 1961. — № 22. — С. 7.
7. Аммерал Л. Интерактивная трехмерная машинная графика / Л. Аммерал; пер. с англ. В.А. Львова. — М.: «Сол Систем», 1992. — 317 с.
8. Аммерал Л. Машинная графика на персональных компьютерах / Л. Аммерал; пер. с англ. В.А. Львова. — М.: «Сол Систем», 1992. — 232 с.
9. Аммерал Л. Принципы программирования в машинной графике / Л. Аммерал; пер. с англ. В.А. Львова. — М.: «Сол Систем», 1992. — С. 5; 224.
10. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. — М.: Физматгиз, 1959. — 916 с.
11. Асланян А.Е. Синтез системы автоматического управления багатопільового дистанційно пілотованого літального апарата / А.Е. Асланян, А.В. Казмірчук // Зб. наук. праць НЦ ВПС ЗС України. — Київ: КІ ВПС, 2003. — № 6. — С. 189—194.
12. Барбашин Е.А. К теории обобщенных динамических систем / Е.А. Барбашин // Ученые записки МГУ. Математика. — 1949. — № 2.
13. Барбашин Е.А., Алимов Ю.И. К теории релейных дифференциальных уравнений / Е.А. Барбашин, Ю.И. Алимов // Изв. вузов. Математика. — 1962. — 1, № 26.

14. *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости / Н.Н. Баутин. — М.: Наука, 1984. — 176 с.
15. *Боднер В.А.* Системы автоматического управления двигателями летательных аппаратов / В.А. Боднер, Ю.А. Рязанов, Ф.А. Шаймарданов. — М.: Машиностроение, 1973. — 248 с.
16. *Воэинг и IBM* будут развивать сетцентрические технологии [Электронный ресурс]. — Сент-Луис, 2004. — С. 5. — Режим доступа: <http://n-t.ru/sp/ibm/04/09232.htm>. — Название с экрана.
17. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. — М.: Наука, 1981. — 720 с.
18. *Вахрамеев С.А.* Геометрическая теория управления. Итоги науки и техники. Сер. алгебра, топология, геометрия / С.А. Вахрамеев, А.В. Сарычев // ВИНТИ. — 1983. — № 23. — С. 197—280.
19. *Верлань А.Ф.* Вычислительные процессы в системах управления и моделирования / А.Ф. Верлань, И.Е. Ефимов, А.В. Латышев. — Л.: Судостроение, 1981. — 248 с.
20. *Вишняков В.А.* Оптимизация процесса управления движением самолета на этапе взлета: автореф. дис. на соискание уч. степени д-ра техн. наук / В.А. Вишняков; КМУГА. — Киев, 1995. — 28 с.
21. *Воднев В.Т.* Основные математические формулы: [справочник] / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович; под ред. Ю.С. Богданова. — Минск: «Вышэ́ши», 1988. — 269 с.
22. Вопросы обеспечения безопасности полета и надежности управления самолетом // Обзор ОНТИ ЦАГИ. — М., 1974. — № 453. — 130 с.
23. *Гильмор Р.* Прикладная теория катастроф: в 2 кн. / Р. Гильмор. — М.: Мир, 1984. — Кн. I. — 350 с.; Кн. II. — 285 с.
24. *Глушков В.М.* Введение в кибернетику / В.М. Глушков. — Киев: Изд-во АН УССР, 1964. — 324 с.
25. *Глушков В.М.* Моделирование развивающихся систем / В.М. Глушков, В.В. Иванов, В.М. Яненко. — М.: Наука, 1983. — 350 с.
26. *Губинский А.И.* Надежность и качество функционирования эргатических систем. — Л.: Наука, 1982. — 286 с.
27. *Дарьин А.Н.* Метод динамического программирования в задачах синтеза управлений при разнотипных и двойных ограничениях / А.Н. Дарьин, А.Б. Куржанский // Проблемы управления и приложения (техники, производства, экономики): труды Междунар. конф. Минск, 16—20 мая 2005 г. — Минск, 2005. — С. 1—15.
28. Динамика маневренных самолетов на режимах полета с большими углами атаки // Обзор ОНТИ ЦАГИ. — М., 1979. — № 558. — 124 с.
29. *Додонов А.Г.* Введение в теорию живучести вычислительных систем / А.Г. Додонов, М.Г. Кузнецова, Е.С. Горбачик. — Киев: Наук. думка, 1990. — 184 с.
30. *Дружинин В.В.* Введение в теорию конфликта / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов, М.Д. Конторов. — М.: Радио и связь, 1989. — 288 с.



31. *Дружинин В.В.* Конфликтная радиолокация / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов. — М.: Радио и связь, 1982. — 200 с.
32. *Дружинин В.В.* Системотехника / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов. — М.: Радио и связь, 1985. — 200 с.
33. *Жуковский В.И.* Линейно-квадратичные дифференциальные игры / В.И. Жуковский. — Киев: Наук. думка, 1994. — 320 с.
34. *Журавлева Л.А.* Классификация состояний и видов отказов системы «Воздушное судно-экипаж среда» / Л.А. Журавлева, С.В. Копылова<sup>1</sup> // Прикладна аеродинаміка: зб. наук. праць. — Київ: КМУЦА, 1997. — С. 166—173.
35. *Задирака В.К.* Цифровая обработка / В.К. Задирака, С.С. Мельникова. — Киев: Наук. думка, 1993. — 294 с.
36. Методы алгоритмизации непрерывных производственных процессов / [В.В. Иванов, А.Н. Березовский, В.К. Задирака и др.]. — М.: Наука, 1975. — 400 с.
37. Интеллектуальное управление динамическими системами / [С.Н. Васильев, А.К. Жерлов, Е.А. Федосов, Б.Е. Фесун]. — М.: Физ.-мат. лит., 2000. — 352 с.
38. Исследование эффективности взаимодействия летчиков с бортовым оборудованием: Studies highlight automation «surprises» / Huges David // Aviat. Week and Space Technol. — 1995. — № 6. — P. 48, 49.
39. *Ищенко С.А.* К вопросу исключения системотехнических погрешностей из данных, получаемых бортовыми системами сбора информации / С.А. Ищенко // Прикладные вопросы искусственного интеллекта в задачах автоматизации и тестирования программ управления в технических системах. — Киев: КМУГА, 1998. — С. 75—83.
40. *Ищенко С.А.* Методы технической диагностики аэродинамического состояния воздушных судов: автореф. дис. на соискание уч. степени д-ра техн. наук / С.А. Ищенко; КМУГА. — Киев, 1998. — 32 с.
41. *Калман Р.* Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. — М.: Мир, 1971. — 394 с.
42. *Касьянов В.А.* Определение характеристик воздушных судов методами идентификации / В.А. Касьянов, Е.П. Ударуев. — М.: Машиностроение, 1988. — 170 с.
43. *Кирсанов Б.В.* Системы обеспечения безопасности полета на больших углах атаки / Б.В. Кирсанов // Вопросы Кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики. — М., 1981. — С. 52—71.
44. Оптимизация компоновки авиационных эргатических систем / [Ю.Н. Ковалев, О.Б. Аксенов, А.В. Скрипец, С.В. Копылова.] // Кибернетика и вычислительная техника. — 1997. — Вып. 114. — С. 42—52.
45. *Копылова С.В.* Возможность повышения качества управления нелинейным динамическим объектом с ростками катастроф / С.В. Копылова // Кибернетика и вычисл. техника. — 1997. — Вып. 112. — С. 63—68.

<sup>1</sup> С сентября 1998 г. фамилия изменена на Павлову С.В.

46. *Красовский А.А.* Исторический очерк развития и состояния теории управления / А.А. Красовский. — М.: ОАО «НПО Монтажавтоматика», 1999. — 69 с.
47. *Красовский Н.Н.* Игровые задачи о встрече движений / Н.Н. Красовский. — М.: Наука, 1970. — 420 с.
48. *Красовский Н.Н.* Позиционные дифференциальные игры / Н.Н. Красовский, А.И. Суботин. — М.: Наука, 1974. — 456 с.
49. *Кунцевич В.М.* Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. — Киев: Наук. думка, 2006. — 264 с.
50. *Куржанский А.Б.* Идентификация билинейных систем. Гарантированные псевдоэллипсоидальные оценки / А.Б. Куржанский, В.Д. Фурасов // Автоматика и телемеханика. — 2000. — № 6 — С. 41—53.
51. *Куржанский А.Б.* Идентификация нелинейных процессов — гарантированные оценки / А.Б. Куржанский, В.Д. Фурасов // Автоматика и телемеханика. — 1999. — № 6 — С. 70—87.
52. *Куржанский А.Б.* Управление и наблюдение в условиях неопределенности / А.Б. Куржанский. — М.: Наука, 1977. — 392 с.
53. *Кухтенко А.И.* Проблемы инвариантности в автоматике. — Киев: Госиздат техлит. УССР, 1963. — 376 с.
54. *Лебедев А.А.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: учеб. пособие для вузов / А.А. Лебедев, Л.С. Чернобровкин. — М.: Машиностроение, 1973. — 616 с.
55. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами. — Киев: Наук. думка, 2000. — 312 с.
56. *Летов А.М.* Состояние и перспективы развития теории управления / А.М. Летов // Автоматика и телемеханика. — 1972. — № 9. — С. 12—22.
57. Математические проблемы управления, оптимизации и теории игр // Материалы XI Международной конференции по автоматическому управлению «Автоматика-2004» / МОН Украины, НАН Украины, Украинская ассоциация по автоматическому управлению. — Киев: Украинская ассоциация по автоматическому управлению, 2004. — 4. — 122 с.
58. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. — М.: БР Энциклопедия, 1995. — 848 с.
59. Метод гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления / [А.А. Вавилов, В.В. Павлов, Е.П. Попов и др.]. — М.: Машиностроение, 1970. — 568 с.
60. Методы алгоритмизации непрерывных производственных процессов / [В.В. Иванов, А.И. Березовский, В.К. Задирака и др.]. — М.: Наука, 1975. — 400 с.
61. Механика полета (Общие сведения. Уравнения движения): Инженерный справочник / [С.А. Горбатенко, Э.М. Макашов, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель]. — М.: Машиностроение, 1969. — 420 с.
62. *Михалочкин Н.А.* Метод вычисления центральных моментов случайных величин параметров эргатических систем / Н.А. Михалочкин,

- С.В. Павлова, В.П. Харченко // Кибернетика и вычисл. техника. — 2005. — Вып. 147. — С. 14—21.
63. *Мхитарян А.М.* Аэродинамика / А.М. Мхитарян. — М.: Машиностроение, 1976. — 448 с.
64. *Остославский И.В.* Динамика полета. Траектория летательных аппаратов / И.В. Остославский, И.В. Стражева. — М.: Машиностроение, 1969. — 499 с.
65. *Павлидис Т.* Алгоритмы машинной графики и обработки изображений / Т. Павлидис; пер с англ. Н.Г. Гуревич. — М.: Радио и связь, 1986. — 400 с.
66. *Павлов В.В.* Віртуальна модель руху ЛА в просторі / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Тези доповідей V Міжнародної науково-технічної конференції «Аіоніка-2004». — Київ: Вид-во НАУ, 2004. — С. 40.
67. *Павлов В.В.* Влияние интеллектуальной развитости бортовых систем на уровень эффективности решения конфликтных задач / В.В. Павлов, С.В. Павлова, В.В. Павлова // Материалы III Международной научно-технической конференции гиротехнологии, навигации, управления движением и конструирования подвижных объектов. — Киев: НТУУ «КПИ», 2001. — С. 254—258.
68. *Павлов В.В.* Гомеостатична стратегія керування рухом літака на критичних та близьких до критичних станів / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції «АВІА-2002». — 2. — С. 23.43—23.46.
69. *Павлов В.В.* Ергатична система керування ЛА в розширеному діапазоні станів / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Тези доповідей V Міжнародної науково-технічної конференції «Аіоніка-2004». — Київ: Вид-во НАУ, 2004. — С. 39, 40.
70. *Павлов В.В.* Инвариантность и автономность нелинейных систем управления / В.В. Павлов. — К.: Наук. думка, 1971. — 272 с.
71. *Павлов В.В.* Инвариантность и дифференциальные игры / В.В. Павлов, Г.М. Уланов // М.: ДАН СССР, 1971. — 199, № 4. — С. 783—784. — (Invariance and differential games // Translated American Mathematical Society Soviet Math. Dokl. — 1971. — 12, № 4. — P. 1189—1191).
72. *Павлов В.В.* Конфликты в технических системах. Управление. Целостность / В.В. Павлов. — Киев: Вища шк., 1982. — 184 с.
73. *Павлов В.В.* Начала теории эргатических систем. — Киев: Наук. думка, 1975. — 240 с.
74. *Павлов В.В.* Понятие «фаза дифференциального конуса включения» / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Кибернетика и вычисл. техника. — 2003. — Вып. 140. — С. 3—11.
75. *Павлов В.В.* Решение критических задач управления на основе закона функционального гомеостаза / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Кибернетика и вычисл. техника. — 2000. — Вып. 128. — С. 3—15.
76. *Павлов В.В.* Синтез стратегий в человеко-машинных системах / В.В. Павлов. Киев: Вища шк., 1989. — 162 с.
77. *Павлов В.В.* Системы человек-машина: проблемы и синтез / В.В. Павлов. — Киев: Вища шк., 1987. — 55 с.

78. Павлов В.В. Топологические образы летательных аппаратов как объект конструирования систем и синтеза обобщенных законов управления их движением / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Материалы IV Международной научно-технической конференции «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники». — Киев: НТУУ «КПИ», 2003. — С. 10—18.
79. Павлов В.В. Фазовый анализ векторных полей динамических систем балансового типа / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Кибернетика и вычисл. техника. — 2003. — Вып. 141. — С. 58—69, 94.
80. Павлов В.В. Синергетика системных отказов в сложных авиатранспортных системах / В.В. Павлов, А.В. Скрипец, С.В. Копылова // Кибернетика и вычисл. техника. — 1997. — Вып. 116. — С. 87—98.
81. Павлов В.В. Естественные тенденции XXI века технического и интеллектуального прогресса в авиации и место теории эргатических систем в нем / В.В. Павлов, А.В. Скрипец, С.В. Павлова // Автошляховик України, 1999. — Вып. № 2. — С. 15—17.
82. Павлова С.В. Анализ возможных деформаций нелинейной системы и методология их преодоления / С.В. Павлова // Проблемы управления и информатики. — 1999. — № 6. — С. 31—39.
83. Павлова С.В. Геометрическая оценка «развитости» структур динамических систем балансового вида / С.В. Павлова // Кибернетика и вычисл. техника. — 2004. — Вып. 145 — С. 88—94.
84. Павлова С.В. Єдине математичне модельне уявлення систем  $\Gamma^2\text{S}^3$  з різним рівнем інтегрованості та розподіленості / С.В. Павлова // Вісник НАУ. — 2008. — № 1. — С. 16—22.
85. Павлова С.В. Залежність аеродинамічних характеристик крила від геометрії його несучих і керуючих площин / С.В. Павлова, С.Г. Оснач // Актуальні проблеми інформатизації та інформаційних технологій. — 2006. — 10. — С. 104—118.
86. Павлова С.В. Интеллектуальная стратегия автоматического исследования конуса включений нелинейной динамической управляемой системы в задачах компьютерной геометрии / С.В. Павлова // Труды VI Международной научно-практической конференции «Современные информационные и электронные технологии». — Одесса: ОНПУ, 2005. — С. 98.
87. Павлова С.В. Интеллектуальный метод компьютерного построения границы оболочки конуса включения нелинейной динамической системы управления / С.В. Павлова // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 2. — С. 30—39.
88. Павлова С.В. Компьютерные технологии исследования в «большом» качества управляемости летательного аппарата / С.В. Павлова // Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні» ІКТМ'2004. — Харків: НАУ «ХАІ», 2004. — С. 152.
89. Павлова С.В. Метод гарантованого оцінювання області повністю керованого стану складної нелінійної динамічної системи / С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. — 2011. — № 2. — С. 27—32.

90. Павлова С.В. Метод синтезу «якості» завдання керування складною нелінійною динамічною системою в «великому» / С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. — 2011. — № 1. — С. 18—23.
91. Павлова С.В. Модель конусів руху літального апарату / С.В. Павлова // Вісник НАУ. — 2003. — № 3-4. — С. 89—92.
92. Павлова С.В. Свойство бифуркации функций управления летательным аппаратом / С.В. Павлова // Матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції «АВІА-2007», Київ: НАУ, 2007. — 1. — С. 21.52—21.54.
93. Павлова С.В. Свойство слоения прообразов векторных полей динамически управляемых глобальных систем / С.В. Павлова // Кибернетика и вычисл. техника. — 2004. — Вып. 144. — С. 72—82.
94. Павлова С.В. Топологическая концепция в проблеме синтеза эргатических систем управления ЛА в расширенном диапазоне его состояний / С.В. Павлова // Матеріали VI Міжнародної науково-технічної конференції «Авіа-2004». — Київ: НАУ, 2004. — 2. — С. 26.44—26.47.
95. Павлова С.В. Топология векторного поля динамических эргатических систем как прообраз их функциональных свойств: в 3 т. / С.В. Павлова // Матеріали XII Міжнародної конференції з автоматичного управління, Харків, 30 травня — 3 червня 2005 р. — Харків: Вид-во НТУ «ХПІ», 2005. — 3. — С. 38—39.
96. Павлова С.В. Топологічна оцінка функціональності якості керованої аеродинамічної системи літака / С.В. Павлова // Вісник НАУ. — 2005. — № 1. — С. 48—54.
97. Палис Ж. Геометрическая теория динамических систем: Введение / Палис Ж., Ди Мелу В.; пер. з англ. В.Н. Колокольцова. — М.: Мир, 1986. — 302 с.
98. Пашковский И.М. Устойчивость и управляемость самолета / И.М. Пашковский. — М.: Машиностроение, 1975. — 328 с.
99. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон; пер с англ. М.В. Горбатовой, В.Н. Четверикова; под.ред. В.А. Горбатова. — М.: Мир, 1984. — 264 с.
100. Пономарев А.Н. Авиация настоящего и будущего / А.Н. Пономарев. — М.: Воениздат, 1984. — 256 с.
101. Постон Е. Теория катастроф и ее приложения / Е. Постон, И. Стюарт; пер. с англ. — М.: Мир, 1980. — 608 с.
102. Пухов Г.Е. Модели теологических процессов / Г.Е. Пухов, Ц.С. Хатиашвили. — Киев: Техника, 1974. — 224 с.
103. Рассел П. Авиационные происшествия. Статистика и методы предупреждения // Проблемы безопасности полетов. — 1995. — № 5. — С. 5—18.
104. Расчет и анализ движения летательных аппаратов: инж. справочник / [С.А. Горбатенко, Э.М. Макашов, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель]. — М.: Машиностроение, 1971. — 352 с.
105. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / [В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий, Н.Н. Кускуль]. — Киев: НАУ, 2004. — 500 с.

106. Рудис В.И. Полуавтоматическое управление самолетом / В.И. Рудис. — М.: Машиностроение, 1978. — 182 с.
107. Синеглазов В.М. Активное управление как средство повышения ресурса воздушных судов / В.М. Синеглазов, Е.К. Решетняк, Ю.К. Зиятдинов. — Киев: Техника. — 1998. — 170 с.
108. Системы цифрового управления самолетом / [А.Д. Александров, В.П. Андреев, В.Н. Кейти и др.]; под ред. А.Д. Александрова, С.М. Федорова. — М.: Машиностроение, 1993. — 223 с.
109. Спаравало М.К. Геометрия пространств векторных полей без критических элементов: дифференциально-топологический подход к задаче анализа в теории управления / М.К. Спаравало // Проблемы управления и информатики. — 1995. — № 6. — С. 15—25.
110. Справочник по теории автоматического управления / Под ред А.А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с.
111. Тамура И. Топология слоений / И. Тамура. — М.: Мир, 1979. — 317 с.
112. Технические эргатические системы (синтез эргаматов) / Под ред. В.В. Павлова. — Киев: Вища шк., 1977. — 344 с.
113. Толковый словарь по вычислительным системам / Под ред. В. Иллигорта [и др.]; пер. с англ. А.К. Белоцкого [и др.]; под ред. Е.К. Масловского. — М.: Машиностроение, 1991. — 560 с.
114. Ударцев Е.П. Эксплуатационная аэродинамика. Траекторные задачи / Е.П. Ударцев, А.М. Переверзев, С.А. Ищенко. — Киев: КМУ-ГА, 1998. — 136 с.
115. Уланов Г.М. Методы разработки интегрированных АСУ промышленными предприятиями / Г.М. Уланов, Р.А. Алиев, В.П. Кривошеев. — М.: Энергоиздат, 1983. — 320 с.
116. Управление сложностью сетевой архитектуры [Электронный ресурс] / NEW YORK: Communications Cynthia Swain 212-697-1111 or Financial Dynamics Media: Evan Goetz 212-850-5600. — 2006. — 2 p. — Режим доступа: [http://www.cisco.com/russian\\_win/warp/public/3/ru/seminars/strat\\_red\\_slozh.html](http://www.cisco.com/russian_win/warp/public/3/ru/seminars/strat_red_slozh.html). — Название с экрана.
117. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. — М.: Наука, 1985. — 216 с.
118. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с многозначной разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов // ДАН СССР. — 1963. — 151, 1.
119. Филиппов А.Ф. Приложение теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью к нелинейным задачам автоматического регулирования / А.Ф. Филиппов // Труды I Международной конференции по автоматическому управлению. — М.: АН СССР, 1961. — Т. 1. — С. 25—33.
120. Формальский А.М. Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами / А.М. Формальский. — М.: Наука, 1974. — 368 с.
121. Чепіженко В.І. Системний метод імерсування та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес / В.І. Чепіженко, С.В. Павлова, В.В. Павлов // Вісник НАУ. — 2012. — № 1. — С. 26—31.

122. *Чикрий А.А.* Конфликтно управляемые процессы / А.А. Чикрий. — Киев: Наук. думка, 1992. — 384 с.
123. *Шун Т.* Решение инженерных задач на ЭВМ: практическое руководство / Т. Шун; пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 238 с.
124. Энциклопедия кибернетики / Под ред. В.М. Глушкова. — Киев: УСЭ, 1974. — Т. 1. — 608 с.; Т. 2. — 624 с.
125. *Chernousko F.L.* New Results of Optimal Ellipsoidal Estimation for Uncertain Dynamic Systems / F.L. Chernousko, A.V. Shmatkov // Pr. of XV World Congress IFAC. — Barcelona, Spain, 2002. — 6 p.
126. *Daryin A.N.* Nonlinear Control Synthesis under Double Constraints / A.N. Daryin, A.B. Kurzhanski // Pr. of XVI World Congress IFAC. — Prague, Czech, 2005. — 6 p.
127. *Devis R.* The human operator us a single channel information system / R. Devis // Quarterly journal of experimental psychology. — 1957. — 9, N 3. — P. 119—129.
128. *Gay Juanole.* Quality of Service of Communication Networks and Distributed Automation: Models and Performances [Электронный ресурс] / Gay Juanole // World Congress Barcelona, Spain, 2002 IFAC. — Elsevier Science Ltd The Boulevard, Langford Lane, Kidlington, Oxford OX5 1GB, UK, 2002. — 1 электрон. опт. диск (CD-R): цв.; 12 см. — Систем. требования: Windows 98/200/NT/XP. Java-enabled Internet Browser. Adobe Acrobat Reader. — Название с экрана.
129. *Geometric Reasoning* / eds. Deepak Kapur, Joseph L. Mundy. — The MIT Press Massachusetts institute of Technology Cambridge, Massachusetts, 02142, 1989. — 512 p.
130. *Horacek P.* Digital or multimedia DVD / P. Horacek // XVI IFAC World Congress Final Report. September 5, 2005. — Imprint: Elsevier Science, 2006. — 30 p.
131. *Krotov V.F.* National Achievements in control theory (The Aerospace Perspective) [Электронный ресурс] / V.F. Krotov, A.B. Kurzhanski — Режим доступа: <http://aca2004.aanet.ru.004.pdf>. — Название с экрана.
132. *Kurzhanski A.B.* Ellipsoidal techniques for hybrid dynamics: the reachability problem. [Электронный ресурс] / A.B. Kurzhanski, P. Varaiya; eds. W.P. Dayawansa, A. Lindquist, Y. Lhon // New Direction and Applications in Control Theory, Lecture Notes in Control and Information Sciences. — Springer, 2005. — 321. — 193 p. — Режим доступа: <http://paleale.eecs.berkeley.edu/~varaiya/papers/ps.dir/hybridreach.pdf>. — Название с экрана.
133. *Marchaud A.* Sur les champs continus de dimiones convexexes et leurs integrals // Compositio math. — 1963. — 3, N 1.
134. *Milanese M.* Bounding Approaches to Systems Identification / M. Milanese, J. Norton, H. Piet Lehanier [eds.]. — New York: Plenum Press, 1996. — 206 с.
135. *Mc. Ruer D.T.* The Man-machine System Conception / D.T. Mc. Ruer, E.S. Crendel // Proc. Inst. Radio Engrs. — 1962. — N 5. — P. 23—29.
136. Net-Centric Airborne Defense Element (NCADE) [Электронный ресурс] // Communications Corp., 2006. — 3 p. — Режим доступа: <http://www.globalsecurity.org/space/systems/ncade.htm>. — Название с экрана.

137. Net-Centric Environment Joint Functional Concept [Электронный ресурс] // Version 1.0, USA, Department of Defense, 2005. — 75 p. — Режим доступа: [http://www.dtic.mil/futurejointwarfare/concepts/netcentric\\_jfc.pdf](http://www.dtic.mil/futurejointwarfare/concepts/netcentric_jfc.pdf). — Название с экрана.

138. Pilot. Aircraft. Face. New Problem in Low-Altitude, High-Speed Flight // Aviation Week and Space Technology. — **84**, N 22. — 1966. — P. 37.

139. *Casanova V.* Real-Time Implementation of Multirate Control Techniques for an ICCS [Электронный ресурс] / V. Casanova, J. Salt // World Congress Barcelona, Spain, 2002 IFAC. — Elsevier Science Ltd The Boulevard, Langford Lane, Kidlington, Oxford OX5 1GB, UK, 2002. — 1 электрон. опт. диск (CD-R): цв.; 12 см. — Систем. требования: Windows 98/200/NT/XP. Java-enabled Internet Browser. Adobe Acrobat Reader. — Название с экрана.

140. *Pavlov V.* Synargetic of System Failure / V. Pavlov, S. Kopylova // Proc. International Conf «The Information Technology Contribution to the Building of a Safe Regional Environment». — Kiev, 1998. — P. 214—221.

141. *Woodcock A.E.R.* Geometrical Study of the Elementary Catastrophes: Lecture Notes in Mathematics / A.E.R. Woodcock, T.A. Poston. — Berlin; New York.: Springer, 1974. — P. 272.

142. *Yannone Ronald M.* Expert system in the flight of the 1990 / M. Yannone Ronald // IEEE, Aerosp. and Electron Syst. Mag. — 1986. — **1**, N 2. — P. 1—8.

143. *Zaremba S.Ch.* Sur les équations an paratingent // Bull. Sci. Math. — 1936. — **2**. — P. 60.



# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- A**  
Automatic Control Science View
- C**  
Closed Loop Control System  
Computer Science and Telecommunication View
- I**  
Integrated Intellectual Communication Computer Command Control System  
Integrated Intellectual Communication Computer Command System
- O**  
Open Loop Control System
- V**  
Virtual explorer
- A**  
Автоматическая система управления  
Автономность управлений  
Активное управление  
Аналитика интеллекта
- Б**  
Безинерционная мера  
Бифуркации
- В**  
Виртуализация мерных систем  
Виртуальная изотропность воздушного судна
- персональная сеть  
— система  
Виртуально-изотропная система  
Виртуальные параметры автономного управления  
Виртуальные управления  
Виртуальный объект  
— процесс  
Внутренняя оболочка конуса  
Выпуклость множеств неопределенности
- Г**  
Гарантированная оценка полностью управляемого состояния  
Гарантированный результат
- Д**  
Двухмодельное представление систем  
Дефект виртуальной изотропности  
Дифференциальное включение  
Дифференциально-топологические методы  
Достижимость  
Дуальная стратегия компьютерного распознавания
- З**  
Задача качества  
— существования  
— функциональной балансировки  
Замкнутая топологическая система фазового пространства и векторного поля

**И**

Изотропное состояние  
 Иммерсированная система  
 Иммерсия мерных систем  
 Инвариантность транспонированная  
 Инерционная мера  
 Интегрально-топологические методы  
 Интеллектуальное управление  
 Информационно-управляющая технология

**К**

Карта пространства векторного поля  
 Качественно-однородные состояния векторного поля  
 Компенсация критичности  
 Контактное множество орбит  
 Контингенция  
 Конус векторного поля  
 Конус направления  
 — управлений  
 Концепция системности  
 Корпоративный эффект  
 Критическая зона  
 Критические седловые точки  
 Критические системы  
 — точки  
 Критическое возмущение  
 — многообразии  
 Критичность нелинейных объектов  
 Кусочно-непрерывная функция

**Л**

Логико-динамическое управление

**М**

Математическая модель динамических процессов в «большом»  
 — технология  
 Мерные системы  
 — циклы  
 Метод глобальных функций  
 Метод нелинейной интегральной инвариантности  
 Метод слоев векторных полей  
 Множество нулей  
 — полюсов

Модель конусов движения воздушного судна

**Н**

Неизотропное состояние  
 Некритичный виртуальный объект  
 Нелинейные системы в терминах существенных переменных с отклоняющимися аргументами  
 Нелинейный динамический критический объект  
 Неопределенность возмущений  
 Несвязность множеств неопределенности

**О**

Области управления  
 Область определения объекта управления  
 Область полностью управляемого состояния  
 Обратная задача управления объектом  
 Объем виртуальной изотропности  
 Овыпукливание множеств  
 Оперативность управления агрегатами

**П**

Поверхность переключения  
 Полиавтономность  
 Полиинвариантность  
 Полная синхронизация прикладных процессов  
 Принцип двухканальности  
 Пространство векторных полей  
 — движений в «большом»  
 Прямая задача управления объектом  
 — классификация уравнений объектов

**Р**

Развитость структур динамических систем  
 Распределенная система управления  
 Регуляризованное состояние системы  
 Реконфигурация

## Предметный указатель

---

- Реконфигурированный объект  
Решение дифференциальных уравнений с разрывной правой частью  
Решение уравнений в контингентах
- С**
- Сепарабельная поверхность  
Сетецентрические компьютерные системы  
Сечение тела состояний  
Система систем  
Системы балансового типа  
Ситуативная некомпетентность  
Скользящий режим  
Слоение образов системы  
Сложная система  
Сложность  
Сложный динамический нелинейный возмущаемый процесс  
Совершенство развития систем  
Стратегии управления процессами в «целом»  
Структуризация области полностью управляемого состояния  
Существенно нелинейная система — дифференциальных уравнений  
Существенно нелинейный процесс
- Т**
- Тело состояний управлений системы
- Теория конфликтов  
Типичность слоений управляющих многообразий  
Топологические образы динамических систем  
Топологический облик системы  
Транспонированная классификация уравнений объектов
- У**
- Управление в «большом»  
— в «малом»  
— в «целом»  
Управляемое состояние  
Ущербность систем
- Ф**
- Фазовое состояние распределенной системы  
Фазовые состояния векторного поля  
Функциональная корректность  
Функциональные агрегаты  
— уравнения абсолютной инвариантности  
Функциональный резерв
- Ч**
- Человеческий фактор
- Э**
- Эргатическая система управления  
Эргатические системы



# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	000
ВВЕДЕНИЕ .....	000
<b>Г Л А В А 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ИНВАРИАНТНОСТИ И АВТОНОМНОСТИ .....</b>	<b>000</b>
1.1. Класс исследуемых систем управления .....	000
1.2. Структурные схемы и дифференциальные уравнения .....	000
1.3. Общая постановка задачи полиинвариантности и полиавтономности .....	000
1.4. Некоторые положения, связанные с понятием существенно нелинейных систем .....	000
1.5. Общая классификация объектов управления .....	000
1.6. Условия абсолютной инвариантности .....	000
<b>Г Л А В А 2. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ .....</b>	<b>000</b>
2.1. Проблема управления динамикой сложных нелинейных систем .....	000
2.2. Сложная нелинейная распределенная система управления динамическими системами .....	000
2.3. Проблема анализа и синтеза управления динамикой сложных нелинейных систем .....	000
<b>Г Л А В А 3. МЕТОДЫ АНАЛИЗА СВОЙСТВ СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В «БОЛЬШОМ» И В «ЦЕЛОМ» .....</b>	<b>000</b>
3.1. Системная концепция интегрально-топологического анализа и синтеза сложных нелинейных систем в «большом» и в «целом» .....	000
3.2. Основные положения интегрально-топологических методов анализа сложных нелинейных систем в «большом» и в «целом» .....	000
3.3. Метод фазового анализа векторных полей динамических систем балансового типа .....	000
3.4. Метод слоения прообразов векторных полей динамически управляемых сложных нелинейных систем .....	000
3.5. Метод геометрической оценки развитости структур динамических систем балансового вида .....	000
3.6. Метод компьютерного построения границы оболочки конуса включения сложной управляемой нелинейной динамической системы ...	000

<b>Г Л А В А 4. ОБЩАЯ МЕТОДИКА СИНТЕЗА АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ В ОСОБЫХ КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ</b> .....	000
4.1. Общая характеристика задач управления нелинейными динамиче- скими критическими объектами .....	000
4.2. Методика анализа и синтеза управления критическими системами .....	000
<b>Г Л А В А 5. ПОДСИСТЕМА С КРИТИЧЕСКИМИ СЕДЛОВЫМИ ТОЧКАМИ</b> .....	000
5.1. Критические седловые точки в системах .....	000
5.2. Анализ возможных неконтролируемых возмущений функций в нелинейной системе с седловыми критическими точками .....	000
5.3. Компенсация критичности микро- и макровозмущений в нели- нейной системе .....	000
<b>Г Л А В А 6. МЕТОДЫ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В «БОЛЬШОМ»</b> .....	000
6.1. Метод синтеза качества задачи управления сложной нелинейной динамической системой в «большом» .....	000
6.2. Общие системные свойства области полностью управляемого со- стояния сложного нелинейного объекта .....	000
6.3. Метод гарантированной оценки области полностью управляемого состояния .....	000
6.4. Системный метод иммерсирования и виртуализации «мерных» систем в реальный процесс .....	000
6.5. Метод структуризации области полностью управляемого состоя- ния при учете существенных ограничений .....	000
6.6. Метод синтеза многоуровневого управления сложным нелиней- ным динамическим объектом в классе виртуальных стратегий .....	000
6.7. Компьютерная реализация задач для синтеза управления сложны- ми нелинейными динамическими системами .....	000
<b>Г Л А В А 7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ КИНЕМАТИКОЙ ВОЗДУШНОГО СУДНА В «БОЛЬШОМ»</b> .....	000
7.1. Модель конусов движения воздушного судна .....	000
7.2. Топологическая оценка функциональности качества управляемой аэродинамической системы воздушного судна .....	000
7.3. Синтез управления кинематикой воздушного судна в «большом» ....	000
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	000
<b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ</b> .....	000

*Наукове видання*

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-НАВЧАЛЬНИЙ ЦЕНТР  
ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА СИСТЕМ

ПАВЛОВ Вадим Володимирович  
ПАВЛОВА Світлана Вадимівна

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ  
СКЛАДНИМИ НЕЛІНІЙНИМИ  
ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Аналітика інтелекту

Київ, Науково-виробниче підприємство  
«Видавництво “Наукова думка” НАН України», 2015

Художній редактор *І.Р. Сільман*  
Технічний редактор *Т.С. Березяк*  
Коректор  
Оператори *О.О. Пономаренко, І.А. Сухиня*  
Комп'ютерна верстка *Т.О. Ценцеус*

Підп. до друку 00.00.2015. Формат 60×90 1/16. Папір офс. № 1.  
Гарн. Таймс. Друк. офс. Ум. друк. арк. 00,0.  
Ум. фарбо-відб. 00,0. Обл.-вид. арк. 00,0.  
Тираж 00 прим. Зам. № 00-000

НВП «Видавництво “Наукова думка” НАН України»  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру ДК № 2440 від 15.03.2006 р.  
01601 Київ 1, вул. Терещенківська, 3

