

Лекція 12: Основні поняття теорії масового обслуговування

1. Основні поняття.
2. Класифікація систем масового обслуговування.
3. Характеристики ефективності.

1. Основні поняття

Система масового обслуговування (СМО) - це система, яка обслуговує вимоги, що надходять до неї (заявки). Основними елементами системи є:

- вхідний потік вимог;
- канали обслуговування;
- черга вимог;
- вихідний потік вимог.

Вимоги (заявки) на обслуговування надходять через дискретні (постійні або випадкові) інтервали часу. Важливо знати закон розподілу вхідного потоку.

Канали (прилади) необхідні для обслуговування цих заявок. Обслуговування триває деякий час, постійний або випадковий.

Випадковий характер потоку заявок та часу обслуговування призводить до того, що в деякі моменти часу на вході СМО може виникнути черга, в інші моменти – канали можуть бути недозавантаженими або взагалі простоювати. Якщо у момент надходження заявки всі прилади зайняті, заявка копіюється у комірку буфера і чекає там початку обслуговування. Заявки, що знаходяться в буфері, складають чергу на обслуговування. Якщо всі комірки буфера зайняті, заявка отримує відмову в обслуговуванні і втрачається.

Процес роботи СМО представляє собою випадковий процес з дискретними станами та неперервним часом. Стан СМО змінюється стрибком в моменти реалізації подій (надходження нової або закінчення обслуговування вимоги, моменту, коли вимога, виходить з черги).

З вимог, які вже обслуговані, формується *вихідний потік*.

Кожна СМО, залежно від кількості каналів, їх продуктивності, характеру потоку заявок, має деяку *пропускну здатність*, яка дозволяє їй більш чи менш успішно справлятися з потоком вимог.

Задача теорії масового обслуговування полягає в побудові моделей, які пов'язують задані умови роботи СМО з показниками ефективності системи, що описують її спроможність впоратися з потоком вимог. Під *ефективністю* обслуговуючої системи розуміють характеристику рівня виконання цією системою функцій, для яких вона призначена.

2. Класифікація систем масового обслуговування

Системи масового обслуговування класифікують за різними ознаками.

Перша класифікація по наявності черг:

1. системи з **відмовами** (без черги) - заявка, яка надійшла в момент, коли всі канали зайняті, отримує відмову, покидає СМО і надалі не обслуговується;
2. системи з **очікуванням** (з чергою) - заявка, що прийшла в момент, коли всі канали зайняті, не відкидається, а стає в чергу і чекає можливості бути обслугованою. В свою чергу класифікують:
 - a) по **довжині черги** - з обмеженою довжиною черги, які допускають чергу, але з обмеженим числом місць в ній;
 - b) за **часом очікування** - з обмеженим часом очікування, що допускають чергу, але з обмеженим терміном перебування кожної вимоги в ній;
 - c) по **дисципліні обслуговування** – з обслуговуванням по пріоритету, що допускають чергу, але деякі заявки обслуговуються поза чергою (тобто по пріоритету).
 - FIFO (First Input - First Output)*: першим прийшов - першим обслужений;
 - LIFO (Last Input - First Output)*: останнім прийшов - першим обслужений;
 - FIRO (First Input - Random Output)*: першим прийшов - обслужений у випадковому порядку; обслуговування з пріоритетами.

Друга класифікація за числом каналів обслуговування:

1. **одноканальні**;
2. **багатоканальні**.

Третя класифікація за місцем знаходження джерела вимог:

1. **розімкнені**, коли джерело знаходиться поза системою. Характеристики потоку заявок в такій системі не залежать від того, в якому стані сама СМО (скільки каналів зайнято);

2. **замкнуті**, коли джерело знаходиться в самій системі. У такому разі - залежать.

Однією з форм класифікації систем масового обслуговування є кодова (символьна) класифікація Д. Кендалла. За цією класифікацією для позначення типу СМО використовуються позначення вигляду $X/Y/N/n$. Де X – закон розподілу інтервалів надходження заявок, Y – закон розподілу часу обслуговування, N – число каналів обслуговування, n – число місць в черзі.

Позначення законів розподілу в позиціях X і Y виконується зазвичай буквами з наступного списку:

M – експоненціальне,

E^k – ерлангівське порядку k ,

R – рівномірне,

D – детерміноване (постійна величина)

G – довільне (будь-якого вигляду) і т.д.

Якщо число місць в черзі не обмежене, то позиція n не вказується. Наприклад, $M | M | 1$ означає просту СМО (обидва розподіли експоненціальні, канал обслуговування один, черга не обмежена), а позначення $R | D | 2 | 100$ відповідає СМО з рівномірним розподілом інтервалів вступу вимог, фіксованим часом їх обслуговування, двома каналами і 100 місцями в черзі. У цій СМО заявки, що приходять в моменти, коли всі місця в черзі зайняті, покидають систему (тобто втрачаються).

3. Характеристики ефективності

До основних характеристик СМО відносять наступні:

- ймовірність втрати заявки (ймовірність відмови) - одна з основних характеристик СМО. Залежить від інтенсивності потоку заявок і інтенсивності обслуговування. Ця величина дорівнює ймовірності того, що всі обслуговуючі канали зайняті;

- ймовірність того, що зайнятими є k каналів обслуговування (P_k); P_0 – ймовірність того, що всі канали вільні;

- середнє число зайнятих каналів $N_s = \sum_{k=1}^{m-1} kP_k$, цей показник характеризує ступінь завантаження системи;

- середнє число каналів, вільних від обслуговування, $N_0 = \sum_{k=0}^{m-1} (m-k)P_k$;

- коефіцієнт простою каналів $K_{II} = \frac{N_0}{m}$;

- коефіцієнт завантаження каналів $K_3 = \frac{N_s}{m}$;

Для систем з очікуванням використовуються додаткові характеристики:

- середній час очікування вимоги (очікують самі вимоги);
- ймовірність того, що час перебування в черзі не перевищить якої-небудь певної величини;
- середня довжина черги;
- середнє число заявок у сфері обслуговування;
- ймовірність того, що число вимог в черзі, які очікують початку обслуговування, більше деякої заданої величини.

Вибір характеристики ефективності залежить від виду системи. Наприклад, для систем з відмовами головною є абсолютна пропускна спроможність СМО, менш важливі – число зайнятих каналів, середній відносний час просяю одного каналу та системи в цілому.

Для системи без втрат (з необмеженим часом очікування) важливішим є середній час простою в черзі, середнє число вимог в черзі, середній час перебування заявки в системі, коефіцієнт простою та коефіцієнт завантаження обслуговуючої системи.

Сучасна теорія СМО є сукупністю аналітичних методів дослідження перерахованих різновидностей СМО.