

## Лекція 14: Моделювання одноканальних, багатоканальних та замкнутих систем масового обслуговування

1. Одноканальна система.
2. Багатоканальна система.
3. Замкнуті системи.

Теорія масового обслуговування пов'язана з розробкою і аналізом математичних, тобто абстрактних, моделей, які описують процес обслуговування деяких об'єктів, що надходять на вхід обслуговуючого приладу у вигляді деякого потоку, і створюють в загальному випадку чергу на вході обслуговуючого приладу.

Оскільки розглядаються абстрактні моделі, абсолютно не важлива природа об'єктів, що обслуговують і їх фізичні властивості (будь то виклики, кадри в мережі зв'язку, управляючі або інформаційні, відвідувачі магазину, деталі на автоматичній лінії і тому подібне). Істотними є моменти появи цих об'єктів, правила і закони (математичні) їх обслуговування, оскільки від цих моментів і законів залежить адекватне відображення еволюції модельованого об'єкту в часі.

У свою чергу, мережі СМО використовують для визначення найважливіших системних характеристик інформаційних систем: продуктивності; часу доставки пакетів; ймовірності втрати повідомлень і блокування у вузлах; області допустимих значень навантаження, при яких забезпечується необхідна якість обслуговування.

У теорії мереж СМО фундаментальним є поняття стану мережі. Найважливіша характеристика мережі СМО – ймовірність її стану. Для визначення ймовірності стану мережі СМО досліджують випадковий процес, що протікає в мережі. Як моделі мережних процесів найчастіше використовують марковські і напівмарковські.

Марковським процесом з неперервним часом описують функціонування експоненціальних мереж СМО. Мережа називається експоненціальною, якщо вхідні потоки вимог в кожному СМО пуасонівські, а час кожного етапу обслуговування, що реалізовується на будь-якій СМО мережі, має експоненціальний розподіл. Це дозволяє вважати, що етапи обслуговування незалежні між собою і не залежать ні від параметрів вхідного потоку, ні від стану мережі, ні від маршрутів слідування вимог.

Таким чином, аналітичні методи розрахунку характеристик інформаційних систем базуються, як правило, на аналізі експоненціальних мереж СМО. При використанні цього математичного апарату вдається отримати аналітичні моделі для вирішення широкого кола задач дослідження систем.

### 1. Одноканальна система

Одноканальна експоненціальна СМО визначається наступними властивостями. СМО має канал. У СМО надходять заявки. Якщо СМО порожня (немає заявок), то заявка, що приходить, займає канал. Заявка, що приходить в непусту СМО заявка стає в чергу останньою. Будь-яка заявка, що зайняла канал, обслуговується, звільняє канал і вирушає із СМО. Якщо у момент виходу черга неуста, перша в ній заявка виходить з черги і займає канал. Заявки, що надходять утворюють пуасонівський потік подій. Це означає, що час між приходами будь-яких двох послідовних заявок є незалежна випадкова величина з експоненціальною функцією розподілу ймовірностей. Час обслуговування заявки – теж незалежна випадкова величина з експоненціальною функцією розподілу.

Одноканальна експоненціальна СМО задається параметрами інтенсивності та часу очікування. Мета її аналізу полягає в розрахунку характеристик, найважливіші з яких наступні:

- коефіцієнт завантаження  $r$  ;
- середня довжина  $L$  черги;
- середнє число  $M$  заявок в СМО;
- середній час  $\bar{T}_{\text{пр}}$  очікування обслуговування;
- середній час  $\bar{T}_{\text{пр}}$  перебування заявки в СМО.

### 2. Багатоканальна система

Багатоканальна експоненціальна СМО відрізняється від одноканальної наступним:

- число каналів в ній більш за один;
- заявка, що приходить, стає в чергу, якщо всі канали зайняті. Інакше заявка займає вільний канал.

Багатоканальна експоненціальна СМО задається трьома параметрами: інтенсивністю  $\lambda$  приходу заявок, середнім часом  $\bar{T}_{\text{обс}}$  обслуговування і числом  $K$  каналів.

Основні характеристики:

- коефіцієнт завантаження  $r$  ;

- середня довжина  $L$  черги в блоці чекання;
- середнє число  $M$  заявок в СМО;
- середній час  $\bar{T}_{пр}$  очікування обслуговування;
- середній час  $\bar{T}_{пр}$  перебування заявки в СМО.

Багатоканальну СМО можна поставити у відповідність, наприклад, багатопроцесорному блоку обчислювальної системи, що має загальну пам'ять для всіх процесорів і, отже, загальну чергу завдань.

### 3. Замкнуті системи

СМО, у якої інтенсивність вхідного потоку не залежить від її поточного стану, називається *розімкненою*, інакше - *замкнутою*.

Розглянемо СМО, для яких інтенсивність  $\lambda$  вхідного потоку заявок залежить від стану системи, причому джерело вимог є внутрішнім і генерує обмежений потік заявок. Наприклад, обслуговується машинний парк, що складається з  $N$  машин, бригадою з  $R$  механіків ( $N > R$ ), причому кожна машина може обслуговуватися лише одним механіком. Інтенсивність  $\lambda$  залежить від того, скільки машин в даний момент знаходиться в експлуатації ( $N$ -до) і скільки машин обслуговується або стоїть в черзі, чекаючи обслуговування ( $k$ ). Вхідний потік вимог виходить з обмеженого числа експлуатованих машин ( $N-k$ ), які у випадкові моменти часу виходять з ладу і вимагають обслуговування. Загальний вхідний потік має інтенсивність  $(N-k)\lambda$ . Вимога, яка надійшла в систему в момент, коли вільний хоча б один канал, відразу йде на обслуговування. Якщо вимога застає всі канали зайнятими обслуговуванням інших вимог, то вона не покидає систему, а стає в чергу і чекає, поки один з каналів не звільниться. Таким чином, в замкнутій СМО вхідний потік вимог формується з вихідного.

Стан  $S_k$  системи характеризується загальним числом вимог, що знаходяться на обслуговуванні і в черзі, рівним  $k$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$ . При цьому число об'єктів, що знаходяться в експлуатації, дорівнює  $N_k$ .

Таку СМО описують за допомогою наступних імовірнісних характеристик:

- 1) середнє число вимог в черзі на обслуговування;
- 2) середнє число вимог, що знаходяться в системі (на обслуговуванні і в черзі);
- 3) середнє число каналів, що простоюють через відсутність роботи ;
- 4) коефіцієнт простою об'єкта, що обслуговується, в черзі ;
- 5) коефіцієнт використання об'єктів ;
- 6) коефіцієнт простою обслуговуючих каналів ;
- 7) середній час очікування обслуговування (час очікування обслуговування в черзі).