

Основы системного анализа

Методы поиска экстремума

Методы выбора шага поиска

$$\text{Шаг } \alpha_n = f \left[\left| Q(\mathbf{X}_{n+1}) - Q(\mathbf{X}_n) \right| \right];$$

$$\alpha = \text{const} \rightarrow \left| \Delta \mathbf{X}_{n+1} \right| = \alpha \left| \text{Grad } \mathbf{Q}_n \right|;$$

$$\alpha_n = \beta \left| \text{Grad } \mathbf{Q}_n \right|^{-1} \rightarrow \Delta \mathbf{X}_{n+1} = \text{const} = \beta;$$

$$\alpha_n = \beta/n; \quad \alpha_n = \beta/\log n; \quad \alpha_n = \exp(-\beta n).$$

УСЛОВИЯ СХОДИМОСТИ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \leq \infty; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 < \infty.$$

Характеристики эффективности поиска

1. Локальные

- потери на поиск:

N_i - число проб на i -м этапе поиска;

M - символ математического ожидания;

$\Delta \bar{Q}_i(\mathbf{X})$ - относительное изменение целевой функции на i -м этапе поиска.

$$\Delta \bar{Q}_i(\mathbf{X}) = \frac{\Delta Q_i}{\alpha |\text{Grad } Q_i|}$$

- вероятность ошибки:

$$P = p \{ Q(\mathbf{X}) < Q(\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}) \}$$

Рабочий шаг считается ошибочным, если значение целевой функции $Q(\mathbf{X})$ в новом состоянии превышает значение в исходном состоянии (для задачи минимизации). $\Delta \mathbf{X}$ - вектор рабочего шага.

$$K_i = \frac{M(N_i)}{\left| M(\Delta \bar{Q}_i(\mathbf{X})) \right|}$$

Характеристики эффективности поиска

2. Интегральные: число проб для достижения невязки ε :

$$\varepsilon = \left| Q(\mathbf{X}_N) - Q^* \right|$$

$p(\varepsilon)$ - плотность распределения невязки, причем $p(0) = 0$

$M(\varepsilon) = \int_0^{\infty} \varepsilon p(\varepsilon) d\varepsilon = \varepsilon_m$ - математическое ожидание невязки решения на базе N проб.

$N_\varepsilon = \int_{U(\mathbf{X}_0)} N(\mathbf{X}_0) p(\mathbf{X}_0) d\mathbf{X}_0$ - математическое ожидание вектора координат начального шага $N(\mathbf{X}_0)$.

$U(\mathbf{X}_0)$ - множество начальных условий;

$p(\mathbf{X}_0)$ - плотность распределения начальных условий.

Характеристики эффективности поиска

Надежность поиска: вероятность оптимизации системы с требуемой точностью решения δ .

$$P_{\delta}(\mathbf{X}_0) = \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon) d\varepsilon$$

Усредним $P_{\delta}(\mathbf{X}_0)$ по всем возможным начальным условиям:

$$P_{\delta} = \int P_{\delta}(\mathbf{X}_0) p(\mathbf{X}_0) d\mathbf{X}_0$$

P_{δ} - средняя вероятность решения задачи оптимизации с ошибкой не более δ .