УДК 004:519.612 (045)

Глазок О.М., к.т.н.

ОЦІНКА ЧАСУ РОЗПОДІЛЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ У БОРТОВІЙ КОМП'ЮТЕРНІЙ МЕРЕЖІ

Національний авіаційний університет

Розглянуто розв'язання задачі синтезу регуляторів для точного автоматичного керування літальним апаратом з застосуванням розподілених обчислень у середовищі бортової комп'ютерної мережі. Дано оцінку тривалості виконання ітерації в ході розв'язання задачі за ітераційною процедурою на основі другого методу Ляпунова.

Вступ

Задачі точного керування літальним апаратом (ЛА) з урахуванням нестаціонарності його аеродинамічних характеристик вимагають розв'язання на борту ЛА ряду задач обчислювального характеру. До таких задач можна віднести синтез регулятора, або прийняття рішення про вибір одного з заздалегідь синтезованих регуляторів, на основі відомих параметрів польоту. До процесу синтезу також необхідно включити етап моделювання аеродинамічних процесів, що відбуваються в околі несучих поверхонь, органів керування та фюзеляжу ЛА.

Для розв'язання цих задач можуть бути використані обчислювальні ресурси, наявні на борту ЛА. Сучасний літальний апарат має цілий набір обчислювальних пристроїв різної потужності та призначення, поєднаних загальною мережею передачі даних. В авіації усіх країн світу активно іде процес переобладнання літальних апаратів, що уже знаходились в експлуатації протягом певного часу, але не відпрацювали свій ресурс і мають необхідний запас міцності для подальшого використання. Одним з головних напрямків такого переобладнання є встановлення великої кількості комп'ютеризованих компонентів і їх поєднання у загальну інформаційну мережу. До складу цих компонентів можуть входити комп'ютери загального призначення, спеціалізовані обчислювальні системи, та вбудовані пристрої з невеликими обчислювальними ресурсами, такі, як контролери, які обслуговують задачі функціонування (керування, діагностики) окремих вузлів чи систем ЛА. Великі обсяги інформації, якими обмінюються компоненти цеї системи, вимагає використання каналів, інтерфейсів та протоколів передачі інформації зі значною пропускною здатністю і обмеженими значеннями затримок. На літаках та вертольотах сучасних моделей в якості середовищ передачі даних використовуються шина *High Speed Data Bus*, з'єднання *Fibre Channel*, *Ethernet*, а в окремих випадках і оптоволоконні з'єднання [1]. Можливе і додання до цієї структури обчислювачів, спроектованих під конкретні задачі керування. Однак, враховуючи значну розмірність згаданих вище обчислювальних задач, було б бажано для їх розв'язання задіяти паралельні обчислення, використовуючи можливості бортового обчислювального середовища. Постає задача ефективного використання наявних у бортовій мережі вільних ресурсів з урахуванням обчислювальних потужностей її вузлів, пропускної здатності мережі, наявності ряду інших обчислювальних задач різного ступеня важливості, та відповідних обмежень реального часу.

Мета

Метою статті є створення математичної моделі, яка дозволить оцінити швидкість розрахунків при розв'язанні задачі точного керування літальним апаратом у розподіленому середовищі бортової комп'ютерної мережі.

Постановка задачі

Як показано у статті [2] та попередніх роботах, задачі синтезу регулятора на основі відомих параметрів польоту зводяться до розв'язання матричних рівнянь, а вони, в свою чергу – до чисельного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) великої розмірності. Процес розв'язання тцих систем складає переважну частину обчислювальної роботи, яку необхідно виконати для розв'язання названих задач. Тому розгляд роботи бортової комп'ютерної мережі проведемо на прикладі ітераційного процесу розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, побудованого на основі другого методу Ляпунова. При організації паралельних обчислень у розподіленому обчислювальному середовищі необхідно брати до уваги значення показників, що відображають обчислювальну ефективність запропонованого способу організації. Ряд таких показників запропоновано в публікаціях [3, 4, 5].

Розглянемо бортову обчислювальну мережу, що складається з N обчислювальних вузлів, поєданих шиною передачі даних. Будемо вважати, що швидкість виконання арифметичних операцій однакова для усіх вузлів і характеризується середніми значеннями часу виконання однієї операції T_a і T_m для операцій додавання і множення відповідно; швидкість передачі даних між вузлами характеризується середнім часом виконання передбачених протоколом обміну службових операцій з організації з'єднання та подальшого його закриття T_p та середнім часом передачі однієї скалярної величини з плаваючою крапкою T_v в режимі встановленного з'єднання між вузлами, причому можлива лише почергова передача даних у загальну шину, в той час як приймати ці дані можуть один або одночасно кілька вузлів. Значення величин T_a, T_m, T_p, T_v можуть бути отримані з технічної документації для конкретних типів устаткування або виміряні за допомогою тестового програмного забезпечення [6].

Нехай у даній обчислювальній мережі розв'язується система n лінійних алгебраїчних рівнянь, записаних у векторно-матричній формі як

$$AX=B, \qquad (1)$$

де A – задана постійна матриця (розмірності $n \times n$), B – заданий постійний вектор правих частин рівнянь (розмірності n), X – вектор розв'язків, який необхідно знайти. Визначимо скалярну допоміжну функцію

$$V(X) = (AX-B)^T Q(AX-B) = X^T A^T QAX - \\ - X^T A^T QB - B^T QAX + B^T QB, \qquad (2)$$

де Q – задана квадратна вагова матриця (розмірності $n \times n$), $Q=Q^T$. Нехай задано закон загасания допоміжної функції (2) в часі

$$\dot{V} + cV = 0, \qquad (3)$$

де c – постійний коефіцієнт, значення якого визначає швидкість спадання норми нев'язки. З метою визначення однозначного розв'язку системи (1) вводиться в якості додаткового зв'язку наступний закон руху X:

$$\dot{X} = -k\frac{\partial V}{\partial X}, \qquad (4)$$

де k – числовий коефіцієнт, значення якого визначається з умови сумісності співвідношень (3) і (4) як

$$k(X) = \frac{c(AX-B)^T Q(AX-B)}{4(AX-B)^T QAA^T Q(AX-B)}. \qquad (5)$$

Основна частина

У відповідності з [2] припустимо, що наступне наближення вектора розв'язків обчислюється за формулою

$$X_{i+1} = X_i + \left(-\frac{1}{2}c\Delta t\right) \times \\ \times \frac{(AX_i - B)^T Q(AX_i - B)}{(AX_i - B)^T QAA^T Q(AX_i - B)} \times \\ \times A^T Q(AX_i - B), \qquad (6)$$

де X_{i+1} та X_i – наступне та поточне наближення вектора розв'язку системи рівнянь;

c – постійний коефіцієнт з (3); Δt – крок інтегрування; A і B – головна матриця і вектор правих частин системи (1); Q – задана у (2) вагова матриця.

Розгляд пошуку розв'язку системи (1) необхідно проводити з урахуванням того, що матричні операції виконуються розподілено, а отримані на кожному з обчислювальних вузлів частини результату можуть знадобитися на інших вузлах. Таким чином, має місце витрата часу не лише на обчислення, а і на обмін даними між вузлами.

Наведемо оцінки часу виконання деяких простих операцій з матрицями та векторами у такій обчислювальній системі. Оцінки зроблено з урахуванням того, що аргументи операцій можуть бути розділені на блоки, які будуть використовуватись на вузлах мережі для паралельних розрахунків.

1. Для операції додавання двох матриць $n \times n$ можна оцінити час передачі даних (T_{A1}) та час обчислення суми (T_{A2}) так:

$$T_{A1} = (N-1)T_p + 2n^2((N-1)/N)T_v;$$

$$T_{A2} = (n^2/N)T_a.$$

Після цього дані про частини матриці-суми будуть знаходитись на вузлах, де ці частини були обчислені.

2. Для операції множення двох матриць $n \times n$ оцінки часу передачі даних (T_{M1}) та часу обчислення добутку (T_{M2}) такі:

$$T_{M1} = 2(N-1)T_p + n^2T_v + n^2((N-1)/N)T_v;$$

$$T_{M2} = (n^3/N)T_m + (n^2(n-1)/N)T_a, \qquad (7)$$

після цього дані про частини матриці-добутку будуть знаходитись на вузлах, де вони були обчислені. Оцінку (7) зроблено за припущення, що $N \ll n$, тому одна з матриць має бути присутня на кожному з вузлів повністю.

3. Для операції множення матриці на вектор оцінки часу передачі даних (T_{MV1}) та часу обчислення добутку (T_{MV2}) такі:

$$T_{MV1} = 2(N-1)T_p + (n^2*(N-1)/N + n)T_v;$$

$$T_{MV2} = (n^2/N)T_m + (n(n-1)/N)T_a, \qquad (8)$$

після цього дані про частини вектора, що є результатом множення, будуть знаходитись на вузлах, де вони були обчислені. Збирання цих даних займе час

$$T_{MV3} = (N-1)T_p + n((N-1)/N)T_v.$$

У (8) вважається, що множник-вектор передається на всі вузли, що беруть участь у виконанні операції.

При розв'язанні задачі (1)–(5) деякі компоненти виразу (6) – A, B, Q – визначені до початку ітераційного процесу і протягом цього процесу залишаються постійними, тому, за наявності достатнього обсягу основної пам'яті, їх можна зберігати на кожному з обчислювальних вузлів. З урахуванням цього наведемо оцінки часу виконання кроків алгоритму розрахунку чергового наближення.

1. На початку роботи алгоритма – передача елементів матриць A, Q, вектора B та початкового наближення вектора X_i на вузли мережі:

$$T_1 = (N-1)T_p + nT_v.$$

2. Обчислення AX_i:

$$T_2 = (n^2/N)T_m + (n(n-1)/N)T_a.$$

3. Обчислення $AX_i - B$: $T_3 = (n/N)T_a$.

4. Обмін частинами вектора $AX_i - B$ між вузлами мережі:

$$T_4 = NT_p + nT_v.$$

5. Обчислення $Q(AX_i - B)$:

$$T_5 = (n^2/N)T_m + (n(n-1)/N)T_a.$$

6. Обмін частинами вектора $Q(AX_i - B)$ між вузлами мережі:

$$T_6 = NT_p + nT_v.$$

7. Обчислення $A^TQ(AX_i - B)$:

$$T_7 = (n^2/N)T_m + (n(n-1)/N)T_a.$$

8. Збирання частин вектора $A^TQ(AX_i - B)$ на одному вузлі мережі:

$$T_8 = (N-1)T_p + (n(N-1)/N)T_v.$$

9, 10. Обчислення чисельника та знаменника (6):

$$T_9 = T_{10} = (n/N)T_m + ((n-N)/N)T_a +$$

$+(N-1)T_p+(N-1)T_v+(N-1)T_a$.

11. Для обчислення скалярного значення дробу, що входить до правої частини (6), необхідно виконати послідовність арифметичних операцій тривалістю $T_{11}=3T_m$; при великих n цією тривалістю можна знехтувати у порівнянні з тривалістю інших кроків. За умови $N<<n$ можна знехтувати і тривалістю передачі цього значення на усі вузли $(N-1)T_p+T_v$.

12. Обчислення вектора $X_{i+1}-X_i$:

$T_{12}=(n/N)T_m$.

13. Обчислення вектора X_{i+1}:

$T_{13}=((n-1)/N)T_a$.

14. Обмін частинами вектора X_{i+1} між вузлами мережі:

$T_{14}=NT_p+nT_v$.

На цьому дану ітерацію закінчено. Для виконання наступної ітерації необхідно повторити названі кроки, починаючи з пункту 2 (обчислення AX_i). Загальний час виконання однієї ітерації дорівнює:

$$T_i=(6N-2)T_p+(n(3+(N-1)/N)+$$
$$+2(N-1))T_v+3((n^2+n)/N+1)T_m+$$
$$((3n^2+n)/N+2N-4-1/N)T_a.$$

Висновки

Запропоновано математичну модель ітераційного процесу розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь на основі другого методу Ляпунова у бортовій обчислювальній мережі літального апарату, що складається з кількох обчислювальних вузлів, поєднаних шиною обміну даними. Знаючи технічні параметри обчислювальних вузлів та комунікаційного обладнання, на основі наведених оцінок можна оцінити можливості синтезу регуляторів для точного керування літаком в режимі реального часу. При цьому необхідно враховувати необхідну кількість ітерацій, розмірність даних, що використовуються, коефіцієнти доступності апаратури багатозадачної обчислювальної системи.

Перспективним напрямком подальших досліджень у даній галузі може бути оптимізація алгоритму розрахунків для окремих часткових випадків (вхідні дані у вигляді розріджених матриць, тощо).

Література

1. Кучерявый А.А. Бортовые информационные системы /А.А.Кучерявый. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 504 с.

2. Глазок О.М. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь для синтезу закону керування літальним апаратом з урахуванням нестаціонарності аеродинамічних характеристик /Глазок О.М. //Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2009. – Вип. 4 (28). – С. 3639.

3. Савенков К.О. Методика описания поведения процессора для оценки времени выполнения программы / Савенков К.О., Ющенко Н.В. //Труды 1-й Всероссийской научной конференции «Методы и средства обработки информации». – М., 2003. – С. 486–491.

4. Глазок О.М. Дослідження продуктивності обчислень при чисельному розв'язанні аеродинамічних задач у розподіленому обчислювальному середовищі /Глазок О.М. //Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2010. – Вип. 3 (31). – С. 44–47.

5. Миллер Р. Последовательные и параллельные алгоритмы / Р. Миллер, Л. Боксер. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. – 408 с.

6. Delannoy O. Numerical Library Reuse in Parallel and Distributed Platforms / N. Emad, O. Delannoy, M. Daudouna. – High Performance Computing for Computational Science – VECPAR 2010. Proc. of the 9th Int. Conf.: Berkeley, CA, USA. – June 2010. – P. 271–278.