УДК 681.5

О. М. Глазок, асп.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ ЯКІСНИХ РЕГУЛЯТОРІВ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ОПЕРАТОРІВ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Сучасний розвиток техніки та технології пред'являє підвищені вимоги до алгоритмів керування складними нелінійними динамічними об'єктами. Керування має вичерпати всі ресурси об'єкта і забезпечити максимально можливу якість його функціонування, а також при цьому надати проектувальнику можливість перенесення з об'єкта на систему керування максимальної кількості функцій. Вимоги, що пред'являються до керованої системи, можна умовно поділити на дві групи — вимоги до показників стійкості системи в певному (робочому) діапазоні станів і вимоги до якості перехідних процесів. Як показано в ряді робіт [1,2], ці дві групи вимог тісно пов'язані між собою, але в той же час між ними існує певне протиріччя. Так, наприклад, зі збільшенням, стійкості системи нею стає важче керувати, оскільки для досягнення необхідної якості керованих процесів необхідні більші енергозатрати [1]. Отже, для об'єктів, функціонування або рух яких відбувається в суттєво нелінійних режимах, актуальною є задача синтезу керування, яке забезпечило б максимальне використання можливостей об'єкта, знаходячи при цьому задовільний компроміс між вимогами стійкості та якості.

Розглянемо керований об'єкт, який описується системою диференційних рівнянь у відхиленнях :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{BU} + \mathbf{F(X)}, \qquad (1)$$

де $\mathbf{X}$ — вектор змінних стану, $\mathbf{U}$ — вектор керувань, $\mathbf{A}$ та $\mathbf{B}$ — матриці з постійним коефіцієнтами, матриця $\mathbf{A}$ описує лінійну частину керованого об'єкта, $\mathbf{F(X)}$ – нелінійна частина об'єкта, яку можна представити у вигляді ступеневого ряду по компонентах вектора $\mathbf{X}$. Поставимо задачу знайти керування, оптимальне з точки зору функціонала якості

$$I = \int_{t=0}^{\infty} w(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t))dt, \qquad (2)$$

де

$$w(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t)) = w_1(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t)) + w_2(\mathbf{X}(t)), \qquad (3)$$

$$w_1(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t)) = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{PX} + \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{RU} \qquad (4)$$

— підінтегральний вираз звичайного квадратичного функціоналу якості, а $w_2(\mathbf{X}(t))$ — деяка функція, що не залежить від $\mathbf{U}$.

Сформулюємо задачу синтезу керування в загальному вигляді. Нехай задано систему (1), тобто відомі матричні коефіцієнти $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ та вектор-функція $\mathbf{F(X)}$. Далі будемо вважати, що кожен з компонентів вектор-функції $\mathbf{F(X)}$ представлено у вигляді відрізка ступеневого ряду по відповідним ступеням (від 2 до k+1) компонентів x_i вектора стану $\mathbf{X}$, так що у векторній формі можна записати:

$$\mathbf{F(X)} = \mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X}) + \ldots + \mathbf{F}_{(k+1)}(\mathbf{X}) = \sum_{i=2}^{k+1} \mathbf{F}_{(i)}(\mathbf{X}). \qquad (5)$$

Тут $\mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X})$ – вектор-стовпець, компонентами якого є квадратичні форми по компонентах вектора $\mathbf{X}$, $\mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X})$ — вектор-стовпець, компонентами якого є кубічні форми по компонентах вектора $\mathbf{X}$, і так далі.

Задано набір функцій компонентів вектора стану $\mathbf{X}$

$$G = \left\{g_1(\mathbf{X}), g_2(\mathbf{X}), \ldots, g_{\tilde{k}}(\mathbf{X})\right\}, \tag{6}$$

причому, взагалі кажучи, $\tilde{k} \neq k$.

Задано в аналітичному вигляді функцію

$$g_\Theta(\mathbf{X}) = g(\mathbf{G},\mathbf{\Theta}) = g(g_1(\mathbf{X}), g_2(\mathbf{X}), \ldots, g_{\tilde{k}}(\mathbf{X}), \mathbf{\Theta}), \tag{7}$$

де літерою $\mathbf{G}$ представлено входження до виразу $g_\Theta(\mathbf{X})$ функцій $g_i(\mathbf{X})$ з набору (6), а літерою $\mathbf{\Theta}$ — деякий набір (заздалегідь не заданих) коефіцієнтів, які відіграють роль параметрів функції $g_\Theta(\mathbf{X})$ і в загальному випадку можуть бути числами чи функціями $\mathbf{X}$. Кожен набір коефіцієнтів $\mathbf{\Theta}$, підставлений до (7), визначає певну функцію $g(\mathbf{G},\mathbf{\Theta}) = g(\mathbf{X})$ як функцію лише $\mathbf{X}$.

Отже, за допомогою виразу (7) будь-якій множині наборів коефіцієнтів $\mathbf{\Theta}$, з якими (7) має сенс, ставиться у відповідність деяка множина функцій $g_\Theta(\mathbf{X})$ компонентів вектора $\mathbf{X}$. В разі, якщо задані аналітичний вигляд виразу (7) та множина наборів коефіцієнтів $\mathbf{\Theta}$, задачу оптимізації по множині функцій $g(\mathbf{X},\mathbf{\Theta})$ можна розглядати як задачу оптимізації за заданою множиною наборів коефіцієнтів $\mathbf{\Theta}$.

Функціонал якості (2) задано як

$$I = \int_0^\infty \left(w_1(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t)) + w_2(\mathbf{C},\mathbf{G},\mathbf{\Theta})\right)dt, \tag{8}$$

де $w_1(\mathbf{X}(t),\mathbf{U}(t)) = \mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{P}\mathbf{X} + \mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{U}$ – підінтегральний вираз квадратичного функціоналу якості, як в (4), а $w_2(\mathbf{C},\mathbf{G},\mathbf{\Theta})$ – вираз, до складу якого входять функції $g_i(\mathbf{X})$ з набору (6), позначені тут літерою $\mathbf{G}$; коефіцієнти $\mathbf{\Theta}$ — ті ж самі коефіцієнти, що входять і до (7), і коефіцієнти загасання — деякі числа, сукупність яких представлено в (8) вектором $\mathbf{C}$.

Ставиться задача — знайти функцію Ляпунова $V(\mathbf{X})$ вигляду (7), яка на траєкторії руху системи (1) з керуванням, визначеним формулою

$$\mathbf{U}_{opt} = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^\mathbf{T}\left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right), \tag{9}$$

мінімізує функціонал якості (8).

Отже, практично задача знаходження $V(\mathbf{X})$ полягає в знаходженні відповідних коефіцієнтів $\mathbf{\Theta}$, що визначають функцію $V(\mathbf{X})$ як елемент заданої множини функцій вигляду (7).

Слід зауважити, що в загальному випадку функція $V(\mathbf{X})$, яка мінімізує функціонал (8) на траєкторії системи (1) з керуванням (9), не буде належати до множини функцій виду (7). Введенням вимоги про те, що $V(\mathbf{X})$ слід шукати у вигляді (7), ми спрощуємо розв'язання задачі, але в той же час обмежуємо множину пошуку. Знайдену таким чином функція Ляпунова можемо розглядати як деяке наближення до оптимальної.

Запишемо рівняння Белмана для системи (1)

$$\min_{\mathbf{U}\in\mathbf{\Omega}}\left\{w + \dot{V}\right\} = 0, \tag{10}$$

де $w = w(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ — підінтегральний вираз функціоналу якості (2), $V = V(\mathbf{X})$ — функція Ляпунова, $\mathbf{\Omega}$ — множина допустимих значень вектора керувань $\mathbf{U}$. Керування $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{X})$, при якому значення виразу $\left\{w + \dot{V}\right\}$ в (10) досягає мінімуму, є оптимальним керуванням для системи (1); тобто, при його застосуванні функціонал якості (2)–(4) також отримує мінімальне значення. Підставляючи до (10) підінтегральний вираз (3)–(4), отримаємо

$$\min_{\mathbf{U}\in\Omega}\{\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{P}\mathbf{X} + \mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{U} + w_2(\mathbf{X}) + \dot{V}\} = 0\ . \tag{11}$$

Враховуючи, що функція Ляпунова є функцією лише $\mathbf{X}$, в силу системи (1) можемо записати співвідношення

$$\dot{V}(\mathbf{X}) = \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T (\mathbf{AX} + \mathbf{BU} + \mathbf{F(X)})$$

та, підставляючи вираз для $\dot{V}$ до (11), отримаємо:

$$\min_{\mathbf{U}\in\Omega}\left\{\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{PX} + \mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{RU} + w_2(\mathbf{X}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T (\mathbf{AX} + \mathbf{BU} + \mathbf{F(X)})\right\} = 0. \tag{12}$$

Розглянемо задачу пошуку оптимального керування $\mathbf{U}_{opt} = \mathbf{U}_{opt}(\mathbf{X})$ для системи, яка в момент руху t знаходиться в точці $\mathbf{X}(t)$. З заданим значенням вектора $\mathbf{X} = \mathbf{X}(t)$ вираз під символом мінімуму в (12) як функція $\mathbf{U}$ має простий вигляд — це багаточлен другого ступеня від компонентів вектора $\mathbf{U}$. Таким чином, виконано необхідні математичні умови (функція під мінімумом в (12) неперервна та неперервно диференційована по $\mathbf{U}$) для того, щоб записати умову локального екстремуму цієї функції, яка випливає з (12), у диференційній формі :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{U}}\left\{\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{PX} + \mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{RU} + w_2(\mathbf{X}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{AX} + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{BU} + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{F(X)}\right\} = 0. \tag{13}$$

Керування $\mathbf{U} = \mathbf{U(X)}$, яке задовольняє цьому рівнянню, і буде оптимальним керуванням $\mathbf{U}_{opt}(\mathbf{X})$, оскільки воно надає мінімум виразу в (12) та мінімізує функціонал (2)–(4).

Розглядаючи доданки виразу під оператором диференціювання в (13), бачимо, що частина з них не містить змінної $\mathbf{U}$ і тому частинні похідні по $\mathbf{U}$ від них дорівнюють нулю. Залишиться:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{U}}\left\{\mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{RU} + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{BU}\right\} = 0\,;$$

$$\mathbf{RU}_{opt} + \mathbf{R}^\mathbf{T}\mathbf{U}_{opt} + \mathbf{B}^\mathbf{T}\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} = 0. \tag{14}$$

Вважаючи матрицю $\mathbf{R}$ симетричною: ($\mathbf{R} = \mathbf{R}^\mathbf{T}$), оптимальне керування знаходимо за формулою (9). Використовуючи рівняння (13), (14), (9), можна знайти функцію $V(\mathbf{X})$ і оптимальне керування. Метод розв'язання цієї задачі залежить від вигляду виразів (3) і (8).

Розглянемо задачу синтезу керування з функціоналом якості

$$I = \int_0^\infty w(\mathbf{X},\mathbf{T})dt = \int_0^\infty (\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{PX} + \mathbf{U}^\mathbf{T}\mathbf{RU} + c_0V_0 + c_1V_1 + \ldots + c_kV_k)dt,$$

де V_0, V_1, … , V_k — компоненти розкладу функції Ляпунова $V(\mathbf{X})$ в ступеневий ряд по компонентах вектора стану $\mathbf{X}$. В цьому разі

$$w_2(X(t)) = c_0V_0(X) + c_1V_1(X) + \ldots + c_kV_k(X), \tag{15}$$

а вираз (7) для функції Ляпунова є відрізком ступеневого ряду по компонентах n — мірного вектора $\mathbf{X}$:

$$V(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^{k} V_i(\mathbf{X}), \tag{16}$$

де доданки V_0, V_1, …,V_k задано як

$$V_l(\mathbf{X}) = \sum_{v_1,v_2,\ldots,v_n} \gamma_{v_1,v_2,\ldots,v_n} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \ldots x_n^{v_n}, \quad \sum_{i=1}^{n} v_i = l + 2, \; 0 \le l \le k. \tag{17}$$

Таким чином, в розкладі функції Ляпунова (16) доданок V_0 — деяка квадратична форма від компонентів вектора $\mathbf{X}$, V_1 — кубічна форма і так далі. Кількість доданків в розкладі (16) дорівнює k+1 і узгоджена з кількістю доданків в розкладі (5) нелінійної частини системи (1). Доданок V_0 розкладу (16) відповідає лінійній частині системи (1), а решту k доданків розкладу (16) можна поставити у відповідність k доданкам розкладу (5): доданок V_1 — доданку $\mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X})$, доданок V_2 — доданку $\mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X})$ і так далі. В ролі функцій $g_i(\mathbf{X})$ з (6)–(7) тут виступають добутки $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \ldots x_n^{v_n}$, а в ролі параметрів Θ — числові коефіцієнти $\gamma_{v_1, v_2, \ldots, v_p}$ виразів (17), які необхідно знайти, щоб розв'язати задачу. Вираз (7) має вигляд суми

$$g(\mathbf{X},\Theta) = g_1(\mathbf{X},\Theta) + g_2(\mathbf{X},\Theta) + \ldots ,$$

а вираз $w_2(\mathbf{C},\mathbf{G},\Theta))$ визначений як лінійна комбінація доданків цієї суми з компонентами вектора коефіцієнтів загасання $\mathbf{C}$

$$w_2(\mathbf{C},\mathbf{G},\Theta)) = c_1 g_1(\mathbf{X},\Theta) + c_2 g_2(\mathbf{X},\Theta) + \ldots .$$

Застосуємо рівняння Белмана для опису поведінки системи (1) з регулятором (9) та з урахуванням виразу (15) в функціоналі якості. Вираз під знаком мінімуму в (12) набуває мінімального значення, яке дорівнює нулю, якраз при керуванні $\mathbf{U} = \mathbf{U}_{opt}$, визначеному виразом (9). Отже, з (12) можемо записати

$$\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{X} + \mathbf{U}_{opt}^{T}\mathbf{R}\mathbf{U}_{opt} + w_2(\mathbf{X}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T}\left(\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}_{opt} + \mathbf{F}(\mathbf{X})\right) = 0 .$$

Після підстановки виразу для $\mathbf{U}_{opt}$ (9) та приведення подібних отримаємо

$$\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{X} - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} + w_2(\mathbf{X}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T}\mathbf{A}\mathbf{X} + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T}\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0, \qquad (18)$$

Синтез регулятора почнемо з розгляду лише лінійної частини системи (1)

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} . \qquad (19)$$

Функцію Ляпунова для лінеаризованої системи (19) будемо шукати у вигляді квадратичної форми

$$V(\mathbf{X}) = V_0(\mathbf{X}) = \mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0\mathbf{X} , \qquad (20)$$

де Q_0 — деяка симетрична позитивно визначена числова матриця. В такому разі з (15) отримуємо $w_2(\mathbf{X}) = c_0 V_0(\mathbf{X})$, а функціонал якості матиме вигляд

$$I = \int_0^{\infty}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{X} + \mathbf{U}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}\mathbf{U} + c_0 V_0)dt . \qquad (21)$$

Рівняння (18) набуде вигляду

$$\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{X} - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} + c_0 V_0 + \left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}}\right)^{T} A\mathbf{X} = 0. \qquad (22)$$

Підставляючи до нього вирази для V_0 (20) та $\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{Q}_0\mathbf{X} + \mathbf{Q}_0^T\mathbf{X} = 2\mathbf{Q}_0\mathbf{X}$, отримаємо:

$$\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}\mathbf{X} - \mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0^T\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0\mathbf{X} + c_0\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0\mathbf{X} + 2\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0^T\mathbf{A}\mathbf{X} = 0 .$$

Винесемо $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}$ та $\mathbf{X}$ за дужки і врахуємо вимогу про симетричність матриці $\mathbf{Q}_0$:

$$\mathbf{Q}_0^T = \mathbf{Q}_0 , \quad \mathbf{X}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{P} - \mathbf{Q}_0\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0 + c_0\mathbf{Q}_0 + 2\mathbf{Q}_0\mathbf{A}\right)\mathbf{X} = 0 . \qquad (23)$$

Для лінеаризованої системи (19) з функцією Ляпунова, представленою у вигляді (20), та функціоналом якості (21) оптимальне керування (9) визначається як

$$\mathbf{U}_{opt\,lin}(\mathbf{X}) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}}\right) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_0\mathbf{X} , \qquad (24)$$

де $\mathbf{Q}_0$ — така матриця, що співвідношення (23) виконується при всіх (допустимих для керованої системи) значеннях **X**. Отже, опустимо змінний вектор **X** і будемо вимагати, щоб

$$\mathbf{P} - \mathbf{Q}_0^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_0 + c_0 \mathbf{Q}_0 + 2\mathbf{Q}_0 \mathbf{A} = 0 .$$

Це рівняння має позитивно визначений розв'язок $\mathbf{Q}_0$, який необхідно знайти, після чого за формулою (20) знайдемо V_0, а за формулою (24) — оптимальне лінійне керування.

Тепер перейдемо до синтезу нелінійної частини регулятора. Для цього використаємо метод збурень. Почнемо послідовно доповнювати систему рівнянь (19), що описують лінійну частину об'єкта керування, нелінійними членами з ряду (5): на другому кроці будемо шукати оптимальне керування для системи (1) з $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X})$, на третьому — з $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X})$, і так далі. Відповідно доповнимо старшими членами розкладу і вирази (15) та (16). Записуючи з урахуванням цього новий вигляд рівняння (18) і вважаючи, що рівняння (22) залишається вірним, на кожному кроці отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих коефіцієнтів $\gamma_{v_1, v_2, \ldots, v_n}$ розкладу (17). Знайшовши частини розкладу функції Ляпунова, знаходимо і оптимальне керування.

Було проведено чисельне моделювання руху систем з отриманими регуляторами, під час якого вивчалися перехідні процеси, області простору станів, в яких досягаються певні характеристики стійкості системи та якості перехідних процесів, а також поведінка функції Ляпунова та частин її розкладу в степеневий ряд.

На кожному кроці синтезу регулятора за описаним вище алгоритмом для отримання системи рівнянь щодо коефіцієнтів розкладу функції Ляпунова (17) використовуються почленні різниці наближених рівностей, отриманих з рівняння Ляпунова-Белмана шляхом відкидання доданків вищих ступенів. При цьому, взагалі кажучи, жоден з отриманих наборів коефіцієнтів в разі підстановки до рівняння Ляпунова-Белмана не забезпечує точного його виконання. Тому процес отримання цих наближених рівностей можна розглянути і з іншої точки зору. Для знаходження невідомих коефіцієнтів виразів (17) ми використовуємо рівняння Белмана (18), а оскільки одного рівняння для розв'язання задачі недостатньо, доповнюємо його додатковими умовами, які не випливають безпосередньо з рівняння Белмана. Можна запропонувати і інші шляхи отримання додаткових умов. Розглянемо, наприклад, функцію

$$s_1(\mathbf{X}) = \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{X} - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} + w_2(\mathbf{X}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \left(\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{F}(\mathbf{X}) \right),$$

яка утворює ліву частину рівняння (18). Функція Ляпунова, що відповідає оптимальному керуванню, забезпечує виконання рівності $s_1(\mathbf{X}) = 0$ зі всіма допустимими **X**. Тому додаткові умови можна сформулювати одним з таких способів:

1. Обрати деяку множину точок простору станів $\mathbf{X} = \mathbf{X}_j$, $j = 1, 2, \ldots$ і розглянути умови

$$s_1(\mathbf{X}_j) = 0 . \tag{25}$$

2. Розглядати умови вигляду

$$\frac{\partial s_1(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0 , \quad \frac{\partial^2 s_1(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^2} = 0 , \ \ldots \tag{26}$$

Оскільки кількість різних (без врахування перестановок) m-х часткових похідних за компонентами вектора X дорівнює кількості різних комбінацій компонентів вектора X сумарного ступеня m, в скалярному записі кожна з цих умов дає рівняння в кількості, що дорівнює кількості невідомих коефіцієнтів виразу (17) відповідного доданка з (16).

Однією з можливих областей практичного застосування регуляторів, отриманих за даною методикою, є підготовка операторів, що керують динамічними об'єктами. В нашій роботі цю ідею було реалізовано в моделі тренажера, призначеному для підвищення кваліфікації пілотів цивільної авіації. Метою навчання на такому тренажері є засвоєння оператором моторних навичок керування динамічним об'єктом, що відповідають руху керованого об'єкта за оптимальною траєкторією. Основою тренажера стала механічна модель штурвальної колонки літака з трьома ступенями свободи, яку за допомогою АЦП було підключено до комп'ютера. Програма візуалізації, отримуючи інформацію про дії пілота, розраховує координати літака в просторі ї виводить на екран зображення картини, яку пілот бачить під час посадки повітряного судна (небо, землю, злітно-посадочну смугу, інші наземні об'єкти). Крім того, на екран комп'ютера може бути виведено зображення двох штурвалів, один з яких відображає дії пілота з реальним штурвалом, а другий виконує командно-директорну функцію. Командно-директорний принцип керування застосовується в авіації та в ряді інших галузей [3, 4]. Проте, як правило, на командно-пілотажних приборах відображається відхилення керованої величини від бажаного значення, і оператору ставиться завдання діяти так, щоб звести це відхилення до нуля. В нашій роботі застосовано інший принцип [5], коли командний штурвал показує оператору безпосередньо оптимальну поведінку. Оператору ставиться задача керувати польотом таким чином, щоб розходження між його діями та вказівками автомата було мінімальним.

Для того, щоб забезпечити ефективність процесу навчання і мотивацію оператора, на кожному кроці навчання йому слід пред'являти дедалі більш складні, але посильні задачі, тобто такі, які б найбільш відповідали обсягу навичок, засвоєних даним оператором на поточний момент. Для цього необхідно буде включити до системи навчання модель оператора — спеціальну компоненту, яка буде надавати інформаційне забезпечення для інших компонентів системи. Модель оператора (і відповідно програму його навчання) може бути побудовано або за так званим програмним (командним) принципом, коли програма навчання складається на основі апріорних уявлень про процес засвоєння особою, що навчається, необхідних навичок, або ж за принципом зворотнього зв'язку. Для цього система повинна під час виконання оператором поставлених завдань проводити аналіз його поведінки та визначати відхилення параметрів дій оператора від заданих параметрів. Врахування інформації про особисті якості оператора, а також поточного стану його умінь і навичок дозволяє організувати адаптивний діалог з оператором в процесі навчання. Можливе також складання програми навчання на основі комбінації двох названих принципів.

Алгоритм обчислення бажаної поведінки оператора може використовувати керування, синтезоване за описаною вище методикою. Ця методика надає можливість досить простим способом отримувати для тренування оператора на тренажері послідовність завдань, що ускладнюються. Для цього слід на початку тренування підстроїти параметри регулятора $c_0, c_1, \ldots, c_k$ з урахуванням кваліфікації оператора, а з набуттям ним необхідних моторних навичок поступово змінювати параметри регулятора так, щоб керування наближалося до оптимального.

Висновки

Проведене чисельне моделювання показало значні переваги регуляторів, отриманих описаним способом, перед регуляторами, синтезованими за класичною методикою, по швидкості перехідних процесів. При цьому, обираючи значення коефіцієнтів затухання $c_0, c_1, \ldots, c_k$, можна змінювати як характер перехідних процесів, ступінь перерегуляції тощо, так і область стійкості системи. Наявність свободи вибору коефіцієнтів затухання дозволяє змінювати параметри регулятора по ходу регулювання, враховуючи вимоги по стійкості і якості, що висуваються до керованої системи, конструктивні обмеження об'єкта та регулятора як технічних систем. Таким чином можна добитися повного використання можливостей як керованого об'єкта, так і органів чи систем керування в кожний момент часу на протязі всього руху керованої системи, що, як правило, не досягається при застосуванні регуляторів з постійними параметрами. Крім того, можливість вибору параметрів регулятора дозволить без втрат якості керування розширити і діапазон керованості системи за рахунок використання в критичних областях простору станів системи регуляторів, які розв'язують задачу керування в цих областях, хоча в інших областях і не є оптимальними.

Можна вказати такі можливі напрямки наступних досліджень. Подальшого розроблення потребують практичні методики знаходження функцій Ляпунова під час синтезу керування. Слід зауважити, що під час отримання додаткових умов (25), (26) не було використано вигляд функції Ляпунова (16), (17), а це дає можливість шукати функцію Ляпунова у вигляді, відмінному від (16)–(17). При цьому задача зводиться до знаходження найзручнішої структури функції Ляпунова і відповідного методу розв'язання задач багатовимірної оптимізації великої розмірності, які при цьому виникають. Необхідно продовжувати роботу над тренажером, зокрема, розробити методичне забезпечення процесу тренування, яке б відповідало вимогам чинних міждержавних та галузевих нормативних документів [6]. Потребує детального розроблення методика оцінки дій оператора з керування динамічним об'єктом та складання для нього програм навчання. За основу при цьому можна взяти підходи, викладені в роботах В. А. Боднера [7], ряді робіт Т. Шеридана та інших.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Зубов В. И. Проблема устойчивости процессов управления. — СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2001. — 353 с.

2. Летов А. М. Динамика полета и управление. — М.: Наука, 1969. — 360 с.

3. Боднер В. А. Системы управления летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1973. — 506 с.

4. Электронные системы отображения информации / Под ред. Дж. Ховарда. Пер. с англ. — М.: Воениздат, 1966. — 388 с.

5. Антонов В. К., Прохоров Д. А. Эргатический принцип директорного командного регулирования по органам управления движением динамических объектов // Інформаційно-діагностичні системи. Матеріали IV міжнародної науково-технічної конференції «Авіа-2002». Том 1. — К.: НАУ, 2002. С. 14-105—14-106.

6. Технические и программные средства для обучения персонала — стандарты, нормы и реализация / Магид С. И., Ибрагимов М. Х.-Г., Аракелян Э. К., Джанибеков В. А., Пешков С. И. — М.: Теплоэнергетика. — 2001. — № 10. — С. 29—32.

7. Боднер В. А., Закиров Р. А., Смирнова И. И. Авиационные тренажеры. — М.: Машиностроение, 1978. — 192 с.

Глазок Олексій Михайлович — аспірант факультету інформатики.
Національний Авіаційний Університет, м. Київ

УДК 62-503.56+519.85

Я. С. Паранчук, к. т. н., доц.

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РЕЖИМОМ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ ДУГОВОЇ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЇ ПЕЧІ ЗА ДЕКІЛЬКОМА КРИТЕРІЯМИ

Постановка проблеми

Дугові сталеплавильні печі (ДСП) відносяться до складних взаємозв'язаних багатомірних нелінійних та нестаціонарних об'єктів з динамічним навантаженням та координатно-параметричним керуванням. Процес електросталеплавлення супроводжується інтенсивними збуреннями, що виникають у дугових проміжках печі, статистичні характеристики яких неперервно змінюються упродовж плавки. Наявні системи автоматичного керування (САК) електричним режимом (ЕР) ДСП, що будуються на базі серійних диференційних регуляторів потужності дуг, за причини низької швидкодії допускають значний рівень дисперсії основних режимних координат (напруг, струмів та потужностей дуг), що вкрай негативно впливає на техніко-економічні показники як самої дугової електропечі, так і на