

26990

2005.1.

φ X

ISSN 0572-2691

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

---

**1'2005**

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова  
НАН Украины

Институт космических исследований  
НАН Украины и ИКА Украины

## Уважаемые читатели!

Продолжается подписка на журнал «Проблемы управления и информатики» (старое название — «Автоматика») на 2005 год.  
Журнал является единственным в Украине периодическим изданием, в течение почти пятидесяти лет (основан в январе 1956 года) публикующим работы фундаментального и прикладного характера в широком спектре проблем автоматического управления и информатики.

**Ведущие тематические разделы:** проблемы динамики управляемых систем; методы идентификации и адаптивного управления; оптимальное управление сложными управляемыми системами; математическое моделирование и исследование поведения физических объектов и технических систем; методы управления и оптимизации систем с распределенными параметрами; методы управления управляемых систем; методы обработки информации; космические информационные технологии и системы; технические средства для измерений и управления; космический мониторинг; экономические и управленческие системы; управление в биологических и природных системах; роботы и системы искусственного интеллекта; проблемы защиты информации. В журнале регулярно публикуются труды научных конференций и семинаров по автоматическому управлению.

Журнал издается при творческом участии Украинской Ассоциации по автоматическому управлению; Национального космического агентства Украины; академических и отраслевых научных учреждений; ведущих вузов Украины и стран СНГ; ученых и специалистов стран дальнего зарубежья.

**Главный редактор журнала** — директор Института космических исследований НАНУ и НКРАУ, Президент Украинской Ассоциации по автоматическому управлению академик НАН Украины КУЩЕВИЧ Всеволод Михайлович.

Журнал «Проблемы управления и информатики» в полном объеме переводится на английский язык издательской фирмой BEGELL HOUSE, INC.

Журнал «Проблемы управления и информатики» включен в перечень профильных изданий ВАК Украины, а также в Международную базу данных журналов, который учитывается при определении индекса цитирования. Информации о журнале вложена в

Каталог периодических и данной Украины по подписке на 2005 год; Каталог Агентства «Роспечать» на 2005 год; Экспортный каталог на 2005 год. Индекс 74002.

Если вы не успели оформить подписку, журнал можно приобрести непосредственно в редакции. Наш адрес:

03680 ІСТ Київ 187, проспект Академіка Глушкова, 40,  
Інститут космічних дослідвань НАНУ і НКРАУ,  
редакція журналу «Проблеми управління і інформатики», ком. 106,  
тел. 266-23-29, 252-58-46. E-mail: red@nomagred.kiev.ua

Редакторы: Г. В. Яцюк, П. И. Лесь, О. И. Жудра, О. М. Покоштова  
Компьютерная группа: Т. В. Иванова, Г. В. Зоряк, В. С. Зоряк

Полн и печ. 28.01.2005. Формат 70х108/16. Бум. офсет. Гарнітура. Таблиц. Офс. печат. Усл. печ. л. 14.0.  
Усл. кр.-отт. 14.71. Уч.-изд. л. 12. Тираж 300 экз. Цена 6 грн. (Украина), 60 руб. (страны СНГ)  
Свидетельство о регистрации КВ № 236 от 28.11.1993

Редакционно-издательский отдел с полиграфическим участком  
Института космических исследований НАНУ Украины  
03680 Киев 187, проспект Академіка Глушкова, 40

## СОДЕРЖАНИЕ

Методы идентификации и адаптивного управления <i>Соколов С.В., Шенчук Л.С.</i> Решение задачи идентификации структуры стохастического процесса при нелинейных измерениях .....	5
Оптимальное управление и методы оптимизации <i>Козып П.И., Мельник Т.А.</i> Предельный анализ одного класса задач оптимального управления в густых сингулярных соединениях .....	13
Управление физическими объектами и техническими системами <i>Красноштанка В.А.</i> Автоколебательные режимы в управляемых машинных аппаратах .....	32
<i>Кучеров Д.П.</i> Синтез адаптивного регулятора для финитного управления вращающимся телом при наличии ограниченных помех .....	38
<i>Дегеза В.П.</i> Определение амплитудно-частотной характеристики вынужденной системы с инкогерентными катковыми гасителями .....	49
Управление и оптимизация систем с распределенными параметрами <i>Денисова С.В., Славская В.В.</i> Оптимизация и обобщенные решения в задачах сопряжения параболических систем .....	58
Качественные методы в теории управляемых систем <i>Гарашинко О.Ф., Курчиенко Н.Ф.</i> Об одном методе последовательного построения матриц ортогональных преобразований .....	75
Методы обработки информации <i>Урченко В.И., Кучми А.Г., Васильев В.Н.</i> Методы оценки вероятности конфликтов для системы управления воздушным движением .....	88
<i>Дастюченко М.М., Вышницкий А.Н.</i> Многокритериальный анализ в адаптивном управлении надежностью передачи мультимедийного трафика .....	98
<i>Камушев Б.Е., Русви Б.П., Талинов В.А.</i> Особенности применения статистических критериев обнаружения к задачам распознавания объектов .....	107
Космические информационные технологии и системы <i>Велюножко Л.А., Велюножко П.П., Фоков А.А.</i> Моделирование динамики обособленной меридиональной цепи рефлекторной антенны каркасно-опорного типа .....	115
Технические средства для измерений и управления <i>Сидорова О.К., Даруш С., Вишня А.Е.П., Аксенова Т.И.</i> Алгоритмы классификации импульсов нейтронов с использованием динамических уравнений .....	126
<i>Завардашвили Т.В.</i> Динамика робота-манипулятора с упругоподатливymi звеньями и приводными механизмами .....	137
Краткие сообщения <i>Коробейко О.И., Виноградов И.И., Гнедых В.И., Поверсев М.В., Родин А.В., Федорова А.А.</i> Миниреспектрометр парниковых газов .....	150
<i>Безлева Д.А., Виноградов И.И., Кашлинков Ю.К., Киселева А.В., Коробейко О.И., Родин А.В., Федорова А.А.</i> Малогабаритный шнелле-спектрометр высокочастотного рассеяния с использованием акустооптической фильтрации для атмосферных исследований .....	153

## CONTENTS

Methods of Identification and Adaptive Control <i>Sokolov S.V., Shevchuk P.S.</i> The solution of the problem for identification of the structure of stochastic process at nonlinear dimension .....	5
Optimal Control and Optimization Methods <i>Kogut P.I., Mel'nyk T.A.</i> Limit analysis of a class of optimal control problems in thick multi-structures .....	13
Control of Physical Objects and Technical Systems <i>Krasnoshepka V.A.</i> Self-oscillatory regimes in controlled machine aggregates .....	32
<i>Kucherenko D.P.</i> The Synthesis of adaptive controller for fixed-time control of a spinning space body in the presence of bounded noise .....	38
<i>Legeza V.P.</i> Determination of the amplitude-frequency characteristics of vibroprotective system with cycloidal rolling absorber .....	49
Controlling and Optimizing the Systems with Distributed Parameters <i>Denisov S.V., Semenov V.V.</i> Optimization and generalized solution in conjugation problems for parabolic systems .....	58
Qualitative Methods in Controlled Systems Theory <i>Gerashechenko O.F., Kirichenko N.F.</i> On one method of consecutive construction of orthogonal transformation matrices .....	75
Information Processing Methods <i>Kharchenko V.P., Kikush A.G., Vasylyev I.N.</i> Methods of conflict probability evaluation for air traffic control system .....	88
<i>Lastovchenko M.M., Ilyviskiy A.N.</i> System analyses in the adaptive reliability control of multimedia traffic transfer .....	98
<i>Karastyu V.E., Ruzum V.P., Tarasov V.A.</i> Features of statistical detection methods application to the recognition tasks .....	107
Space Information Technologies and Systems <i>Belonozhko P.A., Belonozhko P.P., Fokov A.A.</i> Mosaicing of the dynamics of detached meridional sequence of reflector for the supporting type antenna .....	115
Technical Tools for Measurements and Control <i>Chibrikova O.K., Larouche S., Villa A.E.P., Aksenova T.I.</i> Algorithms for spike sorting based on dynamic equations .....	126
<i>Zavrazhina T.V.</i> Dynamics of robot-manipulator with flexible links and mechanisms of drives .....	137
Short communications <i>Korablev O.I., Vinogradov I.I., Gnedkhi V.I., Poverzhev M.V., Rodin A.V., Fedorova A.A.</i> Microspectrometer of greenhouse gasses .....	150
<i>Belugaev D.A., Vinogradov I.I., Kalinikov Yu.K., Kiselev A.V., Korablev O.I., Rodin A.V., Fedorova A.A.</i> Compact high-resolution schelle-spectrometer with use of acousto-optical filtration for atmospheric investigation .....	153

## МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62-50

*С.В. Соколов, П.С. Шевчук*

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТРУКТУРЫ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Используемые в настоящее время методы современной теории идентификации обеспечивают в основном решение задачи идентификации неопределенного вектора состояния линейной системы с неизменной структурой на всем интервале времени наблюдения [1-4]. В то же время на практике часто возникает необходимость решения задачи идентификации стохастических процессов, нелинейная динамическая структура которых изменяется с течением времени, например, при описке вектора состояния объекта с переменной конфигурацией (в частности, ракеты-носителя или космического аппарата), при слежении за различными движущимися целями, при обнаружении разнородных сигналов и т.д. В этом случае требуется идентифицировать тип (номер) структуры из совокупности структур, известных *a priori*. Анализ распространенных методов идентификации показывает, что получить решение подобной задачи на их основе в общем случае не представляется возможным.

В связи с этим ниже предлагается один из подходов к решению проблемы структурной идентификации, которую более детально сформулируем следующим образом.

Пусть нелинейная динамическая система со случайной структурой, в общем случае [3] описываемая в  $l$ -м состоянии векторным уравнением вида

$$\dot{\xi} = f^{(l)}(\xi, t) + f_0^{(l)}(\xi, t) n_l, \quad \xi(0) = \xi_0, \quad (1)$$

где  $l = \overline{1, S}$  — номер состояния (структуры);  $f^{(l)}(\xi, t)$ ,  $f_0^{(l)}(\xi, t)$  — нелинейные векторные и матричные функции соответствующей размерности  $n^{(l)} \leq N$  и  $m^{(l)} \times n^{(l)}$ ;  $N = \max(n^{(1)}, \dots, n^{(S)})$ ;  $\xi(t)$  — вектор состояния размерности  $N$  в любой структуре;  $n_l^{(l)}$  — белый гауссовский нормированный вектор-шум размерности  $m^{(l)}$ ; наблюдается нелинейным измерителем, который описывается в свою очередь, уравнением

$$Z = H(\xi, t) + W, \quad (2)$$

где  $Z$  —  $M$ -мерный вектор выходных сигналов измерителя;  $H(\xi, t)$  — вектор-функция наблюдения размерности  $M$ ;  $W$  — белый гауссовский вектор-шум с нулевыми средними и матрицей интенсивностей  $D_W(t)$ .

## СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ФИНИТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВРАЩАЮЩИМСЯ ТЕЛОМ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ПОМЕХ

**Введение.** Необходимость обеспечения эффективного функционирования различных объектов с минимальными временными затратами на управление является актуальной проблемой теории автоматического управления и ее приложения [1].

В статье рассматривается задача перевода консервативного объекта с неавтономными параметрами из одного состояния в некоторое окружение начальной координат посредством управления за конечное время. Характерны особенности данного объекта — возникновение неавтономных колебаний при единичном воздействии, которые обусловлены наличием кратных мнимых корней в характеристическом уравнении. Решение этой задачи при условии минимальной длительности процесса управления и полностью известной информации о параметрах объекта, когда неконтролируемые возмущения отсутствуют, принадлежит Бушау (см., например, [2]). Закон управления в [2] получен в виде функции вектора фазовых переменных, в качестве управляющих воздействий исполняется элемент множества  $u \in U = \{-1, +1\}$ , как это обычно получается при синтезе оптимальных по быстродействию систем. В отличие от других объектов второго порядка, число интервалов постоянства управления здесь может быть больше двух и определяется лишь начальными условиями.

Если же параметры объекта неизвестны, как это довольно часто встречается на практике, разумно использовать адаптивный подход [3, п. 7.22, 4]. Характерное отличие подхода, применяемого для данного объекта, заключается в том, что в выражении для функции переклочения имеется существенная нелинейная зависимость от неизвестных параметров объекта. Кроме того, при применении адаптивных методов к задаче управления консервативным объектом информации о числе интервалов управления, которая использовалась в целях адаптации при управлении другими объектами второго порядка в отсутствие помех [5, 6], перестает быть известной. При этом непонятно, каким образом классифицировать ошибки адаптации и, соответственно, проводить коррекцию параметров функции переклочения.

Этого удалось избежать в [7] предварительным расчетом ориентировочного числа интервалов постоянства управления в каждом очередном цикле адаптации и сравнением этого числа с полученным после очередного испытания. Такой расчет оказался возможным для заданных начальных условий объекта управления и значений параметров функции переклочения, получаемых в результате действия алгоритма адаптации. Сам же алгоритм адаптации основан на нелинейной процедуре обучения распознаванию образов, заматованной из [8].

Совершенно иное положение возникает при наличии шумов в каналах измерения. Принципиальная трудность заключается в том, что если помеха (шум) принадлежит к классу так называемых нерегулярных (нестационарных) внешних воздействий, то точное олеивание вектора фазовых переменных не представляется возможным. В таких условиях, как установлено в [9], введение любой зоны нечувствительности в закон управления не позволяет избежать ложных переключений управления даже в случае известных параметров объекта.

Предложенный в [9] метод решения задачи синтеза адаптивного регулятора при наличии нерегулярных внешних воздействий в каналах измерения для простейшего объекта второго порядка состоит в том, что для исключения ложных переключений в закон управления вводится своеобразная функция нечувствительности с гистерезисом. А разработанные в [10, 11] алгоритмы позволяют существенно повысить скорость сходимости процесса адаптации.

Цель данной работы — синтез адаптивного регулятора, обеспечивающего финитное управление (за конечное время) вращающимся объектом, параметры которого априори неизвестны конструктору, при наличии ограниченных по уровню помех измерения. Алгоритм адаптации параметров закона управления строится на основе подходов, развитых в [8]. Для реализации этого алгоритма существенно используются априорная информация как о границах допустимых значений коэффициентов уравнений объекта, так и уровней шумов.

**Постановка задачи.** Рассматривается объект с осью симметрии, имеющей возможность вращения в пространстве вокруг связанных с ним трех осей (рис. 1). Примером такого объекта может быть ракета с реактивными двигателями, тяга  $f(t)$  которого ограничена  $M: |f_0(t)| \leq M$ . При движении в пространстве угловая скорость ракеты вдоль оси симметрии  $z(t)$  поддерживается постоянной, а скорости  $x(t)$ ,  $y(t)$  уменьшаются до нуля за минимальное время [6].

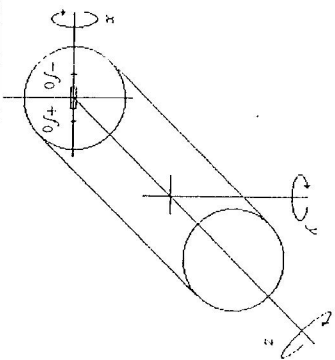


Рис. 1

Такой объект можно представить системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = \omega y(t), \quad \dot{y}(t) = -\omega x(t) + kx(t), \quad \dot{z}(t) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $x(t)$ ,  $y(t)$  и  $z(t)$  — угловые скорости вращения относительно осей симметрии 1–3 объекта (см. рис. 1);  $\omega$ ,  $k$  — параметры, определяемые геометрическими размерами объекта, моментами инерции и угловой скоростью  $z(t)$ ;  $u(t)$  — управляющее воздействие, принимающее одно из двух значений  $\pm 1$ . Считается, что параметры  $\omega$ ,  $k$  в (1) априори неизвестны конструктору, для них известны лишь оценки их нижних и верхних значений в форме

$$0 < \underline{k} < k < \bar{k}, \quad 0 < \underline{\omega} < \omega < \bar{\omega}. \quad (2)$$

Предполагается, что сигналы  $x(t)$  и  $y(t)$  измеряются с помехами:

$$\dot{x}(t) = x(t) + \xi(t), \quad \dot{y}(t) = y(t) + \zeta(t), \quad (3)$$

где  $|\xi(t)| \leq N_\xi$ ,  $|\zeta(t)| \leq N_\zeta$ , и, что уровни помех  $N_\xi$ ,  $N_\zeta$  априори известны (как и в [7]).

Пусть  $V$  — некоторая ограниченная область пространства векторов  $\{v\} \subseteq \mathbb{R}^2$ , содержащая начало координат. В пространстве  $\{x(t), y(t)\} \subseteq \mathbb{R}^2$  движение объекта из начального состояния  $\{x(0), y(0)\} \subseteq \mathbb{R}^2$  в конечном  $\{0, 0\} \subseteq \mathbb{R}^2$  происходит по дугам полукругов радиусов  $c > 0$ ,  $(c, 0)$  за время  $t_{opt}$ , при этом переключение знака управляющего воздействия осуществляется на кривой

$$F \equiv \left[ \bigcup_{j=0}^{\infty} F_+^j(v(t), c) \right] \bigcup \left[ \bigcup_{j=0}^{\infty} F_-^j(v(t), c) \right] = F_+ \cup F_-, \quad (4)$$

где

$$F_+^j(v(t), c) \equiv -y(t) + \sqrt{c^2 - (x(t) + (2j+1)c)^2} = 0 \quad (5)$$

— дуги полукругов радиуса  $c > 0$ , расположенные выше оси  $x$ , с центрами в точках  $(-2j-1, 0)$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ , а

$$F_-^j(v(t), c) \equiv -y(t) - \sqrt{c^2 - (x(t) - (2j+1)c)^2} = 0 \quad (6)$$

— дуги полукругов радиуса  $c > 0$ , расположенные ниже оси  $x$ , с центрами в точках  $(2j+1, 0)$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ ,  $c = k/\omega$  — коэффициент. Вид кривой переключения  $F^j(v(t), c)$  показан на рис. 2.

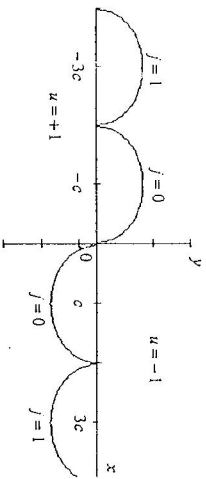


Рис. 2

Задача состоит в том, чтобы в условиях априорной неопределенности относительно параметров  $\omega$ ,  $k$  объекта (1) с учетом ограничений (2) синтезировать регулятор, обеспечивающий на каждом очередном  $n$ -м цикле «испытаний» переключение вектора  $v(t) = [x(t), y(t)]^T$  из любого начального состояния  $v(0) \in \mathbb{R}^2$  в некоторую достаточно малую вперед заданную окрестность  $\Omega \subset V \in \mathbb{R}^2$  начала координат (область достижимости) за минимально возможное время  $T \geq T_{opt}$ . (Здесь и далее  $t$  имеет смысл локального времени  $t \in [0, T_n]$ , где  $T_n$  — продолжительность  $n$ -го цикла.) При этом размеры этой области должны быть по возможности малыми.

**Неадаптивный случай.** Предположим, на какое-то время, что коэффициенты  $k, \omega$  в уравнении (1) априори известны. Следы [5-7, 9-11], закон управления выберем в форме соответствия

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) > 0, \\ -1, & \text{если } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) < 0, \\ u(t-0), & \text{если } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

в котором  $F(\tilde{c}, v^*(t))$  — нелинейная функция вида (3)-(5), выполняет роль разделяющей функции в пространстве  $\{x, y\} \in \mathbb{R}^2$ . В выражении (7)  $\tilde{c}$  — коэффициент,  $v = (x, y)^T$  — вектор, определяемые следующим образом:

$$\tilde{c} = (c + \delta), \quad (8)$$

Здесь  $c > 0$  — коэффициент, полностью соответствующий (5), (6), а  $\delta$  — число, удовлетворяющее условию

$$0 \leq \delta < k/\omega; \quad (9)$$

$$v_1^* = x^*, \quad v_2^* = y^*, \quad (10)$$

где

$$x^*(t) = \begin{cases} x'(t-0) - N\xi & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) > 0, \\ x'(t-0) + N\xi & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) < 0, \\ x''(t-0) & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) = 0; \end{cases} \quad (11)$$

$$y^*(t) = \begin{cases} y'(t-0) - N\zeta & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) > 0, \\ y'(t-0) + N\zeta & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) < 0, \\ y''(t-0) & \text{при } F(\tilde{c}, v^*(t-0)) = 0; \end{cases} \quad (11a)$$

$$x^*(0) = x'(0), \quad y^*(0) = y'(0).$$

Как видно из соотношения (7), вместо компонента  $x, y$ , недоступных для измерения, в этом выражении фигурируют компоненты  $v_1^*, v_2^*$ , связанные согласно (10), (11), (11a) с измеримыми переменными  $x', y'$ . Можно понять, что задание в форме (11) величин  $x^*, y^*$ , от которых в силу (10) зависят эти компоненты, позволяет реализовать в (7) сигнум-функцию  $\text{sign } F(\tilde{c}, v^*(t-0))$  с гистерезисом. Такой прием обеспечивает нечувствительность знака  $F(\tilde{c}, \cdot)$  к флуктуациям компонента вектора  $v^*$ , вызванными поехами измерения  $\xi(t), \zeta(t)$ . Действительно, из (11) и (11a) с учетом (3), (4) следует, что если  $F(\tilde{c}, v^*(t-0)) = 0$  в некоторый момент  $t$  (момент переключения управления), то вектор  $v(t) = (v_1(t), v_2(t))^T$ , компоненты которого  $v_1(t) = x(t)$ ,  $v_2(t) = y(t)$  зависят от недоступных для измерения фазовых переменных  $x(t), y(t)$ , непременно лежит именно в той области, которая как раз и должна определять управление противоположного знака. После переключения преднамеренно осуществляется операция скачкообразного изменения  $v^*(t)$  (в силу (10), (11), (11a)), такая операция гарантирует, что в условиях помех  $\xi(t), \zeta(t)$  с ограниченными уровнями  $N\xi, N\zeta$  повторного изменения знака  $F(\tilde{c}, v^*(t))$  заведомо произойти не будет. Тем самым исключаются ложные переключения управления.

Предварительный результат, касающийся свойств регулятора (7)-(11), устанавливает следующая лемма, которая приводится здесь без доказательства.

**Лемма 1.** Определим некоторую область  $\tilde{V} = \tilde{V} \setminus \tilde{E}$ , где  $\tilde{V}$  и  $\tilde{E}$  — отобранная множество  $V$  и  $E$  соответственно в пространстве векторов  $\{v\} \subset \mathbb{R}^2$ . Пусть  $\tilde{V}_1$  представляет собой замкнутый прямоугольник

$$\tilde{V}_1 = [v_1, \bar{v}_1] \times [v_2, \bar{v}_2], \quad (12)$$

симметричный относительно начала координат, т.е.  $v_1 = -v_1$ ,  $v_2 = -v_2$ , а  $\tilde{E}$  — область, целиком лежащая в круге  $s$  с центром в нуле пространства  $\mathbb{R}^2$ :

$$s = \{v \in \mathbb{R}^2 : \|v\| \leq r\}, \quad (13)$$

где  $r \geq 0$  — радиус этого круга, определяемый соотношением

$$r^2(c) = \frac{4c^3 + \delta(G^2 + c^2)}{2c + \delta} - 2c \sqrt{\frac{2c^3 + \delta G^2}{2c + \delta} + A + A}, \quad (14)$$

в котором

$$A = N_2^2 + 2N_2\sqrt{B} + 2N_1\delta, \quad (15)$$

$$B = \frac{(G^2 - c^2)(9c^2 + 12c\delta + 4\delta^2 - G^2)}{4(2c + \delta)^2} + N_1 \frac{5c^2 - G^2 + 2\delta(3c + \delta)}{2c + \delta} - N_1^2, \quad (16)$$

$$G^2 = \begin{cases} (\bar{x}(0) + c + \delta)^2 + \bar{y}^2(0), & \text{если } F(\bar{c}, v^*(t)) < 0, \\ (\bar{x}(0) - c - \delta)^2 + \bar{y}^2(0) & \text{иначе.} \end{cases} \quad (17)$$

Тогда при достаточно малом уровне шума  $N_2$ , согласованном с размерами области  $\tilde{I}_1$ , таким, что  $B > 0$  и  $v(0) \notin \tilde{E}$ :

а) регулятор (7)-(11) обеспечивает перемещение вектора  $v(t)$  из любого начального положения  $v(0) \in \tilde{I}_1$  в область  $\tilde{E}$ ,

б) область  $\tilde{E}$ , определяемая выражением (13) совместно с (14)-(17), является «минимально возможной» областью достижимости (в том смысле, что регулятор (7)-(11) не гарантирует попадания  $v(t)$  из произвольного  $v(0) \in \tilde{I}_1$  в любую другую область  $\tilde{E}$  такую, что  $\tilde{E} \subset \tilde{E}$ ;

в) продолжительность перемещения  $v(t)$  от  $v(0)$  до пересечения с границей области  $\tilde{E}$ , ближайшей по направлению движения этого вектора, минимально возможна.

Согласно лемме область  $\tilde{E}$  представляет собой не что иное, как отображение  $E$  в  $\{v\}$ , а регулятор (6)-(11) является регулятором, квазиоптимальным по быстродействию. Для иллюстрации принципа работы этого регулятора на рис. 3 изображено движение вектора  $v(t)$  из начального положения  $v(0) \in \tilde{I}_1$  в область  $\tilde{E}$ . Здесь же показаны возможные положения векторов  $v(t)$ ,  $v^*(t-0)$ ,  $v^*(t-0)$  в момент прекращения управления, когда  $v^*(t-0)$  как раз лежит на линии  $F(\bar{c}, v^*) = 0$ .

Из леммы 1 следует, что при «слишком высоком» уровне помех по каналу измерения переменной  $v(t)$  работоспособность регулятора (7)-(11) не гарантируется. Кроме того (и это естественно), даже когда коэффициенты  $k$ ,  $\omega$  в уравнениях (1) известны, при наличии помех измерения область достижимости  $\tilde{E}$  не может быть назначена произвольно малой: в силу (13) с учетом (14)-(17) размеры области  $\tilde{E}$  зависят как от уровней помех  $N_2$ ,  $N_1$ , так и от величин  $c = k/\omega$ , связанной с коэффициентами  $k$  и  $\omega$ , а также от параметров области  $\tilde{I}$  (12). Нетрудно видеть, что если  $N_2 = 0$ ,  $N_1 = 0$ , т.е. если помехи отсутствуют, то пара-

метр  $r^2$  области  $\tilde{E}$  становится таким же, как и в системе с регулятором, субоптимальным по быстродействию (см. [6]). Как и должно быть,  $r^2 \rightarrow 0$  при  $\delta \rightarrow 0$ , т.е.  $\tilde{E}$  стягивается в начало координат.

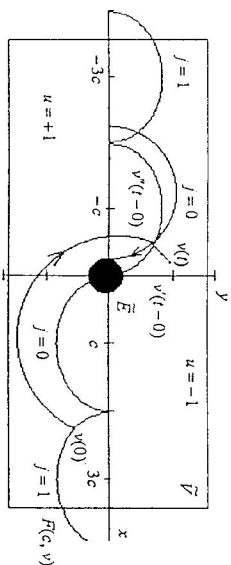


Рис. 3

Алгоритм адаптивного управления. Предположим теперь, что коэффициенты  $k$ ,  $\omega$  неизвестны. В этом случае закон управления будем строить по схеме (7) с учетом (8)-(11), заменяя в соответствующих выражениях неизвестный вектор  $\tilde{c}$  на подходящую его оценку  $\tilde{c}_{n-1}$ , которая определяется на каждом  $n$ -м цикле перемещения вектора  $v(t)$  из начального  $v(0)$  в некоторое его конечное положение. На первый взгляд может показаться, что для определения  $\tilde{c}_{n-1}$  можно немедленно воспользоваться алгоритмом адаптации, предложенным в [6]. В действительности это не так. Дело в том, что реализация этого алгоритма требует знания области  $\tilde{E}$ . Между тем ее параметр  $r$  априори неизвестен, поскольку неизвестны коэффициенты  $k$ ,  $\omega$ , которыми он определяется (согласно (14)-(17)). Кроме того, даже если эта область  $\tilde{E}$  и была бы известна, то все равно оставалось бы неизвестным, каким образом зафиксировать сам факт попадания  $v(t)$  в  $\tilde{E}$ : ведь вектор  $v(t)$  недоступен для измерения. (Согласно алгоритму работы [6] определение вектора  $\tilde{c}_{n-1}$  предусматривает фиксацию такого факта.)

Для того чтобы обойти упомянутые затруднения, поступим следующим образом. Пользуемся оценкой наибольшие размеры области  $\tilde{E}$  при всех допустимых значениях коэффициентов  $k$ ,  $\omega$ , удовлетворяющих ограничениям (2). В силу (13) с учетом (14)-(17) определим максимальный размер  $\tilde{E}$ , зависящий от величины  $s$ . На основании (13) запишем

$$\tilde{E}_m = s_m r, \quad (18)$$

где

$$s_m = \{v \in \tilde{I}_1 : \|v\| \leq r_m\}. \quad (19)$$

В этом выражении величина  $r_m = r(c_m)$  получается из (15)-(18) заменой величины  $s$  на:  $\tilde{c}$ , определяемую как

$$\tilde{c} = k/\omega. \quad (20)$$

Запись вида (20) следует из анализа выражения (14) для  $r(c)$  непрерывной функции от  $c = k/\omega$  на замкнутом интервале  $[\underline{c}, \bar{c}]$ ; при этом естественно использовать тот факт, что величины  $k$ ,  $\omega$ , от которых зависит аргумент  $s$  в (14), стеснены априорными ограничениями (2).

Итак, то лемме для всех возможных значений  $k$ ,  $\omega$ , удовлетворяющих (2), и всех возможных начальных значений  $v(0) \in \tilde{I}_1$  регулятор, квазиоптимальный по

быстродейственно, будет гарантировать попадание  $v(t)$  в область  $\tilde{E}^m$ , которая определяется выражениями (18), (19). Тем не менее в условиях нерегулярных помех  $\xi$ ,  $\zeta$  попадание вектора измеренных величин  $v'(t)$  вовсе не гарантируется. Действительно, вполне возможна такая ситуация, когда  $v(t)$  будет внутри области достижимости  $\tilde{E}^m$ , а  $v'(t)$  — вне ее. Между тем можно определить некоторую область  $\tilde{\Omega}^m \supset \tilde{E}^m$  с минимально возможными размерами, такую, что квазиоптимальный регулятор заведомо обеспечивает попадание  $v'(t)$  в  $\tilde{\Omega}^m$  (именно этот факт используется далее для построения алгоритма адаптации). Нетрудно показать, что

$$\tilde{\Omega}^m = S = \{v \in \tilde{V} : \|v\| \leq R\}, \quad (21)$$

где

$$R^2 = r^2 + 3N_2^2 + 2N_1\delta + 2N_2(\sqrt{B} - \sqrt{B_1}) + 2c \left\{ \sqrt{\frac{2c^3 + G^2\delta}{2c + \delta}} + A - \sqrt{\frac{2c^3 + G^2\delta}{2c + \delta}} + A_1 \right\}, \quad (22)$$

$$B_1 = \frac{(G^2 - c^2)(9c^2 + 12\delta + 4\delta^2 - G^2)}{4(2c + \delta)^2} + 2N_1 \frac{5c^2 - G^2 + 2\delta(3c + \delta) - 4N_1^2}{2c + \delta}, \quad (23)$$

$$A_1 = 4N_2^2 - 2N_2\sqrt{B_1} + 4N_1\delta, \quad (24)$$

а  $A$ ,  $B$ ,  $G$  определяются (15)–(17) соответственно.

После того как определена область  $\tilde{\Omega}^m$ , можно приступить к формулировке алгоритма коррекции вектора  $s_n$ . В соответствии с подходом, развиваемым в [6], реализация алгоритма адаптации предусматривает запоминание координат точки  $v(t_n)$  пересечения в первый раз траектории движения с разделяющей поверхностью  $F(v)$ ,  $s_{n-1} = 0$  в некоторый момент  $t = t_n$  и анализ регулятора завершения  $n$ -го цикла испытаний. В этом случае алгоритм адаптации строится в форме следующей рекуррентной процедуры, замкнутой на [8]:

$$s_n = \begin{cases} s_{n-1}, & \text{если } \|v(t_n)\| \leq \Delta \text{ или вектор } v(t) \text{ попадает в область } \Omega \\ cN' \text{ переключений } u(t), & \\ \left. \begin{aligned} & R \Xi \left\{ s_n - \mu [\delta v(t_n, s_{n-1}) - w_n] \frac{dF(v, c)}{dc} \Big|_{(v(t_n), s_{n-1})} \right\} \text{ в остальных случаях.} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

В этом алгоритме  $v^T = [v_1, v_2]$ ,  $\mu \in \mathcal{M}^+ \setminus \{0\}$  — параметр, который желательно брать достаточно малым;  $R \Xi\{c\}$  — проектор неизвестного коэффициента  $c' \in \mathcal{M}$  на выпуклое множество  $\Xi = [1, +\infty) \subset \mathcal{M}$ :

$$\delta v(z, c) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{F(v, c)}{\varepsilon}, \quad (26)$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если } N > N', \\ -1, & \text{если за } N \leq N' \text{ переключений } u(t) \text{ вектор } v(t) \text{ не попадает в } \tilde{\Omega}^m, \end{cases} \quad (27)$$

а  $\Delta > 0$ ,  $\varepsilon > 0$  — некоторые наперед заданные достаточно малые числа, выбираемые конструктором.

Произвольная скалярная функция  $F(c, v)$  по параметру  $c$  на основании (5), (6) определяется так:

$$\frac{\partial F(v, c)}{\partial c} = -\operatorname{sign} v_1 \frac{|1 - (v_1 + \operatorname{sign} v_1)(2(N-1) + 1)c| (2(N-1) + 1)}{\sqrt{|1 - (v_1 + \operatorname{sign} v_1)(2(N-1) + 1)c|^2}}. \quad (28)$$

Алгоритм (13) совместно с (14)–(17) представляет собой модификацию алгоритма обучения нелинейной классификации, предложенного в [8]. В отличие от алгоритма работы [8], согласно которому коэффициент  $s_{n-1}$  должен корректироваться всякий раз независимо от результата распознавания вектора  $v(t_n)$ , коррекция  $s_{n-1}$  по алгоритму (23) осуществляется только при наличии ошибки распознавания. Операция проектирования, выполняющаяся всякий раз, когда в регуляторе действия алгоритма значение коэффициента  $s_n$  выходит за пределы множества  $\Xi$ , не изменяет свойств сходимости алгоритма.

Выражения (13)–(17) с учетом (7)–(11) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (1) полностью (после задания начальных условий, определенных коэффициентом  $c \in \Xi$ ).

При построении алгоритма (7), (11)–(16) использовано следующее положение.

**Лемма 2.** Для произвольной области достижимости  $\Omega$  существует неодноточечное множество параметров  $S \subset \mathcal{M}$ , включяющее коэффициент  $c$ , такое, что при любом  $c^* \in S$  закон управления

$$u_n(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } F_+(v(t-0), c^*) > 0, \\ -1, & \text{если } F_-(v(t-0), c^*) < 0, \\ u_n(t-0), & \text{если } F(v(t-0), c^*) = 0, \end{cases}$$

обеспечивает попадание коэффициента  $s_n(t)$  в область  $\Xi$  с переключением и  $n(t)$  не более чем за  $N = j + 1$  раз на  $n$ -м цикле при произвольном ненулевом начальном векторе  $v_n(0)$ , где

$$j = \begin{cases} [d] - 1, & \text{если } \{d\} = 0, \\ [d] & \text{в другом случае,} \end{cases} \quad a, d = \sqrt{\frac{(v_{10}^2 + v_{20}^2)}{2c^*}} / 2c^* = [d] + \{d\}.$$

Здесь  $[\cdot]$ ,  $\{\cdot\}$  обозначают целую и дробную части  $d$ .

**Модельный эксперимент.** Для исследования свойств сходимости предложенного алгоритма проводились моделирование адаптивного регулятора (25)–(28) для финитного управления объектом (1) с параметрами  $k = 1$ ,  $\omega = 5$  рад/с при различных начальных условиях  $v^T(0) = \{x(0), y(0)\}$ . При оптимальном параметре  $s_{opt} = 0,2$  объект (1) из начального состояния  $v^T(0) = (-0,6, 0)$  перемещается в начало координат с  $N = 2$  за время  $t_{opt} = 0,95$  с при отсутствии помех.

В процессе эксперимента установлены такие значения параметров алгоритма обучения:  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\mu = 0,01$ ,  $\Delta = 0,042$ . В каналах измерения действуют помехи  $|\xi(t)| \leq 0,1$ ,  $|\zeta(t)| \leq 0,1$ . Начальное значение  $c_0$  выбрано произвольным образом,  $c_0 = 1,8$ . Результаты моделирования показаны на рис. 4-6. Рис. 4 представляет динамику объекта (1) в плоскости фазовых переменных  $x, y$  в течение 10 первых переключений управления при перемещении из того же начального состояния  $y^T(0) = (-0,6, 0)$  в область  $\Omega = \{x: |x| \leq 0,13, y: |y| \leq 0,13\}$  на первом (рис. 4) и последнем (рис. 5) циклах испытаний. В процессе действия алгоритма (11)-(14) за  $n = 210$  получен параметр  $c_{210}^T = 0,248$ , удовлетворяющий условию управления, квазиоптимального по быстродействию:  $T = 0,95$  с ( $T \geq T_{opt}$ ).

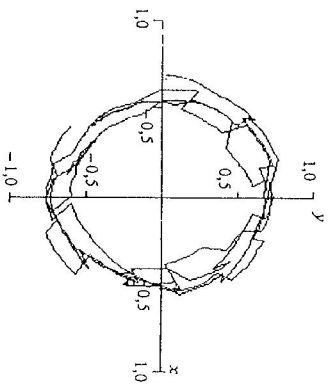


Рис. 4

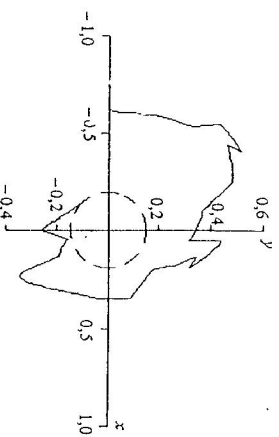


Рис. 5

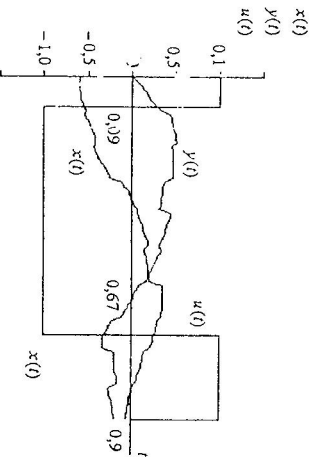


Рис. 6

На рис. 6 изображено поведение системы, соответствующее рис. 5, во временной области.

Сходимость алгоритма оценивалась с помощью функции

$$V_k = (e_{opt} - c_k)^2. \quad (29)$$

Вид функции  $V_k$  показан на рис. 7. Результаты моделирования свидетельствуют о работоспособности алгоритма адаптации.

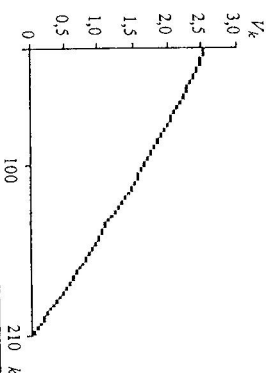


Рис. 7

**Заключение.** В статье предложен алгоритм адаптивного управления, обеспечивающий квазиоптимальный по быстродействию переходный процесс в системе с объектом, описываемым уравнением (1), при наличии ограниченных помех измерения. В отличие от других известных алгоритмов подобного типа в закон управления предельномерно вводится своеобразная функция нечувствительности с гистерезисом. Это позволяет избежать ложных переключений регулятора. Показано, что при наличии нерегулярных ограничений: помех область достижимости системы не может быть установлена произвольно малой.

На основе развития подхода, предложенного в [7], решена задача синтеза алгоритма адаптации параметров регулятора к неизвестным параметрам объекта. При построении этого алгоритма существенно используются априорная информация о множестве принадлежности параметров объекта и уровнях помех.

*Д.П. Кучеров*

### СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ФАЗНОГО КЕРУВАННЯ ТІЛОМ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ, ЗА НАВІСНІСТЮ ОБМЕЖЕНИХ ПЕРЕРІВК

Запропоновано алгоритм синтезу адаптивної системи керування тілом, що обертається у просторі, за відсутності інформації про його параметри та за наявності обмежених шумів у каналах вимірювання. Алгоритм базується на процедурі невідомої класифікації ситуацій керування. При побудові алгоритму адаптації параметрів регулятора до невідомих параметрів об'єкта суттєво використовуються априорні оцінки області досягнення системи. Наводиться приклад синтезу регулятора.



## THE SYNTHESIS OF ADAPTIVE CONTROLLER FOR FIXED-TIME CONTROL OF A SPINNING SPACE BODY IN THE PRESENCE OF BOUNDED NOISE

The algorithm of synthesizing the adaptive control system of spinning space body in the absence of a priori information about its parameters and in the presence of bounded noise in the canals of measuring is considered. The algorithm is based on nonlinear procedure of a pattern classification. While constructing the algorithm of controller parameters adaptation to object unknown parameters the a priori estimates of a system attainability domain are substantially used. The results of simulation are given.

1. Пихакова В. Ч. Позиционное, субоптимальное по быстродействию управление мобильным роботом // Искусственный интеллект. — 2001. — № 3. — С. 490–497.
2. *Ahrens M., Fahn R.L., Lascaz R.T.* Time optimal velocity control of spinning space body // IEEE Trans. Appl. Ind. — 1963. — 83. — P. 206–214.
3. Цыкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
4. Кучеров В.М., Лычек М.М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход. — Киев: Наук. думка, — 1985. — 248 с.
5. Кучеров Д.П. Об одной задаче синтеза адаптивной системы управления, субоптимальной по быстродействию // Праці П'ятого укр. конф. з автоматичного управління «Автоматика-98». Київ, 13–16 травня 1998 р. — Ч. 1. — Київ: НТУУ «КПІ», 1998. — С. 238–244.
6. Кучеров Д.П. Об адаптивном управлении нелинейной системой второго порядка, субоптимальной по быстродействию // Наук. прац. ДОННТУ. — 2002. — Вып. 48. — С. 63–69.
7. Кучеров Д.П. Алгоритм обучения управлению вращающимся в пространстве объектом, квазиоптимальному по быстродействию // Тр. доп. XIV НТК-22–23 квітня 2004 р. — Ч. 1. — Житомир: ЖВРБ, 2004. — С. 108–109.
8. *Blackmore K.L., Williamson R.C., Margolis I.M.K.* Learning nonlinearly parameterized decision regions // J. of Mathematical Systems, Estimation and Control. — 1996. — 6, N 1. — P. 129–132.
9. Кучеров Д.П. Решение одной задачи синтеза адаптивной системы управления, квазиоптимальной по быстродействию, при наличии ограниченного шума // Кибернетика и вычисл. техника. — 1999. — Вып. 122. — С. 13–22.
10. Кучеров Д.П. Адаптивное квазиоптимальное по быстродействию управление некоторой динамической системой: идентификационный подход // Тр. Одес. политехн. ун-та. — 2001. — Вып. 4(16). — С. 78–81.
11. Кучеров Д.П. Об одном алгоритме обучения управлению, квазиоптимальному по быстродействию // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. — 2002. — № 1(10). — С. 30–34.

Получено 13.10.2004

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ С ЦИКЛОИДАЛЬНЫМ КАТКОВЫМ ГАСИТЕЛЕМ

**Введение.** При эксплуатации машиностроительных конструкций, высотных сооружений и промышленных объектов очень часто возникают вибрации и вынужденные колебания их конструкций, борьба с которыми представляет собой сложную техническую проблему.

Вместе с конструктивными решениями, которые обеспечивают наиболее рациональное проектирование или реконструкцию указанных объектов, для снижения уровня вибраций используются различные технические устройства, объединенные общим термином «виброзащита»: динамические гасители колебаний (ДГК), виброизоляция, демпфирующие системы, балластры и уравновешивающие звенья и т.д. [1–5]. В свою очередь, виброзащита сооружений и промышленных объектов с использованием динамических гасителей колебаний различается на такие направления [1, 2, 5]:

- виброзащита гибких высотных сооружений,
- комплексное использование виброизоляции и ДГК;
- виброзащита жестких сооружений и фундаментов под машины и механизмы;
- локальная виброзащита отдельных, наиболее ответственных элементов промышленных объектов и сооружений;
- многомассовые гасители колебаний.

Наиболее распространены устройства для виброподавления вынужденных колебаний в машиностроении, на транспорте и в строительстве — это динамические гасители колебаний трех видов: пружинные, магнитковые и ударные, которые используются в сочетании с демпфирующими устройствами [1–5].

Как известно, область использования указанных устройств в составе виброзащитных систем ограничена средне-частотным и высоко-частотным диапазонами собственных частот несущих объектов [1–5]. Вместе с тем существует целый ряд машиностроительных, строительных, транспортных конструкций и объектов, основные собственные частоты которых находятся в низкочастотном диапазоне  $\omega < 2$  рад/с [5–8]. Это и обусловило необходимость разработки конструкций резонансных ДГК [9, 10], эффективных в низкочастотном диапазоне. К таким ДГК относятся целый класс катков гасителей, которые в последнее время нашли широкое практическое применение [11–18].

**Постановка задачи.** В статье рассматривается динамика виброзащитной системы: «подвижное несущее тело — однородный шар — рабочее тело» под действием силового гармонического возбуждения  $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$  (рис. 1). При этом несущее тело и рабочее тело гасителя оборудованы соответствующими циклоидальными выемками, в которых без скольжения перекатывается однородный шар. Построение динамических уравнений движения такой системы было выполнено в работе [18]. Настоящая работа является ее продолжением.