

Н.Л. Белевцова, к.т.н., доц.
Державний економіко-технологічний університет транспорту
В.Г. Вербицький, д.ф.-м.н., проф.
Запорізька державна інженерна академія
В.Г. Хребет, к.-ф.м.н., доц.
В.С. Тарасюк к.-ф.м.н., ст. викл.
Національний авіаційний університет

ДО ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ КЕРОВАНОГО КОЛІСНОГО МОДУЛЯ ДВОХОСЬОВОГО ЕКІПАЖУ

Умови безпечної втрати стійкості моделі двохосьового колісного екіпажу з абсолютно жорстким рульовим керуванням знайдено раніше. Отримані аналітично умови безпечної втрати стійкості за наявності крутильної жорсткості, залежать від співвідношення між коефіцієнтами опору відведення, коефіцієнтами зчеплення в поперечному напрямі на осях та параметром крутильної жорсткості керованого колісного модуля. При цьому, в системі управління колісним модулем враховується величина виносу коліс, при нехтуванні впливом його маси.

В статті запропоновано підхід, в якому враховується маса керованого колісного модуля. Сили відведення представлені з точністю до кубічних членів розкладу за кутами відведення.

Знайдено інтервали параметра крутильної жорсткості, що забезпечують безпечну втрату стійкості моделі двохосьового колісного екіпажу, отримані на основі біфуркаційного аналізу дійсних біфуркацій стаціонарних станів в околі прямолінійного руху. Наведено графічні ілюстрації виконання умов безпечної втрати стійкості, які дають можливість використовувати отримані результати при проектуванні колісних екіпажів з урахуванням маси колісного модуля. Застосована методика є альтернативною до відомого підходу М.М. Баутіна визначення безпечних–небезпечних умов у випадку дивергентної втрати стійкості.

Ключові слова: автомобіль; колісний модуль; стійкість руху; коефіцієнт відведення; коефіцієнт зчеплення; дивергентні біфуркації.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Серед різноманітних експлуатаційних властивостей автомобіля стійкість вважається однією з найважливіших. Дослідженню проблем загальної стійкості руху автомобіля, як динамічної системи, присвячено достатньо велику кількість робіт [1, 5, 8, 14, 15]. Аналізуються процеси стійкості одиночних автомобілів і автопоїздів стаціонарного режиму руху, руху по прямій і криволінійній траєкторіям, при гальмуванні в околі границі області стійкості, тощо [2, 7, 8, 9, 11, 13]. Однак, як показує практика, задача визначення характеру поведінки транспортних систем в області нестійкості та виявлення причини її виникнення залишається актуальною й на сьогодні. Успіх у вирішенні подібних задач залежить від того, наскільки вдало підібрано математичну модель та її суттєві параметри, які описують поведінку реального автомобіля [4].

Стійкість екіпажу і умови повороткості нелінійної моделі з закріпленим кермом обговорюється в [10], а умови безпечної втрати стійкості прямолінійного руху двохосьової моделі автомобіля з надлишковою повороткістю в [9]. Автоколивання окремо взятого колісного модуля досліджено в [12].

Стаття присвячена розвитку методів біфуркаційного аналізу визначення безпечних умов втрати стійкості з урахуванням повного набору конструктивних параметрів системи.

Запропоновані методи визначення стаціонарних режимів руху моделі автомобіля доповнені алгоритмами побудови біфуркаційної множини в поєднанні з індексом Пуанкаре, дають можливість провести попередній аналіз кількості стаціонарних режимів та визначити границі стійкості на площині керованих параметрів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В попередніх роботах розглянуто питання умов безпечної втрати стійкості колісного екіпажу при нехтуванні маси. Подібна методика була

застосована й до моделей колісних екіпажів з абсолютно жорстким керованим модулем. У разі симетричного екіпажу з таким рульовим управлінням суттєвими "внутрішніми" параметрами, що впливають на характер втрати стійкості є коефіцієнти зчеплення на осях: при зменшенні коефіцієнта зчеплення на передній осі змінюється характер небезпеки границі стійкості внаслідок реалізації катастрофи метелика. Біфуркаційна множина в цьому випадку має характерний перетин з трьома точками загострення (каспами) [3].

В роботах Troger H., Scheidl, R., Stribersky A., Kacanik B., Zeman K., Лобаса Л.Г. [4, 6, 8, 9, 12, 14, 15] встановлювався характер втрати стійкості за допомогою чисельного метода подовження за двома параметрами. Такий підхід ускладнює знаходження критичного набору параметрів, які безпосередньо впливають на характер втрати стійкості системи.

Формалізований підхід аналізу безпеки границі стійкості, побудованого на оцінці кількості стаціонарних режимів в околі прямолінійного режиму руху наведено в [4].

Мета роботи. Отримання достатніх умов безпечної втрати стійкості прямолінійного руху моделі колісного екіпажу з урахуванням маси керованого колісного модуля, вплив якого раніше не враховувався.

Викладення основного матеріалу. На рисунку 1 подано розрахункову схему моделі екіпажу з керованим колісним модулем. Керований модуль шарнірно з'єднаний з корпусом екіпажу, кут між поздовжньою віссю корпусу та вертикальною поздовжньою площиною колеса θ . На зв'язку корпус – колісний модуль діє пружний відновлюючий момент, який прагне повернути систему до положення $\theta = \theta_0$, де θ_0 – кут повороту коліс переднього ряду, що встановлює водій; Y_1, Y_2 – приведені поперечні сили (сили відведення), що діють в області контакту колеса з опорною поверхнею, визначаються згідно до аксіоматики І. Рокара; λ – винос колеса; v – поздовжня складова швидкості руху центру мас корпусу (підтримується константою); a, b – відстані від центру мас керованого колісного модуля до точок передньої (керованої) осі та задньої осі відповідно; приведений коефіцієнт жорсткості керованого модуля k ; коефіцієнт демпфування за кутом керованого модуля h ; θ – кут повороту коліс заднього ряду, що встановлюється.

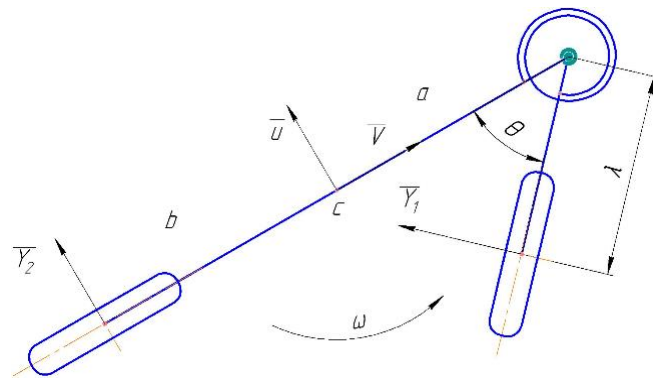


Рис. 1. Розрахункова схема моделі екіпажу

Маса і момент інерції корпусу відносно центральної вертикальної осі відповідно m і J , а маса і момент інерції керованого колісного модуля відносно центральної вертикальної осі, що проходить через вісь колеса m_1 і J_1 .

Диференціальні рівняння руху моделі екіпажу з керованим колісним модулем отримані за припущеннями прийнятими в [3], в яких U – похідна від поперечної компоненти швидкості руху центру мас; Ω – похідна від кутової швидкості; $\dot{\theta}$ – швидкість зміни повороту керованого модуля; $\ddot{\theta}$ – кутове прискорення керованого модуля:

$$\begin{cases} -m(U + \omega v) + m_1 \cos \theta \lambda (\Omega + TT) - m_1 (a\Omega + \omega v + U) - m_1 \sin \theta \lambda (\omega^2 + \Theta^2 + 2\omega\Theta) + \\ + Y_1 \cos \theta + X_1 \sin \theta + Y_2 \cos \theta_1 - X_2 \sin \theta_1 = 0; \\ -J\Omega + a m_1 \cos \theta \lambda (\Omega + TT) - a m_1 \sin \theta \lambda (2\omega\Theta + \omega^2 + \Theta^2) - a m_1 (a\Omega + \omega v + U) + \\ + h\Theta + k(\theta - \theta_0) + Y_1 a \cos \theta + X_1 a \sin \theta - Y_2 b \cos \theta_1 - X_2 b \sin \theta_1 = 0; \\ (J_1 + m_1 \lambda^2) TT + (J_1 + m_1 \lambda (\lambda - a \cos \theta)) \Omega - m_1 \lambda \cos \theta (U + v\omega) - m_1 \omega \sin \theta \lambda (u + a\omega) \\ + h\Theta + k(\theta - \theta_0) + Y_1 \lambda = 0. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) сили відведення представлені залежністю

$$Y_i = \frac{k_i \delta_i}{\sqrt{1 + \left(\frac{k_i \delta_i}{\kappa_i Z_i} \right)^2}},$$

де k_i – коефіцієнти опору відведенню, κ_i – коефіцієнти зчеплення у боковому напрямі; Z_i – вертикальні реакції на осях, а δ_i – кути відведення. Для розв'язання поставленої задачі необхідно враховувати члени розкладу сил відведення до третього порядку включно.

В роботі нехтується поздовжніми силами у плямі контакту колеса з опорною поверхнею – рух накатом.

Раніше, в роботі [3], отримано вираз в загальному вигляді для критичної швидкості, яка відповідає дивергентній втраті стійкості моделі:

$$v_{kp}^2 = \frac{k_1 k_2 k (a+b-\lambda)^2}{-m k_1 k_2 \lambda b + m (k (k_1 (a-\lambda))) - k m_1 k_2 (a+b-\lambda)}.$$

Оцінка числа стаціонарних режимів системи (1) при докритичному значенні параметра швидкості та при закритичному значенні дозволяє визначити умови безпечної–небезпечної втрати стійкості прямолінійного стаціонарного режиму руху екіпажу.

Система, що визначає множину стаціонарних режимів, має вигляд (2):

$$\begin{cases} -\frac{m v^2 (\theta + \delta_2 - \delta_1)}{l} + k_1 \delta_1 - \frac{1}{2} \frac{k_1^3 \delta_1^3}{\kappa_1^2 Z_1^2} - \frac{1}{2} \theta^2 k_1 \delta_1 - \frac{m_1 v^2 (\theta + \delta_2 - \delta_1)}{l} - \\ - \frac{m_1 \theta \lambda v^2 (\theta + \delta_2 - \delta_1)^2}{l} + k_2 \delta_2 - \frac{1}{2} \frac{k_2^3 \delta_2^3}{\kappa_2^2 Z_2^2} = 0; \\ -\frac{a m_1 v^2 (\theta + \delta_2 - \delta_1)}{l} - \frac{a m_1 \theta \lambda v^2 (\theta + \delta_2 - \delta_1)^2}{l} + a \left(k_1 \delta_1 - \frac{1}{2} \frac{k_1^3 \delta_1^3}{\kappa_1^2 Z_1^2} \right) + k\theta - \\ - b \left(k_2 \delta_2 - \frac{1}{2} \frac{k_2^3 \delta_2^3}{\kappa_2^2 Z_2^2} \right) - \frac{1}{2} \theta^2 k_1 \delta_1 = 0; \\ -m_1 \lambda v \omega + k\theta + \lambda k_1 \delta_1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Перейдемо до безрозмірних коефіцієнтів відведення на передній та задній осях і масі колісного модуля.

$$kk = \frac{k}{|\lambda| mg \frac{b}{l}}, \quad kk_1 = \frac{k_1}{mg \frac{b}{l}}, \quad kk_2 = \frac{k_2}{mg \frac{a}{l}}, \quad mm_1 = \frac{m_1}{m}.$$

Система (2) у безрозмірному вигляді набуває виду:

$$\begin{cases} -\frac{v^2(\theta + \delta_2 - \delta_1)}{g} + a\left(kk_2\delta_2 - \frac{1}{2}\frac{kk_2^3\delta_2^3}{\kappa_2^2}\right) - \frac{mm_1v^2(\theta + \delta_2 - \delta_1)}{g} + b\left(kk_1\delta_1 - \frac{1}{2}\frac{k_1^3\delta_1^3}{\kappa_1^2}\right) - \\ -\frac{1}{2}b\theta^2k_1\delta_1 = 0, \\ -\frac{mm_1v^2(\theta + \delta_2 - \delta_1)}{gb} + kk_1\delta_1 - \frac{1}{2}\frac{k_1^3\delta_1^3}{\kappa_1^2} + \frac{kk\lambda\theta}{a} - kk_2\delta_2 + \frac{1}{2}\frac{kk_2^3\delta_2^3}{\kappa_2^2} - \frac{1}{2}\theta^2kk_1\delta_1 = 0, \\ \theta kk + kk_1\delta_1 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Підставимо θ як функцію δ_1 з третього рівняння в перші два рівняння системи (3). Одержимо систему двох рівнянь відносно δ_1 і δ_2 :

$$\begin{cases} -\frac{v^2\left(-\frac{kk_1\delta_1}{kk} + \delta_2 - \delta_1\right)}{g} + a\left(kk_2\delta_2 - \frac{1}{2}\frac{kk_2^3\delta_2^3}{\kappa_2^2}\right) - \frac{mm_1v^2\left(-\frac{kk_1\delta_1}{kk} + \delta_2 - \delta_1\right)}{g} + \\ + b\left(kk_1\delta_1 - \frac{1}{2}\frac{k_1^3\delta_1^3}{\kappa_1^2}\right) - \frac{1}{2}\frac{bk_1^3\delta_1^3}{kk^2} = 0; \\ -\frac{mm_1v^2\left(-\frac{kk_1\delta_1}{kk} + \delta_2 - \delta_1\right)}{gb} + kk_1\delta_1 - \frac{1}{2}\frac{kk_1^3\delta_1^3}{\kappa_1^2} - \frac{\lambda kk_1\delta_1}{a} - kk_2\delta_2 + \frac{1}{2}\frac{kk_2^3\delta_2^3}{\kappa_2^2} - \\ - \frac{1}{2}\frac{kk_1^3\delta_1^3}{kk^2} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

На рисунку 2 зображена графічна залежність критичної швидкості $v_{кр}$ прямолінійного руху моделі колісного екіпажу с керованим колісним модулем як функції безрозмірного параметра крутильної жорсткості за наступних значень конструктивних параметрів: $a=1,45$ м; $b=1,55$ м; $\lambda=0,0043$ м; $m=2090$ кг; $m_l=110$ кг; $\kappa_1=0,8$; $\kappa_2=0,8$; $k_1=91500$ Н; $k_2=61000$ Н.

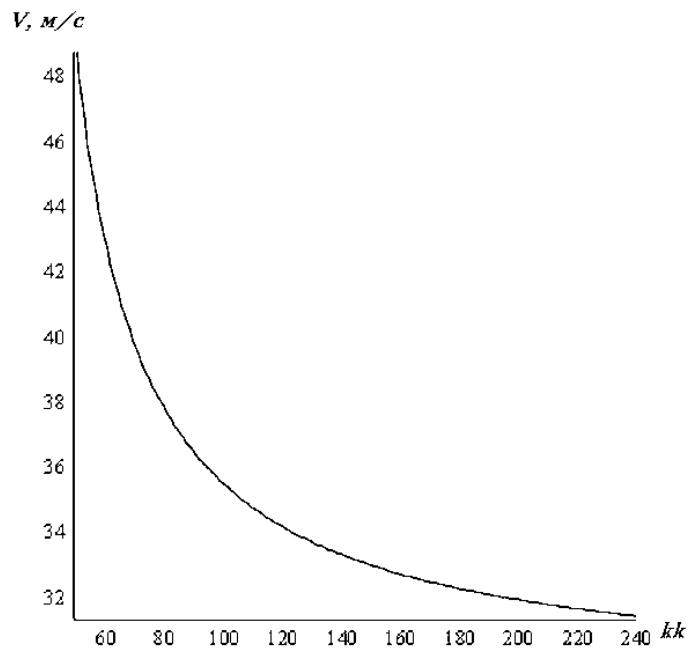


Рис. 2. Залежність критичної швидкості v прямолінійного руху моделі колісного екіпажу с керованим колісним модулем як функції безрозмірного параметра крутильної жорсткості kk .

Від системи (4) перейдемо до одного визначального рівняння відносно δ_2 :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{v^2}{g} \left(\frac{kk_1}{kk} + 1 \right) (mm_1 + 1) + bkk_1 \right) l \cdot kk_2^3}{\kappa_2^2 \left(\frac{v^2}{g} \left(\frac{kk_1}{kk} + 1 \right) + \frac{b \lambda kk_1}{a} \right)} - \frac{\left(\frac{1}{\kappa_1^2} + \frac{1}{kk^2} \right) \left(\frac{v^2}{g} - kk_2 l \right)^3 bkk_1^3}{\left(\frac{v^2}{g} \left(\frac{kk_1}{kk} + 1 \right) + \frac{b \lambda kk_1}{a} \right)^3} - \frac{a \cdot kk_2^3}{\kappa_2^2} \right) \delta_2^3 +$$

$$+ \left(\frac{\left(\frac{v^2}{g} \left(\frac{kk_1}{kk} + 1 \right) (mm_1 + 1) + bkk_1 \right) \left(\frac{v^2}{g} - kk_2 l \right)}{\frac{v^2}{g} \left(\frac{kk_1}{kk} + 1 \right) + \frac{b \lambda kk_1}{a}} - \frac{v^2}{g} (mm_1 + 1) + a k k_2 \right) \delta_2 = 0. \quad (5)$$

Число розв'язків рівняння (5) визначає кількість стаціонарних станів системи в околі прямолінійного руху. З аналізу знаків коефіцієнтів визначального рівняння при докритичній та закритичній швидкостях знаходимо умову (уточнену, з урахуванням маси колісного модуля) безпечної втрати стійкості прямолінійного стаціонарного руху.

На рисунку 3 наведено інтервали крутильної жорсткості, які забезпечують безпечну втрату стійкості прямолінійного стаціонарного руху.

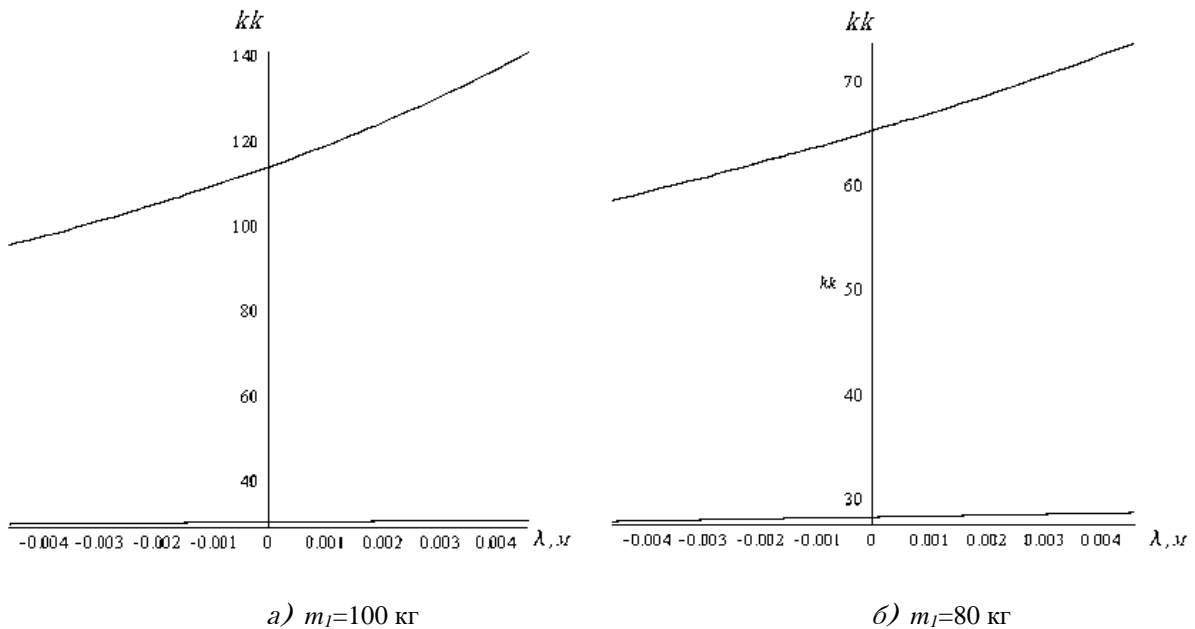


Рис. 3. Графічна ілюстрація виконання умов безпечної втрати стійкості:

Врахуванням маси колісного модуля, як впливає з аналізу отриманих інтервалів безпечної втрати стійкості, звужується, зокрема, для $\lambda = 0,0046$ м і $m_1 = 100$ кг він становить: $30,84 < kk < 141,25$. Звуження області зміни параметра kk у цьому випадку складає приблизно 8% і відбувається за рахунок зміни лівої границі. Слід зазначити, що при $m_1 = 0$ кг результати співпадають з одержаними раніше.

Висновки

1. На основі запропонованого підходу система кінцевих рівнянь, що визначають множину стаціонарних режимів, зводиться до одного визначального рівняння (кубічного двочлена).
2. Проведений аналіз кількості розв'язків визначального рівняння дозволяє дійти висновку про безпечну – небезпечну границю втрати стійкості прямолінійного режиму руху моделі екіпажу у просторі конструктивних параметрів системи.
3. Отримано уточнені достатні умови безпечної втрати стійкості прямолінійного режиму руху моделі колісного екіпажу з керованим колісним модулем з урахуванням маси колісного модуля.

4. Наведено чисельні оцінки, для інтервалу параметра крутильної жорсткості, що забезпечує безпечну втрату стійкості прямолінійного режиму руху моделі колісного екіпажу з урахуванням маси моделі та величини виносу.

Список використаної літератури

1. Антонов Д.А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / Д.А. Антонов. М.: Машиностроение, 1978. - 216с
2. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. / Н.Н. Баутин. – "Наука", Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 176 с.
3. Вербицкий В.Г., Бифуркации стационарных состояний в системах с качением при постоянных силовых возмущениях / В.Г. Вербицкий, Л.Г. Лобас. Прикл. математика и механика. – 1994. – 58(5). – С. 165–170.
4. Вербицкий В.Г., 2013. Автомобили. Устойчивость. / В.Г. Вербицкий, В.П. Сахно, А.П. Кравченко, А.В. Костенко., А.Э. Даниленко // Монография. Луганск: Изд-во «Ноулидж», 2013. – 176 с.
5. Литвинов А.С. Автомобиль: теория эксплуатационных свойств / А. С. Литвинов, Я. Е. Фаробин. - М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
6. Лобас Л. Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л. Г. Лобас, В. Г. Вербицкий – Киев: Наукова думка, 1990. - 216 с.
7. Лобас Л.Г. Динамическое поведение маятниковой двухзвенной системы с качением на границе области устойчивости. / Л.Г. Лобас, В.Г. Хребет. Прикл. Механика. – 1993. – 29(4), С. 86–93.
8. Певзнер Я.М. Теория устойчивости автомобиля / Я.М. Певзнер. – М.: Машгиз, 1947. – 156с.
9. Хребет В.Г., Построение бифуркационного множества модели двухосного автомобиля. / В.Г. Хребет, В.Г. Вербицкий, В.А. Банников, Н.А. Вельмагина. // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті: науковий журнал. / Луцький НТУ. – Луцьк., 2016. – №2(6). – С. 160-166.
10. Kacani V. Maneuverability of a truck-trailer combination after loss of lateral stability / V. Kacani, A. Stribersky, H. Troger. Vehicle Syst. Dyn. – 1988. – 17, Suppl. – P.186-190.
11. Kravchenko A. Force structure impact on the wheel module stability and oscillation process. / A. Kravchenko, V. Verbitskiy, V. Khrebet, N. Velmagina // ТЕКА. Sommission of Energetics in Agriculture. An International on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering, 2013. – Vol. 13. No 4. Lublin, 126-133.
12. Kravchenko A. Steerability and stability of automobile non-linear model. / A. Kravchenko, V. Verbitskiy, V. Khrebet, N. Velmagina // ТЕКА. Sommission of Energetics in Agriculture. An International on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering, 2014. – Vol. 12. No 3. Lublin, 77-83.
13. Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics, 3rd Edition. / H.B. Pacejka. – Butterworth-Heinemann is imprint of Elsevier, 2012. – 672 p.
14. Troger H. Nonlinear stability and bifurcation theory. / H. Troger, A. Steindl. – Wien, New York: Springer – Verlag, 1991. – 408 p.
15. Zeman K. Ermittlung der Lösungsverzweigungen eines Sattelscheieppers bei stationdrer Kurvenfahrt // K. Zeman. – Z. angew Math. Und. Mech., 1992. – 62. №4. – P. 98 – 100.

References

1. Antonov, D.A. (1978), *Teoriya ustoychivosti dvizheniya mnogoosnykh avtomobiley*, Mashinostroenie Publ., Moscow, 216 p Pevzner, Ya.M. (1947), *Teoriya ustoychivosti avtomobilya*, Mashgiz Publ., Moscow, 486 p.
2. Bautin, N.N. (1984), *Povedenie dinamicheskikh sistem vblizi granits oblasti ustoychivosti*, «Nauka», Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 232 p.
3. Verbitskii V.G., Lobas L.G. (1994), *Bifurcations of stationary states in rolling systems at constant power disturbances*. Applied Mathematics and Mechanics. 58 (5), p.165-170.
4. Verbitsky V.G., Sakhno V.P., Kravchenko A.P., Kostenko A.V., Danilenko A.E. (2013). *Automobiles. Stability*. Monograph. Lugansk: Publishing house "Noulidzh», 176 p.
5. Litvinov, A.S. and Farobin, Ya. E. (1989), *Avtomobil': teoriya ekspluatatsionnykh svoystv*, Mashinostroenie Publ., Moscow, 240 p.
6. Lobas L.G., Verbitsky V.G. (1990). *Qualitative and analytical methods in the dynamics of wheeled vehicles*. Naukova Dumka, 216 p.
7. Lobas L.G., Khrebet V.G. (1993). *Dynamic behavior of a two-tier system with a pendulum rolling on the boundary of stability*. Applied Mechanics. 29 (4), p.78-87
8. Pevzner Ya.M. (1947). *Theory of stability of the automobile*. M.: Mashgiz, 156 p.
9. Khrebet, V.G., Verbitskiy, V.G, Bannikov, V.A., Vel'magina, N.A. (2016), *Postroenie bifurkatsionnogo mnozhestva modeli dvukhosnogo avtomobilya*», «Suchasni tekhnologii v mashinobuduvanni ta transporti, Naukoviy zhurnal, Luts'k: Luts'kiy NTU, vol №2(6), p. 160-166
10. Kacani, V., Stribersky, A., Troger, H. (1988), *Maneuverability of a truck-trailer combination after loss of lateral stability*, Vehicle Syst., vol. 17, p. 186-190.
11. Kravchenko, A., Verbitskiy, V., Khrebet, V., Velmagina, N. (2013), *Force structure impact on the wheel module stability and oscillation process*, TEKA, Sommission of Energetics in Agriculture. An International on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering., vol. 13, № 4, p.126-133, Lublin.
12. Kravchenko, A., Verbitskiy, V., Khrebet, V., Velmagina, N. (2014), *Steerability and stability of automobile non-linear model*, TEKA, Sommission of Energetics in Agriculture. An International on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering., vol. 12, № 3, p.77-83, Lublin.
13. Pacejka, H.B. (2012), *Tire and Vehicle Dynamics*, 3rd Edition, Butterworth-Heinemann is imprint of Elsevier, 672 p.
14. Troger, H. and Steindl, A. (1991), *Nonlinear stability and bifurcation theory*, Springer – Verlag Publ., Wien, New York, 408 p.
15. Zeman, K. (1992), *Ermittlung der Lusungsverzweigungen eines Sattelscheieppers dei stationdrer Kurvenfahrt*, Z. angew Math. Und. Mech., vol. 62, №4, p. 98–100.

STIFFNESS DETERMINATION OF THE CONTROLLED WHEEL MODULE OF A TWO-AXLE VEHICLE

The conditions of a secure loss of stability of a two-axle wheel vehicle with absolutely hard steering have been found before. The analytically derived conditions of a secure stability loss in case of torsional stiffness are dependent on the relationship between the slipping resistance coefficients, the transverse clutch coefficients on the axes, and the torsional stiffness of the controlled wheel module. In this case, the trail distance is taken into account in the wheel module control system, the mass of the module being neglected.

The approach suggested in the paper does take into account the mass of the controlled wheel module. The slipping forces are presented accurate to a cubic term of expansion in slipping angles.

The torsional stiffness intervals have been found that provide a secure loss of stability of a two-axle wheel vehicle model. The intervals have been obtained on the basis of a bifurcation analysis of

actual bifurcations of the stationary states in the vicinity of the rectilinear motion of the model. Diagrams that illustrate the fulfillment of secure stability loss conditions and allow using the results obtained in designing a wheel module are presented in the paper. The technique used is alternative to the well-known M. Bautin's approach to determination of secure-insecure conditions in case of a divergent loss of stability.

Keywords: car, wheel module; motion stability; slipping coefficient, clutch coefficient, divergent bifurcations.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЖЕСТКОСТИ УПРАВЛЯЕМОГО КОЛЕСНОГО МОДУЛЯ ДВУХОСНОГО ЭКИПАЖА

Условия безопасной потери устойчивости модели двухколесного экипажа с абсолютно жестким рулевым управлением были найдены ранее. Полученные аналитически условия безопасной потери устойчивости при наличии крутильной жесткости зависят от соотношения коэффициентов сопротивления уводу, коэффициентов сцепления в поперечном направлении на осях и параметром крутильной жесткости управляемого колесного модуля. При этом, в системе управления колесным модулем учитывается величина выноса колес, а влиянием массы колесного модуля пренебрегается.

В статье предлагается подход, в котором учитывается масса управляемого колесного модуля. Силы увода представлены с точностью до кубических членов разложения по углам увода. Найдены интервалы параметра крутильной жесткости, которые обеспечивают безопасную потерю устойчивости модели двухосного колесного экипажа, полученные на основе бифуркационного анализа действительных бифуркаций стационарных состояний в окрестности прямолинейного движения. Приведены графические иллюстрации выполнения условий безопасной потери устойчивости, которые дают возможность использовать полученные результаты при проектировании колесных экипажей с учетом массы управляемого колесного модуля. Представленная методика является альтернативной к известному подходу Н.Н. Баутина определения безопасных – опасных условий потери дивергентной устойчивости.

БЕЛЕВЦОВА Наталя Леонідівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки", державного економіко-технологічного університету транспорту.

Наукові інтереси:

– коливання пружних систем та опір матеріалів.

ВЕРБИЦЬКИЙ Володимир Григорович, доктор фізико – математичних наук, професор, завідувач кафедрою програмного забезпечення автоматизованих систем Запорізької державної інженерної академії.

Наукові інтереси:

– стійкість руху та динаміка колісних екіпажів

E-mail: oxsi@bigmir.net

ХРЕБЕТ Валерій Григорович, кандидат фізико – математичних наук, доцент кафедри базових та спеціальних дисциплін Інституту доуніверситетської підготовки Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– бифуркаційний аналіз та динаміка колісних екіпажів.

Тел.: (099) 348-47-12

E-mail: adipmi@gmail.com.

ТАРАСЮК Василь Степанович кандидат фізико – математичних наук, старший викладач кафедри базових та спеціальних дисциплін Інституту доуніверситетської підготовки Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– стійкість пружних систем.

Стаття надійшла до редакції 20.09.2016