

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»  
М. М. Чальцев  
31.05.2012 р.

Кафедра «Загальнонаукові дисципліни»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ  
З ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ. ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0701  
«ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ  
НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ – 6.070101  
«ТРАНСПОРТНІ ТЕХНОЛОГІЇ»)**

**15/43-2012-03**

«РЕКОМЕНДОВАНО»  
Навчально–методична комісія  
факультету  
«Транспортні технології»  
Протокол № 7  
від 14.03.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»  
Кафедра  
«Загальнонаукові дисципліни»  
Протокол № 6  
від 08.02.2012 р.

УДК 538(07)

Методичні вказівки та контрольні завдання з загального курсу фізики. Галузі знань 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура» (для студентів заочної форми навчання напряму підготовки – 6.070101 «Транспортні технології») [Електронний ресурс] / укладач О.О. Бруяка. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2000. – Назва з титул. екрану.

Наведено основні формули, методичні вказівки до розв'язку задач та приклади їх розв'язку, контрольні завдання та довідкові таблиці.

Укладач:

Бруяка О. О., к.т.н., доц.

Рецензент:

Карпинець А. П., к.х.н., доц.

© Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут, 2012

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	4
ТЕМИ І ЗМІСТ ПРЕДБАЧЕНІ РОБОЧОЮ ПРОГРАМОЮ .....	5
ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ .....	8
1 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА. ТЕРМОДИНАМІКА .....	11
1.1 Основні формули .....	11
1.2 Методичні вказівки до розділу «Молекулярна фізика. Термодинаміка» .....	17
1.3 Приклади розв'язання задач .....	18
1.4 Задачі для контрольної роботи .....	29
2 ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ .....	37
2.1 Основні формули .....	37
2.2 Методичні вказівки до розділу «Електростатика. Постійний електричний струм» .....	43
2.3 Приклади розв'язання задач .....	44
2.4 Задачі для контрольної роботи .....	68
3 ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ .....	79
3.1 Основні формули .....	79
3.2 Методичні вказівки до розділу «Електромагнетизм» .....	83
3.3 Приклади розв'язання задач .....	85
3.4 Задачі для контрольної роботи .....	112
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	123
ДОДАТОК .....	124

## ПЕРЕДМОВА

«Фізика» – одна із фундаментальних природничонаукових дисциплін, яку вивчають студенти спеціальностей «Транспортні технології». Під час складання програми нами були враховані вимоги освітньо – кваліфікаційної характеристики та освітньо-професійної програми бакалавра напряму підготовки 6.070101 «Транспортні технології». Зокрема, в програмі з фізики розкриті наступні змістовні модулі: ПН.01. Термодинамічні процеси, ПН.02. Термостатика, ПН.03. Електрика, ПН.04. Оптика, ПН.05. Теплові двигуни, ПН.06. Методи контролю фізичних величин, ПН.07. Методи теоретичного й експериментального дослідження.

Фізика – це одна із важливіших природничих наук про навколишній світ. Вона вивчає явища різного масштабу: від руху елементарних частинок в атомах до явищ, що відбуваються у Всесвіті. Фундаментальні закони природи, що відкриті фізикою, постійно використовуються в науці й техніці. Знання з фізики необхідні сучасним фахівцям ТТ.

Необхідною умовою розуміння фізичних законів є грамотне застосування їх під час розв'язку задач. Основна мета цих навчально-методичних вказівок – надати допомогу студентам-заочникам факультету «Транспортні технології» під час самостійного рішення задач із загального курсу фізики.

Основний навчальний матеріал програми курсу у вказівках розподілений на три розділи. Передбачається, що, працюючи з даним посібником, читач буде користуватися рекомендованою літературою загального курсу фізики. Тому, на початку кожного розділу розташований лише короткий перелік формул, пов'язаних з рішенням задач, які наведені у даному розділі.

Слідом за списком формул поміщені методичні вказівки до розв'язку задач на тему даного розділу. У методичних вказівках наводяться методи та приклади розв'язання конкретних задач. При цьому, акцент зроблено на фізичному боці питання, перевірці розмірності кінцевих формул, методах обчислення. Далі наводяться варіанти контрольних завдань.

Робочою програмою спеціальності ТТ передбачена одна контрольна робота, яка містить в собі наступні теми: «Молекулярна фізика. Термодинаміка», «Електростатика. Постійний електричний струм» та «Електромагнетизм».

Викладачі визначають правила вибірки номерів задач з наведених у посібнику таблиць варіантів завдань.

## ТЕМИ І ЗМІСТ ПРЕДБАЧЕНІ РОБОЧОЮ ПРОГРАМОЮ

У цьому розділі наведемо фрагмент робочої програми із загального курсу фізики, щодо галузі знань 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура» для студентів заочної форми навчання напряму підготовки – 6.070101 «Транспортні технології».

### **Основи молекулярної фізики й термодинаміки**

Статистичний та термодинамічний метод дослідження. Термодинамічні параметри. Рівноважні стани й процеси, їх зображення на термодинамічних діаграмах. Виведення рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеальних газів для тиску та його порівняння з рівнянням Менделєєва – Клапейрона. Середня кінетична енергія молекул. Молекулярно - кінетичне тлумачення термодинамічної температури. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи молекул. Внутрішня енергія ідеального газу. Робота газу при зміні його об'єму. Кількість теплоти. Теплоємність. Перший закон термодинаміки. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів та адіабатного процесу ідеального газу. Залежність теплоємності ідеального газу від виду процесу. Класична молекулярно-кінетична теорія теплоємностей ідеальних газів та її обмеженість.

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями й енергіями теплового руху. Барометрична формула. Закон Больцмана для розподілу частинок у зовнішньому потенціальному полі. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул. Час релаксації. Явища переносу у термодинамічно нерівноважних системах. Дослідні закони дифузії, теплопровідності та внутрішнього тертя. Молекулярно-кінетична теорія цих явищ.

Зворотні й незворотні процеси. Круговий процес (цикл). Теплові двигуни й холодильні машини. Цикл Карно та його ККД для ідеального газу. Другий закон термодинаміки. Незалежність ККД циклу Карно від природи робочого тіла. Ентропія. Ентропія ідеального газу. Статистичне тлумачення другого закону термодинаміки.

Відхилення від законів ідеальних газів. Реальні гази. Сили й потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії. Ефективний діаметр молекул. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Порівняння ізотерм Ван-дер-Ваальса з експериментальними. Фазові переходи I і II роду. Критичний стан. Внутрішня енергія реального газу. Особливості рідкого й твердого станів речовини.

### **Електростатика**

Закон збереження електричного заряду. Електричне поле. Основні характеристики електростатичного поля – напруженість і потенціал. Напруженість як градієнт потенціалу. Розрахунок електростатичних полів методом суперпозиції. Потік вектора напруженості. Теорема Остроградсь-

кого – Гаусса для електростатичного поля у вакуумі. Застосування теореми Остроградського – Гаусса до розрахунку поля. Електричне поле в речовині. Вільні та пов'язані заряди в діелектриках. Типи діелектриків. Електронна та орієнтаційна поляризація. Поляризованність. Діелектрична сприйнятність. Електричне зміщення. Діелектрична проникність середовища. Обчислення напруженості поля в діелектрику. Сегнетоелектрики. Провідники в електричному полі. Поле всередині провідника й біля його поверхні. Розподіл зарядів у провіднику. Електроємність відокремленого провідника. Взаємна ємність двох провідників. Конденсатори. Енергія зарядженого провідника, конденсатора й системи провідників. Енергія електростатичного поля. Об'ємна густина енергії.

### **Постійний електричний струм**

Постійний електричний струм, його характеристики й умови існування. Класична електронна теорія електропровідності металів та її дослідне обґрунтування. Виведення закону Ома в диференціальній формі з електронних уявлень. Закон Відемана – Франца. Закон Ома в інтегральній формі. Різниця потенціалів, електрорушійна сила, напруга. Труднощі класичної теорії електропровідності металів. Межі застосовності закону Ома. Струм у газах. Плазма. Робота виходу електронів з металу. Термоелектронна емісія.

### **Електромагнетизм**

Магнітне поле. Магнітна індукція. Закон Ампера. Магнітне поле струму. Закон Біо – Савара – Лапласа та його застосування до розрахунку магнітного поля. Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом. Магнітне поле кругового струму. Магнітний момент витка зі струмом. Вихровий характер магнітного поля. Закон повного струму (циркуляція вектора магнітної індукції) для магнітного поля у вакуумі та його застосування до розрахунку магнітного поля тороїда й довгого соленоїда. Дія магнітного поля на рухомий заряд. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі. Принцип дії циклічних прискорювачів заряджених частинок. Ефект Холла. МГД-генератор. Контур зі струмом у магнітному полі. Магнітний потік. Теорема Остроградського – Гаусса. Робота переміщення провідника й контуру зі струмом у магнітному полі.

Явище електромагнітної індукції (досліди Фарадея). Правило Ленца. Закон електромагнітної індукції та його висновок із закону збереження енергії. Явище самоіндукції. Індуктивність. Струми при замиканні й розмиканні ланцюга. Явище взаємної індукції. Взаємна індуктивність. Енергія системи провідників зі струмом. Густина енергії магнітного поля.

Магнітне поле в речовині. Магнітні моменти атомів. Типи магнетиків. Намагніченість. Мікро - і макроструми. Елементарна теорія діа - і парамагнетизму. Магнітна сприйнятливність речовини та її залежність від температури. Закон повного струму для магнітного поля в речовині. На-

пруженість магнітного поля. Магнітна проникність середовища. Феромагнетики. Досліди Столетова. Крива намагнічування. Магнітний гістерезис. Точка Кюрі. Домени. Спінова природа феромагнетизму.

Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля. Струм зміщення. Рівняння Максвелла для електромагнітного поля в інтегральній формі.

## ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

1. За час вивчення курсу загальної фізики студент-заочник повинен представити до навчального закладу в залежності від спеціальності від однієї до трьох контрольних робіт.
2. Номери завдань, які студент повинен включити в свою контрольну роботу, визначаються за таблицею варіантів (див. с. 10). Номери задач обираються відповідно до останніх двох цифр залікової книжки.
3. Контрольні роботи потрібно виконувати у шкільному зошиті, на обкладинці якої навести відомості за таким зразком:  
«Студент будівельного факультету «Транспортні технології» ДВНЗ АДІ ДонНТУ Іванов О. В. Шифр 257320 Адреса: м. Маріуполь Донецької обл., вул. Остапенко, 5, кв. 10. Контрольна робота № 1 з фізики».
4. Умови завдань у контрольній роботі треба переписати повністю без скорочень. Для зауважень викладача на сторінках зошита залишати поля.
5. У кінці контрольної роботи вказати, яким підручником або навчальним посібником студент користувався при вивченні фізики (назва підручника, автор, рік видання). Це робиться для того, щоб рецензент у разі потреби міг вказати, що слід студенту вивчити для завершення контрольної роботи.
6. Висилати на рецензію слід одночасно не більше однієї роботи. Щоб уникнути одних і тих самих помилок, чергову роботу слід висилати тільки після отримання рецензії на попередню.
7. Якщо контрольна робота при рецензуванні не зарахована, студент зобов'язаний подати її на повторну рецензію, включивши до неї ті завдання, вирішення яких виявилися невірними. Повторну роботу необхідно подати разом з незархованою.
8. Зараховані контрольні роботи подаються екзаменатору. Студент повинен бути готовий під час іспиту дати пояснення по суті рішення задач, що входять до контрольної роботи.
9. Рішення завдань слід супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; в тих випадках, коли це можливо, дати креслення, що виконане за допомогою креслярського приладдя.
10. Розв'язувати завдання треба у загальному вигляді, тобто висловити шукану величину в буквених позначеннях величин, заданих в умові завдання. При такому способі розв'язування не проводять обчислення проміжних величин.
11. Після отримання розрахункової формули для перевірки правильності її слід підставити в праву частину формули замість символів величин позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії й



упевнитися в тому, що отримана при цьому одиниця відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що завдання виконано невірно (див. приклад 3 на с. 22).

12. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу слід подавати тільки в одиницях СІ. Як виняток, допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях числові значення однорідних величин, що стоять у чисельнику та знаменнику дроби й мають однакові ступені (див. приклад 4 на с. 52).

13. Під час підстановки в розрахункову формулу, а також під час запису відповіді числові значення величин слід записувати як добуток десяткового дроби з однією значущою цифрою перед комою на відповідний ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати  $3,52 \cdot 10^{-3}$ , замість 0,00129 записати  $1,29 \cdot 10^{-3}$  і под.

14. Обчислення за розрахунковою формулою треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень (див. у «Задачнику по фізиці» А. Г. Чертова, А. А. Вороб'єва. (Приложение о приближенных вычислениях)). Як правило, остаточну відповідь слід записувати з трьома значущими цифрами. Це відноситься й до випадку, коли результат отриманий із застосуванням калькулятора.

Таблиця варіантів для контрольних робіт (учбовим планом передбачена одна контрольна робота)

Варіант	Молекулярна фізика Термодинаміка			Електрика			Магнетизм	
	1	101	131	161	201	231	261	301
2	102	132	162	202	232	262	302	332
3	103	133	163	203	233	263	303	333
4	104	134	164	204	234	264	304	334
5	105	135	165	205	235	265	305	335
6	106	136	166	206	236	266	306	336
7	107	137	167	207	237	267	307	337
8	108	138	168	208	238	268	308	338
9	109	139	169	209	239	269	309	339
10	110	140	170	210	240	270	310	340
11	111	141	171	211	241	271	311	341
12	112	142	172	212	242	272	312	342
13	113	143	173	213	243	273	313	343
14	114	144	174	214	244	274	314	344
15	115	145	175	215	245	275	315	345
16	116	146	176	216	246	276	316	346
17	117	147	177	217	247	277	317	347
18	118	148	178	218	248	278	318	348
19	119	149	179	219	249	279	319	349
20	120	150	180	220	250	280	320	350
21	121	151	101	221	251	201	321	351
22	122	152	102	222	252	202	322	352
23	123	153	103	223	253	203	323	353
24	124	154	104	224	254	204	324	354
25	125	155	105	225	255	205	325	355
26	126	156	106	226	256	206	326	356
27	127	157	107	227	257	207	327	357
28	128	158	108	228	258	208	328	358
29	129	159	109	229	259	209	329	359
30	130	160	110	230	260	210	330	360

# 1 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА. ТЕРМОДИНАМІКА

## 1.1 Основні формули

Кількість речовини (число структурних елементів (молекул, атомів, іонів і т. п.), які містяться в тілі або системі. Кількість речовини виражається в молях. Моль дорівнює кількості речовини системи, що містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглецю-12 масою 0,012 кг) тіла (системи):

$$\nu = N / N_A, \quad (1.1)$$

де  $N$  – кількість структурних елементів (молекул, атомів, іонів і под.), що складають тіло (систему);

$N_A$  – постійна Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>).

Молярна маса речовини:

$$M = m / \nu, \quad (1.2)$$

де  $m$  – маса однорідного тіла (системи);

$\nu$  – кількість речовини цього тіла.

Відносна молекулярна маса речовини:

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (1.3)$$

де  $n_i$  – число атомів  $i$ -го хімічного елемента, що входять до складу молекули даної речовини;

$A_{r,i}$  – відносна атомна маса цього елемента.

Відносні атомні маси наведені у таблиці Д. І. Менделєєва (див. також табл. 14 додатка).

Зв'язок молярної маси  $M$  з відносною молекулярною масою речовини:

$$M = M_r k, \quad (1.4)$$

де  $k = 10^{-3}$  кг/моль.

Кількість речовини суміші газів:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = N_1 / N_A + N_2 / N_A + \dots + N_n / N_A$$

або

$$v = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}, \quad (1.5)$$

де  $v_i, N_i, m_i, M_i$  – відповідно кількість речовини, число молекул, маса, молярна маса  $i$ -го компонента суміші.

Рівняння Менделєєва – Клапейрона (рівняння стану ідеального газу):

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \quad (1.6)$$

де  $m$  – маса газу;

$M$  – молярна маса газу;

$R$  – молярна газова постійна;

$\nu$  – кількість речовини;

$T$  – термодинамічна температура.

Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва – Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля – Маріотта (ізотермічний процес:  $T = const$ ,  $m = const$ ):

$$pV = const \quad (1.7)$$

або для двох станів газу:

$$p_1V_1 = p_2V_2; \quad (1.8)$$

б) закон Гей-Люссака (ізобарний процес:  $p = const$ ,  $m = const$ ):

$$\frac{V}{T} = const \quad (1.9)$$

або для двох станів:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad (1.10)$$

в) закон Шарля (ізохорний процес:  $V = const$ ,  $m = const$ ):

$$\frac{p}{T} = const \quad (1.11)$$

або для двох станів:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad (1.12)$$

г) об'єднаний газовий закон ( $m = const$ ):

$$\frac{pV}{T} = const \quad \text{або} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \quad (1.13)$$

де  $p_1, V_1, T_1$  – тиск, об'єм і температура газу в початковому стані;  
 $p_2, V_2, T_2$  – ті ж величини в кінцевому стані.

Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (1.14)$$

де  $p_i$  – парціальні тиску компонентів суміші;  
 $n$  – число компонентів суміші.

Парціальним тиском називається тиск газу, який виробляв би цей газ, якщо б тільки він один знаходився в посудині, зайнятий сумішшю.

Молярна маса суміші газів:

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{v_1 + v_2 + \dots + v_n}, \quad (1.15)$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -го компонента суміші;

$v_i = \frac{m_i}{M_i}$  – кількість речовини  $i$ -го компонента суміші;

$n$  – число компонентів суміші.

Масова частка  $i$ -го компонента суміші газу (в частках одиниці або відсотках):

$$\omega_i = \frac{m_i}{m}, \quad (1.16)$$

де  $m$  – маса суміші.

Концентрація молекул:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M}, \quad (1.17)$$

де  $N$  – число молекул, що містяться в даній системі;

$\rho$  – щільність речовини;

$V$  – об'єм системи.

Формула справедлива не лише для газів, але й для будь-якого агре-

гатного стану речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle, \quad (1.18)$$

де  $\langle \varepsilon_n \rangle$  – середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (1.19)$$

де  $k$  – постійна Больцмана.

Середня повна кінетична енергія молекули:

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (1.20)$$

де  $i$  – число ступенів свободи молекули.

Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури:

$$p = nkT. \quad (1.21)$$

Швидкості молекул:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ – середня квадратична;} \quad (1.22)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ – середня арифметична;} \quad (1.23)$$

$$v_\epsilon = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \text{ – найбільш вірогідна,} \quad (1.24)$$

де  $m_1$  – маса однієї молекули.

Відносна швидкість молекули:

$$u = v / v_\epsilon, \quad (1.25)$$

де  $v$  – швидкість даної молекули.

Середнє число  $\langle z \rangle$  зіткнень за час  $t = 1$  с:

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle}, \quad (1.26)$$

де  $\langle l \rangle$  – середня довжина вільного пробігу молекули:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}, \quad (1.27)$$

де  $\sigma$  – ефективний діаметр молекули.

Питомі теплоємності газу при постійному об'ємі ( $c_v$ ) й постійному тиску ( $c_p$ ):

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}. \quad (1.28)$$

Зв'язок між питомою  $c$  та молярною  $C$  теплоємностями:

$$c = C/M; \quad C = cM. \quad (1.29)$$

Рівняння Майера:

$$C_p - C_v = R. \quad (1.30)$$

Внутрішня енергія ідеального газу:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_v T. \quad (1.31)$$

Перший початок термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A, \quad (1.32)$$

де  $Q$  – теплота, що повідомляється системі (газу);

$\Delta U$  – зміна внутрішньої енергії системи;

$A$  – робота, що здійснена системою проти зовнішніх сил.

Робота розширення газу:

а) в загальному випадку:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV; \quad (1.33)$$

б) при ізобарному процесі:

$$A = p(V_2 - V_1); \quad (1.34)$$

в) при ізотермічному процесі:

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (1.35)$$

г) при адіабатному процесі:

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_v \Delta T \quad \text{або} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right], \quad (1.36)$$

де  $\gamma = c_p / c_v$  – показник адіабати.

Рівняння Пуассона, що зв'язують параметри ідеального газу при адіабатному процесі:

$$pV^\gamma = const; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}; \quad (1.37)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma}. \quad (1.38)$$

Термічний ККД циклу:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (1.39)$$

де  $Q_1$  – теплота, що отримана робочим тілом від тепловіддавача;

$Q_2$  – теплота, що передана робочим тілом теплоприймачу.

Термічний ККД циклу Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1.40)$$

де  $T_1$  та  $T_2$  – термодинамічні температури тепловіддавача й теплоприймача.

Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad \text{або} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}, \quad (1.41)$$



де  $F$  – сила поверхневого натягу, яка діє на контур  $l$ , що обмежує поверхню рідини;

$\Delta E$  – зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, що пов'язана, зі зміною площі  $\Delta S$  поверхні цієї плівки.

Формула Лапласа, яка виражає тиск  $p$ , що створюється сферичною поверхнею рідини:

$$p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (1.42)$$

де  $R$  – радіус сферичної поверхні.

Висота підйому рідини в капілярній трубці:

$$h = \frac{2\alpha \cos\theta}{\rho g R}, \quad (1.43)$$

де  $\theta$  – крайовий кут ( $\theta = 0$  при повному змочуванні стінок трубки рідиною;  $\theta = \pi$  при повному незмочуванні);

$R$  – радіус каналу трубки;

$\rho$  – щільність рідини;

$g$  – прискорення вільного падіння.

Висота підйому рідини між двома близькими й паралельними одна одній площинами:

$$h = \frac{2\alpha \cos\theta}{\rho g d}, \quad (1.44)$$

де  $d$  – відстань між площинами.

## 1.2 Методичні вказівки до розділу «Молекулярна фізика. Термодинаміка»

Під час вирішення задач на газові закони, необхідно мати на увазі, що ці закони є окремими випадками рівняння Менделєєва – Клапейрона. Розпочинаючи вирішення завдань з цієї теми, перш за все необхідно з'ясувати, які параметри газу залишаються незмінними. Потім необхідно записати рівняння Менделєєва – Клапейрона для кожного стану газу, привласнюючи індекси тільки для змінних величин.

У кінетичній теорії, яка розглядає газ як сукупність великого числа молекул, що хаотично рухаються, вживаються різні типи швидкостей молекул: середня квадратична  $\langle v_{кв} \rangle$ , середня арифметична  $\langle v \rangle$  та найбільш

імовірна  $\langle v_{\bar{a}} \rangle$ . Середню квадратичну швидкість використовують в тих випадках, коли необхідно розрахувати будь-яку величину, пропорційну квадрату швидкості, наприклад кінетичну енергію поступального руху молекул газу, тиск газу.

Середня арифметична швидкість дозволяє визначити значення таких величин, які характеризують властивості газу, у формулу яких швидкість входить в першому ступені, наприклад, середнє число зіткнень молекули за одиницю часу, середній час вільного пробігу. Найбільш імовірною швидкістю  $v_g$  користуються в задачах, пов'язаних із застосуванням закону розподілу молекул за швидкостями.

Під час вирішення завдань на I початок термодинаміки необхідно мати на увазі, що зміна внутрішньої енергії  $\Delta U$  однозначно визначається початковим та кінцевим станом газу, в той час як кількість теплоти  $Q$  та робота  $A$  суттєво залежать від способу, за допомогою якого газ переходить з одного стану в інший. Рішення термодинамічної задачі суттєво полегшується, якщо попередньо побудувати термодинамічну діаграму досліджуваного процесу.

Під час розрахунку сил поверхневого натягу слід враховувати, що ці сили діють вздовж будь-якого контуру, що лежить на поверхні рідини. При цьому сила поверхневого натягу, яка прикладена до кожного елемента цього контуру, перпендикулярна йому та спрямована по дотичній до поверхні.

Яким би тонким не був шар рідини (наприклад, у мильній бульбашці), він завжди має дві поверхні – зовнішню та внутрішню, вздовж кожної з яких діють сили поверхневого натягу.

### 1.3 Приклади розв'язання задач

**Приклад 1.** Визначити для сірчаної кислоти: 1) відносну молекулярну масу  $M_r$ ; 2) молярну масу  $M$ .

*Розв'язок.* 1. Відносна молекулярна маса речовини дорівнює сумі відносних атомних мас усіх елементів, атоми яких входять до складу молекули даної речовини, і визначається за формулою:

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (1)$$

де  $n_i$  – число атомів  $i$ -го елемента, що входять в молекулу;

$A_{r,i}$  – відносна атомна маса  $i$ -го елемента.

Хімічна формула сірчаної кислоти має вигляд  $H_2SO_4$ . Оскільки до складу молекули сірчаної кислоти входять атоми трьох елементів, то сума

що стоїть у правій частині рівняння (1), буде складатися з трьох додатків і ця формула набуде вигляду:

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}. \quad (2)$$

З формули сірчаної кислоти далі випливає, що  $n_1 = 2$  (два атоми водню),  $n_2 = 1$  (один атом сірки) та  $n_3 = 4$  (чотири атоми кисню).

Значення відносних атомних мас водню, сірки та кисню знайдемо в таблиці Д. І. Менделєєва або в табл. 14 додатка:

$$A_{r,1} = 1; \quad A_{r,2} = 32; \quad A_{r,3} = 16.$$

Підставивши значення  $n_i$  та  $A_{r,i}$  у формулу (2), знайдемо відносну молекулярну масу сірчаної кислоти:

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Знаючи відносну молекулярну масу  $M_r$ , знайдемо молярну масу сірчаної кислоти за формулою:

$$M = M_r k, \quad (3)$$

де  $k = 10^{-3}$  кг/моль.

Підставивши в (3) значення величин, отримаємо:

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

**Приклад 2.** Визначити молярну масу  $M$  суміші кисню масою  $m_1 = 25$  г та азоту масою  $m_2 = 75$  г.

*Розв'язок.* Молярна маса суміші  $M$  є відношення маси суміші  $m$  до кількості речовини суміші  $v$ :

$$M = m / v. \quad (1)$$

Маса суміші дорівнює сумі мас компонентів суміші:

$$m = m_1 + m_2.$$

Кількість речовини суміші дорівнює сумі кількостей речовини компонентів:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Підставивши у формулу (1) вирази  $m$  та  $v$ , отримаємо:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2}. \quad (2)$$

Застосувавши метод, використаний в прикладі 1, знайдемо молярні маси кисню  $M_1$  та азоту  $M_2$ :

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Підставимо значення величин в (2) та зробимо обчислення:

$$M = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} \text{ кг/моль} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

**Приклад 3.** У балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском  $p_1 = 1$  МПа та при температурі  $T_1 = 300$  К. Після того як з балона було взято  $m = 10$  г гелію, температура в балоні знизилася до  $T_2 = 290$  К. Визначити тиск  $p_2$  гелію, що залишився в балоні.

*Розв'язок.* Для вирішення завдання скористаємося рівнянням Менделєєва – Клапейрона, застосувавши його до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \quad (1)$$

де  $m_2$  – маса гелію в балоні в кінцевому стані;

$M$  – молярна маса гелію;

$R$  – молярна газова постійна.

З рівняння (1) виразимо тиск, який необхідно знайти:

$$p_2 = m_2 RT_2 / (MV). \quad (2)$$

Масу  $m_2$  гелію виразимо через масу  $m_1$ , яка відповідає початковому стану, і масу  $m$  гелію, що був узят із балона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (3)$$

Масу  $m_1$  гелію знайдемо також з рівняння Менделєєва – Клапейрона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = Mp_1 V / (RT_1). \quad (4)$$

Підставивши вираз маси  $m_1$  у (3), а потім вираз  $m_2$  в (2), знайдемо:

$$p_2 = \left( \frac{Mp_1V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV}$$

або

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю тиску. Для цього в її праву частину замість символів величин підставимо їх одиниці. У правій частині формули два доданки. Очевидно, що перший з них дає одиницю тиску, тому що складається з двох множників, перший з яких  $(T_2 / T_1)$  – безрозмірний, а другий – тиск. Перевіримо другий доданок:

$$\begin{aligned} \frac{[m][R][T]}{[M][V]} &= \frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ м}^3} \cdot \frac{1 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}{1 \text{ м}^3} \times \\ &\times \frac{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3 \cdot 1 \text{ кг} \cdot \text{К}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ м}}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ м}^{-2}. \end{aligned}$$

Паскаль є одиницею тиску. Зробимо обчислення за формулою (5), враховуючи, що  $M = 4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (див. табл. 14 додатка):

$$p_2 = \left( \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{ Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,364 \text{ МПа}.$$

**Приклад 4.** Балон містить  $m_1 = 80$  г кисню та  $m_2 = 320$  г аргону. Тиск суміші  $p = 1$  МПа, температура  $T = 300$  К. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити об'єм  $V$  балона.

*Розв'язок.* За законом Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. Відповідно до рівняння Менделєєва – Клапейрона парціальні тиски  $p_1$  кисню та  $p_2$  аргону виражаються формулами:

$$p_1 = m_1 RT / (M_1 V); \quad p_2 = m_2 RT / (M_2 V).$$

Отже, за законом Дальтона, тиск суміші газів:

$$p = p_1 + p_2 \quad \text{або} \quad p = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V},$$

звідки об'єм балона:

$$V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що  $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  
 $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$  кг / моль (див. табл. 14 додатка):

$$V = \left( \frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

**Приклад 5.** Знайти середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{об} \rangle$  обертального руху однієї молекули кисню при температурі  $T = 350$  К, а також кінетичну енергію  $E_k$  обертального руху всіх молекул кисню масою  $m = 4$  г.

*Розв'язок.* На кожен ступінь свободи молекули газу припадає однакова середня енергія

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

де  $k$  – постійна Больцмана;

$T$  – термодинамічна температура газу.

Так як обертальному руху двоатомної молекули (молекула кисню – двоатомна) відповідають два ступені свободи, то середня енергія обертального руху молекули кисню:

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \quad (1)$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу:

$$E_k = \langle \varepsilon_{об} \rangle N. \quad (2)$$

Число всіх молекул газу:

$$N = N_A \nu, \quad (3)$$

де  $N_A$  – постійна Авогадро;

$\nu$  – кількість речовини.

Якщо врахувати, що кількість речовини

$$\nu = m / M,$$

де  $m$  – маса газу;

$M$  – молярна маса газу,  
то формула (3) набуде вигляду:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Підставивши вираз  $N$  у формулу (2), отримаємо:

$$E_k = N_A m \langle \varepsilon_{об} \rangle / M. \quad (4)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що для кисню  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (див. табл. 14 додатка):

$$\langle \varepsilon_{об} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

**Приклад 6.** Обчислити питомі теплоємності при постійному об'ємі й при постійному тиску неону та водню, приймаючи ці гази за ідеальні.

*Розв'язок.* Питомі теплоємності ідеальних газів виражаються формулами:

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad (1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}, \quad (2)$$

де  $i$  – число ступенів свободи молекули газу;  
 $M$  – молярна маса.

Для неону (одноатомний газ)  $i = 3$  та  $M = 20 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (див. табл. 14 додатка).

Зробимо обчислення:

$$c_v = \frac{3}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водню (двоатомний газ)  $i = 5$  і  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. Тоді:

$$c_v = \frac{5}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

**Приклад 7.** Обчислити питомі теплоємності  $c_v$  та  $c_p$  суміші неону й водню, якщо масові частки неону та водню складають  $\omega_1 = 80\%$  та  $\omega_2 = 20\%$ . Значення питомих теплоємностей газів взяти з попереднього прикладу.

*Розв'язок.* Питому теплоємність  $c_v$  суміші при постійному об'ємі знайдемо наступним способом. Теплоту, необхідну для нагрівання суміші на  $\Delta T$ , виразимо двома способами:

$$Q = c_v(m_1 + m_2) \Delta T; \quad (1)$$

$$Q = (c_{v,1}m_1 + c_{v,2}m_2)\Delta T, \quad (2)$$

де  $c_{v,1}$  – питома теплоємність неону;

$c_{v,2}$  – питома теплоємність водню.

Прирівнявши праві частини (1) і (2) та розділивши обидві частини отриманої рівності на  $\Delta T$ , отримаємо  $c_v(m_1 + m_2) = c_{v,1}m_1 + c_{v,2}m_2$ . Звідси:

$$c_v = c_{v,1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{v,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

або

$$c_v = c_{v,1}\omega_1 + c_{v,2}\omega_2,$$

$$\text{де } \omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{та} \quad \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Міркуючи так само, отримаємо формулу для обчислення питомої теплоємності суміші при постійному тиску:

$$c_p = c_{p,1}\omega_1 + c_{p,2}\omega_2.$$

Зробимо обчислення:



$$\begin{aligned}
 c_v &= (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\
 &= 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \\
 c_p &= (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\
 &= 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).
 \end{aligned}$$

**Приклад 8.** Кисень масою  $m = 2$  кг займає об'єм  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  та знаходиться під тиском  $p_1 = 0,2$  МПа. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ , а потім при постійному об'ємі до тиску  $p_2 = 0,5$  МПа (рис. 1). Знайти зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії газу, роботу, яка ним виконана  $A$  та теплоту  $Q$ , що передана газу. Побудувати графік процесу.

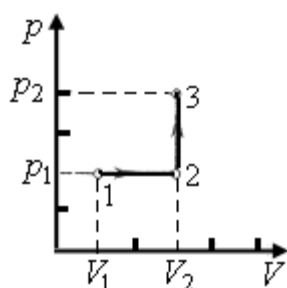


Рисунок 1 – Термодинамічна діаграма

*Розв'язок.* Зміна внутрішньої енергії газу:

$$\Delta U = c_v m \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M} m \Delta T, \quad (1)$$

де  $i$  – число ступенів свободи молекул газу (для двохатомних молекул кисню  $i = 5$ );

$\Delta T = T_3 - T_1$  – різниця температур газу в кінцевому (третьому) і початковому станах.

Початкову й кінцеву температуру газу знайдемо з рівняння Менделєєва – Клапейрона  $pV = \frac{m}{M} RT$ , звідки:

$$T = pVM / (mR).$$

Робота розширення газу при постійному тиску виражається формулою:

$$A_1 = \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1). \quad (2)$$

Робота газу, що нагрівається при постійному об'ємі дорівнює нулю:

$$A_2 = 0.$$

Отже, повна робота, що здійснюється газом:

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Відповідно до першого початку термодинаміки, тепло  $Q$ , яке передане газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії  $\Delta U$  та роботи  $A$ :

$$Q = \Delta U + A.$$

Зробимо обчислення, врахувавши, що для кисню  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (див. табл. 14 додатка):

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,400 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5 \cdot 8,31 \cdot 2 \cdot (2887 - 385)}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = (3,24 + 0,4) \text{ МДж} = 3,64 \text{ МДж}.$$

Графік процесу наведено на рисунку 1.

**Приклад 9.** У циліндрі під поршнем знаходиться водень масою  $m = 0,02$  кг при температурі  $T_1 = 300$  К. Водень спочатку розширився адіабатно, збільшивши свій об'єм у  $n_1 = 5$  разів, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в  $n_2 = 5$  разів (рис. 2). Знайти температуру в кінці адіабатного розширення й роботу, яка виконана газом при цих процесах. Зобразити процес графічно.

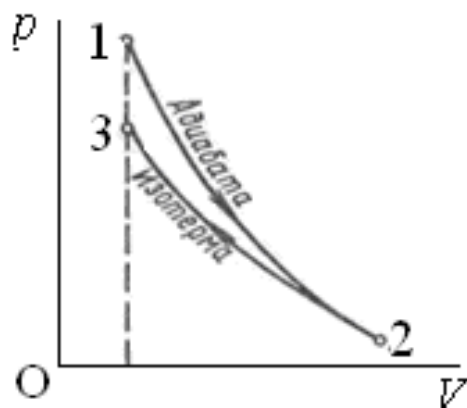


Рисунок 2 – Графік процесу щодо приклада 9

*Розв'язок.* Температури та об'єми газу, що здійснюють адіабатний процес, пов'язані між собою співвідношенням:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{або} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

де  $\gamma$  – відношення теплоємності газу при постійному тиску й сталому об'ємі:

$$n_1 = V_2 / V_1.$$

Звідси отримуємо такий вираз для кінцевої температури:

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

Робота  $A_1$  газу при адіабатному розширенні може бути визначена за формулою:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

де  $C_v$  – молярна теплоємність газу при постійному об'ємі. Робота газу при ізотермічному процесі може бути виражена у вигляді:

$$A_2 = \frac{m}{M} R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \quad \text{або} \quad A_2 = \frac{m}{M} R T_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

де  $n_2 = V_2 / V_3$ .

Зробимо обчислення, враховуючи, що для водню як двоатомного газу  $\gamma = 1,4$ ,  $i = 5$ ,  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} \text{ К} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ К}.$$

Так як  $5^{0,4} = 1,91$  (знаходиться логарифмуванням), то:

$$T_2 = \frac{300}{1,91} \text{ К} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) \text{ Дж} = 29,8 \text{ кДж};$$

$$A_2 = \frac{0,02 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 157 \cdot \ln \frac{1}{5} \text{ Дж} = -21 \text{ кДж}.$$

Знак мінус показує, що при стисненні робота газу відбувається над газом зовнішніми силами.

Графік процесу наведено на рис. 2.

**Приклад 10.** Теплова машина працює за оборотним циклом Карно. Температура тепловіддавача  $T_1 = 500 \text{ К}$ . Визначити термічний ККД  $\eta$  циклу й температуру  $T_2$  теплоприймача теплової машини, якщо за рахунок кожного кілоджоуля теплоти, отриманої від тепловіддавача, машина здійснює роботу  $A = 350 \text{ Дж}$ .

*Розв'язок.* Термічний ККД теплової машини показує, яка частка теплоти, отриманої від тепловіддавача, перетворюється на механічну роботу. Термічний ККД виражається формулою:

$$\eta = A / Q_1,$$

де  $Q_1$  – теплота, отримана від тепловіддавача;

$A$  – робота, яка виконана робочим тілом теплової машини.

Знаючи ККД циклу, можна за формулою  $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$  визначити температуру охолоджувача  $T_2$ :

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Зробимо обчислення:

$$\eta = 350 / 1000 = 0,35; \quad T_2 = 500(1 - 0,35) \text{ К} = 325 \text{ К}.$$

**Приклад 11.** Знайти додатковий тиск всередині мильної бульбашки діаметром  $d = 10 \text{ см}$ . Яку роботу треба зробити, щоб видути цю бульбашку?

*Розв'язок.* Плівка мильної бульбашки має дві сферичні поверхні: зовнішню й внутрішню. Обидві поверхні чинять тиск на повітря, укладений всередині бульбашки. Так як товщина плівки надзвичайно мала, то діаметри обох поверхонь практично однакові. Тому додатковий тиск:

$$p = 2 \frac{2\alpha}{r},$$

де  $r$  – радіус бульбашки. Так як  $r = d/2$ , то

$$p = 8\alpha / d.$$

Робота, яку потрібно зробити, щоб, розтягуючи плівку, збільшити її поверхню на  $\Delta S$ , виражається формулою:

$$A = \alpha \Delta S \quad \text{або} \quad A = \alpha(S - S_0).$$

У даному випадку  $S$  – загальна площа двох сферичних поверхонь плівки мильної бульбашки;  $S_0$  – загальна площа двох поверхонь плоскої плівки, яка затягує отвір трубки до видування бульбашки. Нехтуючи  $S_0$ , отримаємо:

$$A = \alpha S = 2\pi d^2 \alpha.$$

Зробимо обчислення:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,1} \text{ Па} = 3,2 \text{ Па};$$

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}.$$

#### 1.4 Задачі для контрольної роботи

**101.** Визначити кількість речовини  $\nu$  та число  $N$  молекул кисню масою  $m = 0,5$  кг.

**102.** Скільки атомів міститься у ртуті: 1) кількістю речовини  $\nu = 0,2$  моль; 2) масою  $m = 1$  г?

**103.** Вода при температурі  $t = 4^\circ \text{Ñ}$  займає об'єм  $V = 1 \text{ см}^3$ . Визначити кількість речовини  $\nu$  та число  $N$  молекул води.

**104.** Знайти молярну масу  $M$  і масу  $m_m$  однієї молекули кухонної солі.

**105.** Визначити масу  $m_m$  однієї молекули вуглекислого газу.

**106.** Визначити концентрацію  $n$  молекул кисню, що знаходиться в посудині місткістю  $V = 2$  л. Кількість речовини  $\nu$  кисню дорівнює  $0,2$  моль.

**107.** Визначити кількість речовини  $\nu$  водню, що заповнює посудину об'ємом  $V = 3$  л, якщо концентрація молекул газу в посудині  $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ .

**108.** У балоні місткістю  $V = 3$  л міститься кисень масою  $m = 10$  г. Визначити концентрацію молекул газу.

**109.** Визначити відносну молекулярну масу  $M_r$ : 1) води; 2) вуглекислого газу; 3) кухонної солі.

**110.** Визначити кількість речовини  $\nu$  та число  $N$  молекул азоту масою  $m = 0,2$  кг.

**111.** У циліндр довжиною  $l = 1,6$  м, який заповнений повітрям при нормальному атмосферному тиску, почали повільно всовувати поршень площею підстави  $S = 200 \text{ см}^2$ . Визначити силу  $F$ , яка діє на поршень, якщо його зупинити на відстані  $l_1 = 10$  см від дна циліндра.

**112.** У балоні знаходиться газ при температурі  $T_1 = 400$  К. До якої температури  $T_2$  треба нагріти газ, щоб його тиск збільшився в  $1,5$  разів?

**113.** Балон місткістю  $V = 20$  л заповнений азотом при температурі  $T = 400$  К. Коли частину газу витратили, тиск у балоні знизився на  $\Delta p = 200$  кПа. Визначити масу  $m$  витраченого газу. Процес вважати ізотермічним.

**114.** У балоні місткістю  $V = 15$  л знаходиться аргон під тиском  $p_1 = 600$  кПа та при температурі  $T_1 = 300$  К. Коли з балона було взято певну кількість газу, тиск у балоні знизився до  $p_2 = 400$  кПа, а температура встановилася  $T_2 = 260$  К. Визначити масу  $m$  аргону, взятого з балону.

**115.** Дві посудини однакового об'єму містять кисень. В одній посудині тиск  $p_1 = 2$  МПа та температура  $T_1 = 800$  К, в іншій  $p_2 = 2,5$  МПа,  $T_2 = 200$  К. Посудини з'єднали трубкою та охолодили кисень, що знаходиться в них, до температури  $T = 200$  К. Визначити тиск  $p$ , що встановився в посудинах.

**116.** Обчислити щільність  $\rho$  азоту, що знаходиться в балоні під тиском  $p = 2$  МПа та має температуру  $T = 400$  К.

**117.** Визначити відносну молекулярну масу  $M_r$  газу, якщо при температурі  $T = 154$  К та тиску  $P = 2,8$  МПа він має щільність  $\rho = 6,1 \text{ кг/м}^3$ .

**118.** Знайти щільність  $\rho$  азоту при температурі  $T = 400$  К та тиску  $p = 2$  МПа.

**119.** У посудині місткістю  $V = 40$  л знаходиться кисень при температурі  $T = 300$  К. Коли частина газу витратили, тиск у балоні знизився на  $\Delta p = 100$  кПа. Визначити масу  $m$  витраченого кисню. Процес вважати ізотермічним.

**120.** Визначити щільність  $\rho$  водяної пари, що знаходиться під тиском  $p = 2,5$  кПа та має температуру  $T = 250$  К.

**121.** Визначити внутрішню енергію  $U$  водню, а також середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon \rangle$  молекули цього газу при температурі  $T = 300$  К, якщо кількість речовини  $\nu$  цього газу дорівнює  $0,5$  моль.

**122.** Визначити сумарну кінетичну енергію  $E_k$  поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в посудині місткістю  $V = 3$  л під тиском  $p = 540$  кПа.

**123.** Кількість речовини гелію  $\nu = 1,5$  моль, температура  $T = 120$  К. Визначити сумарну кінетичну енергію  $E_k$  поступального руху всіх молекул цього газу.

**124.** Молярна внутрішня енергія  $U_m$  деякого двоатомного газу дорівнює  $6,02$  кДж/моль. Визначити середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{об} \rangle$  обертального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

**125.** Визначити середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon \rangle$  однієї молекули водяної пари при температурі  $T = 500$  К.

**126.** Визначити середню квадратичну швидкість  $\langle v_{кв} \rangle$  молекули газу, укладеного в посудину місткістю  $V = 2$  л під тиском  $p = 200$  кПа. Маса газу  $m = 0,3$  г.

**127.** Водень знаходиться при температурі  $T = 300$  К. Знайти середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{об} \rangle$  обертального руху однієї молекули, а також сумарну кінетичну енергію  $E_k$  всіх молекул цього газу; кількість водню  $\nu = 0,5$  моль.

**128.** При якій температурі середня кінетична енергія  $\langle \varepsilon_n \rangle$  поступального руху молекули газу дорівнює  $4,14 \cdot 10^{-21}$  Дж?

**129.** В азоті зважені найдрібніші пилінки, які рухаються так, якщо б вони були дуже великими молекулами. Маса кожної порошинки дорівнює  $6 \cdot 10^{-10}$  г. Газ знаходиться при температурі  $T = 400$  К. Визначити середні квадратичні швидкості  $\langle v_{кв} \rangle$ , а також середні кінетичні енергії  $\langle \varepsilon_n \rangle$  поступального руху молекули азоту й пилінки.

**130.** Визначити середню кінетичну енергію  $\langle \epsilon_n \rangle$  поступального руху й  $\langle \epsilon_{об} \rangle$  обертального руху молекули азоту при температурі  $T = 1$  кВ. Визначити також повну кінетичну енергію  $E_k$  молекули при тих же умовах.

**131.** Визначити молярну масу  $M$  двоатомного газу та його питомі теплоємності, якщо відомо, що різниця  $c_p - c_v$  питомих теплоємностей цього газу дорівнює  $260$  Дж/(кг · К).

**132.** Знайти питомі  $c_p$  і  $c_v$  а також молярні  $C_p$  та  $C_v$  теплоємності вуглекислого газу.

**133.** Визначити показник адіабати  $\gamma$  ідеального газу, який при температурі  $T = 350$  К та тиску  $p = 0,4$  МПа займає об'єм  $V = 300$  л і має теплоємність  $C_v = 857$  Дж/К.

**134.** У посудині місткістю  $V = 6$  л знаходиться при нормальних умовах двоатомний газ. Визначити теплоємність  $C_v$  цього газу при постійному об'ємі.

**135.** Визначити відносну молекулярну масу  $M_r$  та молярну масу  $M$  газу, якщо різниця його питомих теплоємностей  $c_p - c_v = 2,08$  кДж/(кг · К).

**136.** Визначити молярні теплоємності газу, якщо його питомі теплоємності  $c_v = 10,4$  кДж/(кг · К) та  $c_p = 14,6$  кДж/(кг · К).

**137.** Знайти питомі  $c_v$  і  $c_p$  та молярні  $C_v$  і  $C_p$  теплоємності азоту й гелію.

**138.** Обчислити питомі теплоємності газу, якщо його молярна маса  $M = 4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль та відношення теплоємностей  $C_p / C_v = 1,67$ .

**139.** Трехатомний газ під тиском  $p = 240$  кПа та температурі  $t = 20^\circ \text{Ñ}$  займає об'єм  $V = 10$  л. Визначити теплоємність  $C_p$  цього газу при постійному тиску.

**140.** Одноатомний газ при нормальних умовах займає об'єм  $V = 5$  л. Обчислити теплоємність цього газу при постійному об'ємі.

**141.** Знайти середнє число  $\langle z \rangle$  зіткнень за час  $t = 1$  с та довжину вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули гелію, якщо газ знаходиться під тиском  $p = 2$  кПа при температурі  $T = 200$  К.

**142.** Визначити середню довжину вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули азоту в посудині місткістю  $V = 5$  л. Маса газу  $m = 0,5$  г.



**143.** Водень знаходиться під тиском  $p = 20$  мкПа та має температуру  $T = 300$  К. Визначити середню довжину вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули такого газу.

**144.** При нормальних умовах довжина вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули водню дорівнює  $0,160$  мкм. Визначити діаметр  $d$  молекули водню.

**145.** Яка середня арифметична швидкість  $\langle v \rangle$  молекул кисню при нормальних умовах, якщо відомо, що середня довжина вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули кисню при цих умовах дорівнює  $100$  нм?

**146.** Кисень знаходиться під тиском  $p = 133$  нПа при температурі  $T = 200$  К. Обчислити середнє число  $\langle z \rangle$  зіткнень молекули кисню при цих умовах за час  $\tau = 1$  с.

**147.** При якому тиску  $p$  середня довжина вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекул азоту дорівнює  $1$  м, якщо температура газу  $t = 10^\circ \text{N}$ ?

**148.** У посудині місткістю  $V = 5$  л знаходиться водень масою  $m = 0,5$  г. Визначити середню довжину вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули водню в цій посудині.

**149.** Середня довжина вільного пробігу  $\langle l \rangle$  молекули водню при деяких умовах дорівнює  $2$  мм. Знайти щільність  $\rho$  водню при цих умовах.

**150.** У сферичній колбі місткістю  $V = 3$  л, що містить азот, створений вакуум з тиском  $p = 80$  мкПа. Температура газу  $T = 250$  К. Чи можна вважати вакуум у колбі високим?

*Примітка.* Вакуум вважається високим, якщо довжина вільного пробігу молекул у ньому багато більше лінійних розмірів посудини.

**151.** Визначити кількість теплоти  $Q$ , яку треба повідомити кисню об'ємом  $V = 50$  л при його ізохоричному нагріванні, щоб тиск газу підвищився на  $\Delta p = 0,5$  МПа.

**152.** При ізотермічному розширенні азоту при температурі  $T = 280$  К об'єм його зріс удвічі. Визначити: 1) роботу  $A$ , яка виконана при розширенні газу; 2) зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії; 3) кількість теплоти  $Q$ , яка отримана газом. Маса азоту  $m = 0,2$  кг.

**153.** При адіабатному стиску тиск повітря було збільшено від  $p_1 = 50$  кПа до  $p_2 = 0,5$  МПа. Потім, при незмінному об'ємі, температура повітря була знижена до початкової. Визначити тиск  $p_3$  газу в кінці процесу.

**154.** Кисень масою  $m = 200$  г займає об'єм  $V_1 = 100$  л і знаходиться під тиском  $p_1 = 200$  кПа. Під час нагрівання газ розширився при постійному тиску до об'єму  $V_2 = 300$  л, а потім його тиск зріс до  $p_3 = 500$  кПа

при незмінному об'ємі. Знайти зміну внутрішньої енергії  $\Delta U$  газу, роботу  $A$ , яка виконана газом і теплоту  $Q$ , яка передана газу. Побудувати графік процесу.

**155.** Об'єм водню при ізотермічному розширенні при температур  $T = 300$  К збільшився в  $n = 3$  рази. Визначити роботу  $A$ , яка виконана газом, і теплоту  $Q$ , яка отримана при цьому. Маса  $m$  водню дорівнює 200 г.

**156.** Азот масою  $m = 0,1$  кг був ізобарно нагрітий від температури  $T_1 = 200$  К до температури  $T_2 = 400$  К. Визначити роботу  $A$ , яка виконана газом, отриману їм теплоту  $Q$  і зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії азоту.

**157.** У скільки разів збільшиться об'єм водню, який містить кількість речовини  $\nu = 0,4$  моль при ізотермічному розширенні, якщо при цьому газ отримує кількість теплоти  $Q = 800$  Дж? Температура водню  $T = 300$  К.

**158.** Яка робота  $A$  відбувається при ізотермічному розширенні водню масою  $m = 5$  г, взятого при температурі  $T = 290$  К, якщо об'єм газу збільшується втричі?

**159.** Яка доля  $\omega_1$  кількості теплоти  $Q$ , що підводиться до ідеального двоатомного газу при ізобарному процесі, витрачається на збільшення  $\Delta U$  внутрішньої енергії газу і яка частка  $\omega_2$  – на роботу  $A$  розширення? Розглянути три випадки, якщо газ: 1) одноатомний; 2) двоатомний; 3) трьохатомний.

**160.** Визначити роботу  $A$ , яку здійснить азот, якщо йому при постійному тиску надати кількість теплоти  $Q = 21$  кДж. Знайти також зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії газу.

**161.** Ідеальний газ робить цикл Карно при температурах теплоприймача  $T_2 = 290$  К та тепловіддавача  $T_1 = 400$  К. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії  $\eta$  циклу, якщо температура тепловіддавача зростає до  $T_1' = 600$  К?

**162.** Ідеальний газ робить цикл Карно. Температура  $T_1$  тепловіддавача в чотири рази ( $n = 4$ ) більше температури теплоприймача. Яку частку  $\omega$  кількості теплоти, отриманого за один цикл від тепловіддавача газ віддасть теплоприймачу?

**163.** Визначити роботу  $A_2$  ізотермічного стиснення газу, що здійснює цикл Карно, ККД якого  $\eta = 0,4$ , якщо робота ізотермічного розширення дорівнює  $A_1 = 8$  Дж.

**164.** Газ, що здійснює цикл Карно, віддав теплоприймачу теплоту  $Q_2 = 14$  кДж. Визначити температуру  $T_1$  тепловіддавача, якщо при температурі теплоприймача  $T_2 = 280$  К робота циклу  $A = 6$  кДж.

**165.** Газ, будучи робочою речовиною в циклі Карно, отримав від тепловіддавача теплоту  $Q_1 = 4,38$  кДж та виконав роботу  $A = 2,4$  кДж. Визначити температуру тепловіддавача, якщо температура теплоприймача  $T_2 = 273$  К.

**166.** Газ, що здійснює цикл Карно, віддав теплоприймачу 67 % теплоти, отриманої від тепловіддавача. Визначити температуру  $T_2$  теплоприймача, якщо температура тепловіддавача  $T_1 = 430$  К.

**167.** У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії  $\eta$  циклу Карно при підвищенні температури тепловіддавача від  $T_1 = 380$  К до  $T_1' = 560$  К? Температура теплоприймача  $T_2 = 280$  К.

**168.** Ідеальна тепла машина працює за циклом Карно. Температура тепловіддавача  $T_1 = 500$  К, температура теплоприймача  $T_2 = 250$  К. Визначити термічний ККД  $\eta$  циклу, а також роботу  $A_1$  робочої речовини при ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стисненні здійснена робота  $A_2 = 70$  Дж.

**169.** Газ, що здійснює цикл Карно, отримує теплоту  $Q_1 = 84$  кДж. Визначити роботу  $A$  газу, якщо температура  $T_1$  тепловіддавача в три рази вище температури  $T_2$  теплоприймача.

**170.** У циклі Карно газ отримав від тепловіддавача теплоту  $Q_1 = 500$  Дж та виконав роботу  $A = 100$  Дж. Температура тепловіддавача  $T_1 = 400$  К. Визначити температуру  $T_2$  теплоприймача.

**171.** Знайти масу  $m$  води, що увійшла в скляну трубку з діаметром каналу  $d = 0,8$  мм, яка опущена у воду на малу глибину. Вважати змочування повним.

**172.** Яку роботу  $A$  треба виконати під час видування мильної бульбашки, щоб збільшити її об'єм від  $V_1 = 8$  см<sup>3</sup> до  $V_2 = 16$  см<sup>3</sup>? Вважати процес ізотермічним.

**173.** Яка енергія  $E$  виділиться при злитті двох крапель ртуті діаметром  $d_1 = 0,8$  мм і  $d_2 = 1,2$  мм в одну краплю?

**174.** Визначити тиск  $p$  усередині повітряної бульбашки діаметром  $d = 4$  мм, що знаходиться у воді біля самої її поверхні. Вважати атмосферний тиск нормальним.

**175.** Простір між двома скляними паралельними пластинками з площею поверхні  $S = 100$  см<sup>2</sup> кожна, які розташовані на відстані  $l = 20$  мкм один від одного, заповнено водою. Визначити силу  $F$ , яка притискає пластинки одна до одної. Вважати меніск увігнутим з діаметром  $d$ , рівним відстані між пластинками.

**176.** Гліцерин піднявся в капілярній трубці діаметром каналу  $d = 1$  мм на висоту  $h = 20$  мм. Визначити поверхневий натяг  $\alpha$  гліцерину. Вважати змочування повним.

**177.** У воду опущена на дуже малу глибину скляна трубка з діаметром каналу  $d = 1$  мм. Визначити масу  $m$  води, що увійшла в трубку.

**178.** На скільки тиск  $p$  повітря всередині мильної бульбашки більше нормального атмосферного тиску  $p_0$  якщо діаметр бульбашки  $d = 5$  мм?

**179.** Повітряна бульбашка діаметром  $d = 2,2$  мкм знаходиться у воді біля самої її поверхні. Визначити щільність  $\rho$  повітря в бульбашці, якщо повітря над поверхнею води знаходиться при нормальних умовах.

**180.** Дві краплі ртуті радіусом  $r = 1,2$  мм кожна злилися в одну велику краплю. Визначити енергію  $E$ , яка виділиться при цьому злитті. Вважати процес ізотермічним.

## 2 ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

### 2.1 Основні формули

Закон Кулона:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad (2.1)$$

де  $F$  – сила взаємодії точкових зарядів  $Q_1$  та  $Q_2$ ;

$r$  – відстань між зарядами;

$\epsilon$  – діелектрична проникність;

$\epsilon_0$  – електрична постійна.

Напруженість електричного поля й потенціал:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}; \quad \varphi = \frac{P}{Q}, \quad (2.2)$$

де  $P$  – потенційна енергія точкового позитивного заряду  $Q$ , що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенційна енергія заряду, віддаленого у нескінченність, дорівнює нулю).

Сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі, і потенційна енергія цього заряду:

$$\vec{F} = Q\vec{E}; \quad P = Q\varphi. \quad (2.3)$$

Напруженість і потенціал поля, які створені системою точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i, \quad (2.4)$$

де  $\vec{E}_i$ ,  $\varphi_i$  – напруженість і потенціал у цій точці поля, які створені  $i$ -м зарядом.

Напруженість і потенціал поля, що створені точковим зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (2.5)$$

де  $r$  – відстань від заряду  $Q$  до точки, в якій визначаються напруженість і потенціал.

Напруженість і потенціал поля, що створює провідна заряджена сфера радіуса  $R$  на відстані  $r$  від центра сфери:

а) при  $r < R$ :

$$E = 0; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}; \quad (2.6)$$

б) при  $r = R$ :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}; \quad (2.7)$$

в) при  $r > R$ :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (2.8)$$

де  $Q$  – заряд сфери.

Лінійна густина заряду:

$$\tau = Q/l, \quad (2.9)$$

де  $l$  – довжина лінії, на якій розподілений заряд  $Q$ .

Поверхнева щільність заряду:

$$\sigma = Q/S, \quad (2.10)$$

де  $S$  – площа поверхні, на якій розподілений заряд  $Q$ .

Якщо заряд рівномірно розподілений вздовж лінії з лінійною щільністю  $\tau$ , то на лінії виділяється мала ділянка довжиною  $dl$  із зарядом  $dQ = \tau dl$ . Такий заряд можна розглядати як точковий і застосовувати формули:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}; \quad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (2.11)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, спрямований від виділеного елемента  $dl$  до точки, в якій обчислюється напруженість.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів, знаходимо інтегруванням напруженість  $\vec{E}$  і потенціал  $\varphi$  поля, які створені розподіленими зарядами:

$$E = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_l \frac{dl \vec{r}}{r^2}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_l \frac{dl}{r}. \quad (2.12)$$

Інтегрування ведеться вздовж всієї довжини  $l$  зарядженої лінії (див. приклади 5 і 8).

Напруженість поля, яке створене нескінченною прямою рівномірно зарядженою лінією або нескінченно довгим циліндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (2.13)$$

де  $r$  – відстань від нитки або осі циліндра до точки, напруженість поля в якій визначається.

Напруженість поля, яке створене нескінченною рівномірною зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}. \quad (2.14)$$

Зв'язок потенціалу з напруженістю:

а) в загальному випадку:

$$\vec{E} = -grad\varphi \quad \text{або} \quad \vec{E} = -\left( \vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right); \quad (2.15)$$

б) у випадку однорідного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}; \quad (2.16)$$

в) у разі поля, що має центральну або осьову симетрію:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (2.17)$$

Електричний момент диполя:

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}, \quad (2.18)$$

де  $Q$  – заряд;

$\vec{l}$  – плече диполя (векторна величина, спрямована від негативного заряду до позитивного й чисельно дорівнює відстані між зарядами).

Робота сил поля з переміщення заряду  $Q$  з точки поля з потенціалом  $\varphi_1$  в точку з потенціалом  $\varphi_2$ :

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.19)$$

Електроємність:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad \text{або} \quad C = \frac{Q}{U}, \quad (2.20)$$

де  $\varphi$  – потенціал провідника (за умови, що в нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю);

$U$  – різниця потенціалів пластин конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (2.21)$$

де  $S$  – площа пластини (однієї) конденсатора;

$d$  – відстань між пластинами.

Електроємність батареї конденсаторів:

а) при послідовному з'єднанні:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}; \quad (2.22)$$

б) при паралельному з'єднанні:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i, \quad (2.23)$$

де  $N$  – число конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{QU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{Q^2}{2C}. \quad (2.24)$$

Сила постійного струму:

$$I = \frac{Q}{t}, \quad (2.25)$$



де  $Q$  – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час  $t$ .

Щільність струму:

$$j = \frac{I}{S}, \quad (2.26)$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу провідника.

Зв'язок щільності струму з середньою швидкістю  $\langle v \rangle$  направленою руху заряджених частинок:

$$j = Qn\langle v \rangle, \quad (2.27)$$

де  $Q$  – заряд частинки;

$n$  – концентрація заряджених частинок.

Закон Ома:

а) для ділянки кола, що не містить ЕРС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \quad (2.28)$$

де  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола;

$R$  – опір ділянки;

б) для ділянки кола, яке містить ЕРС:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R}, \quad (2.29)$$

де  $\varepsilon$  – ЕРС джерела струму;

$R$  – повний опір ділянки (сума зовнішніх і внутрішніх опорів);

в) для замкнутого (повного) ланцюга:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_i}, \quad (2.30)$$

де  $R$  – зовнішній опір кола;

$R_i$  – внутрішній опір ланцюга.

Закони Кірхгофа:

а) перший закон:

$$\sum I_i = 0, \quad (2.31)$$

де  $\sum I_i$  – алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі;

б) другий закон:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i, \quad (2.32)$$

де  $\sum I_i R_i$  – алгебраїчна сума добутків сил струмів на опору ділянок;

$\sum \varepsilon_i$  – алгебраїчна сума ЕРС.

Опір  $R$  і провідність  $G$  провідника:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \quad G = \frac{\gamma S}{l}, \quad (2.33)$$

де  $\rho$  – питомий опір;

$\gamma$  – питома провідність;

$l$  – довжина провідника;

$S$  – площа поперечного перерізу провідника.

Опір системи провідників:

а) при послідовному з'єднанні:

$$R = \sum R_i; \quad (2.34)$$

б) при паралельному з'єднанні:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}, \quad (2.35)$$

де  $R_i$  – опір  $i$ -го провідника.

Робота струму:

$$A = IUt; \quad A = I^2 Rt; \quad A = \frac{U^2 t}{R}. \quad (2.36)$$

Перша формула справедлива для будь-якої ділянки ланцюга, на кінцях якої підтримується напруга  $U$ , останні дві – для ділянки, що не містить ЕРС.

Потужність струму:

$$P = IU; \quad P = I^2 R; \quad P = \frac{U^2}{R}. \quad (2.37)$$

Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 R t. \quad (2.38)$$

Закон Ома в диференційній формі:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (2.39)$$

де  $\gamma$  – питома провідність;

$\vec{E}$  – напруженість електричного поля;

$\vec{j}$  – щільність струму.

Зв'язок питомої провідності  $\gamma$  з рухливістю  $b$  заряджених частинок (іонів):

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-), \quad (2.40)$$

де  $Q$  – заряд іона;

$n$  – концентрація іонів;

$b_+$  і  $b_-$  – рухливості позитивних і негативних іонів.

## 2.2 Методичні вказівки до розділу «Електростатика. Постійний електричний струм»

У задачах на знаходження напруженості  $E$  електричного поля:

а) поле утворене одним або кількома точковими зарядами. У цьому випадку використовують формули (2.1), (2.2) та принципи суперпозиції електричних полів (формули (2.4));

б) поле утворене зарядами, які рівномірно розподілені по сферичним, циліндричним або плоским поверхням. Тоді застосовують формули (2.6) – (2.8), (2.13), (2.14), відповідно, які виведені за допомогою теореми Остроградського – Гауса. Нескінченно довгим циліндром (або ниткою) можна вважати будь-який реальний циліндр (або нитку) для таких точок, відстань від яких до осі циліндра (нитки) значно менша, ніж до його кінців. Теж саме справедливо для визначення нескінченної площини;

в) якщо заряджене тіло не є ні сферою, ні нескінченно довгим циліндром, ні нескінченною площиною, то для визначення напруженості поля необхідно розбити тіло на нескінченно малі елементи, знайти за формулою (2.5) напруженість  $d\vec{E}$  поля, що створена в цій точці кожним елементом, а потім підсумувати всі елементарні напруженості.

Для обчислення потенціалу поля, яке створене одним або кількома точковими зарядами, застосовують формулу (2.5), а також принцип суперпозиції полів (формула (2.4)).

Під час розрахунку з'єднань конденсаторів слід мати на увазі, що паралельним називається таке з'єднання конденсаторів, при якому на об-

кладинках конденсаторів встановлюється однакова різниця потенціалів, а заряд системи дорівнює сумі зарядів кожного конденсатора окремо. При послідовному з'єднанні таке, при якому заряди конденсаторів рівні між собою, а різниці потенціалів сумуються.

Для обчислення сили струму та щільності струму, а також розрахунку опорів при наявності однорідних провідників застосовують закон Ома в інтегральній (2.28) або диференціальній (2.39) формі.

Застосовуючи закон Ома (2.29) для ділянки ланцюга, що містить ЕРС, необхідно дотримуватися наступних правил:

а) накреслити схему та позначити на ній полюси всіх джерел, а також напрямок струму в ланцюзі (якщо він невідомий, то треба вказати напрямок);

б) ЕРС вважати позитивною на ділянці 1 – 2, якщо вона підвищує потенціал у напрямку від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі вздовж шляху 1 – 2 спочатку зустрічається від'ємний полюс джерела, а потім позитивний.

Під час розв'язку задачі на роботу та потужність електричного струму, слід мати на увазі, що формули (2.36) та (2.38) залишаються виправданими в будь-якому випадку, незалежно від наявності або відсутності ЕРС на даній ділянці.

Закон Джоуля – Ленца у вигляді (2.38) справедливий для постійного струму. Якщо сила струму, в провіднику змінюється, необхідно користуватися диференціальною формою цього закону:

$$dQ = I^2 R dt .$$

### 2.3 Приклади розв'язання задач

**Приклад 1.** Два точкових заряди  $9Q$  і  $-Q$  закріплені на відстані  $l = 50$  см один від одного. Третій заряд  $Q_1$  може переміщатися тільки вздовж прямої, що проходить через заряди. Визначити положення заряду  $Q_1$ , при якому він буде знаходитися в рівновазі. При якому знаку заряду  $Q_1$  рівновага буде стійкою?

*Розв'язок.* Заряд  $Q_1$  знаходиться в рівновазі в тому випадку, якщо геометрична сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю. Це означає, що на заряд  $Q_1$  повинні діяти дві сили, рівні по модулю й протилежні за напрямком. Розглянемо, на якому з трьох ділянок I, II, III (рис. 6) може бути виконана ця умова. Для визначеності будемо вважати, що заряд  $Q_1$  – позитивний.

На ділянці I (рис. 6, а) на заряд  $Q_1$  будуть діяти дві протилежно

спрямовані сили:  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_2$ . Сила  $\vec{F}_1$ , яка діє з боку заряду  $9Q$ , в будь-якій точці цієї ділянки більше сили  $\vec{F}_2$ , яка діє з боку заряду  $-Q$ , тому що

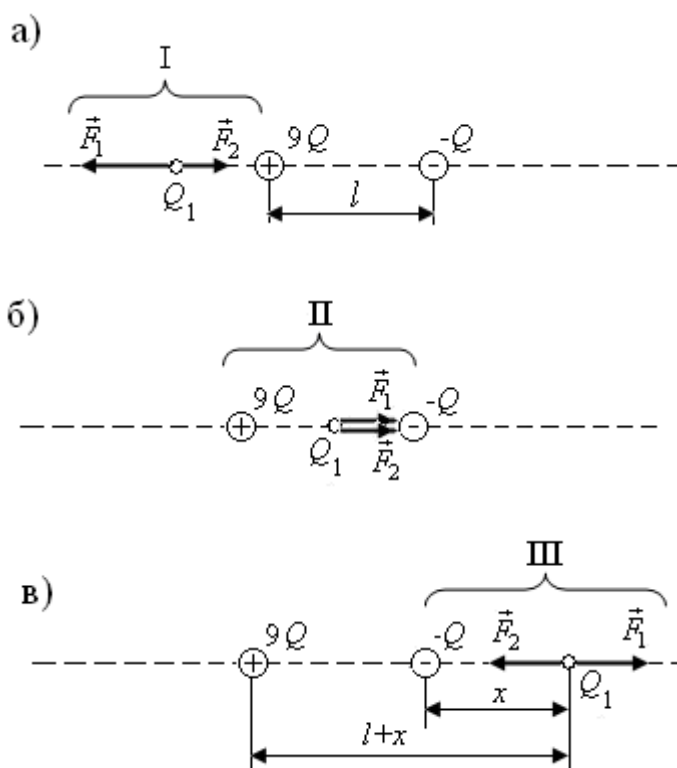


Рисунок 3 – Взаємодія трьох зарядів

більший заряд  $9Q$  знаходиться завжди ближче до заряду  $Q_1$ , чим менший (по модулю) заряд  $-Q$ . Тому рівновага на цій ділянці неможлива.

На ділянці II (рис. 3, б) обидві сили  $\vec{F}_1$  та  $\vec{F}_2$  спрямовані в один бік до заряду  $-Q$ . Отже, і на другій ділянці рівновага неможлива.

На ділянці III (рис. 3, в) сили  $\vec{F}_1$  та  $\vec{F}_2$  спрямовані у протилежні сторони, так само як і на ділянці I, але на відміну від неї менший заряд  $-Q$  завжди знаходиться ближче до заряду  $Q_1$ , чим більший заряд  $9Q$ . Це означає, що можна знайти таку точку на прямій, де сили  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_2$  будуть однакові за модулем, тобто:

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Нехай  $x$  та  $l+x$  – відстань від меншого й більшого зарядів до заряду  $Q_1$ . Виразивши в рівності (1)  $F_1$  та  $F_2$  відповідно до закону Кулона, отримаємо:

$$9Q \cdot Q_1 / 4\pi\epsilon_0 (l+x)^2 = Q \cdot Q_1 / 4\pi\epsilon_0 x^2$$

або

$$l + x = \pm 3x,$$

звідки

$$x_1 = +\frac{l}{2}; \quad x_2 = -\frac{l}{4}.$$

Корінь  $x_2$  не задовольняє фізичній умові завдання (у цій точці сили  $\vec{F}_1$  та  $\vec{F}_2$  хоча й рівні за модулем, але співнаправлені).

Визначимо знак заряду  $Q_1$ , при якому рівновага буде стійкою. Рівновага називається стійкою, якщо при зміщенні заряду від положення рівноваги виникають сили, що повертають його в положення рівноваги. Розглянемо зсув заряду  $Q_1$  у двох випадках: коли заряд позитивний і негативний.

Якщо заряд  $Q_1$  позитивний, то при зміщенні його вліво обидві сили  $F_1$  та  $F_2$  зростають. Оскільки сила  $F_1$  зростає повільніше, то результуюча сила, що діє на заряд  $Q_1$ , буде направлена до тієї ж сторони, до якої зміщений цей заряд, тобто вліво. Під дією цієї сили заряд  $Q_1$  буде віддалятися від положення рівноваги. Те ж відбувається й при зміщенні заряду вправо. Сила  $F_2$  спадає швидше, ніж  $F_1$ . Геометрична сума сил у цьому випадку спрямована вправо. Заряд під дією цієї сили також буде переміщатися вправо, тобто віддалятися від положення рівноваги. Таким чином, у разі позитивного заряду рівновага є нестійкою.

Якщо заряд  $Q_1$  негативний, то його зміщення вліво викличе збільшення сил  $\vec{F}_1$  та  $\vec{F}_2$ , але сила  $\vec{F}_1$  зростає повільніше, ніж  $\vec{F}_2$ , тобто  $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$ . Результуюча сила буде спрямована вправо. Під її дією заряд  $Q_1$  повертається до положення рівноваги. При зсуві  $Q_1$  праворуч сила  $\vec{F}_2$  спадає швидше, ніж  $\vec{F}_1$ , тобто  $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$ , результуюча сила спрямована вліво й заряд  $Q_1$  знову буде повертатися до стану рівноваги. При негативному заряді рівновага є стійкою. Величина самого заряду  $Q_1$  несуттєва.

**Приклад 2.** Три точкових заряди  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1 \text{ нКл}$  розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд  $Q_4$  потрібно помістити в центрі трикутника, щоб зазначена система зарядів перебувала в рівновазі?

*Розв'язок.* Всі три заряди, які розташовані на вершинах трикутника, перебувають в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд слід помістити в центрі трикутника, щоб який-небудь один з трьох зарядів, на-

приклад  $Q_1$ , знаходився в рівновазі. Заряд  $Q_1$  буде знаходитися в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис. 4):

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \quad (1)$$

де  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$  – сили, з якими відповідно діють на заряд  $Q_1$  заряди  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$ ;

$\vec{F}$  – рівнодіюча сил  $\vec{F}_2$  та  $\vec{F}_3$ .

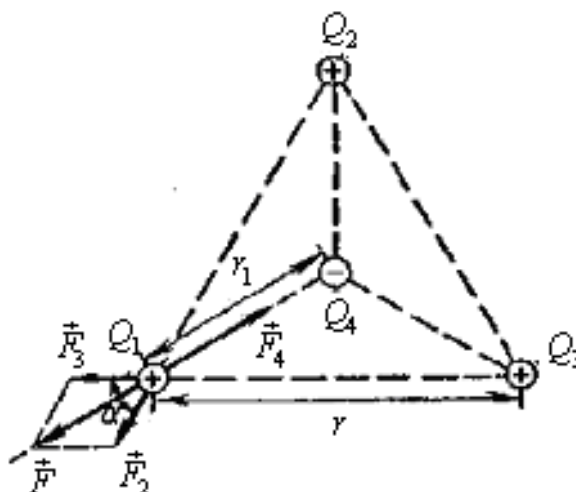


Рисунок 4 – Рівновага системи чотирьох зарядів

Оскільки сили  $\vec{F}$  і  $\vec{F}_4$  направлені по одній прямій в протилежні сторони, то векторну рівність (1) можна замінити скалярною:  $F - F_4 = 0$ , звідки  $F_4 = F$ . Визначив в останньої рівності  $F$  через  $F_2$  і  $F_3$  та враховуючи, що  $F_3 = F_2$ , отримаємо:

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}.$$

Застосувавши закон Кулона й маючи на увазі, що  $Q_2 = Q_3 = Q_1$ , знайдемо:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)},$$

звідки

$$Q_4 = \frac{Q_1^2 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}. \quad (2)$$

З геометричних побудов у рівносторонньому трикутнику випливає, що:

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}; \quad \cos\alpha = \cos 60^\circ = 1/2.$$

З урахуванням цього формула (2) набуде вигляду:

$$Q_4 = Q_1 / \sqrt{3}.$$

Зробимо обчислення:

$$Q_4 = 10^{-9} / \sqrt{3} \text{ Кл} = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} = 577 \text{ пКл}.$$

Слід зазначити, що рівновага системи зарядів буде нестійкою.

**Приклад 3.** Два точкових електричних заряди  $Q_1 = 1$  нКл і  $Q_2 = -2$  нКл знаходяться в повітрі на відстані  $d = 10$  см один від одного. Визначити напруженість  $\vec{E}$  та потенціал  $\phi$  поля, яке створене цими зарядами в точці А, віддаленої від заряду  $Q_1$  на відстань  $r_1 = 9$  см та від заряду  $Q_2$  на  $r_2 = 7$  см.

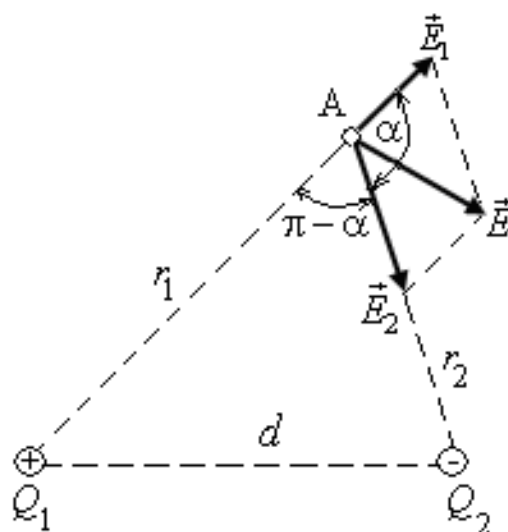
*Розв'язок.* Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від присутності у просторі інших зарядів. Тому напруженість  $\vec{E}$  електричного поля в точці, яку шукаємо може бути знайдена як геометрична сума напруженостей  $\vec{E}_1$  та  $\vec{E}_2$  полів, які створені кожним зарядом окремо:  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Напруженості електричного поля, яке створюється в повітрі ( $\epsilon = 1$ ) зарядами  $Q_1$  та  $Q_2$ :

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор  $\vec{E}_1$  (рис. 5) спрямований по силовій лінії від заряду  $Q_1$ , тому що цей заряд позитивний; вектор  $\vec{E}_2$  направлено також по силовій лінії, але до заряду  $Q_2$ , тому що цей заряд негативний.



Рисунок 5 – Визначення вектора  $\vec{E}$  у точці А

Модуль вектора  $\vec{E}$  знайдемо за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\alpha}, \quad (3)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{E}_1$  і  $\vec{E}_2$ , який може бути знайдений з трикутника зі сторонами  $r_1$ ,  $r_2$  та  $d$ :

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

У даному випадку, щоб уникнути громіздких записів зручно значення  $\cos\alpha$  обчислити окремо:

$$\cos\alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Підставляючи вираз  $E_1$  з (1) і  $E_2$  з (2) в (3) та виносячи загальний множник  $1/(4\pi\epsilon_0)$  за знак кореня, отримаємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha}. \quad (4)$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів потенціал  $\phi$  результуючого поля, яке створене двома зарядами  $Q_1$  та  $Q_2$ , дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (5)$$

Потенціал електричного поля, яке створене у вакуумі точковим зарядом  $Q$  на відстані  $r$  від нього, виражається формулою:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (6)$$

У нашому випадку відповідно до формул (5) і (6) отримаємо:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

або

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right).$$

Зробимо обчислення:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} = \\ &= \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0,09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(0,07)^4} + 2 \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{(0,09)^2 \cdot (0,07)^2}} (-0,238) \text{ В/м} = \\ &= 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 3,58 \text{ кВ/м}; \end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} \left( \frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right) \text{ В} = -157 \text{ В}.$$

**Приклад 4.** По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд  $Q = 40$  нКл з лінійною щільністю  $\tau = 50$  нКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене цим зарядом у точці А, що лежить на осі кільця й віддалена від його центру на відстань, рівну половині радіуса.

*Розв'язок.* Поєднаємо координатну площину  $xOy$  з площиною кільця, а вісь  $Oz$  – з віссю кільця (рис. 6).

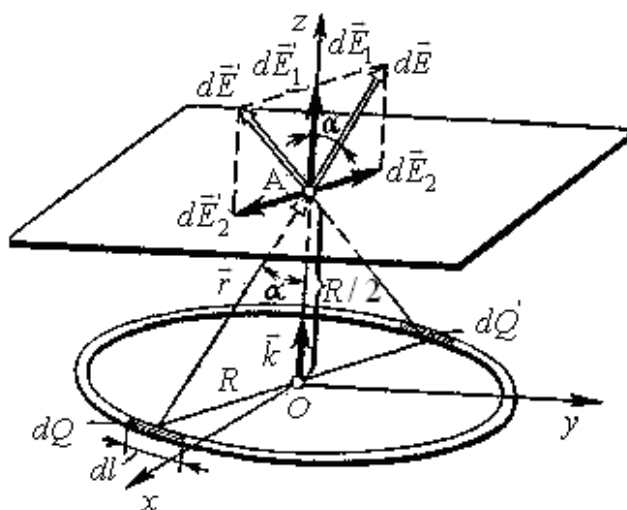


Рисунок 6 – Визначення вектора  $\vec{E}$  у точці А

На кільці виділимо малу ділянку довжиною  $dl$ . Так як заряд  $dQ = \tau dl$ , що знаходиться на цій ділянці можна вважати точковим, то напруженість  $d\vec{E}$  електричного поля, яке створене цим зарядом, може бути записана у вигляді:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, спрямований від елемента  $dl$  до точки А.

Розкладемо вектор  $d\vec{E}$  на дві складові:  $d\vec{E}_1$ , перпендикулярно площині кільця (співнапрявлену з віссю Oz), і  $d\vec{E}_2$ , паралельну площині кільця (площині xOy), тобто:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2.$$

Напруженість  $\vec{E}$  електричного поля в точці А знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_L \vec{E}_1 + \int_L \vec{E}_2,$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах зарядженого кільця. Зауважимо, що для кожної пари зарядів  $dQ$ , та  $dQ'$  ( $dQ = dQ'$ ), розташованих симетрично щодо центру кільця, вектори  $d\vec{E}_2$  та  $d\vec{E}_2'$  в точці А рівні за модулем й протилежні за напрямком:  $d\vec{E}_2 = -d\vec{E}_2'$ . Тому векторна сума (ін-

теграл)  $\int_L d\vec{E}_2 = 0$ . Оскільки складові  $d\vec{E}_1$  для всіх елементів кільця співна-  
 прямлені з віссю Oz (одичним вектором  $\vec{k}$ ), тобто  $d\vec{E}_1 = \vec{k}dE_1$ ,  
 тоді

$$\vec{E} = \vec{k} \int_L dE_1.$$

Так як

$$dE_1 = dE \cos \alpha; \quad dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

$$r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5}R/2; \quad \cos \alpha = (R/2)r = 1/\sqrt{5},$$

то

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}} dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Таким чином:

$$\vec{E} = \vec{k} \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2} = \vec{k} \frac{2\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 R}.$$

Зі співвідношення  $Q = 2\pi R\tau$  визначимо радіус кільця:

$$R = Q / (2\pi\tau).$$

тоді

$$\vec{E} = \vec{k} \frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q} = \vec{k} \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q}.$$

Модуль напруженості:

$$|\vec{E}| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q}. \quad (1)$$

Перевіримо, чи дає права частина отриманої рівності одиницю напруженості (В/м):

$$\frac{[\tau^2]}{[\varepsilon_0][Q]} = \frac{(1 \text{ Кл/м})^2}{1 \text{ Ф/м} \cdot 1 \text{ Кл}} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ В/м}.$$

Виразимо фізичні величини, що входять до формули (1), в одиницях СІ ( $\tau = 5 \cdot 10^{-8}$  Кл/м,  $Q = 4 \cdot 10^{-8}$  Кл,  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м) і зробимо обчислення:

$$E = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-8}} \text{ В/м} = 7,92 \text{ кВ/м}.$$

**Приклад 5.** Дві концентричні провідні сфери радіусами  $R_1 = 6$  см і  $R_2 = 10$  см несуть відповідно заряди  $Q_1 = 1$  нКл і  $Q_2 = -0,5$  нКл. Знайти напруженість  $E$  поля в точках, віддалених від центру сфер на відстанях  $r_1 = 5$  см,  $r_2 = 9$  см,  $r_3 = 15$  см. Побудувати графік  $E(r)$ .

*Розв'язок.* Зауважимо, що точки, в яких потрібно знайти напруженості електричного поля, лежать у трьох областях (рис. 7): області I ( $r_1 < R_1$ ), області II ( $R_1 < r_2 < R_2$ ), області III ( $r_3 > R_2$ ).

1. Для визначення напруженості  $E_1$  в області I проведемо гауссову поверхню  $S_1$  радіусом  $r_1$  і скористаємося теоремою Остроградського – Гауса:

$$\Phi_E = \oint_{S_1} E_n dS = 0,$$

(оскільки сумарний заряд, що знаходиться всередині гауссової поверхні, дорівнює нулю). З міркувань симетрії  $E_n = E_1 = \text{const}$ .

Відтак,  $\Phi_E = 0$  та  $E_1$  (напруженість поля в області I) в усіх точках, які відповідають умові  $r_1 < R_1$ , буде дорівнювати нулю.

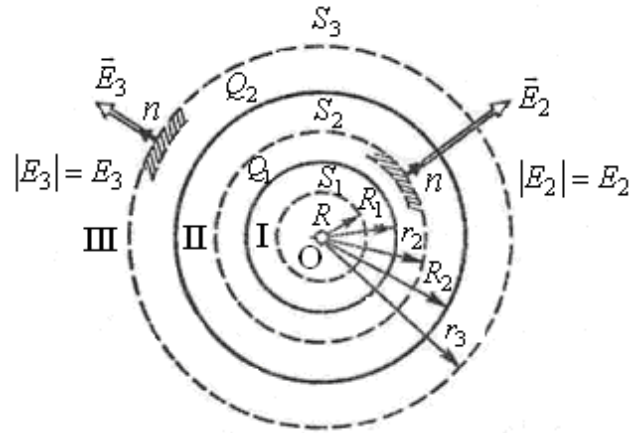


Рисунок 7 – Гауссові поверхні для двох концентричних сфер

2. В області II гауссову поверхню проведемо радіусом  $r_2$ . У цьому випадку (діелектричну проникність  $\epsilon$  середовища будемо вважати рівною одиниці (вакуум)):

$$\Phi_E = Q_1 / \epsilon_0,$$

(оскільки всередині гауссової поверхні знаходиться тільки заряд  $Q_1$ ).

Так як  $E_n = E = const$ , то  $E$  можна винести за знак інтеграла:

$$\Phi_E = Q_1 / \epsilon_0 \quad \text{або} \quad ES_2 = Q_1 / \epsilon_0.$$

Позначивши напруженість  $E$  для області II через  $E_2$ , отримаємо:

$$E_2 = Q_1 / (\epsilon_0 S_2),$$

де  $S_2 = 4\pi r_2^2$  – площа гауссової поверхні, тоді:

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (1)$$

3. В області III гауссова поверхня проводиться радіусом  $r_3$ . Позначимо напруженість  $E$  області III через  $E_3$  та врахуємо, що в цьому випадку гауссову поверхню охоплює обидві сфери і, отже, сумарний заряд буде дорівнювати  $Q_1 + Q_2$ , тоді:

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}.$$

Помітивши, що  $Q_2 < 0$ , цей вираз можна переписати у вигляді:

$$E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}. \quad (2)$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності (1) і (2) дає одиницю напруженості:

$$\frac{|Q|}{|\epsilon_0| r^2} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф/м} \cdot 1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ В/м}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ ( $Q_1 = 10^{-9}$  Кл,  $Q_2 = -0,5 \cdot 10^{-9}$  Кл;  $r_1 = 0,09$  м;  $r_2 = 0,15$  м;  $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$  м/Ф) та зробимо обчислення:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{(0,09)^2} \text{ В/м} = 1,11 \text{ кВ/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0,5)10^{-9}}{(0,15)^2} \text{ В/м} = 200 \text{ В/м}.$$

Побудуємо графік  $E(r)$ . В області I ( $r_1 > R_1$ )  $E = 0$ . В області II ( $R_1 \leq r < R_2$ )  $E_2(r)$  змінюється за законом  $1/r^2$ . У точці  $r = R_1$  напруженість  $E_2(R_1) = Q_1 / (4\pi\epsilon_0 R_1^2) = 2,5$  кВ/м. У точці  $r = R_2$  ( $r$  прагне до  $R_2$  зліва)  $E_2(R_2) = Q_1 / (4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 0,9$  кВ/м. В області III ( $r > R_2$ )  $E_3(r)$  змінюється за законом  $1/r^2$ , причому в точці  $r = R_2$  ( $r$  прагне до  $R_2$  праворуч)  $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|) / (4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 0,45$  кВ/м. Таким чином, функція  $E(r)$  у точках  $r = R_1$  та  $r = R_2$  зазнає розрив.

Графік залежності  $E_r$  представлений на рис. 8.

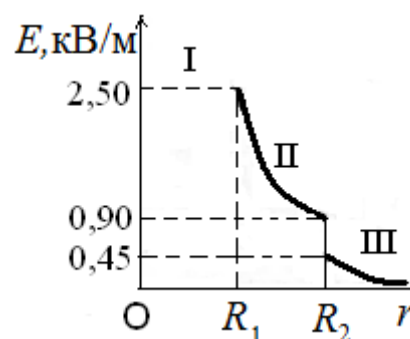


Рисунок 8 – Графік залежності  $E(r)$

**Приклад 6.** Точковий заряд  $Q = 25$  нКл перебуває в полі, яке створене прямим нескінченним циліндром радіусом  $R = 1$  см, рівномірно зарядженим з поверхневою щільністю  $\sigma = 0,2$  нКл/см<sup>2</sup>. Визначити силу  $\vec{F}$ , яка діє на заряд, якщо його відстань від осі циліндра  $r = 10$  см.

*Розв'язок.* Значення сили  $\vec{F}$ , яка діє на точковий заряд  $Q$ , що знаходиться в полі, визначається за формулою:

$$F = QE, \quad (1)$$

де  $E$  – напруженість поля.

Як відомо, напруженість поля нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (2)$$

де  $\tau$  – лінійна щільність заряду.

Виразимо лінійну щільність  $\tau$  через поверхневу щільність  $\sigma$ . Для цього виділимо елемент циліндра довжиною  $l$  і виразимо заряд, що знаходиться на ньому  $Q$ , двома способами:  $Q = \sigma S = \sigma 2\pi R l$ ;  $Q = \tau l$ . Прирівнявши праві частини цих формул і скоротивши отриману рівність на  $l$ , знайдемо  $\tau = 2\pi R \sigma$ . З урахуванням цього формула (2) набуде вигляду:  $E = R\sigma / (\epsilon_0 r)$ . Підставивши вираз  $E$  в (1), отримаємо:

$$F = \frac{Q\sigma R}{\epsilon_0 r}.$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \text{ Н} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Сила  $\vec{F}$  співнапрявлена з напруженістю  $\vec{E}$ , яка в силу симетрії (циліндр нескінченно довгий) перпендикулярна поверхні циліндра.

**Приклад 7.** По тонкій нитці, яка зігнута по дузі кола, рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю  $\tau = 10$  нКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  та потенціал  $\phi$  електричного поля, яке створене таким розподілений зарядом у точці, яка співпадає з центром кривизни дуги. Довжина  $l$  нитки становить  $1/3$  довжини кола й дорівнює 15 см.



*Розв'язок.* Виберемо осі координат так, щоб початок координат співпадав з центром кривизни дуги, а вісь  $Oy$  була б симетрично розташована щодо кінців дуги (рис. 9). На нитці виділимо елемент довжини  $dl$ . Заряд  $dQ = \tau dl$ , що знаходиться на виділеній ділянці, можна вважати точковим.

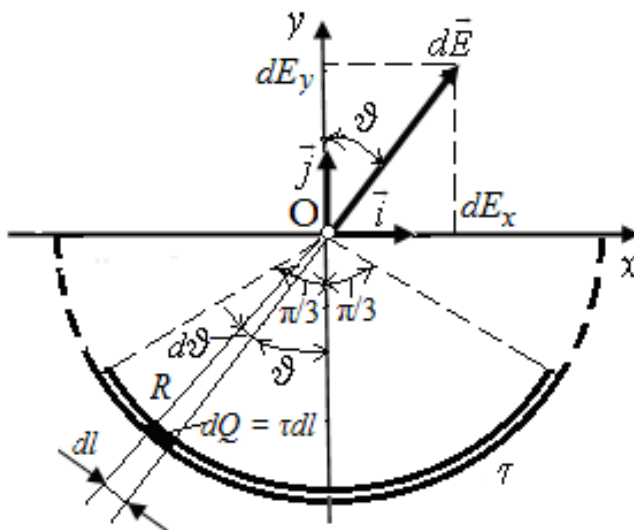


Рисунок 9 – Напруженість  $d\vec{E}$  поля, яке створене зарядом  $dQ$

Визначимо напруженість електричного поля в точці  $O$ . Для цього знайдемо спочатку напруженість  $d\vec{E}$  поля, створюваного зарядом  $dQ$ :

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор, спрямований від елемента  $dl$  до точки, в якій обчислюється напруженість.

Виразимо вектор  $d\vec{E}$  через проєкції  $dE_x$  і  $dE_y$  на осі координат:

$$d\vec{E} = \vec{i}dE_x + \vec{j}dE_y,$$

де  $\vec{i}$  і  $\vec{j}$  – одиничні вектори напрямків (орти).

Напруженість  $\vec{E}$  знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i} \int_l dE_x + \vec{j} \int_l dE_y.$$

Інтегрування ведеться вздовж дуги довжиною  $l$ . У силу симетрії  $\int_l dE_x = 0$ , тоді:

$$\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y, \quad (1)$$

де  $dE_y = dE \cos\vartheta = \tau dl \cos\vartheta / (4\pi\epsilon_0 r^2)$ . Так як  $r = R = const$ ;  $dl = R d\vartheta$ , то:

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\vartheta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\vartheta d\vartheta.$$

Підставимо вираз  $dE_y$  в (1) і, прийнявши до уваги симетричне розташування дуги щодо осі  $Oy$ , межі інтегрування візьмемо від  $0$  до  $\pi/3$ , а результат подвоїмо:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos\vartheta d\vartheta = j \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \sqrt{3} / 2. \quad (2)$$

Виразимо радіус  $R$  через довжину  $l$  нитки ( $3l = 2\pi R$ ), отримаємо:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}.$$

З цієї формули видно, що напруженість поля у напрямку збігається з віссю  $Oy$ .

Знайдемо потенціал електричного поля в точці  $O$ . Спочатку знайдемо потенціал  $d\varphi$ , який створений точковим зарядом  $dQ$  у точці  $O$ :

$$d\varphi = \tau dl / (4\pi\epsilon_0 r).$$

Замінімо  $r$  на  $R$  і проведемо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Так як  $l = 2\pi R / 3$ , то:

$$\varphi = \tau / (6\epsilon_0). \quad (3)$$

Зробимо обчислення за формулами (2) та (3):

$$E = \frac{10^{-8} \cdot 1,73}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15} \text{ В/м} = 2,18 \text{ кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 188 \text{ В}.$$

**Приклад 8.** На тонкому стрижні довжиною  $l$  рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю  $\tau = 10$  нКл/м. Знайти потенціал  $\varphi$ , створений розподіленим зарядом у точці А, яка розташована на осі стрижня та віддаленої від його найближчого кінця на відстань  $l$ .

*Розв'язок.* У задачі розглядається поле, яке створене розподіленим зарядом. У цьому випадку діють наступним чином. На стрижні виділяють малу ділянку довжиною  $dx$ . Тоді на цій ділянці буде зосереджений заряд  $dQ = \tau dx$ , який можна вважати точковим. Потенціал  $d\varphi$ , який створений цим точковим зарядом у точці А (рис. 10), можна визначити за формулою:

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

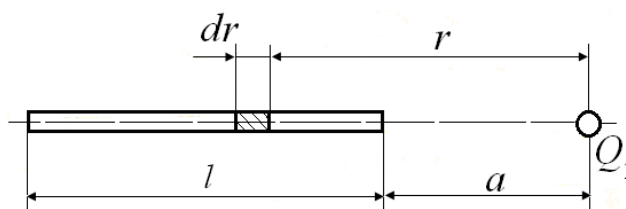


Рисунок 10 – Визначення потенціалу  $d\varphi$  у точці А

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, потенціал електричного поля, яке створене зарядженим стрижнем у точці А, знайдемо інтегрування цього виразу:

$$\varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x}.$$

Зробимо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_l^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в СІ ( $\tau = 10 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}$ ;  $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$ ) і зробимо обчислення:

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0,693 \text{ В} = 62,4 \text{ В}.$$

**Приклад 9.** На пластинах плоского конденсатора знаходиться заряд  $Q = 10 \text{ нКл}$ . Площина  $S$  кожної пластини конденсатора дорівнює  $100 \text{ см}^2$ , діелектрик – повітря. Визначити силу  $F$ , з якою притягуються пластини. Поле між пластинами вважати однорідним.

*Розв'язок.* Заряд  $Q$  однієї пластини перебуває в полі напруженості  $E$ , яке створене зарядом іншої пластини конденсатора. Відтак, на перший заряд діє сила (рис. 11):

$$F = QE. \quad (1)$$

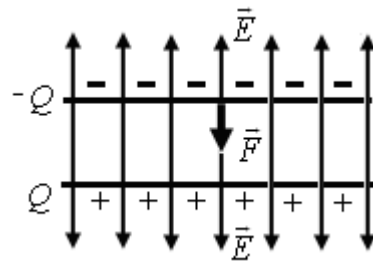


Рисунок 11 – Визначення сили  $F$ , з якою притягуються пластинки

Оскільки:

$$E = \sigma / (2\epsilon_0) = Q / (2\epsilon_0 S),$$

де  $\sigma$  – поверхнева щільність заряду пластини, то формула (1) набуде вигляду:

$$F = Q^2 / (2\epsilon_0 S).$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} \text{ Н} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

**Приклад 10.** Електричне поле створене довгим циліндром радіусом  $R = 1 \text{ см}$ , рівномірно зарядженим з лінійною щільністю  $\tau = 20 \text{ нКл/м}$ . Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на

відстані  $a_1 = 0,5$  см та  $a_2 = 2$  см від поверхні циліндра, в середній його частині.

*Розв'язок.* Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля й зміною потенціалу:  $\vec{E} = -grad\varphi$ . Для поля з осью симетрії, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у вигляді:

$$E = -d\varphi / dr \quad \text{або} \quad d\varphi = -E dr.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, віддалених на відстанях  $r_1$  та  $r_2$  від осі циліндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1)$$

Оскільки циліндр довгий і точки взяті поблизу його середньої частини, то для вираження напруженості поля можна скористатися формулою напруженості поля, яке створене нескінченно довгим циліндром:

$$E = \tau / (2\pi\epsilon_0 r).$$

Підставивши вираз  $E$  в (1), отримаємо:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

або

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\tau / 2\pi\epsilon_0) \ln(r_2 / r_1). \quad (2)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що величини  $r_1$  та  $r_2$ , які входять до формули (2) у вигляді відношення, можна виразити у сантиметрах ( $r_1 = R + a_1 = 1,5$  см;  $r_2 = R + a_2 = 3$  см):

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \ln(3/1,5) = \\ &= 3,6 \cdot 10^2 \cdot 2,3 \ln 2 \text{ В} = 250 \text{ В}. \end{aligned}$$

**Приклад 11.** Електричне поле створюється двома зарядами  $Q_1 = 4$  мкКл і  $Q_2 = -2$  мкКл, що знаходяться на відстані  $a = 0,1$  м один від одного. Визначити роботу  $A_{1,2}$  сил поля з переміщення заряду  $Q = 50$  нКл з точки 1 в точку 2 (рис. 12).

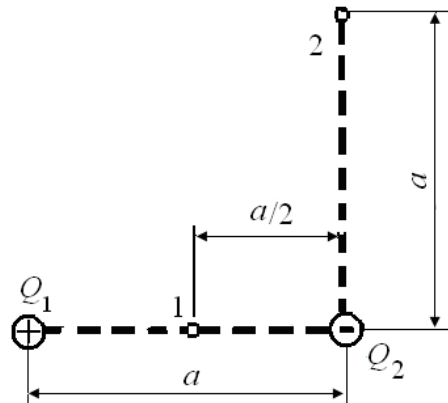


Рисунок 12 – Розташування точок 1 та 2

*Розв'язок.* Для визначення роботи  $A_{1,2}$  сил поля скористаємося співвідношенням:

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Застосовуючи принцип суперпозиції електричних полів, визначимо потенціали  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$  точок 1 і 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a},$$

тоді

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ 2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2) \right]$$

або

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ Q_1 \left( 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + Q_2 \right].$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю роботи (Дж):

$$\frac{[Q][Q_1]}{[\epsilon_0][a]} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Кл}}{1 \text{ Ф/м} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Кл} = 1 \text{ Дж}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в СІ ( $Q = 50 \cdot 10^{-9}$  Кл;  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$  Кл;  $Q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл;  $a = 0,1$  м;  $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$  м/Ф) і зробимо обчислення:

$$A_{1,2} = \frac{50 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \left[ 4(2 - 1/\sqrt{2}) - 2 \right] \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 14,3 \text{ мДж}.$$

**Приклад 12.** Визначити прискорюючу різницю потенціалів  $U$ , яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкість  $v_1 = 10^6$  м/с, щоб швидкість його зросла у  $n = 2$  рази.

*Розв'язок.* Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, обчисливши роботу  $A$  сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком елементарного заряду  $e$  на різницю потенціалів  $U$ :

$$A = eU. \quad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

де  $T_1$  та  $T_2$  – кінетична енергія електрона до й після проходження прискорюючого поля;

$m$  – маса електрона;

$v_1$  і  $v_2$  – його початкова та кінцева швидкості.

Прирівнявши праві частини рівностей (1) і (2), отримаємо:

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

де  $n = v_2 / v_1$ .

Звідси така різниця потенціалів:

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

Зробимо обчислення:

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{ В} = 8,53 \text{ В.}$$

**Приклад 13.** Конденсатор ємністю  $C_1 = 3$  мкФ був заряджений до різниці потенціалів  $U_1 = 40$  В. Після відключення від джерела струму конденсатор з'єднали паралельно з іншим незарядженим конденсатором ємністю  $C_2 = 5$  мкФ. Яка енергія  $W'$  витратиться на утворення іскри в момент приєднання другого конденсатора?

*Розв'язок.* Енергія, яка витрачена на утворення іскри:

$$W' = W_1 - W_2, \quad (1)$$

де  $W_1$  – енергія, яку мав перший конденсатор до приєднання до нього другого конденсатора;

$W_2$  – енергія, яку має батарея, складена з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора визначається за формулою:

$$W = 1/2 CU^2, \quad (2)$$

де  $C$  – ємність конденсатора або батареї конденсаторів.

Виразимо у формулі (1) енергії та  $W_2$  за формулою (2) і, взявши до уваги, що загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів, отримаємо:

$$W' = 1/2 C_1 U_1^2 - 1/2 (C_1 + C_2) U_2^2, \quad (3)$$

де  $U_2$  – різниця потенціалів на затискачах батареї конденсаторів.

Враховуючи, що заряд після приєднання другого конденсатора залишається тим самим, виразимо різницю потенціалів  $U_2$  наступним чином:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \quad (4)$$

Підставивши вираз  $U_2$  в (3), знайдемо:

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}$$



або

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Зробимо обчислення:

$$W' = \frac{1}{2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1,5 \text{ мДж}.$$

**Приклад 14.** Потенціометр опором  $R = 100$  Ом підключений до батареї з ЕРС  $\varepsilon = 150$  В і внутрішнім опором  $R_i = 50$  Ом. Визначити: 1) показання вольтметра опором  $R_v = 500$  Ом, сполученого з однією з клем потенціометра й рухомих контактом, встановленим посередині потенціометра; 2) різницю потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключенні вольтметра.

*Розв'язок.* 1. Показання вольтметра, підключеного до точок А і В (рис. 13), визначимо за формулою:

$$U_1 = I_1 R_1,$$

де  $R_1$  – опір паралельно з'єднаних вольтметра й половини потенціометра;

$I_1$  – сумарна сила струму в гілках цього з'єднання (вона дорівнює силі струму в нерозгалуженій частині ланцюга).

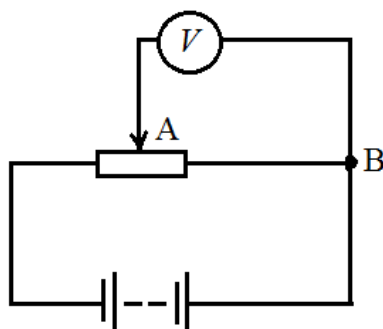


Рисунок 13 – Електрична схема

Силу струму  $I_1$  знайдемо за законом Ома для повного кола:

$$I_1 = \varepsilon / (R_e + R_i), \quad (1)$$

де  $R_e$  – опір зовнішнього ланцюга. Цей опір є сумою двох опорів:

$$R_e = R / 2 + R_1. \quad (2)$$

Опір  $R_1$  знайдемо за формулою паралельного з'єднання провідників  
 $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R/2}$ , звідки:

$$R_1 = \frac{RR_v}{R + 2R_v}.$$

Підставивши в (1) вираз  $R_e$  по (2), знайдемо:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

У даному випадку рішення задачі в загальному вигляді було б громіздким. Тому зручно обчислення величин провести окремо:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} \text{ Ом} = 45,5 \text{ Ом};$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} \text{ А} = 1,03 \text{ А};$$

$$U_1 = 1,03 \cdot 45 \cdot 5 \text{ В} = 46,9 \text{ В}.$$

Різниця потенціалів між точками А і В при відключеному вольтметрі дорівнює добутку струму  $I_2$  на половину опору потенціометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \quad (3)$$

де  $I_2$  – сила струму в ланцюзі при відключеному вольтметрі. Її визначимо за формулою:

$$I_2 = \varepsilon / (R + R_i).$$

Підставивши вираз  $I_2$  в (3), знайдемо:

$$U_2 = \varepsilon R / 2(R + R_i).$$

Зробимо обчислення:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \frac{100}{2} \text{ В} = 50 \text{ В}.$$

**Приклад 15.** Сила струму в провіднику опором  $R = 20$  Ом наростає протягом часу  $\Delta t = 2$  с за лінійним законом від  $I_0 = 0$  до  $I = 6$  А (рис.14). Визначити теплоту  $Q_1$ , яка виділилася в цьому провіднику за першу секунду, і  $Q_2$  – за другу, а також знайти відношення  $Q_2 / Q_1$ .

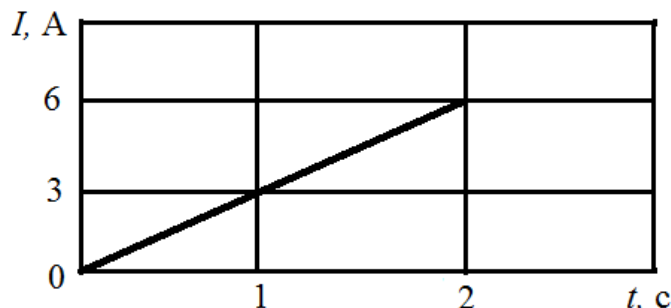


Рисунок 14 – Графік  $I(t)$

*Розв'язок.* Закон Джоуля – Ленца у вигляді  $Q = I^2 R t$  справедливий для постійного струму ( $I = const$ ). Якщо сила струму в провіднику змінюється, то зазначений закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу й записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Тут сила струму  $I$  є деякою функцією часу. У даному випадку:

$$I = kt, \quad (2)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ А/с} = 3 \text{ А/с}.$$

З урахуванням (2) формула (1) набуде вигляду:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за кінцевий інтервал часу  $\Delta t$ , вираз (3) треба проінтегрувати в межах від  $t_1$  до  $t_2$ :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Зробимо обчислення:

$$Q_1 = (1/3) \cdot 3^2 \cdot 20(1-0) \text{ Дж} = 60 \text{ Дж};$$

$$Q_2 = (1/3) \cdot 3^2 \cdot 20(8-1) \text{ Дж} = 420 \text{ Дж}.$$

Відтак:

$$Q_2 / Q_1 = 420 / 60 = 7,$$

тобто за другу секунду виділиться теплоти в сім разів більше, ніж за першу.

## 2.4 Задачі для контрольної роботи

**201.** Точкові заряди  $Q_1 = 20$  мкКл,  $Q_2 = -10$  мкКл знаходяться на відстані  $d = 5$  см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, яка віддалена на  $r_1 = 3$  см від першого й на  $r_2 = 4$  см від другого заряду, визначте також силу  $\vec{F}$ , діючу в цій точці на точковий заряд  $Q = 1$  мкКл.

**202.** Три однакових точкових заряди  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$  нКл знаходяться у вершинах рівностороннього трикутника зі сторонами  $a = 10$  см. Визначити модуль і напрямок сили  $\vec{F}$ , яка діє на один із зарядів з боку двох інших.

**203.** Два позитивних точкових заряди  $Q$  і  $9Q$  закріплені на відстані  $d = 100$  см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, що проходить через заряди, слід помістити третій заряд так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення зарядів можливі тільки вздовж прямої, що проходить через закріплені заряди.

**204.** Дві однаково заряджені кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут  $\alpha$ . Кульки занурюють в олію. Яка щільність  $\rho$  олії, якщо кут розбіжності ниток при зануренні у масло залишається незмінним? Щільність матеріалу кульок  $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , діелектрична проникність олії  $\epsilon = 2,2$ .

**205.** Чотири однакових заряду  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$  нКл закріплені у верхівках квадрата зі стороною  $a = 10$  см. Знайти силу  $\vec{F}$ , яка діє на один з цих зарядів з боку решти трьох.

**206.** Точкові заряди  $Q_1 = 30$  мкКл і  $Q_2 = -20$  мкКл знаходяться на відстані  $d = 20$  см один від одного. Визначити напруженість електричного

поля  $\vec{E}$  в точці, яка віддалена від першого заряду на відстань  $r_1 = 30$  см, а від другого – на  $r_2 = 15$  см.

**207.** У верхівках правильного трикутника зі стороною  $a = 10$  см знаходяться заряди  $Q_1 = 10$  мкКл,  $Q_2 = 20$  мкКл і  $Q_3 = 30$  мкКл. Визначити силу  $\vec{F}$ , яка діє на заряд  $Q_1$  з боку двох інших зарядів.

**208.** У верхівках квадрата знаходяться однакові заряди  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$  Кл. Який негативний заряд  $Q$  потрібно помістити в центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була врівноважена силою тяжіння від'ємного заряду?

**209.** На відстані  $d = 20$  см знаходяться два точкових заряди:  $Q_1 = -50$  нКл та  $Q_2 = 100$  нКл. Визначити силу  $\vec{F}$ , яка діє на заряд  $Q_3 = -10$  нКл, віддалений від обох зарядів на однакову відстань, яка дорівнює  $d$ .

**210.** Відстань  $d$  між двома точковими зарядами  $Q_1 = 2$  нКл та  $Q_2 = 4$  нКл дорівнює 60 см. Визначити точку, в яку потрібно помістити третій заряд  $Q_3$  так, щоб система зарядів перебувала в рівновазі. Визначити заряд  $Q_3$  та його знак. Стійкою або нестійкою буде рівновага?

**211.** Тонкий стрижень довжиною  $l = 20$  см несе рівномірно розподілений заряд  $\tau = 0,1$  мкКл. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці А, що лежить на осі стрижня на відстані  $a = 20$  см від його кінця.

**212.** По тонкому півкільцю радіуса  $R = 10$  см рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю  $\tau = 1$  мкКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці О, що збігається з центром кільця.

**213.** Тонке кільце несе розподілений заряд  $Q = 0,2$  мкКл. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці А, рівновіддаленою від усіх точок кільця на відстань  $r = 20$  см. Радіус кільця  $R = 10$  см.

**214.** Третина тонкого кільця радіуса  $R = 10$  см несе розподілений заряд  $Q = 50$  нКл. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці О, що збігається з центром кільця.

**215.** Нескінченний тонкий стрижень, обмежений з одного боку, несе рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю  $\tau = 0,5$  мкКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці А, що лежить на осі стрижня на відстані  $a = 20$  см від його початку.

**216.** По тонкому кільцю радіусом  $R = 20$  см рівномірно розподілений з лінійною щільністю  $\tau = 0,2$  мкКл/м заряд. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці, що знаходиться на осі кільця на відстані  $h = 2R$  від центру.

**217.** По тонкому півкільцю рівномірно розподілений заряд  $Q = 20$  мкКл з лінійною щільністю  $\tau = 0,1$  мкКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

**218.** Чверть тонкого кільця радіусом  $R = 10$  см несе рівномірно розподілений заряд  $Q = 0,05$  мкКл. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

**219.** По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд  $Q = 10$  нКл з лінійною щільністю  $\tau = 0,01$  мкКл/м. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці  $A$ , що лежить на осі кільця й віддаленої від його центру на відстань, рівну радіусу кільця.

**220.** Дві третини тонкого кільця радіусом  $R = 10$  см несуть рівномірно розподілений з лінійною щільністю  $\tau = 0,2$  мкКл/м заряд. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, яке створене розподіленим зарядом у точці  $O$ , що збігається з центром кільця.

**221.** На двох концентричних сферах радіусом  $R$  та  $2R$  рівномірно розподілені заряди з поверхневими щільностями  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  (рис. 15). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського – Гауса, знайти залежність  $E(r)$  напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: I, II і III. Прийняти  $\sigma_1 = 4\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ ; 2) обчислити напруженість в точці, яка віддалена від центру на відстань  $r$ , і вказати напрям вектора  $\vec{E}$ . Прийняти  $\sigma = 0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>;  $r = 1,5R$ ; 3) побудувати графік  $E(r)$ .

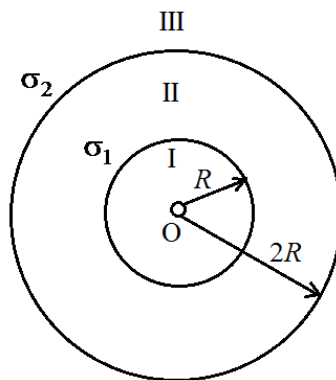


Рисунок 15 – Области I, II і III

**222.** Див. умову задачі **221**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = -\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>;  $r = 3$ .

**223.** Див. умову задачі **221**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = -4\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 50$  нКл/м<sup>2</sup>;  $r = 1,5R$ .

**224.** Див. умову задачі **221**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = -2\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>;  $r = 3R$ .

**225.** На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневими щільностями  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  (рис. 16). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського – Гауса й принцип суперпозиції електричних полів, знайти вираз  $E(x)$  напруженості електричного поля в трьох областях: I, II і III. Прийняти  $\sigma_1 = 2\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ ; 2) обчислити напруженість  $E$  поля в точці, яка розташована ліворуч від площин, і вказати напрямок вектора  $\vec{E}$ ; 3) побудувати графік  $E(x)$ .

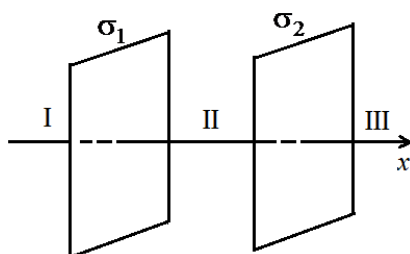


Рисунок 16 – Система двох паралельних пластин з поверхневими щільностями  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$

**226.** Див умову задачі **225**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = -4\sigma$ ;  $\sigma_2 = 2\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 40$  нКл/м<sup>2</sup> і точку розташувати між площинами.

**227.** Див. умову задачі **225**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = -2\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 20$  нКл/м<sup>2</sup> і точку розташувати праворуч від площин.

**228.** На двох коаксіальних нескінченних циліндрах радіусами  $R$  і  $2R$  рівномірно розподілені заряди з поверхневими щільностями  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  (рис. 17).

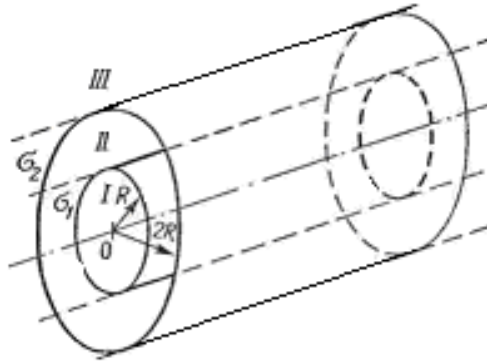


Рисунок 17 – Система двох коаксіальних циліндрів з поверхневими щільностями  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$

Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського – Гауса: знайти залежність  $E(r)$  напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: I, II і III. Прийняти  $\sigma_1 = -2\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ ; 2) обчислити напруженість  $E$  в точці, віддаленій від осі циліндрів на відстань  $r$ , і вказати напрямок вектора  $\vec{E}$ . Прийняти  $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$ ;  $r = 1,5 R$ ; 3) побудувати графік  $E(r)$ .

**229.** Див. умову задачі **228**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = -\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$ ;  $r = 3R$ .

**230.** Див. умову задачі **228**. У п. 1 прийняти  $\sigma_1 = -\sigma$ . У п. 2 прийняти  $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$ ;  $r = 4R$ .

**231.** Два точкових заряди  $Q_1 = 6 \text{ нКл}$  і  $Q_2 = 3 \text{ нКл}$  знаходяться на відстані  $d = 60 \text{ см}$  один від одного. Яку роботу необхідно зробити зовнішнім силам, щоб зменшити відстань між зарядами вдвічі?

**232.** Електричне поле створене зарядженою провідною кулею, потенціал  $\phi$  якої  $300 \text{ В}$ . Визначити роботу сил поля з переміщення заряду  $Q = 0,2 \text{ мкКл}$ , з точки 1 в точку 2 (рис. 18).

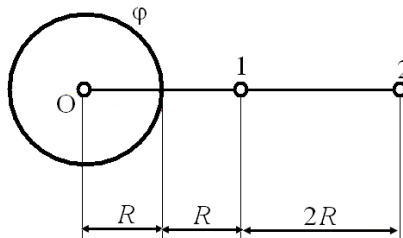


Рисунок 18 – Визначення точок 1 і 2 в електричному полі кулі

**233.** Електричне поле створене зарядами  $Q_1 = 2 \text{ мкКл}$  та  $Q_2 = -2 \text{ мкКл}$ , що знаходяться на відстані  $a = 10 \text{ см}$  один від одного. Ви-



значити роботу сил поля здійснену при переміщенні заряду  $Q = 0,5$  мкКл з точки 1 в точку 2 (рис. 19).

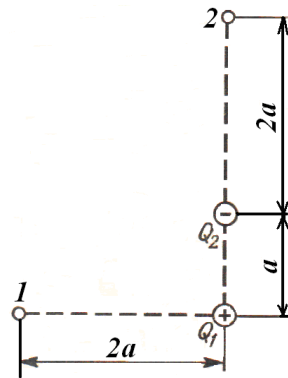


Рисунок 19 – Розташування точок 1 і 2 в електронному полі зарядів  $Q_1$  та  $Q_2$

**234.** Дві паралельні заряджені площини, поверхневі щільності заряду яких  $\sigma_1 = 2$  мкКл/м<sup>2</sup> і  $\sigma_2 = -0,8$  мкКл/м<sup>2</sup>, знаходяться на відстані  $d = 0,6$  см один від одного. Визначити різницю потенціалів  $U$  між площинами.

**235.** Диполь з електричним моментом  $p = 100$  пКл·м вільно встановився в однорідному електричному полі напруженістю  $E = 200$  кВ/м. Визначити роботу зовнішніх сил, яку необхідно здійснити для повороту диполя на кут  $\alpha = 180^\circ$ .

**236.** Чотири однакових краплі ртуті, заряджених до потенціалу  $\phi = 10$  В, зливаються в одну. Який потенціал  $\phi_1$  краплі, що утворилася?

**237.** Тонкий стрижень зігнутий в кільце радіусом  $R = 10$  см. Він рівномірно заряджений з лінійною щільністю заряду  $\tau = 800$  нКл/м. Визначити потенціал  $\phi$  в точці, розташованій на осі кільця на відстані  $h = 10$  см від його центру.

**238.** Поле утворено точковим диполем з електричним моментом  $p = 200$  пКл·м. Визначити різницю потенціалів  $U$  двох точок поля, розташованих симетрично щодо диполя на його осі на відстані  $r = 40$  см від центру диполя.

**239.** Електричне поле утворено нескінченно довгою зарядженою ниткою, лінійна щільність заряду якої  $\tau = 20$  пКл/м. Визначити різницю потенціалів  $U$  двох точок поля, віддалених від нитки на відстані  $r_1 = 8$  см та  $r_2 = 12$  см.

**240.** Тонка квадратна рамка рівномірно заряджена з лінійною щільністю заряду  $\tau = 200$  пКл/м. Визначити потенціал  $\phi$  поля в точці перетину діагоналей.

**241.** Порошинка масою  $m = 200$  мкг, яка несе на собі заряд  $Q = 40$  нКл, влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів  $U = 200$  В порошинка мала швидкість  $v = 10$  м/с. Визначити швидкість  $v_0$  порошинки до того, як вона влетіла в поле.

**242.** Електрон, що володів кінетичною енергією  $T = 10$  еВ, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яку швидкість буде мати електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів  $U = 8$  В?

**243.** Знайти відношення швидкостей іонів  $\text{Cu}^{++}$  і  $\text{K}^{++}$ , які пройшли однакову різницю потенціалів.

**244.** Електрон з енергією  $T = 400$  еВ (у нескінченності) рухається вздовж силової лінії за напрямком до поверхні металевої зарядженої сфери радіусом  $R = 10$  см. Визначити мінімальну відстань  $a$ , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її  $Q = -10$  нКл.

**245.** Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, придбав швидкість  $v = 10^5$  м/с. Відстань між пластинами  $d = 8$  мм. Знайти: 1) різницю потенціалів  $U$  між пластинами; 2) поверхневу щільність заряду  $\sigma$  на пластинах.

**246.** Порошинка масою  $m = 5$  нг, яка несе на собі  $N = 10$  електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів  $U = 1$  МВ. Яка кінетична енергія  $T$  порошинки? Яку швидкість  $v$  придбала порошинка?

**247.** Якою мінімальною швидкістю  $v_{min}$  повинен володіти протон, щоб він міг досягти поверхні, зарядженої до потенціалу  $\varphi = 400$  В металевої кулі (рис. 20)?

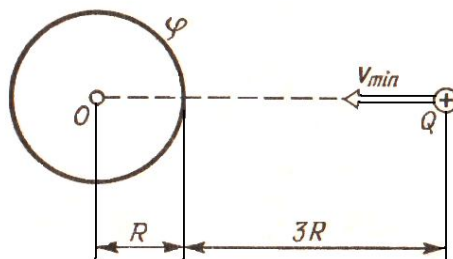


Рисунок 20 – Рух частинки з зарядом  $Q$  в електричному полі кулі

**248.** В однорідне електричне поле напруженістю  $E = 200$  В/м влітає (вздовж силової лінії) електрон зі швидкістю  $v_0 = 2$  Мм/с. Визначити відстань  $l$ , яку пройде електрон до точки, в якій його швидкість буде дорівнювати половині початкової.

**249.** Електричне поле створене нескінченною зарядженою прямою лінією з рівномірно розподіленим зарядом ( $\tau = 10$  нКл/м). Визначити кінетичну енергію електрона, який пройшов відстань  $l = 1$  м від лінії.

тичну енергію  $T_2$  електрона в точці 2, якщо в точці 1 його кінетична енергія  $T_1 = 200$  еВ (рис. 21).

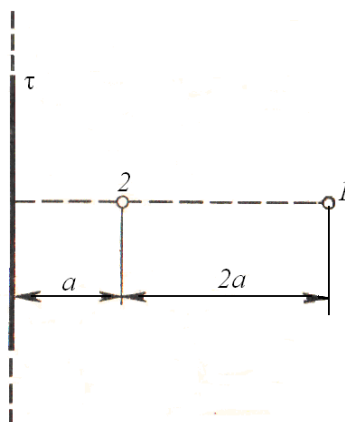


Рисунок 21 – Розташування точок 1 і 2 в електронному полі зарядженої лінії

**250.** Електрон рухається вздовж силової лінії однорідного електричного поля. У деякій точці поля з потенціалом  $\varphi_1 = 100$  В електрон мав швидкість  $V_1 = 6$  Мм/с. Визначити потенціал  $\varphi_2$  точки поля, дійшовши до якої електрон втратить половину своєї швидкості.

**251.** Конденсатори ємністю  $C_1 = 5$  мкФ і  $C_2 = 10$  мкФ заряджені до напруг  $U_1 = 60$  В та  $U_2 = 100$  В відповідно. Визначити напругу на обкладинках конденсаторів після їх з'єднання обкладинками, що мають однойменні заряди.

**252.** Конденсатор ємністю  $C_1 = 10$  мкФ заряджений до напруги  $U = 10$  В. Визначити заряд на обкладинках цього конденсатора після того, як паралельно йому був підключений інший, незаряджений конденсатор ємністю  $C_2 = 20$  мкФ.

**253.** Конденсатори ємностями  $C_1 = 2$  мкФ,  $C_2 = 5$  мкФ та  $C_3 = 10$  мкФ з'єднані послідовно й знаходяться під напругою  $U = 850$  В. Визначити напругу й заряд на кожному з конденсаторів.

**254.** Два конденсатори ємностями  $C_1 = 2$  мкФ і  $C_2 = 5$  мкФ заряджені до напруг  $U_1 = 100$  В та  $U_2 = 150$  В відповідно. Визначити напругу на обкладинках конденсаторів після їх з'єднання обкладинками, що мають різнойменні заряди.

**255.** Два однакових плоских повітряних конденсатора ємністю  $C = 100$  пФ кожен з'єднані в батарею послідовно. Визначити, на скільки зміниться ємність  $C$  батареї, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном.

**256.** Два конденсатори ємностями  $C_1 = 5$  мкФ і  $C_2 = 8$  мкФ з'єднані послідовно й приєднані до батареї з ЕРС  $\varepsilon = 80$  В. Визначити заряди  $Q_1$  і  $Q_2$  конденсаторів і різниці потенціалів  $U_1$  і  $U_2$  між їх обкладинками.

**257.** Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом  $R = 10$  см кожна. Відстань між пластинами  $d = 2$  мм. Конденсатор приєднаний до джерела напруги  $U = 80$  В. Визначити заряд  $Q$  і напруженість  $E$  поля конденсатора в двох випадках: а) діелектрик – повітря; б) діелектрик – скло.

**258.** Дві металеві кульки радіусами  $R_1 = 5$  см і  $R_2 = 10$  см мають заряди  $Q_1 = 40$  нКл і  $Q_2 = -20$  нКл відповідно. Знайти енергію  $W$ , що виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником.

**259.** Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектрика: скла товщиною  $d_1 = 0,2$  см і шаром парафіну товщиною  $d_2 = 0,3$  см. Різниця потенціалів між обкладинками  $U = 300$  В. Визначити напруженість  $E$  поля й падіння потенціалу в кожному з шарів.

**260.** Плоский конденсатор з площею пластин  $S = 200$  см<sup>2</sup> кожен заряджений до різниці потенціалів  $U = 2$  кВ. Відстань між пластинами  $d = 2$  см. Діелектрик – скло. Визначити енергію  $W$  поля конденсатора й щільність енергії  $w$  поля.

**261.** Катушка й амперметр з'єднані послідовно й під'єднані до джерела струму. До клем катушки приєднаний вольтметр з опором  $r = 4$  кОм. Амперметр показує силу струму  $I = 0,3$  А, вольтметр – напругу  $U = 120$  В. Визначити опір  $R$  катушки. Визначити відносну похибку  $\varepsilon$ , яка допущена при вимірі опору, якщо знехтувати силою струму, поточного через вольтметр.

**262.** ЕРС батареї  $\varepsilon = 80$  В, внутрішній опір  $R_i = 5$  Ом. Зовнішній ланцюг споживає потужність  $P = 100$  Вт. Визначити силу струму  $I$  в ланцюзі, напруги  $U$ , під якою знаходиться зовнішній ланцюг, і її опір  $R$ .

**263.** Від батареї, ЕРС якої  $\varepsilon = 600$  В, потрібно передати енергію на відстань  $l = 1$  км. Споживана потужність  $P = 5$  кВт. Знайти мінімальні втрати потужності в мережі, якщо діаметр мідних проводів, що підводять  $d = 0,5$  см.

**264.** При зовнішньому опорі  $R_1 = 8$  Ом сила струму в ланцюзі  $I_1 = 0,8$  А, при опорі  $R_2 = 15$  Ом сила струму  $I_2 = 0,5$  А. Визначити силу струму  $I_{к.з.}$  короткого замикання джерела ЕРС.

**265.** ЕРС батареї  $\varepsilon = 24$  В. Найбільша сила струму, яку може дати батарея,  $I_{max} = 10$  А. Визначити максимальну потужність  $P_{max}$ , яка може виділятися у зовнішньому ланцюзі.

**266.** Акумулятор з ЕРС  $\varepsilon = 12$  В заряджається від мережі постійного струму з напругою  $U = 15$  В. Який додатковий опір повинен бути включений в коло, для того, щоб сила зарядного струму не перевищувала 1 А? Внутрішній опір акумулятора  $R_i = 2$  Ом.

**267.** Від джерела з напругою  $U = 800$  В необхідно передати споживачеві потужність  $P = 10$  кВт на деяку відстань. Який найбільший опір може мати лінія передачі, щоб втрати енергії на ній не перевищували 10 % від переданої потужності?

**268.** При включенні електромотора в мережу з напругою  $U = 220$  В він споживає струм  $I = 5$  А. Визначити потужність, яку споживає мотор, і його ККД, якщо опір  $R$  обмотки мотора дорівнює 6 Ом.

**269.** У мережу з напругою  $U = 100$  В підключили катушку з опором  $R_1 = 2$  кОм і вольтметр, які з'єднані послідовно. Показник вольтметра  $U_1 = 80$  В. Коли катушку замінили на іншу, вольтметр показав  $U_2 = 60$  В. Визначити опір  $R_2$  іншої катушки.

**270.** ЕРС батареї  $\varepsilon = 12$  В. При силі струму  $I = 4$  А ККД батареї  $\eta = 0,6$ . Визначити внутрішній опір  $R_i$  батареї.

**271.** За час  $t = 20$  с при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику опором  $R = 5$  Ом виділилася кількість теплоти  $Q = 4$  кДж. Визначити швидкість наростання сили струму, якщо опір провідника  $R = 5$  Ом.

**272.** Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ , де  $I_0 = 20$  А;  $\alpha = 10^2$  с<sup>-1</sup>. Визначити кількість теплоти, що виділилася в провіднику за час  $t = 10^{-2}$  с.

**273.** Сила струму в провіднику опором  $R = 10$  Ом за час  $t = 50$  с рівномірно наростає від  $I_1 = 5$  А до  $I_2 = 10$  А. Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділилася за цей час в провіднику.

**274.** У провіднику за час  $t = 10$  с при рівномірному зростанні сили струму від  $I_1 = 1$  А до  $I_2 = 2$  А виділилася кількість теплоти  $Q = 5$  кДж. Знайти опір  $R$  провідника.

**275.** Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Знайти заряд  $Q$ , що проходить через поперечний переріз провідника за час  $t$ , який дорівнює половині періоду  $T$ , якщо початкова сила струму  $I_0 = 10$  А, циклічна частота  $\omega = 50\pi$  с<sup>-1</sup>.

**276.** За час  $t = 10$  с при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику виділилася кількість теплоти  $Q = 40$  кДж. Визначити середню силу струму  $\langle I \rangle$  в провіднику, якщо його опір  $R = 25$  Ом.

**277.** За час  $t = 8$  с при рівномірно зростаючій силі струму в провіднику опором  $R = 8$  Ом виділилася кількість теплоти  $Q = 500$  Дж. Визначити заряд  $q$ , який проходить у провіднику, якщо сила струму в початковий момент часу дорівнює нулю.

**278.** Визначити кількість теплоти  $Q$ , що виділилася за час  $t = 10$  с в провіднику опором  $R = 10$  Ом, якщо сила струму в ньому, рівномірно зменшуючись, змінилася від  $I_1 = 10$  А до  $I_2 = 0$ .

**279.** Сила струму в ланцюзі змінюється за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ . Визначити кількість теплоти, що виділиться в провіднику опором  $R = 10$  Ом за час, що дорівнює чверті періоду (від  $t_1 = 0$  до  $t_2 = T / 4$ , де  $T = 10$  с).

**280.** Сила струму в ланцюзі змінюється з часом за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ . Визначити кількість теплоти, що виділиться в провіднику опором  $R = 20$  Ом за час, протягом якого струм зменшиться в  $e$  разів. Коефіцієнт  $\alpha$  прийняти рівним  $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

## 3 ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### 3.1 Основні формули

Зв'язок магнітної індукції  $\vec{B}$  з напруженістю  $\vec{H}$  магнітного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (3.1)$$

де  $\mu$  – магнітна проникність ізотропного середовища;

$\mu_0$  – магнітна постійна. У вакуумі  $\mu = 1$ , і тоді магнітна індукція у вакуумі:

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}. \quad (3.2)$$

Закон Біо – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \left[ d\vec{l}\vec{r} \right] \frac{I}{r^3} \quad \text{або} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl, \quad (3.3)$$

де  $d\vec{B}$  – магнітна індукція поля, яке створене елементом проводу довжиною  $dl$  зі струмом  $I$ ;

$\vec{r}$  – радіус-вектор, спрямований від елемента провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція;

$\alpha$  – кут між радіус-вектором і напрямком струму в елементі проводу.

Магнітна індукція в центрі кругового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \quad (3.4)$$

де  $R$  – радіус кругового витка.

Магнітна індукція на осі кругового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (3.5)$$

де  $h$  – відстань від центру витка до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля прямого струму:

$$B = \mu\mu_0 I / (2\pi r_0), \quad (3.6)$$

де  $r_0$  – відстань від осі проводу до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля, яке створене відрізком проводу зі струмом (див. рис. 22, а та приклад 1):

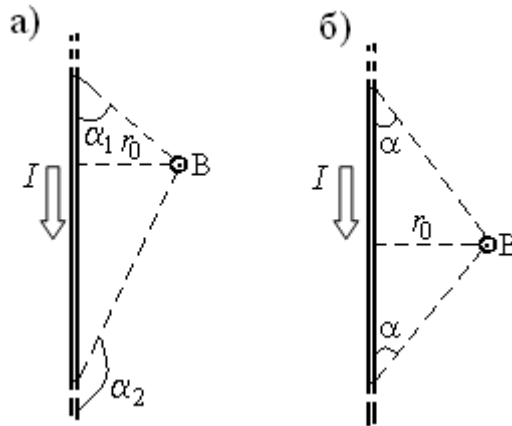


Рисунок 22 – Визначення вектора  $\vec{B}$  для а) несиметричного та б) симетричного випадків

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (3.7)$$

Позначення ясні з рисунка. Напрямок вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  позначено крапкою – це означає, що  $\vec{B}$  направлений перпендикулярно до площини креслення до нас.

При симетричному розташуванні решт проводу відносно точки, в якій визначається магнітна індукція (рис. 22, б),  $-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha$ , тоді:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cos\alpha. \quad (3.8)$$

Магнітна індукція поля довгого соленоїда:

$$B = \mu\mu_0 nI, \quad (3.9)$$

де  $n$  – відношення числа витків соленоїда до його довжини.

Сила, що діє на дріт зі струмом у магнітному полі (закон Ампера):

$$\vec{F} = I [\vec{l} \vec{B}] \quad \text{або} \quad F = IBl \sin\alpha, \quad (3.10)$$

де  $l$  – довжина дроту;



$\alpha$  – кут між напрямком струму у дроті й вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ .

Цей вираз справедливий для однорідного магнітного поля й прямого відрізка дроту. Якщо поле неоднорідне й дрот не є прямим, то закон Ампера можна застосовувати до кожного елементу дроту окремо:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}\vec{B}]. \quad (3.11)$$

Магнітний момент плоского контуру зі струмом:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \quad (3.12)$$

де  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі (позитивної) до площини контуру;  
 $I$  – сила струму, що протікає по контуру;

$S$  – площа контуру.

Механічний (обертальний) момент, який діє на контур зі струмом, що вміщений в однорідне магнітне поле:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] \quad \text{або} \quad M = p_m B \sin\alpha, \quad (3.13)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{p}_m$  і  $\vec{B}$ .

Потенційна енергія (механічна) контуру зі струмом у магнітному полі:

$$\Pi_{\text{mex}} = -\vec{p}_m \vec{B} \quad \text{або} \quad \Pi_{\text{mex}} = -p_m B \cos\alpha. \quad (3.14)$$

Відношення магнітного моменту  $p_m$  до механічного  $L$  (моменту імпульсу) зарядженої частинки, що рухається по колу:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{m}, \quad (3.15)$$

де  $Q$  – заряд частинки;

$m$  – маса частинки.

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = Q[\vec{v}\vec{B}] \quad \text{або} \quad F = QvB \sin\alpha, \quad (3.16)$$

де  $\vec{v}$  – швидкість зарядженої частинки;

$\alpha$  – кут між векторами  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$ .

Магнітний потік:

а) у разі однорідного магнітного поля й плоскої поверхні:

$$\Phi = BS \cos\alpha \quad \text{або} \quad \Phi = B_n S, \quad (3.17)$$

де  $S$  – площа контуру;

$\alpha$  – кут між нормаллю до площини контуру й вектором магнітної індукції:

б) у випадку неоднорідного поля й довільної поверхні:

$$\Phi = \int_S B_n dS \quad (3.18)$$

(інтегрування ведеться по всій поверхні).

Потокозчеплення (повний потік):

$$\psi = N\Phi. \quad (3.19)$$

Ця формула вірна для соленоїда й тороїда з рівномірним намотуванням щільно прилеглих один до одного  $N$  витків.

Робота по переміщенню замкнутого контуру в магнітному полі:

$$A = I\Delta\Phi. \quad (3.20)$$

ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (3.21)$$

Різниця потенціалів на кінцях дроту, що рухається зі швидкістю  $\vec{v}$  у магнітному полі:

$$U = Blv \sin\alpha, \quad (3.22)$$

де  $l$  – довжина дроту;

$\alpha$  – кут між векторами  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$ .

Заряд, що протікає по замкнутому контуру при зміні магнітного потоку, який пронизує цей контур:

$$Q = \Delta\Phi / R \quad \text{або} \quad Q = N\Delta\Phi / R = \Delta\psi / R, \quad (3.23)$$

де  $R$  – опір контуру.

Індуктивність контуру:

$$L = \Phi / I. \quad (3.24)$$

ЕРС самоіндукції:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.25)$$

Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (3.26)$$

де  $n$  – відношення числа витків соленоїда до його довжини;

$V$  – об'єм соленоїда.

Миттєве значення сили струму в ланцюзі, що має опір  $R$  та індуктивністю  $L$ :

а) при замиканні ланцюга:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}), \quad (3.27)$$

де  $\varepsilon$  – ЕРС джерела струму;

$t$  – час, що минув після замикання ланцюга;

б) при розмиканні ланцюга:

$$I = I_0 e^{-Rt/L}, \quad (3.28)$$

де  $I_0$  – сила струму в колі при  $t = 0$ ;

$t$  – час, що минув з моменту розмикання ланцюга.

Енергія магнітного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.29)$$

Об'ємна щільність енергії магнітного поля (відношення енергії магнітного поля соленоїда до його об'єму):

$$\omega = BH / 2 \quad \text{або} \quad \omega = B^2 / (2\mu\mu_0) \quad \text{або} \quad \omega = \mu\mu_0 H^2 / 2, \quad (3.30)$$

де  $B$  – магнітна індукція;

$H$  – напруженість магнітного поля.

### 3.2 Методичні вказівки до розділу «Електромагнетизм»

При знаходженні індукції магнітного поля методом суперпозиції з використанням або безпосередньо закону Біо – Савара – Лапласа, або

формул, виведених раніше з цього закону, слід мати на увазі, що цей закон справедливий тільки для лінійних струмів, тобто для провідників, поперечні розміри яких нехтовно малі в порівнянні з відстанню від провідника до заданої точки поля. Відсутність будь-яких даних про поперечні перерізи провідників в умові задачі є неявною вказівкою на лінійність струму.

Напрямок сили Ампера можна визначити або за правилом лівої руки, або безпосередньо у напрямку векторного добутка. Рух заряджених частинок в електричному і магнітних полях відбуваються під дією електричної сили  $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$  і магнітної (лоренцева) сили  $F_l = q[\vec{v}\vec{B}]$ . На частинки діє також сила тяжіння

$$F_m = mG,$$

де  $G$  – напруженість гравітаційного поля, але, як показують розрахунки, для заряджених мікрочастинок, що рухаються навіть у слабких електричних і магнітних полях, величиною  $F_m$  можна знехтувати. Так як сила Лоренца  $F_l$  нормальна до вектора  $\vec{v}$ , вона змінює лише напрям швидкості, але не його модуль, тобто вона обумовлює нормальне прискорення зарядженої частинки. Це означає, що заряджена частинка рухається в магнітному полі по дузі кола.

Розрахунок роботи сил поля слід проводити за формулою  $A = I\Delta\Phi$ , де  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  – кінцеве прирощення магнітного потоку, що пронизує контур. При русі прямого провідника в полі під величиною  $\Delta\Phi$  слід розуміти абсолютне значення магнітного потоку, яке пересічене провідником при його русі. У цьому випадку знак роботи слід визначати за напрямом руху провідника. Якщо напрямок його руху збігається з напрямком сили Ампера, то  $A = I\Delta\Phi$ , в іншому випадку  $A = -I\Delta\Phi$ .

У явищах електромагнітної індукції магнітний потік крізь контур змінюється як при русі контуру або окремих його ділянок, так і при зміні в часі магнітного потоку. В обох випадках для визначення ЕРС індукції користуються законом Фарадея (3.21).

Знак ЕРС індукції так само, як і напрямок індукційованого струму, може бути визначений безпосередньо з наведеної формули або за допомогою правила Ленца. У першому випадку слід вибрати який-небудь напрямок нормалі. Це визначить знак магнітного потоку й знак його похідної. Якщо в результаті застосування формули (3.21) індукований струм у контурі (або ЕРС індукції) виявиться величиною позитивною, то це означає, що напрямок нормалі вибрано правильно, тобто якщо дивитися з кінця вектора нормалі на контур, струм буде йти проти годинникової стрілки.

Якщо прямолінійний провідник рухається в однорідному полі, причому провідник, швидкість його руху й вектор індукції поля взаємно

перпендикулярні, то можна скористатися виразом  $\varepsilon_i = B \nu l$ . У загальному випадку:

$$\varepsilon_i = \int_l [\vec{\nu} \vec{B}] d\vec{l}.$$

### 3.3 Приклади розв'язання задач

**Приклад 1.** По відрітку прямого дроту довжиною  $l = 80$  см тече струм  $I = 50$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  поля, що створене цим струмом, в точці А, яка рівновіддалена від кінців відрізка дроту й яка знаходиться на відстані  $r_0 = 30$  см від його середини (рис. 23).

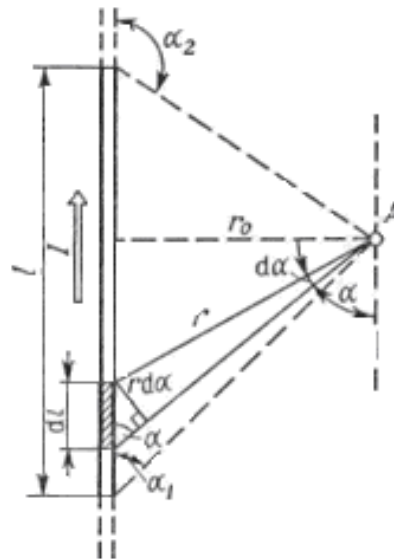


Рисунок 23 – Розташування точки А відносно відрізка прямого дроту з постійним струмом

*Розв'язок.* Для вирішення завдань скористаємося законом Біо – Савара – Лапласа й принципом суперпозиції магнітних полів. Закон Біо – Савара – Лапласа дозволяє визначити магнітну індукцію  $d\vec{B}$ , що створюється елементом струму  $I d\vec{l}$ . Зауважимо, що вектор  $d\vec{B}$  у точці А спрямований за площину креслення. Принцип суперпозиції дозволяє для визначення  $\vec{B}$  скористатися геометричним підсумовуванням (інтегруванням):

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}, \quad (1)$$

де символ  $l$  означає, що інтегрування поширюється на всю довжину дроту.

Запишемо закон Біо – Савара – Лапласа у векторній формі:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l}\vec{r}],$$

де  $d\vec{B}$  – магнітна індукція, що створюється елементом дроту довжиною  $dl$  зі струмом  $I$  в точці, яка визначається радіусом-вектором  $\vec{r}$ ;

$\mu_0$  – магнітна постійна;

$\mu$  – магнітна проникність середовища, в якій знаходиться дріт (у нашому випадку  $\mu = 1$ ). Зауважимо, що вектори  $d\vec{B}$  від різних елементів струму співнапрямлені (рис. 23), тому вираз (1) можна переписати у скалярній формі:

$$B = \int_l dB,$$

де

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\sin\alpha}{r^2} dl.$$

У скалярному виразі закону Біо – Савара – Лапласа кут  $\alpha$  є кут між елементом струму  $Id\vec{l}$  і радіусом-вектором  $\vec{r}$ . Таким чином:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin\alpha}{r^2} dl. \quad (2)$$

Перетворимо фундаментальний вираз так, щоб була одна змінна – кут  $\alpha$ . Для цього виразимо довжину елемента дроту  $dl$  через кут  $d\alpha$ :  $dl = r d\alpha / \sin\alpha$  (рис. 23).

Тоді підінтегральний вираз  $\frac{\sin\alpha}{r^2} dl$  запишемо у вигляді  $\frac{\sin\alpha}{r^2} \cdot \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$ . Зауважимо, що змінна  $r$  також залежить від  $\alpha$ , ( $r = r_0 / \sin\alpha$ ), отже:

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin\alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким чином, вираз (2) можна переписати у вигляді:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha,$$

де  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – межі інтегрування.

Зробимо інтегрування:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (3)$$

Зауважимо, що при симетричному розташуванні точки А щодо відрізка дроту  $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ . З урахуванням цього формула (3) набуде вигляду:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos\alpha_1. \quad (4)$$

З рис. 23 маємо:

$$\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Підставивши вираз  $\cos\alpha_1$  у формулу (4), отримаємо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (5)$$

Провівши обчислення за формулою (5), знайдемо:

$$B = 26,7 \text{ мкТл.}$$

Напрямок вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  поля, що створене прямим струмом, можна визначити за правилом свердлика (правило правого гвинта). Для цього проводимо магнітну силову лінію (штрихова лінія на рис. 27) та по дотичній до неї в точці, що нас цікавить, проводимо вектор  $\vec{B}$ . Вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  в точці А (рис. 23) направлений перпендикулярно до площини креслення, від нас.

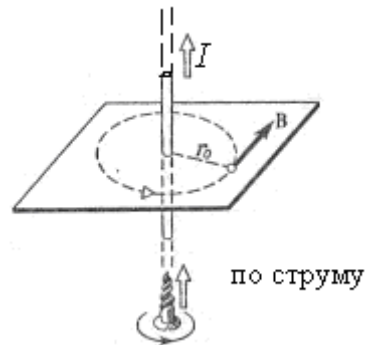
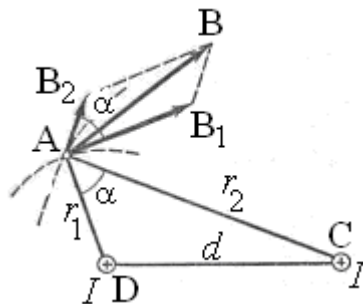


Рисунок 24 – Дія правила правого гвинта

**Приклад 2.** Два паралельних нескінченно довгих дроти D та C, по яких течуть в одному напрямку електричні струми силою  $I = 60$  А, розташовані на відстані  $d = 10$  см один від одного. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  поля, що створене провідниками зі струмом у точці A (рис. 25), віддаленій від осі одного провідника на відстані  $r_1 = 5$  см, від іншого –  $r_2 = 12$  см.

Рисунок 25 – Визначення вектора індукції  $\vec{B}$ , який створюється двома паралельними нескінченно довгими дротами D та C

*Розв'язок.* Для знаходження магнітної індукції  $\vec{B}$  в точці A скористаємося принципом суперпозиції магнітних полів. Для цього визначимо напрямки магнітних індукцій  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  полів, що створені кожним провідником зі струмом окремо, і складемо їх геометрично:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора  $\vec{B}$  може бути знайдений за теоремою косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos\alpha}, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{B}_1$  та  $\vec{B}_2$ .



Магнітні індукції  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  виражаються відповідно через силу струму  $I$  й відстані  $r_1$  та  $r_2$  від проводів до точки А:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Підставляючи вирази  $B_1$  та  $B_2$  у формулу (1) і виносячи  $\mu_0 I / (2\pi)$  за знак кореня, отримаємо:

$$B = (\mu_0 I / 2\pi) \sqrt{r_1^{-2} + r_2^{-2} + 2(r_1 r_2)^{-1} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Обчислимо  $\cos \alpha$ . Помітивши, що  $\alpha = \angle DAC$  (як кути з відповідно перпендикулярними сторонами), по теоремі косинусів запишемо:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

де  $d$  – відстань між дротами. Звідси:

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Підставимо у формулу (2) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} \cdot \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{ Тл} = 308 \text{ мкТл}.$$

**Приклад 3.** По тонкому провідному кільцю радіусом  $R = 10$  см тече струм  $I = 80$  А. Знайти магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці А, яка рівновіддалена від усіх точок кільця на відстань  $r = 20$  см.

*Розв'язок.* Для вирішення завдання скористаємося законом Біо – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \mu_0 I \left[ d\vec{l} \vec{r} \right] / 4\pi r^2,$$

де  $d\vec{B}$  – магнітна індукція поля, що створене елементом струму  $I d\vec{l}$  в точці, яка визначається радіусом-вектором  $\vec{r}$ .

Виділимо на кільці елемент  $d\vec{l}$  і від нього в точку А проведемо радіус-вектор  $\vec{r}$  (рис. 26). Вектор  $d\vec{B}$  направимо відповідно до правила свердлика.

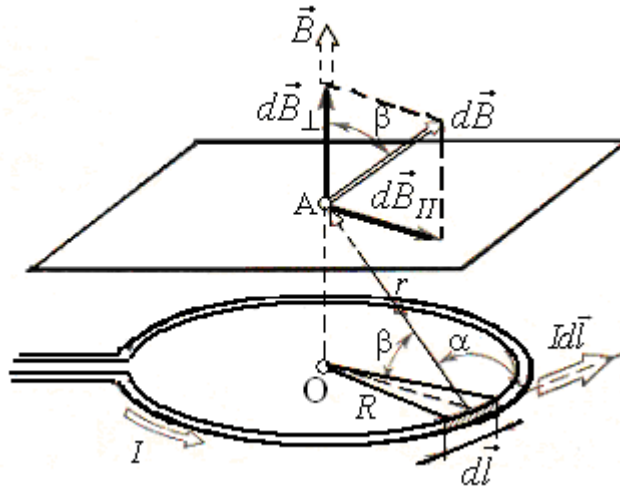


Рисунок 26 – Розташування точки А відносно кільця

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів, магнітна індукція  $\vec{B}$  в точці А визначається інтегруванням:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B},$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах  $dl$  кільця.

Розкладемо вектор  $d\vec{B}$  на дві складові:  $d\vec{B}_\perp$ , перпендикулярну площині кільця, і  $d\vec{B}_\parallel$ , паралельну площині кільця, тобто:

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel,$$

тоді

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_\parallel.$$

Помітивши, що  $\int_l d\vec{B}_\parallel = 0$  з міркувань симетрії та що вектори  $d\vec{B}_\perp$  від різних елементів  $dl$  співнапрямлені, замінимо векторне підсумовування (інтегрування) скалярним:

$$B = \int_l dB_\perp,$$

де  $dB_\perp = dB \cos\beta$  та  $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$  (оскільки  $d\vec{l}$  перпендикулярний  $\vec{r}$  і, отже,  $\sin\alpha = 1$ ). Таким чином:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 \cos\beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

Після скорочення на  $2\pi$  і заміни  $\cos\beta$  на  $R/r$  (рис. 26) отримаємо:

$$B = \mu_0 IR^2 / 2r^3.$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю магнітної індукції (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I][R^2]}{[r^3]} = \frac{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ А} \cdot \text{м}}{1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}} = 1 \text{ Тл}.$$

Тут ми скористалися визначальною формулою для магнітної індукції:

$$B = M_{max} / p.$$

Тоді:

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{ Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

або

$$B = 62,8 \text{ мкТл}.$$

Вектор  $\vec{B}$  спрямований по осі кільця (пунктирна стрілка на рис. 26) у відповідність з правилом свердлика.

**Приклад 4.** Довгий дрот зі струмом  $I = 50 \text{ А}$  зігнутий під кутом  $\alpha = 2\pi/3$ . Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці А (рис. 27). Відстань  $d = 5 \text{ см}$ .

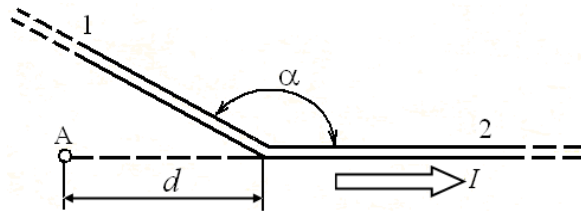


Рисунок 27 – Розташування точки А відносно зігнутого дроту

*Розв'язок.* Вигнутий дріт можна розглядати як два довгих дроти, кінці яких з'єднані у точці О (рис. 28). Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція  $\vec{B}$  в точці А буде дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  полів, які створені відрізками довгих дротів 1 і 2, тобто  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ . Магнітна індукція  $\vec{B}_2$  дорівнює нулю. Це впливає із закону Біо – Савара – Лапласа, згідно з яким у точках, що лежать на осі дроту,  $d\vec{B} = 0$  ( $[d\vec{l}\vec{r}] = 0$ ).

Магнітну індукцію  $B_1$  знайдемо, скориставшись співвідношенням (3), яке знайдено у прикладі 1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

де  $r_0$  – найкоротша відстань від дроту  $l$  до точки А (рис. 28)

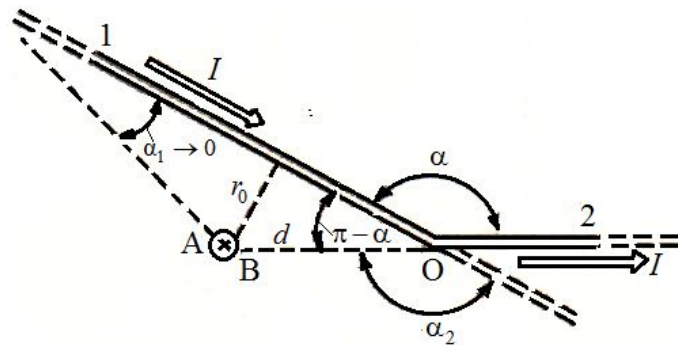


Рисунок 28 – Допоміжні побудовання

У нашому випадку  $\alpha_1 \rightarrow 0$  (дріт довгий),  $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$  ( $\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2$ ). Відстань  $r_0 = d\sin(\pi - \alpha) = d\sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$ . Тоді магнітна індукція:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{3}/2} (1 + 1/2).$$

Так як  $B = B_1$  ( $B_2 = 0$ ), то:

$$B = \sqrt{3}\mu_0 I / 4\pi d.$$

Вектор  $\vec{B}$  співнапрямлений з вектором  $\vec{B}_1$  і визначається правилом правого гвинта. На рис. 28 цей напрямок зазначено хрестиком у кружечку (перпендикулярно площині креслення, від нас).

Перевірка одиниць аналогічна виконаній в прикладі 3. Зробимо обчислення:

$$B = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \text{ Тл} = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} = 34,6 \text{ мкТл}.$$

**Приклад 5.** Два нескінченно довгих дроти схрещені під прямим кутом (рис. 29). По проводам течуть струми  $I_1 = 80 \text{ А}$  та  $I_2 = 60 \text{ А}$ . Відстань  $d$  між дротами дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  в точці А, однаково віддаленій від обох дротів.

*Розв'язок.* Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція  $\vec{B}$  поля, що створене струмами  $I_1$  та  $I_2$ , визначається виразом

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

де  $\vec{B}_1$  – магнітна індукція поля, яке створене в точці А струмом  $I_1$ ;  $\vec{B}_2$  – магнітна індукція поля, яке створене в точці А струмом  $I_2$ .

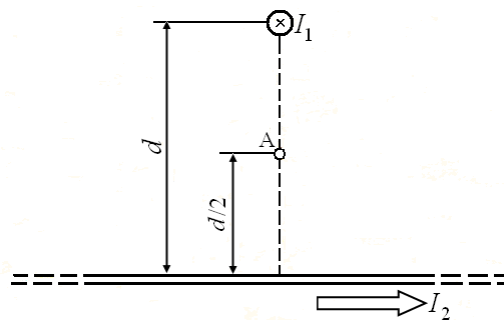


Рисунок 29 – Розташування точки А відносно проводів зі струмами  $I_1$  та  $I_2$

Зауважимо, що вектори  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  взаємно перпендикулярні (їх напрямки знаходяться за правилом свердлика й зображені у двох проекціях на рис. 30). Тоді модуль вектора  $\vec{B}$  можна визначити за теоремою Піфагора:

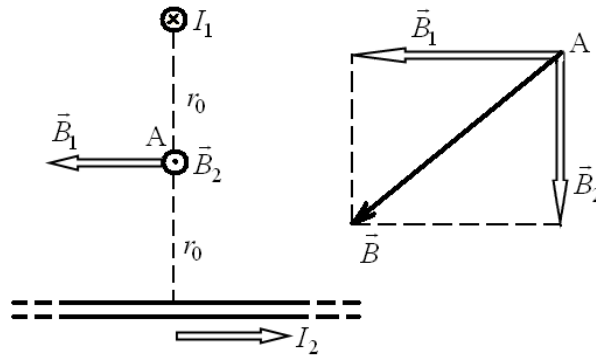


Рисунок 30 – Визначення напрямку вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  у точці А

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

де  $B_1$  та  $B_2$  визначаються за формулами розрахунку магнітної індукції для нескінченно довгого прямолінійного дроту зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad \text{і} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

У нашому випадку  $r_0 = d/2$ , тоді:

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Перевірка одиниць величин аналогічна виконаній в прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} \text{ Тл} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 400 \text{ мкТл}.$$

**Приклад 6.** По двох паралельних прямих дротах довжиною  $l = 2,5$  м кожен, що знаходяться на відстані  $d = 20$  см один від одного, течуть однакові струми  $I = 1$  кА. Обчислити силу взаємодії струмів.

*Розв'язок.* Взаємодія двох дротів, по яких течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожен струм створює магнітне поле, яке діє на інший дріт.

Припустимо, що обидва струми (позначимо їх для зручності  $I_1$  та  $I_2$ ) течуть в одному напрямку. Струм  $I_1$  створює в місці розташування другого дроту (з струмом  $I_2$ ) магнітне поле.

Проведемо лінію магнітної індукції (пунктир на рис. 31) через другий дріт і по дотичній до неї – вектор магнітної індукції  $\vec{B}_1$ . Модуль магнітної індукції  $B_1$  визначається співвідношенням:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \quad (1)$$

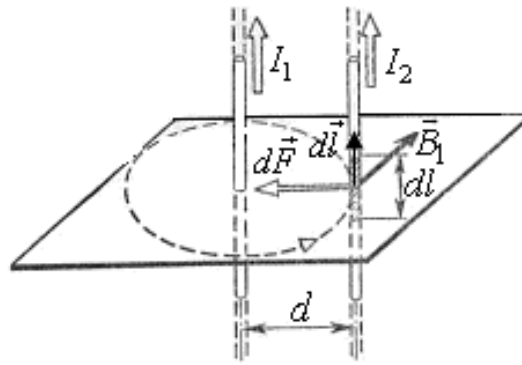


Рисунок 31 – Визначення напрямку дії сили Ампера  $d\vec{F}$ , яка діє на елемент  $d\vec{l}$  дроту

Відповідно до закону Ампера, на кожен елемент другого дроту зі струмом  $I_2$  довжиною  $dl$  діє в магнітному полі сила:

$$dF = I_2 B_1 dl \sin(d \hat{1} \hat{B}).$$

Оскільки вектор  $d\vec{l}$  перпендикулярний вектору  $\vec{B}_1$  то  $\sin(d \hat{1} \hat{B}) = 1$  і тоді:

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Підставивши в цей вираз  $B_1$  згідно з (1), отримаємо:

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу  $F$  взаємодії дротів із струмом знайдемо інтегруванням:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}.$$

Помітивши, що  $I_1 = I_2 = I$ , отримаємо:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (Н):

$$\frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \cdot (1 \text{ А})^2 \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}.$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}.$$

Сила  $\vec{F}$  співнапрявлена з силою  $d\vec{F}$  (рис. 31) і визначається (в даному випадку простіше) правилом лівої руки.

**Приклад 7.** Нескінченно довгий дрот зігнутий так, як це зображено на рис. 32. Радіус  $R$  дуги кола дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  поля, що створюється в точці  $O$  струмом  $I = 80 \text{ А}$ , який тече по цьому дроту.

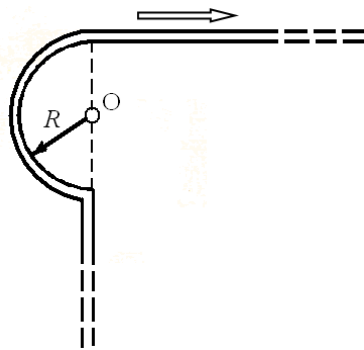


Рисунок 32— Розташування точки  $O$  відносно дрота зі струмом

*Розв'язок.* Магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці  $O$  знайдемо, використовуючи принцип суперпозиції магнітних полів:  $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$ . У нашому випадку дрот можна розбити на три частини (рис. 33): два прямолінійних дроти (1 і 3), одним кінцем, що йдуть у нескінченність, і дугу півкола (2) радіуса  $R$ , тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$



де  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  і  $\vec{B}_3$  – магнітні індукції в точці О, які створені струмом, що тече відповідно на першій, другій і третій ділянках дроту.

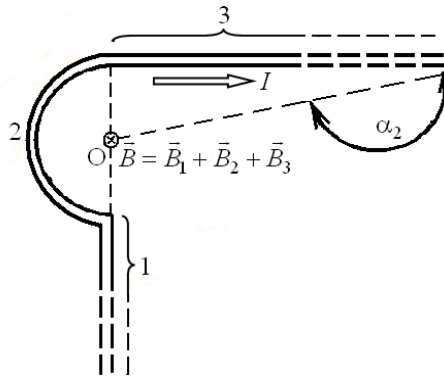


Рисунок 33 – Визначення напрямку вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  у точці О

Оскільки точка О лежить на осі дроту 1, то  $\vec{B}_1 = 0$  і тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Враховуючи, що вектори  $\vec{B}_2$  і  $\vec{B}_3$  направлені відповідно до правила свердлика перпендикулярно площині креслення, від нас, то геометричне підсумовування можна замінити алгебраїчним:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнітну індукцію  $B_2$  знайдемо, скориставшись виразом для магнітної індукції в центрі кругового струму:

$$B = \mu_0 I / 2R.$$

У нашому випадку магнітне поле в точці О створюється лише половиною такого кругового струму, тому:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнітну індукцію  $B_3$  знайдемо, скориставшись співвідношенням (3), виведеним у прикладі 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

У нашому випадку  $r_0 = R$ ,  $\alpha_1 = \pi/2$  ( $\cos\alpha_1 = 0$ ),  $\alpha_2 \rightarrow \pi$

( $\cos\alpha_2 = -1$ ), тоді:

$$B_3 = \mu_0 I / 4\pi R.$$

Використовуючи знайдені вирази для  $B_2$  і  $B_3$ , отримаємо:

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

або

$$B = \mu_0 I(\pi + 1) / 4\pi R.$$

Перевірка одиниць величин аналогічна виконаній в прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) \text{Тл} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{Тл}$$

або

$$B = 331 \text{ мкТл.}$$

**Приклад 8.** Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 600 \text{ В}$ , влетів в однорідне магнітне поле з індукцією  $B = 0,3 \text{ Тл}$  і почав рухатися по колу (рис. 34). Обчислити радіус  $R$  кола.

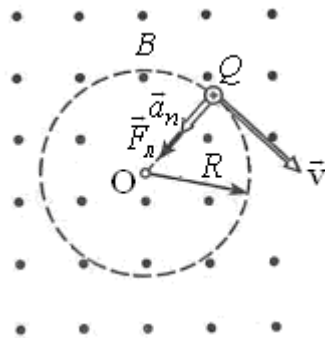


Рисунок 34 – Рух протона у магнітному полі з індукцією  $B$

*Розв'язок.* Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колу тільки в тому випадку, коли частка влетить в магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції  $\vec{v} \perp \vec{B}$ . Оскільки сила Лоренца перпендикулярна вектору  $\vec{v}$ , то вона надає частці (протону) нормальне прискорення  $\vec{a}_n$ .

Згідно з другим законом Ньютона:

$$\vec{F}_l = m\vec{a}_n, \quad (1)$$

де  $m$  – маса протона.

На рис. 34 суміщено траєкторію протона з площиною креслення й надано (довільно) напрям вектора  $\vec{v}$ . Силу Лоренца направимо перпендикулярно вектору  $\vec{v}$  до центра кола (вектори  $\vec{a}_n$  та  $\vec{F}_l$  співнапрямлені). Використовуючи правило лівої руки, визначимо напрямок магнітних силових ліній (напрям вектора  $\vec{B}$ ).

Перепишемо вираз (1) у скалярній формі (у проекції на радіус):

$$F_l = ma_n. \quad (2)$$

У скалярній формі  $F_l = QvB \sin\alpha$ . У нашому випадку  $\vec{v} \perp \vec{B}$  та  $\sin\alpha = 1$ , тоді  $F_l = QvB$ . Так як нормальне прискорення  $a_n = v^2 / R$ , то вираз (2) перепишемо так:

$$QvB = mv^2 / R.$$

Звідси знаходимо радіус кола:

$$R = mv / (QB).$$

Помітивши, що  $mv$  є імпульс протона ( $p$ ), цей вираз можна записати у вигляді:

$$R = p / (QB). \quad (3)$$

Імпульс протона знайдемо, скориставшись зв'язком між роботою сил електричного поля й зміною кінетичної енергії протона, тобто:

$$A = \Delta T$$

або

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

де  $\varphi_1 - \varphi_2$  – прискорююча різниця потенціалів (або прискорююча напруга  $U$ );

$T_1$  і  $T_2$  – початкова та кінцева кінетичні енергії протона.

Нехтуючи початковою кінетичною енергією протона ( $T_1 \approx 0$ ) і виразивши кінетичну енергію  $T_2$  через імпульс  $p$ , отримаємо:

$$QU = p^2 / (2m).$$

Знайдемо з цього виразу імпульс  $p = \sqrt{2mQU}$  і підставимо його у формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB}$$

або

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{2mU / Q}. \quad (4)$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю довжини (м):

$$\begin{aligned} \frac{[m^{1/2}][U^{1/2}]}{[B][Q^{1/2}]} &= \frac{1}{1 \text{ Тл}} \left( \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ В}}{1 \text{ Кл}} \right)^{1/2} = \frac{(1 \text{ кг})^{1/2} 1 \text{ А} \cdot \text{м}^2 (1 \text{ Дж})^{1/2}}{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ Кл}} = \\ &= \frac{(1 \text{ кг})^{1/2} \cdot \text{м}^2}{(1 \text{ Дж})^{1/2} \cdot 1 \text{ с}} = \frac{(1 \text{ кг})^{1/2} \cdot \text{м}^2}{(1 \text{ кг})^{1/2} \cdot \text{м/с} \cdot \text{с}} = 1 \text{ м}. \end{aligned}$$

Підставимо у формулу (4) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \text{ м} = 0,0118 \text{ м} = 11,8 \text{ мм}.$$

**Приклад 9.** Електрон, який влетів в однорідне магнітне поле ( $B = 0,2 \text{ Тл}$ ), став рухатися по колу радіуса  $R = 5 \text{ см}$ . Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного кругового струму.

*Розв'язок.* Електрон починає рухатися по колу, якщо він влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На рис. 35 лінії магнітної індукції перпендикулярні площині креслення й спрямовані від нас (позначені хрестиками).

Рух електрона по колу еквівалентно круговому току, який в даному випадку визначається виразом:

$$I_{\text{екв}} = \frac{|e|}{T},$$

де  $e$  – заряд електрона;  
 $T$  – період його звернення.

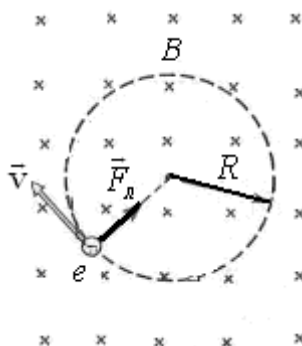


Рисунок 35 – Рух електрона у магнітному полі з індукцією  $B$

Період обертання можна виразити через швидкість електрона  $v$  і шлях, який проходить електрон за період  $T = v / (2\pi R)$ . Тоді:

$$I_{екв} = |e|v / (2\pi R). \quad (1)$$

Знаючи  $I_{екв}$ , знайдемо магнітний момент еквівалентного кругового струму. За визначенням, магнітний момент контуру зі струмом виражається співвідношенням:

$$p_m = I_{екв}S, \quad (2)$$

де  $S$  – площа, обмежена колом, описуваного електронем ( $S = \pi R^2$ ). Підставивши  $I_{екв}$  з (1) у вираз (2), отримаємо:

$$p_m = \frac{|e|v}{2\pi R} \pi R^2.$$

Скоротимо на  $\pi R$  і перепишемо цей вираз у вигляді:

$$p_m = \frac{1}{2}|e|vR. \quad (3)$$

В отриманому виразі відомою є швидкість електрона, яка пов'язана з радіусом  $R$  кола, по якій він рухається, співвідношенням  $R = mv / (QB)$  (див. приклад 8). Змінивши  $Q$  на  $|e|$ , знайдемо цікаву для нас швидкість  $v = |e|BR / m$  і підставимо її у формулу (3):

$$p_m = \frac{|e^2| BR^2}{2m}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю магнітного моменту ( $A \cdot m^2$ ):

$$\begin{aligned} \frac{[e^2][B][R^2]}{[m]} &= \frac{(1 \hat{E}\ddot{e})^2 \cdot 1 \hat{O}\ddot{e} \cdot (1 \hat{i})^2}{1 \hat{e}\ddot{a}} = \frac{(1 \hat{E}\ddot{e})^2 \cdot 1 \hat{I}}{1 \hat{e}\ddot{a} \cdot 1 \hat{A} \cdot \hat{i}} = \\ &= \frac{(1 \hat{A})^2 \cdot \hat{n}^2 \cdot \hat{e}\ddot{a} \cdot \hat{i} \cdot \hat{i}^2}{1 \hat{A} \cdot \hat{i} \cdot \hat{e}\ddot{a} \cdot \hat{n}^2} = 1 \hat{A} \cdot \hat{i}^2. \end{aligned}$$

Зробимо обчислення:

$$\begin{aligned} p_m &= \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,2 \cdot (0,05)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} A \cdot m^2 = 7,03 \cdot 10^{-12} A \cdot m^2 = \\ &= 7,03 \text{ пА} \cdot m^2. \end{aligned}$$

**Приклад 10.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі ( $B = 10$  мТл) по гвинтовій лінії, радіус  $R$  котрої дорівнює 1 см та крок  $h = 6$  см. Визначити період  $T$  обертання електрона та його швидкість  $v$ .

*Розв'язок.* Електрон буде рухатися по гвинтовій лінії, якщо він влітає в однорідне магнітне поле під деяким кутом ( $\alpha \neq \pi/2$ ) до ліній магнітної індукції. Розкладемо, як це показано на рис. 36, швидкість  $\vec{v}$  електрона на дві складові: паралельну вектору  $\vec{B}$  ( $\vec{v}_{\parallel}$ ) й перпендикулярну йому ( $\vec{v}_{\perp}$ ).

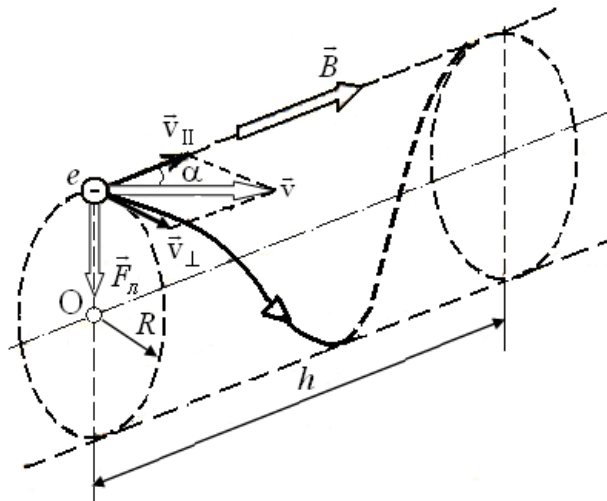


Рисунок 36 – Рух електрона по гвинтовій лінії в однорідному магнітному полі

Швидкість  $\vec{v}_{\parallel}$  у магнітному полі не змінюється й забезпечує переміщення електрона вздовж силової лінії. Швидкість  $\vec{v}_{\perp}$  в результаті дії сили Лоренца буде змінюватися лише за напрямком ( $\vec{F}_l \perp \vec{v}_{\perp}$ ) (за відсутності паралельної складової ( $\vec{v}_{\parallel} = 0$ ) рух електрона відбувався б по колу в площині, яка перпендикулярна магнітним силовим лініям). Таким чином, електрон буде брати участь одночасно у двох рухах: рівномірному переміщенні зі швидкістю  $v_{\parallel}$  та рівномірному русі по колу зі швидкістю  $v_{\perp}$ .

Період обертання електрона пов'язаний з перпендикулярною складовою швидкості співвідношенням:

$$T = 2\pi R / v_{\perp}. \quad (1)$$

Знайдемо відношення  $R / v_{\perp}$ . Для цього скористаємося тим, що сила Лоренца повідомляє електрону нормальне прискорення  $a_n = v_{\perp}^2 / R$ . Згідно з другим законом Ньютона можна написати:

$$F_l = ma_n$$

або

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R, \quad (2)$$

де  $v_{\perp} = v \sin\alpha$ .

Скоротивши (2) на  $v_{\perp}$ , виразимо співвідношення  $R / v_{\perp}$  ( $R / v_{\perp} = m / |e|B$ ) і підставимо його у формулу (1):

$$T = 2\pi m / |e|B.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю часу (с):

$$\frac{[m]}{[e][B]} = \frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Тл}} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{1 \text{ А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{1 \text{ с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = 1 \text{ с}.$$

Зробимо обчислення:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \text{ с} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс}.$$

Модуль швидкості  $v$ , як це видно з рис. 36, можна виразити через  $v_{\perp}$  та  $v_{\parallel}$ :

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}.$$

З формули (2) виразимо перпендикулярну складову швидкості:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Паралельну складову швидкості  $v_{\parallel}$  знайдемо з наступних міркувань. За час, що дорівнює періоду обертання  $T$  електрон пройде вздовж силової лінії відстань, яка дорівнює кроку гвинтової лінії, тобто  $h = Tv_{\parallel}$ , звідки:

$$v_{\parallel} = h/T.$$

Підставивши замість  $T$  праву частину виразу (2), отримаємо:

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким чином, модуль швидкості електрона:

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Переконаємося у тому, що права частина рівності дає одиницю швидкості (і /ñ). Для цього зауважимо, що  $R$  та  $h$  мають однакову одиницю метр (м). Тому у квадратних дужках поставимо тільки одну з величин (наприклад,  $R$ ):

$$\begin{aligned} \frac{[e][B]}{[m]} [R^2]^{1/2} &= \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Тл}}{1 \text{ кг}} (\text{м}^2)^{1/2} = \frac{1 \text{ А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{с}}{1 \text{ кг}} = \\ &= \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{1 \text{ кг} \cdot \text{с}^2} = 1 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Зробимо обчислення:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[ (0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} \text{ м/с} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

або  $24,6 \cdot 10^7$  Мм/с.



**Приклад 11.** Альфа-частинка пройшла прискорючу різницю потенціалів  $U = 104$  В і влетіла у схрещені під прямим кутом електричне ( $E = 10$  кВ/м) і магнітне ( $B = 0,1$  Тл) поля. Знайти відношення заряду альфа-частинки до її маси, якщо, рухаючись перпендикулярно до обох полів, частка не відчуває відхилень від прямолінійної траєкторії.

*Розв'язок.* Для того, щоб знайти відношення заряду  $Q$  альфа-частинки до її маси  $m$ , скористаємося зв'язком між роботою сил електричного поля й зміною кінетичної енергії частинки:

$$QU = mv^2 / 2,$$

звідки

$$Q / m = v^2 / (2U). \quad (1)$$

Швидкість  $v$  альфа-частинки знайдемо з наступних міркувань. У схрещених електричному й магнітному полях на рухому заряджену частинку діють дві сили:

а) сила Лоренца  $\vec{F}_l = Q[\vec{v}\vec{B}]$ , спрямована перпендикулярно швидкості  $\vec{v}$  й вектору магнітної індукції  $\vec{B}$ ;

б) кулонівська сила  $\vec{F}_k = Q\vec{E}$  співнапрямлена з вектором напруженості  $\vec{E}$  електростатичного поля ( $Q > 0$ ). На рис. 37 направимо вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  уздовж осі Oz, швидкість  $\vec{v}$  – в позитивному напрямку осі Ox, тоді  $\vec{F}_l$  і  $\vec{F}_k$  будуть спрямовані так, як показано на рисунку.

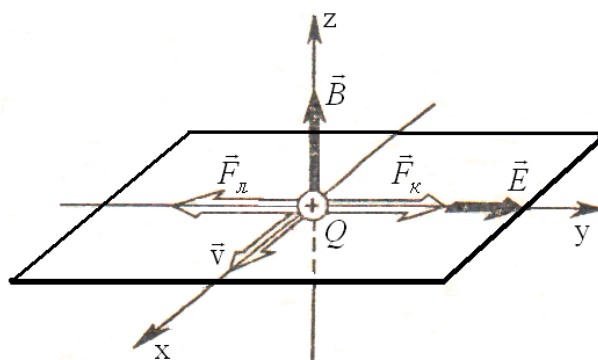


Рисунок 37 – Рух альфа-частинки у схрещених полях

Альфа-частинка не буде відчувати відхилення, якщо геометрична сума сил  $\vec{F}_l = \vec{F}_k$  дорівнюватиме нулю. У проекції на вісь Oy отримаємо наступну рівність (при цьому враховано, що  $\vec{v} \perp \vec{B}$  і  $\sin\alpha = 1$ ):

$$QE - QvB = 0,$$

$$v = E / B.$$

Підставивши цей вираз швидкості у формулу (1), отримаємо:

$$Q / m = E^2 / (2UB^2).$$

Переконаємося у тому, що права частина рівності дає одиницю питомого заряду (Кл/кг):

$$\frac{[E^2]}{[U][B^2]} = \frac{(1 \hat{A} \cdot \hat{i})^2}{1 \hat{A} \cdot (1 \hat{O} \hat{e})^2} = \frac{(1 \hat{A} \cdot \hat{A})^2}{1 \hat{A} \cdot (1 \hat{I})^2} = \frac{1 \hat{A} \hat{e} \cdot \hat{E} \hat{e}}{(1 \hat{I} \cdot \hat{n})^2} = \frac{1 \hat{E} \hat{e} \cdot \hat{i}}{1 \hat{I} \cdot \hat{n}^2} = 1 \hat{E} \hat{e} / \hat{e} \hat{a}.$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 104(0,1)^2} \text{ Кл/кг} = 4,81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг} = 48,1 \text{ МКл/кг}.$$

**Приклад 12.** Коротка катушка, яка містить  $N = 10^3$  витків, рівномірно обертається з частотою  $n = 10 \text{ с}^{-1}$  щодо осі АВ, що лежить у площині катушки й перпендикулярно лініям однорідного магнітного поля ( $B = 0,04 \text{ Тл}$ ) (рис. 38). Визначити миттєве значення ЕРС індукції для тих моментів часу, коли площина катушки складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з лініями поля. Площа  $S$  катушки дорівнює  $100 \text{ см}^2$ .

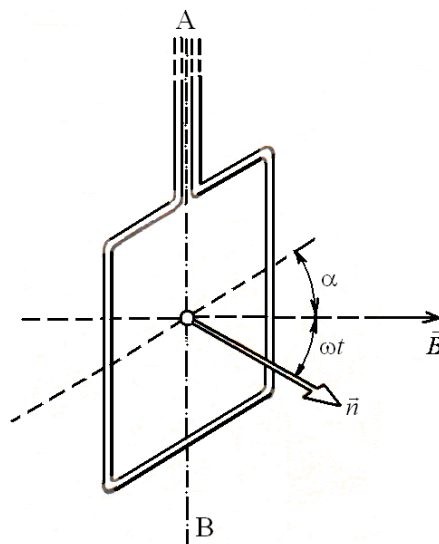


Рисунок 38– Катушка у магнітному полі

*Розв'язок.* Миттєве значення ЕРС індукції  $\varepsilon_1$  визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (1)$$

Потокозчеплення

$$\psi = N\Phi,$$

де  $N$  – число витків катушки, які пронизані магнітним потоком  $\Phi$ . Підставивши вираз  $\psi$  у формулу (1), отримаємо:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При обертанні катушки магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує катушку у момент часу  $t$ , змінюється за законом:

$$\Phi = BS \cos\omega t,$$

де  $B$  – магнітна індукція;

$S$  – площа катушки;

$\omega$  – кутова швидкість катушки.

Підставивши у формулу (2) вираз магнітного потоку  $\Phi$  і продиференціюювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin\omega t.$$

Помітивши, що кутова швидкість  $\omega$  пов'язана з частотою обертання  $n$  катушки співвідношенням  $\omega = 2\pi n$  і що кут  $\omega t = \pi/2 - \alpha$  (рис. 38), отримаємо (враховано, що  $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos\alpha$ ):

$$\varepsilon_i = 2\pi n NBS \cos\alpha.$$

Переконаємося у тому, що права частина цієї рівності дає одиницю ЕРС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ с}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}^2}{1 \text{ А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}} = 1 \text{ В}.$$

Зробимо обчислення:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \text{ В} = 25,1 \text{ В}.$$

**Приклад 13.** Квадратна дротяна рамка зі стороною  $a = 5$  см та опором  $R = 10$  мОм знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B = 40$  мТл). Нормаль до площини рамки складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з лініями магнітної індукції. Визначити заряд  $Q$ , який пройде по рамці, якщо магнітне поле вимкнати.

*Розв'язок.* При виключенні магнітного поля відбудеться зміна магнітного потоку. Внаслідок цього у рамці виникне ЕРС індукції, яка визначається основним законом електромагнітної індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Виникла ЕРС індукції викличе у рамці індукційний струм, миттєве значення якого можна визначити, скориставшись законом Ома для повного кола  $I_i = \varepsilon_i / R$ , де  $R$  – опір рамки, тоді:

$$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Оскільки миттєве значення сили індукційного струму  $I_i = \frac{dQ}{dt}$ , то цей вираз можна переписати у вигляді:

$$\frac{dQ}{dt} R = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{звідки} \quad dQ = -\frac{d\Phi}{R}. \quad (1)$$

Проінтегрувавши вираз (1), знайдемо:

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad \text{або} \quad Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Помітивши, що при вимкненому полі (кінцевий стан)  $\Phi_2 = 0$ , остання рівність переписеться у вигляді:

$$Q = \Phi_1 / R. \quad (2)$$

Знайдемо магнітний потік  $\Phi_1$ . За визначенням магнітного потоку маємо:

$$\Phi_1 = BS \cos\alpha,$$

де  $S$  – площа рамки.

У нашому випадку (рамка квадратна)  $S = a^2$ , тоді:

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos\alpha. \quad (3)$$

Підставивши (3) в (2), отримаємо:

$$Q = \frac{Ba^2}{R} \cos\alpha.$$

Переконаємося у тому, що права частина цієї рівності дає одиницю заряду (Кл):

$$\frac{[B][a^2]}{[R]} = \frac{1 \text{ Тл} \cdot (1 \text{ м})^2}{1 \text{ Ом}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}^2}{1 \text{ А} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ В}} = 1 \text{ Кл}.$$

Зробимо обчислення:

$$Q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \sqrt{3/2}}{0,01} \text{ Кл} = 8,67 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 8,67 \text{ мКл}.$$

**Приклад 14.** Плоский квадратний контур зі стороною  $a = 10$  см, по якому тече струм  $I = 100$  А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B = 1$  Тл). Визначити роботу  $A$ , яка здійснюється зовнішніми силами при повороті контуру відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1)  $\varphi_1 = 90^\circ$ ; 2)  $\varphi_2 = 3^\circ$ . При повороті контуру сила струму у ньому підтримується незмінною.

*Розв'язок.* Як відомо, на контур зі струмом у магнітному полі діє момент сили (рис. 39):

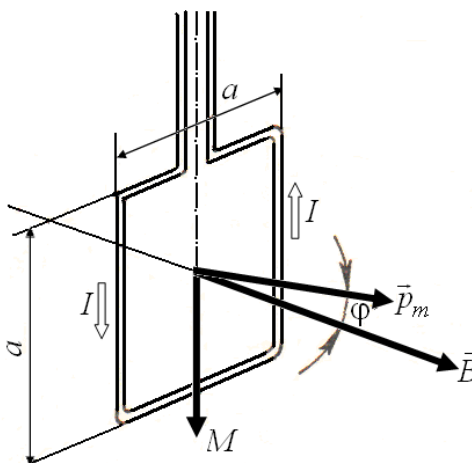


Рисунок 39 – Дія момента сили  $M$  на контур зі струмом у магнітному полі

$$M = p_m B \sin\varphi, \quad (1)$$

де  $p_m = IS = Ia^2$  – магнітний момент контуру;

$B$  – магнітна індукція;

$\varphi$  – кут між векторами  $\vec{p}_m$  (спрямований по нормалі до контуру) і  $\vec{B}$ .

За умовою завдання у початковому положенні контур вільно встановився у магнітному полі. При цьому момент сили дорівнює нулю ( $M = 0$ ), а значить,  $\varphi = 0$ , тобто вектори  $\vec{p}_m$  і  $\vec{B}$  співнапрямлені. Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, що виник [див. (1)] буде прагнути повернути контур у вихідне положення. Проти цього моменту й буде відбуватися робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту  $\varphi$ ), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи у диференціальній формі  $dA = Md\varphi$ . Враховуючи формулу (1), отримуємо:

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi.$$

Взявши інтеграл від цього виразу, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi. \quad (2)$$

Робота при повороті на кут  $\varphi_1 = 90^\circ$ :

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 |(-\cos\varphi)|_0^{\pi/2} = IBa^2. \quad (3)$$

Виразимо числові значення величин в одиницях СІ ( $I = 100$  А,  $B = 1$  Тл;  $a = 10$  см = 0,1 м) та підставимо в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}.$$

Робота при повороті на кут  $\varphi_2 = 3^\circ$ . У цьому випадку, враховуючи, що кут  $\varphi_2$  малий, замінимо у виразі (2)  $\sin\varphi \approx \varphi$ :

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (4)$$

Виразимо кут  $\varphi_2$  у радіанах. Після підстановки числових значень величин у (4) знайдемо:

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Завдання можна вирішити й іншими способами:

1. Робота зовнішніх сил з переміщення контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму у контурі на зміну магнітного потоку, що пронизує контур:

$$A = -I \Delta \Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

де  $\Phi_1$  – магнітний потік, який пронизує контур до переміщення;  
 $\Phi_2$  – те ж, після переміщення.

Якщо  $\varphi_1 = 90^\circ$ , то  $\Phi_1 = BS$ ;  $\Phi_2 = 0$ . Отже:

$$A = IBS = Iba^2,$$

що збігається з (3).

2. Скористаємося виразом для механічної потенційної енергії контуру зі струмом у магнітному полі:

$$П(\varphi) = -p_m B \cos \varphi.$$

Тоді робота зовнішніх сил:

$$A = \Delta П = П_2 - П_1$$

або

$$A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Так як  $p_m = Ia^2$ ;  $\cos \varphi_1 = 1$  і  $\cos \varphi_2 = 0$ , то:

$$A = Iba^2,$$

що також збігається з (3).

**Приклад 15.** Соленоїд зі сердечником із немагнітного матеріалу містить  $N = 1200$  витків проводу, щільно прилеглих один до одного. При силі струму  $I = 4$  А магнітний потік  $\Phi = 6$  мкВб. Визначити індуктивність  $L$  соленоїда й енергію  $W$  магнітного поля соленоїда.

*Розв'язок.* Індуктивність  $L$  пов'язана з потокозчепленням  $\psi$  і силою струму  $I$  співвідношенням:

$$\psi = LI. \quad (1)$$

Потокозчеплення, у свою чергу, може бути визначено через потік  $\Phi$  і число витків  $N$  (за умови, що витки щільно прилягають один до одного):

$$\psi = N\Phi. \quad (2)$$

З формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда:

$$L = N\Phi / I. \quad (3)$$

Енергія магнітного поля соленоїда:

$$W = \frac{1}{2} LI^2.$$

Виразивши згідно з (3), отримаємо:

$$W = \frac{1}{2} N\Phi I. \quad (4)$$

Підставимо у формули (3) і (4) значення фізичних величин та зробимо обчислення:

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \text{ Гн} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 1,8 \text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \text{ Дж} = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,4 \text{ мДж}.$$

### 3.4 Задачі для контрольної роботи

**301.** Нескінченно довгий дрiт зі струмом  $I = 100$  А зігнутий так, як це показано на рис. 40. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці О. Радіус дуги  $R = 10$  см.

**302.** Магнітний момент  $p_m$  тонкого провідного кільця  $p_m = 5$  А · м<sup>2</sup>. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці А, що знаходиться на осі кільця й віддаленій від точок кільця на відстань  $r = 20$  см (рис. 41).



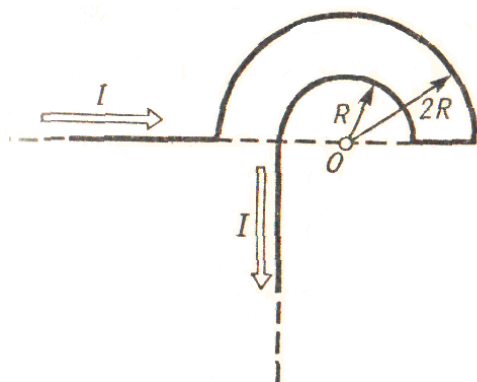


Рисунок 40 – Рисунок до задачі № 301

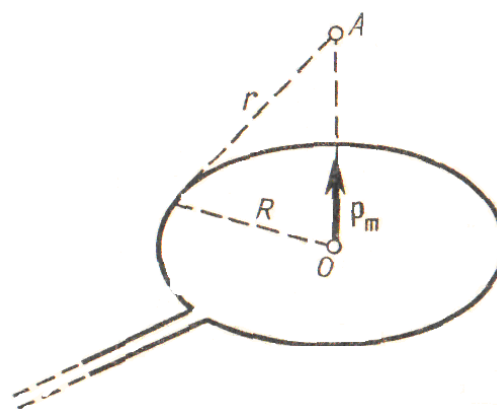


Рисунок 41 – Рисунок до задачі № 302

**303.** По двох схрещених під прямим кутом нескінченно довгих дротах течуть струми  $I$  та  $2I$  ( $I = 100$  А). Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці А (рис. 42). Відстань  $d = 10$  см.

**304.** По нескінченно довгому дроту, що зігнувся так, як це показано на рис. 43, тече струм  $I = 200$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці О. Радіус дуги  $R = 10$  см.

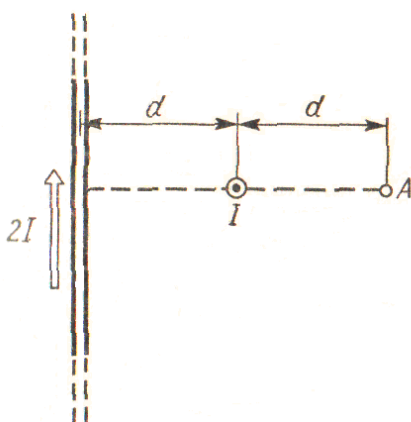


Рисунок 42 – Рисунок до задачі № 303

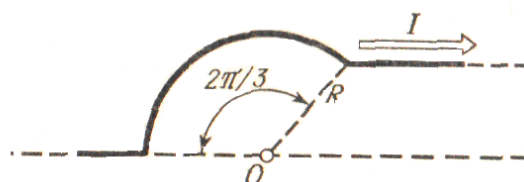


Рисунок 43 – Рисунок до задачі № 304

**305.** По тонкому кільцю радіусом  $R = 20$  см тече струм  $I = 100$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  на осі кільця у точці (рис. 44). Кут  $\beta = \pi/3$ .

**306.** По двох нескінченно довгих дротах, які схрещені під прямим кутом, течуть струми  $I_1$  і  $I_2 = 2I_1$  ( $I_1 = 100$  А). Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці А, яка рівновіддалена від проводів на відстань  $d = 10$  см (рис. 45).

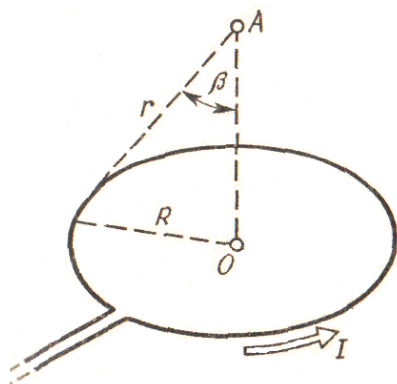


Рисунок 44 – Рисунок до задачі № 305

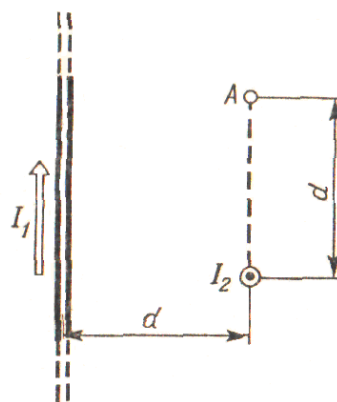


Рисунок 45 – Рисунок до задачі № 306

**307.** По нескінченно довгому дроту, який зігнувся так, як це показано на рис. 46, тече струм  $I = 200$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці O. Радіус дуги  $R = 10$  см.

**308.** По тонкому кільцю тече струм  $I = 80$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці A, яка рівновіддалена від точок кільця на відстань  $r = 10$  см (рис. 47). Кут  $\alpha = \pi/6$ .

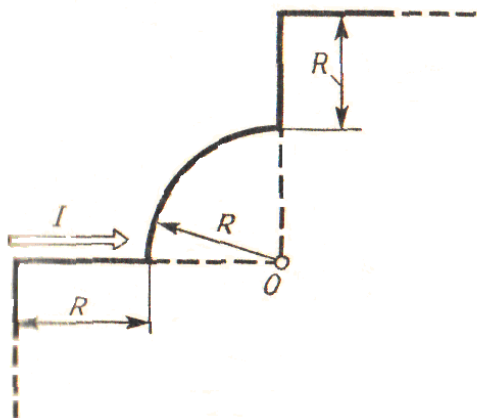


Рисунок 46 – Рисунок до задачі № 307

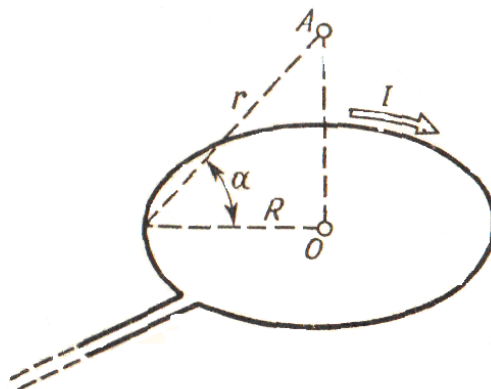


Рисунок 47 – Рисунок до задачі № 308

**309.** По двох нескінченно довгих, прямих паралельних дротах течуть однакові струми  $I = 60$  А. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці A (рис. 48), яка рівновіддалена від дротів на відстань  $d = 10$  см. Кут  $\beta = \pi/3$ .

**310.** Нескінченно довгий дріт зі струмом  $I = 50$  А зігнутий так, як це показано на рис. 49. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  у точці A, яка лежить на бісектрисі прямого кута на відстані  $d = 10$  см від його вершини.

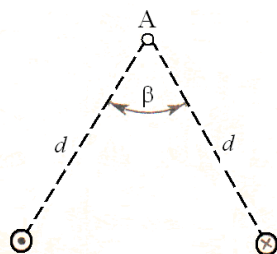


Рисунок 48 – Рисунок  
до задачі № 309

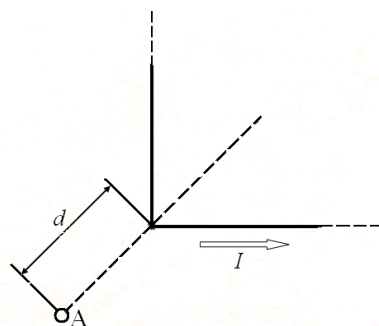


Рисунок 49 – Рисунок  
до задачі № 310

**311.** По двох паралельних дротах довжиною  $l = 3$  м кожен течуть однакові струми  $I = 500$  А. Відстань  $d$  між проводами дорівнює 10 см. Визначити силу  $\vec{F}$  взаємодії проводів.

**312.** По трьох паралельних прямих дротах, що знаходяться на однаковій відстані  $d = 20$  см один від одного, течуть однакові струми  $I = 400$  А. У двох проводах напрямки струмів збігаються. Обчислити для кожного з дротів відношення сили, що діє на нього, до його довжини.

**313.** Квадратна дротяна рамка розташована в одній площині з довгим прямим дротом так, що дві її сторони паралельні дроту. По рамці й проводу течуть однакові струми  $I = 200$  А. Визначити силу  $F$ , що діє на рамку, якщо найближча до дроту сторона рамки знаходиться від нього на відстані, яка дорівнює її довжині.

**314.** Коротка катушка площею поперечного перерізу  $S = 250$  см<sup>2</sup>, що містить  $N = 500$  витків дроту, по якому тече струм  $I = 5$  А, поміщена в однорідне магнітне поле напруженістю  $H = 1000$  А/м. Знайти: 1) магнітний момент  $p_m$  катушки; 2) обертаючий момент  $M$ , що діє на катушку, якщо вісь катушки складає кут  $\varphi = 30^\circ$  з лініями поля.

**315.** Тонкий дріт довжиною  $l = 20$  см зігнутий у вигляді півкільця й поміщений у магнітне поле ( $B = 10$  мТл) так, що площа півкільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. По дроту пропустили струм  $I = 50$  А. Визначити силу  $\vec{F}$ , яка діє на дріт. Підвідні дроту спрямовані вздовж ліній магнітної індукції.

**316.** Шини генератора довжиною  $l = 4$  м знаходяться на відстані  $d = 10$  см один від одного. Знайти силу взаємного відштовхування шин при короткому замиканні, якщо струм  $I_{к.з}$  короткого замикання дорівнює 5 кА.

**317.** Квадратний контур зі стороною  $a = 10$  см, по якому тече струм  $I = 50$  А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B = 10$  мТл). Визначити зміну  $\Delta\Pi$  потенційної енергії контуру при повороті навколо осі, що лежить у площині контуру, на кут  $\vartheta = 180^\circ$ .

**318.** Тонке провідне кільце зі струмом  $I = 40$  А поміщено в однорідне магнітне поле ( $B = 80$  мТл). Площина кільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. Радіус  $R$  кільця дорівнює 20 см. Знайти силу  $F$ , яка розтягує кільце.

**319.** Квадратна рамка з тонкого дроту зі стороною  $a = 10$  см може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, що збігається з однією зі сторін. Маса  $m$  рамки дорівнює 20 г. Рамку помістили в однорідне магнітне поле ( $B = 0,1$  Тл), спрямоване вертикально вгору. Визначити кут  $\alpha$ , на який відхилилася рамка від вертикалі, коли по ній пропустили струм  $I = 10$  А.

**320.** По витку, який має форму кола радіусом  $R = 5$  см, тече струм  $I = 20$  А. Виток розташований в однорідному магнітному полі ( $B = 40$  мТл) так, що нормаль до площини контуру складає кут  $\vartheta = \pi/6$  з вектором  $\vec{B}$ . Визначити зміну  $\Delta\Pi$  потенційної енергії контуру при його повороті на кут  $\varphi = \pi/2$  у напрямку збільшення кута  $\vartheta$ .

**321.** По тонкому кільцю радіусом  $R = 10$  см рівномірно розподілений заряд з лінійною щільністю  $\tau = 50$  нКл/м. Кільце обертається щодо осі, перпендикулярної площини кільця й проходить через його центр, з частотою  $n = 10$  с<sup>-1</sup>. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням кільця.

**322.** Диск радіусом  $R = 8$  см несе рівномірно розподілений по поверхні заряд ( $\sigma = 100$  нКл/м<sup>2</sup>). Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням диска, щодо осі, що проходить через його центр і перпендикулярну площину диска. Кутова швидкість обертання диска  $\omega = 60$  рад/с.

**323.** Стрижень довжиною  $l = 20$  см заряджений рівномірно розподіленим зарядом з лінійною щільністю  $\tau = 0,2$  мкКл/м. Стрижень обертається з частотою  $n = 10$  с<sup>-1</sup> відносно осі, перпендикулярної стрижню й проходить через його кінець. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стрижня.

**324.** Протон рухається по колу радіусом  $R = 0,5$  см з лінійною швидкістю  $v = 10^6$  м/с. Визначити магнітний момент  $p_m$ , створюваний екві-валентним круговим струмом.

**325.** Тонке кільце радіусом  $R = 10$  см несе рівномірно розподілений заряд  $Q = 80$  нКл. Кільце обертається з кутовою швидкістю  $\omega = 50$  рад/с відносно осі, що збігається з одним із діаметрів кільця. Знайти магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням кільця.

**326.** Заряд  $Q = 0,1$  мкКл рівномірно розподілений по стрижню довжиною  $l = 50$  см. Стрижень обертається з кутовою швидкістю

$\omega = 20$  рад/с відносно осі, яка перпендикулярна стрижню й проходить через його середину. Знайти магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стрижня.

**327.** Електрон в атомі водню рухається навколо ядра (протона) по колу радіусом  $R = 53$  пм. Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного кругового струму.

**328.** Суцільний циліндр радіусом  $R = 4$  см і висотою  $h = 15$  см несе рівномірно розподілений за обсягом заряд ( $\rho = 0,1$  мкКл/м<sup>3</sup>). Циліндр обертається з частотою  $n = 10$  с<sup>-1</sup> відносно осі, що збігається з його геометричною віссю. Знайти магнітний момент  $p_m$  циліндра, обумовлений його обертанням.

**329.** По поверхні диска радіусом  $R = 15$  см рівномірно розподілений заряд  $Q = 0,2$  мкКл. Диск обертається з кутовою швидкістю  $\omega = 30$  рад/с відносно осі, яка перпендикулярна площині диска й проходить через його центр. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням диска.

**330.** По тонкому стрижню довжиною  $l = 40$  см рівномірно розподілений заряд  $Q = 60$  нКл. Стрижень обертається з частотою  $n = 12$  с<sup>-1</sup> відносно осі, яка перпендикулярна стрижню й проходить через стрижень на відстані  $a = l/3$  від одного з його кінців. Визначити магнітний момент  $p_m$ , обумовлений обертанням стрижня.

**331.** Два іона різних мас з однаковими зарядами влетіли в однорідне магнітне поле, стали рухатися по колу радіусами  $R_1 = 3$  см та  $R_2 = 1,73$  см. Визначити відношення мас іонів, якщо вони пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів.

**332.** Однозарядний іон натрію пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 1$  кВ і влетів перпендикулярно лініям магнітної індукції в однорідне поле ( $B = 0,5$  Тл). Визначити відносну атомну масу  $A$  іона, якщо він описав коло радіусом  $R = 4,37$  см.

**333.** Електрон пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 800$  В і, влетівши в однорідне магнітне поле  $B = 4,7$  мТл, став рухатися по гвинтовій лінії з кроком  $h = 6$  см. Визначити радіус  $R$  гвинтової лінії.

**334.** Альфа-частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів  $U = 300$  В і, потрапивши в однорідне магнітне поле, почала рухатися по гвинтовій лінії радіусом  $R = 1$  см та кроком  $h = 4$  см. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля.

**335.** Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів  $U = 100$  В і, влетівши в однорідне магнітне поле ( $B = 0,1$  Тл), поча-

ла рухатися по гвинтовій лінії з кроком  $h = 6,5$  см і радіусом  $R = 1$  см. Визначити відношення заряду частинки до її маси.

**336.** Електрон влетів в однорідне магнітне поле ( $B = 200$  мТл) перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу еквівалентного кругового струму  $I_{екв.}$ , який створений рухом електрона у магнітному полі.

**337.** Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 300$  В і влетів в однорідне магнітне поле ( $B = 20$  мТл) під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до ліній магнітної індукції. Визначити крок  $h$  та радіус  $R$  гвинтової лінії, по якій буде рухатися протон у магнітному полі.

**338.** Альфа-частинка, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U$  почала рухатися в однорідному магнітному полі ( $B = 50$  мТл) по гвинтовій лінії з кроком  $h = 5$  см та радіусом  $R = 1$  см. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку пройшла альфа-частинка.

**339.** Іон з кінетичною енергією  $T = 1$  кеВ потрапив в однорідне магнітне поле ( $B = 21$  мТл) й став рухатися по колу. Визначити магнітний момент  $p_m$  еквівалентного кругового струму.

**340.** Іон, потрапивши в магнітне поле ( $B = 0,01$  Тл), став рухатися по колу. Визначити кінетичну енергію  $T$  (в еВ) іона, якщо магнітний момент  $p_m$  еквівалентного кругового струму дорівнює  $1,6 \cdot 10^{-14}$  А·м<sup>2</sup>.

**341.** Протон влетів у схрещені під кутом  $\alpha = 120^\circ$  магнітне ( $B = 50$  мТл) та електричне ( $E = 20$  кВ/м) поля. Визначити прискорення  $\vec{a}$  протона, якщо його швидкість  $\vec{v}$  ( $|\vec{v}| = 4 \cdot 10^5$  м/с) перпендикулярна векторам  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$ .

**342.** Іон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U = 645$  В, влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ( $B = 1,5$  мТл) та електричне ( $E = 200$  В/м) поля. Визначити відношення заряду іона до його маси, якщо іон у цих полях рухається прямолінійно.

**343.** Альфа-частинка влетіла у схрещені під прямим кутом магнітне ( $B = 5$  мТл) та електричне ( $E = 30$  кВ/м) поля. Визначити прискорення  $\vec{a}$  альфа-частинки, якщо її швидкість  $\vec{v}$  ( $|\vec{v}| = 2 \cdot 10^6$  м/с) перпендикулярна векторам  $\vec{B}$  і  $\vec{E}$ , причому сили, що діють з боку цих полів, протинаправлені.

**344.** Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів  $U = 1,2$  кВ, потрапив у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити напруженість  $\vec{E}$  електричного поля, якщо магнітна індукція  $\vec{B}$  поля дорівнює 6 мТл.

**345.** Однорідні магнітне ( $B = 2,5$  мТл) та електричне ( $E = 10$  кВ/м) поля схрещені під прямим кутом. Електрон, швидкість  $v$  якого дорівнює

$4 \cdot 10^6$  м/с, влітає у ці поля так, що сили, які діють на нього з боку магнітного та електричного полів, співнапрямлені. Визначити прискорення  $\vec{a}$  електрона.

**346.** Однозарядний іон літію масою  $m = 7$  а.о.м. пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 300$  В і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне та електричне поля. Визначити магнітну індукцію  $\vec{B}$  поля, якщо траєкторія іона у схрещених полях прямолінійна. Напруженість  $\vec{E}$  електричного поля дорівнює 2 кВ/м.

**347.** Альфа-частинка, що має швидкість  $v = 2$  Мм/с, влітає під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до співнапрямлених магнітного ( $B = 1$  мТл) й електричного ( $E = 1$  кВ/м) полів. Визначити прискорення  $\vec{a}$  альфа-частинки.

**348.** Протон пройшов деяку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні поля: магнітне ( $B = 5$  мТл) та електричне ( $E = 20$  кВ/м). Визначити різницю потенціалів  $U$ , якщо протон у схрещених полях рухається прямолінійно.

**349.** Магнітне ( $B = 2$  мТл) та електричне ( $E = 1,6$  кВ/м) поля співнапрямлені. Перпендикулярно до векторів  $\vec{B}$  та  $\vec{E}$  влітає електрон зі швидкістю  $v = 0,8$  Мм/с. Визначити прискорення  $\vec{a}$  електрона.

**350.** У схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ( $H = 1$  МА/м) та електричне ( $E = 50$  кВ/м) поля влетів іон. При якій швидкості  $\vec{v}$  іона (по модулю й напрямку) він буде рухатися у схрещених полях прямолінійно?

**351.** Плоский контур площею  $S = 20$  см<sup>2</sup> знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B = 0,03$  Тл). Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує контур, якщо площина його складає кут  $\varphi = 60^\circ$  з напрямком ліній індукції.

**352.** Магнітний потік  $\Phi$  крізь перетин соленоїда дорівнює 50 мкВб. Довжина соленоїда  $l = 50$  см. Знайти магнітний момент  $p_m$  соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

**353.** У середній частині соленоїда, що містить  $n = 8$  витків/см, поміщений круговий виток діаметром  $d = 4$  см. Площина витка розташована під кутом  $\varphi = 60^\circ$  до осі соленоїда. Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм  $I = 1$  А.

**354.** На довгий картонний каркас діаметром  $d = 5$  см укладена одношарова обмотка (виток до витка) з дроту діаметром  $d = 0,2$  мм. Визначити магнітний потік  $\Phi$ , який створений таким соленоїдом при силі струму  $I = 0,5$  А.

**355.** Квадратний контур зі стороною  $a = 10$  см, в якому тече струм  $I = 6$  А, знаходиться у магнітному полі ( $B = 0,8$  Тл) під кутом  $\alpha = 50^\circ$  до

ліній індукції. Яку роботу  $A$  потрібно зробити, щоб при незмінній силі струму у контурі змінити його форму на коло?

**356.** Плоский контур зі струмом  $I = 5$  А вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B = 0,4$  Тл). Площа контуру  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Підтримуючи струм у контурі незмінним, його повернули щодо осі, що лежить у площині контуру, на кут  $\alpha = 40^\circ$ . Визначити виконану при цьому роботу  $A$ .

**357.** Виток, в якому підтримується постійна сила струму  $I = 60$  А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ( $B = 20$  мТл). Діаметр витка  $d = 10$  см. Яку роботу  $A$  потрібно зробити для того, щоб повернути виток щодо осі, яка збігається з діаметром, на кут  $\alpha = \pi/3$ ?

**358.** В однорідному магнітному полі перпендикулярно до ліній індукції розташований плоский контур площею  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Підтримуючи у контурі постійну силу струму  $I = 50$  А, його перемістили з поля в область простору, де поле відсутнє. Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, якщо при переміщенні контуру була здійснена робота  $A = 0,4$  Дж.

**359.** Плоский контур зі струмом  $I = 50$  А розташований в однорідному магнітному полі ( $B = 0,6$  Тл) так, що нормаль до контуру перпендикулярна лініям магнітної індукції. Площа контуру  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Визначити роботу, що здійснюються силами поля при повільному повороті контуру близько до осі, що лежить в площині контуру, на кут  $\alpha = 30^\circ$ .

**360.** Визначити магнітний потік  $\Phi$ , який пронизує соленоїд, якщо його довжина  $l = 50$  см і магнітний момент  $p_m = 0,4$  Вб.

**361.** В однорідному магнітному полі ( $B = 0,1$  Тл) рівномірно з частотою  $n = 5$  с<sup>-1</sup> обертається стрижень довжиною  $l = 50$  см так, що площина його обертання перпендикулярна лініям напруженості, а вісь обертання проходить через один з його кінців. Визначити індуковану на кінцях стрижня різницю потенціалів  $U$ .

**362.** В однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,5$  Тл обертається з частотою  $n = 10$  с<sup>-1</sup> стрижень довжиною  $l = 20$  см. Вісь обертання паралельна лініям індукції й проходить через один із кінців стрижня перпендикулярно його осі. Визначити різницю потенціалів  $U$  на кінцях стрижня.

**363.** У дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, вставили прямий магніт. При цьому по ланцюгу пройшов заряд  $Q = 50$  мкКл. Визначити зміну магнітного потоку  $\Delta\Phi$  через кільце, якщо опір ланцюга гальванометра  $R = 10$  Ом.

**364.** Тонкий мідний дріт масою  $m = 5$  г зігнутий у вигляді квадрата, і кінці його замкнуті. Квадрат поміщений в однорідне магнітне поле ( $B = 0,2$  Тл) так, що його площина перпендикулярна до ліній поля. Ви-



значити заряд  $Q$ , який потече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути у лінію.

**365.** Рамка з дроту опором  $R = 0,04$  Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ( $B = 0,06$  Тл). Вісь обертання лежить у площині рамки й перпендикулярна до ліній індукції. Площа рамки  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Визначити заряд  $Q$ , який потече по рамці при зміні кута між нормаллю до рамки й лініями індукції: 1) від 0 до 45°; 2) від 45 до 90°.

**366.** Дротяний виток діаметром  $D = 5$  см й опором  $R = 0,02$  Ом знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B = 0,3$  Тл). Площина витка складає кут  $\varphi = 40^\circ$  з лініями індукції. Який заряд  $Q$  протече по витку при вимиканні магнітного поля?

**367.** Рамка, яка містить  $N = 200$  витків тонкого дроту, може вільно обертатися щодо осі, що лежить у площині рамки. Площа рамки  $S = 50$  см<sup>2</sup>. Вісь рамки перпендикулярна до ліній індукції однорідного магнітного поля ( $B = 0,05$  Тл). Визначити максимальну ЕРС  $\varepsilon_{max}$ , яка індукується у рамці при її обертанні з частотою  $n = 40$  с<sup>-1</sup>.

**368.** Прямий провідний стрижень довжиною  $l = 40$  см знаходиться в однорідному магнітному полі ( $B = 0,1$  Тл). Кінці стрижня замкнуті гнучким дротом, який знаходиться поза полем. Опір усього ланцюга  $R = 0,5$  Ом. Яка потужність  $P$  буде потрібна для рівномірного переміщення стрижня перпендикулярно лініям магнітної індукції зі швидкістю  $v = 10$  м/с?

**369.** Дротяний контур площею  $S = 500$  см<sup>2</sup> і опором  $R = 0,1$  Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ( $B = 0,5$  Тл). Вісь обертання лежить в площині кільця й перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити максимальну потужність  $P_{max}$  необхідну для обертання контуру з кутовою швидкістю  $\omega = 50$  рад/с.

**370.** Кільце з мідного дроту масою  $m = 10$  г поміщено в однорідне магнітне поле ( $B = 0,5$  Тл) так, що площина кільця складає кут  $\beta = 60^\circ$  з лініями магнітної індукції. Визначити заряд  $Q$ , який пройде по кільцю, якщо зняти магнітне поле.

**371.** Соленоїд перетином  $S = 10$  см<sup>2</sup> містить  $N = 10^3$  витків. При силі струму  $I = 5$  А магнітна індукція  $B$  поля всередині соленоїда дорівнює 0,05 Тл. Визначити індуктивність  $L$  соленоїда.

**372.** На картонний каркас довжиною  $l = 0,8$  м та діаметром  $D = 4$  см намотаний в один шар провід діаметром  $d = 0,25$  мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність  $L$  отриманого соленоїда.

**373.** Катушка, що намотана на магнітний циліндричний каркас, має  $N = 250$  витків та індуктивність  $L_1 = 36$  мГн. Щоб збільшити індуктивність катушки до  $L_2 = 100$  мГн, обмотку катушки зняли й замінили обмоткою з більш тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина катушки залишилася колишньою. Скільки витків виявилось у катушці після перемотування?

**374.** Індуктивність  $L$  соленоїда, намотаного в один шар на немагнітний каркас, дорівнює  $0,5$  мГн. Довжина  $l$  соленоїда дорівнює  $0,6$  м, діаметр  $D = 2$  см. Визначити ставлення  $n$  числа витків соленоїда до його довжини.

**375.** Соленоїд містить  $N = 800$  витків. Перетин сердечника (з немагнітного матеріалу)  $S = 10$  см<sup>2</sup>. По обмотці тече струм, що створює поле з індукцією  $B = 8$  мТл. Визначити середнє значення ЕРС  $\langle \epsilon_s \rangle$  самоіндукції, яка виникає на затискачах соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час  $\Delta t = 0,8$  мс.

**376.** По катушці індуктивністю  $L = 8$  мкГн тече струм  $I = 6$  А. Визначити середнє значення ЕРС  $\langle \epsilon_s \rangle$  самоіндукції, що виникає у контурі, якщо сила струму зміниться практично до нуля за час  $\Delta t = 5$  мс.

**377.** В електричному ланцюзі, що містить резистор опором  $R = 20$  Ом і катушку індуктивністю  $L = 0,06$  Гн, тече струм  $I = 20$  А. Визначити силу струму  $I$  у ланцюзі через  $\Delta t = 0,2$  н після її розмикання.

**378.** Ланцюг складається з катушки індуктивністю  $L = 0,1$  Гн і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи ланцюга. Час, через який сила струму зменшиться до  $0,001$  первісного значення, дорівнює  $t = 0,07$  с. Визначити опір катушки.

**379.** Джерело струму замкнули на катушці опором  $R = 10$  Ом та індуктивністю  $L = 0,2$  Гн. Через який час сила струму у ланцюзі спіткає  $50\%$  максимального значення?

**380.** Джерело струму замкнули на катушці опором  $R = 20$  Ом. Через час  $t = 0,1$  с струм  $I$  в катушці досяг  $0,95$  граничного значення. Визначити індуктивність  $L$  катушки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А. А. Воробьев, В. П. Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов – М.: Высш. шк., 1987. – 208 с.: ил.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1979. – 464 с.
3. Детлаф А. А., Яворский Б. М., Милковская Л. Б. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1979. – 383 с.
4. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – Т. 2. – 356 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1979. – Т. 1 – 415 с. Т. 2 – 480 с.
6. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1985. – 450 с.
7. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981. – 195 с.
8. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1977. – 215 с.
9. Новодворская Е. М., Дмитриев Э. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – 3-е изд. – перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1981. – 230 с.

### Додаткова

10. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1977. – 210 с.
11. Кикоин И. К., Кикоин А. К. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1976. – 312 с.
12. Матвеев А. Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа, 1981. – 230 с.
13. Матвеев А. Н. Электродинамика. – М.: Высшая школа, 1980. – 280 с.
14. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1977. – 150 с.
15. Чертов А. Г. Единицы физических величин. – М.: Высшая школа, 1977. – 335 с.

## ДОДАТОК

Таблиця А.1 – Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	$g$	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравітаційна стала	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постійна Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова постійна	$R$	8,31 Дж/(моль · К)
Стандартний об'єм (молярний об'єм ідеального газу під час нормальних умов)	$V_m$	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постійна Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	$e$	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана – Больцмана	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постійна закону зміщення Віна	$b$	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постійна Планка	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar$	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Ридберга	$R$	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	$a$	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda$	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Енергія іонізації атома водню	$E_i$	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 еВ)
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Електрична постійна	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна константа	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Таблиця А.2 – Деякі астрономічні величини

Найменування	Значення
1	2
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

Продовження таблиці А.2

Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Сонця	$6,95 \cdot 10^8$ м
Маса Сонця	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус Місяця	$1,74 \cdot 10^6$ м
Маса Місяця	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Відстань від центру Землі до центру Сонця	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Відстань від центру Землі до центру Місяця	$3,84 \cdot 10^8$ м

Таблиця А.3 – Щільність твердих тіл

Тверде тіло	Щільність, кг/м <sup>3</sup>	Тверде тіло	Щільність, кг/м <sup>3</sup>
Алюміній	$2,70 \cdot 10^3$	Мідь	$8,9 \cdot 10^3$
Барій	$3,50 \cdot 10^3$	Нікель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадій	$6,02 \cdot 10^3$	Свинець	$11,3 \cdot 10^3$
Вісмут	$9,8 \cdot 10^3$	Срібло	$10,5 \cdot 10^3$
Залізо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезій	$1,90 \cdot 10^3$
Літій	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

Таблиця А.4 – Щільність рідин

Рідина	Щільність, кг/м <sup>3</sup>	Рідина	Щільність, кг/м <sup>3</sup>
Вода (при 4° С)	$1,00 \cdot 10^3$	Сірковуглець	$1,26 \cdot 10^3$
Гліцерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

Таблиця А.5 – Щільність газів (за нормальних умов)

Газ	Щільність, кг/м <sup>3</sup>	Газ	Щільність, кг/м <sup>3</sup>
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

Таблиця А.6 – Коефіцієнт поверхневого натягу рідин

Рідина	Коефіцієнт, мН/м	Рідина	Коефіцієнт, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мильна піна	40	Спирт	22

Таблиця А.7 – Ефективний діаметр молекули

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелій	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водень	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кисень	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Таблиця А.8 – Діелектрична проникність

Речовина	Проникливість	Речовина	Проникливість
Вода	81	Парафін	2,0
Масло трансформаторне	2,2	Скло	7,0

Таблиця А.9 – Питомий опір металів

Метал	Питомий опір, Ом·м	Метал	Питомий опір, Ом·м
Залізо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Ніхром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Мідь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Срібло	$1,6 \cdot 10^{-8}$

Таблиця А.10 – Енергія іонізації

Речовина	$E_i$ , Дж	$E_i$ , еВ
Водень	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Літій	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблиця А.11 – Рухливість іонів у газах,  $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ 

Газ	Позитивні іони	Негативні іони
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водень	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Повітря	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

Таблиця А.12 – Показник заломлення

Речовина	Показник	Речовина	Показник
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Скло	1,50

Таблиця А.13 – Робота виходу електронів

Метал	$A$ , Дж	$A$ , еВ
Калій	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Літій	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубідій	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Срібло	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезій	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблиця А.14 – Відносні атомні маси (округлені значення)  $A_r$  і порядкові номери  $Z$  деяких елементів

Елемент	Символ	$A_r$	$Z$	Елемент	Символ	$A_r$	$Z$
Азот	N	14	7	Марганець	Mn	55	25
Алюміній	Al	27	13	Мідь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барій	Ba	137	56	Натрій	Na	23	11
Ванадій	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водень	H	1	1	Нікель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сіра	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Вуглець	C	12	6
Кисень	O	16	8	Уран	U	238	92
Магній	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблиця А.15 – Одиниці СІ, що мають спеціальні найменування

Величина		Одиниця		
Найменування	Розмірність	Найменування	Позначення	Вираз через основні й додаткові одиниці
1	2	3	4	5
Основні одиниці				
Довжина	$L$	метр	м	
Маса	$M$	кілограм	кг	
Час	$T$	секунда	с	

## Продовження таблиці А.15

Сила електричного току	$I$	ампер	А	
Термодинамічна температура	$\Theta$	кельвін	К	
Кількість речовини	$\nu$	моль	моль	
Сила світлу	$J$	кандела	кд	
Додаткові одиниці				
Плоский кут	–	радіан	рад	
Тілесний кут	–	стерадиан	ср	
Довільні одиниці				
Частота	$T^{-1}$	герц	Гц	$c^{-1}$
Сила, вага	$LM T^{-2}$	ньютон	Н	$m \cdot kg \cdot c^{-2}$
Тиск, механічна напруга	$L^{-1} M T^{-2}$	паскаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot c^{-2}$
Енергія, робота, кількість тепла	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Потужність, потік енергії	$L^2 M T^{-3}$	ватт	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$
Кількість електрики (елек. заряд)	$T I$	кулон	Кл	$c \cdot A$
Електрична ємкість	$L^{-2} M^{-1} T^4$	фарад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Електричний опір	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$	Ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$
Електрична провідність	$L^{-2} M^{-1} T^3$	сименс	См	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^3 \cdot A^{-1}$

*Примітки:*

1. Окрім температури Кельвіна (позначення  $T$ ) допускається застосовувати також температуру Цельсія ( $t^\circ$ ), визначається виразом  $t^\circ = T - T_0$ , де  $T_0 = 273,15$  К. Температура Кельвіна виражається у кельвінах, температура Цельсія – у градусах Цельсія (міжнародне і російське  $^\circ C$ ). За розміром градус Цельсія дорівнює Кельвіну.

2. Інтервал чи різницю температур Кельвіна виражають у кельвінах.



Інтервал чи різницю температур Цельсія допускається висловлювати як в кельвінах, так і в градусах Цельсія.

Таблиця А.16 – Множники й приставки для утворення десяткових кратних і часткових одиниць та їх найменування

Приставка		Множник	Приставка		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
1	2	3	4	5	6
екса	Е	$10^{18}$	деци	д	$10^{-1}$
пета	П	$10^{15}$	санті	с	$10^{-2}$
тера	Т	$10^{12}$	мілі	м	$10^{-3}$
гіга	Г	$10^9$	мікро	мк	$10^{-6}$
мега	М	$10^6$	нано	н	$10^{-9}$
кіло	к	$10^3$	піко	п	$10^{-12}$
гекто	г	$10^2$	фемто	ф	$10^{-15}$
дека	да	$10^1$	атто	а	$10^{-18}$

Таблиця А.17 – Грецький алфавіт

Позначення літер		Назви літер	Позначення літер		Назви літер
<i>A</i>	$\alpha$	альфа	<i>N</i>	$\nu$	ню
<i>B</i>	$\beta$	бета	<i>\Xi</i>	$\xi$	ксі
<i>\Gamma</i>	$\gamma$	гама	<i>O</i>	$o$	омікрон
$\Delta$	$\delta$	дельта	<i>\Pi</i>	$\pi$	пі
<i>E</i>	$\epsilon$	епсілон	<i>\rho</i>	$\rho$	ро
<i>Z</i>	$\zeta$	дзета	$\Sigma$	$\sigma$	сигма
<i>H</i>	$\eta$	ета	<i>T</i>	$\tau$	тау
$\Theta$	$\theta$	тета	<i>Y</i>	$\upsilon$	іпсилон
<i>J</i>	$\iota$	йота	$\Phi$	$\phi$	фі
<i>K</i>	$\chi$	каппа	<i>X</i>	$\chi$	хі
$\Lambda$	$\lambda$	лямбда	$\Psi$	$\psi$	псі
<i>M</i>	$\mu$	мі	$\Omega$	$\omega$	омега

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

**Бруяка Ольга Олегівна**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ  
З ЗАГАЛЬНОГО КУРСУ ФІЗИКИ ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 0701  
«ТРАНСПОРТ І ТРАНСПОРТНА ІНФРАСТРУКТУРА»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ  
НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ –6.070101  
«ТРАНСПОРТНІ ТЕХНОЛОГІЇ»)**

Підписано до випуску 31.05.2012 р. Гарнітура Times New Roman.  
Умов. друк. арк. 7,125. Зам. № 167.

---

Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут  
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51  
E-mail:druknt@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів  
видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.