

УДК 621.317: 004.31: 004.932

Наведено результати чисельного моделювання взаємодії фізичних полів з локальними неоднорідностями, створення та обґрунтування математичних моделей сигналів і систем. Розглянуто задачі аналізу та обробки виміральної інформації, інтерпретації результатів вимірювання. Описано методи обробки зображень з використанням логарифмічних перетворень та розпізнавання образів. Значну увагу приділено розробці математичного та програмного забезпечення.

Збірник розрахований на спеціалістів із математичного моделювання, фахівців з теорії сигналів, обробки та розпізнавання образів, неруйнівного контролю матеріалів, інформаційно-вимірвальних і обчислювальних систем.

The results of numerical modelling of physical fields interaction with local inhomogeneities, the creation and substantiation of the signal and system models are presented. Problems of the analysis and processing of measuring information, interpretation of measuring results are considered. The methods of image processing using logarithmic transforms and pattern recognition are described. Special attention is paid to the development of algorithms and software.

The journal is for the researches and specialists in the area of mathematical modelling, signal theory, image processing and pattern recognition, nondestructive testing, information measuring and computing systems.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

З. Т. Назарчук (відповідальний редактор), М. М. Войтович, Р. А. Воробель (заступник відповідального редактора), В. В. Гафійчук, В. В. Грицик, В. Б. Дудикевич, І. Б. Івасенко (відповідальний секретар), Д. Б. Куриляк, Б. А. Мандзій, Л. І. Муравський, Б. П. Русин, Я. Г. Савула, П. М. Сопрунок, П. Г. Стахів, П. Г. Столярчук, І. М. Яворський (заступник відповідального редактора), М. М. Яцимирський

Адреса редколегії:

79060, Львів, Наукова, 5
Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України
Тел.: 8 0322 63-70-38
8 0322 29-68-03
Факс: 8 0322 64-94-27
E-mail: vidbir@ipm.lviv.ua
Наша веб-адреса: <http://www.ipm.lviv.ua/vidbir/index.htm>

Затверджено до друку вченою радою
Фізико-механічного інституту
ім. Г. В. Карпенка НАН України

Редакція журналу "Фізико-хімічна механіка матеріалів"

Зав. редакцією *Р. Р. Кокот*
Редактор *М. В. Пиней*
Зав. групою комп'ютерної підготовки видання *І. В. Калинюк*
Комп'ютерний набір *Г. М. Кулик*

Реєстраційне свідоцтво: серія КВ №3297 від 15.06.98

Підписано до друку 25.11.2011, Формат 70×108/16, Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 13,5. Тираж 250 прим. Замовлення 25-11/2011. Ціна договірна.
Друкарня ТзОВ «Простір М», 79000, Львів, вул. Чайковського, 27

НАЦІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ НАУК
УКРАЇНИ

ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ
ІНСТИТУТ ім. Г. В. КАРПЕНКА

ВІДБІР і обробка ІНФОРМАЦІЇ

МІЖВІДОМЧИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Засновано у 1965 р.

ВИПУСК **35** (111), 2011

ЗМІСТ

Поля та сигнали у неоднорідних середовищах

- Захарія Й. А.* Про вплив кріплення випромінювача у хвилеводі 5
- Андрійчук М. І., Ткачук В. П.* Синтез лінійної хвилеводної решітки з використанням варіаційного підходу і методу апертурних ортогональних поліномів 10
- Закревський О. Ф., Мовчанюк А. В.* Вплив ефекту швидкості вібрації поверхні на вимірювання амплітуди механічних коливань ультразвукового випромінювача вихрострумовим методом 16

Математичні моделі сигналів та систем

- Яворський І. М., Юзефович Р. М., Мацько І. Й., Кравець І. Б.* Інваріантний кореляційний аналіз векторних періодично корельованих випадкових процесів 22
- Куц Ю. В., Шенгур С. В.* Знаходження довірчого інтервалу в задачах кутметрії за апроксимацією емпіричних даних розподілом Джонсона 32
- Расвський М. В., Ситник О. О., Кисельов В. Б.* Використання лінійних фільтрів Калмана для калібрування акселерометрів за допомогою даних глобальних навігаційних супутникових систем 38
- Єременко В. С., Переїденко А. В.* Формування навчальної вибірки інформаційних сигналів під час неруйнівного контролю виробів з композиційних матеріалів 47
- Дергунов О. В., Куц Ю. В., Щербак Л. М.* Первинна обробка часових рядів при обмежених апіорних даних про їх модель 55
- Стахів П. Г., Струбицька І. П.* Прогнозування шкідливих викидів в атмосферу з використанням динамічних дискретних моделей 63

Обробка вимірювальної інформації

- Мицик Б. Г., Назаревич А. В., Баштейвич М. В., Назаревич Р. А.* Безконтактні смісні вимірювачі мікропереміщень у деформографічних геофізичних дослідженнях 69

<i>Каліта Б. І., Каратаєва Л. М., Мезенцев В. П., Ногач Р. Т., Сорока С. О.</i> Вплив акустичних збурень на прозорість іоносфери (результати наземно-космічного експерименту).....	77
<i>Щербовських С. В.</i> Визначення готовності відновлюваних систем із багатократним ковзним резервуванням.....	84
<i>Сопрунок П. М., Мельник М. М.</i> Вимірювання батиметричних характеристик озера Світязь.....	90
<i>Шарамга Р. В.</i> Частотна залежність чутливості стабілізованого інтерферометра Майкельсона під час реєстрації поверхневих акустичних хвиль.....	96

Обробка зображень та розпізнавання образів

<i>Максименко О. П., Франкевич Л. Ф., Сахарук О. М., Дрималик А. Р.</i> Застосування методу цифрової кореляції зображень для вимірювання деформацій балкових зразків.....	102
<i>Воробель Р. А., Івасенко І. Б., Мандзій Т. С., Боцяк В. В.</i> Використання логарифмічних перетворень для сегментації зображень зварних швів.....	109

Математичне та програмне забезпечення

<i>Яджак М. С.</i> Вирішення проблеми реалізації деяких паралельних алгоритмів цифрової фільтрації даних.....	116
<i>Виклюк Я. І., Гаць Б. М.</i> Використання моделі клітинної урбанізації для прогнозування форми туристичних поселень.....	122
<i>Цегелик Г. Г., Обухівський Р. О.</i> Оптимальні моделі індексопослідовних файлів баз даних для багатопроекторних систем.....	128

ЮВІЛЕЇ

<i>Грицик В. В.</i> (до 70-річчя від дня народження).....	132
<i>Дудикевич В. Б.</i> (до 70-річчя від дня народження).....	133

ХРОНІКА

<i>Куриляк Д. Б.</i> Наукові семінари.....	134
--	-----

НАШІ ВТРАТИ

<i>Сорока С. О.</i> (некролог).....	139
-------------------------------------	-----

ЗНАХОДЖЕННЯ ДОВІРЧОГО ІНТЕРВАЛУ В ЗАДАЧАХ КУТОМЕТРІЇ ЗА АПРОКСИМАЦІЄЮ ЕМПІРИЧНИХ ДАНИХ РОЗПОДІЛОМ ДЖОНСОНА

Expanded uncertainty and the confidence interval are the main accuracy characteristics of measurement result. Confidence interval obtaining based on empirical approximating distribution is the important task in statistic and measurement theory. An article represents Johnson distribution application for circular measurement data approximation and confidence interval obtaining.

Keywords: *Johnson distribution, confidence interval, random circle, approximation.*

Основними показниками точності результату вимірювання є розширена невизначеність або довірчий інтервал. Визначення довірчого інтервалу на основі емпіричного апроксимуючого розподілу даних вимірювань є важливою задачею статистики та теорії вимірювань. Розглянуто застосування розподілів Джонсона для апроксимації розподілів імовірності даних вимірювання випадкових кутів та знаходження довірчого інтервалу.

Ключові слова: *розподіл Джонсона, довірчий інтервал, випадковий кут, апроксимація.*

Результати вимірювання, відповідно до вимог національних та міжнародних стандартів, повинні супроводжуватись показниками точності. Такими показниками найчастіше приймають розширену невизначеність U або довірчий інтервал Δ_d [1, 2]. Відомі методики визначення U ґрунтуються на попередньому оцінюванні стандартної невизначеності та коефіцієнта покриття за відомого розподілу ймовірності похибок вимірювання. Часто такий розподіл, ґрунтуючись на результатах попередніх вимірювань, приймають близьким до гауссівського. За наявності достатньої статистики виконують перевірку на гауссовість за одним з відомих критеріїв. Проте, за відсутності апріорної інформації та достатньої для перевірки статистичних гіпотез про розподіли ймовірності статистики, такий підхід може привести до значних похибок оцінки точності результатів вимірювань.

В роботі [3] розглянуто питання визначення розширеної невизначеності (довірчих інтервалів) для випадкових величин на основі апроксимації їх розподілів ймовірності кривими Джонсона.

Метою статті є аналіз можливості застосування розподілу Джонсона для визначення довірчого інтервалу та розширеної невизначеності в задачах аналізу результатів вимірювання випадкових кутів.

Постановка задачі. Нехай за результатами спостереження отримана вибірка $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_j, \dots, \theta_J\}$, $\theta_j = [0, 2\pi)$, випадкового кута $\psi(\omega) = [0, 2\pi)$, де ω – елементарна подія з області подій Ω , з невідомим законом розподілу ймовірності. Обсяг вибірки $J < 100$. Значення θ_j є незмінними.

Необхідно, використовуючи розподіли Джонсона, оцінити розширену невизначеність U для середнього кута і заданого рівня значущості q .

Розв'язок. Загальна стратегія вирішення поставленої задачі полягає у знаходженні апроксимуючого розподілу $f(\theta)$, за яким визначаються квантілі $\theta_{q/2}$ і $\theta_{1-q/2}$, що відповідають границям розширеної невизначеності. Алгоритм побудови довірчого інтервалу складатиметься з таких етапів:

- 1) формування центрованої відносно середини інтервалу $[0, 2\pi)$ вибірки

$$\Theta' = \{\theta'_1, \dots, \theta'_j, \dots, \theta'_J\}, \text{ де } \theta'_j = \theta_j - \hat{\theta}_c + \pi, \quad (1)$$

$$\hat{\theta}_c = \left\{ \arctg \frac{S}{C} + \frac{\pi}{2} \{2 - (\text{sign} S) \times [1 + \text{sign} C]\} \right\}, \quad (2)$$

$$C = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \cos \theta_j; \quad S = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sin \theta_j;$$

2) знаходження апроксимуючого розподілу $f(\theta)$ для вибірки Θ' ;

3) оцінка за розподілом $f(\theta)$ квантилів $\theta_{q/2}$ і $\theta_{1-q/2}$;

4) визначення границь розширеної невизначеності.

В загальному випадку розподіл $f(\theta)$ є несиметричним, тому розширена невизначеність оцінюється двома значеннями (справа і зліва від $\hat{\theta}_c$):

$$U^+ = (\theta_{q/2} + \hat{\theta}_c - \pi) \bmod 2\pi;$$

$$U^- = (\theta_{1-q/2} + \hat{\theta}_c - \pi) \bmod 2\pi.$$

Перетворення Джонсона. В загальному вигляді перетворення Джонсона має такий вид [3]:

$$z = \gamma + \eta \tau(x; \varepsilon, \lambda); \quad \eta > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty, \quad (3)$$

де τ – довільна функція; z – нормована випадкова величина, розподілена за нормальним законом; γ та η – параметри форми; ε – параметр, що характеризує центр розподілу; λ – параметр масштабу.

Розподіли Джонсона поділяються на:

– логарифмічно нормальний розподіл з трьома параметрами, що також називається сім'єю розподілів S_L Джонсона:

$$f_1(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}(x-\varepsilon)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \eta^2 \left[\frac{\gamma}{\eta} + \ln(x-\varepsilon) \right]^2 \right\}, \quad x \geq \varepsilon, \quad \eta > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty; \quad (4)$$

– сім'я розподілів S_B Джонсона з чотирма параметрами:

$$f_2(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda}{(x-\varepsilon)(\lambda-x+\varepsilon)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\gamma + \eta \ln \left(\frac{x-\varepsilon}{\lambda-x+\varepsilon} \right) \right]^2 \right\}, \quad (5)$$

$$\varepsilon \leq x \leq \varepsilon + \lambda, \quad \eta > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty$$

– сім'я розподілів S_U Джонсона з чотирма параметрами:

$$f_3(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2 + \lambda^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\gamma + \eta \ln \left[\left(\frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right) + \left[\left(\frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right)^2 + 1 \right]^{1/2} \right] \right)^2 \right], \quad (6)$$

$$-\infty < x < \infty, \quad \eta > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty.$$

Апроксимація за допомогою розподілу Джонсона полягає у виборі сім'ї розподілів, отриманні оцінок параметрів обраної сім'ї розподілів та знаходженні емпіричних ймовірностей цього розподілу.

Вибір сім'ї розподілів Джонсона. У виборі сім'ї розподілів Джонсона керуються:

– аналітичними виразами функцій розподілів, з яких випливає, що сім'ї S_U , S_L та S_B визначаються відповідно для необмежених випадкових величин, випадкових величин, обмежених з однієї сторони, та випадкових величин, обмежених зверху та знизу;

– методикою, викладеною у [4]. Вона полягає у знаходженні за експериментальними даними точки з координатами $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$, що виражають залежність між

$$\beta_1 = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}},$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2}. \mu_2, \mu_3, \mu_4 \text{ заміняються відповідно оцінками } m_2, m_3, m_4: \sqrt{\hat{\beta}_1} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}},$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{m_4}{(m_2)^2}. \text{ Положення точки } (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \text{ відносно кривої, описаної рівняннями:}$$

$$\beta_1(x) = (x-1)(x+2)^2, \quad (7)$$

$$\beta_2(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 3,$$

(де x – змінна), передбачає вибір сім'ї розподілів S_L Джонсона у випадку знаходження її поблизу кривої; S_B – коли точка знаходиться над кривою та S_U – коли точка знаходиться під кривою. Проте для вибірок обсягом $J < 200$ [5] слід з обережністю ставитися до описаної вище методики через можливий суттєвий вплив малоймовірних значень (крайніх значень вибірки) на оцінки β_1 та β_2 за невеликого обсягу вибірки. Зазвичай потрібно скласти таблицю частот та порівнювати розподіл, що підбирається з фактичними даними.

Проведення експериментів з випадковими кутами. Експериментально підтверджено, що вибір сім'ї розподілів Джонсона насамперед залежить від характеру вибірки випадкових даних, а не від області їх поширення або значень β_1, β_2 .

Нижче наведено приклади апроксимації та знаходження меж довірчого інтервалу за допомогою розподілів Джонсона.

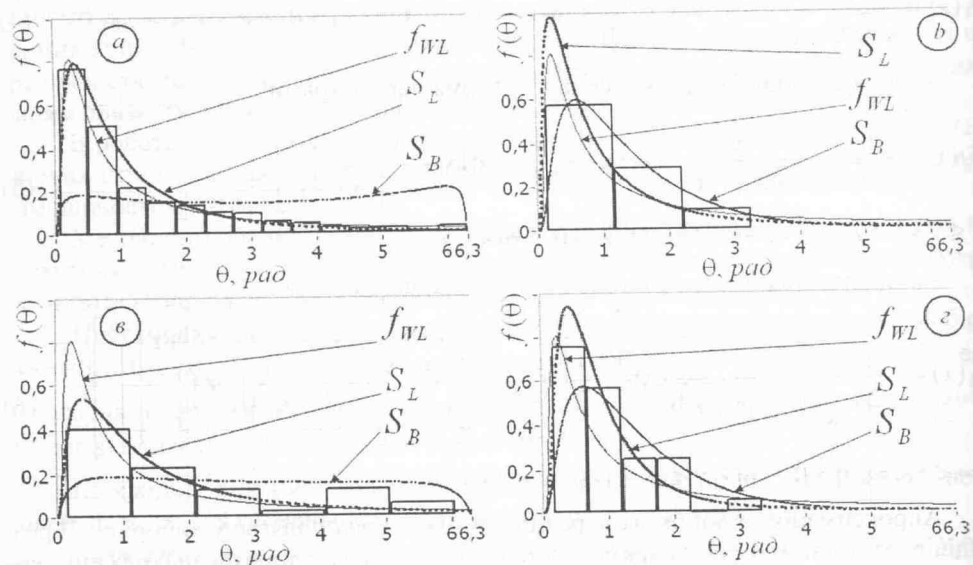


Рис. 1. Апроксимація розподілом Джонсона вибірок випадкового кута, що належить до намотаного розподілу Леві.

На рис. 1 показано апроксимацію функціями Джонсона вибірок різного обсягу (a – 500; b – 10; v – 30; z – 30 значень випадкових кутів), отриманих з генеральної сукупності, розподіленої за намотаним законом Леві. Це асиметричний закон, функція щільності ймовірності якого має такий вигляд:

$$f_{WL}(\theta; \mu; c) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{c e^{-c/2(\theta+2\pi n-\mu)}}{2\pi (\theta+2\pi n-\mu)^{3/2}}}, \quad 0 \leq \theta < 2\pi, \quad (8)$$

де c – коефіцієнт масштабу; μ – параметр положення. Якщо $(\theta + 2\pi n - \mu) \leq 0$, $f_{WL} = 0$. Значення c та μ обрані відповідно $c = 2$ та $\mu = 0$.

Очевидно, що для апроксимації асиметричних законів найкраще підходить крива S_L Джонсона, оскільки існує параметр, що визначає нижню границю сукупності значень, який визначає центр розподілу. Для всіх вибірок на рис. 1 значення точки (β_1, β_2) вказують на належність цих вибірок до розподілу S_B .

Апроксимацію вибірки, що належить до генеральної сукупності, розподіленої за симетричним законом розподілу, подано на рис. 2. Прикладом симетричного закону розподілу обрано розподіл Мізеса, функція щільності ймовірності якого дається виразом:

$$f(\theta) = [2\pi I_0(k)]^{-1} \exp[k \cos(\theta - \mu)], \quad 0 \leq \theta < 2\pi, \quad (9)$$

де $0 \leq \mu < 2\pi$ та $0 \leq k < \infty$ відповідно параметр центру розподілу та параметр концентрації; $I_0(k)$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку.

На рис. 2 подано варіанти реалізації випадкового кута різного обсягу ($a - 500$; $b - 30$; $v - 10$; $z - 10$ значень) з такими параметрами $\mu = \pi$ та $k = 3$. Положення точки (β_1, β_2) відносно кривої вказує на приналежність обраних вибірок до розподілів Джонсона, відповідно, $a - S_U$; $b - S_B$; $v - S_L$ та $z - S_B$.

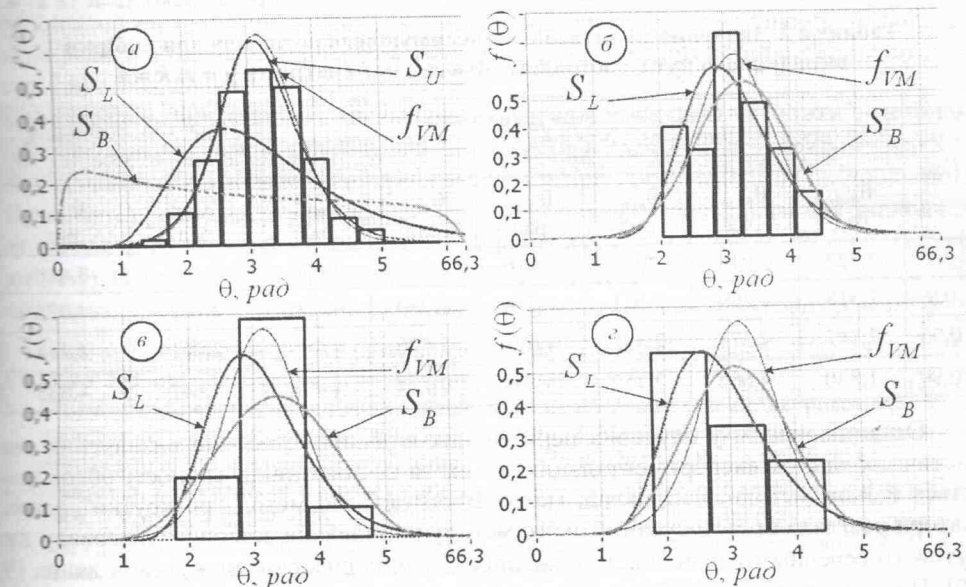


Рис. 2. Апроксимація розподілом Джонсона вибірок випадкового кута з розподілом Мізеса.

Далі приведені приклади обчислення меж довірчого інтервалу для заданих довірчих ймовірностей та різних типів законів розподілу випадкових кутів – симетричного та асиметричного.

В табл. 1 зведено квантілі, обчислені з довірчою імовірністю $P_{дов.} = 0,95$ для вибірки значень випадкового кута обсягом $J = 10$, що належить до намотаного розподілу Леві із заданими параметрами $c = 0,4$ та $\mu = 0$. Відповідні квантілі, отримані з функції розподілу для (8), дорівнюють $\theta_{\min} = 0,018$ та $\theta_{\max} = 4,415$.

Таблиця 1. Значення квантилів апроксимуючого розподілу для вибірок випадкового кута з намотаного розподілу Леві

№	Сім'я розподілів Джонсона			
	S_L		S_B	
	θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад	θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад
1	0,125	3,196	0,125	3,667
2	0,01	4,869	0,127	4,119
3	0,048	3,595	0,167	4,312
4	0,009	3,853	0,106	3,539
5	0,018	4,207	0,121	3,443
6	0,017	4,285	0,128	3,876
7	0,016	4,413	0,102	3,425
8	0,008	3,616	0,129	3,727
9	0,018	3,098	0,148	3,709
10	0,024	4,454	0,176	4,728

В табл. 2 наведено квантилі, обчислені з довірчими ймовірностями $P_{\text{дов.}} = 0,8; 0,9; 0,95; 0,99$ для вибірки

$$\Theta = \{3,207; 2,227; 3,084; 3,170; 3,78; 3,319; 3,229; 3,489; 4,306; 3,877\}$$

випадкового кута, що належить до розподілу Мізеса (9) з параметрами $\mu = \pi$ та $k = 4$.

Таблиця 2. Значення квантилів апроксимуючого розподілу для вибірки випадкового кута з розподілу Мізеса з параметрами $\mu = \pi$, $k = 4$

$P_{\text{дов.}}$	Сім'я розподілів Джонсона						Квантилі розподілу Мізеса	
	S_B		S_L		S_U		θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад
	θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад	θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад	θ_{\min} , рад	θ_{\max} , рад		
0,8	2,523	4,014	2,68	4,116	2,717	4,050	2,458	3,818
0,9	2,318	4,209	2,521	4,374	1,930	4,636	2,252	4,025
0,95	2,147	4,371	2,392	4,611	2,406	4,486	2,061	4,214
0,99	1,830	4,665	2,157	5,108	2,124	4,928	1,642	4,635

Останнім часом у наукових періодичних виданнях стосовно визначення статистичних оцінок експериментальних даних та їх показників точності обговорюються й інші методи, наприклад, метод Bootstrap, або метод "розкрутки" даних. Автори розглядали застосування цього методу оцінювання довірчого інтервалу для кутового середнього значення під час опрацювання вимірювань кутових даних [9, 10]. Порівнюючи метод обчислення довірчого інтервалу за методом апроксимації емпіричних розподілів кривими Джонсона та метод "розкрутки" для обчислення вибірових статистичних оцінок та їх показників точності, можна зазначити таке:

1. Метод "розкрутки":

- дає змогу оцінювати круговий середній напрям, медіану та відповідні довірчі інтервали для випадкового кута з апіорно невідомою щільністю розподілу ймовірності; разом з цим цей метод передбачає можливість покращення статистичних оцінок за наявності такої апіорної інформації, як відомості про симетричність та належність вибірки до певного закону розподілу;
- потребує значного обсягу обчислювальних операцій;
- забезпечує досягнення високої точності статистичних оцінок на малих об-

сггах вибірок ($J < 30$).

2. Метод розподілу Джонсона

– дає можливість побудувати за емпіричними даними функцію розподілу ймовірності випадкового кута, що дає змогу отримати оцінки його моментів заданого порядку і визначити такі важливі статистичні характеристики, як кругове середнє значення, дисперсію, асиметрію, ексцес, а також дозволяє обчислити моду та медіану;

– не забезпечує отримання однозначних оцінок статистичних характеристик за малими вибірками внаслідок неоднозначності вибору сім'ї розподілів Джонсона;

– має меншу обчислювальну складність порівняно з методом “розкрутки”.

Аналіз цих методів не дає змоги зробити однозначний висновок про перевагу одного з них. В кожному окремому випадку вибір того чи іншого методу залежить від апріорної інформації, обсягу вибірки, мети досліджень.

ВИСНОВКИ

Розглянуто обчислення розширеної невизначеності (довірчого інтервалу) на основі апроксимації вибірок випадкових кутів розподілом Джонсона. Проведено експерименти з випадковими кутами в середовищі LabView з реалізацією трьох сімей розподілів Джонсона. Як вхідні дані використано вибірки різного обсягу, отримані з генеральних сукупностей, що відповідають таким кутовим законам розподілу ймовірностей: розподіл Мізеса, намотаний нормальний розподіл, намотаний розподіл Коші, намотаний розподіл Леві (асиметричний розподіл), кардіоїдний розподіл та інші.

Запропоновано методику оцінки розширеної невизначеності на основі апроксимації емпіричних розподілів ймовірності розподілом Джонсона. Результати моделювання підтвердили її ефективність для оцінювання розширеної невизначеності кутових даних.

Наведено порівняльну характеристику запропонованої методики з методами “розкрутки”. На основі проведених досліджень в середовищі LabView розроблено програмний комплекс для апроксимації емпіричних розподілів вибірок випадкових кутів розподілом Джонсона з їх подальшим використанням для знаходження оцінок статистичних характеристик та розширеної невизначеності (довірчого інтервалу). Програмний комплекс може бути застосований як автономно, так і у складі вимірювально-обчислювальних комплексів для опрацювання кутових даних.

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM): First edition. – ISO, 1993. – 101 p.
2. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення.
3. Дослідження перетворення Джонсона для задач підвищення точності метрологічних характеристик стандартних зразків / В. С. Еременко, В. М. Мокійчук, О. В. Самойліченко // Системи обробки інформації. Зб. наук. праць. – Х.: ХУПС, 2010. – № 4. – С. 36–42.
4. Johnson N. L. Systems of frequency curves generated by methods of translation. – Biometrika. – 1949. – Vol. 36. – P. 148–176.
5. Хан Г., Шатира С. Статистические модели в инженерных задачах. Пер. с англ. Е. Г. Коваленко; под ред. В. В. Налимова. – М.: Мир, 1969. – 396 с.
6. Куц Ю. В., Щербак Л. М. Статистична фазометрія. – В.: Тернопіль, 2009. – 383 с.
7. Circular data simulation / E. D. Blizniuk, Y. V. Kuts, S. V. Shengur, L. M. Shcherbak, et al. // Proc. the fourth world congress “Aviation in the XXI-st century 2010”, (Kyiv, 21–23 September 2010). – К.: NAU, 2010. – P. 12.21–12.26.
8. Jammalamadaka, S. Rao, SenGupta A. Topics in circular statistics. – Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2001 – 322 p.
9. Шенгур С. В. Дослідження методу “bootstrap” для формування інтервальних оцінок результатів кутових вимірювань. – ПОЛІТ – 2010 // Сучасні проблеми науки: IX Міжнар. наук.-практ. конф. студентів та молодих вчених, 7–9 квітня 2010 р.: тези доп. – К., 2010. – С. 39.
10. Куц Ю. В., Шенгур С. В., Щербак Л. М. Характеристика кутових вимірювань при статистиках малого обсягу // Системи обробки інформації. – Харків, 2010. – Вип. 4(85). – С. 92–95.

Національний авіаційний університет, Київ

Одержано
24.03.2011