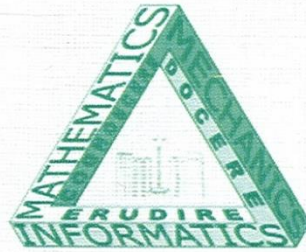


ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени В. Н. КАРАЗИНА

*Факультет математики и информатики*



ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

*Современные проблемы  
естественных наук*

«Тараповские чтения – 2016»

*(1 – 15 марта 2016 г.)*



формулируется краевая задача микромеханики для сдвига на такой ячейке.

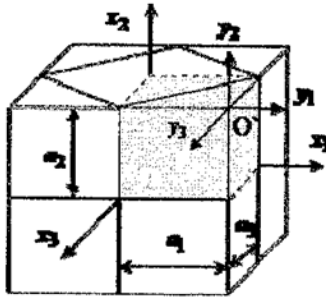


Рис. 1. Ячейка периодичности с ячейкой симметрии

Для этого все элементы точечной симметрии механических полей делятся на индуцированные, следующие из принципа Кюри:

$$S_{in} = \{1, m_3, 2_3\} \quad (1)$$

и продуцированные, следующие из теоремы [2]:

$$S_{pr} = \{\underline{m}_1, \underline{m}_2\}. \quad (2)$$

Здесь используется международная нотация, модифицированная индексами, означающими оси, относительно которых осуществляется преобразование симметрии.

Группа симметрии механических полей

$$S = S_{in} \cup S_{pr}, \quad (3)$$

записанная в локальной форме на координатных плоскостях систем  $x_1, x_2, x_3$  и  $y_1, y_2, y_3$  (см. рисунок) позволяет сформулировать граничные условия на минимальной представительной ячейке:

$$\begin{aligned} U_2(0, x_2, x_3) = U_1(x_1, 0, x_3) = U_3(x_1, x_2, 0) = 0, \\ \sigma_1(0, x_2, x_3) = \tau_{31}(0, x_2, x_3) = 0, \\ \sigma_2(x_1, 0, x_3) = \tau_{23}(x_1, 0, x_3) = 0, \\ \tau_{23}(x_1, x_2, 0) = \tau_{31}(x_1, x_2, 0) = 0, \\ U_1(x_1, a_2, x_3) = U^T, \\ U_2(a_1, x_2, x_3) = U_3(x_1, x_2, a_3) = 0, \\ \sigma_1(a_1, x_2, x_3) = \tau_{31}(a_1, x_2, x_3) = 0, \\ \sigma_2(x_1, a_2, x_3) = \tau_{23}(x_1, a_2, x_3) = 0, \\ \tau_{23}(x_1, x_2, a_3) = \tau_{31}(x_1, x_2, a_3) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

Также указанные условия и обобщенная формулировка вариационных принципов Лагранжа и Кастильяно [3,4] с функционалами вида

$$\begin{aligned} L = \iiint_V (W - \mathbf{F} \cdot \mathbf{U}) dV - \iint_S \mathbf{p} \cdot \mathbf{U}^{var} dS \\ K = \iiint_V w dV - \iint_S \mathbf{p}^{var} \cdot \mathbf{U} dS \end{aligned} \quad (5)$$

позволяет доказать, что гомогенизация модуля сдвига на «бесконечной» ячейке с силовым нагружением дает нижнюю границу  $\bar{G}_{12}^{(F)}$  для

точного значения  $\bar{G}_{12}$ , а с кинематическим нагружением – верхнюю границу  $\bar{G}_{12}^{(K)}$ , которые вместе лежат внутри интервала Рейсса – Фойгта:

$$\bar{G}_{12}^{(R)} \leq \bar{G}_{12}^{(F)} \leq \bar{G}_{12} \leq \bar{G}_{12}^{(K)} \leq \bar{G}_{12}^{(V)}, \quad (6)$$

где  $\bar{G}_{12}^{(R)}$  и  $\bar{G}_{12}^{(V)}$  – оценки модуля сдвига по Рейссу и по Фойгту, соответственно. «Бесконечной» ячейкой называем достаточно большой параллелепипедный ансамбль ячеек периодичности, нагруженный на своей поверхности либо макронапряжением (силовое нагружение), либо макродеформацией (кинематическое нагружение).

Использование полученной здесь постановки краевой задачи позволяет на несколько порядков сократить трудоемкость ее решения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Curie P. Sur la symetrie dans les phenomenes physiques, symetrie d'un champ electrique et d'un champ magnetique. // J. Phys. (Paris). – 1894. – Vol. 3. – P. 393–415.
2. Федоров В.А. О симметрии напряженно-деформированного состояния симметричных тел при антисимметричном нагружении. // Доклады НАН Украины. – 2004. – № 9. – С. 55–59.
3. Fedorov V.A. Symmetry in a problem of transverse shear of unidirectional composites. // Composites B. – 2014. – Vol. 56. – P. 263–269.
4. Fedorov V.A. Symmetry in a problem of shear of composites. // Mech Compos Mater. – 2015. – Vol. 51, № 3. – P. 265–276.

#### ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЧНОЙ ДИССИПАЦИИ НА ШИММИ СТОЙКИ ШАССИ

<sup>1</sup>Хребет В.Г., <sup>2</sup>Белевцова Н.Л., <sup>2</sup>Вербицкий В.Г., <sup>3</sup>Вельмагина Н.А.

<sup>1</sup>Национальный авиационный университет, Киев, Украина

<sup>2</sup>Государственный экономико-технологический университет транспорта, Киев, Украина

<sup>3</sup>Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, Днепрпетровск, Украина

В практике конструкторских решений для предотвращения реализации самовозбуждающихся колебаний стойки шасси принято увеличивать демпфирование и жесткость системы по каналам рысканья и крена [1]. В данной статье анализируется влияние частичной диссипации по одному из этих каналов как на границу области колебательной неустойчивости системы, так и на амплитуду возникающих автоколебаний. Рассматриваются три варианта описания нелинейного характера силы увода:

- в виде монотонно возрастающей функции, имеющей характер функции насыщения;
- немонотонной функции, имеющей локальный максимум и ниспадающий участок;

– приближенное представление силы увода в виде двух первых членов разложения в ряд Тейлора (линейно-кубическое).

Последние имеют одинаковое линейное приближение, что обеспечивает совпадение областей устойчивости в пространстве параметров (продольной скорости движения и одного из коэффициентов демпфирования), однако конкретный способ аппроксимации нелинейной зависимости силы увода может существенно влиять на характер амплитудных кривых (амплитуды автоколебаний). При этом возникает вопрос о правомерности приближенного представления сил увода первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора.

Математическая модель колебаний стойки шасси в окрестности прямолинейного движения, принятая в данной работе, рассматривалась в [2, 3], ее обобщение на случай нелинейных характеристик увода представлено в [4].

Система уравнений возмущенного движения, отвечающая колебаниям стойки по двум каналам (углу рысканья  $\theta$  и углу крена  $\varphi$ ), имеет вид:

$$\begin{cases} B \cdot \ddot{\theta} + \chi_1 \cdot \dot{\theta} + h \cdot \theta - \frac{I_1 \cdot v}{r} \dot{\psi} = 0, \\ C \cdot \ddot{\psi} + \chi \cdot \dot{\psi} + h_1 \cdot \psi + \frac{I_1 \cdot v}{r} \dot{\theta} + 1 \cdot Y(\theta) = 0, \end{cases}$$

где  $I_1$  – момент инерции колеса относительно собственной оси вращения,  $B$  и  $C$  – моменты инерции системы относительно вертикальной оси стойки и продольной оси, проходящей через точку крепления к фюзеляжу,  $\chi_1$ ,  $\chi$  – коэффициенты жесткости,  $h$ ,  $h_1$  – коэффициенты демпфирования,  $l$  – высота стойки,  $r$  – динамический радиус колеса,  $Y(\theta)$  – нелинейная сила увода. Численные значения параметров системы соответствуют работе [4].

Рассмотрены случаи частичной диссипации либо по параметру рысканья, либо по параметру крена в сравнении со случаем полной диссипации.

Приближенный метод анализа автоколебаний представлен в [5], применялся в [6] при анализе автоколебаний колесной сцепки.

Основные выводы:

1. Представление силы увода в виде немонотонной зависимости с локальным максимумом приводит к наибольшим значениям амплитуд автоколебаний (примерно на 30% по сравнению с монотонной зависимостью).

2. Приближенное представление силы увода в виде первых двух членов разложения в ряд Тейлора приводит к заниженным значениям амплитуд автоколебаний и возникновению фиктивных дополнительных ветвей амплитудной кривой.

3. Отсутствие диссипации по углу рысканья приводит лишь к количественным изменениям картины автоколебаний (максимальные значения амплитуд возрастают приблизительно на 80%); отсутствие диссипации по углу крена приводит к более существенным изменениям – возникают

участки с неограниченным ростом амплитуд автоколебаний.

4. Уменьшение коэффициента сцепления с опорной поверхностью в поперечном направлении приводит к пропорциональному уменьшению амплитуд автоколебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаренко В.И. Основы предотвращения шимми неповоротных колес самолета. // Тр. 5-ої Міжнар. конф. "Авиа-2003". – Київ. – Т.3. – С. 32.21–32.24.
2. Гончаренко В.И., Лобас Л.Г., Никитина Н.В. Об одной постановке задачи о шимми ориентирующихся колес. // Прикл. механика. – 1981. –Т. 17, №8. – С. 82–88.
3. Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. – К.: Наук. думка, 1990. – 232с.
4. Хребет В.Г., Вербицкий В.Г., Вельмагіна Н.О. Влияние структуры сил на устойчивость колесного модуля и процесс автоколебаний. // Современные проблемы математики, механики и информатики. Тез. докл. междунар. школы-конф. "Тараповские чтения-2013". Х.: Цифрова друкарня №1, 2013. – С.73–74.
5. Вербицкий В.Г., Садков М.Я. Приближенный анализ автоколебательной системы. // Доповіди НАН України – 2001. – №10. – С.48–52.
6. Вельмагіна Н.А., Вербицкий В.Г. Анализ автоколебаний колесного модуля в прямолинейном режиме движения. // Механика твердого тела. – 2011. – №41. С. 100–108.

#### АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ УДАРЕ ПО СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЕ

Шимановский А. О.

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

На крупных предприятиях с целью очистки отработанных газов применяют электрофильтры, которые можно рассматривать как системы стержней с пересекающимися осями. По мере осаждения загрязнений на электродах их необходимо периодически отряхивать от налипшей пыли. Для этой цели чаще всего используют специальные механизмы, ударом возбуждающие волну деформаций [1]. Современные программные средства позволяют численно решать задачи о распространении волн в стержневых системах, однако процедура таких расчетов весьма длительна. Поэтому актуальна разработка аналитических методов расчетов, позволяющих, возможно с некоторой погрешностью, но быстро оценить параметры колебаний конструкции [2, 3].

Для анализа продольных движений стержней использовано классическое волновое уравнение, а поперечные движения описывались моделью