РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ДОМ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОПАГАНДЫ ОБЩЕСТВА «ЗНАНИЕ» УзССР

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТашГУ им. В. И. ЛЕНИНА

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

научной конференции «МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ», посвященной 90-летию со дня рождения Заслуженного деятеля науки УзССР, профессора
МИХАИЛА ФЕДОРОВИЧА ШУЛЬГИНА

(24—26 сентября)

С.45-46

Ташкент—1991

Лобас Л.Г., Хребет В.Г.

БИФУРКАЦИИ РОЖДЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА В МАЯТНИКОВЫХ ДВУХЗВЕННЫХ СИСТЕМАХ С КАЧЕНИЕМ

Исследуется новый класс механических систем типа "маятник", возникающий при моделировании динамического поведения ведомых звеньев, сочлененных колесных машин. Для описания взаимодействия колес с полотном дороги принята нелинейная аксиоматика И. Рокара. Классификация сил по их математической структуре показывает, что линейная часть системы находится под воздействием инерционных, диссипативних, потенциальных и неконсервативных позиционых сил. Матрицы трех последних типов сил имеют одинаковое физическое происхождение: они порождены боковыми реакциями опорной плоскости. Порядок диссипативных, упругих и циркуляционных сил в маятниковых системах с качением один и тот же; все они одновременно исчезаот, если коэффициенты сопротивления боковому уводу положить равными нулю. В этом состоит отличие рассматриваемых маятниковых систем от традиционных.

В изучаемой системе имеются точка O_1, движущаяся с постоянной скоростью v вдоль прямой, и два последовательно соединенных полуприцепа, конфигурация которых описывается углами складывания φ_1, φ_2. Существенными параметрами, от значений которых зависит топологическая структура фазового пространства, являются v и расстояние ℓ_1, от точки O_2 сцепки звеньев до точки O_1. Они определяет интенсивности диссипативных и неконсервативных позиционных сил. Существует значение $v_0(\ell_1^2)$ такое, что при $v < v_0$ действительные части всех четырех собственных значений матрицы линейного приближения отрицательны, при $v > v_0$ два из них, имеют положительную действительную часть.

Приведена кубическая аппроксимация дифференциальных операторов в уравнениях возмущенного движения. На границе $v = v_0(\ell_1^2)$ области устойчивости вичислен первый ненулевой ляпуновский коэффициент. Путем разбиения границы на "опасные" и "безопасные" (в смысле И.Н.Баутина) участки выделены два случая: I) с ростом параметра ν неустойчивый предельный цикл, существующий при $\nu < \nu_0$, уменьшается в размерах и при $\nu = \nu_0$ "садится" на начало координат четырехмерного фазового пространства; 2) с увеличением параметра ν от состояния равновесия ответвляется периодическое решение.

Методом Ляпунова-Пуанкаре доказано существование и единственность родившегося периодического решения соответствующей нелинейной системы, матрица линейной части которой предварительно записана в базисе из собственных векторов. Нелинейности в этой системе имеют вид многочленов третьей степени относительно четырех переменных. В качестве малого параметра ε взята действительная часть той пары собственных значений исходной матрицы, которые являются продолжением по параметру ν собственных значений $\pm i\omega$, отвечающих границе области устойчивости. Методом возмущений, восходящим к А.Пуанкаре, проанализирована локальная бифуркация Андронова - Хопфа, описывающая движения с малыми амплитудами вблизи границы $\nu = \nu_0(\ell_1^2)$ Исходная четырехмерная система сводится при этом к двумерной. В первом приближении построено периодическое решение системы и доказана его устойчивость. Члены с первой гармоникой в этом решении, амплитуда которых пропорциональна $\sqrt{\varepsilon}$, легко получаются также методом усреднения по полярному углу. Они соответствуют медленной эволюции системы. Малый параметр ε связан с использованием предположения о малости колебаний, он введен в нелинейную систему посредством нового масштаба измерения искомых функций:

$$\xi_i = \sqrt{\varepsilon}\,\eta_i \,. \quad (i = 1, \dots, 4).$$

Изложенное выше отвечает переходу при возрастании параметра ν устойчивого участка границы области устойчивости на плоскости параметров ℓ_1 и ν, при этом $\varepsilon > 0$. Если рассмотреть неустойчивый участок границы, то для $\nu < \nu_0$ полученные результаты могут быть использованы для оценки области притяжения нулевого решения, ограниченной неустойчивым предельным циклом. Для этого достаточно формально заменить ε на $-\varepsilon$.