ДЕРЖАВНА ПОДАТКОВА АДМІНІСТРАЦІЯ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ

Кафедра інтелектуальних систем прийняття рішень

"До друку"
Проректор з навчальної та методичної роботи

_____________________М.М. Касьяненко
«______»_____________2009 р.

Навчально-методичний комплекс дисципліни

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

для підготовки бакалаврів денної форми навчання
за напрямом 0804 «Комп'ютерні науки»
спеціальності 6.080400 «Інтелектуальні системи прийняття рішень»
статус дисципліни: нормативна

Ірпінь 2009

Навчально-методичний комплекс дисципліни «Теорія прийняття рішень» включає: робочу навчальну програму, опорний конспект лекцій, методичні рекомендації до проведення практичних занять, методичні вказівки до проведення індивідуальних та самостійних робіт, контрольні питання з дисципліни, літературу.

Автори: Л.М. Бондаренко, к. ф.-м. наук, доцент
П.Ф. Жук, д. ф.-м. наук, доцент, професор

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри
інтелектуальних систем прийняття рішень,
протокол № __ від “__” ______ 2009 р.

Завідувач кафедри _____________С.П. Ріппа, д.е.н., професор

Розглянуто і схвалено на засіданні вченої ради
факультету економіки та оподаткування,
протокол № __ від “__” ______ 2009 р.

Голова вченої ради факультету
економіки та оподаткування ______________Г.М. Калач, к.е.н., доцент

Завідувач навчально-методичного відділу _______________О.О. Бойко

Реєстраційний № ___

Зміст

Передмова

Практично будь-який вид людської діяльності пов'язаний з ситуаціями, коли є декілька можливостей і людина повинна вибрати з них найбільш оптимальне. Завдання якнайкращого вибору вивчає теорія прийняття рішень. За її допомогою можна навчитися здійснювати вибір більш обґрунтовано, ефективно використовуючи наявну інформацію. Ця теорія допомагає уникнути прийняття завідомо непридатних рішень і врахувати можливі негативні наслідки непродуманого вибору.

У загальному випадку, маючи лише сукупність можливих рішень і набір критеріїв, обґрунтованого рішення прийняти важко, оскільки здійснення розумного компромісу можливе лише при розширенні моделі вибору за рахунок залучення додаткової інформації. Залежно від типу, характеру і об'єму наявною додаткової інформації використовують той або інший метод ухвалення рішень (або ж їх комбінацію). Зараз таких методів, схем і підходів пошуку компромісу налічується не один десяток.

Навчальна дисципліна «Теорія прийняття рішень» – обов'язковий компонент загальної та професійної освіти. Метою викладання цієї дисципліни є підготовка майбутніх бакалаврів спеціальності «Інтелектуальні системи прийняття рішень» до застосування методів теорії прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності, використання основних підходів до аналізу ієрархій та критеріїв оптимальності, на базі яких провадиться подальше вивчення спеціальних дисциплін, пов’язаних з фаховою діяльністю.

При викладанні навчальної дисципліни «Теорія прийняття рішень» ставляться наступні завдання:

навчити студентів теоретичним основам теорії прийняття рішень, основним методикам використання критеріїв оптимальності;

прищепити студентам практичні навички застосування основних методів оптимізації рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності та їх реалізації на персональних комп’ютерах;

сформувати вміння самостійно вивчати навчальну і наукову літературу в галузі теорії прийняття рішень.

Теоретичним фундаментом дисципліни є вища та дискретна математика, основи програмування та алгоритмічні мови, теорія ймовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика, системний аналіз та проектування систем обробки інформації. Практичним засобом реалізації методів прийняття рішень є сучасна комп’ютерна техніка та прикладне програмне забезпечення.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен одержати фундаментальні теоретичні знання у галузі прийняття рішень і закріпити їх на практичних заняттях.

Загальний обсяг навчальної дисципліни - 108 годин, з них лекції: 16 година, практичні: 16 годин, самостійна робота: 59 годин, індивідуальні заняття: 17 годин.

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З КУРСУ

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

ПЕРЕДМОВА

Сучасна управлінська практика характеризується активізацією впровадження та застосування нових технологій та філософій менеджменту. Ці технології включають реконструкцію бізнес-процесів, тотальне управління якістю, зумовлюють підвищення відповідальності і мотивують працівників, що перебувають на нижчих ланках організаційних структур, брати вирішення проблем на себе і самостійно приймати рішення.

Процес прийняття рішень складний і багатогранний. Він вміщує цілий ряд стадій і операцій. Питання, скільки і які стадії включає процес прийняття рішень, який конкретний зміст кожного з них, суперечливі і неоднаково вирішуються управлінцями. Це залежить від кваліфікації керівника, ситуації, стилю керівництва і культури підприємства. Важливо, щоб кожен керівник розумів сильні сторони й обмеження кожного підходу та процедуру прийняття рішень і вмів обирати кращий варіант з урахуванням ситуації і власного стилю керівництва.

Метою дисципліни “Теорія прийняття рішень” є засвоєння теоретичних основ і формування у студентів практичних навичок щодо застосування математичного апарату до прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності, використання основних методів аналізу ієрархій та критеріїв оптимальності.

Завдання курсу полягає у вивченні теоретичних відомостей та набуття студентами практичних навичок формування критеріїв оптимізації і опануванні сучасного математичного і прикладного забезпечення прийняття рішень.

Предмет навчальної дисципліни - математичний інструментарій, алгоритми та пакети прикладних програм, що дозволяють проводити оптимізацію процесу прийняття рішень.

Практичним засобом реалізації положень теорії прийняття рішень є сучасна комп’ютерна техніка та прикладне програмне забезпечення.

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні:

знати:

теоретичні основи теорії прийняття рішень, основні методики використання критеріїв оптимальності;

одержати практичні навички застосування основних методів оптимізації рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності та їх реалізації на персональних комп'ютерах;

вміти:

використовувати сучасне програмне забезпечення, що реалізує методи оптимізації прийняття рішень.

Міжпредметні зв'язки навчальної дисципліни

Вивчення навчальної дисципліни "Теорія прийняття рішень" проводиться після таких дисциплін:

«Основи дискретної математики», «Вища математика», «Основи програмування та алгоритмічні мови», «Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика», «Системний аналіз та проектування систем обробки інформації».

Методи і форми викладання дисципліни

Вивчення дисципліни передбачає лекційні та лабораторні заняття. Значна частина матеріалу дисципліни відведена під індивідуальні заняття студентів під керівництвом викладача та СРС.

Методики активізації процесу навчання

Навчальні технології, що застосовуються для активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів наступні:

Проблемні лекції – застосовуються при викладанні основного лекційного матеріалу.

Робота в малих групах – основний метод активізації роботи студентів.

Кейс-метод (метод аналізу конкретних ситуацій) – застосовується для наближення процесу навчання до реальної практичної діяльності спеціалістів і передбачає розгляд конкретних виробничих, управлінських ситуацій у процесі вивчення і виконання навчальних завдань.

Презентації – виступи перед аудиторією – використовуються для представлення результатів роботи в малих групах на практичних заняттях, звітів про виконання індивідуальних завдань студентів.

Головна мета самостійної роботи — поглиблення знань і одержання практичних навичок з основних питань курсу "Теорія прийняття рішень" шляхом самостійної роботи з літературними джерелами та закріплення знань на практичних та лабораторних заняттях.

Студентам рекомендуються такі форми самостійної роботи:

• опрацювання лекційного матеріалу з використанням конспекту лекцій та рекомендованої літератури;

• самостійне вивчення окремо визначених тем та питань на основі навчальної літератури та методичних розробок кафедри;

• самостійне виконання індивідуальних завдань;

• підготовка та виконання контрольних робіт;

• самостійна підготовка до ПМК.

Індивідуальна робота здійснюється за графіком навчального процесу по темам у формі: індивідуальних занять, консультацій, перевірки індивідуальних завдань, перевірки та захисту завдань, що винесені на поточний контроль тощо.

Форми і засоби проміжного та підсумкового контролю: експрес-контроль рівня готовності студента до проведення практичних робіт; перевірка виконання поза аудиторних завдань; оцінка роботи студента під час заняття (виступи, доповнення, участь у дискусії); виконання домашніх завдань; контрольні роботи в кінці залікового кредиту. Оцінка індивідуальних результатів здобуття знань студентами проводиться у формі заліку за кредитно-модульною методологією навчання, критерії якої визначаються у навчальній робочій програми за стобальною системою, яка трансформується у стандартні залікові диференційовані оцінки відповідно до вимог Міністерства освіти та науки України.

Критерії оцінки успішності повинні відповідати навчальній програмі й найбільш важливим вимогам до знань студентів:

1.Знання фактів, явищ. Вірне, науково достовірне їх пояснення.

2.Оволодіння науковими термінами, поняттями, законами, методами, правилами; вміння користуватися ними при пояснені нових фактів, розв‘язуванні різних питань і виконанні практичних завдань.

3.Максимальна ясність, точність думки, вміння відстоювати свої погляди, захищати їх.

Форма підсумкового контролю – ПМК

Загальний **обсяг навчальної дисципліни** - 108 годин, з них лекції: 16 година, практичні: 16 годин, самостійна робота: 59 годин, індивідуальні заняття: 17 годин.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
"ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ"

за напрямом 0804 "Комп'ютерні науки"
спеціальності 6.080400 "Інтелектуальні системи прийняття рішень"

Предмет: математичний інструментарій, алгоритми та пакети прикладних програм, що дозволяють проводити оптимізацію процесу прийняття рішень.

Мета: засвоєння теоретичних основ і формування у студентів практичних навичок щодо застосування математичного апарату до прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності, використання основних методів аналізу ієрархій та критеріїв оптимальності.

Змістово-модульна структура дисципліни **Курс: 3** **Семестр: 6**	**Напрям, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень**	**Характеристика навчальної дисципліни**
Кількість кредитів: - Національних -2 - ECTS -3 **Модулів:2** **Змістових модулів:3** **Загальна кількість годин**: **108 годин**	**Шифр та назва напряму** 0804 "Комп'ютерні науки" **Шифр та назва спеціальності**: 6.080400 "Інтелектуальні системи прийняття рішень" **Освітньо-кваліфікаційний рівень** *–бакалавр*	Нормативна Рік підготовки: 3 Семестр: 6 **Лекції**: 16 *годин* **Практичні:** 16 *годин* **Самостійна робота**: *59 годин* Індивідуальні заняття: *17 годин* **Вид контролю:** *ПМК*

Передумови вивчення: «Основи дискретної математики», «Вища математика», «Основи програмування та алгоритмічні мови», «Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика», «Системний аналіз та проектування систем обробки інформації».

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
“ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ”

за напрямом підготовки 0804 “Комп'ютерні науки”
спеціальності 6.080400 ”Інтелектуальні системи прийняття рішень”

№ п/п	Змістові модулі	Кількість годин				
		Всього	Лекції	Практичні	Індивідуальні заняття	СРС
Модуль 1=1 ЗК						
Змістовний модуль 1. Основні завдання теорії прийняття рішень						
Т 1.	Вступ до дисципліни. Предмет теорії прийняття рішень. Класифікація задач.	2	1			1
Т 2.	Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень	3	1			2
Т3.	Прийняття рішень в умовах визначеності.	8	1	2		5
Т 4.	Прийняття рішень в умовах ризику.	11	1	2	2	6
Т 5.	Прийняття рішень в умовах невизначеності.	12	1	2	3	6
Усього по заліковому кредиту		***36***	***5***	***6***	***5***	***20***
Форма контролю-контрольна робота						
Усього по модулю 1		**36**	**5**	**6**	**5**	**20**
Модуль 2= 2 ЗК						
Змістовний модуль 2. Методи теорії ігор						
Т 6	Предмет та основні поняття теорії ігор.	3	1			2
Т 7.	Матрична гра двох осіб з нульовою сумою.	10	2	2	2	4
Т 8.	Розв’язок матричних ігор у мішаних стратегіях.	12	2	2	2	6
Т 9.	Ігри з природою.	11	2	2	2	5
Усього по заліковому кредиту		***36***	***7***	***6***	***6***	***17***
Форма контролю-контрольна робота						
Змістовний модуль 3. Стохастичні методи прийняття рішень						
Т 10	Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень.	17	2	2	3	10
Т 11.	Методи прогнозування.	16	2	2	3	9
Усього по заліковому кредиту		***33***	***4***	***4***	***6***	***19***
Форма контролю-контрольна робота						
Проведення іспиту						**3**
Усього по модулю – 2		**72**	**11**	**10**	**12**	**39**
Разом годин з курсу		**108**	**16**	**16**	**17**	**59**

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МОДУЛЬ І

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Тема1. Вступ до дисципліни. Предмет теорії прийняття рішень. Класифікація задач

Основні поняття та приклади задач теорії прийняття рішень. Зв'язок теорії прийняття рішень з іншими дисциплінами інформаційного циклу.

Лекція 1. Вступ до дисципліни. Предмет теорії прийняття рішень. Класифікація задач (1 год.)

1. Поняття рішення та його визначення.
2. Види рішень.
3. Функції управлінських рішень.
4. Вимоги, що висуваються до рішень.
5. Умови прийняття рішень.

Перелік питань до самостійної роботи

Принципи управління в сучасних умовах.

Історія розвитку теорії прийняття рішень.

Література [1], [3], [4], [8], [10].

Тема 2. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень

Поняття загальної однокритеріальної проблеми прийняття рішень. Основні підходи до розв'язання проблеми.

Лекція 2. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень (1 год.)

1. Відношення переваги.
2. Універсальний метод перебору.
3. Основні проблеми розв'язання задач математичного програмування.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Що таке критерій?
2. Основні види критеріїв.

3. Основні типи однокритеріальних задач.
4. Що таке цільова функція?
5. Основні етапи застосування однокритеріального підходу при рішенні задачі.

Література [1], [3], [4], [6], [8], [11].

Тема 3. Прийняття рішень в умовах визначеності

Загальна характеристика прийняття рішень в умовах визначеності. Типові математичні моделі в умовах визначеності. Методи розв'язання детермінованих моделей та їх оптимізація.

Лекція 3. Прийняття рішень в умовах визначеності (1 год.)

1. Моделі лінійного програмування.
2. Задача вибору.
3. Метод аналізу ієрархій.
4. Визначення вагових коефіцієнтів.
5. Матриця парних порівнянь.
6. Погодженість матриці порівнянь.
7. Коефіцієнт погодженості матриці
8. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою інформаційних технологій.

Практичне заняття 1. Прийняття рішень в умовах визначеності (2 год.)

1. Метод аналізу ієрархій.
2. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою табличного процесора Excel.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Симплекс-метод.
2. Транспортна задача. Метод потенціалів.
3. Оптимізація на графах.

Література[1] - [5], [9].

Тема 4. Прийняття рішень в умовах ризику

Поняття ризику. Ймовірностний характер задач прийняття рішень в умовах ризику. Методи розв’язання оптимізаційних задач в умовах ризику.

Лекція 4. Прийняття рішень в умовах ризику (1 год.)

Критерій очікуваного значення.

Дерево розв’язків.

Стани природи.

Апостеріорні імовірності Байєса.

Обчислення апостеріорних ймовірностей за допомогою інформаційних технологій.

Функції корисності.

Практичне заняття 2. Прийняття рішень в умовах ризику (2 год.)

1. Задача інвестування.
2. Реалізація методу динамічного програмування при аналізі задачі інвестування за допомогою табличного процесора Excel.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Основні поняття теорії ймовірностей.
2. Принцип оптимальності Беллмана.

Індивідуальні заняття

1. Функціональні рівняння методу динамічного програмування.
2. Побудувати функцію корисності за варіантами.

Література [1], [3], [4], [7], [8].

Тема 5. Прийняття рішень в умовах невизначеності

Поняття невизначеності. Ймовірностний характер задач прийняття рішень в умовах невизначеності. Методи розв’язання оптимізаційних задач в умовах невизначеності.

Лекція 5. Прийняття рішень в умовах невизначеності (1 год.)

1. Матриця платежів.
2. Критерій Лапласа.

3. Мінімаксний критерій.
4. Критерій Севіджа.
5. Критерій Гурвіца.
6. Реалізація критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій.

Практичне заняття 3. Прийняття рішень в умовах невизначеності (2 год.)

1. Дослідження невизначених ситуацій за критеріями Лапласа, Севіджа, Гурвіца, мінімаксним критерієм.
2. Реалізація критеріїв невизначеності за допомогою табличного процесора Excel.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Властивості мінімаксів.
2. Сфери застосування критеріїв невизначеності.

Індивідуальні заняття

1. Оцінити залежність розв'язків задачі від вибраного критерію оптимальності (за варіантом).

Література[1], [3], [4], [6], [8], [9].

МОДУЛЬ ІІ

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. МЕТОДИ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Тема 6. Предмет та основні поняття теорії ігор

Поняття гри. Стратегія гри. Класифікація ігор.

Лекція 6. Предмет та основні поняття теорії ігор (1 год.)

1. Основні поняття.
2. Класифікація задач.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Конфлікті ситуації.
2. Матриці та дії над ними.
3. Застосування теорії ігор до прийняття рішень.

Література [1], [3], [4], [7], [9], [11].

Тема 7. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою

Поняття матричної гри з нульовою сумою. Оптимальні стратегії на основі принципу мінімакса.

Лекція 7. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою (2 год.)

1. Приклади задач матричних ігор двох осіб з нульовою сумою.
2. Принцип мінімакса.
3. Оптимальний розв'язок матричних ігор двох осіб з нульовою сумою.
    - Ігри з сідловими точками
    - Чисті стратегії
    - Оптимальні бістратегії
    - Стан рівноваги

Практичне заняття 4. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою (2 год.)

1. Знаходження сідлової точки
2. Визначення чистих стратегій
3. Обчислення ціни гри.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Властивості сідлових точок функцій.

Індивідуальні заняття

1. Сформулювати практичні задачі у вигляді матричної гри двох осіб з нульовою сумою.

Література[1], [3], [4], [6], [8].

Тема 8. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях

Поняття мішаних стратегій. Основні підходи до аналізу матричних ігор у мішаних стратегіях. Комп'ютерна реалізація методів.

Лекція 8. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях (2 год.)

Активні стратегії.

Основна теорема теорії ігор.

Розв'язок та геометрична інтерпретація ігор 2х2.

Спрощення ігор.

Розв’язок ігор 2xn та mx2.

Загальний метод розв’язання гри у мішаних стратегіях.

Розв’язок матричних ігор методами лінійного програмування.

Розв’язок матричних ігор за допомогою інформаційних технологій.

Практичне заняття 5. Розв’язок матричних ігор у мішаних стратегіях (2 год.)

1. Розв’язати матричну гру з мішаними стратегіями (за варіантами).
2. Звести матричну гру до задачі лінійного програмування.
3. Застосувати табличний процесор до розв’язання матричної гри.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Розподіл ймовірностей дискретної випадкової величини.
2. Сиплекс-метод.
3. Графічна інтерпретація гри у мішаних стратегіях.

Індивідуальні заняття

1. Звести матричну гру до задачу лінійного програмування та розв’язати її за допомогою інформаційних технологій.

Література [1], [3], [4], [6], [7].

Тема 9. Ігри з природою

Поняття гри з природою. Основні підходи до аналізу ігор з природою та їх комп'ютерні реалізації.

Лекція 9. Ігри з природою (2 год.)

1. Постановка гри.
2. Аналіз матриці гри з природою та побудова матриці ризиків.
3. Критерій для прийняття рішень в іграх природою без експерименту.
4. Планування експерименту в умовах невизначеності.
5. Інформаційні технології в іграх з природою.

Практичне заняття 6. Ігри з природою (2 год.)

1. Розв’язати гру з природою щодо оптимальної стратегії функціонування підприємства (за варіантами).

2. Звести гру з природою до матричної гри.
3. Застосувати табличний процесор до розв'язання гри з природою.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Ймовірнісне динамічне програмування.

Індивідуальні заняття

1. Сформулювати задачу азартної гри та записати її у вигляді моделі ймовірнісного динамічного програмування. Розв'язати її за допомогою табличного процесора.

Література [1], [3], [4], [6], [7].

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 3. СТОХАСТИЧНІ МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Тема 10. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень

Стохастичні задачі. Основні підходи до аналізу стохастичного процесу. Комп'ютерна реалізація методу імовірнісного динамічного програмування.

Лекція 10. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень (2 год.)

Азартна гра

- Формулювання задачі у вигляді моделі ДП
- Рекурентне рівняння
- Приклад

Задача інвестування

- Опис елементів моделі
- Рекурентне рівняння
- Приклад

Максимізація імовірності досягнення цілі.

Практичне заняття 7. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень (2 год.)

1. Дослідити стохастичний процес за табличними даними (за варіантами).

2. Застосувати метод імовірнісного динамічного програмування до задачі інвестування.
3. Використати табличний процесор EXCEL до розв'язання стохастичних задач за допомогою імовірнісного динамічного програмування.

Перелік питань до самостійної роботи

1. Властивості стохастичних процесів.
2. Можливості табличного процесора EXCEL в задачах інвестування.

Індивідуальні заняття

1. Знайти оптимальну стратегію інвестування 3-х підприємств в умовах невизначеності.

Література [1], [2], [4], [5], [7].

Тема 11. Методи прогнозування

Задача прогнозування. Основні підходи до прогнозування розвитку систем і процесів. Комп'ютерна реалізація методів прогнозування.

Лекція 11. Методи прогнозування (2 год.)

1. Прогнозування з використанням ковзаючого середнього.
2. Еспоненційне згладжування.
3. Регресійний аналіз.
   - Метод найменших квадратів
   - Інтервали передбачуваємості
   - Коефіцієнт кореляції
4. Використання інформаційних технологій в задачах прогнозування.

Практичне заняття 8. Методи прогнозування (2 год.)

1. Спрогнозувати розвиток процесу за табличними даними (за варіантами).
2. Застосувати метод експоненційного згладжування даних.
3. Використати табличний процесор до розв'язання задач прогнозування.

Перелік питань до самостійної роботи

1) Властивості коефіцієнта кореляції.
2) Можливості табличного процесора EXCEL в задачах прогнозування.

Індивідуальні заняття

1) Спрогнозувати поведінку певного економічного показника за табличними даними.

Література [1], [3], [4], [5], [8], [12].

МЕТОДИ І ФОРМИ ПРОМІЖНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Контроль засвоєння студентами дисципліни здійснюється в кілька етапів:

1. Контрольний захід після кожного залікового кредиту;
2. Підсумкова атестація з кожного модульного контролю;
3. Підсумкова атестація з формування сумарної модульної оцінки.
4. ПМК

Програмний матеріал навчальної дисципліни складається з двох модулів, які охоплюють 11 тем.

Оцінювання проводиться з урахуванням всіх видів навчального процесу:

- знань з теорії за відсутності лабораторної роботи по темі відбувається у вигляді письмового контрольного заходу на 10-15 хв. під час лекції;

- знань, умінь і практичних навичок студента за результатами захисту звіту про виконання лабораторних робіт;

- індивідуальної роботи студента;

- самостійної роботи студента.

Контрольний захід проводиться у вигляді контрольної роботи в аудиторії за розкладом у кожній академічній групі окремо. На контрольну роботу відводиться дві академічні години. При цьому завдання включають три запитання з теоретичного матеріалу і одне практичне завдання певного змістовного модуля.

У випадку неявки студента на контрольний захід з поважних причин, підтверджених документально, викладач проводить контрольне опитування студента під час чергової консультації.

Узагальнююче оцінювання знань, умінь і практичних навичок студента здійснюється за 100 бальною системою.

Умови переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу ECTS

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку:

Оцінка за шкалою ECTS	Оцінка за бальною шкалою прийнятою в НУДПСУ	Оцінка за а національною шкалою
A	84-100	5 (відмінно)
BC	67-83	4 (добре)
DE	50-66	3 (задовільно)
FX	33-49	2 (незадовільно) з можливістю повторного складання
F	0-32	2 (незадовільно) з обов'язковим повторним вивченням

РОЗПОДІЛ БАЛІВ ПРИ РЕЙТИНГОВІЙ СИСТЕМІ

№ п/п	Змістові модулі	Кількість балів				
		Всього	Лекції	Практичні	Індивідуальні заняття	СРС
Модуль 1=1 ЗК						
Змістовний модуль 1. Основні завдання теорії прийняття рішень						
Т 1.	Вступ до дисципліни. Предмет теорії прийняття рішень. Класифікація задач.	1	0,5			0,5
Т 2.	Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень	1	0,5			0,5
Т3.	Прийняття рішень в умовах визначеності.	3,5	0,5	2		1
Т 4.	Прийняття рішень в умовах ризику.	6,5	0,5	2	3	1
Т 5.	Прийняття рішень в умовах невизначеності.	5	0,5	2	2	0,5
Усього по заліковому кредиту		***17***	***2,5***	***6***	***5***	***3,5***
Форма контролю-контрольна робота		**3**				
Усього по модулю 1		**20**	**2,5**	**6**	**5**	**3,5**
Модуль 2= 2 ЗК						
Змістовний модуль 2. Методи теорії ігор						
Т 6	Предмет та основні поняття теорії ігор.	1	0,5			0,5
Т 7.	Матрична гра двох осіб з нульовою сумою.	5	0,5	2	1,5	1
Т 8.	Розв’язок матричних ігор у мішаних стратегіях.	5,5	0,5	2	2	1
Т 9.	Ігри з природою.	5,5	0,5	2	2	1
Усього по заліковому кредиту		***20***	***2***	***6***	***5,5***	***3,5***
Форма контролю-контрольна робота		**3**				
Усього по змістовному модулю 2		**20**	**2**	**6**	**5,5**	**3,5**
Змістовний модуль 3. Стохастичні методи прийняття рішень						
Т 10	Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень.	5,5	0,5	2	2	1
Т 11.	Методи прогнозування.	5,5	0,5	2	2	1
Усього по заліковому кредиту		***11***	***1***	***4***	***4***	***2***
Форма контролю-контрольна робота		**3**				
Усього по змістовному модулю 3		**14**	**1**	**4**	**4**	**2**
Усього по модулю – 2		**34**	**3**	**10**	**9,5**	**5,5**
Наук. робота, участь в олімпіадах, конф.		**6**				
ПМК		**40**				
Разом балів з курсу		**100**	**5,5**	**16**	**14,5**	**9**

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З КУРСУ

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

Лекція 1. Вступ до дисципліни. Предмет теорії прийняття рішень. Класифікація задач.

Мета лекції: ознайомлення з предметом дисципліни «Теорія прийняття рішень», поняттям і видами рішень, з основними моделями прийняття рішень.

План лекції:

1. Поняття рішення та його визначення.
2. Види рішень.
3. Функції управлінських рішень.
4. Вимоги, що висуваються до рішень.
5. Умови прийняття рішень.

1. Поняття рішення та його визначення

У науковій літературі зустрічається як розширене, так і вузьке розуміння процесу прийняття рішень в управлінні.

Розширене розуміння охоплює не тільки процес прийняття рішень, але і його виконання та контроль результатів його реалізації.

У *вузькому розумінні* ***прийняття рішення*** – це процес, який починається з констатації виникнення проблеми та завершується вибором дії, що спрямована на її усунення.

У цьому випадку прийняття рішень розглядається лише як вибір кращого рішення з чисельних альтернатив. Однак процес прийняття рішень складається не тільки з вибору кращого варіанту, але й з пошуку альтернатив, встановлення критеріїв оцінки, вибору способу оцінки альтернатив тощо.

На процес прийняття управлінських рішень впливає безліч різноманітних ***факторів***. До найважливіших з поміж них належать такі:

1) ***Ступінь ризику*** – розуміється, що завжди існує імовірність прийняття неправильного рішення, яке може несприятливо впливати на організацію. Ризик – фактор, який менеджери враховують свідомо, або підсвідомо, при прийнятті рішення, оскільки він пов’язаний із зростанням відповідальності (***інформаційні умови ПР***).

2) ***Час***, який відведений менеджерові для прийняття рішення. На практиці більшість керівників не мають можливості проаналізувати усі можливі альтернативи, відчуваючи дефіцит часу.

3) ***Ступінь підтримки менеджера колективом*** – цей фактор враховує те, що нових менеджерів сприймають не відразу. Якщо порозуміння і підтримки інших менеджерів і підлеглих не вистачає, то проблему слід усувати за рахунок своїх особистих рис, які повинні сприяти виконанню прийнятих рішень.

4) ***Особисті якості менеджера*** – один з найбільш важливих факторів. Незалежно від того, як менеджери приймають рішення і відповідають за них, вони повинні мати здібності до того, щоб приймати вірні рішення.

5) ***Політика організації*** – у даному випадку враховується суб'єктивний фактор при прийнятті рішення. Статус, влада, престиж, легкість виконання – усе це може вплинути на прийняття того, чи іншого рішення.

2. Види рішень

В теорії управління виділяють ***три основні моделі прийняття рішень*** (**табл. 1**):

- класична модель;
- поведінкова модель;
- ірраціональна модель.

Таблиця 1

Основні моделі прийняття управлінських рішень

Найменування моделі	***Базові поняття***	***Основні характеристики***	***Сфери застосування***
Класична модель	**Раціо-нальність**	**<u>Особа, що приймає рішення</u>:** **- має повну інформацію щодо ситуації прийняття рішення** **- має повну інформацію про всі можливі альтернативи та їх наслідки** **- має раціональну систему упорядкування переваг за ступенем їх важливості** **- завжди має на меті максимі-зацію кінцевого результату**	**Прийняття програмованих рішень** **Достатність необхідної інформації**
Поведінкова модель	**Обмежена раціо-нальність** **Досягнення задоволеності**	**<u>Особа, що приймає рішення</u>:** **- не має повної інформації про ситуацію прийняття рішення** **- не має повної інформації про всі можливі альтерна-тиви** **- не здатна або не схильна пе-редбачити наслідки реаліза-ції кожної альтернативи**	**Обмеженість або відсутність інформації**
Ірраціональна модель		**Рішення приймаються без дослідження альтернатив**	**Розв'язання прин-ципово нових про-блем, що важко вирішуються** **Вирішення про-блем в умовах дефіциту часу** **Достатність влади для нав'язання свого рішення**

<u>Класична модель</u> спирається на поняття "*раціональності*" в прийнятті рішень. Передбачається, що особа, яка приймає рішення повинна бути абсолютно об'єктивною і логічною, мати чітку мету, усі її дії в процесі прийняття рішень спрямовані на вибір найкращої альтернативи.

Основні характеристики класичної моделі - особа, яка приймає рішення:

- має чітку мету прийняття рішення;
- має повну інформацію щодо ситуації прийняття рішення;
- має повну інформацію щодо можливих альтернатив і їх наслідків ;
- має раціональну систему упорядкування переваг за ступенем їх важливості;
- завжди має на меті максимізацію результату діяльності організації.

Отже, класична модель передбачає, що умови прийняття рішення повинні бути достатньо визначеними.

Проте на практиці на процес прийняття рішень впливають численні обмежуючі та суб'єктивні фактори. Сукупність таких факторів у процесі прийняття рішень враховує **<u>поведінкова модель</u>**.

Характеристики поведінкової моделі - особа, яка приймає рішення:

- не має повної інформації щодо ситуації прийняття рішення;
- не має повної інформації щодо всіх можливих альтернатив;
- не здатна (не схильна) передбачити наслідки можливих альтернатив.

Враховуючи ці характеристики Г. Саймон сформулював два ключових поняття поведінкової моделі:

1) поняття "***обмеженої раціональності***", яке означає, що люди можуть тільки намагатися прийняти раціональне рішення, але їх раціональність завжди буде обмеженою (теоретично завжди існує рішення краще за прийняте);

2) поняття "***досягнення задоволеності***". Оскільки досягти "повної раціональності" неможливо, менеджери бажають аби їх "страх" щодо прийняття не найкращого рішення пересилив намагання досягти оптимального рішення. Саме такий стан (той момент, коли приймається рішення) Г. Саймон охарактеризував як "досягнення задоволеності".

<u>Ірраціональна модель</u> ґрунтується на передбаченні, що ***рішення приймаються ще до того, як досліджуються альтернативи***.

Ірраціональна модель найчастіше застосовується:

а) для вирішення ***принципово нових, незвичайних рішень***, таких, які важко піддаються вирішенню;

б) для вирішення проблем в умовах ***дефіциту часу***;

в) коли менеджер або група менеджерів мають ***достатньо влади для нав'язування свого рішення***.

3. Функції управлінських рішень

В теорії прийняття рішень розрізняють ***дві основні технології прийняття управлінських рішень***.

Найпростішою технологією прийняття рішень є ***інтуїтивна***, яка у спрощеному схематичному вигляді представлено на **рис. 1**.

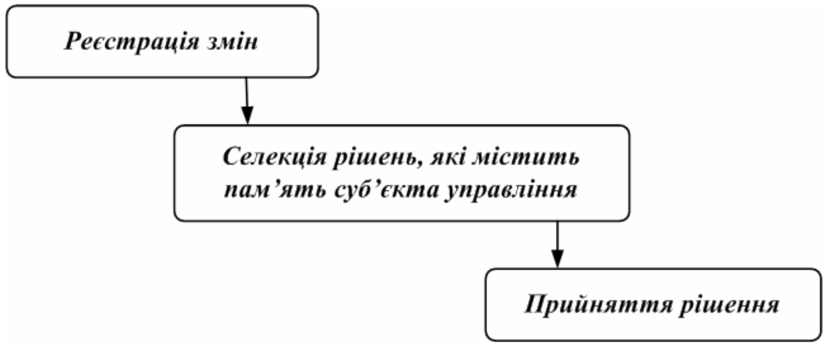


Рис. 1. Модель інтуїтивної технології прийняття рішення

Зміна стану висуває проблему, необхідність позбавитися якої і вимагає прийняття рішення. За інтуїтивної технології досвід прийняття рішень в аналогічних (подібних) ситуаціях, що накопичив даний суб'єкт управління й визначає саме рішення. Отже, якщо у минулому накопиченому досвіді суб'єкта управління не було прийнято аналогічних рішень, імовірність прийняття помилкового рішення зростає. ***Перевага*** інтуїтивної технології полягає у швидкості прийняття рішень, а основний ***недолік*** – у значній імовірності помилки.

Спрощена модель раціональної технології прийняття рішень наведена на **рис. 2**.

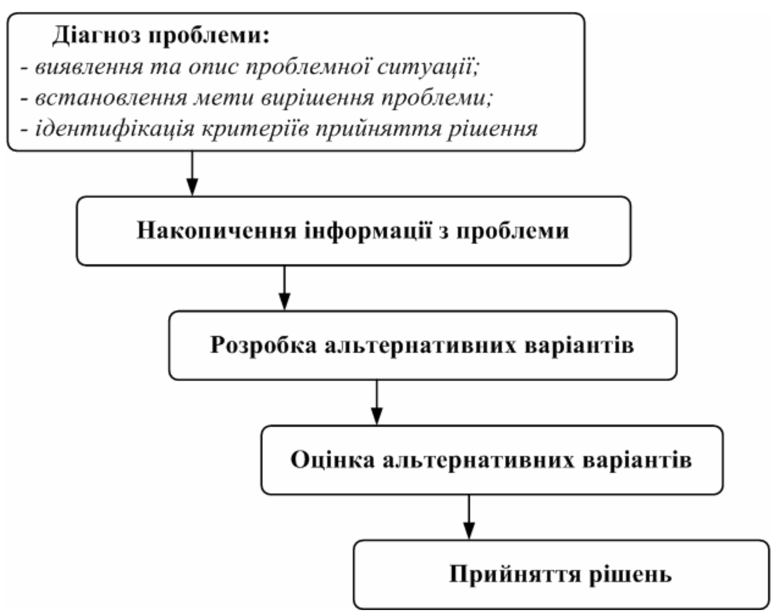


Рис. 2. Раціональна технологія прийняття управлінських рішень

Розглянемо докладніше зміст кожного з етапів, концентруючи увагу тільки на ключових (принципово важливих) аспектах їх реалізації.

1. ***Діагноз проблеми*** включає наступні підетапи:

- ***виявлення та опис проблемної ситуації*** (означає усвідомлення протиріччя між змінами у середовищі функціонування організації та її можливостями забезпечити за таких умов досягнення своєї мети);
- ***встановлення мети вирішення проблемної ситуації*** (визначення бажаного кінцевого результату вирішення проблемної ситуації);
- ***ідентифікація критеріїв прийняття рішення*** (визначення ознак, на підставі яких буде проводитись оцінка вирішення проблемної ситуації, а також упорядкування цих ознак за ступенем важливості).

2. ***Накопичення інформації про проблему*** означає збирання й обробку різноманітних відомостей щодо проблеми, яка розглядається. Якість вирішення проблеми залежить від якості інформації про неї. ***Якість інформаційних матеріалів*** у свою чергу оцінюється за допомогою таких ***критеріїв***:

1) ***об'єктивність*** – це інтегральний критерій, який поєднує у собі наступні часткові критерії:

- *повнота інформації* (наявність відомостей, включаючи суперечливі, які необхідні та достатні для прийняття рішення);
- *точність інформації* (ступінь відповідності інформації оригіналу);
- *несуперечливість інформації* (окремі частини однієї і тієї самої інформації не мають суперечити одна одній);
- *переконливість інформації* (доведеність, достовірність інформації);

2) ***лаконічність*** – стислість та чіткість викладення інформації (досягається за рахунок високої згорнутості інформації без втрати її необхідної повноти);

3) ***актуальність*** – відповідність інформації об'єктивним інформаційним потребам;

4) ***своєчасність*** – здатність задовольняти інформаційну потребу у прийнятний для виконання строк;

5) ***комунікативність*** – властивість інформації бути зрозумілою для адресата.

3. Розробка ***альтернативних варіантів*** означає розробку, опис та складання переліку усіх можливих варіантів дій, що забезпечують вирішення проблемної ситуації.

Складність управління і полягає в опрацюванні щонайповнішої сукупності альтернатив, яка містить всі допустимі варіанти дій для досягнення встановленої мети. З іншого боку, збільшення кількості альтернатив ускладнює, збільшує вартість і розтягує у часі процес прийняття рішень. Тому обґрунтоване зменшення кількості альтернатив є фактором підвищення ефективності процесу прийняття рішень.

В процесі розробки альтернатив з метою обмеження їх кількості необхідно враховувати наступні вимоги до них:

- ***взаємовиключеність альтернатив*** – випливає з визначення категорії "прийняття рішення" як акту вибору. Однозначний вибір можливий лише за умови, коли альтернативи виключають одна одну;
- ***забезпечення однакових умов опису альтернатив***: часових, ресурсних, зовнішніх тощо (однакових "стартових" умов для кожної альтернативи).

4. ***<u>Оцінка альтернативних варіантів</u>***. Зміст цього етапу полягає у перевірці кожної знайденої альтернативи за критеріями (**рис. 3**):

- ***реалістичність*** - можливість її здійснення взагалі з урахуванням зовнішніх обставин, не залежних від самої організації (юридичних обмежень, можливостей існуючих технологій, моральних та етичних норм тощо).
- ***відповідність ресурсам організації***;
- ***прийнятність наслідків реалізації*** альтернативи:
- не тільки основних, але і побічних;
- не тільки безпосередній період реалізації альтернативи, але і майбутні періоди.

5. ***<u>Прийняття рішення</u>***. На цьому етапі здійснюється порівняння альтернатив за очікуваними ефектами їх реалізації та вибір кращої альтернативи на підставі критеріїв, ідентифікованих на етапі діагнозу проблеми.

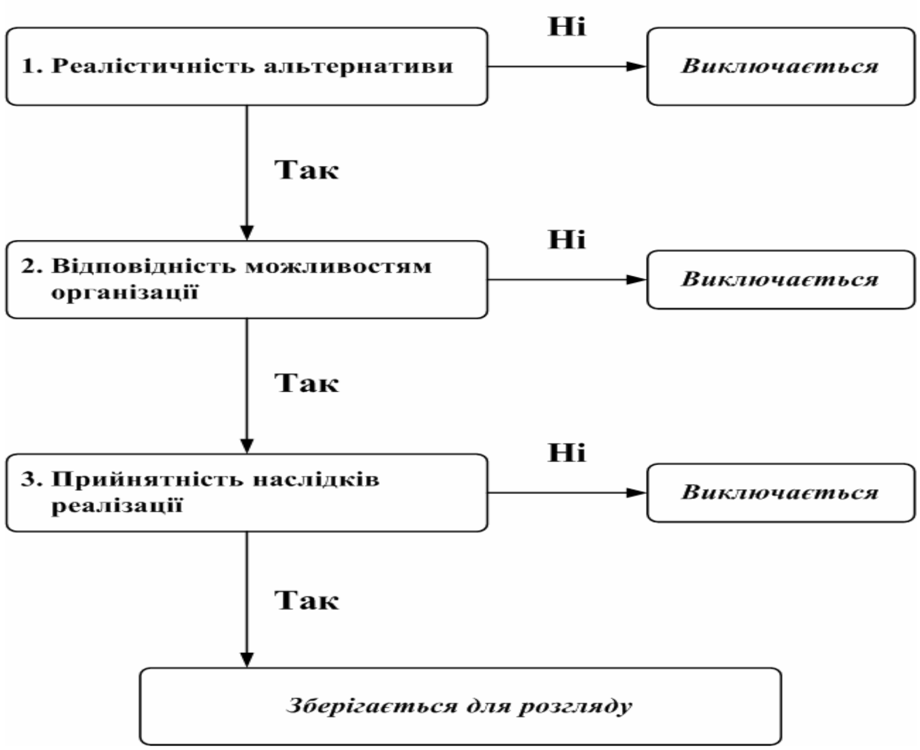


Рис. 3. Послідовність оцінки альтернатив у процесі прийняття рішень

4. Вимоги, що висуваються до рішень

Одним з найскладніших етапів раціональної технології прийняття рішень є пошук альтернативних варіантів. В управлінській практиці використовуються різноманітні ***методи творчого пошуку альтернативних варіантів***, які умовно поділяють на три групи:

- методи ***індивідуального творчого пошуку*** (аналогії, інверсії, ідеалізації);
- методи ***колективного творчого пошуку*** (“мозковий штурм”, конференція ідей, метод колективного блокноту);
- методи ***активізації творчого пошуку*** (метод контрольних запитань, метод фокальних об'єктів, метод морфологічного аналізу).

Метод аналогії - використання схожих рішень з інших сфер діяльності (технічної, економічної, спостережень за природою, художньої літератури тощо).

Метод інверсії - пошук варіантів від протилежного (перевернути звичайне рішення «догори ногами», вивернути на виворіт, поміняти місцями тощо).

Метод ідеалізації - пошук альтернатив шляхом ініціювання уявлення про ідеальне вирішення проблеми.

Порівняно з індивідуальними ***колективні методи*** є більш ефективними.

Метод «мозкового штурму» базується на забороні критицизму на етапі висунення ідей.

Метод конференції ідей припускає доброзичливу критику у формі реплік або коментарів. Вважається, що така критика може підвищити цінність ідей, що висуваються. Всі висунуті ідеї фіксуються в протоколі анонімно. Не рекомендується залучати до “конференції ідей” осіб, які скептично налаштовані щодо можливостей вирішення проблеми.

Метод колективного блокноту поєднання індивідуального незалежного висування ідей із їх колективною оцінкою. При цьому кожний учасник групи отримує блокнот, у якому викладена сутність вирішуваної проблеми. Впродовж певного періоду часу (звичайно 2 тижні) кожний учасник групи записує до блокноту власні ідеї щодо вирішення даної проблеми. Потім блокноти збирає керівник групи для узагальнення та систематизації інформації. Реалізація методу завершується творчою дискусією всієї групи та обговоренням систематизованого матеріалу.

З метою активізації процесу творчого пошуку альтернативних варіантів використовується третя група методів.

Метод контрольних запитань - стимулювання пошуку ідей за допомогою універсальних запитань. На практиці часто використовується перелік універсальних запитань, складений Алексом Осборном:

- яке нове застосування об’єкту можна запропонувати?
- які модифікації об’єкту можливі, якщо його обертати, скручувати, змінювати функції, колір, форму тощо?
- що можна на об’єкті збільшити (зменшити): розміри, міцність, кількість елементів тощо?
- що можна на об’єкті замінити і т.д.?

Метод фокальних об’єктів полягає у перенесенні ознак випадково вибраних об’єктів на об’єкт, що удосконалюється. Внаслідок цього можливо отримати нові, оригінальні варіанти вирішення проблеми удосконалення даного об’єкта.

Метод морфологічного аналізу ґрунтується на дослідженні закономірностей побудови (морфології) об'єкта та застосуванні комбінаторики.

Узагальнена характеристика методів творчого пошуку альтернатив наведена на **рис. 4**.

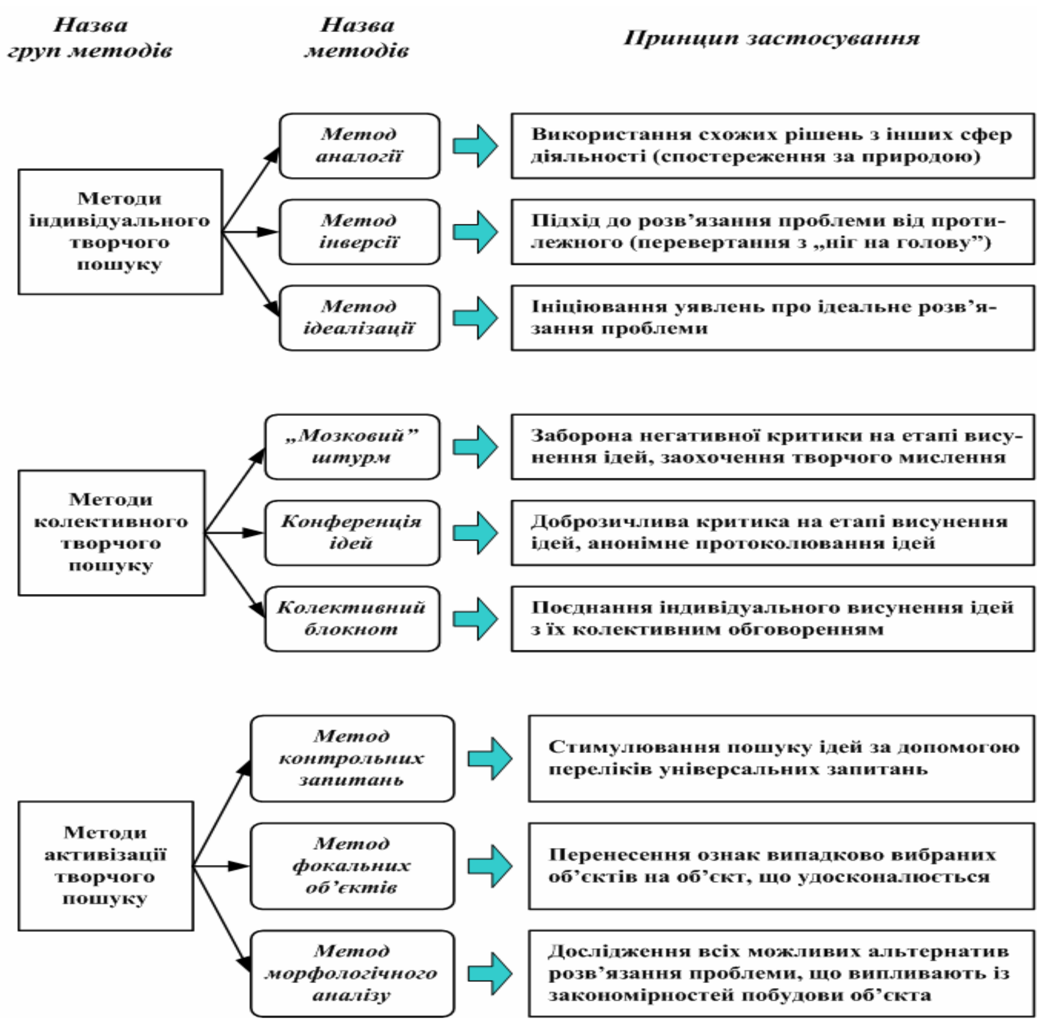


Рис. 4. Методи творчого пошуку альтернатив

5.Умови прийняття рішень

Аналітичні методи характеризуються тим, що встановлюють аналітичні (функціональні) залежності між умовами вирішення задачі (факторами) та її результатами (прийнятим рішенням). До аналітичних належить широка група методів економічного аналізу діяльності фірми (наприклад, побудова рівняння беззбитковості і знаходження точки беззбитковості).

Статистичні методи ґрунтуються на збиранні та обробці статистичних матеріалів. Статистичні методи включають методи теорії ймовірностей та математичної статистики. В управлінні широко використовують наступні з цієї групи методів: кореляційно-регресійний аналіз; дисперсний аналіз; факторний аналіз; кластерний аналіз; методи статистичного контролю якості і надійності та інші.

Широко використовуються на практиці метод платіжної матриці і "дерево рішень".

Методи математичного програмування. Математичне програмування – розділ математики, який містить теорію та методи рішення умовних екстремальних задач з кількома змінними. В задачах математичного програмування необхідно вибрати значення змінних (тобто параметрів управління), щоб забезпечити максимум (мінімум) цільової функції за певних обмежень. Найбільш широко методи математичного програмування застосовуються в сферах планування номенклатури і асортименту виробів; визначенні маршрутів виготовлення виробів; мінімізації відходів виробництва; регулюванні запасів; календарному плануванні виробництва тощо.

Контрольні запитання:

1. Фактори, що впливають на процес прийняття управлінських рішень.
2. Методи творчого пошуку альтернативних варіантів.
3. Раціональна технологія прийняття управлінських рішень.
4. Послідовність оцінки альтернатив у процесі прийняття рішень.
5. Модель інтуїтивної технології прийняття рішення.
6. Вузьке розуміння прийняття рішення.
7. Основні моделі прийняття рішень.
8. Функції управлінських рішень.

Література [1], [3], [4], [8], [10].

Лекція 2. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень

Мета лекції: ознайомлення з методами обґрунтування управлінських рішень, універсальним методом перебору по дереву рішень, загальною характеристикою задач математичного програмування.

План лекції:

1. Класифікація методів обґрунтування управлінських рішень.
2. Універсальний метод перебору.
3. Основні проблеми розв'язання задач математичного програмування.

1. Класифікація методів обґрунтування управлінських рішень

У сучасній літературі з теорії прийняття рішень існують різні підходи щодо класифікації методів обґрунтування управлінських рішень. Один з найпоширеніших способів класифікації представлено на рис. 1.

Відповідно до цього способу всі методи обґрунтування управлінських рішень поділяються на кількісні та якісні.

Кількісні методи (або методи дослідження операцій) застосовують, коли фактори, що впливають на вибір рішення, можна кількісно визначити та оцінити.

Якісні методи використовують тоді, коли фактори, що визначають прийняття рішення не можна кількісно охарактеризувати або вони взагалі не піддаються кількісному вимірюванню. До якісних методів належать в основному експертні методи.

Кількісні методи залежно від характеру інформації, яку має особа, яка приймає рішення, поділяються на:

1. методи, що застосовуються в умовах ***однозначної визначеності інформації*** про ситуацію прийняття рішення (аналітичні методи та частково методи математичного програмування). В задачах математичного програмування необхідно вибрати значення змінних (тобто параметрів управління), щоб забезпечити максимум (мінімум) цільової функції за певних обмежень. Найбільш широко методи математичного програмування застосовуються в сферах планування номенклатури і асортименту виробів; визначенні маршрутів виготовлення виробів; мінімізації відходів виробництва; регулюванні запасів; календарному плануванні виробництва тощо;

2. методи, що застосовуються в умовах ***імовірнісної визначеності інформації*** про ситуацію прийняття рішення (статистичні методи та частково методи математичного програмування);

3. методи, що застосовуються в умовах ***невизначеності інформації*** про ситуацію прийняття рішення (теоретико-ігрові методи, які залежно від того, що спричиняє невизначеність ситуації: об'єктивні обставини або свідомі дії противника, поділяються на методи теорії статистичних рішень та методи теорії ігор).

Рис. 1. Класифікація методів обґрунтування управлінських рішень

2. Універсальний метод перебору

Метод платіжної матриці дозволяє дати оцінку кожної альтернативи як функції різних можливих результатів реалізації цієї альтернативи.

Основними умовами застосування методу платіжної матриці є:

• наявність кількох альтернатив вирішення проблеми;

• наявність декількох ситуацій, які можуть мати місце при реалізації кожної альтернативи;

• можливість кількісно виміряти наслідки реалізації альтернатив.

В концепції платіжної матриці ключовим є поняття "очікуваного ефекту". Очікуваний ефект - це сума можливих результатів ситуацій, які можуть виникнути в процесі реалізації альтернативи, помножених на імовірність настання кожної з них. В методі платіжної матриці критично важливим є точна оцінка ймовірностей виникнення ситуації в процесі реалізації альтернатив.

Метод дерева рішень передбачає графічну побудову різних варіантів дій, які можуть бути здійснені для вирішення існуючої проблеми (рис. 2).

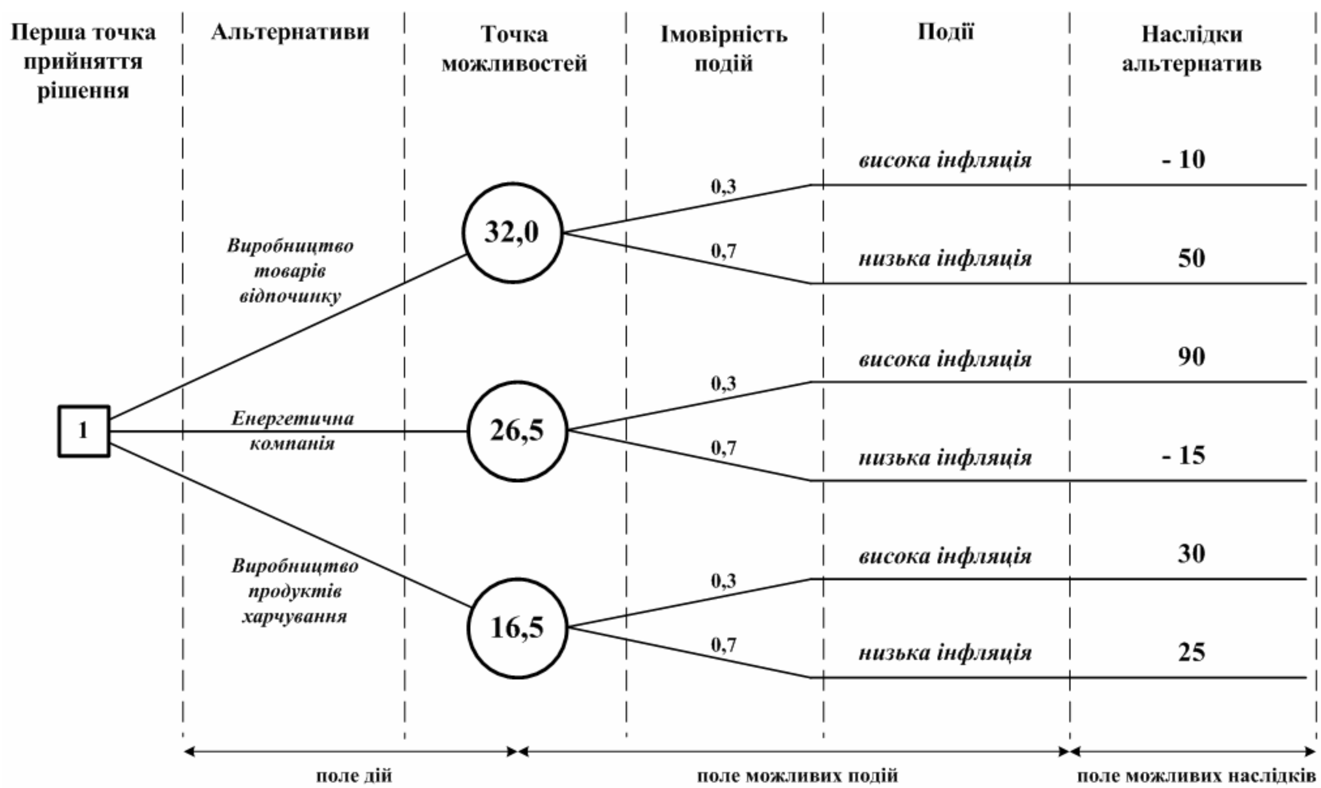


Рис. 2. Графік "дерева рішення" у задачі інвестування коштів фірми

Ідея методу "дерева рішень" полягає у тому, що просуваючись гілками дерева у напрямку справа наліво (тобто від вершини дерева до першої точки прийняття рішення):

а) спочатку розрахувати очікувані виграші по кожній гілці дерева;

б) порівнюючи ці очікувані виграші, зробити остаточний вибір найкращої альтернативи.

Використання цього методу передбачає, що вся необхідна інформація про очікувані виграші для кожної альтернативи та імовірності виникнення всіх ситуацій була зібрана заздалегідь.

Метод "дерева рішень" застосовують на практиці у ситуаціях, коли результати одного рішення впливають на подальші рішення, тобто, для прийняття послідовних рішень.

Компоненти графіку “дерева рішень”:

1) три поля, які можуть повторюватися в залежності від складності самої задачі:

а) поле дій (поле можливих альтернатив). Тут перераховані всі можливі альтернативи дій щодо вирішення проблеми;

б) поле можливих подій (поле ймовірностей подій). Тут перелічені можливі ситуації реалізації кожної альтернативи та визначені імовірності виникнення цих ситуацій;

в) поле можливих наслідків (поле очікуваних результатів). Тут кількісно охарактеризовані наслідки (результати), які можуть виникнути для кожної ситуації;

2) три компоненти:

а) перша точка прийняття рішення. Вона звичайно зображена на графіку у вигляді чотирикутника та вказує на місце, де повинно бути прийнято остаточне рішення, тобто на місце, де має бути зроблений вибір курсу дій;

б) точка можливостей. Вона звичайно зображується у вигляді кола та характеризує очікувані результати можливих подій;

в) "гілки дерева". Вони зображуються лініями, які ведуть від першої точки прийняття рішення до результатів реалізації кожної альтернативи.

3. Основні проблеми розв’язання задач математичного програмування

Постановка задачі математичного програмування.

Знайти вектор $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots,x_n)$, що мінімізує (максимізує) функцію

$$F(\boldsymbol{x})=F(x_1,\ldots,x_n) \tag{1}$$

і задовольняє систему обмежень

$$G_i(x_1,\ldots,x_n)\ R_i\ 0,\ \ i=1,\ldots,m, \tag{2}$$

де символ R_i замінює один із знаків $\le, =, \ge$.

Якщо хоча б одна з функцій F, G_i $(i=1,\ldots,m)$ є нелінійною, то вказана постановка визначає *задачу нелінійного програмування* (*ЗНЛП*).

Сукупність точок (векторів) $\boldsymbol{x}$, що задовольняють (2), зветься *допустимою областю* (*множиною*) і позначається через D.

Довільна точка D зветься *допустимим розв'язком* (*точкою, планом, вектором*).

Функція $F(\boldsymbol{x})$ співвідношення (1) зветься *цільовою функцією*.

Постановка задачі опуклого програмування.

Знайти вектор $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots,x_n)$, що мінімізує цільову функцію

$$F(\boldsymbol{x}) = F(x_1,\ldots,x_n) \tag{3}$$

і задовольняє систему обмежень

$$G_i(x_1,\ldots,x_n)\leq 0,\ i=1,\ldots,m, \tag{4}$$

$$x_j\geq 0,\ \ j=1,\ldots,n, \tag{5}$$

де функції F, G_i $(i=1,\ldots,m)$ — опуклі.

Таким чином, для задачі опуклого програмування (*ЗОП*) цільова функція (3) - опукла, обмеження (4)-(5) визначають опуклу допустиму множину.

Постановка задачі опуклого квадратичного програмування.

Знайти вектор $\boldsymbol{x}$, що мінімізує цільову функцію

$$F(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{c}\,\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}} \tag{6}$$

і задовольняє систему обмежень

$$\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{T}} \leq \boldsymbol{b}^{\boldsymbol{T}},\ \ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}, \tag{7}$$

де $\boldsymbol{c}=(c_1,\ldots,c_n)$, $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots,x_n)$, $\boldsymbol{D}=\|d_{kl}\|$, $k,l=1,\ldots n$, $\boldsymbol{A}=\|a_{ij}\|$, $i=1,\ldots,m$, $j=1,\ldots,n$, $\boldsymbol{b}=(b_1,\ldots,b_m)$, матриця $\boldsymbol{D}$ симетрична та невід'ємно визначена.

Таким чином, для задачі опуклого квадратичного програмування (*ЗОКП*) цільова функція (6) — опукла квадратична, обмеження (7) - лінійні і визначають опуклу многогранну допустиму множину.

Задачу нелінійного програмування намагаються звести до лінійного вигляду. Проте в такому разі можливі значні похибки. Нехай, наприклад, собівартість продукції y визначено як функцію $y = a + \frac{b}{x}$, де x — обсяги виробництва. Ввівши заміну $z = \frac{1}{x}$, дістанемо лінійну залежність $y = a + bz$. За такої заміни похибки немає. А коли $y = -ax^2 + bx + c$, то заміна цієї залежності деякою лінійною функцією $y = d + fx$ призводить до значних похибок, що ілюструє рис. 3.

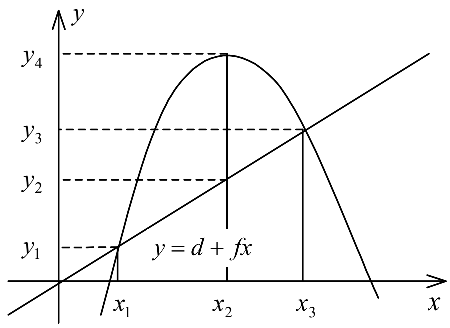


Рис. 3.

У точках x_1 і x_3 значення собівартості для обох розглядуваних функцій однакові, але в усіх інших точках ці значення відрізняються, причому в точці x_2 значною мірою:

$$y_4 - y_2 = -ax_2^2 + bx_2 + c - d - fx_2 = ax_2^2 + (b - f)x_2 + (c - d).$$

Отже, лінеаризація нелінійних процесів є досить складною математичною задачею.

Для лінійних задач можна завжди знайти оптимальний розв'язок універсальним методом — симплексним. При цьому немає проблеми з доведенням існування такого розв'язку. Адже в результаті розв'язування задачі симплексним методом завжди дістаємо один із варіантів відповіді:

1) знайдено розв'язок;

2) задача суперечлива, тобто її розв'язку не існує;

3) цільова функція необмежена, отже, розв'язку також немає.

Для задач нелінійного програмування не існує універсального методу розв'язування, тому щоразу слід доводити існування розв'язку задачі, а також його єдиність. Це досить складна математична задача.

Відомі точні методи розв'язування нелінійних задач, але при цьому постають труднощі обчислювального характеру. Навіть для сучасних ПЕОМ відповідні алгоритми є доволі трудомісткими.

Для розв'язування нелінійних задач застосовують наближені методи, стикаючись із проблемою локальних і глобальних оптимумів. Наприклад, на рис. 6.4. маємо на відрізку локальні оптимуми в точках x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, а глобальний — у точці x_4 і x_6.

Більшість наближених методів дають змогу знаходити локальний оптимум. Визначивши всі локальні оптимуми, методом порівняння можна знайти глобальний.

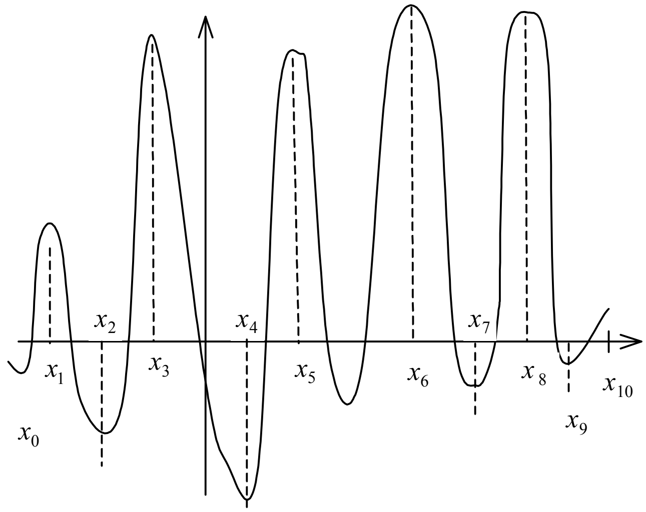


Рис. 4

Проте для практичних розрахунків такий метод не є ефективним. Часто наближені методи не «вловлюють» глобального оптимуму, зокрема тоді, коли глобальний оптимум лежить досить близько до локального.

Якщо відрізок $[x_0, x_{10}]$ розіб'ємо на десять підвідрізків і глобальний оптимум потрапить у відрізок $[x_i, x_{i+1}]$ (див. рис. 6.4), а ліворуч від x_i та праворуч від x_{i+1} крива $y = f\ (x)$ підніматиметься, то глобальний оптимум буде пропущеним. Звернемо увагу ще на один дуже важливий момент.

У задачах лінійного програмування точка оптимуму завжди була граничною. Для нелінійних задач точка, яка є оптимальним планом, може бути граничною або такою, що міститься всередині допустимої області розв'язків (планів).

Контрольні запитання:

1. Кількісні та якісні методи обґрунтування управлінських рішень.
2. Постановка задачі математичного програмування.
3. Постановка задачі опуклого програмування.
4. Постановка задачі опуклого квадратичного програмування.
5. Метод дерева рішень.
6. Проблеми розв'язання задач математичного програмування.
7. Сфера застосування методів математичного програмування.

Література [1], [3], [4], [6], [8], [11].

Лекція 3. Прийняття рішень в умовах визначеності

Мета лекції: ознайомлення з методами прийняття рішень в умовах визначеності, моделями лінійного програмування, методом аналізу ієрархій.

План лекції:

1. Моделі лінійного програмування.
2. Задача вибору.
3. Метод аналізу ієрархій.
4. Визначення вагових коефіцієнтів.
5. Матриця парних порівнянь.
6. Погодженість матриці порівнянь.
7. Коефіцієнт погодженості матриці
8. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою інформаційних технологій.

Моделі лінійного програмування

Загальна лінійна математична модель економічних процесів і явищ — так звана загальна задача лінійного програмування (ЛП) подається у вигляді:

знайти максимум (мінімум) функції

$$Z = cx_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n, \qquad (1)$$

або $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to \max(\min)$

за умов

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \{\le, \ge, =\} b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \{\le, \ge, =\} b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \{\le, \ge, =\} b_m \end{cases} \qquad (2)$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, ..., x_n \ge 0. \qquad (3)$$

Отже, потрібно знайти значення змінних x_1, x_2, …, x_n, які задовольняють умови (2) і (3), тоді як цільова функція набуває екстремального (максимального чи мінімального) значення.

Задачу (1)—(3) легко звести до канонічної форми, тобто до такого вигляду, коли в системі обмежень (2) всі b_i (i = 1, 2, …, n) невід’ємні, а всі обмеження є рівностями.

Якщо якесь b_i від’ємне, то, помноживши i-те обмеження на (–1), дістанемо у правій частині відповідної рівності додатне значення. Коли i-те обмеження має вигляд нерівності $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + \ + a_{in}x_n \le b_i$, то останню завжди можна звести до рівності, увівши допоміжну змінну x_{n+1}: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n + x_{n+1} = b_i$.

Аналогічно обмеження виду $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + ... + a_{kn}x_n \geq b_k$ зводимо до рівності, віднімаючи від лівої частини допоміжну змінну x_{n+2}, тобто $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + ... + a_{kn}x_n - x_{n+2} = b_k$.

Метод аналізу ієрархій

Метод аналізу ієрархій (МАІ) — це систематична процедура, що ґрунтується на ієрархічному представленні елементів, які визначають суть проблеми. Проблема розбивається на простіші складові з наступним оцінюванням особою, що приймає рішення (ОПР), відносного ступеня взаємодії елементів отримуваної ієрархічної структури. В методі використовуються жорсткі оцінки в шкалі відношень. МАІ будується на принципі ідентичності та декомпозиції і включає процедури синтезу множинних тверджень, отримання пріоритетності критеріїв та знаходження альтернативних рішень.

Принцип ідентичності та декомпозиції передбачає структурування проблем у вигляді ієрархії або мережі як першого етапу МАІ.

Можна виділити ряд модифікацій МАІ, що визначаються характером зв'язків між критеріями й альтернативами, розташованими на найнижчому рівні ієрархії, а також методом порівняння альтернатив.

За характером зв'язків між критеріями й альтернативами визначається два типи ієрархій. *До першого типу* відносяться такі, у яких кожен критерій, що має зв’язок з альтернативами, зв'язаний із усіма альтернативами, що розглядаються (тип ієрархій з однаковими числом і функціональним складом альтернатив під критеріями). *До другого типу* ієрархій належать такі, у яких кожен критерій, що має зв'язок з альтернативами, зв'язаний не з усіма альтернативами, що розглядаються (тип ієрархій з різними числом і функціональним складом альтернатив під критеріями).

У МАІ є три методи порівняння альтернатив: *попарне порівняння; порівняння альтернатив щодо стандартів* і *порівняння альтернатив копіюванням.* Останні два методи використовуються в тому випадку, коли з тих чи інших причин відсутні оцінки деяких альтернатив за деякими критеріями.

Ієрархія з однаковим числом та функціональним складом альтернатив під критеріями. Проблема, що її потрібно вирішити, у більшості випадків зводиться до обґрунтування вибору певної альтернативи з числа можливих, які характеризуються складною ієрархією аспектів та критеріїв.

Останнім рівнем цієї ієрархії — по суті мультидерева — є рівень листя, на якому знаходяться власне альтернативи, а передостаннім, безпосередньо з ним пов'язаним — рівень критеріїв оцінювання якості альтернатив. Вищі рівні відображають агреговані критерії та аспекти проблеми, а кореневі дерева відповідає власне проблема, що повинна бути розв'язана.

Основним варіантом представлення проблеми є ієрархія з однаковим числом та функціональним складом альтернатив під критеріями, тобто ієрархія, в якій альтернативні варіанти оцінюються за всіма критеріями передостаннього рівня. У тих випадках, коли з тих чи інших причин не всі альтернативи можуть бути оцінені за всіма критеріями, використовуються модифікації методу аналізу ієрархій.

Побудова ієрархії починається з окреслення проблеми дослідження. Далі будується власне ієрархія, що включає мету (призначення), якій відповідає корінь ієрархії, проміжні рівні (аспекти мети, мета-критерії, критерії) і альтернативи, що формують найнижчий ієрархічний рівень (листя). Нижче наведений загальний вигляд ієрархії, де С — елементи ієрархії, В — альтернативи (Рис. 1).

Верхній індекс в елементів указує рівень ієрархії, а нижній індекс — їхній порядковий номер.

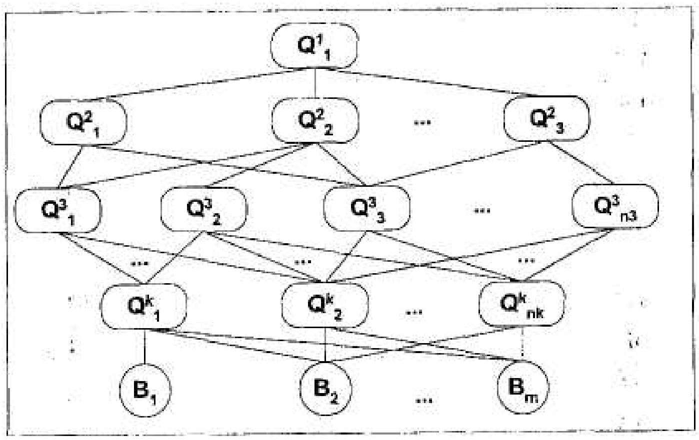


Рис. 1.

Матриця парних порівнянь

Елементи задачі в МАІ порівнюються попарно відносно їх дії (ваги, інтенсивності) на спільну для них характеристику. Матриці парних порівнянь будуються для всіх елементів-нащадків, що належать до відповідного елемента-предка. Парні порівняння реалізуються в термінах домінування одного елемента над іншим. Отримані твердження висловлюються в цілих числах з урахуванням дев'ятибальної шкали. Значення елементів цих матриць визначаються в результаті опитування експертів, причому матриця попарних порівнянь є обернено симетричною.

Для експерта значно простіше здійснити ряд попарних порівнянь нащадків між собою, аніж спробувати відразу ж присвоїти їм певні значення «ваг», які відображають вклад того чи іншого елемента-нащадка в елемент-предок. Цим і пояснюється необхідність застосування методу попарних порівнянь, тому що ця інформація надалі використовується для отримання значень «ваг» та оцінювання послідовності тверджень експерта.

Змістовно цьому відповідає знаходження бажаності, сили впливу, цінності чи ймовірності для кожного окремого об'єкта-нащадка відносно безпосереднього об'єкта-предка. Локальні пріоритети отримуються шляхом обчислення множини головних власних векторів для кожної з обернено симетричних матриць ієрархії та нормалізації результату.

У процесі формування матриці попарних порівнянь на матрицю накладається обмеження оберненої симетричності, що сприяє поліпшенню однорідності та послідовності тверджень експерта. Для оцінки однорідності тверджень експерта доцільно використати відхилення величини максимального власного значення від порядку матриці. Кількісними характеристиками непослідовності тверджень експерта є індекс узгодженості та відношення узгодженості.

Основним завданням МАІ є розрахунок глобальних пріоритетів альтернатив, тобто пріоритетів альтернатив відносно всієї ієрархії. Ієрархічний синтез використовується для зважування власних векторів матриць парних порівнянь альтернатив вагами критеріїв (елементів), що наявні в ієрархії, а також для обчислення загальних пріоритетів альтернатив. Після розв'язання задачі ієрархічного синтезу оцінюється однорідність ієрархії загалом за допомогою підсумовування показників однорідності всіх рівнів, приведених шляхом «зважування» до першого ієрархічного рівня, де знаходиться коренева вершина.

У процесі формування матриці попарних порівнянь на матрицю накладається обмеження оберненої симетричності, тобто за умовою $a_г=i/a_м$, що сприяє поліпшенню однорідності та послідовності тверджень експерта, тобто в числових твердженнях якщо один елемент в разів переважає інший, то останній в 1/т разів переважає перший (або в **т** разів гірший).

У практичних задачах кількісна (кардинальна) і транзитивна (порядкова) однорідність (узгодженість) порушується, оскільки експерт оцінює переваги шляхом попарних порівнянь, а тому рівність $a_{кі}=a_{ік}$, що повинна б була виконуватись для всіх *і, к,* буде порушуватися.

Чим більші порушення цих рівностей, тим меншою мірою ми можемо довіряти результатам опитування експерта, і це свідчитиме, насамперед, про суперечливість тверджень експерта або ж (як один з виявів цього й є суперечливість) про некомпетентність в даній предметній області.

При порушенні однорідності ранг матриці попарних порівнянь відмінний від одиниці і вона буде мати декілька власних значень, а умова оберненої симетричності забезпечить невід'ємність всіх компонент головного власного вектора. Однак при невеликих відхиленнях тверджень від однорідності одне з власних значень буде істотно більше за інші і приблизно дорівнюватиме порядку матриці. Отже, для оцінки однорідності тверджень експерта доцільно використати відхилення величини максимального власного значення $X_{тах}$ від порядку матриці *n*.

Коефіцієнт погодженості матриці

Отримана в результаті опитування експерта матриця буде неузгодженою, тобто відображати певну непослідовність тверджень експерта, яка в реальних умовах наявна завжди. Корисним результатом для оцінювання неузгодженості є індекс узгодженості, який дає інформацію про ступінь порушення числової та транзитивної — порядкової узгодженості. Якщо відхилення від узгодженості перевищують межі, то доцільно їх перевірити в матриці.

Індекс узгодженості розраховуємо за формулою:

$$I_u = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j \times \sum_{i=1}^{n} a_{ij}) - n}{n-1} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}.$$

Звідси $\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^{n}(x_j \times \sum_{i=1}^{n} a_{ij})$. Обчислений індекс I_u порівнюємо зі значенням, яке отримується за умови випадкового вибору кількісних значень з шкали 9, 8, 7, ..., 1/8, 1/9 зі збереженням умови оберненої симетричності випадкової матриці.

Середні значення для випадкових матриць різного розміру з використанням генератора псевдовипадкових чисел програмним шляхом: генерується випадкова матриця заданого розміру *n*, в якій діагональ заповнюється одиницями, а верхня трикутна частина — числами послідовності 9, 8, 7, ..., 2, 1, 1/2,..., 1/7, 1/8, 1/9, що розподілені рівномірно з ймовірністю виникнення кожного значення, рівною 1/17. Нижня трикутна складова визначає обернено симетричну матрицю. Для згенерованої таким чином матриці розраховується значення індексу узгодженості тверджень експерта /„. Процедура повторюється велику кількість разів з розрахунком середнього значення, яке й вноситься до таблиці.

Контрольні запитання:

1. У чому полягає загальна лінійна математична модель?
2. У чому полягає суть методу аналізу ієрархій?
3. Які основні типи ієрархій розглядаються в МАІ?
4. Яка послідовність побудови ієрархії в МАІ?
5. Що таке «локальний пріоритет»?
6. В якій послідовності будуються матриці попарних порівнянь та для чого вони служать?
7. В якій шкалі реалізуються парні порівняння?
8. Чим пояснюється побудова матриць попарних порівнянь в МАІ?
9. Що є метою ієрархічного синтезу?
10. Яким чином оцінюється однорідність ієрархії?

Література [1] - [5], [9].

Лекція 4. Прийняття рішень в умовах ризику

Мета лекції: ознайомлення з методами оптимізації наслідків прийняття рішень в умовах ризику.

План лекції:

1. Критерій очікуваного значення.
2. Дерево розв'язків.
3. Стани природи.
4. Апостеріорні імовірності Байєса.
5. Обчислення апостеріорних ймовірностей за допомогою інформаційних технологій.
6. Функції корисності.

У теорії прийняття рішень існують три **типи моделей прийняття рішень:**

- прийняття рішень в умовах визначеності – той, хто приймає рішення, на певне знає наслідки дії або обраного рішення;
- прийняття рішень в умовах ризику – той, хто приймає рішення, знає ймовірність появи результату або наслідки кожної дії прийняття рішень;
- в умовах невизначеності – тому, хто приймає рішення, не відома ймовірність появи результату.

Приймати рішення набагато ефективніше не в умовах ризику, а в умовах визначеності. У прийнятті рішень в умовах визначеності той, хто приймає рішення, знає наслідки своїх дій і вибере альтернативу, яка дасть змогу отримати найкращий результат.

Критерій очікуваного значення

Якщо рішення ухвалюється в умовах ризику, то вартості альтернативних рішень зазвичай описуються імовірнісними розподілами. З цієї причини схвалюване рішення ґрунтується на використанні критерію очікуваного значення, відповідно до якого альтернативні рішення порівнюються з погляду максимізації очікуваного прибутку або мінімізації очікуваних витрат.

Такий підхід має свої недоліки, які не дозволяють використовувати його в деяких ситуаціях. Для них розроблені модифікації згаданого критерію.

Критерій очікуваного значення зводиться або до максимізації очікуваного (середньою) прибутку, або до мінімізації очікуваних витрат. В даному випадку передбачається, що прибуток (витрати), пов'язаний з кожним альтернативним рішенням, є випадковим величиною.

Дерево розв'язків

Розглянемо ситуацію, яка передбачає прийняття рішення в умовах ризику. Той, хто приймає рішення, робитиме спробу максимізувати очікуваний результат. При цьому менеджери, які приймають рішення, розглядають усі альтернативи та стани природи. Що розуміють під цими термінами?

Альтернатива – напрям дії або стратегія, яку може обрати той, хто приймає рішення (наприклад, замовляти маркетингові дослідження).

Стан природи – ситуація, на яку той, хто приймає рішення, не може вплинути або може вплинути дуже слабо (наприклад, кон'юнктура ринку).

Для зображення альтернатив рішень менеджера використовують дерево рішень. Для цього застосуємо такі позначки:

□ - це вузол рішення, з якого можна обрати одну або кілька альтернатив.

○ - це вузол стану природи, з кого може з'явитись один стан природи.

Аби допомогти компанії визначити її рішення, можна також побудувати **таблицю рішень** (платіжну таблицю, платіжну матрицю). Для кожної альтернативи (дії) та певного стану природи є післядія (або наслідок), яка зазвичай подається у грошовому вираженні і називається умовним значенням (умовний прибуток). При цьому всі альтернативи записуються в лівій частині таблиці, умовні стани природи – у верхній частині таблиці, а умовні значення – розміщуються посередині таблиці.

Що краще використовувати – таблиці рішень чи дерева рішень? Якщо є один вибір рішень і один стан природи, зручніше використовувати таблицю рішень. Якщо існують два або більше послідовних рішень, причому подальші рішення базуються на наслідках попередніх, використання дерев цілей є потужнішим інструментом порівняно з таблицею рішень.

Дерево цілей – це графічне зображення процесу, яке визначає альтернативи рішень, стани природи та їхні відповідні ймовірності для кожної комбінації альтернатив і станів природи.

Функції корисності

За критерій рішення для аналізу дерева цілей найчастіше обирають **очікувану грошову віддачу** (expected monetary value, EMV) для кожного варіанта. Це число представляє очікувану цінність варіанта, тобто таку віддачу, яку ми отримаємо, якщо зможемо повторити рішення багато разів.

Найпопулярнішим рішенням є вибір варіанта, який має максимальне значення EMV.

EMV для варіанта – це сума можливих надходжень (віддач) варіанта, кожна зважена на імовірність появи віддачі:

EMV (варіанта) = (Віддача за 1-им станом природи)(Імовірність 1-го стану природи) + (Віддача за 2-им станом природи)*(Імовірність 2-го стану природи) + ... + (Віддача за n-им станом природи)*(Імовірність n-го стану природи).*

Аналіз проблеми з використанням дерева цілей включає в себе п’ять кроків (рис. 1).

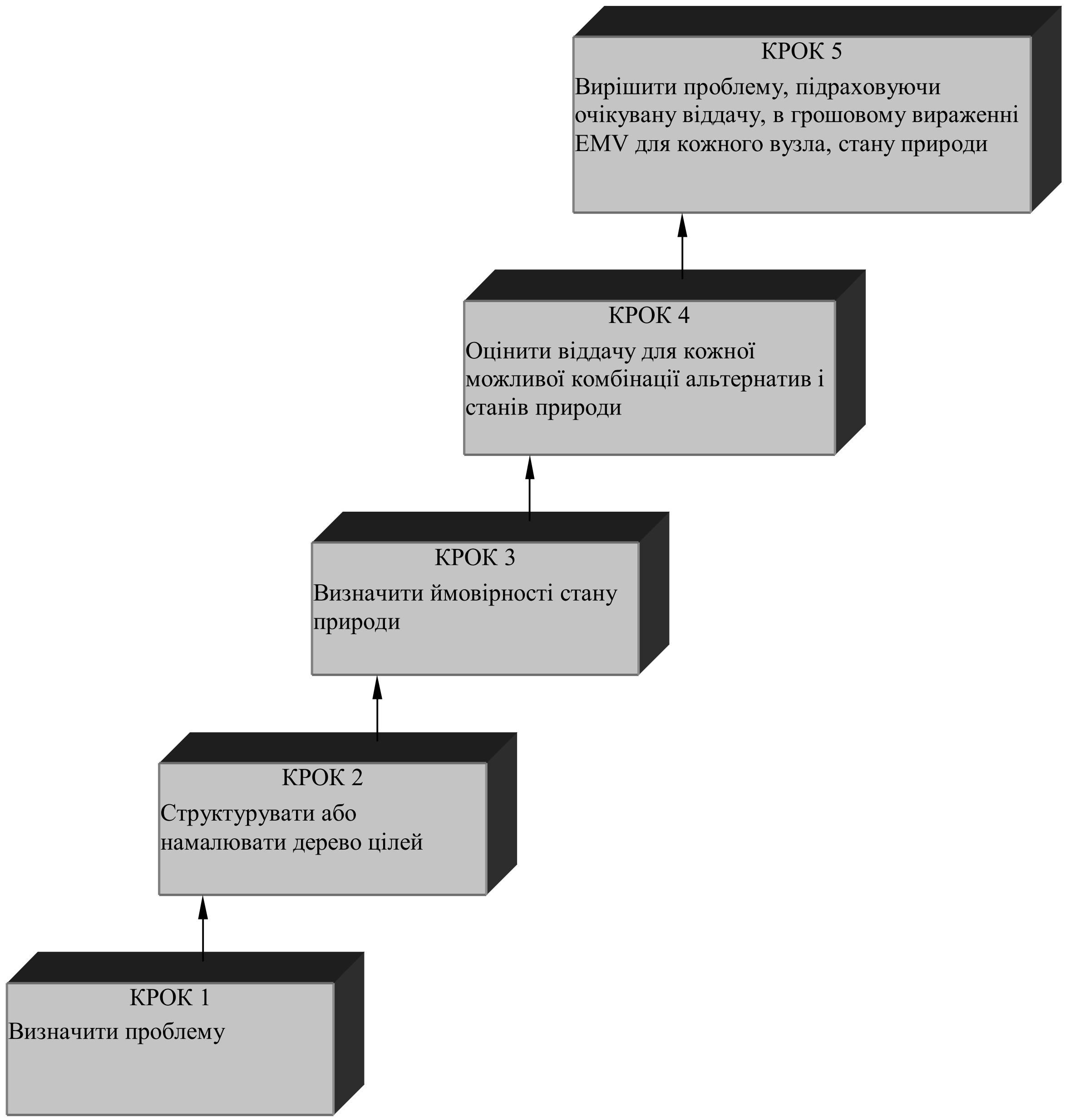


Рис. 1. Методика аналізу проблеми з використанням дерева цілей

Для оцінки очікуваної віддачі (або інший термін – післядії, а це може бути, наприклад, прибуток/збиток) використовується процедура, що має назву "зворотна індукція". На гилці дій вибирається та гілка, яка має найбільше значення для очікуваної віддачі. Правостороння вилка дій (“не купувати”) виключається і перекреслюється подвійною лінією. Починаючи праворуч від дерева, рухаємося над вузлами рішень.

Очікуваною цінністю досконалої інформації (Expected Value Perfect Information) називається різниця між очікуваною віддачею (від рішення) в умовах визначеності та в умовах ризику:

EVPI = Очікувана цінність в умовах визначеності - max EMV.

Щоб визначити очікувану цінність в умовах визначеності, обираємо найкращу альтернативу для кожного стану природи і викликану нею віддачу перемножуємо на ймовірність появи цього стану природи:

Очікувана цінність в умовах визначеності	=	Найкращий вихід для 1-го стану природи	*	Імовірність 1-го стану природи	+
	+	Найкращий вихід для 2-го стану природи	+	Імовірність 2-го стану природи	+
	+	…	+		
	+	Найкращий вихід для останнього стану природи	*	Імовірність за останнім станом природи	

Приклад

Фірма “ПРОМЕКСПО” протягом двох років імпортує в Україну поряд з іншими товарами поліамідні нитки. Досвід, накопичений за цей період, сприятлива кон'юнктура не викликають сумніву, що цей товар і наступного року має бути включений до номенклатури продукції фірми “ПРОМЕКСПО”.

Підрахунки засвідчили, що в разі, якщо ринок буде сприятливим, фірма отримає чистий прибуток у 40000 грн; якщо несприятливий – чисті втрати становитимуть 20000 грн. Імовірність того, що ринок поліамідних ниток буде сприятливим, оцінюється як 0,5, а несприятливим – 0,5.

Керівництво фірми “ПРОМЕКСПО” отримало від своїх закордонних партнерів пропозицію про поставку в Україну акрильних дисперсних систем. Досі “ПРОМЕКСПО” оптовими поставками цього товару не займалося. Постало питання: чи є ринок збуту цього товару в Україні? Наскільки він насичений? Хто саме і в якій кількості виготовляє або імпортує цю продукцію з-за кордону? Основні конкуренти? Ціни? Попит?

Необхідно визначити, на яку максимальну ціну за маркетингові дослідження слід погоджуватися керівництву фірми "ПРОМЕКСПО" під час обговорення умов угоди з консалтинговою фірмою з огляду на цінність інформації?

Процес оцінювання цінності досконалої інформації, тобто максимальної суми, яку фірмі слід сплатити за інформацію, складається з двох етапів. Спочатку розраховується очікувана цінність в умовах визначеності. Відтак, використовуючи цю інформацію, розраховується EVPI.

а) Визначення очікуваної цінності досконалої інформації

В табл. 1 внесемо умовні значення прибутку, які базуються на вихідній інформації:

- за умов сприятливого ринку імпорт поліамідних ниток дасть змогу отримати прибуток у розмірі 40000 грн.; в разі несприятливого ринку чисті втрати при цьому складуть 20000 грн.;
- за умов сприятливого ринку імпорт акрилатних дисперсних систем дасть змогу фірмі отримати чистий прибуток у розмірі 50000 грн.; якщо ринок буде несприятливим, чисті втрати складуть 20000 грн.;
- імовірність того, що ринок буде сприятливим така ж, як і ймовірність того, що ринок буде несприятливим. Це означає – кожен стан природи має шанс 0,5.

Таблиця 1. Варіанти вибору (рішення фірми "ПРОМЕКСПО")

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	40000	-20000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	50000	-20000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,50	0,50

Як видно з табл. 1, найкращий вихід для стану природи "сприятливий ринок" означає вигідно продати акрилові дисперсні системи, отримавши умовний чистий прибуток у розмірі 50000 грн. (найбільше число в графі 2 табл. 1).

Найкращий вихід для стану природи “несприятливий ринок” означає “нічого не купувати” з виплатою 0 грн (найбільше число в графі 3). Очікувана віддача в умовах визначеності дорівнює 50000 · 0,5 + (0) · 0,5 = 25 000.

Таким чином, якщо ми маємо досконалу інформацію, можемо очікувати на прибуток 25000 грн за умови, що рішення буде повторено багаторазово.

б) Тепер на черзі **визначення максимальної EMV - очікуваної віддачі в грошовому виразі.** З цією метою пройдемо п’ять зазначених у теоретичному анонсі кроків.

Крок 1. Визначити проблему

Проблема має бути сформульована так: якому з трьох варіантів рішення відповідає максимальна грошова віддача

- А1 – імпорт поліамідних ниток;
- А2 – імпорт акрилатних дисперсних систем;
- А3 – нічого не закуповувати.

Крок 2. Намалювати дерево цілей

Дерево цілей для даної ситуації зображено на рис 2.

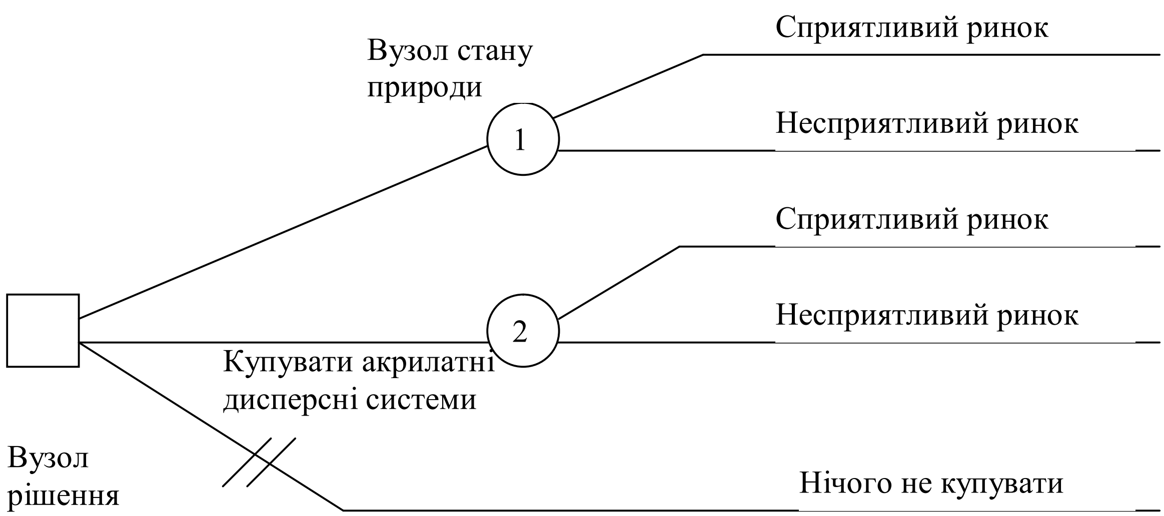


Рис. 2. Дерево цілей фірми “ПРОМЕКСПО”

Крок 3. Визначити ймовірності стану природи

Імовірності сприятливого та несприятливого ринку акрилатних дисперсних систем оцінюються однаково 0,5. Як 0,5 оцінюється також імовірність сприятливого і несприятливого ринку поліамідних ниток (табл. 1).

К р о к 4. Оцінити віддачу для кожної можливої комбінації альтернатив і станів природи

Очікувана грошова віддача **EMV** розраховується зваженням кожної віддачі (післядії) згідно з її ймовірністю та складанням результатів за наведеною нижче формулою

EMV (варіанта) = (Віддача за 1-им станом природи)(Імовірність 1-го стану природи) + (Віддача за 2-им станом природи)*(Імовірність 2-го стану природи) + ... + (Віддача за n-им станом природи)*(Імовірність n-го стану природи).*

Закінчене дерево цілей для фірми "ПРОМЕКСПО" зображено на рис. 3.

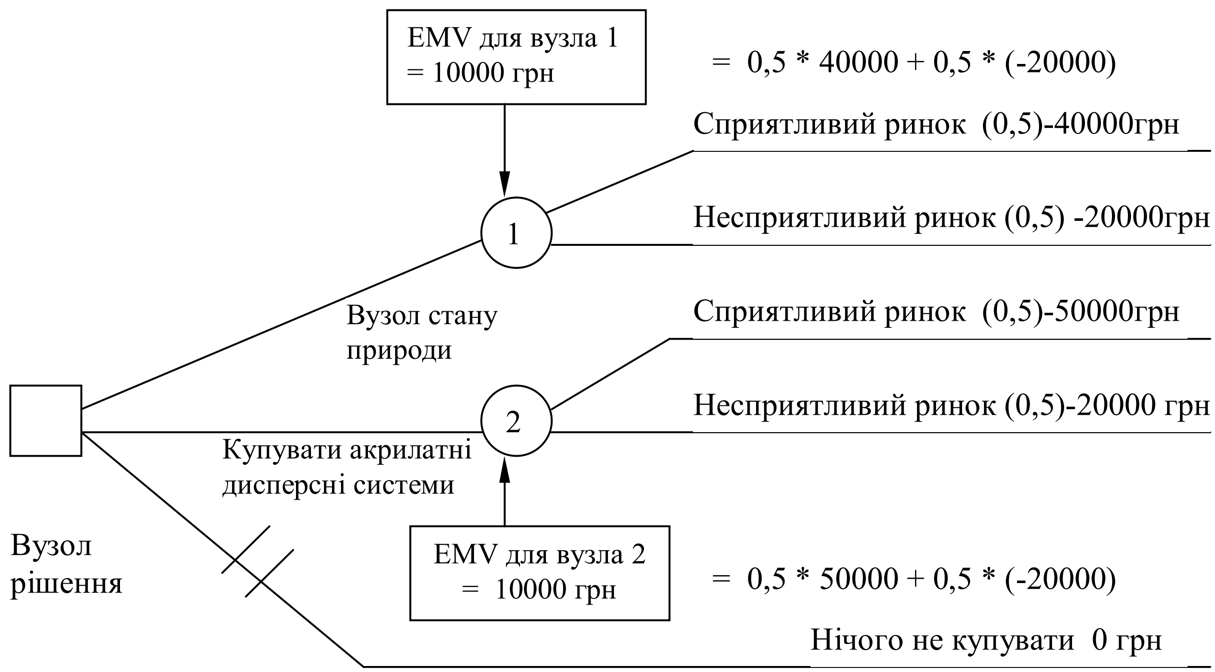


Рис. 3. Дерево цілей фірми "ПРОМЕКСПО"

При цьому 1-й стан природи – "сприятливий ринок", 2-й – "несприятливий ринок". Як видно з табл. 1, ймовірність і 1-го, і 2-го стану природи оцінюється однаково і становить 0,5. Отже, EMV для альтернативи А1 – імпортувати поліамідні нитки, дорівнює

EMV (A1) = 0,5 * 40000 + 0,5 * (-20000) = 10000.

Аналогічно визначаємо **EMV** для альтернативи А2 – (імпортувати акрилатні дисперсні системи), й А3 – нічого не закуповувати:

EMV (A2) = 0,5 * 50000 + 0,5 * (-20000) = 15000.

EMV (A3) = 0,5 * 0 + 0,5 * 0 = 0.

К р о к 5. Вирішити проблему

Як бачимо, максимальний **EMV –** у варіанті А2. Отже, відповідно до критерію рішення з використанням **EMV,** слід закуповувати партію акрилатних дисперсних систем.

Тепер ми маємо необхідні дані для визначення очікуваної цінності досконалої інформації EVPI:

EVPI = Очікувана цінність в умовах визначеності - max EMV =

= 25000 - 15000 = 10000.

Таким чином, сума, яку фірмі слід заплатити за досконалу інформацію, не повинна перевищувати 10000 грн.

Фірмі “Промекспо”, приймаючи рішення про угоди доцільність закуповування акрилатних дисперсних систем або поліамідних ниток, слід звернутися за досконалою інформацією до консалтингової фірми. При цьому вартість наданої інформації не повинна перевищувати 10000 грн.

Контрольні запитання:

1. Охарактеризуйте елементи дерева розв’язків: альтернативи та стани.
2. Охарактеризуйте процедуру аналізу проблеми з використанням дерева цілей.
3. Як визначити очікувану цінність управлінського рішення в умовах визначеності?
4. На прикладі графічно відтворіть процес побудови дерева цілей.
5. Що таке функція корисності?
6. Які типи моделей існують у теорії прийняття рішень?
7. Як визначити очікувану цінність досконалої інформації?
8. Як визначити ймовірність стану природи?
9. Як оцінити віддачу для кожної можливої комбінації альтернатив і станів природи?
10. Які п’ять кроків включає в себе аналіз проблеми з використанням дерева цілей?
11. Що таке апостеріорні імовірності Байєса?
12. Як обчислювати апостеріорні ймовірності за допомогою інформаційних технологій?

Література [1], [3], [4], [7], [8].

Лекція 5. Прийняття рішень в умовах невизначеності

Мета лекції: ознайомлення з методами обґрунтування управлінських рішень в умовах невизначеності.

План лекції:

1. Матриця платежів.
2. Критерій Лапласа.
3. Мінімаксний критерій.
4. Критерій Севіджа.
5. Критерій Гурвіца.
6. Реалізація критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій.

Одним з визначальних чинників в завданнях прийняття рішень в умовах невизначеності є зовнішнє середовище (або природа), яке може знаходитися в одному з станів $S_1, S_2, ..., S_k$ невідомих особі, що ухвалює рішення (ОПР).

Тоді математичну модель завдання ухвалення рішень в умовах невизначеності можна сформулювати таким чином.

Є деяка матриця U розмірністю $m \times n$ (табл. 1). Елемент цієї матриці u_{ij} можна розглядати як корисність y_j результату при використанні стратегії x_i:

$$u_{ij} = u(y_j, x_i), \quad j = 1,n, i = 1,m.$$

Таблиця 1

	y_1	y_2	.	y_j	.	y_n
x_1	u_{11}	u_{12}	.	u_{1j}	.	u_{1n}
x_i	u_{i2}	u_{i2}	.	u_{ij}	.	u_{in}
x_m	u_{m1}	u_{m2}	.	u_{mj}	.	u_{mn}

Залежно від стану природи S_k результат y_i досягається з вірогідністю $P(S_k, y_j / x_i)$. Крім того, ОПР невідомі апріорна вірогідність $P(S_k)$. Особа, що ухвалює рішення, може висловлювати певні гіпотези, щодо стану природи. Його припущення про можливий стан природи називають суб'єктивною вірогідністю: $P(S_k), \quad k = 1, K$.

Якби величина $P(S_k)$ була відома особі, що ухвалює рішення, то ми б мали завдання ухвалення рішень в умовах ризику. В цьому випадку правило ухвалення рішень визначається таким чином:

$$\max_{x_i} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} u(y_j, x_i) P(y_j / x_i, S_k) P(S_k) \quad (1)$$

Насправді поточний стан природи невідомий ОПР, невідомий також розподіл вірогідності.

Як вибрати при цьому оптимальну стратегію?

Існує декілька критеріїв для вибору оптимальної стратегії.

Критерій Вальда (критерій обережного спостерігача, мінімаксний критерій). Цей критерій оптимізує корисність в припущенні, що природа (зовнішнє середовище) знаходиться в самому невигідному для спостерігача стані. По даному критерію правило ухвалення рішень має наступний вигляд:

$$\max_{x_i} \min_{S_k} U(x_i, S_k),$$

де

$$U(x_i, S_k) = \sum_{j=1}^{n} u(y_j / x_i, S_k) P(y_j / x_i, S_k). \quad (2)$$

По критерію Вальда вибирають стратегію, яка дає гарантований виграш при якнайгіршому варіанті стану природи.

Критерій Гурвіця (середніх значень) заснований на наступних двох припущеннях: природа може знаходитися в самому невигідному стані з вірогідністю $1-\alpha$ і в найвигіднішому - з вірогідністю α, де α - коефіцієнт довіри.

Тоді правило ухвалення рішень записується так:

$$\max_{x_i} \left[\alpha \max_{S_k} U(x_i, S_k) + (1-\alpha) \min U(x_i, S_k)\right], \quad 0 \le \alpha \le 1 \quad (3)$$

Якщо $\alpha = 0$, то отримаємо критерій Вальда. Якщо $\alpha = 1$, то маємо правило вигляду $\max_{x_i} \min_{S_k} U(x_i, S_k)$, - яке має назву ***стратегії оптиміста***, який вірить в свою удачу.

Критерій Лапласа (Бернуллі). Якщо стани природи (середовища) невідомі, то всі вони вважаються за рівноімовірних:

$$P(S_1) = P(S_2) = \ldots = P(S_k).$$

В результаті правило ухвалення рішень визначається співвідношенням (1).

Критерій Севіджа (***критерій мінімізації жалю***). Жаль - це величина, рівна зміні корисності вирішення (результату) при даному поточному стані середовища щодо якнайкращого можливого стану (для даного вирішення). Щоб визначити жаль, виконують наступні процедури.

Обчислюють матрицю $U = \| u_{ik} \|$, де $u_{ik} = u(x_i, S_k)$, $i = \overline{1,m}$, $k = \overline{1,K}$. У кожному стовпці цієї матриці знаходять максимальний елемент:

$$u_k = \max_i u_{ik}, \quad k = 1, K. \quad (4)$$

Його віднімають від всіх елементів стовпця. Потім будують матрицю жалю: $\mathbf{U}_k = \| u_{ik}^{(c)} \|$, де $u_{ik}^{(c)} = u_{ik} - u_k$. Правило вибору оптимальної стратегії відповідно до критерію Севіджа записується так:

$$\max_{x_i} \min_{S_k} u_{ik}^{(c)}(x_i, S_k) \,. \tag{5}$$

Розглянемо використання згаданих критеріїв в умовах невизначеності в такій практичній ситуації.

Приклад. Суднова компанія планує організацію перевезень пасажирів на літній сезон. Число пароплавів (лайнерів), які мають бути зафрахтовані, а також число екіпажів, які треба найняти і підготувати до наступної весняно-літньої навігації, є величиною змінної і визначається фактичними потребами в пасажироперевезеннях в даний сезон. Припустимо, що воно може набувати значень 10, 20, 30, 40 і 50 судів. Фактична потреба в пасажироперевезеннях є величиною випадковою, залежною від безлічі невідомих чинників. Суднова компанія склала кошторис експлуатаційних витрат і визначила величину очікуваного доходу від виконання плану перевезень залежно від числа зафрахтованих пароплавів і фактичної потреби в них для повного задоволення потреб пасажирів в перевезеннях S. Розраховані значення очікуваного доходу для всіх можливих значень і приведені в таблиці 2.

Таблиця 2

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	60	60	60	60	60
20	10	110	110	110	110
30	-48	30	160	160	160
40	-100	-50	200	240	240
50	-150	-100	50	200	340

Потрібно визначити оптимальне число зафрахтованих пароплавів $x_{опт}$, що максимізувало очікуваний дохід. Розрахуємо цю величину, користуючись наведеними вище критеріями.

Критерій Вальда. Згідно цьому критерію: $x_{опт} = \max_{x_i} \min_{S_k} u_{ik} = 60; \quad x_{опт} = x_1 = 10$

Критерій Лапласа. По цьому критерію

$$\max \frac{1}{5} \sum_{k=1}^{5} u_{ik} = \max\{60, 90; 92{,}4; 106{,}72\} = 106, \quad x_{опт} = x_4 = 40 \,.$$

Критерій Гурвіця. Відповідно до цього критерію оптимальне рішення визначається з умови

$$\max_{x_i} [\alpha \max_k u_{ik} + (1-\alpha) \min_k u_{ik}] \,.$$

Побудуємо таблицю очікуваних прибутків по критерію Гурвіця (таблиця 3):

$$\mathbf{H} = \| h_{i\alpha} \|, \quad h_{i\alpha} = [\alpha \max_{S_k} u_{ik} + (1-\alpha) \min_{S_k} u_{ik}] \,.$$

Таблиця 3

a X_i	0,1	0,2	0,5	0,8	0,9
10	60	60	60	60	60
20	20	30	60	90	100
30	-27,2	-6,4	56	118,4	139,2
40	-661	-32	70	172	206
50	-101	-52	95	242	291

Тоді оптимальна кількість пароплавів залежно від α визначається таблицею 4.

Таблиця 4

α	0,1	0,2	0,5	0,8	0,9
$x_{опт}$	20	20	20	50	50

Критерій Севіджа. Будуємо матрицю жалю $u_c = \| u_{jk}^{(c)} \|$, а результати заносимо в таблицю 5.

Таблиця 5

S_k X_i	10	20	30	40	50
10	0	-50	-140	-180	-280
20	-50	0	-90	-130	-230
30	-108	-80	-40	-80	-80
40	-160	-160	0	0	-100
50	-210	-210	-150	-40	0

Обчислюємо:

$$\max_{x_i} \min_{S_k} u_{jk}^{(c)} = \max\{-280, -230, -108, -160, -210\}.$$

Звідки $x_{опт} = 30$.

Таким чином, потрібно зробити вибір між наступними рішеннями: по критерію Вальда слід зафрахтувати 10 пароплавів, по критерію Гурвіця - 20 пароплавів, якщо керівництво компанії є песимістами, або 50 пароплавів, якщо вони оптимісти; по критерію Севіджа слід зафрахтувати 30 пароплавів. Якому ж з можливих рішень слід дати перевагу? Це залежить від вибору відповідного критерію в умовах невизначеності.

Вибір критерію ухвалення рішень є найбільш складним і відповідальним етапом. При цьому не існує яких-небудь загальних рекомендацій.

Вибір критерію повинен проводити замовник дослідження на найвищому рівні ієрархії і в максимальному ступені погоджувати його із специфікою конкретного завдання і своїми цілями. Зокрема, якщо ухвалюється дуже відповідальне рішення і навіть мінімальний ризик недопустимий, то слід використовувати критерій Вальда - гарантованого результату.

Навпаки, якщо певний ризик допустимий і керівництво фірми (замовник) готове вкласти в намічену операцію стільки засобів, скільки потрібно, щоб потім не жалкувати за втраченою вигодою, то вибирають критерій Севіджа.

За відсутності достатньої інформації для вибору того або іншого критерію можливий альтернативний підхід, зв'язаний з обчисленням вірогідності (шансів) успіху і невдачі на основі минулого досвіду.

Контрольні запитання:

1. Як будується матриця платежів?
2. У чому полягає критерій Лапласа?
3. Як обчислити мінімаксний критерій?
4. Коли застосовується критерій Севіджа?
5. В чому особливість критерію Гурвіца?
6. Як реалізувати критерії прийняття рішень в умовах невизначеності на комп'ютері?
7. Як реалізувати критерії прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій?
8. Які існують критерії для вибору оптимальної стратегії?
9. Як вибирається критерій ухвалення рішень?

Література [1], [3], [4], [6], [8], [9].

Лекція 6. Предмет та основні поняття теорії ігор

Мета лекції: ознайомлення з методами теорії ігор обґрунтування управлінських рішень в умовах невизначеності.

План лекції:

1. Основні поняття.
2. Класифікація задач.

1. Основні поняття

Теорія ігор використовується у випадках, коли невизначеність ситуації обумовлена свідомими діями розумного супротивника.

В умовах ринкової економіки дедалі частіше виникають конфліктні ситуації, коли два або більше колективи (індивідууми) мають протилежні цілі та інтереси, причому результат дій кожної зі сторін залежить від дій супротивника.

На практиці будують моделі конфліктних ситуацій, які називають ***іграми***. Для розв'язування таких задач застосовують математичний апарат теорії ігор.

Організації звичайно мають цілі, які суперечать цілям інших організацій-конкурентів. Тому робота менеджерів часто полягає у виборі рішення з урахуванням дій конкурентів. Для вирішення таких проблем призначені методи теорії ігор.

Теорія ігор - це розділ прикладної математики, який вивчає моделі і методи прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту.

Під конфліктом розуміється така ситуація, в якій зіштовхуються інтереси двох або більше сторін, що переслідують різні (суперечні) цілі. При цьому кожне рішення має прийматися в розрахунку на розумного противника, який намагається зашкодити іншому учаснику гри досягти успіху.

Основну задачу теорії ігор можна сформулювати так: визначити, яку стратегію має застосувати розумний гравець у конфлікті з розумним противником, щоб гарантувати кожному з них виграш, причому відхилення будь-кого з гравців від оптимальної стратегії може тільки зменшити його виграш

Зауважимо, що учасники ігрової ситуації не завжди мають протилежні цілі. Наприклад, дві фірми, які надають однакові послуги, об'єднуються з метою спільного протистояння більшому супернику. Часто однією зі сторін гри є природні процеси чи явища, наприклад погодні, тобто маємо гру людини та погоди. Погодою людина практично не керує, але вона має пристосуватися до її постійних змін.

Характерною особливістю ігрової ситуації є взаємодія протилежних (не завжди) інтересів двох чи більше «розумних» суперників, кожний з яких намагається оптимізувати свої рішення. Існує багато різних ігор, серед яких найпоширеніші стратегічні. У таких іграх джерелом невизначеності є відсутність інформації про його стратегію. Кожна протидіюча сторона (гравці) мають можливість вибору одного (або кількох) варіантів дій — стратегій.

Стратегією гравця називають план, за яким він здійснює вибір у будь-якій можливій ситуації, і володіючи будь-якою фактично можливою інформацією.

Ігри будуються за певними правилами й відбуваються в результаті певної кількості ходів. ***Ходом теорії ігор*** називають вибір однієї з можливих, визначених правилами гри дій і реалізацію цієї дії. Кожному ходові гравців відповідає певний виграш (програш), який вони одержують (сплачують).

Завдання кожного гравця — знайти оптимальну стратегію, яка за багаторазового повторення гри забезпечує йому максимально можливий середній виграш.

2. Класифікація задач

Класифікація ігор будується на основі ознак:

число учасників - одиночні, парні, з трьома учасниками, з четверо учасниками і т.д.;

число стратегій - скінчені (кожен гравець має в своєму розпорядженні скінчену множину ходів) і нескінченні (принаймні один гравець має в своєму розпорядженні нескінченну множину ходів, наприклад гра біологічного виду з природою);

характер стосунків гравців - безкоаліційні ігри, гравці в яких грають кожен за себе, і кооперативні ігри, гравці об'єднуються в коаліції з однаковими на час гри інтересами;

характер виграшу - ігри з нульовою сумою (сума загального виграшу не змінюється, а лише перерозподіляється або сума виграшів всіх гравців у всіх партіях даної гри нульова) і ігри з ненульовою сумою, наприклад лотерея, в якій організатор завжди виграє, а інші гравці (покупці квитків) завжди отримують сумарний виграш значно менший вартості квитків;

число ходів - одноходові і багатоходові, останні з яких розділяються на стохастичних, диференціальних;

стан інформації гри - ігри з повною інформацією (гравці отримують всю ігрову інформацію після чергового ходу суперника) і ігри з неповною, або з прихованою інформацією.

Платежем називається сума балів, що отримується гравцем після закінчення партії. Величина платежу залежить від результату випадкових ходів в грі і від індивідуальних виборів кожного гравця при подальших ходах.

Платіж зазвичай прийнято виражати числом балів або грошовою сумою; позитивний платіж означає виграш гравця, негативний, - програш. Передбачається, що кожен гравець прагне максимально збільшити свій виграш.

«Найбільш розумні» стратегії в грі називаються розв'язками цієї гри. Основою проблематики теорії ігор як математичної дисципліни, є вивчення зв'язків між умовами гри і її розв’язком. Основними питаннями в кожній грі є наступні: «Що таке розв’язок даної гри?», «Чи існують розв’язок даної гри?», «Який розв’язок даної гри і як його знайти?».

Центральне місце в теорії ігор займають парні ігри з нульовою сумою, тобто ігри, в яких:

- приймають участь тільки дві сторони;
- одна сторона виграє рівно стільки, скільки програє інша.

Такий рівноважний виграш, на який мають право розрахувати обидві сторони, якщо вони будуть додержуватися своїх оптимальних стратегій, називається ціною гри. Розв’язати парну гру з нульовою сумою означає знайти пару оптимальних стратегій (одну для першого гравця, іншу – для другого) і ціну гри.

Дві компанії Y і Z з метою збільшення обсягів продажу продукції розробили наступні альтернативні стратегії:

Компанія Y : - Y_1 (зменшення ціни продукції);

- Y_2 (підвищення якості продукції);
- Y_3 (пропозиція вигідніших умов продажу).

Компанія Z : - Z_1 (збільшення витрат на рекламу);

- Z_2 (відкриття нових дистриб’юторських центрів);
- Z_3 (збільшення кількості торгових агентів).

Вибір пари стратегій Y_i і Z_j визначає результат гри, який позначимо як Aij і вважатимемо його виграшем компанії Y. Тепер результати гри для кожної пари стратегій Y і Z можна записати у вигляді матриці, у якій m рядків та n стовпців. Рядки відповідають стратегіям компанії Y, а стовпці - стратегіям компанії Z:

Стратегії *Y*	Стратегії *Z*		
	Z_1	Z_2	Z_3
Y_1	A_{11}	A_{12}	A_{13}
Y_2	A_{21}	A_{22}	A_{23}
Y_3	A_{31}	A_{32}	A_{33}

Така таблиця називається ***платіжною матрицею гри***. Якщо гра записана у такому вигляді, це означає, що вона приведена до нормальної форми.

Для розв'язання гри розраховують ***верхню*** і ***нижню ціну гри*** та обчислюють ***сідлову точку***.

Нижню і верхню ціну гри знаходимо керуючись принципом обережності, згідно якого у грі потрібно поводити себе так, щоб за найгірших для тебе діях суперника отримати найкращий результат (критерій песимізму).

Нижня ціна гри (яку прийнято позначати α) розраховується шляхом визначення мінімального значення A_{ij} по кожному рядку платіжної матриці (стратегії гравця Y) і вибору з-поміж них максимального значення, тобто:

$$\alpha = \max (\min A_{ij}).$$

Верхня ціна гри (яку прийнято позначати β) розраховується шляхом визначення максимального значення Aij по кожному стовпцю платіжної матриці гри (стратегії гравця Z) і вибору з-поміж них мінімального значення, тобто:

$$\beta = \min (\max A_{ij}).$$

Якщо нижня ціна гри дорівнює верхній ($\alpha = \beta$), то така гра має сідлову точку і вирішується в чистих стратегіях. ***Сідлова точка*** – елемент платіжної матриці гри, який є мінімальним у своєму рядку і одночасно максимальним у своєму стовпці.

Чисті стратегії – це пара стратегій (одна - для першого гравця, а друга - для другого гравця), які перехрещуються в сідловій точці. Сідлова точка в цьому випадку і визначає ціну гри.

Ігри, які не мають сідлової точки, на практиці зустрічаються частіше. У цьому випадку рішення знаходиться в межах ***змішаних стратегій***. Знайти рішення гри без сідлової точки означає визначення такої стратегії, яка передбачає використання кількох чистих стратегій.

Контрольні запитання:

1. Для вирішення яких проблем застосовується теорія ігор?
2. Що таке платіжна матриця гри?
3. Які ігри називаються парними іграми з нульовою сумою?
4. Що таке нижня ціна гри?
5. Що таке верхня ціна гри?
6. Що таке сідлова точка гри?
7. Коли існують чисті стратегії гри?
8. Поняття змішаної стратегій гри.

Література [1], [3], [4], [7], [9], [11].

Лекція 7. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою

Мета лекції: ознайомлення з принципом мінімакса у матричній грі двох осіб з нульовою сумою.

План лекції:

1. Приклади матричних ігор двох осіб з нульовою сумою.
2. Принцип мінімакса.
3. Оптимальний розв'язок матричних ігор двох осіб з нульовою сумою

1. Якщо у грі беруть участь два гравці, то така гра називається ***парною*** (грою двох осіб). Найчастіше розглядається гра з двома гравцями, в яких виграші однієї сторони дорівнюють програшу іншої, а сума виграшів обох сторін дорівнює нулю, що в теорії ігор називають ***грою двох осіб з нульовою сумою***.

Ці ситуації є типовими у практичній діяльності менеджерів, маркетологів, спеціалістів рекламних служб, які щоденно приймають рішення в умовах гострої конкуренції, неповноти інформації тощо. Наприклад:

Агрофірма «Зоря» розробила шість бізнес-планів (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6) для реалізації в наступному році. Залежно від зовнішніх умов (погодних умов, стану ринку тощо) виокремлено п'ять ситуацій (B_1, B_2, B_3, B_4, B_5). Для кожного варіанту A_i $\left(i=\overline{1,6}\right)$ бізнес-плану та зовнішньої ситуації B_j $\left(j=\overline{1,5}\right)$ обчислено прибутки, наведені в такій таблиці:

Варіант бізнес-плану	Зовнішні ситуації				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
	Прибутки тис. грн.				
A_1	1,0	1,5	2,0	2,7	3,2
A_2	1,2	1,4	2,5	2,9	3,1
A_3	1,3	1,6	2,4	2,8	2,1
A_4	2,1	2,4	3,0	2,7	1,8
A_5	2,4	2,9	3,4	1,9	1,5
A_6	2,6	2,7	3,1	2,3	2,0

Потрібно вибрати варіант бізнес-плану або комбінацію з розроблених планів.

2. Основною метою розв'язування задач цього класу є розробка рекомендацій щодо вибору оптимальних стратегій дії конфліктуючих сторін із застосуванням методичних підходів теорії ігор.

Отже, маємо два гравці A і B (гра двох осіб з нульовою сумою). Кожний гравець обирає одну з можливих стратегій:

гравець A — стратегії A_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$, гравець B — стратегії B_j $\left(j=\overline{1,n}\right)$.

Результати (плата) за всіма можливими варіантами гри задаються, як правило, спеціальними функціями (що залежать від стратегій гравців) у вигляді платіжної матриці.

Нехай $\varphi_1(A_i; B_j)$ — виграш гравця А, $\left(i = \overline{i,m};\ j = \overline{i,n}\right)$;

$\varphi_2\left(A_i; B_j\right)$ — виграш гравця В, $\left(i = \overline{i,m};\ j = \overline{i,n}\right)$.

Оскільки гра з нульовою сумою, то $\varphi_1\left(A_i; B_j\right) + \varphi_2\left(A_i; B_j\right) \equiv 0$.

Тоді в разі $\varphi_1\left(A_i; B_j\right) = \varphi\left(A_i; B_j\right)$ маємо $\varphi_2\left(A_i; B_j\right) = -\varphi\left(A_i; B_j\right)$.

Отже, мета гравця А максимізувати $\varphi\left(A_i; B_j\right)$, а гравця В — її мінімізувати. Нехай $\varphi\left(A_i; B_j\right) = a_{ij}$, тобто маємо матрицю

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

рядки якої відповідають стратегіям A_i, а стовпці — стратегіям B_j.

Матриця А називається ***платіжною***, а також ***матрицею гри***. Елемент цієї матриці a_{ij} — виграш гравця А, якщо він вибрав стратегію A_i, а гравець В — стратегію B_j.

Із багатьох критеріїв, які пропонуються теорією гри для вибору раціональних варіантів рішень, найпоширенішим (песимістичним) є критерій мінімаксу-максиміну. Сутність його полягає ось у чому.

Нехай гравець А вибрав стратегію A_i. Тоді в найгіршому випадку він отримає виграш, що дорівнює $\min a_{ij}$. Якщо навіть гравець В знає його стратегію, гравець А має діяти так, щоб максимізувати свій мінімальний виграш: $\alpha = \max\limits_i \min\limits_j a_{ij}$.

Таку стратегію гравця А називають ***максимінною***, а розмір його гарантованого виграшу — ***нижньою ціною гри***.

Стратегія, яка забезпечує цей виграш, називається ***максимінною*** і позначається A_{i_0}.

Гравець В, який програє суми в розмірі елементів платіжної матриці, навпаки, має обрати стратегію, що мінімізує його максимально можливий програш за всіма варіантами дій гравця А. Стратегію гравця В називають ***мінімаксною*** і позначають B_{j_0}. Розмір його програшу — ***верхня ціна гри***:

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}.$$

3. Оптимальний розв'язок цієї задачі досягається тоді, коли жодній стороні не вигідно змінювати обрану стратегію, оскільки суперник може у відповідь обрати іншу стратегію, яка дасть йому кращий результат. Якщо

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = \upsilon,$$

тобто $a = \beta = \upsilon$, то гра називається ***цілком визначеною***. Цілком визначені ігри називаються ***іграми із сідловою точкою***.

У цій ситуації оптимальним для обох гравців є вибір чистих стратегій — максимінної для гравця А і мінімаксної для В.

Адже, якщо один із гравців додержує оптимальної стратегії, то для іншого відхилення від його оптимальної стратегії не може бути вигідним. Якщо гра не має сідлової точки, тобто $a \neq \beta$ і $a \leq \upsilon \leq \beta$, то максимінно-мінімаксні стратегії не є оптимальними: кожна зі сторін може поліпшити свій результат, обираючи інший підхід. Оптимальний розв'язок такої гри знаходять, застосовуючи ***змішані стратегії***, які є певними комбінаціями початкових чистих стратегій.

Контрольні запитання:

1. Що таке гра двох осіб з нульовою сумою?
2. Яка будова матриці гри.
3. У чому сутність критерію мінімаксу-максиміну.
4. Що таке оптимальні змішані стратегії?
5. Що таке ціна гри?
6. Як визначається нижня ціна гри?
7. Як визначається верхня ціна гри?
8. Що таке гра із сідловою точкою?
9. Які ігри називаються цілком визначені?
10. Що таке оптимальний розв'язок матричної гри двох осіб з нульовою сумою?
11. Наведіть приклади матричних ігор двох осіб з нульовою сумою.
12. Які ситуації є типовими у практичній діяльності менеджерів, маркетологів, спеціалістів рекламних служб?
13. Як обчислюється мінімакс (максимін)?

Література [1], [3], [4], [6], [8].

Лекція 8. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях

Мета лекції: ознайомлення з методами знаходження оптимальних стратегій у матричній грі двох осіб з нульовою сумою.

План лекції:

1. Активні стратегії.
2. Основна теорема теорії ігор.
3. Розв'язок та геометрична інтерпретація ігор 2x2.
4. Спрощення ігор.
5. Розв'язок ігор 2xn та mx2.
6. Загальний метод розв'язання гри у мішаних стратегіях.
7. Розв'язок матричних ігор методами лінійного програмування.
8. Розв'язок матричних ігор за допомогою інформаційних технологій.

<u>Постановка матричної гри двох осіб з нульовою сумою</u>

Знайти ціну гри та оптимальні змішані стратегії гравців для матричної гри двох осіб з нульовою сумою і заданою платіжною матрицею $\boldsymbol{C}=\|c_{ij}\|$, $i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n$ (гравця $\boldsymbol{I}_1$ гравцю $\boldsymbol{I}_2$).

<u>Основна теорема теорії ігор</u>

Змішані стратегії гравців $\boldsymbol{I}_1$ та $\boldsymbol{I}_2$ — це вектори $\boldsymbol{x}=(x_1,\dots,x_m)$ і $\boldsymbol{y}=(y_1,\dots,y_n)'$, компоненти яких задовольняють умови:

$$x_i \ge 0,\ \ i=1,\dots,m,\ \ x_1+\dots+x_m=1,$$

$$y_j \ge 0,\ \ j=1,\dots,n,\ \ y_1+\dots+y_n=1.$$

Можна вважати, що числа x_i $(i=1,\dots,m)$ та y_j $(j=1,\dots,n)$ є не що інше, як ймовірності вибору i-ї та j-ї стратегій, відповідно, гравцями $\boldsymbol{I}_1$ та $\boldsymbol{I}_2$ (i-го рядка матриці $\boldsymbol{C}$ першим гравцем та j-го стовпця цієї ж матриці другим гравцем).

Функція $F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\boldsymbol{xCy'}$ називається *математичним сподіванням платежу* гравця $\boldsymbol{I}_1$ гравцю $\boldsymbol{I}_2$ (*середнім виграшем гравця* $\boldsymbol{I}_2$).

Точка $(\boldsymbol{x}^*,\boldsymbol{y}^*)$ $(\boldsymbol{x}^*\in X,\ \boldsymbol{y}^*\in Y)$ називається *сідловою точкою* функції $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$, $\boldsymbol{x}\in X$, $\boldsymbol{y}\in Y$, якщо для довільних $\boldsymbol{x}\in X$, $\boldsymbol{y}\in Y$ має місце нерівність

$$f(\boldsymbol{x}^*,\boldsymbol{y}) \le f(\boldsymbol{x}^*,\boldsymbol{y}^*) \le f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*).$$

Теорема. *Нехай задана дійсна функція* $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$, $\boldsymbol{x}\in X$, $\boldsymbol{y}\in Y$, *для якої існують*

$$\min_{\boldsymbol{x}\in X}\max_{\boldsymbol{y}\in Y} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}), \qquad \max_{\boldsymbol{y}\in Y}\min_{\boldsymbol{x}\in X} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}).$$

Для того, щоб виконувалось співвідношення

$$\min_{\boldsymbol{x}\in X}\max_{\boldsymbol{y}\in Y} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max_{\boldsymbol{y}\in Y}\min_{\boldsymbol{x}\in X} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}).$$

необхідно і достатньо, щоб функція $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ *мала сідлову точку.*

Теорема. *Функція* $F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ (*середній виграш гравця* $\boldsymbol{I}_2$) *завжди має сідлову точку.*

Компоненти $\boldsymbol{x}^*$, $\boldsymbol{y}^*$ сідлової точки $(\boldsymbol{x}^*,\boldsymbol{y}^*)$ функції $F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ визначають *оптимальні змішані стратегії* гравців $\boldsymbol{I}_1$ та $\boldsymbol{I}_2$, відповідно, а *ціна гри* v визначається співвідношенням:

$$v = \min_{\boldsymbol{x}\in X}\ \max_{\boldsymbol{y}\in Y} F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \max_{\boldsymbol{y}\in Y}\ \min_{\boldsymbol{x}\in X} F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = F(\boldsymbol{x}^*,\boldsymbol{y}^*),$$

$$X = \{\, \boldsymbol{x} = (x_1,\ldots,x_m) : x_i \ge 0,\ i=1,\ldots,m,\ x_1 +\ldots+ x_m = 1 \,\},$$

$$Y = \{\, \boldsymbol{y} = (y_1,\ldots,y_n)' : y_j \ge 0,\ j=1,\ldots,n,\ y_1 +\ldots+ y_n = 1 \,\}.$$

Теорема. *Задача визначення оптимальних змішаних стратегій* $\boldsymbol{x}^*$ *та* $\boldsymbol{y}^*$ *гравців* $\boldsymbol{I}_1$ *та* $\boldsymbol{I}_2$ *еквівалентна парі двоїстих задач лінійного програмування*:

$$v \to \min,$$
$$c_{1j}\, x_1 +\ldots+ c_{mj}\, x_m \le v,\ j=1,\ldots,n,$$
$$x_1 +\ldots+ x_m = 1,\ \ x_i \ge 0,\ i=1,\ldots,m;$$

$$v \to \max,$$
$$c_{i1}\, y_1 +\ldots+ c_{in}\, y_n \ge v,\ i=1,\ldots,m,$$
$$y_1 +\ldots+ y_n = 1,\ \ y_j \ge 0,\ j=1,\ldots,n.$$

Імовірності (або частоти) вибору кожної стратегії задаються відповідними векторами.

Для гравця А: $X = (x_1,\ \ x_2,\ \ \ldots\ \ x_m)$, де $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$;

Для гравця В: $Y = (y_1,\ \ y_2,\ \ \ldots\ \ y_n)$, де $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$.

Очевидно, що $x_i \ge 0$, $(i = \overline{1,m})$; $y_j \ge 0$, $(j = \overline{1,n})$.

Якщо матрична гра не має сідлової точки, то знаходження її розв’язку, особливо за великої кількості стратегій, — доволі складна задача, яку можна ефективно розв’язати методами лінійного програмування.

Задача розглядається в такому формулюванні: знайти вектори ймовірностей $X = (x_1,\ \ x_2,\ \ \ldots\ \ x_m)$ і $Y = (y_1,\ \ y_2,\ \ \ldots\ \ y_n)$ з метою визначення оптимального значення ціни гри та оптимальних стратегій.

Зауважимо, що доведено основну теорему теорії ігор: кожна скінчена гра має принаймні один розв’язок, який можливий в області змішаних стратегій.

Отже, нехай маємо скінченну матричну гру з платіжною матрицею

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Оскільки оптимальні стратегії гравців А і В дозволяють отримати виграш $\alpha \le \upsilon \le \beta$, то використання оптимальної змішаної стратегії гравцем А має забезпечувати виграш не менший за ціну гри в разі вибору гравцем В будь-яких стратегій. Математично ця умова записується так:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \ge \upsilon \quad \left(j = \overline{1,n}\right). \tag{1}$$

Відповідно використання оптимальної змішаної стратегії гравцем В має за будь-яких стратегій гравця А забезпечувати програш В, що не перевищує ціни гри υ:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \le \upsilon \quad \left(i = \overline{1,m}\right). \tag{2}$$

Ці два співвідношення застосовують для знаходження розв’язку гри.

Отже, потрібно знайти $x_i \left(i = \overline{1,m}\right)$, щоб $\max Z = \upsilon$ за умов

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \le \upsilon \quad \left(j = \overline{1,n}\right),$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1,\ x_i \ge 0 \ \left(i = \overline{1,m}\right).$$

Зауважимо, що ціна гри υ невідома і має бути визначена під час розв’язування задачі.

Модель ігрової задачі може бути спрощена. З (1) маємо:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{m1}x_m \ge \upsilon, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_1 + \dots + a_{m2}x_m \ge \upsilon, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \dots + a_{mn}x_m \ge \upsilon. \end{cases}$$

Поділивши всі обмеження на υ, дістанемо:

$$\begin{cases} a_{11}\dfrac{x_1}{\upsilon} + a_{12}\dfrac{x_2}{\upsilon} + \ldots + a_{m1}\dfrac{x_m}{\upsilon} \ge 1, \\ a_{21}\dfrac{x_1}{\upsilon} + a_{22}\dfrac{x_2}{\upsilon} + \ldots + a_{m2}\dfrac{x_m}{\upsilon} \ge 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}\dfrac{x_1}{\upsilon} + a_{2n}\dfrac{x_2}{\upsilon} + \ldots + a_{mn}\dfrac{x_m}{\upsilon} \ge 1. \end{cases}$$

Нехай $\dfrac{x_i}{\upsilon} = t_i$, тоді

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{12}t_2 + \ldots + a_{m1}t_m \ge 1, \\ a_{21}t_1 + a_{22}t_1 + \ldots + a_{m2}t_m \ge 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + \ldots + a_{mn}t_m \ge 1. \end{cases}$$

Згідно з умовою $x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1$, звідки $t_1 + t_2 + \ldots + t_m = \dfrac{1}{\upsilon}$.

Отже, цільова функція початкової задачі набирає такого вигляду:

$$\max \upsilon = \min \frac{1}{\upsilon} = \min \sum_{t=1}^{m} t_i \ .$$

У результаті задача лінійного програмування:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m} t_i , \tag{3}$$

за умов

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{12}t_2 + \ldots + a_{m1}t_m \ge 1, \\ a_{21}t_1 + a_{22}t_1 + \ldots + a_{m2}t_m \ge 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + \ldots + a_{mn}t_m \ge 1, \end{cases} \tag{4}$$

$$t_i \ge 0 \ \left(i = \overline{1, m}\right). \tag{5}$$

Розв’язавши цю задачу симплексним методом, знайдемо значення $t_i\left(i = \overline{1, m}\right)$, а також $\dfrac{1}{\upsilon}$ і $x_i = \upsilon t_i$, тобто визначимо змішану оптимальну стратегію для гравця А.

За аналогією запишемо задачу лінійного програмування для визначення оптимальної стратегії гравця В. Нехай

$$u_j = \frac{y_i}{\upsilon} \ \left(j = \overline{1, n}\right).$$

Тоді маємо таку лінійну модель:

$$f = \sum_{j=1}^{n} u_j \to \max$$

за умов

$$\begin{aligned} a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + \ldots + a_{1n}u_n &\le 1, \\ a_{21}u_1 + a_{22}u_1 + \ldots + a_{2n}u_n &\le 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}u_1 + a_{m2}u_2 + \ldots + a_{mn}u_n &\le 1, \\ u_j \ge 0 \ \left(j = \overline{1,n}\right). \end{aligned}$$

Очевидно, що задача лінійного програмування для гравця В є двоїстою до задачі гравця А, а тому оптимальний розв'язок однієї з них визначає оптимальний розв'язок спряженої.

Розглянемо приклад гри, наведений в лекції 7.

Агрофірма «Зоря» розробила шість бізнес-планів (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6) для реалізації в наступному році. Залежно від зовнішніх умов (погодних умов, стану ринку тощо) виокремлено п'ять ситуацій (B_1, B_2, B_3, B_4, B_5). Для кожного варіанту A_i $\left(i = \overline{1,6}\right)$ бізнес-плану та зовнішньої ситуації B_j $\left(j = \overline{1,5}\right)$ обчислено прибутки, наведені в такій таблиці:

Варіант бізнес-плану	Зовнішні ситуації				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
	Прибутки тис. грн.				
A_1	1,0	1,5	2,0	2,7	3,2
A_2	1,2	1,4	2,5	2,9	3,1
A_3	1,3	1,6	2,4	2,8	2,1
A_4	2,1	2,4	3,0	2,7	1,8
A_5	2,4	2,9	3,4	1,9	1,5
A_6	2,6	2,7	3,1	2,3	2,0

Потрібно вибрати варіант бізнес-плану або комбінацію з розроблених планів.

Розв'язування. Маємо гру, платіжною матрицею якої є відповідні елементи наведеної таблиці. Легко переконатися, що домінуючих стратегій у цій грі немає.

Далі визначаємо:

$$\alpha = \max\{\min(1{,}0;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}7;\ 3{,}2); \min(1{,}2;\ 1{,}4;\ 2{,}5;\ 2{,}9;\ 3{,}1);$$
$$\min(1{,}3;\ 1{,}6;\ 2{,}4;\ 2{,}8;\ 2{,}1); \min(2{,}1;\ 2{,}4;\ 3;\ 2{,}7;\ 1{,}8); \min(2{,}4;\ 2{,}9;\ 3{,}4;\ 1{,}9;\ 1{,}5);$$
$$\min(2{,}6;\ 2{,}7;\ 3{,}1;\ 2{,}3;\ 2)\} = \max\{1{,}0;\ 1{,}2;\ 1{,}3;\ 1{,}8;\ 1{,}5;\ 2\} = 2\,,$$

а також

$$\beta = \min\{\max(1{,}0;\ 1{,}2;\ 1{,}3;\ 2{,}1;\ 2{,}4;\ 2{,}6); \max(1{,}5;\ 1{,}4;\ 1{,}6;\ 2{,}4;\ 2{,}9;\ 2{,}7);$$
$$\max(2;\ 2{,}5;\ 2{,}4;\ 3;3,\ 4;\ 3{,}1); \max(2{,}7;\ 2{,}9;\ 2{,}8;\ 2{,}7;\ 1{,}9;\ 2{,}3);$$
$$\max(3{,}2;\ 3{,}1;\ 2{,}1;\ 1{,}8;\ 1{,}5;\ 2)\} = \min\{2{,}6;\ 2{,}9;\ 3{,}4;\ 2{,}9;\ 3{,}2\} = 2{,}6.$$

Отже, $\alpha \neq \beta$, тобто сідлової точки немає, а це означає, що потрібно скористатися моделлю:

$$Z = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 \to \min$$

за умов

$$\begin{gathered} t_1 + 1{,}2t_2 + 1{,}3t_3 + 2{,}1t_4 + 2{,}4t_5 + 2{,}6t_6 \geq 1, \\ 1{,}5t_1 + 1{,}4t_2 + 1{,}6t_3 + 2{,}4t_4 + 2{,}9t_5 + 2{,}7t_6 \geq 1, \\ 2t_1 + 2{,}5t_2 + 2{,}4t_3 + 3{,}3t_4 + 4t_5 + 3{,}1t_6 \geq 1, \\ 2{,}7t_1 + 2{,}9t_2 + 2{,}8t_3 + 2{,}7t_4 + 1{,}9t_5 + 2{,}3t_6 \geq 1, \\ 3{,}2t_1 + 3{,}1t_2 + 2{,}1t_3 + 1{,}8t_4 + 1{,}5t_5 + 2t_6 \geq 1, \\ t_i \geq 0 \ \left(i = \overline{1{,}6}\right). \end{gathered}$$

Розв'язуємо цю задачу симплексним методом.

Контрольні запитання:

1. Що стверджує основна теорема теорії ігор?
2. Яка геометрична інтерпретація ігор 2х2?
3. В чому сутність спрощення ігор?
4. В чому особливість ігор 2хn та mх2?
5. В чому полягає загальний метод розв'язання гри у мішаних стратегіях?
6. В чому є зв'язок матричних ігор і задач лінійного програмування?
7. Як розв'язувати матричні ігри на комп'ютері?
8. Як звести матричну гру до лінійного програмування?
9. Як пов'язані оптимальні стратегії та двоїсті задачі ЛП?
10. Що таке домінуюча стратегія?
11. Як знайти оптимальну стратегію симплекс-методом?
12. Що таке мішана стратегія?
13. Як практично реалізувати мішану стратегію?
14. Коли існують чисті оптимальні стратегії?

Література [1], [3], [4], [6], [7].

Лекція 9. Ігри з природою

Мета лекції: ознайомлення з методами визначення найбільш вигідного варіанта поведінки менеджера з урахуванням невизначеності стану навколишнього середовища.

План лекції:

1. Постановка гри.
2. Аналіз матриці гри з природою та побудова матриці ризиків.
3. Критерій для прийняття рішень в іграх природою без експерименту.
4. Планування експерименту в умовах невизначеності.
5. Інформаційні технології в іграх з природою.

Матрична гра, у якій гравець взаємодіє з навколишнім середовищем, не зацікавленим в його програші, і вирішує задачу визначення найбільш вигідного варіанта поведінки з урахуванням невизначеності стану навколишнього середовища, називається статистичною грою чи «грою з природою». Гравець у цій грі називається особою, що приймає рішення (ОПР).

У загальному вигляді платіжна матриця статистичної гри наведена на малюнку 1.

	S 1	S 2	…	S n
A 1	a_{11}	a_{12}	. . .	a_{1n}
A 2	a_{21}	a_{22}	. . .	a_{2n}
…	. . .	. . .	. . .	. . .
An	a_{m1}	a_{m2}	. . .	a_{mn}

Рис. 1. Загальний вид платіжної матриці статистичної гри

У даній грі рядка матриці (A_i) - стратегії ОПР, а стовпці матриці (S_j) – стану навколишнього середовища.

На основі методів рішення статистичних ігор можна сформулювати підходи до рішення різноманітних прикладних економічних задач. Одна з таких задач — визначення економічного ефекту інформації.

Для будь-якої економічної задачі, розв'язуваної з використанням статистичних ігор, може бути сформульоване абсолютне мінімальне значення виграшу A_0, що ОПР (особа, що приймає рішення) одержить у найгіршій для себе ситуації. Ця величина може дорівнювати, наприклад, сумі витрат на виробництво продукції при нульовому виторзі від її реалізації, максимально можливим втратам, що виникли внаслідок прийнятого рішення, і т.д. Дана величина завжди може бути оцінена і її значення завжди кінцеве.

Це дозволяє привести будь-яку платіжну матрицю статистичної гри до умови незаперечності коефіцієнтів. Умова незаперечності гарантує визначення будь-якого значення виграшу як позитивної величини. Крім того, дотримання даної умови дозволяє визначити величину додаткового виграшу за рахунок підвищення вірогідності інформації.

У процесі ухвалення рішення для визначення найбільш вигідної стратегії ОПР необхідно враховувати можливі стани навколишнього середовища і визначити їх імовірності. ОПР складає прогноз розвитку ситуації F_A, відповідно до якого кожний стан навколишнього середовища S_j має імовірність p_j. Даний прогноз може реалізуватися з вірогідністю u (під вірогідністю прогнозу тут варто розуміти частку прогнозів, що реалізувалися, від усіх раніше складених прогнозів за умови, що якщо прогноз не реалізувався, те виграш буде дорівнює мінімально гарантованій величині).

Прагнучи підвищити вірогідність прогнозу, ОПР може скористатися послугами консультаційної служби, що має більший досвід у дослідженні даної предметної області. Консультаційна служба складає прогноз розвитку ситуації F_B ($F_B > F_A$), відповідно до якого кожний стан навколишнього середовища Sj має імовірність pj. Даний прогноз може реалізуватися з вірогідністю u (u > u).

Для розв'язання задачі визначення економічного ефекту прогнозу консультаційної служби приймемо наступні три умови:

1. При відсутності якої-небудь інформації щодо величини виграшу й імовірностей станів навколишнього середовища (u = 0) ОПР може зробити єдине припущення – про те, що величина виграшу при будь-якім рішенні буде не менше A_0, що, після приведення платіжної матриці до ненегативної форми, дорівнює нулю.

2. Прийняття ОПР прогнозу з вірогідністю u гарантує йому величину середнього виграшу відповідно до обраної їм стратегією з імовірністю u і величину виграшу A_0 з імовірністю 1-u.

3. Рішення задачі визначення ефекту прогнозу консультаційної служби має сенс, лише якщо u > u.

Визначення ОПР найбільш вигідної стратегії за прогнозом F_B дозволяє йому одержати додатковий виграш за рахунок:

1. зміни прийнятого рішення;
2. підвищення вірогідності прогнозу.

В умовах, коли значення параметра вірогідності прогнозу менше одиниці, для визначення найбільш вигідних стратегій використовується критерій Ходжа-Лемана.

Величина додаткового виграшу, одержуваного внаслідок зміни прийнятого рішення V_x, може бути визначена по формулі:

$$V_x = u(V_f - V_r)$$

де V_f - величина виграшу ОПР, отриманого при виборі найбільш вигідної стратегії за прогнозом F_B; V_r – величина виграшу, що ОПР фактично одержить відповідно до прогнозу F_B, якщо він вибере найбільше вигідну стратегію за прогнозом F_A.

Величина додаткового виграшу, одержуваного внаслідок підвищення вірогідності прогнозу V_y, може бути визначена по формулі:

$$V_y = V_f(u - u)$$

Величину загального ефекту від використання інформації, що міститься в прогнозі для ОПР V_d можна визначити як суму додаткових виграшів унаслідок зміни рішення і збільшення вірогідності прогнозу:

$$V_d = V_x + V_y$$

Підвищення вірогідності прогнозу забезпечує додатковий виграш ОПР, що завжди позитивний. Для виконання цієї умови необхідно, щоб усі коефіцієнти платіжної матриці прогнозу F_A і F_B були ненегативними.

Контрольні запитання:

1. Що таке матриця гри з природою?
2. Що таке матриця ризиків?
3. Які критерії для прийняття рішень в іграх природою?
4. Як відбувається планування експерименту в умовах невизначеності?
5. Як застосовувати інформаційні технології в іграх з природою?
6. Як підвищити вірогідність інформації?
7. В чому полягає критерій Ходжа-Лемана визначення найбільш вигідних стратегій?
8. Як складається прогноз розвитку ситуації?
9. Як обчислюється величина додаткового виграшу?
10. В чому полягає задача визначення економічного ефекту інформації?
11. Як обчислюються матриця гри з природою та матриця ризиків?
12. Як скористатися послугами консультаційної служби?

Література [1], [3], [4], [6], [7].

Лекція 10. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень

Мета лекції: ознайомлення з методами ймовірнісного динамічного програмування обґрунтування управлінських рішень.

План лекції:

1. Азартна гра
   - Формулювання задачі у вигляді моделі ДП.
   - Рекурентне рівняння.
   - Приклад.
2. Задача інвестування
   - Опис елементів моделі.
   - Рекурентне рівняння.
   - Приклад.
3. Максимізація імовірності досягнення цілі.
4. Застосування теорії статистичних рішень.

1. Азартна гра

Один з різновидів гри в російську рулетку полягає в обертанні колеса, на якому по його периметру нанесені n послідовних чисел від 1 до n. Вірогідність того, що колесо в результаті одного обертання зупиниться на цифрі i, дорівнює p. Гравець платить x доларів за можливість здійснити t обертань колеса. Сам же гравець отримує суму, рівну подвоєному числу, яке випало при останньому обертанні колеса. Оскільки гра повторюється достатньо багато раз (кожна до t обертань колеса), потрібно розробити оптимальну стратегію для гравця.

Сформулюємо завдання у вигляді моделі ДП, використовуючи наступні визначення.

1. Етап i відповідає i-му обертанню колеса, i = 1,2 ..., t.

2. Альтернативи на кожному етапі полягають в наступному - або покрутити колесо ще раз, або припинити гру.

3. Стан системи у на кожному етапі i представляється одним з чисел від 1 до n, яке випало в результаті останнього обертання колеса.

Стохастична модель - це модель, в якій використовують одне або більше число випадкових величин для врахування невизначеності процесу, або в якій вхідні дані будуть представлені згідно деякому статистичному розподілу. Наприклад, модель, яка оцінює витрачені гроші в кожному відділі універсаму, заснована на імовірнісних значеннях числа клієнтів і вірогідної кількості покупок кожного клієнта.

Динамічне програмування - це математичний метод пошуку оптимального управління, спеціально пристосований до багатокрокових процесів. Розглянемо приклад такого процесу.

2. Хай планується діяльність групи підприємств на N років. Тут кроком є один рік. На початку 1-го року на розвиток підприємств виділяються кошти, які мають бути якось розподілені між цими підприємствами. В процесі їх функціонування виділені кошти частково витрачаються. Кожне підприємство за рік приносить деякий дохід, залежний від вкладених засобів. На початку року наявні засоби можуть перерозподілятися між підприємствами: кожному з них виділяється якась частка засобів.

Ставиться питання: як на початку кожного року розподіляти наявні засоби між підприємствами, щоб сумарний дохід від всіх підприємств за N років був максимальним?

Перед нами типове завдання динамічного програмування, в якому розглядається керований процес - функціонування групи підприємств. Управління процесом полягає в розподілі (і перерозподілі) засобів. Дією, що управляє, є виділене якихось засобів кожному з підприємств на початку року.

У формалізмі вирішення завдань методом динамічного програмування використовуватимуться наступні позначення:

N – число кроків.

$\bar{x}_k = (x_{1k}, x_{2k}, ..., x_{nk})$ – вектор, що описує перебування системи на k-му кроці.

$\bar{x}_0$ – початковий стан, тобто перебування на 1-му кроці.

$\bar{x}_N$ – кінцевий стан, тобто перебування на останньому кроці.

X_k – область допустимих перебувань на к-му кроці.

$\bar{u} = (u_{1k}, u_{2k}, ..., u_{mk})$ – вектор управління к-му кроці, що забезпечує перехід системи із стану x_{k-1} у стан x_k.

U_k – область допустимих управлінь на k-му кроці.

W_k – величина виграшу, отриманого в результаті реалізації к-го кроку.

S – загальний виграш за N кроків.

$\bar{u}^* = (\bar{u}_1^*, \bar{u}_2^*, ..., \bar{u}_N^*)$ – вектор оптимальної стратегії управління.

$S_{k+1}(\bar{x}_k)$ – максимальний виграш, що отримується при переході з будь-якого стану $\bar{x}_k$ у кінцевий стан $\bar{x}_0$ при оптимальній стратегії управління починаючи з (k+1)-го кроку.

$S_1(\bar{x}_0)$ – максимальний виграш, що отримується за N кроків під час переходу системи з початкового стану $\bar{x}_0$ у кінцеве $\bar{x}_N$ при реалізації оптимальної стратегії управління $\bar{u}^*$.

Метод динамічного програмування спирається на умову відсутності післядії і умову адитивності цільової функції.

Імовірнісне динамічне програмування відрізняється від детермінованого тим, що перебування і прибутки на кожному етапі є випадковими. Моделі імовірнісного ДП виникають, зокрема, при розгляді стохастичних моделей управління запасами і в теорії марківських процесів ухвалення рішень.

Корисним критерієм для розглянутого завдання є максимізація вірогідності досягнення певного рівня доходу.

4. Застосування теорії статистичних рішень

Предметом теорії статистичних рішень є побудова оптимальних правил прийняття рішень. Рішення приймається на основі послідовності розрахунку і порівняння на кожному кроці деяких функцій (у частинному випадку *функцій ризику*), які визначають імовірність прийняття рішення після певної кількості спостережень за виробничим споживанням запасів. Для практичної реалізації таких задач з допомогою ПЕОМ застосовують методи *теорії ігор*, *динамічного програмування*, *Байєсовські правила* мінімізації ризику.

При нестаціонарному, але детермінованому (визначеному) попиті/споживання сумарні витрати можна розрахувати за формулою

$$L_{nT} = \sum_{k=1}^{n} \left[c_k (\hat{Y}_k - z_k) + s_{Tk} (\hat{Y}_k - x_k) \right], \tag{1}$$

де L_{nT} - сумарні витрати за весь період nT; z_k - залишок від (*k-1*)-го періоду; x_k - прогноз споживання/попиту на *k*-ий період; $\hat{Y}_k$ - величина запасу, який буде створюватися на *k*-ий період ($\hat{Y}_k \geq x_k$); $s_{Tk}(\hat{Y}_k - x_k)$ - витрати на зберігання надлишкового запасу на *k*-ий період; $c_k(\hat{Y}_k - z_k)$ - витрати на доведення запасу до величини $\hat{Y}_k, k = 1,2,...,n$.

Для мінімізації L_{nT} використовують метод динамічного програмування, за яким можна послідовно мінімізувати витрати на визначених інтервалах розрахунків за допомогою *принципу оптимальності Р. Белмана*. Відповідно до цього принципу розв'язки для функції витрат (1) на всіх наступних інтервалах повинні бути оптимальними відносно стану (множини значень розв'язків), отриманого на попередніх інтервалах (в результаті попередніх процедур розв'язування) незалежно від початкового стану та прийнятих рішень.

У літературних джерелах можна зустріти такі записи функціональних рівнянь для мінімізації витрат за (1):

- за останній період (інтервал розрахунку)

$$L_T^*(z_n) = \min_{\hat{Y}_n \geq z_n} \left[c_n(\hat{Y}_n - z_n) + s_{T,n}(\hat{Y}_n - x_n) \right];$$

- за два останніх періоди (інтервали розрахунку)

$$L_{2T}^*(z_{n-1}) = \min_{\hat{Y}_{n-1} \geq z_{n-1}} \left[c_{n-1}(\hat{Y}_{n-1} - z_{n-1}) + s_{T,n-1}(\hat{Y}_{n-1} - x_{n-1}) + L_T^*(\hat{Y}_{n-1} - x_{n-1}) \right];$$

- за *k=2,3,…,n* останніх періодів (інтервалів розрахунку)

$$L_{kT}^*(z_{n+1-k}) = \min_{\hat{Y}_{n+1-k} \geq z_{n+1-k}} \left[c_{n+1-k}(\hat{Y}_{n+1-k} - z_{n+1-k}) + s_{T,n+1-k}(\hat{Y}_{n+1-k} - x_{n+1-k}) + L_{(k-1)T}^*(\hat{Y}_{n+1-k} - x_{n+1-k}) \right]$$

У випадку нестаціонарного та імовірнісного попиту/споживання (динамічна стохастична модель) функціональні рівняння набудуть відповідно такого вигляду

$$L_T^*(z) = \min_{Y \ge z} \left\{ c \cdot (Y - z) + \int_0^Y s_T(Y - x) f(x) dx + \int_Y^\infty p_T(x - Y) f(x) dx \right\},$$

$$L_{2T}^*(z) = \min_{Y \ge z} \left\{ L_T(Y, z) + \alpha \cdot \left[L_T^*(0) \cdot \int_Y^\infty f(x) dx + \int_0^Y L_T^*(Y - x) f(x) dx \right] \right\},$$

$$L_{nT}^*(z) = \min_{Y \ge z} \left\{ L_T(Y, z) + \alpha \cdot \left[L_{(n-1)T}^*(0) \cdot \int_Y^\infty f(x) dx + \int_0^Y L_{(n-1)T}^*(Y - x) f(x) dx \right] \right\},$$

де: z – початковий запас ТМР; Y – запас після його поповнення в першому періоді; x (x≥0) - випадковий попит/споживання за час T; *f(x)* – щільність розподілу попиту; $c \cdot (Y - z)$ - витрати на поповнення запасу; $L_{nT}(Y, z)$ - витрати на постачання за n періодів; $L_{nT}^*(z)$ - мінімальні величина $L_{nT}(Y, z)$, яка забезпечується при використанні оптимальної стратегії Y^*; α – дисконтний фактор (коефіцієнт).

Щільність розподілу *f(x)* визначається статистичними методами і може належати деякому відомому класу функцій розподілу. Відомий, зокрема, метод визначення приналежності *f(x)* до загального розподілу *Polya.*

У випадку необхідності моделювання затримок (дефіциту) поставок ТМР необхідно враховувати зміну (варіації) часу затримок. Для цього випадку добре вивчені і розроблені методи розрахунків із застосуванням теорії черг/масового обслуговування.

Більш типовим випадком є випадок невідомого розподілу споживання/попиту, а точніше – задання такого розподілу з точністю до невідомого параметру. Як правило, підхід до розв'язання тут такий: на основі накопичення статистичних даних розраховуються параметри розподілу споживання/попиту та перераховуються критичні числа стратегій управління.

При цьому існують дві принципово різні групи підходів до розв'язання такої задачі. Група класичних статистичних методів дає можливість вивчати розподіли, будуючи гістограми, та апроксимацією знаходити ту величину параметра, при якій імовірність появи цієї величини є максимальною (також – через відомий критерій χ^2). Недоліком цих методів є ігнорування наслідків прийняття невірного рішення.

Теорія статистичних рішень передбачає визначення шуканого параметра у вигляді деякої величини, що мінімізує функцію ризику за всіма можливими значеннями параметра з урахуванням їх так званих апостеріорних ймовірностей (байєсівська стратегія), або ж величини, при якій максимальний ризик є найменшим (мінімаксна стратегія з теорії ігор).

Основним завданням тут є вірний вивід функції ризику (математичного очікування втрат при виборі рішення), яка у загальному випадку може бути представлена формулою

$$r(F,\delta)=\sum_{i=1}^{k}W(F,d_i)\delta_{0i}+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{k}\int_{X_m}\left[W(F,d_i)+cm\right]P(m,d_i\,|\,\delta,x_1,...,x_m)f(x_1,...,x_m\,|\,F)dx_1...dx_m$$

де: $W(F,d)$ – невід'ємна функція втрат, яка показує збитки від прийняття рішення d , якщо F – істинний розподіл попиту; $c\cdot m$ – витрати, пов'язані із збором та обробкою статистичних даних при кількості спостережень m; $P(m,d_i\,|\,\delta,x_1,...,x_m)$ - імовірність прийняття рішення d_i на m – ому кроці спостереження при даному правилі прийняття рішення δ та попиті $x_1,..., x_m$.

Прийняття рішення на кроці m відбувається в результаті випадкового вибору рішення d_i з простору рішень D з імовірністю δ_{im}, $\sum_{i=0}^{k}\delta_{im}=1$, k – число гіпотез (рандомізоване правило прийняття рішення), або ж, у випадку булевого підходу, коли δ_{im} приймає значення або 0, або 1, прийняття рішення визначається набором $x_1,..., x_m$ (нерандомізоване правило прийняття рішення).

Контрольні запитання:

1. Що таке ймовірнісне динамічне програмування?
2. Принцип оптимальності Р. Беллмана.
3. Що таке динамічна стохастична модель?
4. Постановка задачі ймовірнісного динамічного програмування.
5. Функціональні рівняння ймовірнісного динамічного програмування.
6. Як розв’язувати функціональні рівняння ймовірнісного динамічного програмування?
7. В чому полягає задача інвестування?
8. Як ставиться задача максимізації імовірності досягнення цілі?
9. Формулювання азартної гри у вигляді моделі ДП.
10. Як записати рекурентне рівняння азартної гри?
11. Як записати модель інвестування?
12. Яке рекурентне рівняння моделі інвестування?
13. Як розв’язати рекурентне рівняння моделі інвестування?
14. Як розв’язати рекурентне рівняння азартної гри?
15. У чому полягають Байєсовські правила мінімізації ризику?
16. В чому полягає предмет теорії статистичних рішень?

Література [1], [2], [4], [5], [7].

Лекція 11. Методи прогнозування

Мета лекції: ознайомлення з методами регресивного й кореляційного аналізу в задачах прогнозування.

План лекції:

1. Прогнозування з використанням ковзаючого середнього.
2. Еспоненційне згладжування.
3. Регресійний аналіз:
    - Метод найменших квадратів.
    - Інтервали передбачуваємості.
    - Коефіцієнт кореляції.
4. Використання інформаційних технологій в задачах прогнозування.

Для наближення процесу, представленого рядом динаміки, з метою подальшого прогнозування найчастіше використовують такі види залежностей.

Лінійна залежність дає змогу будувати пряму лінію серед значень часового ряду, які збільшуються або зменшуються в часі з постійною швидкістю. Дана модель будується у відповідності з рівнянням

$$y(t) = a + bt, \quad (1)$$

де a та b – параметри рівняння, що розраховуються на основі методу найменших квадратів.

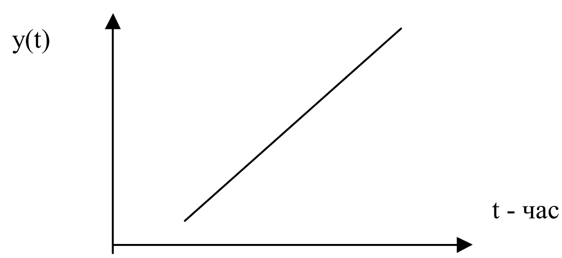


Рис. 1. Лінійна залежність

Поліноміальна залежність годиться для наближення процесу, що має декілька, починаючи з одного, виражених екстремумів (максимумів чи мінімумів). Кількість таких екстремумів залежить від степені полінома. Поліном другого степеня може описати процес, що має тільки один максимум чи мінімум; третього – не більше двох екстремумів; четвертого – трьох і т.д. Поліноміальна функція записується таким чином

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + ... + a_n t^n, \quad (2)$$

де a_0, ..., a_n – розрахункові параметри рівняння.

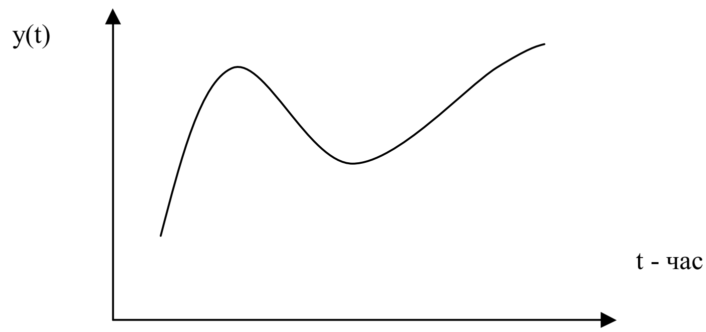


Рис. 2. Поліноміальна залежність

Якщо замість параметра t використати функції наближення, то отримаємо наближення ряду лінійною комбінацією різних функцій наближення

$$y(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a_3 f_3(t) + ... + a_n f_n(t)\,. \tag{3}$$

Логарифмічна функція застосовується при моделюванні характеристик, значення яких спочатку швидко змінюються, а потім - стабілізуються. Математичний запис цієї функції такий

$$y(t) = a \cdot \ln(t + b) + c\,, \tag{4}$$

де a , b, c – розрахункові параметри.

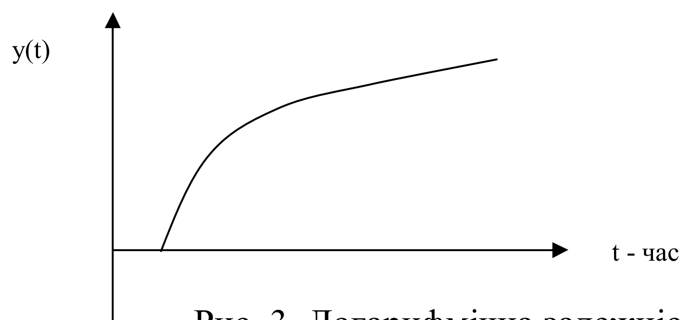


Рис. 3. Логарифмічна залежність

Степенева функція може застосовуватись, якщо значення досліджуваної залежності характеризуються постійною зміною швидкості росту. Математичний запис цієї функції має вигляд

$$y(t) = a \cdot t^b + c\,, \tag{5}$$

де a, b, c – константи.

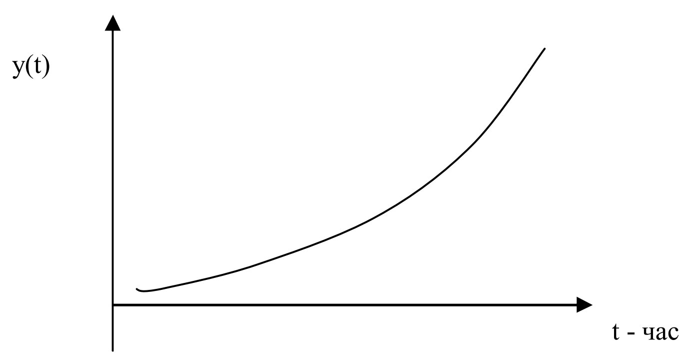


Рис. 4. Степенева залежність

Насамкінець, **експоненціальну лінію** слід використовувати у тому випадку, коли швидкість зміни даних безперервно зростає. Для даних, що мають нульові або від'ємні значення, цей вид наближення майже не застосовується. Рівняння має такий вигляд

$$y(t) = a \cdot e^{b \cdot t} + c, \tag{6}$$

де коефіцієнти a, b, c – розрахункові параметри рівняння.

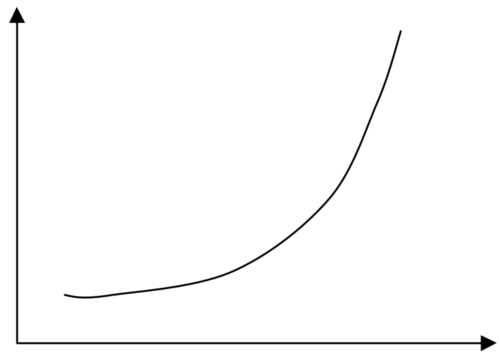


Рис. 5. Експоненціальна залежність

Кореляційно-регресійний аналіз

Використовуючи можливості програмного забезпечення *Excel* та *Mathcad,* можна розраховувати (у т.ч. за допомогою вмонтованих функцій) коефіцієнти парної кореляції між рядами динаміки, складеними із різних показників, визначаючи таким чином кількісну міру зв’язку між цими показниками **(кореляційний аналіз)**.

Із курсу статистики відомо, що формула емпіричної оцінки коефіцієнта парної кореляції має вигляд

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}, \tag{7}$$

де $\bar{x}$ та $\bar{y}$ - середні величини статистичних виборок обсягом *n* дискретно заданих значень x_i та y_i *(i=1,2,...,n)* фактора впливу *x* та досліджуваного показника *y*.

Для перевірки статистичної гіпотези про суттєву відмінність коефіцієнта парної кореляції від нуля служить значення *t*- розподілу Студента

$$t = \frac{|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - r_{xy}^{\ 2}}}. \tag{8}$$

Висновок про суттєву відмінність розрахованого коефіцієнта парної кореляції від нуля роблять на основі порівняння $t \geq t_{\alpha,n-2}$, де $t_{\alpha,n-2}$ - табличне значення *t*- критерію на рівні значущості α та при числі ступенів вільності *n - 2*. Переважно приймають 5%-й (α = 0.05) рівень значущості.

Для перевірки статистичної гіпотези використовують також коефіцієнт надійності

$$\Theta = \frac{\sqrt{N}\cdot\left|r_{xy}\right|}{1-r_{xy}{}^{2}}, \tag{9}$$

значення якого порівнюють із квантилем *u* нормального розподілу для рівня значущості α/2 (табл. 1). Для 1%-го рівня значущості має виконуватись умова $\Theta \geq 2.58$, за якою роблять висновок про відмінність від нуля розрахованого коефіцієнта парної кореляції.

Таблиця 1 – Квантилі *u* нормального розподілу для рівнів значущості α

α	0.20	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
u	0.84	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Таким чином визначають суттєвість зв'язку різних факторів із досліджуваним техніко-економічним показником. Слід, однак, зауважити, що цей зв'язок повинен мати *лінійний характер* і передбачати *нормальний закон* розподілу випадкових даних із статистичних вибірок.

Якщо розрахований коефіцієнт парної кореляції буде близьким до нуля, то це зовсім не означає відсутність зв'язку між вказаними факторами. Зв'язок може носити *нелінійний характер*. Дальше будемо розглядати зв'язок факторів із досліджуваними показниками з точки зору лінійної залежності між ними. Необхідно також зазначити, що, визначаючи суттєвість зв'язку, кореляційний аналіз не дає відповіді на запитання про напрямок цього зв'язку. Як правило, взаємозалежність визначається за логікою економічного чи технологічного явища, або процесу дослідження.

Задача **регресійного аналізу** зводиться до побудови емпіричної функціональної залежності, яка б *істотно, адекватно* та із *достатньою стійкістю* описувала процес, заданий парами значень *Y* та *X*, де:

Y – вектор-стовпець дискретно заданих значень y_i (*i=1,2,…,n*, *n* – обсяг вибірки) досліджуваного показника *y*,

X – вектор-стовпець, у випадку однофакторної, або матриця, у випадку багатофакторної, регресійної моделі дискретно заданих значень $x_{j,i}$ для кожного із факторів впливу *x* за номером *j* (*j=1,2,…,N, N* – загальна кількість факторів впливу на досліджуваний показник).

У випадку багатофакторного (*j = 1,2,3, …, N*) регресійного аналізу побудова моделей зводиться до визначення лінійної залежності виду

$$y = a_1\cdot x_1 + a_2\cdot x_2 + \ldots + a_j\cdot x_j + \ldots + a_N\cdot x_N + a_0, \tag{10}$$

де коефіцієнти $a_1, ..., a_N, a_0$ розраховуються за методом найменших квадратів.

Під *істотністю,* або *інформативністю* чи *значущістю*, багатофакторної регресійної моделі розуміють як кількість, так і якість факторів, які б найбільш повно описували зміну досліджуваного показника та уможливлювали прийняття ефективних управлінських рішень.

Кількісною мірою істотності моделі виступає коефіцієнт детермінації *D*, який визначається як квадрат коефіцієнта множинної кореляції *R*. Коефіцієнт детермінації, помножений на 100%, визначає, на скільки відсотків зміна показника *y* обумовлена зміною включених у рівняння факторів $x_{1...N}$.

Коефіцієнт множинної кореляції розраховується (якщо множинна регресія визначалася у відхиленнях від середніх значень) за формулою

$$R = \sqrt{1 - \frac{|v|}{\sum_i y_i^2 - \frac{(\sum_i y_i)^2}{n}}}, \tag{11}$$

де *v* – сума квадратів відхилень від середніх значень,

$$v = \left[\sum_{i=1}^{n} (y_i)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right)^2}{n} \right] - \sum_{j=1}^{N} a_j \left[\sum_{i=1}^{n} x_{j,i} \cdot y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{j,i} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \right]. \tag{12}$$

Бажано, щоб розрахований коефіцієнт множинної кореляції приймав значення, більші за 0.95-0.96.

Стандартна статистична перевірка коефіцієнта множинної кореляції виконується за *F*-критерієм Фішера, розрахункове значення якого має задовольняти умові

$$F = \frac{R^2 \cdot (n - N)}{(1 - R^2)(N - 1)} > F_{\alpha, N-1, n-N}, \tag{13}$$

де $F_{\alpha, N-1, n-N}$ - табличне значення *F*-розподілу на рівні значущості α та для ступенів вільності *N-1, n-N*. Найчастіше приймають $\alpha = 0.05$, а розрахункове значення *F* повинно відрізнятися від табличного хоча би на порядок.

З вищенаведеного напрошується висновок, що в модель необхідно включати таку кількість факторів, за якою можна було б отримати $D \rightarrow 1$ (або, відповідно, $R \rightarrow 1$).

Під *адекватністю* регресійної моделі розуміють відповідність моделі досліджуваному процесу. Кількісна перевірка адекватності моделі зводиться до перевірки отриманого рівняння регресії за критерієм Фішера

$$F = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 \cdot (n - N)}{\sum_i (y_i - y_i^{теор})^2}, \qquad (14)$$

де: $y_i^{теор}$ - значення величини показника, знайдене за рівнянням регресії в точках $i = 1,2,..., n$; $\bar{y}$ - середня величина значень y_i.

Модель вважається адекватною на рівні значущості α, якщо $F > F_{\alpha,N,n-N}$. Рішення про адекватність можна також приймати, порівнюючи розраховані за рівнянням значення y в точках $i = 1,2,..., n$ із вхідними даними y_i з масиву Y.

Якщо розраховані в даних точках значення y співпадатимуть із значеннями y_i з прийнятною для дослідника точністю, то робиться висновок про адекватність моделі.

Висновок про адекватність отриманої моделі дослідник може також зробити на основі свого бачення практичної цінності виведеного рівняння регресії. У цьому плані можна, наприклад, розглядати прогнозні якості регресійної залежності. При цьому всю вибірку вхідних даних розбивають на дві підвибірки. Одна підвибірка служить як нові вхідні дані для побудови в її межах додаткового рівняння регресії.

За іншою – контрольною підвибіркою – здійснюють перевірку отриманого додаткового рівняння, тобто, підставивши значення факторів впливу, розраховують значення y та порівнюють їх із значеннями y_i із контрольної підвибірки. Якщо розраховані таким чином “прогнозні” значення співпадатимуть із значеннями з контрольної підвибірки, забезпечивши достатню точність, то можна зробити висновок про адекватність основної моделі та її прийнятність для прогнозування значень досліджуваного показника. Величину підвибірок, тобто їхнє співвідношення в межах основної вибірки вхідних даних, необхідно встановити таким чином, щоб були витримані статистичні критерії.

Чим менш стійкий розв'язок вихідної матриці системи рівнянь, тим вужчий діапазон значень довірчих інтервалів для коефіцієнтів рівняння регресії. Довірчі інтервали визначають із застосуванням t-критеріїв Стьюдента на рівні значущості α ($\alpha = 0.05$) та при ступенях вільності n – N

$$a_i - t_{\alpha,n-N} \cdot S_{ai} \le a_i \le a_i + t_{\alpha,n-N} \cdot S_{ai}, \qquad (15)$$

де S_{ai} - стандартне відхилення коефіцієнта регресії,

$$S_{ai} = \sqrt{S_{y,xi}^2 \cdot \frac{A_{ii}}{\det M}}. \qquad (16)$$

У формулі (16) $S_{y,xi}^2$ - залишкова дисперсія, A_{ii} - алгебраїчні доповнення діагональних елементів матриці M. Дисперсію $S_{y,xi}^2$ можна отримати, використовуючи формулу суми квадратів відхилень

$$S^2_{y,xi} = \frac{v}{n-N}, \quad (17)$$

а із курсу вищої математики пригадуємо, що алгебраїчні доповнення визначаються як *мінор* матриці M, помножений на $(-1)^{i+k}$, де i – кількість рядків мінора, k – кількість стовпців мінора. Оскільки у кореляційно-регресійному аналізі мають справу з квадратними матрицями M, то даний множник приймає значення 1 і його можна опускати. Під мінором матриці M розуміють визначник матриці на порядок меншої за M, яку можна отримати, "викреслюючи" (умовно) i-тий рядок та k-ий стовпець у матриці М, які на перехресті визначають один з діагональних елементів.

Контрольні запитання:

1. Перерахуйте та графічно зобразіть основні види залежностей, які можна використати з метою апроксимації рядів динаміки. Особливість кожного виду.
2. В чому суть прогнозування значень показника із ряду динаміки? Які статистичні критерії можна використати для перевірки достовірності прогнозу?
3. Опишіть процес апроксимації та отримання прогнозних значень в пакеті Excel.
4. Опишіть вмонтовані функції пакету Mathcad та їх аргументи для отримання основних регресійних залежностей при апроксимації рядів динаміки.
5. Суть кореляційного та регресійного аналізу.
6. Види регресійних залежностей. Запишіть та поясніть рівняння лінійної регресії.
7. Суть коефіцієнтів парної та множинної кореляції. Діапазон зміни їх значень.
8. Суть перевірки розрахованих коефіцієнтів кореляції на статистичну значимість.
9. Як здійснюється статистична перевірка розрахованого рівняння регресії?
10. Що таке адекватність регресійної моделі?
11. Що таке інформативність багатофакторної регресійної моделі?
12. В чому полягає задача регресійного аналізу?
13. Яка залежність використовується у випадку багатофакторного регресійного аналізу?
14. В чому полягає стандартна статистична перевірка коефіцієнта множинної кореляції?

Література [1], [3], [4], [5], [8], [12].

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення практичних занять з дисципліни

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

ПЕРЕДМОВА

Курс "Теорія прийняття рішень" – обов'язковий компонент загальної та професійної освіти. Значення курсу у загальноосвітній підготовці визначається насамперед тим, що сучасна управлінська практика характеризується активізацією впровадження та застосування нових технологій та філософій менеджменту, які включають реконструкцію бізнес-процесів, тотальне управління якістю, зумовлюють підвищення відповідальності і мотивують працівників самостійно приймати рішення.

Дисципліна "Теорія прийняття рішень" призначена для підготовки майбутніх бакалаврів спеціальності «Інтелектуальні системи прийняття рішень» до розробки та впровадження критеріїв оптимізації і опануванні сучасного математичного і прикладного забезпечення прийняття рішень на базі яких провадиться подальше вивчення спеціальних дисциплін, пов’язаних з фаховою діяльністю.

Метою дисципліни є засвоєння теоретичних основ і формування у студентів практичних навичок щодо застосування математичного апарату до прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності, використання основних методів аналізу ієрархій та критеріїв оптимальності.

При викладанні навчальної дисципліни "Теорія прийняття рішень" ставляться наступні завдання:

- навчити студентів основам теорії прийняття рішень, основним методикам використання критеріїв оптимальності;
- прищепити студентам навички застосування основних методів оптимізації рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності та їх реалізації на персональних комп’ютерах;
- прищепити студентам уміння самостійно вивчати навчальну і наукову літературу в галузі систем прийняття рішень.

Предмет навчальної дисципліни – це математичний інструментарій, алгоритми та пакети прикладних програм, що дозволяють проводити оптимізацію процесу прийняття рішень.

Теоретичним фундаментом дисципліни є курси «Основи дискретної математики», «Вища математика», «Основи програмування та алгоритмічні мови», «Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика», «Системний аналіз та проектування систем обробки інформації».

Практичним засобом реалізації методів прийняття рішень є сучасна комп’ютерна техніка та прикладне програмне забезпечення.

Критерії оцінки успішності повинні відповідати навчальній програмі й найбільш важливим вимогам до знань студентів:

- Знання фактів, явищ. Вірне, науково достовірне їх пояснення.
- Оволодіння науковими термінами, поняттями, законами, методами, правилами; вміння користуватися ними при пояснені нових фактів, розв‘язуванні різних питань і виконанні практичних завдань.
- Максимальна ясність, точність думки, вміння відстоювати свої погляди, захищати їх.

КАРТА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

Тема		Години	Форми контролю та звітності	Максим. кількість балів
Т. 3.	Прийняття рішень в умовах визначеності.			
Практичне заняття №1. Прийняття рішень в умовах визначеності.		2	Поточний контроль	
Т. 4.	Прийняття рішень в умовах ризику.			
Практичне заняття №2. Прийняття рішень в умовах ризику.		2	Поточний контроль	
Т. 5.	Прийняття рішень в умовах невизначеності.			
Практичне заняття №3. Прийняття рішень в умовах невизначеності.		2	Поточний контроль	
Т. 7.	Матрична гра двох осіб з нульовою сумою.			
Практичне заняття №4. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою.		2	Поточний контроль	
Т. 8.	Розв’язок матричних ігор у мішаних стратегіях.			
Практичне заняття №5. Розв’язок матричних ігор у мішаних стратегіях.		2	Поточний контроль	
Т. 9.	Ігри з природою.			
Практичне заняття №6. Ігри з природою.		2	Поточний контроль	
Т. 10.	Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень.			
Практичне заняття №7. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень.		2	Поточний контроль	
Т. 11.	Методи прогнозування.			
Практичне заняття №8. Методи прогнозування.		2	Поточний контроль	

Тема 3. Прийняття рішень в умовах визначеності

Загальна характеристика прийняття рішень в умовах визначеності. Типові математичні моделі в умовах визначеності. Методи розв'язання детермінованих моделей та їх оптимізація.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ ВИЗНАЧЕНОСТІ.

Мета: сформувати навички використання методу аналізу ієрархій для прийняття рішень в умовах визначеності.

План заняття

1. Метод аналізу ієрархій.
2. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою табличного процесора Excel.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 3.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Для соціально-економічних досліджень та деяких видів прогнозів соціально-економічного стану використовують **метод аналізу ієрархій (МАІ)**. Суть методу аналізу ієрархій полягає в тому, щоб з множини декількох альтернатив вибрати найкращу для прийняття управлінського рішення за конкретної проблеми. Нижче наведений приклад для аналізу проблеми підвищення рівня зайнятості. Аналіз проблеми складається із декількох етапів.

Перший етап – побудова взаємозв'язку проблеми (фокусу) з факторами, які визначають проблему, задіяними зацікавленими у реалізації даної проблеми суб'єктами (акторами), їхніми цілями і, насамкінець, – альтернативами прийняття управлінського рішення (сценаріями) (рис. 1).

Другий етап – розробка форми опитувального листа та проведення опитування серед експертів. Щодо даного методу при розробці форми опитувального листа необхідно спочатку проранжувати фактори за ступенем їх впливу на зайнятість.

Таблиця 1. Ранжування факторів

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Економічний	1
2. Соціальний	3
3. Технологічний	2
4. Політичний	4
5.Демографічний	5

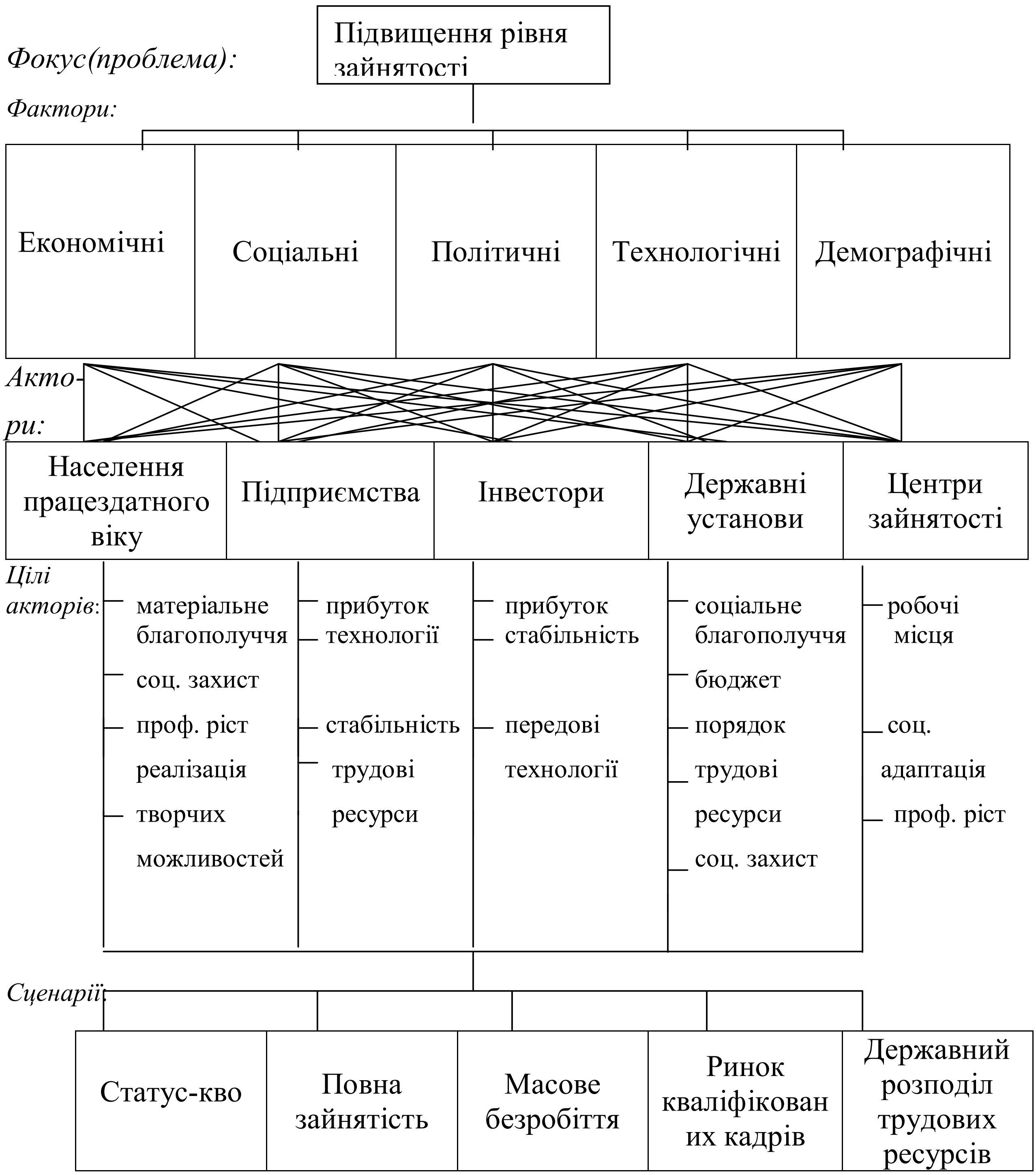


Рис. 1. Побудова ієрархії визначення проблеми

Після ранжування необхідно чисельно оцінити перевагу більш істотного фактора над менш істотними.

Таблиця 2. Оцінка переваги

Фактори у порядку важливості	Оцінка переваги над факторами				
	1-им	2-им	3-ім	4-им	5-им
1. Економічні	1	3	4	5	6
2. Технологічні	-	1	2	2	4

3. Соціальні	-	-	1	3	4
4. Політичні	-	-	-	1	2
5. Демографічні	-	-	-	-	1

Де значення оцінок такі:
1 – однакова значущість факторів;
3 – деяка перевага одного фактора над іншими;
5 – суттєва значущість фактора;
7 – очевидна або сильна значущість;
9 – абсолютна перевага;
2, 4, 6, 8 – проміжні значення оцінок.

Таблицю 2 для подальшого аналізу трансформують відповідно до симетричності матриці оцінок

Фактори у порядку важливості	Оцінка переваги над факторами				
	1-им	2-им	3-ім	4-им	5-им
1. Економічні	1	3	4	5	6
2. Технологічні	1/3	1	2	2	4
3. Соціальні	¼	½	1	3	4
4. Політичні	1/5	½	1/3	1	2
5. Демографічні	1/6	¼	¼	½	1

На *третьому етапі* розраховують вектор пріоритетів W та індекс узгодженості ІУ суджень експертів.

Фактори у порядку важливості	Фактор					Результати розрахунків		
	1-им	2-им	3-ім	4-им	5-им	середнє геометр-ричне	W	власне значення матриці
1.Економічні	1	3	4	5	6	3.25	0.5	5.08
2. Технологічні	1/3	1	2	2	4	1.4	0.22	
3. Соціальні	¼	½	1	3	4	0.9	0.14	
4.Політичні	1/5	½	1/3	1	2	0.58	0.09	
5.Демографічні	1/6	¼	¼	½	1	0.35	0.05	
Сума, Σ	1.95	5.25	7.58	11.5	17.0	6.48		

Середнє геометричне значення для оцінок переваги економічного фактора:

$$SG = \sqrt[5]{1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 3.25.$$

Вектор пріоритету для цього ж фактора $W = \frac{SG}{\sum} = \frac{3.25}{6.48} = 0.5$.

Для інших факторів вектори пріоритетів розраховуються аналогічно.
Власне значення матриці:

$$\lambda_{\max} = 1.95 \cdot 0.5 + 5.25 \cdot 0.22 + 7.58 \cdot 0.14 + 11.5 \cdot 0.09 + 17 \cdot 0.05 = 5.08$$

Індекс узгодженості ІУ$= \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}$, де n – кількість факторів оцінювання:

$$ІУ = (5.08 – 5)/(5 – 1) = 0,02.$$

Відношення узгодженості ВУ = ІУ/$В_{табл}$ = 0.02/1.12 = 0.018 < [0.1...0.2]. Отже, судження експертів можна вважати узгодженими.

На *четвертому етапі* розраховують ступінь впливу акторів на фактори. Розрахунок виконують аналогічно вищенаведеному для кожного фактора окремо.

Для економічного фактора	Актори					Результати розрахунків		
	1-ий	2-ий	3-ій	4-ий	5-ий	середнє геометр-ричне	W	власне значення матриці
1. Державні установи	1	2	5	3	5	2.72	0.41	5.29
2. Підприємства	1/2	1	3	4	5	1.97	0.30	
3. Населення	1/5	1/3	1	2	4	0.88	0.13	
4. Інвестори	1/3	1/4	1/2	1	4	0.7	0.10	
5. Центри зайнятості	1/5	1/5	¼	1/4	1	0.3	0.05	
Сума	1.95	5.25	7.58	11.5	17.0	6.48		

Результати розрахунків зведені в табл. 3.

Таблиця 3. Зведена таблиця
векторів оцінки впливу (векторів пріоритетів) акторів на фактори

Актори	Фактори				
	економічний	соціальний	технологічний	політичний	демогра-фічний
Населення	0.15	0.49	0.12	0.16	0.35
Організації	0.26	0.20	0.61	0.30	0.21
Інвестори	0.1	0.11	0.27	-	0.16

Державні установи	0.44	0.13	-	0.54	0.18
Центри зайнятості	0.05	0.07	-	-	0.10
	λ_{max}=5.35 ВУ=0.08	λ_{max}=5.35 ВУ=0.08	λ_{max}=5.35 ВУ=0.08	λ_{max}=5.35 ВУ=0.08	λ_{max}=5.35 ВУ=0.08

Аналогічно визначаємо вектор пріоритетів для цілей акторів. Наприклад, для населення отримаємо:

Для населення	Цілі				Результати розрахунків		
	1-а	2-а	3-я	4-а	середнє геомет-ричне	W	власне значення матриці
1. Благополуччя сімей	1	3	5	5	2.94	0.55	4.23
2. Соц. захист	1/3	1	3	3	1.32	0.25	
3. Населення	1/5	1/3	1	4	0.72	0.13	
4. Проф. ріст	1/5	1/3	1/4	1	0.36	0.07	
Сума	1.95	5.25	7.58	11.5	5.34		

Решту результатів розрахунків зводимо в табл. 4.

Таблиця 4. Зведена таблиця векторів пріоритетів для цілей акторів

Ціль	Актори				
	населення	підприєм-ства	інвестори	державні установи	центри зайнятості
Сім. благополуччя	0.35				
Соц. захист	0.29				
Проф. ріст	0.12				
Можливості	0.09				
Трудові рес.		0.07		0.10	
Технологія		0.12	0.11		
Прибуток		0.56	0.62		
Стабільність		0.25	0.27		
Сусп. порядок				0.45	
Соц. благополуччя				0.14	
Держ. бюджет				0.31	
Робота					0.61
Проф. ріст					0.27
Соц. адаптація					0.12

Визначаємо вплив факторів на майбутню зайнятість через акторів, як добуток матриці векторів пріоритетів по впливу акторів на фактори, на вектор пріоритетів впливу факторів на зайнятість:

$$\begin{Vmatrix} 0.15 & 0.49 & 0.12 & 0.16 & 0.35 \\ 0.26 & 0.20 & 0.61 & 0.30 & 0.21 \\ 0.10 & 0.11 & 0.27 & 0 & 0.16 \\ 0.44 & 0.13 & 0 & 0.54 & 0.18 \\ 0.05 & 0.07 & 0 & 0 & 0.10 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} 0.49 \\ 0.15 \\ 0.22 \\ 0.09 \\ 0.05 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0.205 \\ 0.329 \\ 0.133 \\ 0.293 \\ 0.040 \end{Vmatrix}.$$

Із розрахунків можна зробити висновок, що щодо можливості впливу на зайнятість, актори розташовані в такому порядку:

1) підприємства (W=0.329);
2) державні установи (W=0.293);
3) населення (W=0.205);
4) інвестори (W=0.133);
5) центри зайнятості (W=0.04).

Виберемо для подальшого розгляду перші три, як найбільш впливові. Знаходимо, яка ціль для якого актора яке має значення вектора пріоритетів.

Для підприємств

$$0.329 \times \begin{Vmatrix} 0.07 \\ 0.12 \\ 0.56 \\ 0.25 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0.023 \\ 0.039 \\ 0.184 \\ 0.082 \end{Vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{- трудові ресурси} \\ \text{- технології} \\ \text{- прибуток} \\ \text{- стабільність} \end{matrix}$$

Для державних установ

$$0.293 \times \begin{Vmatrix} 0.10 \\ 0.45 \\ 0.14 \\ 0.31 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0.029 \\ 0.132 \\ 0.041 \\ 0.091 \end{Vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{- трудові ресурси} \\ \text{- порядок} \\ \text{- соціальне благополуччя} \\ \text{- бюджет} \end{matrix}$$

Для населення

$$0.205 \times \begin{Vmatrix} 0.35 \\ 0.29 \\ 0.12 \\ 0.09 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0.072 \\ 0.059 \\ 0.025 \\ 0.018 \end{Vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{- матеріальне благополуччя} \\ \text{- соціальний захист} \\ \text{- професійний ріст} \\ \text{- реалізація можливостей} \end{matrix}$$

У результатах розрахунків підкреслено найголовніші цілі за вектором пріоритетів. Нормуємо ці результати, для чого спочатку розрахуємо суму векторів пріоритетів вибраних цілей, а відтак поділимо кожен результат вектора для вибраної цілі на розраховану суму 0.184 + 0.082 + 0.132 + 0.091 + 0.072 = 0.561.

$$\left\| \begin{array}{l} \dfrac{0.184}{0.561} = 0.328 \\ \dfrac{0.132}{0.561} = 0.235 \\ \dfrac{0.091}{0.561} = 0.162 \\ \dfrac{0.082}{0.561} = 0.146 \\ \dfrac{0.072}{0.561} = 0.129 \end{array} \right\| \begin{array}{l} \text{- прибуток} \\ \text{- порядок} \\ \text{- бюджет} \\ \text{- стабільність} \\ \text{- матеріальне благополуччя сімей} \end{array}$$

$$\sum = 1.00$$

Даний вектор пріоритетів застосуємо для розрахунку вектора пріоритетів сценаріїв (альтернатив).

Етап 5: визначення впливу сценаріїв на цілі акторів.

Для матеріального благополуччя сімей	Сценарії					Результати розрахунків		
	1-ий	2-ий	3-ій	4-ий	5-ий	середнє геомет-ричне	W	власне значення матриці
1.Ринок кваліфікованих кадрів	1	1/5	5	5	5	1.90	0.27	5.08
2. Повна зайнятість	5	1	7	5	3	3.50	0.52	
3. Масове безробіття	1/5	1/7	1	1/3	1/2	0.075	0.007	
4. Статус-кво	1/5	1/5	3	1	1/2	0.57	0.08	
5. Державна монополія	1/5	1/3	2	2	1	0.77	0.11	
Сума	6.6	1.88	13.0	13.3	10.0	6.79		

Оцінка узгодженості:

$$\text{ІУ} = \frac{5.08 - 5}{4} = 0.02\,;\ \text{ВУ} = 0.02/1.12 = 0.018 < [0.1...0.2],$$

а отже оцінки узгоджені. Решту результатів розрахунків зведемо у табл. 5 впливу сценаріїв на цілі акторів.

На *шостому заключному етапі* розраховується узагальнений сценарій (остаточне рішення) як добуток матриці пріоритетів сценаріїв на вектор пріоритетів цілей:

$$\begin{Vmatrix} 0.17 & 0.12 & 0.12 & 0.09 & 0.08 \\ 0.17 & 0.26 & 0.27 & 0.30 & 0.52 \\ 0.17 & 0.07 & 0.06 & 0.06 & 0.007 \\ 0.43 & 0.39 & 0.33 & 0.14 & 0.28 \\ 0.06 & 0.16 & 0.22 & 0.41 & 0.11 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} 0.328 \\ 0.235 \\ 0.162 \\ 0.146 \\ 0.129 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0.127 \\ 0.27 \\ 0.09 \\ 0.343 \\ 0.167 \end{Vmatrix}$$

- статус-кво
- повна зайнятість
- масове безробіття
- ринок кваліфікованих кадрів
- державна монополія

Таблиця 5. Зведена таблиця векторів оцінки впливу (векторів пріоритетів) сценаріїв на цілі акторів

Сценарій (альтернатива)	Ціль актора				
	прибуток	стабільність	порядок	бюджет	матеріальне благополуччя
Статус-кво	0.17	0.12	0.12	0.09	0.08
Повна зайнятість	0.17	0.26	0.27	0.30	0.52
Масове безробіття	0.17	0.07	0.06	0.06	0.007
Ринок кваліфікованих кадрів	0.43	0.39	0.33	0.14	0.28
Державна монополія	0.06	0.16	0.22	0.41	0.11
	λ_{max}=5.44 ВУ=0.1	λ_{max}=5.22 ВУ=0.05	λ_{max}=5.43 ВУ=0.1	λ_{max}=5.19 ВУ=0.04	λ_{max}=5.08 ВУ=0.02

Висновок: *за максимальною величиною вектора пріоритетів перевагу слід надати розвиткові ринку кваліфікованих кадрів.*

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Провести аналіз проблеми підвищення рівня зайнятості населення при наступній таблиці ранжування факторів.

1.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Соціальний	1
2. Технологічний	3
3. Політичний	2
4. Демографічний	4
5. Економічний	5

2.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Економічний	1
2. Демографічний	3
3. Технологічний	2
4. Політичний	4
5. Соціальний	5

3.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Політичний	1
2. Соціальний	3
3. Технологічний	2
4. Економічний	4
5.Демографічний	5

4.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Демографічний	1
2. Політичний	3
3. Технологічний	2
4. Соціальний	4
5. Економічний	5

5.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Технологічний	1
2. Соціальний	3
3. Економічний	2
4. Демографічний	4
5. Політичний	5

6.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Економічний	1
2. Технологічний	3
3. Соціальний	2
4. Демографічний	4
5. Політичний	5

7.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Соціальний	1
2. Демографічний	3
3. Політичний	2
4. Технологічний	4
5. Економічний	5

8.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Економічний	1
2. Технологічний	3
3. Демографічний	2
4. Політичний	4
5. Соціальний	5

9.

ФАКТОРИ	РАНГ
1. Соціальний	1
2. Економічний й	3
3. Політичний	2
4. Технологічний	4
5.Демографічний	5

Тема 4. Прийняття рішень в умовах ризику

Поняття ризику. Ймовірностний характер задач прийняття рішень в умовах ризику. Методи розв'язання оптимізаційних задач в умовах ризику.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ.

Мета: сформувати навички знаходження оптимальних рішень в умовах ризику.

План заняття:

1. Задача інвестування.
2. Реалізація методу динамічного програмування при аналізі задачі інвестування за допомогою табличного процесора Excel.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 4.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Фірма "ПРОМЕКСПО" протягом двох років імпортує в Україну поряд з іншими товарами поліамідні нитки. Досвід, накопичений за цей період, сприятлива кон'юнктура не викликають сумніву, що цей товар і наступного року має бути включений до номенклатури продукції фірми "ПРОМЕКСПО".

Підрахунки засвідчили, що в разі, якщо ринок буде сприятливим, фірма отримає чистий прибуток у 40000 грн; якщо несприятливий – чисті втрати становитимуть 20000 грн. Імовірність того, що ринок поліамідних ниток буде сприятливим, оцінюється як 0,5, а несприятливим – 0,5.

Керівництво фірми "ПРОМЕКСПО" отримало від своїх закордонних партнерів пропозицію про поставку в Україну акрильних дисперсних систем. Досі "ПРОМЕКСПО" оптовими поставками цього товару не займалося. Постало питання: чи є ринок збуту цього товару в Україні? Наскільки він насичений? Хто саме і в якій кількості виготовляє або імпортує цю продукцію з-за кордону? Основні конкуренти? Ціни? Попит?

Необхідно визначити, на яку максимальну ціну за маркетингові дослідження слід погоджуватися керівництву фірми "ПРОМЕКСПО" під час обговорення умов угоди з консалтинговою фірмою з огляду на цінність інформації?

Розв'язання цього прикладу наведено в конспекті лекцій за темою 4.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Визначити максимальну ціну маркетингових досліджень для фірми "ПРОМЕКСПО" при наведеної нижче таблиці умовних прибутків в залежності від стану ринка (сприятливий випадок, несприятливий випадок).

1.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	50000	-25000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	60000	-30000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,40	0,60

2.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	30000	-10000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	50000	-20000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,60	0,40

3.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	70000	-20000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	40000	-20000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,70	0,30

4.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	80000	-40000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	50000	-30000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,20	0,80

5.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	30000	-15000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	40000	-10000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,40	0,60

6.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	90000	-60000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	60000	-30000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,50	0,50

7.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	50000	-10000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	70000	-30000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,40	0,60

8.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	70000	-10000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	30000	-10000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,60	0,40

9.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	60000	-25000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	40000	-10000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,70	0,30

10.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	30000	-10000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	100000	-60000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,80	0,20

11.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	20000	-10000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	50000	-15000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,40	0,60

12.

Варіанти	Стан природи	
	сприятливий ринок	несприятливий ринок
1	2	3
Імпорт поліамідних ниток	60000	-250000
Імпорт акрилатних дисперсних систем	40000	-10000
Нічого не закуповувати	0	0
Імовірність стану природи	0,90	0,10

Тема 5. Прийняття рішень в умовах невизначеності

Поняття невизначеності. Ймовірностний характер задач прийняття рішень в умовах невизначеності. Методи розв'язання оптимізаційних задач в умовах невизначеності.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.

Мета: сформувати навички знаходження оптимальних рішень в умовах невизначеності.

План заняття:

1. Дослідження невизначених ситуацій за критеріями Лапласа, Севіджа, Гурвіца, мінімаксним критерієм.
2. Реалізація критеріїв невизначеності за допомогою табличного процесора Excel.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 5.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Суднова компанія планує організацію перевезень пасажирів на літній сезон. Число пароплавів (лайнерів), які мають бути зафрахтовані, а також число екіпажів, які треба найняти і підготувати до наступної весняно-літньої навігації, є величиною змінної і визначається фактичними потребами в пасажироперевезеннях в даний сезон. Припустимо, що воно може набувати значень 10, 20, 30, 40 і 50 судів. Фактична потреба в пасажироперевезеннях є величиною випадковою, залежною від безлічі невідомих чинників. Суднова компанія склала кошторис експлуатаційних витрат і визначила величину очікуваного доходу від виконання плану перевезень залежно від числа зафрахтованих пароплавів і фактичної потреби в них для повного задоволення потреб пасажирів в перевезеннях S (дані наведені в таблиці 1).

Таблиця 1

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	60	60	60	60	60
20	10	110	110	110	110
30	-48	30	160	160	160
40	-100	-50	200	240	240
50	-150	-100	50	200	340

Потрібно визначити оптимальне за критеріями Лапласа, Севіджа, Гурвіца, Вальда число зафрахтованих пароплавів, яке б максимізувало очікуваний дохід.

Розв'язання цього прикладу наведено в конспекті лекцій за темою 5.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Визначити оптимальне за критеріями Лапласа, Севіджа, Гурвіца, Вальда число зафрахтованих пароплавів, яке б максимізувало очікуваний дохід суднова компанія при наведених нижче величинах очікуваного доходу від виконання плану перевезень залежно від числа зафрахтованих пароплавів і фактичної потреби в них для повного задоволення потреб пасажирів в перевезеннях.

1.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	50	50	50	50	50
20	10	100	110	110	110
30	-50	40	160	160	160
40	-110	-60	100	240	240
50	-130	-90	80	200	350

2.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	40	60	50	60	60
20	10	120	100	100	110
30	-40	50	160	150	160
40	-80	-40	190	250	240
50	-150	-100	50	200	310

3.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	50	60	60	60	40
20	10	100	110	110	100
30	-6	30	150	160	150
40	-110	-50	200	250	220
50	-160	-100	50	200	350

4.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	30	40	50	60	70
20	20	80	90	100	110
30	-56	40	130	120	180
40	-100	-50	200	220	210
50	-150	-100	50	210	340

5.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	20	60	60	60	60
20	30	110	110	110	110
30	-45	30	170	160	160
40	-110	-60	150	280	220
50	-120	-110	40	220	390

6.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	40	60	60	60	60
20	20	110	110	110	110
30	-38	30	160	160	160
40	-120	-60	220	240	240
50	-130	-110	40	210	340

7.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	60	30	50	70	60
20	20	90	100	120	100
30	-48	40	160	160	160
40	-100	-60	200	240	240
50	-130	-120	50	200	250

8.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	50	30	60	60	60
20	10	100	110	110	110
30	-48	20	160	160	160
40	-100	-60	200	240	240
50	-150	-94	440	215	325

9.

S_k / X_i	10	20	30	40	50
10	50	30	70	60	60
20	10	90	100	120	100
30	-55	40	120	130	140
40	-35	-50	130	230	200
50	-70	-130	70	170	320

Тема 7. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою

Поняття матричної гри з нульовою сумою. Оптимальні стратегії на основі принципу мінімакса.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4. МАТРИЧНА ГРА ДВОХ ОСІБ З НУЛЬОВОЮ СУМОЮ.

Мета: сформувати навички знаходження чистих оптимальних стратегій матричної гри на основі принципу мінімакса.

План заняття:

1. Знаходження сідлової точки.
2. Визначення чистих стратегій.
3. Обчислення ціни гри.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 7.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Приклад 1. Проаналізувати матричну гру:

Ai Bj	B1	B2	B3	B4	B5	ci
A1 A2 A3 A4	3 1 10 4	4 8 3 5	5 4 1 3	2 3 7 4	3 4 6 8	2 1 1 $\boxed{3}$
fj	10	8	$\boxed{5}$	7	8	

Розв'язання. Тут гравець А має 4 стратегії, гравець В - 5 стратегій. Зі всіх значень ci (правий стовпець) виділене найбільше 3. Йому відповідає стратегія А4. Вибравши цю стратегію, ми можемо бути упевнені, що виграємо не менше 3. Ця величина наш гарантований виграш. Цей виграш називається чистою нижньою ціною гри. Позначатимемо його c. У нашому випадку c = 3.

Величина f (чиста верхня ціна гри) дорівнює 5. Це означає, що другий гравець при програші втратить максимум 5 при стратегії гравця B3. Стратегії A4 і B3 називаються мінімаксними. До тих пір, поки гравці дотримуватимуться таких стратегій, виграш буде рівний 3.

Приклад 2. Проаналізувати гру, задану матрицею

Ai Bj	B1	B2	B3	ci
A1 A2 A3	1 0 2	-3 5 3	-2 4 2	-3 0 $\boxed{2}$
fj	$\boxed{2}$	5	4	

Розв'язання. У даній грі c = f = 2. Тоді говорять, що гра має сідлову точку. *Сідлова точка* - це пара чистих стратегій (i0,j0) відповідно гравців 1 і 2, при яких досягається рівність c = f.

У це визначення вкладений наступний сенс: якщо один з гравців дотримується стратегії, що відповідає сідловій точці, то інший гравець не може поступити краще, ніж дотримуватися стратегії, що також відповідає сідловій точці.

Пошук сідлової точки відбувається таким чином: у матриці послідовно в кожному рядку знаходять мінімальний елемент і з цих елементів знаходять максимальний; у кожному стовпці знаходять максимальний елемент і з них вибирають мінімальний. Отримані числа порівнюють, якщо вони збігаються, говорять, що гра має сідлову точку.

У нашому прикладі сідловою точкою є пара (i0=3, j0=1), для якої v = c = f = 2.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Проаналізувати матричну гру

1.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	2	-2	-1
A2	1	6	5
A3	3	4	3

2.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	2	-2	-1
A2	1	6	5
A3	3	4	3

3.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	3	-1	0
A2	2	7	6
A3	4	5	4

4.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	4	0	1
A2	3	8	7
A3	5	6	5

5.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	5	1	2
A2	4	9	8
A3	6	7	6

6.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	6	2	3
A2	5	10	9
A3	7	8	7

7.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	7	3	4
A2	6	11	10
A3	8	9	8

1.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	2	-2	-1
A2	1	6	5
A3	3	4	3

8.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	-2	2	1
A2	-1	-6	-5
A3	-3	-4	-3

9.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	-1	3	2
A2	0	-5	-4
A3	-2	-3	-2

Тема 8. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях

Поняття мішаних стратегій. Основні підходи до аналізу матричних ігор у мішаних стратегіях. Комп'ютерна реалізація методів.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5. РОЗВ'ЯЗОК МАТРИЧНИХ ІГОР У МІШАНИХ СТРАТЕГІЯХ.

Мета: сформувати навички знаходження мішаних оптимальних стратегій матричної гри на основі принципу мінімакса.

План заняття:

1. Спрощення матричної гри.
2. Графічний метод розв'язання гри 2xn і mx2.
3. Застосувати табличний процесор до розв'язання матричної гри.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 8.

Перед тим, як розв'язати гру mxn, потрібно спробувати її спростити, позбавившись від непотрібних стратегій.

Стратегія Ai гравця A називається домінуючою над стратегією Ак, якщо в рядку Ai знаходяться виграші не менші, ніж у відповідних клітках рядка Ак, і з них принаймні одне строго більше. Якщо всі виграші рядка Ai дорівнюють відповідним виграшам рядка Ак, то стратегія Ai називається дублюючою стратегію Ак.

Аналогічно визначається домінування і дублювання для стратегій гравця B: домінуючою називається стратегія, при якій скрізь знаходяться виграші не більші, ніж у відповідних клітках іншої стртегії.

Якщо для якоїсь стратегії є домінуюча, то цю стратегію можна відкинути, також відкидаються і дублюючі стратегії.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Приклад 1. Спростити матричну гру

Ai Bj	B1	B2	B3	B4	B5
A1	4	7	2	3	4
A2	3	5	6	8	9
A3	4	4	2	2	8
A4	3	6	1	2	4
A5	3	5	6	8	9

Розв'язання. Відмітимо, що стратегія A5 дублює стратегію A2, тому будь-яку з них можна відкинути. Відкидаємо A5.

Можна відразу відмітити, що елементу стоки A1 домінують над елементами рядка A4. Це означає, що можна викреслити рядок A4. Отримуємо матрицю 3x5.

Ai Bj	B1	B2	B3	B4	B5
A1 A2 A3	4 3 4	7 5 4	2 6 2	3 8 2	4 9 8

Але на цьому ще не все. Стратегія B3 домінує над стратегією B4 і B5, а B1 - над B2. Відкидаючи стратегії B2, B4, B5, отримуємо гру 3x2. Тепер видно, що рядок A3 дублює рядок A1, тому його можна відкинути.

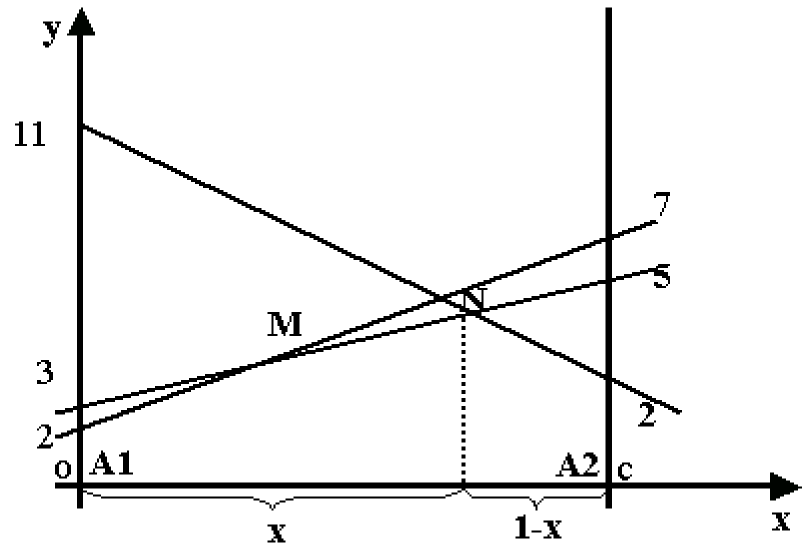
Ai Bj	B1	B2
A1 A2	4 3	7 5

Більше цю гру не можна спростити.

Приклад 2. Розв'язати матричну гру

Ai Bj	B1	B2	B3
A1 A2	4 3	7 5	2 6

Розв'язання. На площині xoy введемо систему координат. На осі x відкладемо відрізок одиничної довжини [A1, A2]. Кожній точці цього відрізку поставимо у відповідність змішану (x, 1-x) стратегію гравця 1. Зокрема, точці A1(0;0) відповідає стратегія A1, точці A2(1;0) - стратегії A2 і так далі.



На перпендикулярі A1 відкладатимемо виграш гравця 1 при стратегії 1, на другому - при стратегії A2.

Таким чином, ординати точок, що належать ламаній oMNc, визначають мінімальний виграш гравця 1 при застосуванні ним будь-якій змішаній стратегії. Ця мінімальна величина є максимальною в точці N; отже, цій точці відповідає оптимальна стратегія X* = (x, 1-x), а її ордината дорівнює ціні гри.

Координати точки N знаходимо як перетин прямих. Відповідні рівняння мають вигляд:

$$\begin{cases} 3x+5(1-x)=v \\ 11x+2(1-x)=v \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3}{11},\ v = \frac{49}{11}$$

отже, x = (3/11,9/11), при ціні гри v = 49/11.

Оптимальні стратегії для гравця 2 можна знайти з системи

$$\begin{cases} 3x+11(1-x)=v \\ 5x+2(1-x)=v \end{cases} \Rightarrow y = \frac{9}{11},\ v = \frac{49}{11}$$

отже, y = (0,9/11,2/11).

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Спростити та розв’язати матричну гру

1.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-4	-7	-2	-3	-4
A2	-3	-5	-6	-8	-9
A3	-4	-4	-2	-2	-8
A4	-3	-6	-1	-2	-4
A5	-3	-5	-6	-8	-9

2.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-3	-6	-1	-2	-3
A2	-2	-4	-5	-7	-8
A3	-3	-3	-1	-1	-7
A4	-2	-5	0	-1	-3
A5	-2	-4	-5	-7	-8

3.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-2	-5	0	-1	-2
A2	-1	-5	-4	-6	-7
A3	-2	-2	0	0	-6
A4	-1	-4	1	0	-2
A5	-1	-3	-4	-6	-7

4.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	-1	-4	1	0	-1
A2	0	-2	-3	-5	-6
A3	-1	-1	1	1	-5
A4	0	-3	2	1	-1
A5	0	-2	-3	-5	-6

5.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	2	5	0	1	2
A2	1	5	4	6	7
A3	2	2	0	0	6
A4	1	4	-1	0	2
A5	1	3	4	6	7

6.

Ai/Bi	B1	B2	B3	B4	B5
A1	1	4	-1	0	1
A2	0	4	3	5	6
A3	1	1	-1	-1	7
A4	0	3	-2	-1	1
A5	0	2	3	5	6

Тема 9. Ігри з природою

Поняття гри з природою. Основні підходи до аналізу ігор з природою та їх комп'ютерні реалізації.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6. ІГРИ З ПРИРОДОЮ.

Мета: сформувати навички знаходження оптимальних рішень в умовах ризику.

План заняття:

1. Розв'язати гру з природою щодо оптимальної стратегії функціонування підприємства (за варіантами).
2. Визначати найкращі стратегії за критерієм Ходжа-Лемана.
3. Застосувати табличний процесор до розв'язання гри з природою.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 9.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Нехай вірогідність прогнозу підприємства про величину виторгу від реалізації й імовірностях станів ринку капусти на основі досвіду реалізації попередніх прогнозів (табл. 1.) складає 0,6.

Таблиця 1.

Значення виторгу від реалізації капусти й імовірностей стану ринку капусти за прогнозом підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,6	0,1
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Для одержання більш перевіреної інформації господарство звертається в консультаційну службу. На основі використання більшої кількості інформації і проведення більш систематичних і різнобічних досліджень консультаційна служба складає прогноз ситуації на ринку капусти для підприємства.

Вірогідність цього прогнозу дорівнює 0,8. Значення виторгу від реалізації капусти, а також імовірності станів ринку за прогнозом консультаційної служби відрізняються від значень за прогнозом підприємства (табл. 2.).

Таблиця 2.

Значення виторгу від реалізації капусти й імовірностей стану ринку капусти за прогнозом консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,6	0,3	0,1
А1	30	26	22
А2	20	40	33
А3	15	40	55

Необхідно визначити:

1. Найбільш вигідну стратегію і величину виграшу за прогнозом підприємства і консультаційної служби.

2. Величину додаткового виграшу підприємства від зміни прийнятого рішення при переході до більш достовірного прогнозу.

3. Величину додаткового виграшу підприємства за рахунок підвищення вірогідності прогнозу.

4. Значення загального ефекту від застосування прогнозу консультаційної служби.

5. Дати економічну інтерпретацію результатів рішення.

Розв'язання.

1. Складемо платіжні матриці для визначення найбільш вигідної стратегії підприємства за прогнозом (мал. 1) і за прогнозом консультаційної служби (мал. 2). Оскільки необхідне виконання умови незаперечності коефіцієнтів платіжної матриці, то як коефіцієнти для обох платіжних матриць будуть використані значення виторгу від реалізації капусти.

	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,6	0,1
А1	30	25	22
А2	24	40	33
А3	18	40	60

Мал. 1. Платіжна матриця задачі за прогнозом підприємства

	S1	S2	S3
P_j	0,6	0,3	0,1
А1	30	26	22
А2	20	40	33
А3	15	40	55

Мал. 2. Платіжна матриця задачі за прогнозом консультаційної служби

2. Визначимо найбільш вигідну стратегію підприємства по його власному прогнозі (u = 0,6). Оскільки при розв'язанні задачі ОПР керується не цілком достовірною інформацією, визначати найбільш вигідні стратегії будемо за критерієм Ходжа-Лемана (мал. 3.).

	S1	S2	S3	min	MO	W_i
P_j	0,3	0,6	0,1			
A1	30	25	22	22	26,2	24,52
A2	24	40	33	24	34,5	30,3
A3	18	40	60	18	35,4	28,44

Рис. 3. Визначення найбільш вигідної стратегії підприємства за прогнозом

де min - мінімальне значення виграшу при виборі і-ої стратегії; МО - значення математичного сподівання виграшу при виборі і-ої стратегії; W_i - значення виграшу за критерієм Ходжа-Лемана. Найбільш вигідною стратегією за прогнозом підприємства є стратегія А2.

3. Визначимо найбільш вигідну стратегію підприємства і значення виграшу за прогнозом консультаційної служби (мал. 4).

	S1	S2	S3	min	MO	W_i
P_j	0,6	0,3	0,1			
A1	30	26	22	22	27,2	25,12
A2	204	40	33	20	25,9	23,54
A3	15	40	55	15	29,5	23,7

Рис. 4. Визначення найбільш вигідної стратегії підприємства за прогнозом

Згідно з прогнозом консультаційної служби найбільш вигідною стратегією підприємства є стратегія А1. Значення виграшу підприємства при виборі даної стратегії складе 25,12 тис. у.о.

4. Визначимо додатковий виграш підприємства за рахунок зміни рішення. Якби підприємство використовувало дані тільки власного прогнозу, то воно вибрало би стратегію А2. При цьому його виграш, відповідно до більш точного прогнозу консультаційної служби, склав би 23,54 тис. у.о. Однак при використанні прогнозу консультаційної служби підприємство одержує більше значення виграшу за рахунок зміни рішення і переходу до стратегії А1 (25,12 тис. у.о.). Таким чином, додатковий виграш за рахунок зміни рішення при вірогідності прогнозу консультаційної служби 0,8 складе: 0,8((25,12-23,54) = 1,264 тис. у.о.

5. Визначимо значення додаткового виграшу за рахунок підвищення вірогідності прогнозу. Вірогідність прогнозу консультаційної служби

дорівнює 0,8, а прогнозу підприємства - 0,6. Тому значення додаткового виграшу за рахунок підвищення вірогідності прогнозу дорівнює: 25,12((0,8-0,6) = 5,024 тис. у.о.

6. Визначимо значення загального ефекту від застосування прогнозу консультаційної служби: Е = 1,264+5,024 = 6,286 тис. у.о.

7. Дамо економічну інтерпретацію результатів рішення задачі.

При використанні прогнозу консультаційної служби підприємство змінює свою стратегію. Якщо на підставі власного прогнозу найбільш вигідним для підприємства є рішення про закладку капусти на збереження і реалізації її в осінні і зимові місяці, то на підставі більш точних даних про можливі стани ринку капусти і цінах реалізації капусти, наданих консультаційною службою, найбільш вигідним для підприємства є рішення про продаж усієї капусти в осінні місяці без закладки її на збереження.

За рахунок зміни рішення господарство одержує додатковий виграш в обсязі 1,264 тис. у.о.

Крім того, підприємство одержує додатковий виграш, обумовлений підвищенням вірогідності прогнозу. При використанні даних прогнозу консультаційної служби цей додатковий виграш складає 5,024 тис. у.о.

Цей виграш показує величину додаткового виторгу від реалізації продукції, одержуваної підприємством при використанні прогнозу консультаційної служби, у порівнянні з використанням того ж прогнозу з вірогідністю на рівні прогнозу господарства.

Фахівці господарства можуть вважати ціну прогнозу економічно обґрунтованою, якщо консультаційна служба продасть прогноз менше, ніж за 6,286 тис. у.о. Це значення буде розраховано вже після придбання прогнозу. Однак, використовуючи даний метод визначення ефекту прогнозу, підприємство зможе обґрунтувати доцільність подальшого придбання прогнозів консультаційної служби по пропонованим нею цінам.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Ввизначити:

1. найбільш вигідну стратегію і величину виграшу за прогнозом підприємства і консультаційної служби;
2. величину додаткового виграшу підприємства від зміни прийнятого рішення при переході до більш достовірного прогнозу;
3. величину додаткового виграшу підприємства за рахунок підвищення вірогідності прогнозу;
4. значення загального ефекту від застосування прогнозу консультаційної служби;
5. дати економічну інтерпретацію результатів рішення;

за такими таблицями значень виторгу від реалізації капусти й імовірностей стану ринку капусти за прогнозом підприємства та консультаційної служби.

1.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,2	0,6	0,2
A1	30	25	21
A2	24	40	32
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,5	0,3	0,2
A1	30	26	22
A2	20	40	34
A3	15	40	58

2.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,4	0,3	0,3
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,4	0,3
A1	30	26	23
A2	20	40	33
A3	15	40	54

3.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,6	0,2	0,2
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,2	0,5
A1	28	26	22
A2	20	40	33
A3	14	40	55

4.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,7	0,1	0,2
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,5	0,4	0,1
A1	30	25	20
A2	20	41	32
A3	16	40	55

5.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,4	0,3
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,5	0,2	0,3
A1	31	24	22
A2	21	42	33
A3	15	40	55

6.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,2	0,7	0,1
A1	30	25	23
A2	24	40	32
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,5	0,2
A1	31	26	23
A2	21	40	33
A3	17	40	55

7.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,1	0,6	0,3
A1	28	25	22
A2	23	41	35
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,2	0,3	0,5
A1	33	26	22
A2	21	42	30
A3	15	40	56

8.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,6	0,2	0,2
A1	30	25	22
A2	24	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,4	0,2	0,4
A1	25	26	22
A2	22	40	33
A3	13	40	59

9.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,6	0,1
A1	32	25	22
A2	21	40	33
A3	16	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,4	0,5	0,1
A1	30	27	23
A2	20	42	31
A3	15	40	59

10.

Прогноз підприємства

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,2	0,5	0,3
A1	41	25	22
A2	21	40	33
A3	18	40	60

Прогноз консультаційної служби

Стратегії господар-ства	Виторг від реалізації капусти, тис. у.о.		
	S1	S2	S3
P_j	0,3	0,4	0,3
A1	24	26	22
A2	25	41	34
A3	16	42	57

Тема 10. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень

Стохастичні задачі. Основні підходи до аналізу стохастичного процесу. Комп'ютерна реалізація методу імовірнісного динамічного програмування.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №7. ІМОВІРНІСНЕ ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ В ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.

Мета: сформувати навички складання та розв'язання рівнянь імовірнісного динамічного програмування (рівнянь Беллмана).

План заняття:

1. Дослідити стохастичний процес за табличними даними.
2. Застосувати метод імовірнісного динамічного програмування до задачі інвестування.
3. Використати табличний процесор EXCEL до розв'язання стохастичних задач за допомогою імовірнісного динамічного програмування.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 10.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання інвестування. Підприємець планує інвестувати 10 тис. дол. через фондову біржу протягом наступних 4 років. Інвестиційний план полягає в покупці акцій на початку року і продажі їх в кінці цього ж року. Накопичені гроші потім можуть бути знову інвестовані (все або їх частина) на початку наступного року. Ступінь ризику інвестиції полягає в тому, що прибуток має імовірнісний характер. Вивчення ринку свідчить про те, що існує 40% вірогідність того, що він подвоює гроші, 20% - залишиться при своїх грошах і 40% - втратить весь об'єм інвестиції. Як слід інвестувати для найбільшого накопичення за 4 роки?

Розв'язання. Позначимо через x_i суму коштів, доступних для інвестування на початку i-го року (x_1 = 10000$), через y_i - суму реальної інвестиції на початку i-го року ($y_i \le x_i$).

Елементи моделі імовірнісного динамічного програмування можна описати таким чином:

1. Етап i представляє i-й рік інвестування.
2. Альтернативами на етапі i є величини y_i.
3. Стан системи на етапі i описується величиною x_i.

Нехай $f_i(x_i)$ - максимальна очікувана сума надходження коштів за роки від i до n за умови, що на початку i-го року є сума x_i. Для k-ої умови ринку маємо наступне співвідношення:

$$x_{i+1} = (1 + r_k)y_i + (x_i - y_i) = r_k y_i + x_i,\ k = 1,2,...,m.$$

Оскільки вірогідність k-ої умови ринку дорівнює p_k, рекурентне рівняння імовірнісного динамічного програмування має наступний вигляд:

$$f_i(x_i) = \max_{0 \le y_i \le x_i} \left\{ \sum_{k=1}^{m} p_k f_{i+1}(r_k y_i + x_i) \right\},\ i = 1,2,...,n. \qquad (1)$$

Розв'язання рівняння (1) при вказаних умовах задачі наведено в [3, с. 599]. Оптимальну інвестиційну політику можна сформулювати таким чином. Оскільки $y_i^* = x_i$ для $i = 1,2,3,4$, то оптимальним рішенням є інвестування всіх коштів на початку кожного року. Накопичені кошти до кінця чотирьох років складуть $2{,}0736 x_1 = 2{,}0736 \times 10000 = 20736$ дол.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Розв'язати задачу інвестування при наступних даних.

1. $S = 20000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.5$.
2. $S = 30000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.3$.
3. $S = 40000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.1$, $p_3 = 0.5$.
4. $S = 50000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.5$.
5. $S = 60000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.2$.
6. $S = 70000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.4$.
7. $S = 80000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.2$
8. $S = 90000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.4$, $p_3 = 0.3$.
9. $S = 100000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.4$, $p_3 = 0.5$.
10. $S = 110000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.2$.
11. $S = 120000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.7$, $p_2 = 0.1$, $p_3 = 0.2$.
12. $S = 130000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.3$.
13. $S = 140000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.6$, $p_3 = 0.3$.
14. $S = 150000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.6$, $p_3 = 0.2$.
15. $S = 160000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.6$, $p_3 = 0.1$.
16. $S = 170000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.8$, $p_2 = 0.1$, $p_3 = 0.1$.
17. $S = 180000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.4$, $p_3 = 0.2$.
18. $S = 190000\$$, $n = 4$, $p_1 = 0.3$, $p_2 = 0.5$, $p_3 = 0.2$.
19. $S = 200000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.1$, $p_3 = 0.3$.
20. $S = 10000\$$, $n = 5$, $p_1 = 0.7$, $p_2 = 0.1$, $p_3 = 0.2$.

Тема 11. Методи прогнозування

Задача прогнозування. Основні підходи до прогнозування розвитку систем і процесів. Комп'ютерна реалізація методів прогнозування.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №8. МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ.

Мета: сформувати навички застосування методів прогнозування та кореляційно-регресивних методів до опису розвитку процесів.

План заняття:

1. Спрогнозувати розвиток процесу за табличними даними за допомогою табличного процесору *Excel*.

2. Побудуємо кореляційно-регресійну модель в пакеті Mathcad.

Теоретичні відомості, що необхідні для виконання даної роботи, містяться в конспекті лекцій за темою 11.

У програмному забезпеченні *Mathcad* та *Excel* передбачені широкі можливості для побудови емпіричних функцій апроксимації та розрахунку на їх основі прогнозних значень рядів динаміки.

У *Excel* для побудови емпіричних функцій передбачені дві можливості.

1. Використання вмонтованих ліній тренду *(trendlines)* і вставка їх в діаграму, побудовану на основі таблиці даних для досліджуваного ряду динаміки.

2. Використання вмонтованих статистичних функцій робочого листа *Excel*, що дають змогу розраховувати параметри рівняння безпосередньо на основі таблиці вхідних даних.

Найпростішим шляхом є використання вмонтованих ліній тренду. Для того, щоб побудувати лінію тренду за заданим рядом динаміки, необхідно:

- ввести в поля таблиці *Excel* необхідні дані ряду динаміки за роками, причому роки слід позначити умовними числами від одиниці і дальше;
- побудувати за рядом динаміки діаграму, активізувавши майстер діаграм і клацнувши мишкою у закладці *Стандарные* по необхідному типу графіка чи діаграми (наприклад, можна вибрати графік з маркерами, що відмічає точками дані);
- навести стрілку точно на побудовану лінію графіка/діаграми і клацнути правою кнопкою мишки; при цьому на екрані появиться діалогове вікно, в якому необхідно вибрати команду *Добавить линию тренда;*
- у діалоговому вікні *Линия тренда* з розкритою вкладкою *Тип* необхідно вибрати такий тип кривої, який найточніше відображає представлений ряд динаміки; вибір типу кривої здійснюється клацанням лівої кнопки миші по відповідному зображенню на вкладці графіка; у випадку поліноміальної залежності необхідно вибрати відповідний степінь полінома.

За допомогою цієї ж вкладки можна побудувати графічний прогноз на наступні періоди часу. Для цього підводимо стрілку точно на побудовану лінію тренду і клацаємо правою кнопкою миші. При цьому на екрані появляється напис *Формат линии тренда*. Вибираючи *Формат линии тренда→Параметры*, встановлюємо у відповідному полі з написом *"Прогноз на ..."* необхідні майбутні періоди для прогнозування.

Рекомендується встановлювати один майбутній період (наступний рік чи квартал), оскільки треба зазначити, що прогнозування за методом вирівнювання дає прийнятні за точністю результати тільки на невеликий проміжок часу наперед при умові стабільності всіх інших параметрів та показників господарської діяльності.

Щоб розрахувати значення прогнозу необхідно вивести емпіричне рівняння. Для цього в закладці *Параметры* з *Формат линии тренда* необхідно встановити позначки в квадратиках, що відповідають написам *"показывать уравнение на диаграмме"*, та *"поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации"*. Остання величина є коефіцієнтом детермінації, який, як уже було сказано вище, служить для вибору кращої функції з усіх доступних у пакеті *Excel.*

Досить часто на практиці ряд динаміки представлено даними, які на перший погляд можуть бути описані декількома емпіричними функціями одразу, тобто важко підібрати "на око" найкращий вид залежності. У такому випадку виконують побудову декількох функцій апроксимації для одного і того ж ряду динаміки, а найбільш адекватне рівняння вибирають за найбільшим значенням коефіцієнта детермінації.

Рівняння та коефіцієнт детермінації виводиться в цілісній області, яку можна рухати мишкою для зручного розташування і зображення на діаграмі. Мишкою можна переміщати на листі *Excel* і саму діаграму з графіками.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Приклад 1. Необхідно наблизити динаміку коефіцієнта фондовіддачі (табл 1) однією із функцій.

Таблиця 1. Динаміка коефіцієнта фондовіддачі по підприємству

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	1998	0.70
2	1999	1.08
3	2000	1.39
4	2001	1.49
5	2002	1.40

Розв'язання. Оскільки на перший погляд важко відразу й однозначно підібрати вид функції для апроксимації представленого ряду динаміки, то побудуємо в Excel три види залежностей – лінійну, логарифмічну та поліноміальну. Спочатку представимо на робочому листі Excel вхідні дані з табл. 1

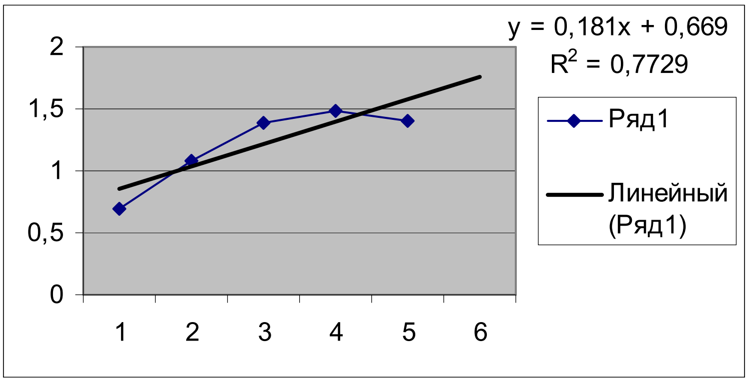
Періоди	Роки	Кфв
1	1998	0.7
2	1999	1.08
3	2000	1.39
4	2001	1.49
5	2002	1.4

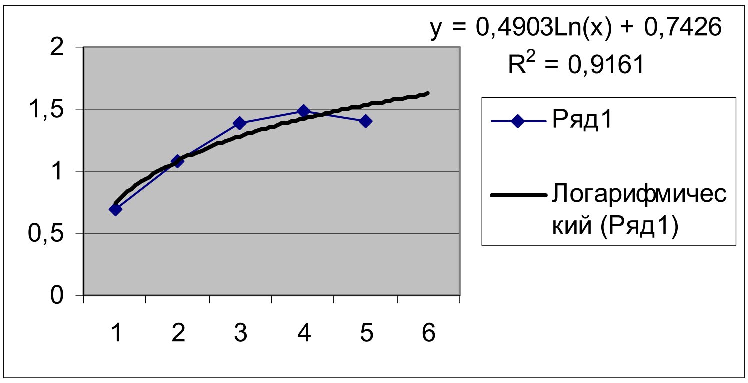
Для побудови графіка зміни коефіцієнта фондовіддачі Кфв у поле *Диапазон данных Мастера диаграмм* необхідно ввести адреси клітинок, у яких розміщені значення коефіцієнта фондовіддачі.

Це робиться автоматично при виділенні стовпця діапазону значень Кфв з таблиці за допомогою натискання та утримання у такому положенні лівої кнопки мишки. Звичайно, що перед цим необхідно відкрити

Мастер диаграмм→Стандартные→График→(Далее>)→Диапазон данных.

Результати вирівнювання представлені на графіках рис. 1.





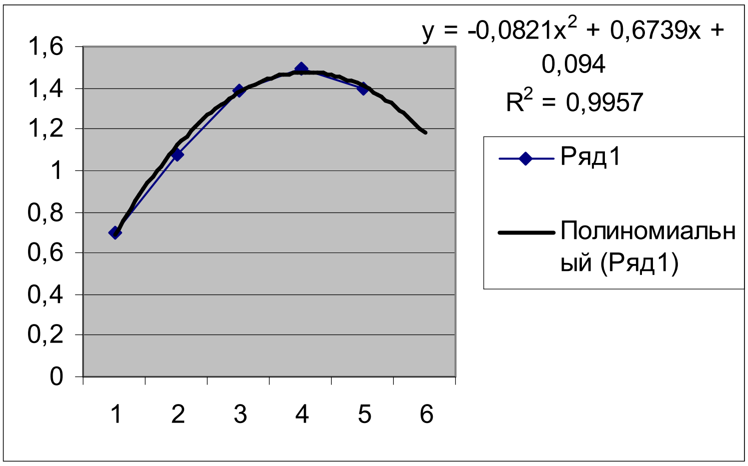


Рис. 1. Результати апроксимації динаміки коефіцієнта фондовіддачі трьома видами ліній регресії.

<u>Висновки:</u>

1. Даний ряд динаміки найкраще описує поліноміальна залежність, оскільки коефіцієнт детермінації R^2=0,9957 приймає для цієї залежності максимальне значення.

2. За виведеним рівнянням поліноміальної залежності

$$y = -0.0821x^2 + 0.6739x + 0.094$$

можна розрахувати прогнозне значення коефіцієнта фондовіддачі на наступний 2003-ій рік, яке становитиме:

$$-0.0821 \cdot 6^2 + 0.6739 \cdot 6 + 0.094 = 1.18.$$

Приклад 2. Нехай зміна деякого техніко-економічного показника y під впливом зміни факторів x_1 та x_2 відображена у масивах даних (табл. 2). Побудуємо кореляційно-регресійну модель в пакеті Mathcad.

Таблиця 2. Вхідні дані

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	20	2	67.5
2	20	2	65.5
3	22	3	64.5
4	21	2	65.0
5	23	3	60.0
6	24	4	60.0
7	23	3	59.0
8	24	4	61.5
9	24	5	64.0
10	25	5	60.0

Розв’язання.

КОРЕЛЯЦІИНО-РЕГРЕСІИНИИ АНАЛІЗ

1 Формуємо матрицю вхідних даних та виконуємо її математичну обробку:

$$data := \begin{pmatrix} 20 & 2 & 67.5 \\ 20 & 2 & 65.5 \\ 22 & 3 & 64.5 \\ 21 & 2 & 65.0 \\ 23 & 3 & 60.0 \\ 24 & 4 & 60.0 \\ 23 & 3 & 59.0 \\ 24 & 4 & 61.5 \\ 24 & 5 & 64.0 \\ 25 & 5 & 60.0 \end{pmatrix}$$

$n := rows(data)$

n - кількість рядків (обсяг спостережень)
N - кількість стовпців (показник + фактори)

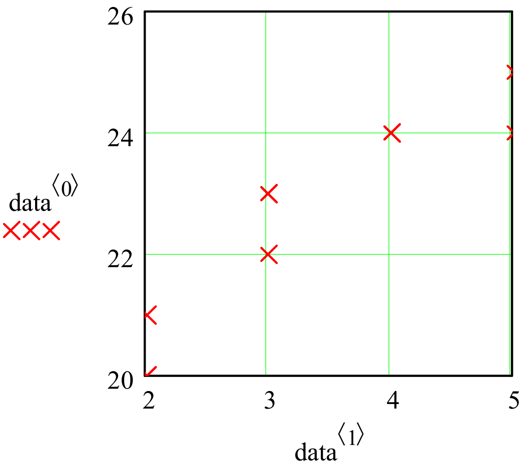
$N := cols(data)$

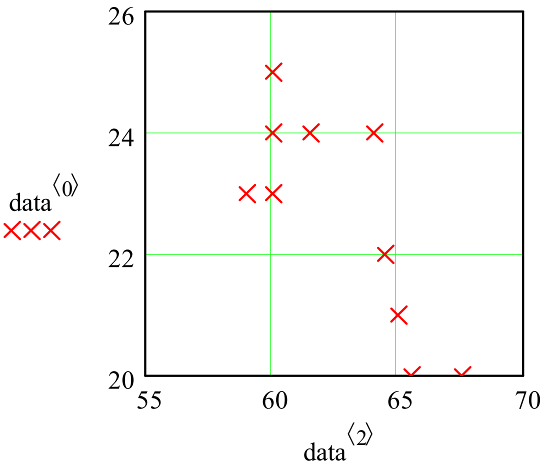
$Y := data^{\langle 0 \rangle}$

$X := submatrix(data, 0, n-1, 1, N-1)$

Y - *значення показника у нульовому (першому) стовпці матриці* data
X - *підматриця матриці* data, *що утворена значеннями факторів х1 та х2*

2 Виконуємо попередній(графічний) аналіз вхідних даних





Між Y та X можна допустити лінійні залежності з певними відхиленнями значень

3 Матриця коефіцієнтів парної кореляції та матриця коефіцієнтів надійності

$$r := \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right) & \mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right) \\ \mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right) & 1 & \mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right) \\ \mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right) & \mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right) & 1 \end{pmatrix}$$

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 0.928 & -0.79 \\ 0.928 & 1 & -0.54 \\ -0.79 & -0.54 & 1 \end{pmatrix}$$

- між факторами х1 та х2 існує суттєвий кореляційний зв"язок, проте, значення коефіцієнтів кореляції цих факторів з показником у є більшими

$$\Theta := \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right)\right)^2} & \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right)^2} \\ \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 0 \rangle}\right)\right)^2} & 1 & \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right)^2} \\ \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(Y, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right)^2} & \dfrac{\sqrt{N}\cdot\left|\mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right|}{1-\left(\mathrm{corr}\left(X^{\langle 0 \rangle}, X^{\langle 1 \rangle}\right)\right)^2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} 1 & 11.553 & 3.638 \\ 11.553 & 1 & 1.32 \\ 3.638 & 1.32 & 1 \end{pmatrix}$$

- коефіцієнти надійності для розрахованого зв"язку між показником та факторами більші за мінімальне значення, а для коефіцієнта кореляції між факторами х1 та х2 надійність недостатня (1.32 < 2.58). Приймаємо рішення про включення всіх факторів у рівняння регресії.

4 Розрахунок коефіцієнтів рівняння регресії

$$z := \mathrm{regress}\,(X, Y, 1)$$

$$z = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1.084 \\ -0.246 \\ 34.438 \end{pmatrix}$$

- коефіцієнти приймають значення :
a1=1.084; a2= -0.246; a0=34.438.
Задамо їх окремо у вигляді нового вектора-стовпця:

$$a := \mathrm{submatrix}(z, 3, \mathrm{length}\,(z) - 1, 0, 0) \qquad a = \begin{pmatrix} 1.084 \\ -0.246 \\ 34.438 \end{pmatrix}$$

Враховуючи, що нумерація всіх масивів розпочиналася з нуля, рівняння регресії запишемо у такому вигляді :

$$y := a_0 \cdot X^{\langle 0 \rangle} + a_1 \cdot X^{\langle 1 \rangle} + a_2$$

5 Перевірка отриманого розв"язку

5.1 Коефіцієнт множинної кореляції та коефіцієнт детермінації (інформативність)

$i := 0..n-1 \qquad N := 2$

$$v := \left[\sum_i (Y_i)^2 - \frac{\left(\sum_i Y_i\right)^2}{n}\right] - \sum_{j=0}^{N-1} a_j \cdot \left[\sum_i \left(X^{\langle j\rangle}\right)_i \cdot Y_i - \frac{\sum_i \left(X^{\langle j\rangle}\right)_i \cdot \sum_i Y_i}{n}\right]$$

$v = 0.606$

$$R := \sqrt{1 - \frac{|v|}{\sum_i (Y_i)^2 - \frac{\left(\sum_i Y_i\right)^2}{n}}} \qquad R = 0.989$$

$$D := R^2 \qquad D = 0.979$$

5.2 Перевірка істотності отриманого коефіцієнта за Фішером

$$F := \frac{R^2 \cdot (n-N)}{\left(1-R^2\right) \cdot (N-1)} \qquad F = 367.09$$

Поскільки табличне значення критерія Фішера на рівні значимості 0.05 та числі ступенів вільності N-1 = 9 та n-N = 8 рівне 3.39 , а отже 367.09 >> 3.39 , то розрахований коефіцієнт R відзначається істотністю.

5.3 Перевірка адекватності рівняння шляхом :

а) розрахунку коефіцієнта Фішера

$$F := \frac{\sum_i \left(Y_i - \mathrm{mean}(Y)\right)^2 \cdot (n-N)}{\sum_i \left(Y_i - y_i\right)^2} \qquad F = 375.09$$

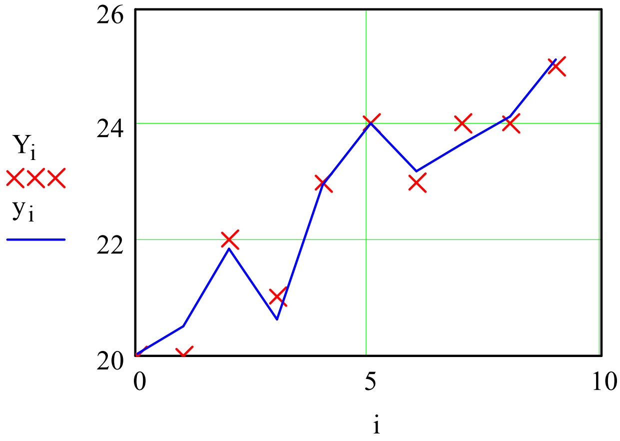
Поскільки 375.09 >> 3.39, то рівняння адекватно відображає реальний процес б) порівняння розрахованих значень показника y із фактичними

$y =$

	0
0	20.01
1	20.502
2	21.832
3	20.625
4	22.939
5	24.023
6	23.184
7	23.654
8	24.123
9	25.107

$Y =$

	0
0	20
1	20
2	22
3	21
4	23
5	24
6	23
7	24
8	24
9	25



Точність розрахованих значень цілком прийнятна для подальшого аналізу.

5.4 Перевірка стійкості розв"язку системи рівнянь

$$X := \text{augment}\left(X^{\langle 0\rangle} - \text{mean}\left(X^{\langle 0\rangle}\right), X^{\langle 1\rangle} - \text{mean}\left(X^{\langle 1\rangle}\right)\right)$$

- перераховуємо дані масиву X , як відхилення значень факторів від їх середніх величин

$$M := X^T \cdot X$$

$$M = \begin{pmatrix} 12.1 & -16.6 \\ -16.6 & 78.1 \end{pmatrix}$$

$$|M| = 669.45$$

$\text{cond1}(M) = 13.396$ $\quad$ $\text{cond2}(M) = 10.054$ $\quad$ $\text{conde}(M) = 10.153$ $\quad$ $\text{condi}(M) = 13.396$

Визначник матриці M значно більший за нуль; числа обумовленості порядку 10^1 *, отже розв"язок системи рівнянь є стійким.*

Довірчі межі для розв"язку системи рівнянь :

$S := \dfrac{|v|}{n - N}$ $\quad$ $S = 0.076$ $\quad$ $M0 := \text{submatrix}(M, 0, 0, 0, 0)$ $\quad$ $M1 := \text{submatrix}(M, 1, 1, 1, 1)$

$s_0 := \sqrt{S \cdot \dfrac{(-1)^4 \cdot |M0|}{|M|}}$ $\quad$ $s_1 := \sqrt{S \cdot \dfrac{(-1)^4 \cdot |M1|}{|M|}}$ $\quad$ $t := 2.306$

$\left|a_0\right| - s_0 \cdot t = 0.999$ $\quad$ $\left|a_0\right| = 1.084$ $\quad$ $\left|a_0\right| + s_0 \cdot t = 1.169$

$\left|a_1\right| - s_1 \cdot t = 0.029$ $\quad$ $\left|a_1\right| = 0.246$ $\quad$ $\left|a_1\right| + s_1 \cdot t = 0.463$

6 Розрахунок зміни значення досліджуваного показника

6.1 Спрогнозуємо значення x1 та x2 на плановий період за поліноміальною регресією (перенабір масивів x1 та x2 необхідний у зв"язку із перепривсвоєнням даних у п.5.4.)

$$i := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad x1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad x2 := \begin{pmatrix} 67.5 \\ 65.5 \\ 64.5 \\ 65.0 \\ 60.0 \\ 60.0 \\ 59.0 \\ 61.5 \\ 64.0 \\ 60.0 \end{pmatrix}$$

$$a := \mathrm{regress}(i, x1, 2)$$

$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 1.9 \\ 0.095 \\ 0.023 \end{pmatrix} \qquad x1(i) := a_3 + a_4 \cdot i + a_5 \cdot i^2$$

$$x1(11) = 5.7$$

$$a := \mathrm{regress}(i, x2, 2)$$

$$a = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 70.233 \\ -2.589 \\ 0.174 \end{pmatrix} \qquad x2(i) := a_3 + a_4 \cdot i + a_5 \cdot i^2$$

$$x2(11) = 62.833$$

6.2 За кореляційно-регресійною залежністю розрахуємо значення показника *y* на плановий період та його відносну зміну порівняно з минулим періодом

$$1.084 x1(11) - 0.246 x2(11) + 34.438 = 25.16$$

Відносний ріст функції за рахунок зміни двох факторів : $\frac{25.16}{25.107} = 1.002 \quad (0.2\%)$

При застосуванні багатофакторних моделей в економічному аналізі важливо знати планові/прогнозні значення факторів під впливом заходів техніко-технологічного чи організаційно-економічного характеру.

Тоді, використовуючи вищенаведену методику розрахунку, можна знайти ріст/спад показника під впливом кожного зокрема взятих факторів x_j . Такий розрахунок виконують у наступному порядку.

У формулу моделі спочатку підставляють значення x_1, отримане на плановий період під впливом заходу/заходів, призначених для впровадження, при цьому всі інші значення факторів x_j (за виключенням x_1) беруться на рівні прогнозних. Так отримують значення (значення росту/спаду) функції під впливом зміни фактора x_1.

Аналогічно отримують значення функції під впливом інших, окремо взятих факторів x_2, x_3 і т.д., а також під впливом комбінації цих факторів або ж усіх факторів, що увійшли в рівняння регресії відразу.

Рішення приймається дослідником на основі доцільності визначення зміни показника під впливом тих чи інших заходів або ж групи заходів.

Використовуючи цю методику, слід мати на увазі, що розраховані таким чином значення росту/спаду функції будуть відрізнятися від фактичної зміни показника в реальних умовах, оскільки в рівняння регресії увійшли не всі фактори, які визначають вплив на функцію y. Дана методика може бути використана для відносної оцінки впливу факторів.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

А). Наблизити динаміку коефіцієнта фондовіддачі однією із функцій за табличними даними.

1.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.81
2	2006	1.09
3	2007	1.47
4	2008	1.54
5	2009	1.43

2.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.71
2	2006	1.06
3	2007	1.38
4	2008	1.46
5	2009	1.42

3.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.72
2	2006	1.10
3	2007	1.40
4	2008	1.50
5	2009	1.41

4.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.73
2	2006	1.11
3	2007	1.41
4	2008	1.51
5	2009	1.43

5.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.74
2	2006	1.13
3	2007	1.42
4	2008	1.52
5	2009	1.45

6.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.82
2	2006	1.31
3	2007	1.51
4	2008	1.69
5	2009	1.46

7.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.81
2	2006	1.23
3	2007	1.32
4	2008	1.51
5	2009	1.46

8.

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.62
2	2006	0.93
3	2007	1.29
4	2008	1.39
5	2009	1.31

Б). Побудуємо кореляційно-регресійну модель за табличними даними

1.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	21	1	66.5
2	21	1	64.5
3	23	2	63.5
4	22	2	64.0
5	24	3	60.0
6	25	4	60.0
7	24	2	58.0
8	25	3	60.5
9	25	4	63.0
10	26	5	61.0

2.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	22	2	67.6
2	22	2	65.6
3	24	3	64.6
4	25	2	65.1
5	26	3	60.1
6	25	4	60.1
7	24	3	59.1
8	26	4	61.6
9	26	5	64.1
10	27	5	60.1

3.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	23	2	66.5
2	23	2	64.5
3	25	3	63.5
4	24	2	64.0
5	26	3	60.0
6	27	4	60.0
7	26	3	60.0
8	27	4	59.0
9	27	5	61.5
10	28	5	64.0

4.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	10	3	62.5
2	10	3	61.5
3	12	4	60.5
4	11	3	61.0
5	13	4	62.0
6	14	5	60.0
7	13	4	57.0
8	14	5	60.5
9	14	6	62.0
10	15	6	60.0

5.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	11	2	67.5
2	11	2	65.5
3	13	3	64.5
4	12	2	65.0
5	14	3	60.0
6	15	4	60.0
7	14	3	57.0
8	15	4	60.5
9	15	5	62.0
10	16	5	60.0

6.

Період i	Показник y_i	Фактор $x_{1,i}$	Фактор $x_{2,i}$
1	12	1	64.5
2	12	1	62.5
3	13	3	64.5
4	14	1	65.0
5	15	1	60.0
6	16	3	60.0
7	16	4	56.0
8	17	5	60.5
9	17	6	64.0
10	18	6	60.0

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до організації самостійної та індивідуальної роботи студентів з дисципліни

"ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ"

ВСТУП

Курс "Теорія прийняття рішень" – обов'язковий компонент загальної та професійної освіти. Значення курсу у загальноосвітній підготовці визначається насамперед тим, що сучасна управлінська практика характеризується активізацією впровадження та застосування нових технологій та філософій менеджменту, які включають реконструкцію бізнес-процесів, тотальне управління якістю, зумовлюють підвищення відповідальності і мотивують працівників самостійно приймати рішення.

Дисципліна "Теорія прийняття рішень" призначена для підготовки майбутніх бакалаврів спеціальності «Інтелектуальні системи прийняття рішень» до розробки та впровадження критеріїв оптимізації і опануванні сучасного математичного і прикладного забезпечення прийняття рішень на базі яких провадиться подальше вивчення спеціальних дисциплін, пов'язаних з фаховою діяльністю.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен одержати фундаментальні теоретичні знання у галузі прийняття рішень і закріпити їх на практичних заняттях.

Програма курсу "Теорія прийняття рішень" охоплює достатній обсяг матеріалу, який дозволяє підготувати бакалаврів належного рівня. Вона складена згідно з вимогами "Положення про програму дисципліни" і є нормативним документом, який визначає мету і завдання курсу, місце курсу серед дисциплін професійної підготовки.

Типова програма відповідає діючим підручникам, що використовуються у навчальному процесі.

Вивчення навчальної дисципліни "Теорія прийняття рішень" спирається на такі дисципліни: «Основи дискретної математики», «Вища математика», «Основи програмування та алгоритмічні мови», «Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика», «Системний аналіз та проектування систем обробки інформації».

Метою дисципліни "Теорія прийняття рішень" є засвоєння теоретичних основ і формування у студентів практичних навичок щодо застосування математичного апарату до прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності, використання основних методів аналізу ієрархій та критеріїв оптимальності.

Досягнення цієї загальної мети у практиці викладення курсу можна здійснювати різними шляхами:

- конкретизацією теорій, явищ і процесів під час вивчення курсу та закріпленні знань, використовуючи навчальний матеріал предметів профциклу;
- показом практичного використання в даній професійній діяльності знань, отриманих під час вивчення курсу;
- складанням задач з професійно спрямованим змістом, виконанням при їх рішенні розрахунків, пов'язаних з майбутньою професійною діяльністю студентів;

- проведенням практичних робіт із курсу, інтегрованих з деякими практичними роботами профциклу;
- використанням діафільмів, кіно- і відеофільмів із загальноосвітніх дисциплін профциклу з ілюстрацією в них наступності та взаємозв'язку основ системного аналізу і професійних знань.

Завдання курсу полягає у вивченні теоретичних відомостей та набуття студентами практичних навичок формування критеріїв оптимізації і опануванні сучасного математичного і прикладного забезпечення прийняття рішень.

Критерії оцінки успішності повинні відповідати навчальній програмі й найбільш важливим вимогам до знань студентів:

1. Знання фактів, явищ. Вірне, науково достовірне їх пояснення.
2. Оволодіння науковими термінами, поняттями, законами, методами, правилами; вміння користуватися ними при пояснені нових фактів, розв‘язуванні різних питань і виконанні практичних завдань.
3. Максимальна ясність, точність думки, вміння відстоювати свої погляди, захищати їх.

Методи і форми викладання дисципліни

Вивчення дисципліни передбачає лекційні та практичні заняття. Значна частина матеріалу дисципліни відведена під індивідуальні заняття студентів під керівництвом та СРС. СРС використовується студентами для проробки лекційного матеріалу, навчально-методичної літератури, при підготовці до практичних занять.

Навчальна дисципліна "Теорія прийняття рішень" розглядається як елемент загальної освіти і відіграє роль апарату вивчення та засвоєння закономірностей навколишнього світу та фундаменту професійних знань у галузі інтелектуальних систем. Навчання слід спрямувати на формування уміння використовувати наукові знання для розв'язання практичних завдань у професійній діяльності, на прийняття обґрунтованих рішень у конкретних виробничих ситуаціях, на застосування методів і теорій у поясненні суті інформаційних і технологічних процесів.

Форми і засоби проміжного та підсумкового контролю: експрес-контроль рівня готовності студента до проведення та практичних робіт; перевірка виконання позааудиторних завдань; оцінка роботи студента під час заняття (виступи, доповнення, участь у дискусії); виконання домашніх завдань; контрольні роботи в кінці залікового кредиту. Оцінка індивідуальних результатів здобуття знань студентами проводиться у формі заліку за кредитно-модульною методологією навчання, критерії якої визначаються у навчальній робочій програми за стобальною системою, яка трансформується у стандартні залікові диференційовані оцінки відповідно до вимог Міністерства освіти та науки України.

Форма підсумкового контролю – ПМК.

Загальний обсяг навчальної дисципліни - 108 годин, з них лекції: 16 година, практичні: 16 годин, самостійна робота: 59 годин, індивідуальні заняття: 17 годин.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ

ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Експертні методи прийняття рішень застосовуються у випадках, коли для прийняття управлінських рішень неможливо використовувати кількісні методи. Найчастіше на практиці застосовують такі експертні методи:

1) метод простого ранжування;
2) метод вагових коефіцієнтів.

Метод простого ранжування (надання переваги) полягає у тому, що кожний експерт позначає ознаки у порядку надання переваги. Цифрою 1 позначається найбільш важлива ознака, цифрою 2 - наступна за ступенем важливості і т.д. Оцінки ознак ($\boldsymbol{a_{ij}}$) кожного експерта, зводяться в таблицю такого виду:

Ознаки	*Експерти*			
	1	*2*	…	*m*
x_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1m}
x_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2m}
…	…	…	…	…
x_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nm}

Далі визначається середній ранг, тобто середнє статистичне значення S_i за i-тою ознакою за формулою:

$$\boldsymbol{S_i = (\sum_{j=1}^{m} a_{ij}) / m},$$

де a_{ij} – порядок надання переваги i-тій ознаці j-им експертом; j - номер експерта; i - номер ознаки; m - кількість експертів.

Чим *меншим* є значення $\boldsymbol{S_i}$, тим вагомішою є ця ознака.

Метод вагових коефіцієнтів (оцінювання) полягає у наданні всім ознакам вагових коефіцієнтів. Воно може здійснюватися двома способами:

1) усім ознакам призначають вагові коефіцієнти так, щоб сума всіх коефіцієнтів дорівнювала 1 або 10, або100;

2) найважливішій з усіх ознак призначають ваговий коефіцієнт, який дорівнює певному фіксованому числу, а решті ознак – коефіцієнти, які дорівнюють часткам цього числа.

Узагальнену думку експертів S_i за i-ою ознакою розраховують за формулою:

$$S_i = (\sum_{j=1}^{m} a_{ij}) / m ,$$

де a_{ij} - ваговий коефіцієнт, який призначив j-ий експерт i-ій ознаці; j - номер експерта; i - номер ознаки; m - кількість експертів, які оцінюють i-ту ознаку.

Чим *більшою* є величина S_i, тим більш вагомою є ця ознака.

Приклад 1. Нехай інвестиційна компанія має три альтернативні стратегії щодо вкладання коштів: x_1 – будівництво житла, x_2 - вкладання коштів у безризикові цінні папери та дорогоцінні метали, x_3 – інвестиції у промисловість. Будемо розглядати троможливі стани природи (в нашому випадку це стан економічної кон'юнктури): $П_1$ – стан економічної кон'юнктури погіршиться, $П_2$ – стан економічної кон'юнктури не зазнає суттєвих змін, $П_3$ – стан економічної кон’юнктури поліпшиться. Матриця виграшів та значення критеріїв наведена в таблиці

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
x_1	40	60	80
x_2	45	50	55
x_3	20	50	100

Розрахувати ефективність вкладання коштів за критеріями середнього виграшу (за умови ймовірності 0,2 для стану $П_1$, 0,4 - $П_2$, 0,4 - $П_3$), Лапласа, Вальда, Гурвіця (для $\alpha = 0{,}5$), Севіджа.

Розв’язання. Критерій середнього виграшу. Якщо ймовірності стосовно стану природи відомі, то можна скористатися критерієм середнього виграшу, або байєсівською стратегією. Згідно з цим критерієм, що базується на оптимізації в середньому, ОПР в якості оптимальної стратегії обирає ту, що максимізує середній виграш, тобто:

$$a_{сер} = \max_i \left[\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j \right].$$

Критерій Лапласа. Якщо ми не володіємо апріорною інформацією щодо можливих станів природи, то ми можемо вважати їх рівноймовірними. Тоді обираємо стратегію, що забезпечить нам виграш:

$$a_{сер} = \max_i \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \right].$$

Критерій Вальда. Згідно з цим критерієм ОПР обирає стратегію $\bar{x}$, при якій мінімальний виграш буде максимальним. Ця стратегія гарантує певний виграш при в найгірших умовах:

$$W = \max_i \min_j a_{ij} .$$

Критерій Севіджа. Згідно з цим критерієм обирають стратегію, що мінімізує втрати в найгірших умовах:

$$S = \min_i \max_j r_{ij} ,$$

де r_{ij} - ризик при застосуванні стратегії x_i в умовах $П_j$.

Критерій Гурвіца. Цей критерій пропонує при виборі рішення в умовах невизначеності не розраховувати на найгірший чи найкращий варіант, а рекомендує розраховувати деяку проміжну ситуацію, зважуючи найгірші та найкращі умови. Згідно з цим критерієм одержимо виграш:

$$H = \max_i \left[\alpha \min_j a_{ij} + (1-\alpha) \max_j a_{ij} \right],$$

де α - деякий коефіцієнт ($0 \le \alpha \le 1$), який можна інтерпретувати як міру схильності до ризику ОПР.

Результати обчислень подано у таблиці:

	$П_1$	**$П_2$**	**$П_3$**	**Серед. виграшу**	**Лапласа**	**Вальда**	**Севіджа**	**Гурвіца**
x_1	40	60	80	36	**59,4**	40	40	120
x_2	45	50	55	60	49,5	**45**	**10**	82,5
x_3	20	50	100	**68**	56,4	20	80	**150**

Приклад 2. В сучасних умовах виникає необхідність розробки технологій (режимів зрошення), що забезпечують високу економічну ефективність зрошення та задовольняють екологічні вимоги. Такі технології детально враховують водний режим ґрунтів, що обумовлено їх специфічними властивостями для даного поля (частини поля). Крім того, система управління поливами, що використовується в даних технологіях, повинна забезпечити водоощадливе зрошення та мінімізацію інфільтраційних втрат води. Сучасні вимоги може задовольнити система управління поливами, в складі якої наявна математична багатошарова (на відміну від існуючих двошарових) модель вологоперенесення.

Одним із важливих наукових підходів математичного моделювання для оптимізації як окремих еколого-технологічних параметрів режимів зрошення так і режиму зрошення в цілому є *імітаційно-оптимізаційний підхід*. Він полягає в тому, що на основі імітаційного моделювання ґрунтових процесів при різних (фіксованих) значеннях еколого-технологічних параметрів проводиться розрахунок сценаріїв значень критеріїв екологічної оцінки режимів зрошення. Маючи набір таких сценаріїв або варіантів розрахунку, особа, що приймає рішення, проводить оптимізацію в кількісному змістовому вираженні (однокритеріальна чи багатокритеріальна оптимізація, оптимізація у вигляді обмежень на значення критерія та ін.).

Системне дослідження режимів зрошення. Вивчення впливу різних режимів зрошення на величину інфільтрації за метровий шар ґрунту має важливе значення для недопущення підтоплення сільськогосподарських угідь. Системний імітаційно-оптимізаційний підхід до вивчення режимів зрошення включає:

- розробку методу імітаційного моделювання ґрунтових процесів вологоперенесення при різних (фіксованих) значеннях еколого-технологічних параметрів режимів зрошення;

- оцінку сценаріїв імітаційного моделювання за певними оптимізаційними критеріями;

- системні дослідження сценаріїв імітаційного моделювання.

Оптимізація як окремих параметрів режимів зрошення, так і режимів зрошення в цілому, полягає в визначенні таких значень параметрів (поливних норм, передполивних порогів вологості ґрунту тощо), при яких досягається оптимальне значення деяких критеріїв оцінки (технологічних, економічних, екологічних) в певному, цілком визначеному, якісному і кількісному змістовому вираженні.

Критерій екологічної оцінки. Екологічні аспекти режимів зрошення досліджуються в зв'язку з несприятливими наслідками зрошення, зокрема негативними впливами на чорноземи, підняттям рівня ґрунтових вод, підтопленням та засоленням земель.

Задача екологічного обґрунтування режимів зрошення полягає у мінімізації сумарного потоку вологи за межі розрахункового шару при дії комплексу техногенних і природних факторів. В змістовому вираженні потрібно визначити такий набір параметрів поливного режиму $x_k \in X$ $X = (x_1, ..., x_m)$ *для якого сумарний потік вологи на інтервалі* $[\tau_0; \tau_1]$ *на глибині z задовольняє умові*

$$Q(\tau_0, \tau_1, \mathrm{x_k}) = \int_{\tau_0}^{\tau_1} g_k(\tau) d\tau \le C \qquad (1)$$

тобто величина інфільтрації не перевищує заданого рівня С. Величина С задає критерій оптимізації у вигляді обмеження.

Розв'язання. Системні дослідження в задачі вивчення особливостей сумарного потоку $q_h(\tau_0, \tau, x_k)$ (перетікання об'єму вологи) на глибині z в разі дії комплексу факторів в різних погодних умовах $\theta_j \in \theta$ здійснюються на основі імітаційного моделювання кожного варіанта режиму зрошення. Таким чином, сумарний потік суттєво залежить від режиму зрошення $x_k \in X$ та погодних умов $\theta_j \in \theta$, тобто є функцією $f(\theta_j, x_k) = Q_h(\tau_0, \tau, \theta_j, x_k)$. Надалі вважатимемо, що значення сумарного потоку $Q_h(\tau_0, \tau, \theta_j, x_k)$ від'ємне, якщо сумарний потік на глибині *z* за час $(\tau_0; \tau)$ дає підживлення шару [*0; h*].

Системне моделювання дозволяє оцінити характер інфільтрації, як еколого-технологічного критерію на інтервалі $[\tau_0; \tau]$, при зміні того чи іншого фактора чи їх сукупності в режимах зрошення $x_k \in X$ на основі оптимізаційного аналізу сценаріїв в роки різної вологозабезпеченості $\theta_j \in \theta$.

Імітаційно-оптимізаційний підхід. Модельний комплекс (математичний опис, алгоритм, блок-схема, програмний комплекс) дозволяє вивчити поведінку еколого-технологічного критерію (тобто вивчити інтенсивність інфільтрації за різні відрізки часу) на різних глибинах для одержання інформації про вибір різних режимів зрошення.

Дослідження інфільтрації здійснюється на основі імітаційної моделі вологоперенесення, яка базується на одномірному нелінійному рівнянні вологопереносу в ґрунтах:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial z}\left[k(\theta)\frac{\partial\psi(\theta)}{\partial z} - k(\theta)\right] - I_\theta\,. \tag{2}$$

Оскільки рівняння (2) не замкнуте, воно повинно доповнюватись співвідношеннями, що виражають залежності

$$k = k(\theta), \psi = \psi(\theta)\,, \tag{3}$$

які є індивідуальні для різних типів ґрунтів. Відносно рівняння вологопереносу граничні та початкові умови можна сформулювати таким чином. Граничні умови на поверхні являють собою результуючий потік алгебраїчної (дорівнює геометричній) суми потоків, або баланс потоків, тобто буде граничною умовою другого роду і запишеться у вигляді

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = -g(z,\tau)\Big|_{z=0} = p + g_B - g_{IH} - g_K \tag{4}$$

де p - потік від випадання дощу чи поливу; G_b - інтенсивність фізичного випаровування; G_{ih} - інтенсивність інфільтрації в ґрунт; G_k - потік, що йде на споживання коренями рослин, які знаходяться в верхньому горизонті ґрунту.

Оскільки в якості нижньої границі взято ргв, то гранична умова там запишеться

$$\theta(z,\tau)\Big|_{z=H} = \theta_{\max} = const \tag{5}$$

де $\theta_{\max}$ - вологість повного насичення. В якості початкової умови прийнятий розподіл вологості в початковий момент часу

$$z > 0, \qquad \theta(z,\tau)\Big|_{\tau=0} = \theta_0(z) \tag{6}$$

де $\theta_0(z)$ - відома функція або експериментально одержаний розподіл вологості по осі *oz*.

Оптимізаційний підхід до аналізу інфільтрації при різних режимах зрошення базується на **моделі гри з природою**. Модель прийняття рішень в умовах невизначеності передбачає наявність: особи, що приймає рішення (ОПР), множину стратегій $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$; у середовища - множину $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_N\}$ станів або стратегій природи; оціночного функціоналу $F\{f_{ik}\}$, який характеризує “виграш” (“програш”), якщо ОПР вибирає стратегію x_k, а природа – стан θ_j.

Гра з природою називається заданою, якщо відома множина $\{X, F, \theta\}$ та алгоритм прийняття рішень $x_k \in X$ активного гравця *a* в заданій ситуації *x* відносно закономірностей природи. В іграх з природою “пасивний” гравець *c* – природа – вибирає свій хід $\theta_j \in \theta$ незалежно від вибору $x_k \in X$ ходів активного гравця *a*, тобто природа не “аналізує” свої стратегії, не намагається збільшити свій “виграш”, проте її дії можуть мати певні закономірності, які характерні для тих чи інших природних явищ чи ситуацій. ОПР або “активний” гравець *a* може вивчати і аналізувати закономірності дії природи, прагне вибрати свою стратегію $x_k \in X$, щоб максимізувати “виграш” (мінімізувати “втрати”), проте діє в умовах неповної інформації про середовище.

Такі випадки знань щодо стану середовища можна назвати крайніми. В загальному випадку існує ціла градація інформаційних ситуацій, які характеризують ступінь знань або вивченості природного явища. В свою чергу наявність відповідного рівня інформації може впливати на алгоритм прийняття рішень ОПР для покращення свого “виграшу”.

На вибір стратегії “активного” гравця А впливає також структура матриці гри, що визначається змістом задачі. Так, якщо “найгірші” стратегії природи не приносять великих збитків, доцільно орієнтуватись на середній рівень "виграшу".

В деяких задачах доцільно оцінити також “виграш” на найкращі умови середовища *C*, тобто визначити свій хід на найбільш “оптимістичну” стратегію природи. В цілому ж алгоритм прийняття рішень активного гравця повинен містити певний рівень “оптимізму-песимізму”, в залежності від інформаційної ситуації щодо стану природи та конкретного змісту задачі і пов’язаної з ним матриці гри.

Формально під ситуацією прийняття рішень в матричній грі з природою будемо розуміти множину $\{X, F, \theta\}$, де $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ - множина рішень активного гравця або особи, що приймає рішення; $\theta = \{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_N\}$ - множина станів середовища або стратегій природи, яка може знаходитись в одному із станів $\theta_j \in \theta$; $F\{f_{ik}\}$ – оціночний функціонал (матриця оціночного функціоналу), визначений на $\theta \times X$ і приймає значення з R^1, при цьому $f_{ik} = f(\theta_j, x_k)$.

В розглядуваному нами випадку, варіантами активного гравця $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ є різні режими зрошення (без зрошення, водозберігаючий, біологічно-оптимальний, вдосконалений біологічно-оптимальний), а варіантами природи $\theta = \{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_N\}$ є роки різної вологозабезпеченості (сухий, середньосухий, середній, середньовологий, вологий). Оціночний функціонал $\{f_{ik}\}$ – це екологічний критерій оптимізації інфільтрації.

В розгорнутій формі ситуація прийняття рішень характеризується матрицею $f(\theta_j, x_k)$, елементами $\{f_{ik}\}$ якої являються кількісні оцінки прийнятого рішення $x_k \in X$ (або еквівалентної множини рішень $x_k \in \overline{X}$) при умові, що середовище знаходиться в стані $\theta_j \in \theta$:

$$f\left(\theta_j, x_k\right)= \begin{array}{c|cccc|} & x_1 & x_k & \cdots & x_m \\ \theta_1 & f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} \\ \theta_j & f_{j1} & f_{jk} & \cdots & f_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_n & f_{n1} & f_{nk} & \cdots & f_{nm} \end{array}, \ j \in [1,n], \ \kappa \in [1,m] \qquad (7)$$

При цьому варіантами активного гравця є різні режими зрошення (біологічно оптимальний, вдосконалений біологічно оптимальний, водозберігаючий, без зрошення). Варіантами природи є роки різної вологозабезпеченості (сухий, середньосухий, середній середньовологий, вологий). Імітаційно-оптимізаційні розрахунки для вивчення різних режимів зрошення проведені на прикладі озимої пшениці.

Імітаційно-оптимізаційні розрахунки інфільтрації при різних режимах зрошення (на прикладі озимої пшениці). За допомогою імітаційного моделювання ми проводили розрахунок інфільтрації вологи за шар ґрунту, глибиною 1 м. Для цього розглядалися чотири режими зрошення:

- Без зрошення. Тут вважається, що протягом всього періоду вегетації рослин не було здійснено жодного разу поливу.
- Водозберігаючий режим зрошення. При цьому режимі намагаються підтримувати вологість 0,27 - 0,40% об. в шарі 0,7 м. Тобто, коли вологість ґрунтів цьому шарі падає до 0,27% об., то здійснюється полив, щоб підняти її до 0,40% об. Зазвичай полив здійснюється малими нормами 300 - 350 м^3/га.
- Вдосконалений біологічно-оптимальний режим зрошення. При цьому режимі вологість підтримується в межах 0,32 - 0,42% об. в шарі 0,7 м, тобто нижній поріг вологості дещо вищий, ніж у водозберігаючому режимі. Тут, як і при водозберігаючому режимі, полив проводиться нормою 300 - 350 м^3/га.
- Біологічно-оптимальний режим зрошення. Тут вологість намагаються підтримувати в межах 0,32 - 0,42% об. в шарі 1,05 м. Полив здійснюється нормою 500 - 525 м^3/га.

При кожному з цих режимів зрошення спостерігалась певна величина інфільтрації, яка залежить від багатьох факторів, зокрема від величини передполивного порогу вологості та поливних норм.

Для експерименту було взято роки різної вологозабезпеченості (таблиця) сухий, середньосухий, середній, середньовологий, вологий.

Отже, інфільтрація при кожному режимі зрошення для різних років вологозабезпечення формувалась у матрицю гри з природою (таблиця), де варіантами активного гравця, тобто, особи, що приймає рішення, є різні режими зрошення, а варіантами пасивного гравця, тобто, природи, є роки різної вологозабезпеченості.

Оціночним функціоналом гри з природою є екологічний критерій або величина інфільтрації (6). Знаючи інфільтрацію при кожній з наявних умов, ми можемо, використовуючи один з відомих критеріїв прийняття рішень (наприклад, критерій Бернуллі-Лапласа), вибрати оптимальний режим зрошення, який задовольняв би екологічний критерій, тобто сумарна інфільтрація за розрахунковий шар протягом всього періоду вегетації культури була б найоптимальнішою за даних умов.

Таблиця

Матриця гри з природою
(інфільтрація в різні роки і при різних режимах зрошення)

Роки	% Забезпе-ченості	Режими зрошення			
		Без зрошення	Водо зберігаючий	Вдосконалений біологічно-оптимальний	Біологічно-оптимальний
1968	97,6	-45	-38	2	452
1948	73,8	-47	-40	9	337
1966	50,0	-33	-21	103	169
1970	26,2	-45	-32	41	272
1961	2,4	-35	75	429	380

В результаті розрахунків одержано, що мінімальна інфільтрація спостерігається в богарних умовах (без зрошення), допустиме значення інфільтрації спостерігається при виборі водозберігаючих режимів зрошення, максимальне – при біологічно-оптимальних режимах зрошення.

Рисунок. Графік інфільтрації при різних режимах зрошення в роки різної вологозабезпеченості

Висновки. Оптимізація режимів на основі моделі матриці гри з природою показала, що найбільш ефективними за екологічним критерієм є водозберігаючі режими зрошення, найменш ефективними – біологічно-оптимальні режими зрошення.

МЕТОДИ ТЕОРІЇ ІГОР

Математичні науки виділили власну дисципліну, яка виключно досліджує ігрові явища як явища, що піддаються обробці математичним апаратом. Витоки теоретико-ігрових міркувань знаходимо у роботах Баше де Мезірака (середина 17 століття). Сама ж ідея створення математичної теорії конфлікту - теорії ігор - формується з початку 20 століття, про що свідчать праці До. Бутона, Е. Ласькера, Е. Мура, Е. Цермело, Е. Бореля, Р. Штейнгауза. Тоді ж починаються з'являтися роботи по теорії ігор, які починають застосовуватися в математиці, економіці, біології, кібернетики.

Під грою можна розуміти взагалі всякий вид змагання з певною системою правил, умов і обмежень, відповідно до яких діють учасники гри, досягаючи виграшу.

Теорія ігор є розділом математики, що займається дослідженням питань поведінки і розробкою оптимальних правил (стратегій) поведінки кожного з учасників в конфліктній ситуації.

Гра представляється як модель будь-якого конфлікту, тобто такій ситуації, в якій задіяні декілька учасників з різними інтересами, мотивами, установками. Для теорії ігор байдуже хто або що є гравцями: одушевлені або неживі об'єкти, природа, елемент соціального або біологічного буття. Для неї основне те, є конфлікт і гравці або навіть один гравець, яким вона пропонує математично точно розраховані дії в умовах різного ступеня невизначеності. Людину ж втягує в гру прагнення поліпшити своє становище і позицію в грі і через гру. Невизначеність як магніт притягає до себе не тільки гравця, але і спостерігача, глядача.

«Рушійною силою гравців є надія на виграш. Привабливість ігор полягає в значній мірі в невизначеності результату. Ця невизначеність спонукає людей вступати в конфліктні ситуації, брати участь в грі не тільки як гравці, але і як уболівальники». Люди спочатку вступають в конфлікт, щоб в умовах невизначеності виграти, тобто ознака виграшу обов'язково присутня в грі, хоча вона є вторинним, похідним від самого конфлікту. Конфлікт повинен закінчиться певним результатом: чиїмсь виграшем, або програшем, або ж нічийним результатом.

Отже, в теорії ігор як базова ознака гри прийнята ознака - конфлікт. Те, що людське життя є низка нескінченних конфліктів можна прослідкувати на наступному факті: «За 5600 років літописної історії людство пережило близько 14 600 воєн, приблизно 2,6 - щорічно». Далі автори першого видання книги «Агресія», Р. Берон і Д. Річардсон указують, що «тільки десяти із ста вісімдесяти п'яти поколінь, що жили в цей період, пощастило провести свої дні, не пізнавши жахи війни».

«Конфлікт, на думку А.Г. Здравомислова, - це найважливіша сторона взаємодії людей в суспільстві, свого роду клітинка соціального буття. Це форма стосунків між потенційними або актуальними суб'єктами соціальної дії, мотивація яких обумовлена протилежними цінностями і нормами, інтересами і потребами». Більш того, автор спеціально відзначає «... що конфлікт є нормальне явище суспільному життю; виявлення і розвиток конфлікту в цілому - корисна і потрібна справа».

Тим самим, логічно витікає вивід про широку поширеність конфліктів. Практика ж історичного процесу досить переконливо показує, що на сьогоднішній день людство так і не навчилося уникати конфлікти, які безпосередньо загрожують самому існуванню людини: політичних, релігійних, військових, етнічних, расових, технологічних, інформаційних і інших. Акцент робиться не на самому конфлікті, формування якого ніяк не можна уникнути, а на способах виходу з нього, переведення його в безпечний стан, який може бути контрольованим.

Математична теорія ігор накопичила значний пізнавальний потенціал теоретичної подільності конфліктних ситуацій в рамках своєї теорії. Дж. фон Нейман - засновник цієї науки, резонно помічає, що «...якщо теорія шахів була б вже повністю відома, то в цю гру було б нецікавий грати». Однозначно, що створивши одного разу вичерпної алгоритм гри, вирішення конфлікту, теорія перетворює ігрову ситуацію на рутинну, механічну діяльність. Те, що спочатку засвоюється в грі і як гра, далі переходить в буденну трудову діяльність. У цьому гра передує праці як підготовка і саме умова результативної праці.

Теорія ігор є теорія ухвалення оптимальних рішень в умовах конфлікту, причому свідомо обмовляється, що: «...теорія ігор, маючи справу з ухваленням оптимальних рішень, відноситься до нормативного, а зовсім не до дескриптивного аспекту пізнання конфліктів. Тим більше вона не стосується описів тих або інших ігор в життєвому сенсі цього слова, що також є конфліктами або, якщо завгодно, їх імітаціями. Так само теорія ігор лише в обмеженій мірі зачіпає конструктивний аспект пізнання реальних конфліктів (і зокрема їх імітацій - ігор) і не покликана указувати рецепти перемоги, хоча і може сприяти їх виробленню».

З одного боку, математична теорія ігор претендує на загальний обхват явищ і процесів, в яких наявний конфлікт, а з іншого боку, жорстко обумовлює рамки своєї діяльності - що ні за що фактично не відповідає. Теорія конфлікту - одне явище, практика недопущення небезпечних наслідків конфлікту абсолютно інше. До того ж можна привести десятки, сотні найменувань ігор, дослідники яких взагалі не виділяють хоч би навіть як просту ознаку ознака конфліктності. Багато ігор просто граються, як щось само собою зрозуміле, як само собою дане природним ходом еволюції. Наприклад, дитячі ігри з лялькою, з однолітками, любовні ігри молодожонів, шлюбні ігри ссавців і птахів. Вони граються і гравці не ставлять за мету вирішення конфлікту, який в цих випадках явно не виявляється.

У теорії гри абсолютно ігнорується духовна структура гравців. Поняття гравець лише фіксує само присутність цього елементу гри і не більш того. Як тільки якась гра математично обробляється, і створюється безпомилковий алгоритм дії гравця, так відразу ж вона перестає бути грою, перетворюючись на строго певну послідовність дій, ведучих або до перемоги, або до нічиє або до програшу.

Проте, навіть математична теорія ігор не здатна стовідсотково зумовити результат деяких конфліктів. Представляється можливим виділити три основні причини невизначеності результату гри (конфлікту).

По-перше, це ігри, в яких немає реальної можливості дослідження всіх або, принаймні, більшості варіантів ігрової поведінки. Невизначеність викликана значним числом варіантів, складністю їх ранжирування за ознакою істинності. Людський розум в обмежений відрізок часу просто не в змозі досліджувати абсолютно всі варіанти (наприклад, японська гра ГО, російські і міжнародні шашки, британські реверсі).

По-друге, непрогнозований гравцями випадковий вплив чинників на гру. Ці чинники здійснюють вирішальну дію на результат гри і лише в малому ступені можуть бути або взагалі не можуть бути контрольованими. Остаточний результат гри лише в малій, украй незначному ступеню визначається самими діями гравців. «Ігри, результат яких виявляється невизначеним через випадкові причини, називаються **азартними** (від французького hasard - випадок). Результат гри завжди носить лише імовірнісний характер (рулетка, гра в кістці, гра в «орлянку» тощо).

По-третє, невизначеність викликана відсутністю інформації про те, який саме стратегії дотримується супротивник. Невідання гравців про поведінку суперника носить принциповий характер і визначається самими правилами гри. Такі ігри іменуються **стратегічними.**

Приклад 3. Основною сферою діяльності фірми "Галактика" є оптова торгівля ПК. Дані про збут свідчать про те, що з кінця жовтня до середини лютого середній продаж ПК з лазерними принтерами становить 32 тис. од., а ПК з струминними принтерами – 17 тис. од.

Якщо на ринку буде несприятлива економічна ситуація відносно даних товарів, то продаж становитиме 10500 од. ПК з лазерними принтерами і 17000 од. ПК з струминними принтерами. Ціна за один лазерний принтер складає 150 грн., а за струминний принтер – 110 грн., а витрати фірми "Галактика" з урахуванням витрат на зберігання продукції складають відповідно 92 грн. і 73 грн. Слід прийняти рішення щодо структури асортименту ПК.

Отже, у цій ситуації збут продукції залежить від економічної ситуації і рівня конкуренції. Необхідно визначити оптимальну товарну стратегію, яка забезпечить отримання фірмою "Галактика" середнього доходу за будь-якої стратегії.

Розв'язання. В ситуації, що розглядається, кожен гравець може обрати дві стратегії:

перша стратегія фірми **А:**

- *кількість ПК з лазерним принтером 32 000 од;*
- *ПК з струминним принтером – 17 000 од;*

друга стратегія фірми **Б:**

- *ПК з лазерним принтером становить 10 500 од.*
- *21 000 од. ПК з струминним принтером* ;

перша стратегія природи **В:** *стратегія низьких цін*;
друга стратегія природи **Г:** *стратегія високих цін*.

Зробимо розрахунки доходу за кожної комбінації стратегії (табл. 1).

Таблиця 1. Платіжна матриця

Стратегія фірми			Стратегія природи					
			стратегія В (низьких цін)			стратегія Г (високих цін)		
	Асорти-мент	Закуп-лено	попит	продано	дефіцит/ залишки	попит	продано	дефіцит/за лишки
Стратегія А	ПК з лазер. принт.	32 000	32 000	32 000	–	10 500	10 500	залишки – 32 000 10 500 21 500
	ПК з струм. принт.	17 000	17 000	17 000	–	21 000	17 000	дефіцит – 21 000 17 000 4 000
Стратегія Б	ПК з лазер. принт.	10 500	32 000	10 500	дефіцит – 32 000 10 500 21 500	10 500	10 500	–
	ПК з струм. принт.	21 000	17 000	17 000	Залишки – 21 000 17 000 4 000	21 000	21 000	–

Фірма обирає стратегію А при стратегії природи В. Вся завезена продукція реалізується: 32 000 од ПК з лазерним принтером і 17 000 од. ПК з струминним принтером. Дохід становить 2485 тис. грн.

Дохід = 32 000 (150 – 92) + 17 000 (110 – 73) = 2485 тис. грн.

Фірма обирає стратегію А при стратегії природи Г. Непроданими залишаються 21 500 ПК з лазерним принтером, а дефіцит ПК з струминним принтером становить 4 тис. од. Дохід = 10 500 (150 – 92) + 17 000 (110 – 73) – (32 000 – 10 500)·92 = – 740 тис. грн.

Фірма обирає стратегію Б при стратегії природи В. Дисбаланс у попиті і пропозиції "Галактика", дасть можливість фірмі отримати лише 946 тис. грн. Дохід = 10 500 (150 – 92) + 17 000 (110 – 73) – (21 000 – 17 000)·73 = = 946 тис. грн.

Фірма обирає стратегію Б при стратегії природи Г. Як і в першому варіанті, ситуація складається на користь фірми "Галактика" ідеально, оскільки в країну було завезено 10 500 од. ПК з лазерними принтерами і 21 000 од. ПК з струминними принтерами.

Дохід = 10 500 (150 – 92) + 21 000 (110 – 73) = = 1386 тис. грн.

З позиції валового доходу сприятливими для фірми є перша і остання ситуації. Якщо події відбуватимуться за сприятливими для фірми сценаріями, вона отримає за стратегією низьких цін понад 2,4 млн. грн. доходу, за високих цін – понад 1,3 млн. грн. Другий сценарій, як бачимо, загрожує відновленням подій "провального" для фірми "Галактика" року і збитками в розмірі 740 тис. грн.

Отримані дані про дохід є елементами матриці цієї гри (платіжна матриця). Перший і другий рядки матриці відповідають стратегіям фірми (А і Б), а перший і другий стовпчик – стратегія природи (В і Г).

$$A = \begin{pmatrix} 2485 & 946 \\ -740 & 1386 \end{pmatrix}.$$

Отже, в умовах невизначеності економічної ситуації найбільш гарантований дохід фірма отримає, якщо змінюватиме стратегію, застосовуючи то стратегію А, то стратегію Б. Така стратегія називається змішаною. Оптимізація змішаної стратегії дасть змогу першому гравцю (фірмі) зажди отримувати середнє значення виграшу (дохід) незалежно від стратегії другого гравця (погоди), тобто незалежно від того, які будуть ціни на ринку.

Приймемо,

p = x – частота застосування фірмою стратегії А,

q = 1– x – частота застосування фірмою стратегії Б.

Тоді

Дохід фірми за низькими цінами	=	Дохід фірми за високими цінами
2485x + (–740)·(1 – x)	=	946x + 1176 (1-x).

Звідси $p = x = \frac{5}{9}$; $q = 1 - x = \frac{4}{9}$.

Отже, застосування першим гравцем чистих стратегій А і Б у співвідношенні 5:4 забезпечить оптимальну змішану стратегію, яка за будь-якої погоди дасть змогу отримати середній дохід (ціна гри) на рівні 1,05 млн. грн.):

$$2485 \cdot \frac{5}{9} - 740 \cdot \frac{4}{9} = 946 \cdot \frac{5}{9} + 1176 \cdot \frac{4}{9} = 1{,}05 \text{ млн. грн.}$$

При цьому структура асортименту, яка забезпечить отримання такого прибутку

$$(32\,000 + 17\,000) \cdot \frac{5}{9} + (10\,500 + 21\,000) \cdot \frac{4}{9} = 41{,}2 \text{ тис. од.}$$

22,4 тис. од. ПК з лазерним принтером + 18,8 тис. ПК з струминним принтером.

Висновок. Для зниження комерційного ризику, пов’язаного з невизначеністю економічної ситуації, фірмі "Галактика" слід запланувати співвідношення між ПК з лазерними та струминними принтерами як 5:4. Це дасть змогу отримати середній дохід на рівні 1,05 млн. грн. незалежно від економічної ситуації.

СТОХАСТИЧНІ МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

МОДЕЛІ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Якщо деяка управлінська система *S* знаходиться у початковому стані і з плином часу її стан змінюється таким чином, що система переходить у кінцевий стан, який описується критерієм *W*, то необхідно так організувати процес, щоб певний критерій досягнув оптимального значення.

Наприклад, випуск продукції на промисловому підприємстві визначається зміною з часом величини залучених у виробництво ресурсів. Сукупність рішень, що приймаються на початку кожного періоду для забезпечення підприємства сировиною, паливом і т.п. є управлінням. Якщо забезпечити підприємство вказаними ресурсами у повному обсязі, то це призведе до максимального завантаження виробничої потужності.

Приклад такого підходу викладений у теорії лінійного програмування. Але такий підхід вірний тільки з точки зору фіксованого періоду часу. Якщо протягом більш тривалого періоду підтримувати максимальну завантаженість виробничої потужності, то це призведе до швидкого виходу з ладу обладнання, що у майбутньому викличе зменшення обсягів виробництва продукції. Таким чином, економічний процес випуску продукції можна вважати таким, що складається з декількох етапів (кроків), на кожному з яких здійснюється вплив на його розвиток. Початком етапу є момент прийняття рішення про зміну одного з параметрів, яке зазвичай вибирається із множини деяких альтернатив.

Позначимо множину можливих управлінь через *U*. Тоді задача полягає в тому, щоб із множини можливих управлінь *U* знайти таке управління *U**, яке дасть змогу перевести систему *S* із початкового стану в кінцевий таким чином, щоб критерій *W(U)* досягнув оптимального значення *W*(U)* . Стан економічної системи *S* можна описати числовими параметрами, як правило техніко-економічними та іншими показниками, які у методах динамічного програмування отримали термін "*координати системи*".

Тоді, перехід системи *S* із одного стану *S1* в інший *S2* можна виразити деякою траєкторією точки *S*. Управління *U* означає вибір певної траєкторії переміщення *S*, тобто визначення закону руху *S*. Сукупність станів, у які може переходити система , називають *областю можливих станів*. Суть задачі динамічного програмування зводиться до того, щоб з області можливих станів системи вибрати таку, на якій критерій *W* приймає оптимальне значення.

Динамічне програмування являє собою поетапне планування багатокрокового процесу. Починають планувати із останнього *k*-го кроку і поступово переходять до *(k-1)*-го; *(k-2)*-го і т.д., поки не прийдуть до початкового стану системи S_0. Для того, щоб спланувати *k*-ий крок, необхідно знати стан системи на (*k-1*)-му кроці. Якщо цей стан не відомий, то роблять різні припущення про можливий стан системи на цьому кроці.

Позначимо стани системи на цьому кроці як точки $S_{k-1,1}$, $S_{k-1,2}$,….,$S_{k-1,r}$. На останньому кроці знайдемо для кожного з них оптимальне управління

$U^*_{k,1}(S_{k-1,1})$, $U^*_{k,2}(S_{k-1,2})$, ..., $U^*_{k,r}(S_{k-1,r})$. При цьому критерій має відповідати оптимальному з множини $W^*(U^*_{k,j})$, $j=\overrightarrow{1,r}$. Таким чином k-ий крок спланований. На $(k-1)$-му кроці потрібно знати стани системи на $(k-2)$-му кроці і т.д., поки не прийдемо у початковий стан системи. Для цього стану вибираємо оптимальні управління $U^*_{k-1,1}(S_{k-2,1})$, $U^*_{k-1,2}(S_{k-2,2})$, ..., $U^*_{k-1,r}(S_{k-2,r})$ таким чином, щоб досягнути оптимальної суми критеріїв W^* на двох попередніх кроках $W^*(U^*_{k-2,j})=W^*(U^*_{k,j})+W^*(U^*_{k-1,j})$.

Якщо тепер взяти остаточне значення критерію оптимальності на нульовому кроці, то цей критерій повинен мати властивість адитивності, тобто $W^* = \sum_i W^*_i$, *де* $i=\overrightarrow{0,k}$ - кількість кроків процесу.

Приклад 4. Задача вибору шляху. На рис. 1 схематично показана мережа доріг/маршрутів деякого переміщення. Рух можливий у будь-якому напрямку, але з різною вартістю, значення якої вказане над кожним шляхом (можна розглядати й інші критерії: витрати матеріалів, часу і т.д.). Необхідно знайти такий шлях з початкової точки X_0 в кінцеву X_k, щоб сума витрат була найменшою.

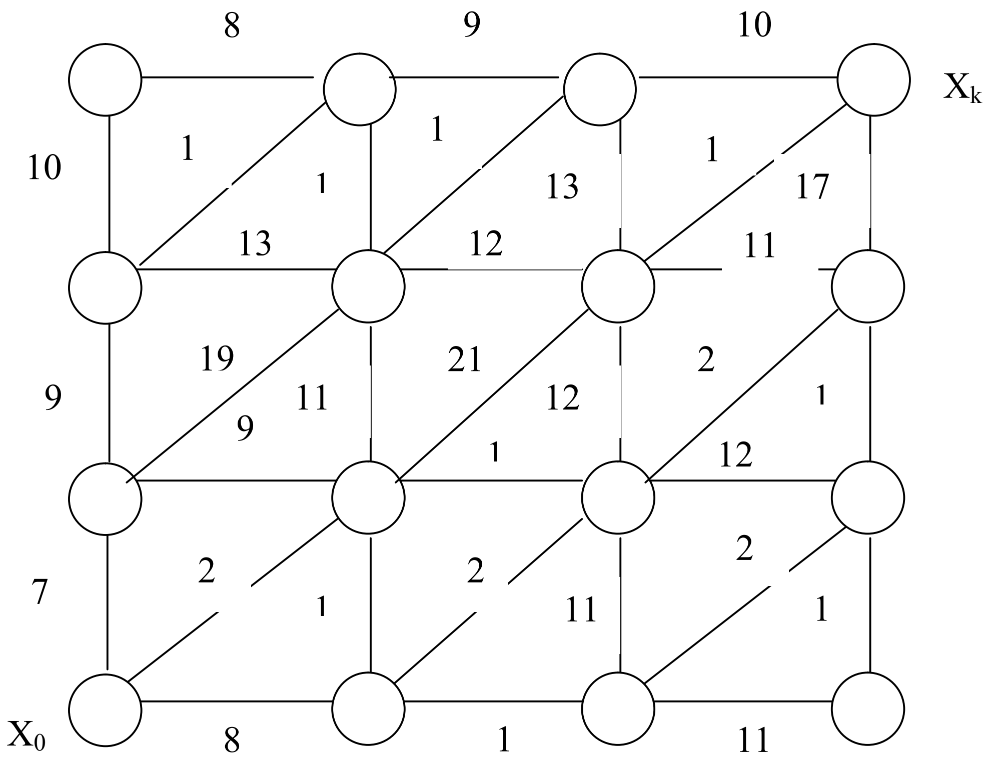


Рис. 1. Мережа шляхів та вхідні дані.

Розв'язання. Застосуємо метод динамічного програмування для цієї задачі, розбивши мережу шляхів на чотири вертикальні зони розрахунку, що відповідають вертикальним лініям (шляхам) мережі.

За алгоритмом розрахунок починаємо із кінцевої точки X_k. Для четвертої вертикалі у дану точку X_k можна попасти не інакше, як тільки по шляху, що відповідає цій вертикалі. Позначимо цей шлях стрілками, а в кружечках проставимо накопичувані значення вартостей до X_k. Ці значення відповідно складають: 17, 31 і 43 од.

Дальше знаходимо мінімальні шляхи від X_k до інших точок. До точки, що лежить на верхній горизонталі можна попасти не інакше, як по шляху із вартістю 10 од. До точки, що лежить на діагоналі з трьох можливих шляхів вибираємо той, який має найменшу вартість:

$$\min\begin{Bmatrix} 10+13=23 \\ 19 \\ 17+11=28 \end{Bmatrix}=19 .$$

Розраховані таким чином значення вартостей записуємо у кружечки, а шляхи розрахунку позначаємо стрілками. Той шлях, що закінчиться у точці X_0, буде оптимальним, а значення вартості у цій точці буде найменшим з усіх можливих шляхів від даної точки X_0 до X_k. На рис. 2 зображені шляхи розрахунку та значення вартостей в усіх точках, на рис. 3 – подвоєними стрілками виділені оптимальні управління.

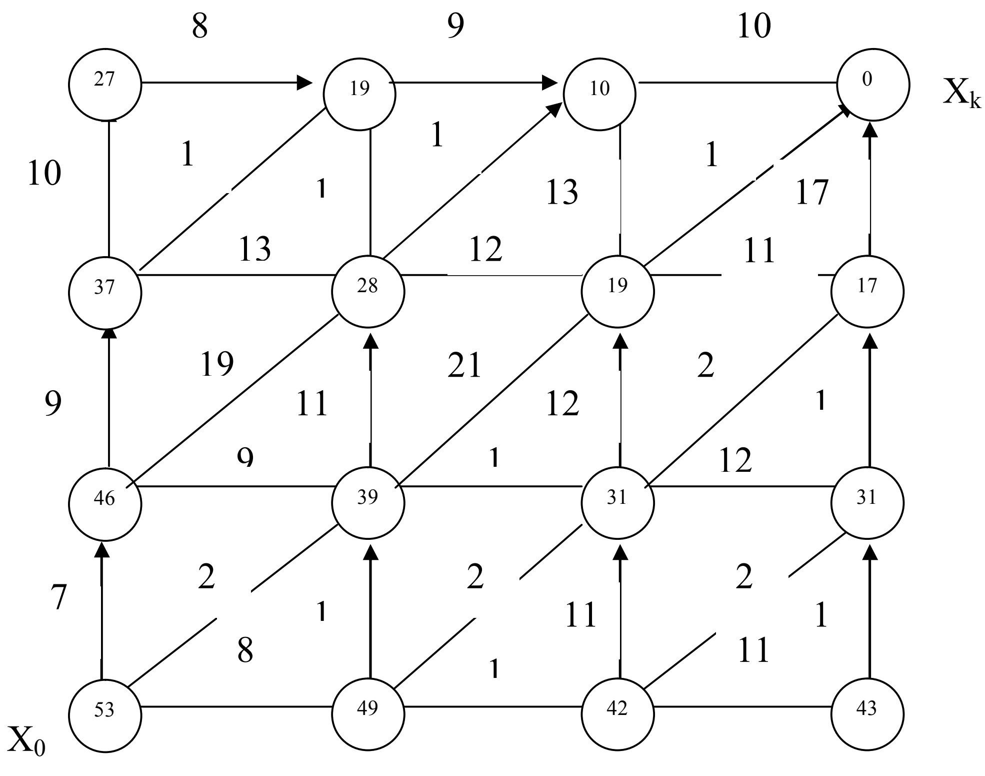


Рис. 2. Результати розрахунку найменших вартостей та всіх можливих шляхів від точки X_k до інших точок на кроках розрахунку

Недоліком графічного методу розв'язання задач динамічного програмування є обмеження по кількості етапів розрахунку, які можна показати на схемі. Р. Беллманом був у свій час запропонований метод знаходження оптимального розв'язання задач динамічного програмування за допомогою так званих функціональних рівнянь.

Застосування *методу функціональних рівнянь* дає змогу звести розв'язок однієї N-мірної задачі до послідовності розв'язків для N одномірних задач.

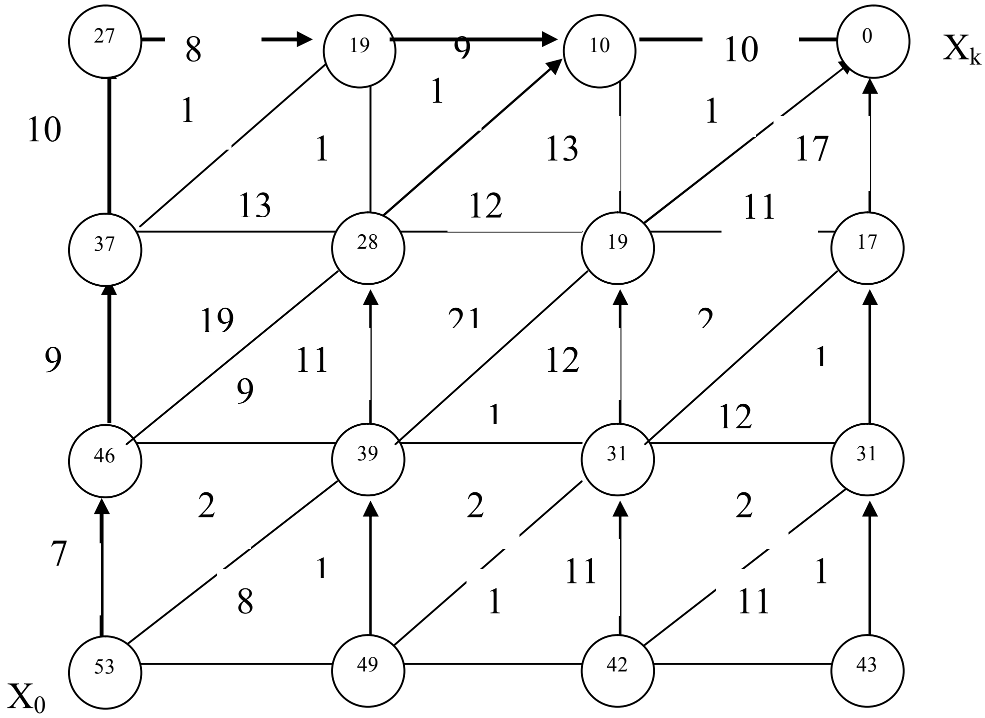


Рис. 3. Позначення оптимального управління

Враховуючи, що в динамічному програмуванні процес розглядається від закінчення до початку, то типове функціональне рівняння, яке описує дискретний процес, буде мати вигляд

$$f_N(x) = \max_{0 \le y_N \le x} \left[g_N(y_N) + f_{N-1}(x - y_N) \right], \tag{8}$$

де f – критерій задачі (доход, витрати і т.п.); N – кількість етапів, які ще необхідно пройти в процесі розрахунку; x – змінна, яка характеризує стан системи на N-ному етапі; $f_N(x)$- сумарне значення критерію, яке може бути отримане за N етапів до закінчення процесу розрахунку, починаючи із стану x; y_N – деяка управлінська змінна; $g_N(y_N)$- величина критерію, отримана на N-ому етапі при оптимальному виборі y_N в межах від 0 до x; $f_{N-1}(x - y_N)$ - сумарне значення критерію, яке знаходиться після проходження (N – 1) етапів до закінчення процесу розрахунку, починаючи із стану $x - y_N$.

За допомогою методу функціональних рівнянь розв'язуються *задачі розподілу ресурсів, заміни обладнання* і т.п. Розглянемо одну із типових задач заміни обладнання, яка до практичних умов може бути пристосована у випадку встановлення оптимальних термінів капітального ремонту трубопроводу або капітального ремонту свердловин на нафтогазопромислі.

Нехай *r(t)* – вартість продукції, що виробляється за рік на одиниці обладнання, вік якого *t* років; *l(t)* – річні витрати на обслуговування цього обладнання; *s(t)* – залишкова вартість обладнання; *p* – вартість нового обладнання. Визначити цикл заміни обладнання на період часу тривалістю *N* років таким чином, щоб прибуток за даний період $f_N(t)$ від використання обладнання, вік якого *t* років, був би максимальним.

За ідеєю динамічного програмування етапи, на які розбитий процес, відраховуються в порядку, зворотному відносно відліку часу експлуатації обладнання. Якщо продовжувати експлуатацію обладнання віком *t* років, то прибуток підприємства складатиметься із суми прибутку на *N*-ому етапі (який можна отримати як різницю $r(t)-l(t)$) та прибутку, отриманого за $N-1$ етапів. При цьому вік обладнання вже буде *t+1* років, а функціональне рівняння буде мати вигляд

$$f_N(t) = r(t) - l(t) + f_{N-1}(t+1)\,. \tag{9}$$

Якщо на *N*-ому етапі обладнання, вік якого *t*-років, замінити новим, то прибуток після такої заміни буде визначатися прибутком, отриманим як різниця

$$[s(t) + r(0)] - [p + l(0)], \tag{10}$$

а також прибутком, отриманим за *N – 1* етапів під час роботи на обладнанні, вік якого 0+1 років. Сказане можна виразити такою формулою

$$f_N(t) = s(t) - p + r(0) - l(0) + f_{N-1}(1)\,. \tag{11}$$

У формулах (10) та (11) *r(0)* – вартість продукції, що виробляється на обладнанні, вік якого 0 років; *l(0)* – експлуатаційні витрати за *N – 1* періодів при роботі на обладнанні, вік якого 0+1 років.

Таким чином, якщо величина прибутку (9) більша або дорівнює величині прибутку (11), то потрібно працювати на старому обладнанні, у противному випадку обладнання необхідно замінити.

Об'єднуючи рівняння (9) та (11), отримують основне функціональне рівняння

$$f_N(t) = \max\left\{\begin{matrix} r(t) - l(t) + f_{N-1}(t+1) \\ s(t) - p + r(0) - l(0) + f_{N-1}(1) \end{matrix}\right\}. \tag{12}$$

Припускаючи в (12), що *N = 1*, отримуємо функціональне рівняння одноетапного процесу, для якого доданки $f_{N-1}(t+1)$ та $f_{N-1}(1)$ не мають змісту, а отже з рівняння виключаються. Функціональне рівняння одноетапного процесу має вигляд

$$f_N(t) = \max\left\{\begin{matrix} r(t) - l(t) \\ s(t) - p + r(0) - l(0) \end{matrix}\right\}. \tag{13}$$

Навіть із постановки цієї однієї задачі вже можна зробити висновок, що метод функціональних рівнянь вимагає творчого підходу до виведення цих рівнянь в умовах кожної конкретної задачі.

Приклад 5. Нехай p=10, а s(t)=0, тобто обладнання повністю себе окупило; $r(t)-l(t)=\varphi(t)$, причому залежність $\varphi(t)$ задана табл. 2.

Таблиця 2. Вхідні дані

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi(t)$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0

Розв'язання. Отримаємо розв'язок цієї задачі у *Mathcad*, беручи за основу рівняння (12) та (13).

1 Формуємо вхідні дані до задачі

$t := 0, 1 .. 12$

$N := 1, 2 .. 12$

$s_t := 0 \qquad p := 10$

$$\phi_t := \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 Для першого етапу із (2.2.6) отримаємо

$$f_{1,t} := \max\begin{pmatrix} \phi_t \\ -p + \phi_0 \end{pmatrix}$$

$$f_{1,t} = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3 Для N етапів, використовуючи (2.2.5), отримаємо таблицю результатів

$t := 0, 1 .. 11 \qquad N := 2, 3 .. 12$

$$f_{N,t} := \max\begin{pmatrix} \phi_t + f_{N-1,t+1} \\ -p + \phi_0 + f_{N-1,1} \end{pmatrix}$$

$f =$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0
19	17	15	13	11	9	9	9	9	9	9	9	0
27	24	21	18	17	17	17	17	17	17	17	17	0
34	30	26	24	24	24	24	24	24	24	24	24	0
40	35	32	31	30	30	30	30	30	30	30	30	0
45	41	39	37	36	35	35	35	35	35	35	35	0
51	48	45	43	41	41	41	41	41	41	41	41	0
58	54	51	48	48	48	48	48	48	48	48	48	0
64	60	56	55	54	54	54	54	54	54	54	54	0
70	65	63	61	60	60	60	60	60	60	60	60	0
75	72	69	67	66	65	65	65	65	65	65	65	0
82	78	75	73	72	72	72	72	72	72	72	72	0

У таблиці f результатів розрахунків нумерація по замовчуванню у *Mathcad* починається з нуля. Значення у рядках відповідають прибутку у відповідний період часу t. Значення у стовпцях – це прибуток за відповідний етап розрахунку N. Стабілізація отриманих по рядках значень прибутку свідчить про необхідність у відповідний період часу замінити обладнання.

Висновок. Результати розрахунків залежать, певною мірою, від кількості етапів N. У середньому за даної постановки задачі та вхідних даних міняти обладнання необхідно через кожні 4 роки.

Приклад 6. Фірма планує нарощувати виробничі потужності на чотирьох підприємствах, маючи для цього 4 млн. грн. Для кожного з підприємств розроблено інвестиційні проекти, які відбивають прогнозовані сумарні витрати C та доходи D, пов’язані з реалізацією кожного проекту. Зміст цих проектів ілюструє таблиця:

Проект	Підприємство							
	1		2		3		4	
	C_1	D_1	C_2	D_2	C_3	D_3	C_4	D_4
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	3	1	4	2	4	1	2
3	2	5	2	6	3	9	2	8
4	3	7	3	8	4	12	3	5

Перший проект передбачає відмовитися від розширення підприємства, а тому має нульові витрати і доходи. Розробити план інвестування виділених коштів у зазначені підприємства так, щоб одержати максимальний прибуток.

Розв’язування. Спрощеним і найменш ефективним способом розв’язування таких задач є перебір усіх можливих варіантів. Проте на практиці їх так багато, що проаналізувати всі і вибрати серед них найефективніший неможливо. Головними недоліками такого способу розв’язування є великий обсяг обчислень, відсутність апріорної інформації про неприпустимі розв’язки, а також неможливість скористатися проміжними результатами аналізу для відкидання неоптимальних комбінацій проектів.

Розв’яжемо цю задачу за алгоритмом (методом) ***зворотного прогону***. Кроками задачі вважатимемо кожне з чотирьох підприємств, оскільки для кожного з них маємо вибрати оптимальний інвестиційний проект за обмежених грошових ресурсів.

Зауважимо, що в цьому разі нединамічний процес розглядаємо як динамічний, аби скористатися методами динамічного програмування для знаходження оптимального розв’язку. Зв’язок між зазначеними кроками забезпечується обмеженнями на загальний обсяг виділених коштів — 4 млн. грн.

Змінні задачі візьмемо так, щоб послідовно керувати процесом розподілу коштів:

x_1 — обсяг капіталовкладень, виділених на кроках 1—4;

x_2 — те саме на кроках 2—4;

x_3 — те саме на кроках 3 і 4;

x_4 — те саме на кроці 4.

k_i $\left(i = \overline{1, n}\right)$ — обсяги інвестицій на i-му підприємстві $\left(k_i = 0, 1, 2, 3, 4\right)$.

k_i^* $\left(i = \overline{1, n}\right)$ — оптимальні обсяги інвестицій на i-му підприємстві.

Рекурентне співвідношення для зворотного прогону від кроку 4-го до 1-го (від четвертого підприємства до першого) подається у вигляді:

$$f_i^*\left(x_j k_i\right) = \max_{k_i}\left\{D_i\left(k_i\right) + f_{i+1}^*\left(x_i - C_i\left(k_i\right)\right)\right\} \left(i = \overline{1,4}\right),\ C_j\left(k_i\right) \le X_i,$$

де $f_i^*\left(x_i; k_i\right)$ — сумарна ефективність інвестицій з i-го кроку до останнього. Тут $f^*\left(x_5\right) = 0$, оскільки п’ятого підприємства не існує.

Виконаємо поетапні розрахунки за цією моделлю.

Етап 4.

$$f_4^*\left(x_j k_i\right) = \max_{k_i}\left\{D_i\left(k_i\right) + f_{i+1}^*\left(x_i - C_i\left(k_i\right)\right)\right\}.$$

Результати розрахунків подамо таблицею:

x_4	Дохід $f_4(x_4; k_4) = D_4(k_4) + f_5^*(x_5)$					Оптимальний розв’язок	
	$k_4 = 0$	$k_4 = 1$	$k_4 = 2$	$k_4 = 3$	$k_4 = 4$	$X_1 = 4,$	$k_1 = 0,1,2,3,4.$
0	0	0				0	0
1	0	2				2	1
2	0	2	8			8	2
3	0	2	8	5		8	2
4	0	2	8	5		8	2

Етап 3.

$$f_3^*\left(x_3\right) = \max_{k_3}\left\{D_3\left(k_3\right) + f_4^*\left(x_3 - C_3\left(k_3\right)\right)\right\}$$

за умов $C_3\left(k_3\right) \le X_3$, $k_3 = 0, 1, 2, 3, 4$.

Розрахунки виконуються так. Нехай потрібно знайти $f_3^*\left(x_3 = 3\right)$. Обчислюємо $f_3\left(x_3; k_3\right) = D_3\left(k_3\right) + f_4^*\left(x_3 - C_3\left(k_3\right)\right)$. Отже,

$f_3\left(x_3 = 3; k_3 = 1\right) = 0 + f_4^*\left(3 - 0\right) = 0 + f_4^*\left(3\right) = 0 + 8 = 0$,

$f_3\left(x_3 = 3; k_3 = 2\right) = 4 + f_4^*\left(3 - 2\right) = 4 + 2 = 6$,

$f_3\left(x_3 = 3; k_3 = 3\right) = 9 + f_4^*\left(3 - 3\right) = 9 + 0 = 9$.

Результати розрахунків відбиває таблиця:

x_3	Дохід $f_3(x_3;k_3)=D_3(k_3)+f_4^*(x_3-C_3(k_3))$				Оптимальний розв'язок	
	$k_3=1$	$k_3=2$	$k_3=3$	$k_3=4$	$f_3^*(x_3)$	k_3^*
0	$0+f_4^*(0-0)=$ $=0+0=0$				0	0
1	$0+f_4^*(1-0)=$ $=0+2=2$				2	0
2	$0+f_4^*(2-0)=$ $=0+8=8$	$4+f_4^*(2-2)=$ $=4+0=4$			8	0
3	$0+f_4^*(3-0)=$ $=0+8=8$	$4+f_4^*(3-2)=$ $=4+2=6$	$9+f_4^*(3-3)=$ $=9+0=9$		9	3
4	$0+f_4^*(4-0)=$ $=0+8=8$	$4+f_4^*(4-2)=$ $=4+8=12$	$9+f_4^*(4-3)=$ $=9+2=11$	$12+f_4^*(4-4)=$ $=12+0=12$	12	2 або 4

Зауважимо, що $C_3(k_3=1)=0$, оскільки для третього підприємства не існує проекту з інвестиціями в 1 млн. грн. Значення $f_4^*(x_3-C_3(k_3))$ беремо з попередньої таблиці. Далі маємо:

$$f_3^*(x_3)=\max_{K_3=1,2,3}\{D_3(k_3)+f_4^*(x_3-C_3(k_3))\}=\max\{0,6,9\}=9.$$

Етап 2.

$$f_2^*(x_2)=\max_{k_2}\{D_2(k_2)+f_3^*(x_2-C_2(k_2))\}$$

за умов $C_2(k_2)\le x_2$, $k_2=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$.

Результати розрахунків подаємо таблицею:

x_2	Дохід $f_2(x_2;k_2)=D_2(k_2)+f_3^*(x_3-C_2(k_2))$					Оптимальний розв'язок	
	$k_2=0$	$k_2=1$	$k_2=2$	$k_2=3$	$k_2=4$	$f_2^*(x_2)$	k_2^*
0	0					0	0
1	4	4				4	1
2	8	6	6			8	0
3	9	12	8	8		12	1
4	12	13	14	10		14	2

Етап 1.

$$f_1^*(x_1)=\max_{k_1}\{D_1(k_1)+f_2^*(x_1-C_1(k_1))\}$$

за умов $C_1(k_1)\le x_1$, $k_1=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$.

Виконуємо розрахунки лише для $x_1=4$, подаючи їх у вигляді таблиці:

x_1	Дохід $f_1(x_1;k_1)=D_1(k_1)+f_2^*(x_1-C_1(k_1))$				Оптимальний розв'язок	
	$k_1=1$	$k_1=2$	$k_1=3$	$k_1=4$	$f_1^*(x_1)$	k_1^*
4	$3+f_2^*(4-1)=$ $=3+12=15$	$5+f_2^*(4-2)=$ $=5+6=11$	$7+f_2^*(4-3)=$ $=7+4=11$		15	1

Знайдемо оптимальний план. Із таблиці першого кроку випливає, що $k_1^*=1$, тобто для першого підприємства реалізується другий проект, який використовує 1 млн. грн. інвестицій з ефективністю 3 млн. грн. Отже, для другого, третього і четвертого підприємств залишається 4 –1 = 3 млн. грн. інвестицій.

Із таблиці другого кроку маємо, що за умов x_2 = 3 максимальний ефект настає в разі реалізації для другого підприємства першого проекту (k_2 = 1), ефективність становить 4 млн. грн. Отже, x_3 = 3 – 1 = 2, тобто для третього і четвертого підприємств слід використати 2 млн. грн. інвестицій.

Із таблиці третього кроку за умов x_3 = 2 маємо, що k_3 = 0. Отже, x_4 = 2, а йому відповідають капітальні вкладення k_4 = 2, ефективність яких 8 млн. грн.

Остаточно маємо: ефективність 4 млн. грн. інвестицій становить 3 + 4 + 8 = 15 (млн. грн.).

МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ

Задачі апроксимації можна з успіхом реалізувати і в пакеті *Mathcad*. Побудова емпіричних рівнянь у цьому програмному забезпеченні реалізується за допомогою вмонтованих функцій:

line(t, y) та **medfit(t, y)**, які дають змогу розраховувати відповідно значення коефіцієнтів *a* та *b* лінійної залежності;

regress(t, y, k) – дає можливість розраховувати коефіцієнти рівняння поліноміальної залежності (k – степінь поліному); особливість запису вектора коефіцієнтів в тому, що вони розміщені після перших трьох чисел у стовпці результату;

logfit(t, y, g), де *g* – вектор початкових наближень параметрів *a, b, c* у рівнянні логарифмічної залежності;

expfit(t, y, g), де *g* – вектор початкових наближень параметрів *a, b, c* у рівнянні експоненціальної залежності;

pwrfit(t, y, g), де g – вектор початкових наближень параметрів *a, b, c* у рівнянні степеневої залежності;

linfit(t, y, F) – дає змогу розрахувати коефіцієнти a_1.....a_n у лінійній залежності; значення **F –** це вектор заданих користувачем функцій наближення $f_1...f_n$. За допомогою цієї вмонтованої функції у *Mathcad* можна наближувати ряди динаміки практично будь-якого виду залежності, але при цьому необхідно обґрунтовано підходити до вибору функцій наближення.

Приклад 7. Необхідно наблизити динаміку коефіцієнта фондовіддачі (табл. 3) однією із функцій.

Таблиця 3. Динаміка коефіцієнта фондовіддачі по підприємству

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	1998	0.70
2	1999	1.08
3	2000	1.39
4	2001	1.49
5	2002	1.40

Розв'язання за допомогою функції **linfit(t, y, F)**.

Для наближення процесу, представленого рядом динаміки, з метою подальшого прогнозування найчастіше використовують такі види залежностей.

Лінійна залежність дає змогу будувати пряму лінію серед значень часового ряду, які збільшуються або зменшуються в часі з постійною швидкістю.

Поліноміальна залежність годиться для наближення процесу, що має декілька виражених екстремумів (максимумів чи мінімумів). Кількість таких екстремумів залежить від степені полінома. Поліном другого степеня може описати процес, що має тільки один максимум чи мінімум; третього – не більше двох екстремумів; четвертого – трьох і т.д.

Логарифмічна функція застосовується при моделюванні характеристик, значення яких спочатку швидко змінюються, а далі - стабілізуються.

Степенева функція може застосовуватись, якщо значення досліджуваної залежності характеризуються постійною зміною швидкості росту.

Насамкінець, **експоненціальну лінію** слід використовувати у тому випадку, коли швидкість зміни даних безперервно зростає. Для даних, що мають нульові або від'ємні значення, цей вид наближення майже не застосовується.

Для утворення вектора функцій F виберемо три типи найпростіших залежностей:

$$f_1(t) = 1;\ f_2(t) = t;\ f_3(t) = \frac{1}{t}.$$

У цьому випадку $y(t) = a_1 + a_2 t + a_3 \frac{1}{t}$. Нижче наведена програма, призначена для апроксимації рядів динаміки. Програма реалізована для вхідних даних, представлених у табл. 3.

Наближення ряду декількома функціями :

$ORIGIN := 1$ - задаємо нумерацію всіх масивів, починаючи з 1

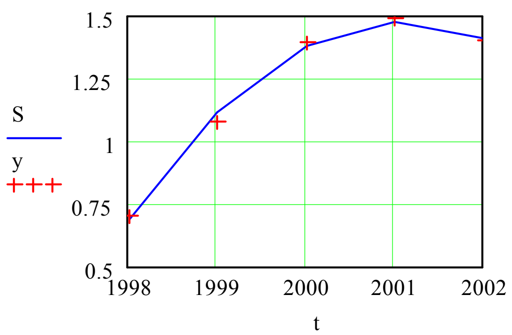
$$data := \begin{pmatrix} 1998 & 0.7 \\ 1999 & 1.08 \\ 2000 & 1.39 \\ 2001 & 1.49 \\ 2002 & 1.4 \end{pmatrix}$$ - зводимо вхідні дані у матрицю

$$\left.\begin{array}{l} t := data^{\langle 1 \rangle} \\ y := data^{\langle 2 \rangle} \end{array}\right\}$$ - присвоюємо даним з матриці відповідні позначення

$$F(t) := \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ \frac{1}{t} \end{pmatrix}$$ - задаємо вектор функцій наближення

$$A := linfit(t, y, F) \qquad A = \begin{pmatrix} 6.567 \times 10^5 \\ -164.094 \\ -6.571 \times 10^8 \end{pmatrix}$$ - отримуємо значення коефіцієнтів лінійної комбінації функцій

$$S := A_1 \cdot F(t)_1 + A_2 \cdot F(t)_2 + A_3 \cdot F(t)_3$$ - набираємо вираз лінійної комбінації функцій і будуємо графік



Розраховуємо статистичні характеристики:

$corr(S, y) = 0.9979$ - коефіцієнт кореляції

$corr(S, y)^2 = 0.996$ - коефіцієнт детермінації

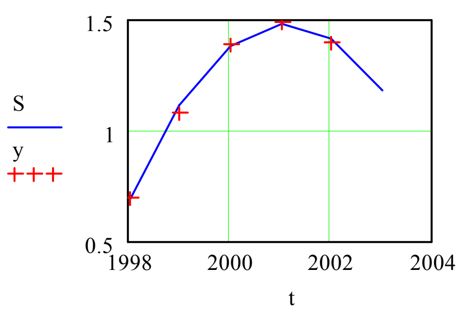
$stderr(S, y) = 0.025$ - стандартна похибка

Прогнозне значення на наступний рік :

$t_6 := 2003$

$S := A_1 \cdot F(t)_1 + A_2 \cdot F(t)_2 + A_3 \cdot F(t)_3$

$S_6 = 1.181$



Висновки. Прогнозне значення коефіцієнта фондовіддачі на наступний 2003-ій рік становитиме $S_6 = 1.181$, що практично відповідає значенню, розрахованому за поліноміальною регресією у пакеті *Excel*. Враховуючи стандартну похибку, приблизний діапазон зміни коефіцієнта фондовіддачі у 2003-му році можна записати як 1,18 ± 0,025.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

Перелік питань до залікових кредитів

Заліковий кредит 1

1 Прийняття рішень в умовах визначеності.
2 Моделі лінійного програмування.
3 Метод аналізу ієрархій.
4 Визначення вагових коефіцієнтів.
5 Матриця парних порівнянь. Погодженість матриці порівнянь.
6 Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою інформаційних технологій.
7 Прийняття рішень в умовах ризику.
8 Критерій очікуваного значення.
9 Апостеріорні імовірності Байєса. Обчислення за допомогою інформаційних технологій.
10 Функції корисності.
11 Прийняття рішень в умовах невизначеності.
12 Критерій Лапласа.
13 Мінімаксний критерій.
14 Критерій Севіджа.
15 Критерій Гурвіца.
16 Реалізація критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій.

Заліковий кредит 2

1. Теорія ігор. Основні поняття.
2. Оптимальний розв’язок гри двох осіб з нульовою сумою.
3. Мішані стратегії у грі двох осіб з нульовою сумою.
4. Графічний розв’язок ігор.
5. Розв’язок матричних ігор методами лінійного програмування.
6. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішення.
7. Відношення переваги.
8. Універсальний метод перебору.
9. Основна теорема теорії ігор.
10. Розв’язок матричних ігор без сідлових точок.
11. Розв’язок та геометрична інтерпретація гри два на два.
12. Спрощення ігор.
13. Розв’язок матричних ігор з використанням інформаційних технологій.
14. Поняття та постановка задачі гри з природою.
15. Аналіз матриці виграшів гри з природою та побудова матриці ризиків.
16. Критерії для прийняття рішень в іграх з природою без експерименту.
17. Інформаційні технології в іграх з природою.

Заліковий кредит 3

1. Методи прогнозування.
2. Прогнозування з використанням ковзаючого середнього.
3. Експоненційне згладжування.
4. Регресійний аналіз.
5. Азартні ігри, як задачі імовірнісного динамічного програмування.
6. Задача інвестування.
7. Максимізація імовірності досягнення цілі.
8. Основні проблеми розв’язання задач математичного програмування.
9. Планування експерименту в умовах невизначеності.

Перелік питань з курсу

1. Прийняття рішень в умовах визначеності.
2. Моделі лінійного програмування.
3. Метод аналізу ієрархій.
4. Визначення вагових коефіцієнтів.
5. Матриця парних порівнянь. Погодженість матриці порівнянь.
6. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою інформаційних технологій.
7. Прийняття рішень в умовах ризику.
8. Критерій очікуваного значення.
9. Апостеріорні імовірності Байєса. Обчислення за допомогою інформаційних технологій.
10. Функції корисності.
11. Прийняття рішень в умовах невизначеності.
12. Критерій Лапласа.
13. Мінімаксний критерій.
14. Критерій Севіджа.
15. Критерій Гурвіца.
16. Реалізація критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій.
17. Теорія ігор. Основні поняття.
18. Оптимальний розв’язок гри двох осіб з нульовою сумою.
19. Мішані стратегії у грі двох осіб з нульовою сумою.
20. Графічний розв’язок ігор.
21. Розв’язок матричних ігор методами лінійного програмування.
22. Методи прогнозування.
23. Прогнозування з використанням ковзаючого середнього.
24. Експоненційне згладжування.
25. Регресійний аналіз.
26. Азартні ігри, як задачі імовірнісного динамічного програмування.
27. Задача інвестування.
28. Максимізація імовірності досягнення цілі.
29. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішення.

30. Відношення переваги.
31. Універсальний метод перебору.
32. Основні проблеми розв'язання задач математичного програмування.
33. Основна теорема теорії ігор.
34. Розв'язок матричних ігор без сідлових точок.
35. Розв'язок та геометрична інтерпретація гри два на два.
36. Спрощення ігор.
37. Розв'язок матричних ігор з використанням інформаційних технологій.
38. Поняття та постановка задачі гри з природою.
39. Аналіз матриці виграшів гри з природою та побудова матриці ризиків.
40. Критерії для прийняття рішень в іграх з природою без експерименту.
41. Планування експерименту в умовах невизначеності.
42. Інформаційні технології в іграх з природою.

ЗАВДАННЯ ДО САМОСТІЙНОЇ ТА ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ

1. Завдання до самостійної роботи

1. Петрик – випускник - відмінник середньої школи - хоче вирішити, в який з трьох університетів А, В чи С йому вступати. Він визначив два основні критерії вибору університету: місце розташування та академічна репутація. Як учень-відмінник він оцінює академічну репутацію університету у 4 разів вище (80%), ніж його місце розташування (20%). Визначити оптимальний вибір Петрика?

2. Знайти оптимальні рішення в умовах невизначеності за критеріями Вальда, Байєса, Лапласа, Севіджа, Гурвіця

1)

№	Стан 1	Стан 2
1	-500	600
2	700	200
3	200	-400
4	300	100
5	800	400

2)

№	Стан 1	Стан 2
1	40	-30
2	-80	20
3	10	30
4	-40	15
5	60	70

3. Фірма має капітал 300000 дол., який може використовуватися для фінансування проектів І та ІІ. Реалізація проекту ІІ гарантує отримання кожного року прибутку в розмірі 1 дол. на кожний вкладений долар. Проект І гарантує прибуток у розмірі 3 дол. за кожний інвестований долар, але через два роки. При фінансуванні проекту І період інвестицій має бути кратним двом рокам.

Визначити, як потрібно розпорядитися капіталом, щоб максимізувати загальний доход, який може отримати фірма через три роки після початку інвестицій.

4. Фірма реалізує комп'ютери зі складу, причому щоденний попит є випадковою величиною, що коливається від 20 до 80 апаратів, функція щільності якої має вигляд рівнобедреного трикутника. Середні витрати на зберігання одного апарату за день складають 4 грн., а штраф за дефіцит (недопоставку) одного комп'ютера становить 25 грн. за день. Визначити стратегію оптимального поповнення запасу комп'ютерів і мінімальні середні повні витрати.

5. Фірма реалізує комп'ютери зі складу, причому щоденний попит є випадковою величиною, що коливається від 40 до 60 апаратів, функція щільності якої має вигляд рівнобедреного трикутника. Середні витрати на зберігання одного апарату за день складають 6 грн., а штраф за дефіцит (недопоставку) одного комп'ютера становить 20 грн. за день. Визначити стратегію оптимального поповнення запасу комп'ютерів і мінімальні середні повні витрати.

6. Розглядаються стани банку, які характеризуються однією з процентних ставок: 3%, 4%, 5%, що установлюються на початку кожного

кварталу та фіксовані протягом його. Отже, за систему S приймаємо роботу банку, який може знаходитися в одному з таких станів: - процентна ставка 3%, - процентна ставка 4%, - процентна ставка 5%. Аналіз роботи банку показав, що перехідні ймовірності з одного стану до іншого майже незмінні та задані матрицею перехідних ймовірностей. Визначити ймовірності вказаних станів банку в кінці року, якщо в кінці попереднього року процентна ставка банку склала 4%.

7. Розв'язати матричну гру:

$$1)\begin{pmatrix}4 & 8\\ 7 & 6\end{pmatrix}\quad 2)\begin{pmatrix}2 & 6\\ 8 & 5\end{pmatrix}\quad 3)\begin{pmatrix}1 & 5\\ 7 & 4\end{pmatrix}\quad 4)\begin{pmatrix}6 & 10\\ 9 & 8\end{pmatrix}\quad 5)\begin{pmatrix}5 & 9\\ 8 & 7\end{pmatrix}$$

8. Запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix}0 & -1 & 3\\ 2 & 5 & -2\end{pmatrix}.$$

9. Спростіть платіжну матрицю

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3 & -1 & 0\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3\end{pmatrix}$$

і запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданої цією платіжною матрицею.

10. Для матричної гри, заданою платіжною матрицею,

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3 & -1 & 0\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3\end{pmatrix},$$

вказати чисті стратегії 1-го гравця, які увійдуть до його оптимальної змішаної стратегії з нульовою вірогідністю.

11. У яких межах знаходиться ціна гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -3 & -1 & 0\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6\\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3\end{pmatrix}?$$

12. Встановити норму чисельності бригади слюсарів, що зайняті на обслуговуванні 30 верстатів. У результаті спостережень та досліджень отримали такі відомості. Середня кількість заявок щодо ремонту, які

надходять за 1 годину від кожного верстата становить 0.416; середній час обслуговування одного верстата – 0.216 годин; середня протяжність інтервалу між двома послідовними заявками на обслуговування – 2.016 годин. Втрати від однієї години простою одного верстата становлять 40 грн., а вартість однієї години роботи одного робітника – 15 грн.

13. Чи може ціна гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3 \end{pmatrix},$$

бути від'ємною?

14. Для матричної гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix},$$

в результаті розв'язання відповідної задачі лінійного програмування для першого гравця отриманий вектор $x^* = (3/54,\ 0,\ 5/54)$. Визначить оптимальну змішану стратегію 1-го гравця і ціну гри.

15. Чи має матрична гра з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix},$$

розв'язок в чистих стратегіях?

16. Який середній програш матиме другий гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix},$$

якщо 1-й гравець користуватиметься змішаною стратегією (2/3, 0, 1/3), а другий – (1/2, 1/2)?

17. Який середній виграш матиме перший гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix},$$

якщо 2-й гравець користуватиметься змішаною стратегією (2/3, 0, 1/3), а другий – (1/2, 1/2)?

18. Який гарантований виграш може забезпечити собі 1-й гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}?$$

Як він повинен діяти для цього?

19. Який гарантований програш може забезпечити собі 2-ою гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}?$$

Як він повинен діяти для цього? Як може змінитися виграш 1-го гравця, якщо він використовуватиме свою оптимальну змішану стратегію, а другий гравець відхилиться від застосування своєї оптимальної стратегії? Чи зміниться оптимальна змішана стратегія 1-го гравця, якщо всі елементи платіжної матриці зменшити на 5?

20. Для матричної гри з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

знайдені оптимальні змішані стратегії p*=(3/8, 0, 5/8), q*=(1/4, 3/4). Обчислите ціну гри.

21. Розрахуйте матрицю ризиків для гри з природою, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 4 & -5 & 8 \\ -4 & 3 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

22. Для гри з природою із заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 4 & -5 & 8 \\ -4 & 3 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

знайти оптимальну стратегію по критерію Вальда.

23. Для гри з природою із заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 4 & -5 & 8 \\ -4 & 3 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

знайти оптимальну стратегію по критерію Байєса p = (0.3,0.1,0.4,0.1,0.1).

24. Для гри з природою із заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 4 & -5 & 8 \\ -4 & 3 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

знайти оптимальну стратегію по критерію Гурвіця, $\gamma = 0.6$.

25. Підприємство розробляє стратегію поповнення запасів деякої продукції для заданого періоду часу, який складається з N етапів (підперіодів). Для кожного з них відомий розмір попиту, причому він не є однаковим для всіх етапів. Щоб задовольнити попит, підприємство може придбати необхідну кількість продукції, замовивши її у виробника, або виготовити її самостійно. Передбачається, що запаси поповнюються миттєво, запізнення поставки та дефіцит неприпустимі. Залежно від ринкової кон'юнктури підприємству може бути вигідно створювати запаси продукції для задоволення попиту в майбутні періоди часу, що пов'язано, проте, з додатковими витратами на зберігання запасів.

Розробити програму управління запасами підприємства, тобто визначити обсяги замовлення й період його розміщення, щоб загальні витрати на постачання та зберігання продукції були мінімальними, а попит задовольнявся повністю й своєчасно.

Дані задачі вміщено в таблиці:

Період часу (квартал року)	Попит на продукцію, тис. од.	Витрати на розміщення замовлення, тис. грн.	Витрати на зберігання, тис. грн.
1	4	7	2
2	5	8	3
3	3	6	1
4	2	9	0

26. Банк «Аваль» працює 8 годин з 09.00 до 17.00, клієнтів обслуговує чотири оператори, один оператор може обслуговувати протягом години 10 відвідувачів, витрачаючи в середньому 6 хв. на кожного. Щогодини банк відвідують 9 клієнтів, які обслуговуються за правилом «перший прийшов – першого обслужене». При цьому поява клієнтів у банку підпорядковується

розподілу Пуассона, а час обслуговування оператором клієнта – від’ємному експоненціальному розподілу ймовірності.

Результати дослідження засвідчують, що клієнти не дуже задоволенні рівнем обслуговування, одна з основних причин - “багато часу доводиться очікувати своєї черги”. Аналіз свідчить, що втрати в термінах незадоволеності клієнтів становлять 6 грн. на годину.

Слід прийняти рішення про доцільність збільшення кількості обслуговуючого персоналу з огляду на скорочення часу очікування клієнтами обслуговування та витрат, які супроводжують цей крок.

27. Для обслуговування десяти персональних комп'ютерів (ПК) виділено двох інженерів з однаковою продуктивністю праці. Потік відмов (несправностей) одного комп'ютера - пуассоновський з інтенсивністю $\lambda = 0{,}2$. Час обслуговування ПК підкоряється показовому закону. Середній час обслуговування одного ПК одним інженером складає: $\bar{t} = 1{,}25$ год.

Можливі наступні варіанти організації обслуговування:

- обидві інженери обслуговують всі десять комп'ютерів, так що при відмові ПК його обслуговує один з вільних інженерів, в цьому випадку $R = 2$, $N = 10$;
- кожен з двох інженерів обслуговує по п'ять закріплених за ним ПК. В цьому випадку $R = 1$, $N = 5$.

Необхідно прийняти рішення щодо вибору якнайкращого варіанту організації обслуговування ПК.

28. Необхідно наблизити динаміку коефіцієнта фондовіддачі (табл. 1) однією із стандартних функцій.

Таблиця 1 – Динаміка коефіцієнта фондовіддачі по підприємству

№ п.п.	Роки	Значення коефіцієнта фондовіддачі
1	2005	0.62
2	2006	1.14
3	2007	1.38
4	2008	1.45
5	2009	1.51

29. Розробити оптимальну політику заміни устаткування (не старше 10 років), якщо відомі: вартість p(t) продукції, вироблюваної на протязі року з використанням даного устаткування; щорічні витрати g(t), пов'язані з експлуатацією устаткування; його залишкова вартість s(t); вартість z нового устаткування (з витратами, пов'язаними з установкою, накладкою і запуском устаткування). Після складання матриці максимальних прибутків сформувати оптимальні політики відносно устаткування даного віку t в плановому періоді даної тривалості N. Числові дані в десяти варіантах приведені в табл. 1 і табл. 2.

Таблиця 1

Варіант	Тривалість періоду N	Вік t устаткування	Залишкова вартість s(t)	Вартість z нового обладнання
1	10	7	2	11
	6	4		
2	10	8	2	14
	7	5		
3	10	6	0	10
	8	5		
4	10	8	3	10
	6	4		
5	10	7	0	8
	9	6		
6	10	6	5	17
	8	5		
7	10	9	2	12
	7	4		
8	10	6	0	6
	9	8		
9	10	9	1	13
	6	3		
10	10	7	0	10
	8	1		

Таблиця 2.

	Вік обладнання t											Варіант
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	20	20	20	19	19	18	18	17	17	16	15	1
	22	22	21	21	21	20	20	19	19	19	18	2
	25	24	24	23	22	22	21	21	21	20	20	3
	28	27	27	26	25	25	24	23	23	22	21	4

p(t)	21	20	19	19	18	18	17	16	16	15	15	5
	24	24	24	23	23	22	21	21	21	20	20	6
	28	27	26	25	24	24	23	22	22	22	21	7
	20	20	19	18	17	16	16	15	15	14	13	8
	26	25	25	24	24	23	23	23	22	21	21	9
	23	23	22	22	21	20	20	20	19	18	18	10
	10	11	12	12	13	13	14	14	15	15	15	1
	12	13	13	14	15	15	16	16	17	18	18	2
	13	13	14	15	15	16	16	17	18	19	20	3
	16	16	17	17	17	18	18	19	20	20	21	4
g(t)	11	11	11	12	12	13	13	13	14	14	15	5
	13	14	15	16	17	17	17	18	19	19	20	6
	15	15	16	17	17	18	19	20	20	21	21	7
	8	9	9	10	10	10	11	11	12	13	13	8
	15	15	16	16	17	17	18	19	19	20	21	9
	11	12	13	14	14	15	16	17	17	17	18	10

30. В таблиці приведені значення $f_i(u)$ можливого приросту випуску продукції в чотирьох підприємствах залежно від виділеної на модернізацію виробництва суми u. Розподілити між лісгоспами 1 млн. грн., щоб загальний приріст випуску продукції був максимальним. Для спрощення обчислень значення u приймати кратними 200 тис. грн.

Приріст випуску продукції на підприємствах, $g_i(u)$	Кошти, тис. грн.					Варіант
	200	400	600	800	1000	
	95	183	241	383	501	1
	97	172	292	382	472	2
	73	297	371	411	593	3
$g_1(u)$	94	205	352	443	574	4

	98	183	293	414	602	5
	110	214	404	542	623	6
	123	267	402	604	721	7
	145	244	373	455	582	8
	167	281	364	493	604	9
	122	283	391	472	696	10
$g_2(u)$	114	191	302	442	591	1
	116	343	463	533	752	2
	98	194	284	373	463	3
	124	252	341	464	574	4
	82	194	303	472	585	5
	133	203	424	451	612	6
	164	212	365	491	633	7
	125	305	422	583	714	8
	108	292	423	501	745	9
	142	264	404	511	683	10
$g_3(u)$	164	321	402	571	701	1
	135	283	374	492	612	2
	172	274	373	483	661	3
	118	206	322	482	613	4
	125	253	513	581	694	5
	123	227	344	552	603	6
	99	174	355	512	652	7
	134	252	453	621	701	8
	153	273	464	581	652	9
	116	241	431	514	683	10

$g_4(u)$	133	273	442	692	733	1
	126	354	403	542	734	2
	168	302	423	651	815	3
	144	233	404	503	583	4
	72	155	522	594	602	5
	104	273	333	573	691	6
	155	252	512	622	762	7
	77	334	463	602	683	8
	175	235	384	533	674	9
	166	216	365	491	723	10

2. Завдання до індивідуальної роботи

1. Дослідити особливості використання методу аналізу ієрархій в залежності від вибраного критерію оптимальності.
2. Описати практичні застосування теорії матричних ігор.
3. Проаналізувати можливості використання інформаційних технологій в теорії прийняття рішень.
4. Навести приклад задачі азартної гри з практики та записати її у вигляді моделі ймовірнісного динамічного програмування. Розв’язати за допомогою табличного процесора.
5. Навести приклад з практики задачі інвестування в умовах невизначеності та знайти оптимальну стратегію за допомогою табличного процесора.
6. Дослідити моделі прийняття рішень у теорії ігор.
7. Прийняття рішень на основі детермінованих моделей методу динамічного програмування: завдання про завантаження, планування робочої сили, заміни устаткування, інвестування.
8. Прийняття рішень на основі імовірнісного динамічного програмування: максимізація вірогідності досягнення мети.
9. Статичні моделі прийняття рішень щодо управління запасами: класичне завдання економічного розміру замовлення, завдання економічного розміру замовлення з розривами цін, багатопродуктова статична модель з обмеженою місткістю складу.
10. Імовірнісні моделі прийняття рішень щодо управління запасами: модель з безперервним контролем рівня запасу, "рандомізована" модель економічного розміру замовлення, стохастичний варіант моделі економічного розміру замовлення, одноетапні моделі, модель за відсутності витрат на оформлення замовлення, модель за наявності витрат на оформлення замовлення, багатоетапні моделі.
11. Прийняття рішень на основі методів прогнозування.
12. Прийняття рішень на основі імітаційного моделювання.
13. Моделі прийняття рішень в теорії масового обслуговування: моделі з вартісними характеристиками та переважного рівня обслуговування.
14. Марківські процеси прийняття рішень.
15. Моделі прийняття рішень у класичній теорії оптимізації.
16. Моделі прийняття рішень у лінійному програмуванні.
17. Моделі прийняття рішень у цілочисельному програмуванні.
18. Моделі прийняття рішень у сепарабельному програмуванні.
19. Моделі прийняття рішень у квадратичному програмуванні.
20. Моделі прийняття рішень у геометричному програмуванні.
21. Моделі прийняття рішень у стохастичному програмуванні.

Документація ПМК

з курсу «ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Пакет контрольних завдань з курсу «Теорія прийняття рішень», складений згідно програми курсу і освітньо-кваліфікаційних вимог до підготовки бакалаврів за спеціальністю 6.080400 «Інтелектуальні системи прийняття рішень».

Пакет завдань включає в себе 2 частини:

1- модульні контрольні роботи для контролю окремих тем;

2- комплексну контрольну роботу для підсумкового контролю знань.

Вимоги до виконання завдань та оцінка

Оцінка підсумкового контролю знань студентів – *чотирибальна* /«відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно»/.

Критерії оцінки знань

Критерії оцінки підсумкового контролю знань студентів базуються на навчальній програмі, робочому плані та найбільш важливих умовах до знань студентів:

1. знання фактів, явищ і вірне, науководостовірне їх пояснення;
2. оволодіння науковими термінами, поняттями, законами, методами, правилами; вміння користуватися ними при вирішенні різних питань і виконанні практичних завдань;
3. максимальна ясність, точність думки;
4. знання повинні мати практичну значимість; студенти повинні вміти безпосередньо застосувати їх на комп'ютері.

Відповіді на теоретичні питання повинні бути повними, логічними, доведеними. Практичні завдання студентів повинні бути виконані з точним дотриманням вказівок викладача.

На оцінку «відмінно» відповідь студента повинна відповідати пунктам 1 - 4, на «добре» – 1, 2, 4, на «задовільно» 1, 4.

МОДУЛЬНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ З КУРСУ
«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

Модульна контрольна робота №1.

1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Метод аналізу ієрархій.

2. Прийняття рішень в умовах ризику. Дерево розв’язків.

3. Прийняття рішень в умовах невизначеності. Матриця платежів. Критерій Лапласа. Мінімаксний критерій. Критерій Севіджа. Критерій Гурвіца.

4. Випускнику НУДПСУ Богдану необхідно вирішити, на яке з трьох місць роботи А, В чи С йому влаштовуватися. Він визначив два основні критерії вибору місця роботи: рівень заробітної плати та перспективи професійного зростання. Як студент-відмінник він оцінює перспективи професійного зростання у 2 разів вище (66,6%), ніж рівень заробітної плати (33,4%). Визначити оптимальний вибір Богдана?

5. Менеджер Борщ вирішив вкласти 100000 грн. на фондовій біржі Альтернативними є акції компанії А, В та компанії С. Можливі прибутки від інвестиції наведені в таблиці 1. Акції якої компанії слід купити менеджеру Борщу? Знайдіть оптимальний варіант.

Табл. 1.

Альтернативи	Прибуток від інвестицій за рік, грн.	
	При підвищені котирувань	При понижені котирувань
Акції компанії А	20000	5000
Акції компанії В	60000	-10000
Акції компанії С	30000	-1000
Ймовірність події	0,3	0,7

6. Знайти оптимальні рішення в умовах невизначеності за критеріями Вальда, Байєса, Лапласа, Севіджа, Гурвіца. Платіжна матриця у табл. 2.

Табл. 2.

№	Стан 1	Стан 2
1	-200	400
2	500	300
3	100	-300
4	400	100
5	600	300
6	-200	100
7	300	-150
8	-400	600

Модульна контрольна робота №2.

1. Мішані стратегії у грі двох осіб з нульовою сумою.
2. Задачі імовірнісного динамічного програмування.
3. Методи прогнозування.
4. Проаналізувати матричну гру.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	3	-1	0
A2	2	7	6
A3	4	5	4

5. Розв'язати матричну гру $\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$.

6. Підприємець планує інвестувати 50 тис. грн. через фондову біржу протягом наступних 3 років. Інвестиційний план полягає в покупці акцій на початку року і продажі їх в кінці цього ж року. Накопичені гроші потім можуть бути знову інвестовані (все або їх частина) на початку наступного року. Ступінь ризику інвестиції полягає в тому, що прибуток має імовірнісний характер. Вивчення ринку свідчить про те, що існує 45% вірогідність того, що він подвоює гроші, 25% - залишиться при своїх грошах і 30% - втратить весь об'єм інвестиції. Як слід інвестувати для найбільшого накопичення за 3 роки?

7. Описати динаміку середньої успішності студентів НУДПСУ з курсу "Теорія прийняття рішень" за роками (табл. 1).

Таблиця 1. Середня успішність студентів

№ п.п.	Роки	Середня успішність студентів в балах
1	2000	63
2	2001	61
3	2002	65
4	2003	67
5	2004	70
6	2005	68
7	2006	71
8	2007	69
9	2008	72
10	2009	71

КОМПЛЕКСНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА З КУРСУ

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» _______200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_1_ з курсу «Теорія прийняття рішень»

1. Поняття рішення та його визначення. Види рішень. Функції управлінських рішень.
2. Прийняття рішень в умовах невизначеності. Матриця платежів. Критерій Лапласа. Мінімаксний критерій.
3. Задача 1

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_2_ з курсу «Теорія прийняття рішень»

1. Вимоги, що висуваються до рішень. Умови прийняття рішень.
2. Прийняття рішень в умовах ризику Критерій очікуваного значення.
3. Задача 2

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_3_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Поняття загальної однокритеріальної проблеми прийняття рішень. Основні підходи до розв'язання проблеми. 2. Регресійний аналіз. Метод найменших квадратів. Інтервали передбачуваємості. Коефіцієнт кореляції. 3. Задача 3	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_4_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Використання інформаційних технологій в задачах прогнозування. 2. Поняття мішаних стратегій. Основні підходи до аналізу матричних ігор у мішаних стратегіях. 3. Задача 4	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_5_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Розв'язання матричних ігор у мішаних стратегіях. Активні стратегії. Основна теорема теорії ігор. 2. Реалізація критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою інформаційних технологій. 3. Задача 5	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_6_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень. Відношення переваги. 2. Методи прогнозування. Види залежностей для наближення процесу, представленого рядом динаміки. 3. Задача 6	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_7_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Загальна однокритеріальна проблема прийняття рішень. Універсальний метод перебору. 2. Азартна гра. Формулювання задачі у вигляді моделі ДП. Рекурентне рівняння. 3. Задача 7	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_8_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Основні проблеми розв’язання задач математичного програмування. 2. Комп’ютерна реалізація методів прогнозування. 3. Задача 8	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

<table>
<tr><td>Розглянуто і затверджено на засіданні
кафедри інтелектуальних систем
прийняття рішень

Протокол №___ від «___» ________200__р.

Зав. кафедрою_______________</td><td>ККР
БІЛЕТ №_9_

з курсу «Теорія прийняття рішень»</td></tr>
<tr><td colspan="2">1. Загальна характеристика прийняття рішень в умовах визначеності. Типові математичні моделі в умовах визначеності.
2. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень. Задача інвестування. Опис елементів моделі. Рекурентне рівняння.
3. Задача 9.</td></tr>
</table>

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

<table>
<tr><td>Розглянуто і затверджено на засіданні
кафедри інтелектуальних систем
прийняття рішень

Протокол №___ від «___» ________200__р.

Зав. кафедрою_______________</td><td>ККР
БІЛЕТ №_10_

з курсу «Теорія прийняття рішень»</td></tr>
<tr><td colspan="2">1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Методи розв’язання детермінованих моделей та їх оптимізація.
2. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень. Максимізація імовірності досягнення цілі.
3. Задача 10</td></tr>
</table>

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_11_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Моделі лінійного програмування. 2. Імовірнісне динамічне програмування в задачах прийняття рішень. Комп'ютерна реалізація методу імовірнісного динамічного програмування. 3. Задача 11	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_12_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Метод аналізу ієрархій. 2. Ігри з природою. Постановка гри. Аналіз матриці гри з природою та побудова матриці ризиків. 3. Задача 12	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_13_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Визначення вагових коефіцієнтів. 2. Ігри з природою. Критерій для прийняття рішень в іграх природою без експерименту. 3. Задача 13	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_14_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Матриця парних порівнянь. Погодженість матриці порівнянь. Коефіцієнт погодженості матриці 2. Ігри з природою. Планування експерименту в умовах невизначеності. 3. Задача 14	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_15_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Реалізація методу аналізу ієрархій за допомогою інформаційних технологій. 2. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях. Спрощення ігор. Розв'язок ігор 2xn та mx2. 3. Задача 15	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_16_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Основні підходи до аналізу ігор з природою та їх комп'ютерні реалізації. 2. Розв'язок матричних ігор методами лінійного програмування. 3. Задача 16	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_17_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах ризику. Поняття ризику. Ймовірностний характер задач прийняття рішень в умовах ризику. 2. Оптимальний розв'язок матричних ігор двох осіб з нульовою сумою. Ігри з сідловими точками. Чисті стратегії. Оптимальні бістратегії. Стан рівноваги. 3. Задача 17	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_18_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах ризику. Методи розв'язання оптимізаційних задач в умовах ризику. 2. Розв'язок матричних ігор у мішаних стратегіях. Розв'язок та геометрична інтерпретація ігор 2x2. 3. Задача 18	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ (м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_19_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах ризику. Дерево розв’язків. 2. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою. Принцип мінімакса. Стани природи. 3. Задача 19	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ (м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_20_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах ризику. Апостеріорні імовірності Байєса. 2. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою. Приклади задач матричних ігор двох осіб з нульовою сумою. 3. Задача 20	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_21_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах ризику. Функції корисності. 2. Предмет та основні поняття теорії ігор. Поняття гри. Стратегія гри. Класифікація ігор. 3. Задача 21	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_22_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Розв'язок матричних ігор за допомогою інформаційних технологій. 2. Методи прогнозування. Прогнозування з використанням ковзаючого середнього. 3. Задача 22	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_23_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Основні поняття та приклади задач теорії прийняття рішень. 2. Методи прогнозування. Еспоненційне згладжування. 3. Задача 23	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_24_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Задача прогнозування. Основні підходи до прогнозування розвитку систем і процесів. 2. Загальний метод розв’язання гри у мішаних стратегіях. 3. Задача 24	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_25_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1.Обчислення апостеріорних ймовірностей за допомогою інформаційних технологій. 2. Оптимальні стратегії на основі принципу мінімакса. 3. Задача 25	

Науково-педагогічний працівник _____________

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ДЕРЖАВНОЇ ПОДАТКОВОЇ СЛУЖБИ УКРАЇНИ
(м. Ірпінь Київської області)

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень Протокол №___ від «___» ________200__р. Зав. кафедрою_______________	ККР БІЛЕТ №_26_ з курсу «Теорія прийняття рішень»
1. Прийняття рішень в умовах невизначеності. Критерії Севіджа та Гурвіца. 2. Застосування теорії ігор до прийняття рішень. 3. Задача 26	

Науково-педагогічний працівник _____________

СПИСОК ЗАДАЧ

для комплексної контрольної роботи з курсу

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

1. Фірма має капітал 200000 грн., який може використовуватися для фінансування проектів I та II. Реалізація проекту II гарантує отримання кожного року прибутку в розмірі 2 грн. на кожну вкладену гривню. Проект I гарантує прибуток у розмірі 5 грн. за кожну інвестовану гривню, але через два роки. При фінансуванні проекту I період інвестицій має бути кратним двом рокам.

Визначити, як потрібно розпорядитися капіталом, щоб максимізувати загальний доход, який може отримати фірма через 4 роки після початку інвестицій.

2. Фірма реалізує комп'ютери зі складу, причому щоденний попит є випадковою величиною, що коливається від 20 до 80 апаратів, функція щільності якої має вигляд рівнобедреного трикутника. Середні витрати на зберігання одного апарату за день складають 8 грн., а штраф за дефіцит (недопоставку) одного комп'ютера становить 40 грн. за день. Визначити стратегію оптимального поповнення запасу комп'ютерів і мінімальні середні повні витрати.

3. Розглядаються стани банку, які характеризуються однією з процентних ставок: 4%, 5%, 6%, що установлюються на початку кожного кварталу та фіксовані протягом його. Отже, за систему S приймаємо роботу банку, який може знаходитися в одному з таких станів: - процентна ставка 4%, - процентна ставка 5%, - процентна ставка 6%. Аналіз роботи банку показав, що перехідні ймовірності з одного стану до іншого майже незмінні та задані матрицею перехідних ймовірностей. Визначити ймовірності вказаних станів банку в кінці року, якщо в кінці попереднього року процентна ставка банку склала 5%.

4. Розв'язати матричну гру $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Встановити оптимальну норму чисельності бригади слюсарів, що зайняті на обслуговуванні 40 верстатів. У результаті спостережень та досліджень отримали такі відомості. Середня кількість заявок щодо ремонту, які надходять за 1 годину від кожного верстата становить 0.43; середній час обслуговування одного верстата – 0.3 годин; середня протяжність інтервалу між двома послідовними заявками на обслуговування – 2.26 годин. Втрати

від однієї години простою одного верстата становлять 50 грн., а вартість однієї години роботи одного робітника – 20 грн.

7. Спростіть платіжну матрицю

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & -3 & 5 \\ 4 & 4 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

і запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданої цією платіжною матрицею.

8. Для матричної гри, заданою платіжною матрицею,

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -3 & 7 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix},$$

вказати чисті стратегії 1-го гравця, які увійдуть до його оптимальної змішаної стратегії з нульовою вірогідністю.

9. Розв'язати матричну гру $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 14 & -1 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$.

10. Чи має матрична гра з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 14 & -1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix},$$

розв'язок в чистих стратегіях?

11. Який середній програш матиме другий гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 0 \\ 6 & 4 \end{pmatrix},$$

якщо 1-й гравець користуватиметься змішаною стратегією (2/3, 0, 1/3), а другий – (1/2, 1/2)?

12. Який гарантований виграш може забезпечити собі 1-й гравець в грі з платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & -3 & 5 \\ 4 & 5 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}?$$

Як він повинен діяти для цього?

13. Розв'язати матричну гру $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 11 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$.

14. Менеджер А вирішив вкласти 200000 грн. на фондовій біржі Альтернативними є акції компанії А, В та компанії С. Можливі прибутки від інвестиції наведені в таблиці 1. Акції якої компанії слід купити менеджеру А? Знайдіть оптимальний варіант.

Табл. 1.

Альтернативи	Прибуток від інвестицій за рік, грн.	
	При підвищені котирувань	При понижені котирувань
Акції компанії А	30000	4000
Акції компанії В	80000	-20000
Акції компанії С	10000	5000
Ймовірність події	0,8	0,2

15. Знайти оптимальні рішення в умовах невизначеності за критеріями Вальда, Байєса, Лапласа, Севіджа, Гурвіца. Платіжна матриця у табл. 1.

Табл. 1.

№	Стан 1	Стан 2
1	-300	500
2	200	400
3	300	-200
4	800	200
5	100	400
6	-100	200
7	700	-200
8	-200	500

16. Підприємець планує інвестувати 100 тис. грн. через фондову біржу протягом наступних 3 років. Інвестиційний план полягає в покупці акцій на початку року і продажі їх в кінці цього ж року. Накопичені гроші потім можуть бути знову інвестовані (все або їх частина) на початку наступного року. Ступінь ризику інвестиції полягає в тому, що прибуток має

імовірнісний характер. Вивчення ринку свідчить про те, що існує 40% вірогідність того, що він подвоює гроші, 40% - залишиться при своїх грошах і 20% - втратить весь об'єм інвестиції. Як слід інвестувати для найбільшого накопичення за 3 роки?

17. Проаналізувати матричну гру.

Ai/Bi	B1	B2	B3
A1	3	-1	0
A2	2	7	6
A3	4	5	4

18. Розв’язати матричну гру $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$.

19. Описати динаміку середньодобової температури у січні місяці за роками (табл. 1).

Таблиця 1. Середньодобова температура у січні місяці.

№ п.п.	Роки	Середньодобова температура у січні місяці (град. С)
1	2000	-10
2	2001	-11
3	2002	-8
4	2003	-15
5	2004	-16
6	2005	-13
7	2006	-14
8	2007	-17
9	2008	-12
10	2009	-14

20. Фірма має капітал 300000 грн., який може використовуватися для фінансування проектів І та ІІ. Реалізація проекту ІІ гарантує отримання кожного року прибутку в розмірі 1 грн. на кожну вкладену гривню. Проект І гарантує прибуток у розмірі 4 грн. за кожну інвестовану гривню, але через два роки. При фінансуванні проекту І період інвестицій має бути кратним двом рокам.

Визначити, як потрібно розпорядитися капіталом, щоб максимізувати загальний доход, який може отримати фірма через 3 роки після початку інвестицій.

21. Знайти оптимальні рішення в умовах невизначеності за критеріями Вальда, Байєса, Лапласа, Севіджа, Гурвіца. Платіжна матриця у табл. 1.

Табл. 1.

№	Стан 1	Стан 2
1	100	200
2	300	600
3	200	-100
4	800	200
5	-100	400
6	100	200
7	400	-200
8	100	500

22. Запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданою платіжною матрицею

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 4 & 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

23. Підприємець планує інвестувати 200 тис. грн. через фондову біржу протягом наступних 4 років. Інвестиційний план полягає в покупці акцій на початку року і продажі їх в кінці цього ж року. Накопичені гроші потім можуть бути знову інвестовані (все або їх частина) на початку наступного року. Ступінь ризику інвестиції полягає в тому, що прибуток має імовірнісний характер. Вивчення ринку свідчить про те, що існує 30% вірогідність того, що він подвоює гроші, 30% - залишиться при своїх грошах і 40% - втратить весь об'єм інвестиції. Як слід інвестувати для найбільшого накопичення за 4 роки?

24. Спростіть платіжну матрицю

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & -2 & 1 \\ 5 & 5 & -2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & -5 & 5 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

і запишіть задачу лінійного програмування для розв'язання матричної гри, заданої цією платіжною матрицею.

25. Фірма має капітал 150000 грн., який може використовуватися для фінансування проектів I та II. Реалізація проекту II гарантує отримання кожного року прибутку в розмірі 3 грн. на кожну вкладену гривню. Проект I гарантує прибуток у розмірі 7 грн. за кожну інвестовану гривню, але через два роки. При фінансуванні проекту I період інвестицій має бути кратним двом рокам.

Визначити, як потрібно розпорядитися капіталом, щоб максимізувати загальний доход, який може отримати фірма через 5 роки після початку інвестицій.

26. Описати динаміку середньодобової температури у травні місяці за роками (табл. 1).

Таблиця 1. Середньодобова температура у січні місяці.

№ п.п.	Роки	Середньодобова температура у травні місяці (град. С)
1	2000	8
2	2001	10
3	2002	11
4	2003	9
5	2004	12
6	2005	13
7	2006	14
8	2007	10
9	2008	12
10	2009	14

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна література

1. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Теорія прийняття рішень: Навчальний посібник. – К.: ВПЦ „Київський університет”. - 2006. - 304 с.
2. Костевич Л.С. Математическое программирование. – Минск: “Новое знание”. – 2003. – 424 с.
3. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – К.: Наукова думка. - 2002. - 381 с.
4. Таха Х. Введение в исследование операций. - М.: Изд. дом «Вильямс». - 2001. - 912 с.
5. Гультяев А.К. MatLab 5.3. Имитационное моделирование в среде Windows: Практическое пособие. – СПб.: КОРОНА принт, 2001. – 400 с.
6. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. - М.: Логос. - 2000. - 296 с.
7. Николаев В.Н. Стохастические методы моделирования принятия решений в микроэкономике и бизнесе: Учебное пособие / В.Н. Николаев, В.В. Матвеев – Чебоксары: Салика, 1999. – 292 с.
8. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий // Пер. с англ. - М.: ”Радио и связь”, 1993. – 320 с.
9. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели. - М.: Мир. - 1991. - 464 с.
10. Юдин Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений. - М.: Наука. -1989. -320 с.
11. Макаров И.М. и др. Теория выбора и принятия решений. - М.: Наука. - 1982. - 328с.
12. Рабочая книга по прогнозированию / отв. ред. И.В.Бестужев – Лада. М.: Мысль, 1982. – 430 с.

Додаткова література

1. Статюха Г.О., Безносик Ю.О., Бугаєва Л.М. Інтелектуальні системи прийняття рішень при дослідженні та проектуванні хіміко-технологічних процесів. У двох книгах. – Київ: Політехніка, 2004. – 416 с.
2. Розробка інтелектуальної системи підтримки прийняття рішень для моделювання, оптимізації, проектування та управління процесів і систем, що використовуються у ресурсозберігаючих та енергозберігаючих технологіях" // Звіт по НДР N 0196U004950, КПІ. - Київ, 1997. – 176 с.
3. Большаков А.С. Моделювання в менеджменті. Навчальний посібник. - М.: інформаційно-видавничий будинок «Філін», Рілант, 2000. - 464 с.
4. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю. Моделювання ризикових ситуацій в економіці і бізнесі: Навчальний посібник / Під ред. Б.А. Лагоши. - М.: Фінанси і статистика, 1999. - 16 с.: мал.
5. Матвєєв Л.А. Комп'ютерна підтримка рішень: Підручник. - Спб.: «Спеціальна література», 1998. - 472 с.ил.