

В монографии впервые рассматриваются задачи терминального управления системами с минимальным временем переходного процесса в условиях параметрической неопределенности интервального типа и наличии ограниченных помех в каналах измерения фазовых координат, а также методы, дающие гарантированное их решение. Предлагаемые алгоритмы адаптации представляют различные модификации алгоритмов обучения распознаванию образов, алгоритмов точечной и множественной идентификации. Процедуры обучения распознаванию ситуаций управления рассматриваются как для линейных, так и нелинейных по неизвестным параметрам решающих функций. Отличительной особенностью алгоритмов обучения является использование информации о количестве переключений на интервале перевода фазовой точки объекта из начального состояния в конечное и положение фазовой точки относительно области достижимости за установленное число переключений знака управления в качестве указаний внешнего учителя. Приводятся примеры, подтверждающие эффективность методов. На примере системы радиолокационного сопровождения воздушных целей обосновываются частные показатели эффективности, такие как время реакции, точность, время.



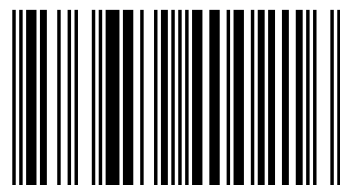
Дмитрий Кучеров
Андрей Козуб

Методы синтеза адаптивных систем терминального управления



Дмитрий Кучеров

Кучеров Дмитрий Павлович доктор технических наук, профессор кафедры компьютеризованных систем управления Национального авиационного университета, Киев. Проводит научные исследования в области систем терминального управления. Автор свыше 120 научных работ, среди них 3 монографии, а также свыше 10 патентов.



978-3-659-40021-6

Кучеров, Козуб

LAP
LAMBERT
Academic Publishing

**Дмитрий Кучеров
Андрей Козуб**

**Методы синтеза адаптивных систем терминального
управления**

**Дмитрий Кучеров
Андрей Козуб**

**Методы синтеза адаптивных
систем терминального
управления**

LAP LAMBERT Academic Publishing

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-40021-6

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2013 AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ПРЕДМЕТ И ПРОБЛЕМАТИКА ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	
1.1. Методы синтеза систем терминального управления	13
1.1.1. Системы терминального управления. Определение. Классификация	13
1.1.2. Анализ методов синтеза терминального управления с нефиксированным временем управления.....	17
1.1.3. Анализ методов синтеза систем терминального управления при неполной информации.....	35
1.2. Пути и методы решения проблемы повышения динамических характеристик	42
1.3. Постановка задачи синтеза адаптивной системы терминального управления	49
ГЛАВА 2. ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ. МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	
2.1. Задачи терминального управления	53
2.1.1. Задача автоматического сопровождения по направлению	53
2.1.2. Задача управления движением крена.....	57
2.1.3. Задача управления космическим летательным аппаратом	60
2.1.4. Задача управления роботом	64
2.1.5. Задача управления курсом судна.....	67
2.2. Показатели эффективности систем автоматического управления	71

2.3. Математическое описание динамических систем	76
2.3.1. Решение однородных уравнений состояния	78
2.3.2. Решение неоднородных уравнений состояния	79
2.4. Методы вычисления матричного экспоненциала в задачах анализа динамики систем управления	83
2.5. Программный метод решения задач анализа систем терминального управления	87
2.6. Методы обучения и идентификации систем	91
2.6.1. Алгоритм обучения Н. Нильсона	91
2.6.2. Метод точечной идентификации	93
2.6.3. Множественная идентификация	95

ГЛАВА 3. СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОМЕХ

3.1. Алгоритмы синтеза адаптивных систем с разделяющей линейной по параметрам	98
3.1.1. Принципы построения адаптивного терминального управления	100
3.1.2. Схема обучения инерционной динамической системы ..	106
3.1.3. Синтез адаптивной системы для объекта с элементом дифференцирования	114
3.2. Синтез адаптивных систем с разделяющей нелинейной по параметрам	120
3.2.1. Схема обучения инерционной системы	121
3.2.2. Схема адаптации системы с двумя постоянными времени	127
3.2.3. Алгоритм обучения колебательного объекта	132
3.3. Алгоритм адаптации для систем терминального управления третьего порядка	141

3.3.1. Алгоритм адаптации тройного интегратора	142
3.3.2. Алгоритм адаптации объекта с двумя нулевыми и одним вещественным полюсами	154
3.3.3. Субоптимальное по быстродействию управление системой третьего порядка с одним нулевым полюсом	156

ГЛАВА 4. СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

4.1. Алгоритмы обучения с линейной по параметрам разделяющей функцией	166
4.1.1. Особенности синтеза систем терминального управления в условиях ограниченных возмущений	166
4.1.2. Алгоритм обучения терминальному управлению I.....	168
4.1.3. Алгоритм обучения терминальному управлению II	179
4.1.4. Алгоритм обучения терминальному управлению системы при входном воздействии вида квадратичная функция	182
4.2. Алгоритм обучения с разделяющей нелинейной по параметрам	192
4.2.1. Алгоритм обучения терминальному управлению динамической системы с инерционной частью	192
4.2.2. Алгоритм обучения терминальному управлению колебательной системы	200
4.3. Алгоритм обучения системы с запаздыванием.....	212

ГЛАВА 5. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ В ИНТЕРЕСАХ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1. Метод точечного оценивания в задачах терминального управления.....	223
5.1.1. Идея метода	223
5.2. Метод множественного оценивания параметров	228
5.3. Сравнительная характеристика различных методов и обоснование целесообразности их интеграции	232
5.4. Интеграция различных методов синтеза	239
5.5. Применение метода множественного оценивания в задачах терминального управления.....	242
5.5.1. Алгоритм терминального управления с использованием точечной идентификации при входном воздействии вида квадратичная функция и наличие ограниченных помех	243
5.5.2. Адаптивное терминальное управление неминимально-фазовым объектом в условиях ограниченных помех	255
5.6 Пример.....	265
5.6.1 Модель движения цели.....	266
5.6.2. Выбор закона управления при реализации системы терминального управления.....	272
5.6.3. Синтез адаптивной радиолокационной системы сопровождения воздушных целей	276
5.6.4. Реализация адаптивной системы сопровождения воздушных целей	279
Приложения.	
Блок схемы алгоритмов, промежуточные вычисления, доказательства	284
Список литературы	297

ВВЕДЕНИЕ

Под системами терминального управления понимаются такие, которые выполняют задачу перевода объекта из начального состояния в заданное конечное состояние за конечное время. Свойство определенности конечного состояния и конечности интервала времени привлекает внимание к ним разработчиков систем автоматического управления соответствием общей постановке задачи заданию на проектирование технической системы. Терминальное управление предполагает формулирование стратегии управления, гарантирующей выполнение конечности (терминальности) требований, предъявляемых к системе. К типовым задачам терминального управления относятся задачи управления схватом робота, стыковкой летательных аппаратов, причаливания кораблей и т.п.

Системы терминального управления могут выполнять задачи управления с фиксированным и нефиксированным временем. Когда время фиксировано, тогда наибольшее внимание уделяется точности решения задачи в предположении достаточности времени для ее выполнения. Кроме систем с фиксированным временем существуют системы, при построении которых время управления целенаправленно не

задается, более того стремятся сделать его минимально возможным. Задача синтеза терминального управления с нефиксированным временем модифицируется в известную в теории синтеза оптимальных систем задачу максимального быстродействия. Эффективным методом построения таких систем является принцип максимума Л.С. Понтрягина. Существенный вклад в развитие этого подхода к построению этого класса систем внесли Болтянский В.Г., Фельдбаум А.А., Антомонов Ю.Г., Павлов А.А., Атанс М., Фалб П.Л. и другие ученые. Значительное место в этом направлении занимают методы построения оптимального управления в фазовом пространстве.

К сожалению, предложенные на то время методы ориентировались на идеальный объект управления, оказались чувствительны к его параметрам, требовали значительных вычислительных затрат. К тому же, реальные отступления от математической модели устройств, необходимость учета влияния помех, присутствующих в каналах измерения координат, ограниченные возможности получения информации о координатах системы представляло достаточно серьезные ограничения для практического использования этих методов.

При управлении системой в фазовом пространстве проявился специфический, свойственный только этому принципу построения систем, так называемый "скользящий" режим, который стали использовать для построения квазиоптимальных по быстродействию систем. Эта идея существенно развита в работах Емельянова С.В., Смольникова Л.П. Реализация скользящего режима осуществляется соответствующим подбором параметров функционального преобразователя или параметров цепей обратных связей. Для придания системе свойств квазиоптимальности Антомоновым Ю.Г., Дунаевым В.И., Батенко А.П. и другими предлагались алгоритмы терминаль-

ного управления, основанные на построении кусочно-линейных решающих функций. Очевидным недостатком такой идеи является затягивание процесса управления, к которому относятся как допустимому. По оценкам, полученным Смольниковым Л.П., Дунаевым В.И., использование линейной обратной связи приводит к увеличению продолжительности цикла управления по сравнению с оптимальным – на 20%–50%.

Кроме упомянутых выше, недостатком “скользящих” (вибрационных) режимов для электромеханических систем, указанных в свое время Цыпкиным Я.З. и совсем недавно Потапенко Е.М., является низкая надежность системы, связанная с разогревом рабочей обмотки и преждевременным износом исполнительных частей системы. В дополнение к этому напомним точку зрения А.А. Красовского, которую можно найти в известном справочнике по автоматическому управлению [с. 364] относительно использования скользящих режимов: “Такие энергетически напряженные режимы, как скользящий режим, в настоящее время становятся недопустимой роскошью.”

В условиях априорной параметрической неопределенности обычно используют адаптивный подход. Однако, большинство известных методов управления в условиях неопределенности оказываются непригодными для решения задач терминального управления по характеристикам точности и времени отработки задания управляемыми объектами в связи с тем, что к процессу адаптации систем терминального управления предъявляются жесткие требования по сходимости, скорости сходимости и точности, реализация которых в реальном масштабе времени чрезвычайно затруднена. Кроме того, если в каналах измерения координат действуют помехи, стохастическая природа ко-

торых неизвестна, и о характеристиках которых известен лишь только один параметр нерегулярности – уровень ограничения помехи, то в системах терминального управления желаемого качества управления добиться принципиально невозможно.

В свое время для задач терминального управления в дальнем зарубежье Нильсоном Н., Фу К.С., Уидроу Б., Кнолем А.Л., Менделем Ж.М., Запалаком Ж. и др. предлагались методы обучения регуляторов для аэрокосмической сферы в случаях, когда параметры объекта неизвестны, на эвристическом уровне. Разработанные ими методы требовали знания оптимального процесса динамической системы, который реализовывался в виде некоторого соответствия между состояниями динамической системы и оптимальными управлениями или же в виде эталонного регулятора. Задачи решались в инженерном плане, проводились экспериментальные и модельные исследования.

За последние два десятилетия в теории адаптивных систем управления существенное развитие получило направление, связанное с представлением о помехах и возмущениях, как о сигналах, имеющих нестохастическую природу, о которых известно лишь то, что они ограничены по уровню. К настоящему времени получены существенные результаты на основе идентификационного подхода в основополагающих работах академика НАН Украины В.М. Кунцевича и его учеников, а также другими учеными ближнего и дальнего зарубежья. В соответствии с идентификационным подходом параметры регулятора пересчитываются на основе текущих точечных или множественных оценок, полученных с помощью того или иного алгоритма идентификации. К сожалению, при работе в нестохастической среде с ограниченными помехами, как известно, не гарантируется получение точных оценок даже в асимптотике (в пределе), а это означает, что в принципе

нельзя исключить такого случая, когда после завершения процесса адаптации возникнет скользящий режим, что крайне нежелательно.

Интенсивное развитие этого направления стало возможным благодаря не только значительным успехам в развитии цифровой вычислительной техники и информационных технологий, а и интеллектуальных систем поддержки принятия решений, давших существенный качественный скачок в возможностях управления сложными нестационарными объектами с нелинейной динамикой и высоким уровнем неопределенности.

Цель книги состоит в изложении известных, так и полученных автором новых результатов в области синтеза систем терминального управления системами с минимальным временем переходного процесса в условиях параметрической неопределенности интервального типа и наличии ограниченных помех в каналах измерения фазовых координат, а также методы, дающие гарантированное их решение. Предлагаемые алгоритмы адаптации представляют различные модификации алгоритмов обучения распознаванию образов, алгоритмов точечной и множественной идентификации. Идеей алгоритмов обучения является использование информации о количестве переключений на интервале перевода фазовой точки объекта из начального состояния в конечное и положении фазовой точки относительно области достижимости за установленное число переключений знака управления в качестве указаний внешнего "учителя". В качестве помех рассматриваются случайные воздействия нерегулярного типа с единственным параметром регулярности – уровнем ограничения помехи. Проанализированы возможные каналы влияния помех и установлен канал, по которому помехи и нерегулярные возмущения оказывают наиболее существенное влияние на качество системы управления. Разработан

эффективный метод устранения ложных переключений знака управляющего воздействия, основанный на введении в закон управления своеобразной сигнум-функции гистерезисного типа.

Впервые предложены методы точечной и множественной идентификации для решения терминальных задач с минимальным временем переходного процесса. Разработана схема интеграции предложенных методов, основанная на параллельной работе методов обучения, точечной и множественной идентификации, позволяющая существенно повысить скорость адаптации.

Центральная идея, развиваемого в книге подхода к построению адаптивных систем терминального управления объектами с известной мерой параметрической неопределенности и отсутствию информации о статистических характеристиках возмущений, заключается в коррекции неизвестного вектора параметров на основе использования только текущей информации о функционировании системы, контролируемой с помощью имеющихся в распоряжении измерительных средств (датчиков). Устранение ложных переключений знака управляющего воздействия, основано на введении в закон управления своеобразной сигнум-функции гистерезисного типа. Гарантированность управления достигается построением компактных областей достижимости, совместных с математической моделью объекта управления, результатами наблюдения и ограничений на действующие возмущения.

Книга содержит пять глав и приложения.

Первая глава посвящена анализу необходимости повышения динамических характеристик технических систем; определению предмета и проблематики адаптивных систем терминального управления; обосновывается необходимость развития методов адаптивного терминального управления.

Во второй главе рассматриваются типовые системы терминального управления: система автоматического сопровождения по направлению, система управления движением крена, система управления космическим летательным аппаратом, система позиционирования робоманипулятора и задача управления курсом судна. Формулируется общая постановка математической задачи синтеза систем терминального управления, где априорная параметрическая неопределенность введена интервальной зависимостью, информация о помехах в каналах измерения фазовых координат учитывается только величинами уровня ограничения помех, искомой величиной считаются точечные оценки вектора параметров системы адаптивного управления, обеспечивающие попадание изображающей точки в область достижимости. Представлен новый метод анализа этих систем, отличающийся значительным сокращением вычислительных операций при выполнении процедуры анализа систем.

Третья глава посвящена методам построения систем терминального управления без учета влияния помех в каналах измерения координат. Приводятся примеры типовых систем терминального управления на моделях второго и третьего порядков, разделяющая функция которых имеет линейную и нелинейную зависимость по неизвестным параметрам.

В четвертой главе представлены методы построения систем терминального управления с учетом влияния помех в каналах измерения фазовых координат системы. Показан механизм влияния нестохастических ограниченных помех, для которых единственным параметром регулярности выступает амплитуда помехи (уровень ограничения), а также метод исключения влияния этих помех на работу систем. Пред-

лагается метод фиксации попадания изображающей точки объекта в области достижимости в условиях помех.

В пятой главе представлены методы, позволяющие усовершенствовать разработанные в главах 3, 4 алгоритмы адаптации в интересах повышения скорости сходимости процесса адаптации, основанные на применении методов точечной и множественной идентификации. Разработана схема интеграции методов, работающая на параллельной основе. Представлены результаты апробации методов адаптивного терминального управления для систем, работающие в составе разработанной интегральной схемы функционирования методов; результаты исследования методов адаптивного терминального управления на примере радиолокационной системы сопровождения воздушных целей. Приводятся сравнительные характеристики адаптивной и неадаптивной систем сопровождения.

В приложениях можно найти программную реализацию предлагаемых алгоритмов, а также доказательства отдельных положений и формулировок.

Основные результаты формулируются в виде утверждений о существовании квазиоптимального по времени переходного процесса в этих системах и условия конечной сходимости процесса адаптации. Авторы стремились к тому, чтобы приведенные числовые примеры, полученные при моделировании, иллюстрировали возможность наглядного отображения особенностей алгоритмов, а читатель имел возможность представления об их реализуемости и эффективности.

Авторы выражают глубокую благодарность и признательность рецензентам д-ру техн. наук, профессору Герасимову Б. М. и д-ру техн. наук профессору Гостеву В. И. за ценные замечания, способствовавшие улучшению содержания монографии.

ГЛАВА 1

ПРЕДМЕТ И ПРОБЛЕМАТИКА ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1.1 Методы синтеза систем терминального управления

1.1.1. Системы терминального управления. Определение. Классификация

Первые упоминания о терминальном управлении как самостоятельном направлении в теории управления следует связывать с появлением понятий об оптимальном управлении. Так, в докладе А.М. Летова "Теория оптимального управления" терминальные задачи формулировались как задачи оптимального управления (см. [1-3] и ссылки). Задачей последнего является определение таких управляющих стратегий, при которых достигается максимум (минимум) некоторой конкретной целевой функции, называемой критерием качества. В качестве типовых задач выдвигаются: выход летательного аппарата в заданную навигационную точку с заданной точностью;

решение задачи о минимальном расходе топлива; обеспечение минимальной вероятности аварийных ситуаций; минимальный расход ресурса силовой установки и планера и др. Решение реальных задач требует также учета располагаемых временных ресурсов.

Традиционно подобные задачи, как в детерминированной, так и в стохастической постановке формулируются и решаются как вариационные, в которых отыскивается экстремальное значение некоторого функционала. Особенностью функционала в терминальных задачах является указание конечного состояния объекта управления. Для терминальных задач в непрерывном времени, описываемых в пространстве состояний, минимизируемый функционал в общем случае задается в форме [2-4]

$$I = V_3[x(t_k)] + \int_{t_0}^{t_1} L[x(\theta), u(\theta), \theta, \beta] d\theta. \quad (1.1)$$

Здесь $L(\cdot)$ – скалярная функция (скалярный оператор) своих аргументов; $x(\theta)$ – вектор состояния; $u(\theta)$ – вектор управления; β – вектор параметров; $V(\cdot)$ – скалярная функция конечного состояния $x(t_k)$; $[t_0, t_1]$ – интервал оптимизации. Задача (1.1) формулируется как задача синтеза такого закона управляющего воздействия, который обеспечивает достижение заданного конечного состояния $V(x(t_k))$ за конечный интервал времени $[t_0, t_k]$ так, чтобы на интервале $[t_0, t_1]$ функция $L(\cdot)$ достигала минимума. Таким образом, основной целью задачи терминального управления является синтез закона управления, с помощью которого достигается определенное состояние объекта за некоторое конечное время. Если время перевода объекта из начального состоя-

ния в конечное состояние принимает вполне определенное значение, то такие системы терминального управления относят к задачам терминального управления с фиксированным временем.

Если в качестве конечного состояния выбирается начало координат, как это обычно делается при рассмотрении уравнений системы автоматического управления относительно ошибки, то первое слагаемое в (1.1) $V_3[x(t_k)] \equiv 0$. Тогда задача терминального управления формулируется как задача синтеза закона управления, обеспечивающего достижение конечного нулевого состояния (начала координат) за интервал времени $[t_0, t_1]$. Дадим определение понятию терминального управления.

Определение 1.1. Под терминальным управлением с фиксированным временем будем понимать такое целенаправленное воздействие на объект, при котором его фазовые координаты переводятся из начального состояния в заданное конечное за определенный (фиксированный) интервал времени.

Кроме систем с фиксированным временем существуют задачи, в которых время управления целенаправленно не задается, более того, его стремятся сделать минимально возможным. Действительно, если в выражении (1.1) подинтегральная функция $L(\cdot) \equiv 1$ и попытаться решить задачу оптимизации с неизвестным верхним пределом интеграла, то задача синтеза терминального управления модифицируется в известную в теории синтеза оптимальных систем задачу максимального быстродействия. Иными словами, задача оптимального быстродействия эквивалентна задаче терминального управления с минимальным временем регулирования (управления). Конечно же

существуют и другие виды функционала $L(\cdot)$, но в данной работе задачи, где $L(\cdot)$ отличается от единицы, рассматриваются ограниченно.

Определение 1.2. Под терминальным управлением с нефиксированным временем регулирования будем понимать такое целенаправленное воздействие на объект управления, при котором его фазовые координаты переводятся из начального состояния в заданное конечное за минимально возможный интервал времени.

Существование оптимального управления для терминальной задачи доказано в работе [5]. При рассмотрении задач оптимального управления Л.С. Кирилова доказала теорему 3 [6] о возможности нахождения оптимального управления для терминальной задачи в виде релейной функции. В этом случае управление динамическим процессом основывается на измерении некоторых параметров. Для систем терминального управления в соответствии с определением 1.2 такими параметрами являются фазовые координаты процесса, к которым относятся положение, скорость, ускорение, высшие производные исходной величины или время. В процессе управления на систему могут воздействовать помехи различного происхождения.

Определение 1.3. Случайный сигнал (помеха) с известными (заданными) статистическими характеристиками (функцией распределения, плотностью распределения, корреляционными моментами и др.) будем называть *стохастическим*, в противном случае – *нестохастическим*.

Обобщенная классификация алгоритмов терминального управления с нефиксированным временем управления приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Классификация алгоритмов терминального управления с нефиксированным временем

Управляемый параметр	Алгоритм				
	точный	численный	эвристический	Кусочно-линейная аппроксимация	адаптивный
время	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
фазовые координаты	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
помехи стохастические	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
нестохастические	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5

Алгоритмы 1.1 - 1.3, 2.1, 2.3, 2.4, 3.1, 3.3-3.5, 4.4 рассматриваются далее в данном разделе, алгоритмы 2.1, 2.5, 4.1, 4.5 изучаются в разделах 3-5 при изложении основного материала диссертационной работы; алгоритмы 1.5, 2.2, 4.2 в работе не рассматриваются в виду отсутствия по ним доступной информации; алгоритм 1.4 принципиально не может быть реализован во временной области.

1.1.2. Анализ методов синтеза терминального управления с нефиксированным временем управления

Алгоритмы терминального управления с нефиксированным временем, составляющие группы 1.1, 2.1, основываются на аналитическом решении дифференциальных уравнений или удовлетворяют некоторым решающим функциям, полученным в результате решения этих уравнений. Эти алгоритмы используют известные априорные исходные данные об управляемом процессе, исходные

координаты процесса управления измеряются с помощью неискажающих информацию датчиков.

Центральным методом точных алгоритмов решения задач данного типа является принцип максимума, расширивший возможности применения вариационных методов, ограниченных трудностью учета допустимых значений управляющего сигнала. В то же время технические условия управления предусматривают возможность подачи на управляемый объект максимально допустимого сигнала. Основные исследования в направлении изучения этого метода проведены коллективом математиков, возглавляемым академиком Л.С. Понтрягиным. Вследствие своей общности принцип максимума стал все шире использоваться при построении оптимальных систем управления.

Ключевые положения теории оптимальных по быстродействию систем были сформулированы в 50-70-х годах прошлого столетия. Это, прежде всего, теоремы о принципе максимума, о существовании и единстве управления, о конечности числа переключений, а также некоторые другие важные результаты, которые были получены советскими учеными В.Г. Болтянским, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко [7, 8], работающими под руководством академика Л.С. Понтрягина, а также учеными, работающими в США Л. Нейштадтом, Ж. Ла-Саллем, а также группой ученых, возглавляемых Р. Беллманом (см. [9] и ссылки).

Впервые принцип максимума был доказан Р.В. Гамкрелидзе для линейных управляемых систем. В общем нелинейном случае принцип максимума доказал В.Г. Болтянский, который вслед за тем построил основы нелинейной теории оптимального управления [7].

Главный практический вывод, вытекающий из принципа максимума, заключается в том, что оптимальным по быстродействию

управлением является кусочно-непрерывная функция времени с интервалами знакопостоянства, в инженерной терминологии именуемая как релейный закон управления, в англоязычной литературе – bang-bang control. Сформулированы необходимые и достаточные условия получения наилучших временных характеристик в релейных системах, к тому времени уже применяемых на практике, что, кроме того, дало мощный толчок широкому внедрению новых научных результатов в промышленности, благодаря чему релейные системы нашли применение в технике и вооружении [10-27].

Для получения оптимального управления необходима информация о моменте переключения знака управляющего воздействия. Первоначально моменты переключения рассчитывались с помощью вычислительного устройства методом попятного движения путем стыкования решений дифференциальных уравнений, описывающих систему, для различных знаков управления (группа 1.1). При этом структура регулятора оказалась максимально приближенной к известным на то время регуляторам, построенным по принципу обратной связи. Структура системы, реализующая алгоритмы группы 1.1, показана на рис. 1.1.

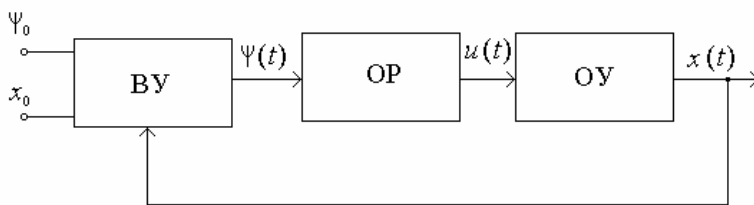


Рис. 1.1. Структура оптимальной системы по принципу контроля времени

На вход управляемого объекта ОУ поступает управляющее воздействие $u(t)$ релейного типа, сформированное оптимальным регулятором $ОР$. Управляющее воздействие вырабатывается $ОР$ по выходным координатам ОУ $x(t)$ и специальному сигналу $\psi(t)$, расчет которого осуществляется вычислительным устройством $ВУ$. Задача вычислительного устройства – по известным ψ_0 и x_0 определить изначально неизвестную функцию $\psi(t)$ такую, чтобы в некоторый момент t_n знак управляющего воздействия переключался и достигалась цель управления за время t_k минимально возможное. В этом случае система строится по принципу контроля времени. Заметим, что если ψ_0 неизвестно, то необходимо принимать дополнительные меры к определению $\psi(t)$ (см., например, [7]).

Важным практическим результатом в исследовании релейных систем стала теорема об n -интервалах, сформулированная впервые А.А. Фельдбаумом в [25]. Данная теорема служит хорошим проверочным инструментом в руках инженера-конструктора, проектирующего системы с минимальным временем регулирования, в которых отсутствуют колебательные свойства. Число интервалов управления при соблюдении определенных условий в соответствии с этой теоремой равно порядку n дифференциального уравнения, описывающего динамику системы.

Одновременно с ростом понимания функционирования этих систем и предпринимающимися попытками их конструирования стали выявляться и уязвимые места метода, имеющего изящное математическое решение. Так при построении оптимальных систем для известных моделей, основанных на расчете момента переключения знака управляющего воздействия, возникли серьезные препятствия – необ-

ходимость решения систем трансцендентных уравнений с искомыми величинами t_i в показателях степени экспонент, делающих вычисления в реальном масштабе времени очень сложными [27, 28].

Многообещающими методами являются численные алгоритмы (группа 1.2) построения оптимального управления, основой которых являются итерационные процедуры [29, 30]. Эти алгоритмы позволяют рассчитать оптимальный переходный процесс в системе достаточно простыми, но итерационными методами при произвольных корнях характеристического уравнения. Недостатком этих алгоритмов является ограниченная возможность использования их в реальном масштабе времени.

Сложности решения трансцендентных уравнений и определенные неудобства численных методов можно устранить, если попытаться упростить математическую модель системы, принимаемую для расчетов. Алгоритмы группы 1.3, 2.3 позволяют получить приближенные решения, используя этот принцип. Введение некоторого упрощения, заключающегося в том, что для повторяющихся начальных и конечных условий, остающихся постоянными для одних и тех же перемещений, дает возможность заранее вычислить длительность интервалов управления. После проведения предварительных расчетов моментов переключения и задания их в виде программы управляющее устройство приобретает более простой вид. Несмотря на то, что данный прием позволяет получить приемлемые характеристики регуляторов, ограничение множества начальных условий для отработки сужает возможность применения метода только для регуляторов, рассчитанных для тех начальных фазовых состояний, при которых производился расчет момента переключения.

На следующем этапе изучения оптимальных по быстродействию систем встал вопрос исследования предельных свойств регуляторов, а именно повышение точности таких систем. По данным [31], для достижения точности отработки выходной величины 5% в инерционной системе второго порядка необходима такая же точность вычисления длительности интервала управления, которую для электромеханических систем обеспечить достаточно сложно. Как правило, ошибки, связанные с идеализацией решения задачи, основанной на описании математической модели системы линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, выходят за упомянутые рамки.

Выходом в сложившейся ситуации стала блестящая идея А.А. Фельдбаума [25, 26, 32] о возможности построения оптимального управления в фазовом пространстве, координатами которого являются выходные переменные системы, контролируемые с помощью датчиков (положение, скорость). В этом случае решение о смене знака принимается по знаку решающей функции, именуемой также функцией переключения, зависящей только от фазовых координат $x(t)$ системы. Структура такой системы показана на рис. 1.2, РЭ – релейный элемент, ФП – функциональный преобразователь, вычисляющий значение переключающей функции в соответствии с алгоритмами 2.1.

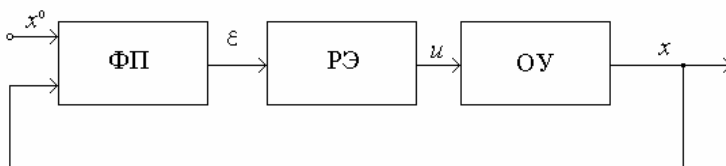


Рис. 1.2. Структура системы по принципу контроля координат системы

Знак управляющего воздействия в схеме, изображенной на рис. 1.2, определяется знаком сигнала ϵ , являющегося выходом функционального преобразователя. Наиболее важным итогом этой работы считается упрощение алгоритмов и конструкции регулятора в связи с отсутствием необходимости проведения сложных расчетов, связанных с решением трансцендентных уравнений. Следует отметить, что этот подход эксплуатируется повсеместно и в дальнейшем, хотя, справедливости ради, отметим, что некоторые попытки в области исследования временного подхода к построению таких систем предпринимаются и сейчас (см., например, [33-37]). В работе [33] предложено решение задачи оптимального управления тройным интегратором с использованием метода синтезирующих переменных, когда управляющее воздействие ищется как функция времени.

Существенные результаты в разработке алгоритмов 2.3 при изучении детерминированных систем второго и третьего порядков в фазовом пространстве, неизменяемые части которых описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, получены А.А. Фельдбаумом совместно с А.Г. Бутковским, Л.П. Смольниковым, А.А. Павловым и американскими учеными М. Атансом и П. Фалбом. В работах [26, 31, 32, 38, 39] представлены законы оптимального управления, определены функции переключения для указанных систем, предложены структуры, позволяющие реализовать оптимальное управление в этих системах, даны важные практические рекомендации для инженерной реализации этих систем.

Вследствие первых успехов в построении оптимальных по быстрдействию систем в фазовой плоскости значительные усилия были

направлены на построение систем высокой точности [40], где выявились новые научные и технические проблемы решения этой задачи. На качество работы системы оптимального управления сказывалась, прежде всего, приближенность математической модели объекта регулирования.

При управлении системой в фазовом пространстве проявился специфический, свойственный только этому принципу построения систем, так называемый "скользящий" режим, объясняющийся замкнутостью системы по фазовым координатам и приближенностью математической модели системы. Особенностью системы, работающей в скользящем режиме, является подстановка "близких" параметров в выражение для решающей функции или же замена решающей функции функционального преобразователя некоторым линейным законом, являющимся аппроксимацией этой функции, выстроенной в фазовом пространстве. Разделяющая функция делит все фазовое пространство системы на два подпространства, соответствующих управляющим воздействиям противоположных знаков. В результате такой подмены движение изображающей точки происходит вдоль разделяющей линии, а на входе объекта управления происходит изменение знака управляющего воздействия с высокой частотой.

Наличие непреодолимых трудностей, связанных с приближенностью математического описания реального физического процесса, и наличие скользящего режима работы системы автоматического управления привела к весьма заманчивой идее использования скользящего режима для построения высокоточных систем автоматического регулирования [31, 40, 41]. Реализация такого способа управления осуществляется соответствующим подбором параметров функционального преобразователя или параметров цепей обратных связей

[31]. Основанием для осуществления такой идеи является принадлежность нулевой точки (начала координат) фазовой плоскости разделяющей функции. Изображающая точка плавно, практически прямолинейно в "скользящем" режиме двигается в начало координат.

Для придания системе свойств квазиоптимальности на эвристическом уровне предлагались и другие алгоритмы терминального управления [3, 28, 34, 36-43].

Так, пионерской работой в этом направлении считается [27], в которой разработаны методы квазиоптимизации. Здесь предложено использовать в качестве разделяющей функцию линейного вида, в качестве ее аргументов – выходные координаты системы, а в качестве параметров – некоторые постоянные коэффициенты, требующие определения. Эти коэффициенты являются функциями не только параметров объекта регулирования, но и параметров движения системы. В работах [31, 42] предлагается неизвестные коэффициенты разделяющей функции линейного вида находить путем аппроксимации исходной функции простыми выражениями, не превышающими второй порядок. Для имеющегося набора расчетных данных, полученных при различных начальных условиях, эти коэффициенты можно получить, применив какой-либо метод усреднения, например, метод наименьших квадратов.

Для повышения точности работы системы в [27, 41] предлагается для дифференциального уравнения объекта порядка n находить все моменты переключения (в соответствии с упомянутой теоремой А. А. Фельдбаума) по модели пониженного порядка m . Предлагаемый подход основывается на многократном пересчете моментов переключения до тех пор, пока не будут получены все n -интервалов (известен порядок n и число m измеренных координат, $m < n$). Описанный подход

опирается на значительные вычислительные ресурсы, техническая реализация которых не предполагает использования в реальном масштабе времени; каждые новые начальные условия требуют проведение проверки конечных целей управления по результатам расчетов, если конечная цель не удовлетворяется, то необходим очередной этап пересчета; точность реализации оказывается невысокой, поэтому коэффициенты решающей функции подвергаются очередной аппроксимации и усреднения; метод нельзя применить, если характеристическое уравнение имеет комплексные корни.

Удобные методы, ориентированные на практическое использование, предложены в [31], где показаны возможности построения квазиоптимальных систем без применения вычислительных машин. Реализация квазиоптимального управления достигается с помощью простых средств: обратных связей, путевых выключателей. Идейной стороной подхода, предлагаемого Л.П. Смольниковым, является охват объекта, представляемого конечным производением (до трех) динамических звеньев, линейными и нелинейными обратными связями. Автор в этом случае пользуется известным правилом А.Ю. Ишлинского, согласно которому линейная система сколь угодно высокого порядка ведет себя в переходном процессе в основном так же, как объект второго или третьего порядка. Достоинством подхода является необычно простая структура управляющего устройства (рис. 1.3).

В соответствии с рис. 1.3 выходными сигналами объекта регулирования OU являются выходная величина x и ее производная \dot{x} . На вход объекта OU поступает управляющее воздействие $u(t)$ с релейного элемента $PЭ$; релейный элемент управляется сигналом

$$\varepsilon = -(x + x_c),$$

где $x_c = \varphi(\dot{x})$ – выходной сигнал цепи нелинейной обратной связи, входным сигналом которой является производная выходной величины x . В качестве закона обратной связи предложен линейный закон вида

$$x_c = \gamma \dot{x}. \quad (1.2)$$

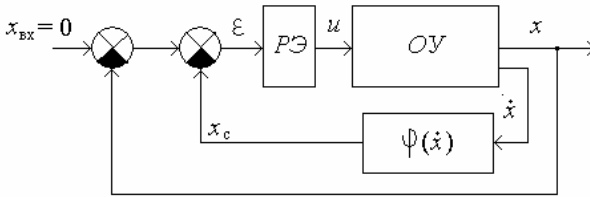


Рис. 1.3. Структура квазиоптимальной системы, предложенная Л.П. Смольниковым

Коэффициент цепи обратной связи рассчитывается по результатам решения системы уравнений, одно из которых (1.2), а второе – траектория движения изображающей точки при определенном знаке сигнала $u(t)$. По решению этой системы, а именно числам x , \dot{x} рассчитывается коэффициент γ с учетом обеспечения скользящего режима изображающей точки на втором интервале управления. Процесс считается завершенным, если отклонение выходной координаты от установившегося значения не превосходит некоторой малой величины Δ , принимаемой за допустимую ошибку в обработке выходной координаты. В случае получения неудовлетворительных результатов переходного процесса автор предлагает заменить нелинейную характеристику, реализуемую функциональным преобразователем, несколькими линейными отрезками, например, двумя. Другими словами, применяется кусочно-линейная аппроксимация разделяющей функции (группа 2.4). По оценкам, полученным в [31], для простейшего случая исполь-

зование линейной обратной связи приводит к увеличению продолжительности цикла управления по сравнению с оптимальным на 14% [31, с. 79].

Важный результат отмечен в [34, 41, 43], где утверждается о негрубости (высокой чувствительности к изменению параметров или внешних возмущений) систем, синтезированных методом фазовой плоскости. В качестве метода компенсации предлагается замена разделяющей функции, в общем случае нелинейной как по аргументам, так и по неизвестным параметрам, линейной зависимостью. Эта зависимость должна быть реализована такой, чтобы в системе получался определенный вибрационный режим (скользящий), при этом чем ближе линейная зависимость в фазовом пространстве размещается к оптимальной, тем меньшее количество переключений управляющего воздействия предполагается. В [27, 38, 43] также предлагается для систем, математическая модель которых имеет вид дифференциального уравнения высокого порядка, заменить ее эквивалентным по динамике дифференциальным уравнением пониженного порядка, например, второго. В качестве критериев приближения используются критерии близости переходных характеристик, близости частотных характеристик или же оно получается путем отбрасывания высших производных с малыми коэффициентами.

Очевидным недостатком такой идеи является затягивание процесса управления, к которому следует относиться как допустимому. Так, по оценкам [41] время движения квазиоптимальной системы в скользящем режиме без выключения управления (по названию автора вибрационный режим первого рода), т.е. при непрерывной смене знака управляющего воздействия, отличается от оптимальной не более чем на 10%; при скользящем режиме с выключением управления (вибра-

ционный режим второго рода) – не более чем на 50%. Последняя цифра объясняется тем, что при выключенном управлении система вынуждена двигаться к области цели с очень малой, практически нулевой скоростью. Упрощение математической модели в соответствии с [41] приводит к ухудшению временных показателей системы не более чем на 25 %.

Кроме упомянутого выше недостатком “скользящих” (вибрационных) режимов является низкая надежность системы, связанная с разогревом рабочей обмотки и преждевременным износом исполнительной части системы [41, 44]. В дополнение к этому напомним высказывание А. А. Красовского [4, с.364] относительно использования скользящих режимов: “Несмотря на простоту соответствующих алгоритмов и их достаточно высокую эффективность в некоторых приложениях, популярность подобных систем в современный период падает. Такие энергетически напряженные режимы, как скользящий режим, становятся недопустимой роскошью.” Тем не менее, идея применения скользящих режимов дала новый импульс развитию данного направления исследований систем, особенностью функционирования которых считается разрывность управления, в так называемых системах с переменной структурой, интенсивно развиваемых и в настоящее время, для которых ожидается будущее широкое использование [35, 36].

В процессе проведения исследований выяснилось также, что заметное влияние на достижение конечного состояния оказывают конечное значение зоны нечувствительности релейного элемента и флуктуации различного происхождения, имеющие место в каналах измерения фазовых координат. Следующим по значимости факто-

ром, влияющим на качество функционирования системы терминального управления, являются возмущающие воздействия (помехи). Исследование влияния помех на работу терминального управления изучалось в работах [27, 43, 45,46]. В свое время были сформулированы подходы к исследованию систем данного типа (группа 3.1-3.5, 4.3). Наиболее общий взгляд на изучение систем терминального типа предложено в [45], где разработана структура системы в условиях помех и показаны возможные способы учета влияния помех в системах терминального управления. Дополняя систему терминального управления следующими блоками: G – канал передачи управляющего воздействия; H – канал измерения координат; Z – канал, по которому поступает задающее воздействие, схема рассматриваемой системы при наличии помех изображена на рис. 1.4.

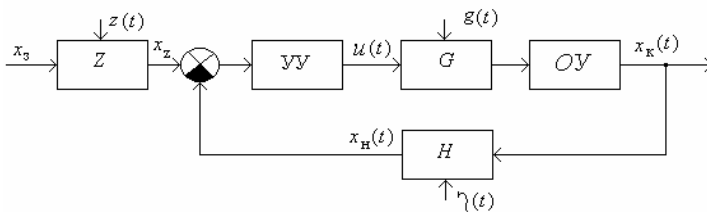


Рис. 1.4. Схема терминального управления с учетом помех

На рис. 1.4 $z(t)$, $g(t)$, $\eta(t)$ – помехи в каналах Z , G , H соответственно. В работе [45] предлагается учитывать влияние помех в системе путем введения в управляющий сигнал ограничения вида

$$|u(t)| \leq \gamma U, \quad (1.2)$$

где $\gamma = \text{const}$ – коэффициент пропорциональности, имеющий смысл коэффициента эффективности управления; U – наибольшее значение управляющего воздействия. Однако следует отметить, что исследования, проводимые в [27, 45, 47] при расчетах оптимального курса судна показали, что помехи, которые имеют место в канале передачи управления G , не оказывают существенного влияния на работу системы, коэффициенты решающей функции оказываются слабо критичными к воздействию помех.

В то же время более серьезное влияние на работу системы управления способны оказать помехи $\eta(t)$, $z(t)$, действующие в каналах измерения H , Z . Влияние этих помех в виде аддитивного шума проявляется по координатам системы x_i , при этом на управляющее устройство поступают значения

$$x_i^* = x_i + \xi_i(t). \quad (1.3)$$

При изучении влияния помех вида (1.3) первоначально считалось, что априорная информация относительно статистических свойств помех имеется. Устоявшийся взгляд, который принят при конструировании технических систем, состоит в допущении о том, что помеха считается гауссовой с нулевым средним значением. Данное предположение делается конструктором системы из "опыта" ввиду отсутствия достаточного количества времени, необходимого для изучения статистических свойств помехи. Более реальным в такой ситуации считается отказ от допущения об известных статистических свойствах помехи (см. также [48, 49]), делается предположение только лишь об ограниченности помех по уровню N_i , т.е. $|\xi_i(t)| \leq N_i$, $i = 1, 2, \dots$

Применительно к задачам терминального управления следует отметить результаты Новосельцева В.Н., предложившего в условиях действия аддитивных помех в каналах H, Z , приводящих к искажению измерительной информации, строить поверхность переключения с зоной нечувствительности. Однако, как показывают исследования [50-54], такой подход не исключает ложных переключений на последующих интервалах управления при любой величине зоны нечувствительности. Следовательно, алгоритмы группы 4.1, 4.3 не являются разработанными.

Определенные вопросы синтеза оптимального управления в классе колебательных систем предложены в [38], где на эвристическом уровне предложены различные методы синтеза систем терминального управления с нефиксированным временем, удовлетворяющих критериям оптимального быстрогодействия, минимальных среднеквадратических ошибок и минимума энергии управления.

В работе [38] также рассматривались методы построения квазиоптимальных систем управления для объектов n -го порядка, в которых знак управления определяется положением изображающей точки относительно гиперповерхности переключения. Ввиду того, что определение уравнения поверхности переключения для систем n -го порядка в явном виде затруднено, в [38] предлагались приближенные методы ее определения. При этом оптимальное управление строится в виде некоторой программы (программное управление), определяемой по фазовым точкам в моменты переключения знака управления, набор которых можно аппроксимировать некоторой гиперповерхностью. Предполагается, что объект n -го порядка может быть представлен последовательным соединением звеньев, для которых поверхность переключения известна или же может быть найдена простыми способами.

Тогда поверхность переключения всего объекта представляется произведением соответствующих выражений поверхностей переключения набора звеньев, составляющих объект управления. Структура системы управления при этом ничем не отличается от типовой системы управления, используемой для управления в фазовой плоскости, однако вычислительное устройство в этом случае является более мощного типа.

Интересный метод построения системы управления объекта n -го порядка предложен в [55] при доступном для измерения наборе l из n координат. Метод заключается в построении "укороченной" модели объекта и прогнозировании динамики неизмеряемых координат с последующим интегрированием движения каждой координаты. В этом случае, кроме требований к вычислительному устройству для объекта регулирования УУО предъявляются серьезные требования по мощности и быстродействию к вычислительному устройству модели УУМ (рис. 1.5).

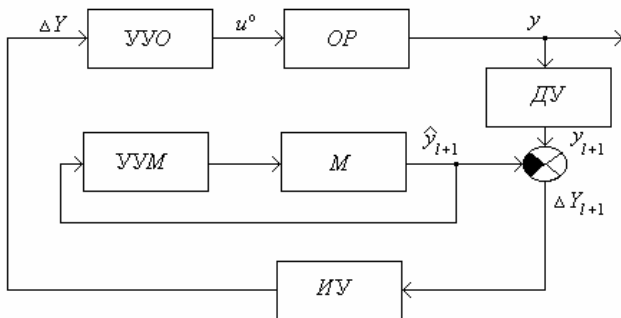


Рис. 1.5. Структура системы с прогнозирующей моделью

В качестве недостатка этого метода следует отметить значительное усложнение управляющего устройства. Таким образом, усилия затрачиваемые на создание управляющего устройства, не оправдывают качества системы, ожидаемого при расчете.

Сравнительная характеристика типовых систем управления, проведенная в [178] на основании оценки различных подходов к построению авторулевого, представлена в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Сравнительная характеристика систем управления

Релейный регулятор		ПД регулятор
Фазовый	Временной	
Не требует нахождения моментов переключения	Требует предварительного расчета моментов переключения, которые различны для различных начальных условий	Требует предварительного расчета параметров k_n и k_d регулятора
Управление строится в реальном масштабе времени	В общем случае реализация в реальном масштабе времени не возможна	Управление строится в реальном масштабе времени
Точность управления определяется точностью используемых датчиков	Точность определяется точностью расчета моментов переключения	Качество управления зависит от параметров k_n и k_d
Требует сложного программного обеспечения	При предварительном расчете моментов переключения возможна более простая реализация системы управления	Простая техническая реализация системы управления

Отличительной особенностью рассмотренных методов является необходимость наличия полной априорной информации о параметрах объекта регулирования и статистических характеристиках помех, действующих в каналах измерения координат.

1.1.3. Анализ методов синтеза терминального управления при неполной информации

Как известно [56, с.201], необходимость в адаптивном управлении возникает в тех случаях, когда иные возможности, основанные на эффектах компенсации и теории инвариантности и требующие детального знания характеристик управляемого объекта, неприменимы. Незвестные характеристики могут существенно и непредвиденно изменяться, более того, в некоторых случаях отсутствует возможность их априорного определения, что является непреодолимым препятствием на пути создания оптимального управления объектом.

Впервые идеи и методы адаптации стали использоваться именно в задачах управления полетом [3, 57-60]. Так, при управлении летательными аппаратами приходится учитывать то, что их характеристики не остаются неизменными вследствие изменения плотности атмосферы на разных высотах, изменения скорости полета, веса и моментов инерции летательных аппаратов. Более поздние результаты в этом направлении развития работ по адаптивному управлению можно найти в [61].

Система управления, параметры объекта в процессе управления претерпевают существенные изменения, таким примером может служить система управления входом в атмосферу космического корабля при возвращении из космического пространства.

В системах автосопровождения цели происходят изменения во времени отношения сигнал/шум [57, 60, 61], что приводит к невозможности построения оптимальной в статистическом смысле системы с неизменными параметрами.

Встречаются объекты управления [62], например в химической и металлургической промышленности, характеристики которых неизвестны или трудно определимы. Так что получить высокую производительность в металлообрабатывающей промышленности без учета изменения условий технологического процесса обработки оказывается невозможным.

В современной робототехнике [63, 64] исполнительная часть робота обеспечивает усилия, зависящие от весовых и геометрических характеристик объектов, которые составляют нагрузку привода. Кроме этого, современные роботы обладают избыточным числом степеней подвижности, что обеспечивает принципиальную возможность адаптивного тактического уровня, автоматически перестраивающего работу приводов исполнительного уровня при резком ухудшении характеристик или выходе из строя одного из них.

Для получения удовлетворительных характеристик системы управления появился целый ряд методов, позволяющих строить системы, в которых происходит изменение параметров управляющих устройств, компенсирующих уход технологических параметров систем, основанных на принципах приспособления к условиям функционирования. В таких системах способ функционирования управляющих устройств автоматически, целенаправленно изменяется в соответствии с некоторыми алгоритмами для наилучшего в каком-либо смысле управления объектом. Такие алгоритмы называются алгоритмами адаптации.

Строгое математическое определение терминов "адаптивная система" и "адаптивный регулятор" впервые, по-видимому, дано в книге [65, с.39]. Формализация этих понятий для более общей ситуации, уточняющая общие определения в применении к конкретным задачам

управления и адаптации приводилась в книгах [48, §4.1; 79, §1.2; 67, гл. II, § 1].

Первые алгоритмы адаптации, в которых недостаточность информации компенсировалась совмещением задач изучения объекта и управления им, принадлежат, по-видимому, А.А. Фельдбауму. Им был открыт и существенно развит принцип дуального управления, строившийся на основе теории статистических решений [68, 69]. Эта теория получила дальнейшее развитие в монографиях [48, 65-67, 79].

Широко известны адаптивные методы настройки систем по эталону и экстремальной настройки [60, 66]. Методы настройки по эталону предполагают наличие в составе адаптивной системы некоторой модели, к динамике которой подстраивается управляемый процесс. Эти методы подразделяются на аналитические, в которых модель задается уравнением (например, дифференциальным, в виде передаточной функции и т.п.), и физические, когда модель является некоторым техническим устройством.

В классе стохастических систем в работе [72] рассматривалась задача синтеза адаптивной системы терминального управления с эталонной моделью (группа 3.5), отражающей характер движения регулируемого объекта. Предлагаемый алгоритм адаптации обеспечивает совпадение динамики замкнутой системы с объектом регулирования и эталонной модели.

Алгоритм адаптации настраиваемых параметров является некоторой функцией ошибки, представляющей отклонение выходной величины объекта регулирования от эталонной модели. Особенностью таких систем является настройка только под эталон. При весьма широких диапазонах изменения условий характеристик эталона могут не полностью соответствовать оптимальным, при этом возникает не-

обходимость подстройки параметров самого эталона, что может приводить к усложнениям технической реализации системы. Определенные трудности возникают при выборе эталонной модели и степени ее адекватности желаемому характеру движения. Предположение об известности заданной структуры контура регулирования и гауссовом характере помех, на наш взгляд, не в полной мере отвечает действительности.

В последние два десятилетия в теории адаптивных систем управления начал развиваться нестохастический подход, основанный на допущении о том, что неизмеряемое возмущение не удовлетворяет никаким другим условиям регулярности за исключением ограниченности, а вектор неизвестных параметров объекта (оптимального регулятора) принадлежит известному ограниченному множеству, которое считается выпуклым и замкнутым. Основные результаты, полученные в этом направлении, приведены в монографиях [49, 70-75]. Следует отметить, что алгоритмы адаптивного управления для терминальных систем развивались только для случаев влияния на систему стохастических случайных воздействий алгоритм (3.5). Однако алгоритмы позволяющие решать терминальные задачи для объектов с неизвестными параметрами и наличием нестохастических помех в каналах измерения координат (группы 2.5, 4.5), судя по имеющейся информации, не разрабатывались [76, 77].

Наиболее изученным классом адаптивных систем управления считаются беспойсковые и поисковые адаптивные системы, обеспечивающие требуемое качество регулирования в контурах автоматической стабилизации и слежения при изменении характеристик среды и объекта [4, §10.1].

В поисковых системах некоторый показатель качества обладает некоторой нестабильной (неизвестной) зависимостью от некоторых входных переменных. Задачей системы является поддержание этого показателя равным экстремальному значению путем изменения входных величин системы. Причинами, вызывающими необходимость настройки, являются изменение воздействий на систему и отклонение параметров объектов от их оптимальных значений. Отклонения могут выявляться организацией пробных движений системы с последующим анализом исходной и вырабатываемой информации или с помощью анализа рабочих сигналов. Первый способ реализуется за счет применения специальных поисковых движений (пробных сигналов), второй – на основании аналитических расчетов, проводимых вычислительным устройством.

Более эффективными являются беспойсковые методы, характеризующиеся хорошим быстродействием и точностью. Эти методы строятся по схемам прямого или непрямого адаптивного управления (см., например, [4, с. 469]). В случае прямого адаптивного управления в процессе работы системы измеряются некоторые характеристики модели и системы, которые в дальнейшем используются для коррекции настроечных параметров регулятора с целью дальнейшего сведения их к нулю или малой допустимой величине.

При непрямом (идентификационном) адаптивном управлении производится предварительная идентификация объекта, далее по оценочным параметрам вычисляются настроечные параметры регулятора [4, 49, 67].

Различают адаптивные системы, в которых в каждый момент t в процессе управления уточняется единственный набор оценок неизвестных параметров объекта или оптимального регулятора, образуя-

ший вектор подстраиваемых параметров c_t [70], и адаптивные системы, в которых осуществляется уточнение множества Ξ_t оценок соответствующих параметров [48, 49].

Структура типовой адаптивной системы стабилизации объекта в условиях неизмеряемых возмущений ξ_t с использованием для целей управления точечных оценок c_t показана на рис. 1.6.

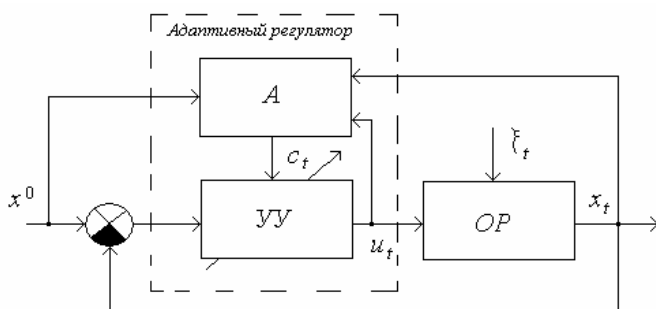


Рис. 1.6. Структура адаптивной системы управления

Адаптивный регулятор построен по иерархическому принципу, в соответствии с которым регулятор разбит на уровни. На верхнем уровне расположено устройство, реализующее непосредственно алгоритм адаптивного управления A (адаптер), изменяющее вектор настроечных параметров c_t управляющего устройства $УУ$, расположенного на нижнем уровне [70]. Управляющее устройство реализовано по принципу обратной связи, формирует управляющие воздействия u_t так, чтобы компенсировать текущие ошибки системы. Алгоритм нижнего уровня выражен в виде операторного уравнения

$$u_t = f(u_{t-1}, \theta_t, c_t), \quad (1.3)$$

где $\theta = x_0 - x_t$ – значение текущей ошибки системы, называют алгоритмом (законом) управления. Алгоритм верхнего уровня, который в символической форме может быть представлен так:

$$c_t = F(x^0, x_t, u_{t-1}, c_{t-1}), \quad (1.4)$$

называют алгоритмом (законом) адаптации. Для реализации закона адаптивного управления требуется информация о задающем воздействии, текущем значении управляющего воздействия, формируемого на основании предыдущих значений вектора параметров, реакции объекта на эти воздействия.

Уравнения (1.4), (1.5) определяют алгоритм адаптивного управления. Объект совместно с управляющим устройством образуют основной контур регулятора, а цепь обратной связи, включающая адаптер, образует контур адаптации. Исходя из требований практической реализуемости, для формирования управления u_t и определения вектора подстраиваемых параметров c_t обычно используют конечную часть предыстории процесса настройки параметров.

Задача синтеза адаптивной системы управления состоит в том, чтобы построить регулятор (1.4), (1.5), который обеспечивает достижение одной из целей функционирования системы. Решение этой задачи в соответствии с методологией, предложенной в [67, п.1.3.1°; 70, п. 7.1.1], включает четыре этапа.

Этап 1. Выбор структуры регулятора. На этом этапе решается оптимизационная задача при наличии неизмеряемого возмущения в неадаптивной постановке (находят закон оптимального управления объектом в предположении, что его структура и параметры известны). В

результате определяют структуру основного контура адаптивной системы, построенную по схеме на рис. 1.11.

Этап 2. Выбор подстраиваемых параметров. На этом этапе неизвестный вектор параметров объекта (при использовании идентификационного подхода) или параметры оптимального регулятора (при использовании прямого подхода) заменяют соответствующим вектором подстраиваемых параметров (текущих оценок). Результатом данного этапа является построение закона управления.

Этап 3. Синтез алгоритма адаптации. Этот закон предусматривает построение рекуррентной процедуры получения последовательности оценок. Этап завершается получением алгоритма (1.4), (1.5), позволяющего определить структуру контура адаптации в схеме на рис. 1.6.

Этап 4. Обоснование работоспособности адаптивного регулятора. Здесь требуется показать, что синтезированная система действительно адаптивна (поставленная цель управления достигается при любом значении вектора c_i и любых значениях x_i).

1.2. Пути и методы решения проблемы повышения динамических характеристик

Терминальное управление должно осуществляться в функциях времени или координатах состояния. В связи с этим обязательным является наличие обратной связи и измерения фазовых координат системы. Средства контроля и измерения фазовых координат, особенно их производных, неточны и имеют определенные погрешности, которые, суммируясь с погрешностями формирования математической

модели системы, еще более отдаляют полученную модель от идеальной.

Алгоритм терминального управления динамическим объектом требует формирования переключений управляющих воздействий обычно максимальной величины по определенному закону. Элементы, применяемые при реализации этих алгоритмов, представляют различного рода компараторы и контактные и бесконтактные реле. Характеристиками этих устройств являются зоны нечувствительности, гистерезис, конечное время переключения, т.е. параметры, обуславливающие неточную реализацию моментов переключения управления в соответствии с полученным алгоритмом. Реальные устройства управления имеют ограничения по амплитуде и мощности управления.

Очень важным фактом создания близких к терминальным системам динамических объектов является сложность алгоритмов, используемых системой управления, требующих значительного времени для настройки систем. Поэтому одной из задач проектирования становится поиск компромисса между простотой алгоритма и возможным удовлетворением требований к качеству системы. Это имеет смысл при создании дорогостоящих объектов управления, когда простота и характеристики системы неадекватны затратам на создание такого объекта.

Таким образом, рассмотрен целый комплекс причин, вследствие которых возникает необходимость построения систем, близких к терминальным. В настоящее время существует три принципа построения близких к терминальным систем: упрощение алгоритма управления динамическим объектом; определение алгоритма оптимального управления объектом с предварительно упрощенной математической

моделью; приближение к оптимальной системе управления объектами введением нелинейных элементов и изменением структуры системы.

Преимущество первого принципа заключается в установлении отличий квазиоптимальных процессов от оптимальных. Очень важным оказывается выбор критерия приближения квазиоптимального алгоритма управления к оптимальному. Такими критериями могут быть отклонение процесса изменения координат состояния от оптимального в среднем, разность между экстремальным значением функционала и значением этого функционала, соответствующим квазиоптимальному алгоритму и др.

Методика упрощения алгоритма оптимального управления сводится к аппроксимации строго оптимальных функций управления и заключается в следующем. Пусть имеется гиперповерхность, разделяющая области координатных состояний, принадлежащих управляющим воздействиям противоположных знаков, которую необходимо определить. При этом аппроксимация гиперповерхности не должна существенно ухудшить качество функционирования объекта. При аппроксимации отдельных функций управления можно пользоваться следующими правилами.

1. Уменьшать число интервалов управления. Это связано с необходимостью понижения порядка дифференциального уравнения модели объекта, например, путем исключения звеньев с малыми постоянными времени.

2. Считать, что вектор состояния объекта должен попасть не в точку, а в некоторую заданную область фазового пространства, имеющую соответствующие допуски. Это дает возможность пренебречь последними интервалами управления, а в целом сократить число интервалов управления.

3. При достижении области достижимости управляющее воздействие может изменяться (уменьшаться) для обеспечения попадания вектора состояния в более узкую область.

Из возможных подходов к разработке решения этого вопроса можно выделить следующие: нахождение выражений функций, определяющих поверхности в пространстве координат состояния и совпадающих с функцией, которая соответствует поверхности на некоторых дискретных множествах (на несовпадающих точках вычисляется приближенными методами); разложение в ряды по известным функциям; разложение в ряды по неизвестным функциям, которые подбираются из условия наилучшего приближения к критерию качества функционирования; аппроксимацию функции оптимального управления классом эквивалентных по знаку функций.

Сущность второго принципа квазиоптимизации заключается в упрощении математической модели объекта путем линеаризации или отбрасывания нелинейностей и понижения порядка дифференциального уравнения до второго или третьего. Однако после упрощения необходимо оценить степень несоответствия поведения объекта желаемому, что позволит корректировать устройство управления. При упрощении модели объекта возникает вопрос о качественных показателях синтезируемой системы оптимального управления, который решается положительно в случае близости переходных процессов упрощенной и исходной систем. В качестве критериев оценки близости упрощенной модели к исходной могут служить критерии приближения переходных функций и частотных характеристик.

Математически первый критерий представляется в виде интегралов

$$I_1 = \int_0^{\infty} \delta_h^2(t) dt, \quad (1.5)$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} \epsilon_y(t) dt, \quad (1.6)$$

где $\delta_h(t)$ – ошибка в переходной функции, возникающая при подстановке точного решения в уравнение упрощенной модели; $\epsilon_y(t)$ – разность между точным решением и приближенным.

Второй критерий выражается как [38, 41]

$$I_3 = \int_0^{\infty} \epsilon_y^2(t) dt. \quad (1.7)$$

Его можно записать в виде формулы Рейли

$$I_3 = \frac{1}{2\pi j} \int_0^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega, \quad (1.8)$$

где $E(j\omega)$ – изображение Фурье-функции $\epsilon_y(t)$.

Принцип квазиоптимизации управлений введением нелинейного элемента и изменением структуры системы управления основывается на отличии форм оптимальных процессов в линейных системах, которое заставляет использовать нелинейные элементы, способствующие формированию квазиоптимальных управлений. Кроме того, следует иметь информацию, характеризующую отличие по величине и знаку процесса состояния от оптимального. Эта информация необходима

устройству адаптации, которое обеспечивает приближение управления к оптимальному и может быть реализовано с помощью дополнительных вычислительных устройств или датчиков. Изменение структуры системы управления совместно с объектом при формировании оптимальных процессов обусловлено противоречием между информацией о системе и требованиями к качеству функционирования. Поэтому в дальнейшем изложении синтез терминального управления, по существу, является разработкой алгоритмов квазиоптимального управления независимо от того, точными или приближенными методами найдены функции терминального управления.

Наиболее общих эффективных результатов в достижении поставленной цели следует ожидать в применении результатов, полученных в теории систем искусственного интеллекта [78, 80-98], т.е. за счет повышения интеллектуальности системы управления. Возможными подходами к решению этих задач станут алгоритмы обучения распознаванию образов (ситуаций управления). Примером этому может быть применение искусственных нейронных сетей в задачах управления динамическими объектами, реализуемых на основе нейрокомпьютеров. В основе нейрокомпьютера использована логика распознающей системы "Adaline" (Adaptive linear neuron) [86, 89-92, 98]. В США, Финляндии и других странах ведутся работы по использованию нейрокомпьютеров для управления химическими и ядерными реакторами [89]. Актуальными для решения задач с помощью нейрокомпьютера являются задачи выполнения маневра истребителя, планирование маршрута робота [57, 63, 64, 99, 100]. Структура такой системы показана на рис. 1.7. В нейрокомпьютере НК "учебные" векторы x_n подвергаются весовой обработке, в результате которой формируется управляющее воздействие u , по-

ступающее на объект управления OP . Начальные значения весов w_n задаются произвольным образом, в дальнейшем их подстройка производится механизмом адаптации MA . Реакция динамического объекта y , сформированная под влиянием u , сравнивается с правильным откликом d . Если вектор y не совпадает с d , то вычисляется ошибка $e=d-y$, используемая для подстройки весов НК в соответствии с некоторым алгоритмом, например, Розенблатта [91, 94, 98]:

$$w_i(k) = w_i(k-1) + \mu e x_i, \quad (1.9)$$

где k – номер итерации, i – номер входа нейроконтроллера, μ – коэффициент скорости обучения (обычно $\mu < 1$). После этого процедура повторяется до тех пор, пока выходной вектор не станет достаточно близким к эталонному d .

Тем не менее, следует иметь в виду некоторые недостатки, присущие нейронным сетям. Так, в процессе обучения нейронная сеть не гарантирует исключения ошибки на произвольном шаге. Кроме того, большие значения весовых коэффициентов могут сместить рабочую точку регулировочной характеристики в область насыщения, при малых изменениях весов сеть перестает обучаться.

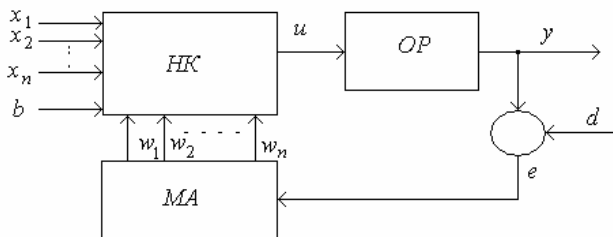


Рис.1.7 Управление с помощью нейрокомпьютера

При применении алгоритмов градиентного спуска в качестве настройки следует иметь дело только с унимодальными функциями обучения, в противном случае возможно попадание в область локального, а не глобального минимума функции ошибки обучения. Чтобы алгоритм сходился, приращения весовых коэффициентов, а, следовательно, и скорость обучения должны быть малы, но тогда сеть обучается долго по времени. Чрезмерно высокая скорость обучения приводит к неустойчивости процесса. В процессе обучения нельзя гарантировать, что разработанная сеть станет оптимальной сетью. В качестве недостатков данного подхода отмечается, что при описании математической модели нейросетью сложной структуры итерационный процесс подстройки параметров сети методом градиентного спуска требует значительных вычислительных ресурсов; появление новых данных требует повторного обучения, а значит хранения всей измерительной информации [84, 88, 91].

1.3. Постановка задачи синтеза адаптивной системы терминального управления

Задача синтеза систем терминального управления в условиях в условиях неполной априорной информации формулируется следующим образом:

определить управляющее воздействие в системе, математическая модель которой представляется системой из n дифференциальных уравнений с априори неизвестными параметрами, обеспечивающее перевод фазовых координат x_i изображающей точки $X(x_1, \dots, x_n)$, характеризующих выходную величину, скорость, ускорение, а также высшие производные выходной величины, и контролируемых с помощью физически реализуемых датчиков состояния системы, в некоторую достаточно малую окрестность конечного положения за минимально возможное время.

Предполагается, что в системе известно:

1. Начальное состояние $X(t_0)$, которое может находиться в области V , t_0 – начальный момент времени исследования системы:

$$X(t_0) \in V = [x_1, \bar{x}_1] \times \dots \times [x_n, \bar{x}_n]; \quad (1.10)$$

2. Конечное состояние системы $X(t_k) \in \Omega$ - точка с координатами $(0, \dots, 0) \in \Omega$, причем $\Omega \in V \setminus X(t_0)$;

3. Параметры модели могут находиться в интервалах

$$0 < c_i \leq c_i \leq \bar{c}_i; \quad (1.11)$$

4. Измерение выходных координат системы представляет аддитивную смесь выходной координаты x_i и сигнала ξ_i

$$x_i^* = x_i + \xi_i, \quad (1.12)$$

где ξ_i – нестохастическая, ограниченная по уровню помеха, $|\xi_i(t)| \leq N_i$, где N_i – уровень ограничения i -го канала ограничения, априори известный, $i = \overline{1, n}$.

Предполагается, что управляющее воздействие в системе должно находиться только по информации о текущем поведении системы, формируемом по управляющим сигналам с помощью специального управляющего устройства.

Решение задачи в данной постановке неизвестно. Полный перебор всех возможных вариантов исходных данных при прямой подстановке в уравнение регулятора является нереальным. Поэтому целесообразным является использование итерационно-поисковых алгоритмов с некоторым приращением, удовлетворяющим условию задачи.

Центральной задачей в решении проблемы является построение высокоэффективных систем терминального управления с априори неизвестными параметрами регулятора на основе единой методологии, разработанной в результате теоретического и опытно-экспериментального исследования.

Рассмотренная проблема повышения эффективности систем терминального управления решается в несколько этапов:

I этап – решение задач формирования требований к системе терминального управления;

II этап – решение задач построения квазиоптимальных по времени переходного процесса систем терминального управления, когда известны некоторые приближенные исходные данные;

III этап – решение прямой задачи адаптации терминальной системы управления как при отсутствии, так и при наличии шумов в каналах измерения фазовых координат;

IV этап – идентификационный подход к решению задачи адаптации терминальной системы управления при наличии шумов в каналах измерения фазовых координат;

V этап - поиск методов ускорения сходимости (усовершенствования) разработанных алгоритмов адаптации, например, на основе интеграции разработанных методов.

Содержание задач построения адаптивной системы управления и этапность их решения определяют направленность исследования проблемы повышения эффективности систем терминального управления. Отметим, что содержание 1-го этапа относится к тактико-техническим аспектам проблемы, поэтому основное внимание в работе уделено исследованию II, III, IV и V этапов решения задачи адаптации системы терминального управления.

ГЛАВА 2
ЗАДАЧИ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.
МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Задачи терминального управления

2.1.1. Задача автоматического сопровождения по направлению

Измерение угловых координат движущихся объектов осуществляется системой автоматического сопровождения по направлению (АСН). Система АСН состоит из типовых устройств: приемопередающего устройства, антенны направленного действия и двухканального следящего привода этой антенны, посредством которого осуществляется поворот антенны в двух плоскостях: азимутальной и угломестной [101-110].

Антенна направленного действия A совместно с приемопередающим устройством образует угловой дискриминатор (УД), вычисляющий отклонение равносигнального направления от направле-

ния на объект и преобразующий это отклонение в напряжение ошибки. Исполнительная часть, которая обычно состоит из двигателя постоянного тока ИД, усилителя мощности $У$ тиристорного или электромеханического типа и редуктора $Р$ устраняет рассогласование между положением луча и объектом, возникающее вследствие его движения в пространстве. Исполнительная часть ИД посредством редуктора $Р$ и карданного подвеса связана со следящей антенной. Для получения требуемых динамических характеристик следящей системы в ее состав введено корректирующее устройство КУ. Структурная схема типовой следящей системы по направлению (АСН) показана на рис. 2.1.

Исполнительный двигатель с редуктором и антенной являются неизменяемой частью системы АСН с заданными характеристиками. Эти характеристики учитываются при разработке управляющего устройства усилителя с корректирующими цепями для получения требуемых динамических характеристик всей системы. Обычно при расчетах принято рассматривать не одну антенну, а антенну и исполнительный двигатель с редуктором как единое целое. При этом динамические свойства антенны, характеризуемые ее моментом инерции относительно выходной оси следящей системы, учитывают при рассмотрении постоянной времени исполнительного двигателя.

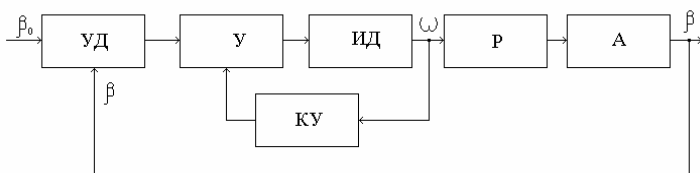


Рис. 2.1. Структурная схема системы автосопровождения по угловым координатам

Процессы в системе без учета корректирующего устройства описываются следующими уравнениями:

$$\theta(t) = \beta_0(t) - \beta(t) \text{ - уравнение ошибки;}$$

$$u_{y\partial}(t) = k_{y\partial}\theta(t) \text{ - уравнение углового дискриминатора;}$$

$$T_y \dot{u}_y(t) + u_y(t) = k_y u_{y\partial}(t) \text{ - уравнение усилителя;}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\partial\epsilon} \dot{\omega}_{\partial\epsilon}(t) + \omega_{\partial\epsilon}(t) &= k_{\partial\epsilon} u_y(t) \\ \dot{\beta}(t) &= k_p \omega_{\partial\epsilon}(t) \end{aligned} \right\}$$

- уравнения исполнительного двигателя с редуктором, в которых $k_{y\partial}$ – коэффициент передачи углового дискриминатора; T_y и k_y – постоянная времени и коэффициент передачи исполнительного двигателя; k_p – коэффициент передачи редуктора. Рассматривая эти уравнения относительно выходной величины $\beta(t)$, найдем уравнение динамики системы автосопровождения по направлению

$$T_{\partial\epsilon} T_y \frac{d^3 \beta(t)}{dt^3} + (T_{\partial\epsilon} + T_y) \frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} + \frac{d\beta(t)}{dt} + K_1 \beta(t) = K_1 \beta_0(t), \quad (2.1)$$

где $K_1 = k_{y\partial} k_y k_{\partial\epsilon} k_p$. Уравнение (2.1) может быть записано также в форме

$$a_0 \beta^{(3)}(t) + a_1 \beta^{(2)}(t) + a_2 \beta^{(1)}(t) + a_3 \beta(t) = b_0 \beta_0(t), \quad (2.2)$$

где $a_0 = T_{\partial\epsilon} T_y$, $a_1 = T_{\partial\epsilon} + T_y$, $a_2 = 1$, $a_3 = b_0 = K_1$.

В задаче слежения радиолокатора за целью, летящей боковым курсом с постоянной скоростью V на дальности R следящая система должна обрабатывать угол β_0 , определяемый из соотношения [102-104]

$$\operatorname{tg}\beta_0 = \frac{Vt}{R \cos \varepsilon}, \quad (2.3)$$

где ε - угол места цели (рис. 2.2); $U_1 U_2$ – интервал сопровождения. Тогда динамическая точность в системе АСН может быть определена с помощью коэффициентов ошибок по положению C_0 , по скорости C_1 , ускорению C_2 и т.д. и производных $\beta_0(t)$ по формуле [101, 111]

$$\theta(t) = \sum_{i=0}^n C_i \frac{d^i \beta_0(t)}{dt^i}. \quad (2.4)$$

Коэффициенты ошибок вычисляются на основании передаточной функции системы по ошибке в соответствии с соотношением

$$C_i = i! \left. \frac{d^i}{dp^i} W_{\theta}(p) \right|_{p=0}. \quad (2.5)$$

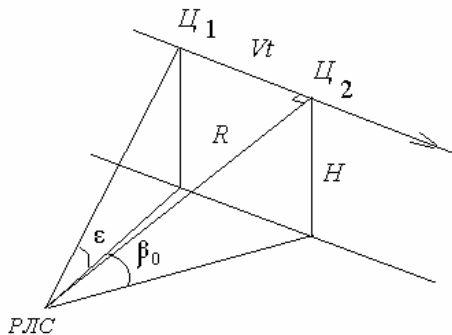


Рис. 2.2. Задача сопровождения цели

Основными режимами работы данной системы являются режим захвата цели на сопровождение и дальнейшее ее сопровождение по траектории движения. Особенность построения системы заключается в том, что параметры системы автосопровождения в этих режимах для обеспечения требуемого качества функционирования системы должны быть различны. Необходимое качество системы достигается соответствующей настройкой усилительной части системы в соответствующих режимах и установлении этих параметров в структурных элементах АСН.

Кроме того, при сопровождении сложных целей возникает необходимость обработки заметных "дрожаний" или шумы сопровождения [103-106]. Шумы (помехи), влияющие на точность измерения координат, связаны с целью, каналом распространения радиоволн, шумами радиоэлектронной аппаратуры, преднамеренными помехами, которые необходимо учитывать конструктору системы при проектировании.

2.1.2. Система управления движением крена

Вращение летательного аппарата в полете вокруг продольной оси может осуществляться системой управления движением крена [112]. Органом управления в этом случае являются элероны. В простейшем случае в систему управления кроме элеронов входят формирователь заданного угла крена γ_3 , сервопривод СП, рулевой привод РП, датчик углового положения (гировертикаль) ГВ, датчик угловой скорости ДУС, сумматор сигналов СУ (рис. 2.3). Угол крена γ_3 задается либо

летчиком, либо специальным вычислителем траекторного управления системы автоматического управления полетом.

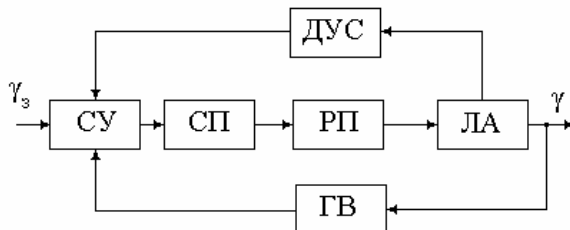


Рис. 2.3. Структура системы управления креном

Для получения уравнения динамики летательного аппарата по крену воспользуемся результатами работы [113], в соответствии с которой движение абсолютно жесткого тела в воздушном пространстве описывается уравнениями моментов относительно продольной оси

$$\begin{aligned}
 J_x \frac{d^2 \gamma}{dt^2} &= m_x S l \frac{\rho V^2}{2} + M_\epsilon(t), \\
 m_x &= f(V, \gamma, \delta_\epsilon),
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

где J_x – момент инерции летательного аппарата относительно продольной оси; γ – угол крена; m_x – коэффициент момента сил, действующих на летательный аппарат; S – площадь крыльев; l – размах крыла; ρ – плотность воздуха; V – скорость полета летательного аппарата; $M_\epsilon(t)$ – момент возмущающих сил; δ_ϵ – угол отклонения элеронов.

Система уравнений (2.6) является нелинейной с переменными параметрами. Входящие в эти уравнения параметры J_x и m_x зависят от

скорости полета и времени. Для линеаризации этих уравнений необходимо определить малые отклонения параметров движения летательного аппарата в случае невозмущенного (расчетного) движения. Для этого воспользуемся следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} V &= V_0 + \Delta V; \\ \gamma &= \gamma_0 + \Delta \gamma; \\ \delta_y &= \delta_{y0} + \Delta \delta_y. \end{aligned}$$

Будем полагать, что используется автопилот, способный быстро парировать крен, что позволяет пренебречь влиянием моментов рысканья на крен; не будем учитывать также влияние отклонения моментов при отклонении рулей направления и моменты, возникающие от силы тяги двигателя. Тогда, пренебрегая величинами второго порядка малости, получим уравнение динамики летательного аппарата в отклонениях:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta \gamma}{dt^2} &= \left(\frac{\rho V_0 S l}{J_x} m_{x0} + \frac{\rho V_0^2 S l}{2 J_x} m_x^V \right) \Delta V + \frac{\rho V_0^2 S l}{2 J_x} \frac{d \Delta \gamma}{dt} + \\ &+ \frac{\rho V_0^2 S l m_x^{\delta_y}}{2 J_x} \Delta \delta_y(t) + \frac{M_e(t)}{J_x}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Учитывая, что поворот по крену летательного аппарата происходит за короткий промежуток времени, в течение которого скорость его полета практически не изменяется, т.е. $\Delta V=0$, уравнение (2.7) принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 \Delta \gamma}{dt^2} + c_{11}(t) \frac{d \Delta \gamma}{dt} = c_{12}(t) \Delta \delta_y(t) + c_{13}(t) M_e(t), \quad (2.8)$$

где

$$c_{11}(t) = -\frac{\rho V_0^2 S l^2}{2J_x}, \quad c_{12}(t) = -\frac{\rho V_0^2 S l m_x \delta_\theta}{2J_x}, \quad c_{13}(t) = -\frac{1}{J_x}. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.8) является линейным с переменными коэффициентами. Коэффициент $c_{11}(t)$ представляет собой приращение углового ускорения крена и является отрицательным, так как угловое ускорение всегда направлено в сторону, противоположную угловой скорости. Коэффициенты c_{11} , c_{12} , c_{13} являются функциями времени, их значения определяются качеством измерения величин, входящих в соотношения (2.9).

2.1.3. Задачи управления космическим летательным аппаратом

При управлении космическим аппаратом необходимо решать следующие задачи: поворот объекта относительно одной из трех осей, снижение космического аппарата, стабилизацию полета, создание гравитационного поля в обитаемом аппарате. Для этих целей могут использоваться пару твердотопливных реактивных двигателей, жестко связанных с корпусом, и один поворотный реактивный двигатель (рис. 2.4) или только пару реактивных двигателей. Этот подход реализован в космических аппаратах "Меркурий", "Джемини", "Аполлон" и др. [114].

При решении таких задач терминального управления в качестве математической модели выбирается тело в пространстве с единствен-

ной осью симметрии, показанное на рисунке 2.4. Задача управления рассматривается в связанной системе координат, в которой оси OX_1 – горизонтальная и OX_2 – вертикальная, OX_3 – ось симметрии тела. Обозначим через $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ [rad/c] – угловые скорости относительно этих трех осей соответственно. Пусть I_1 , I_2 , I_3 – моменты инерции относительно тех

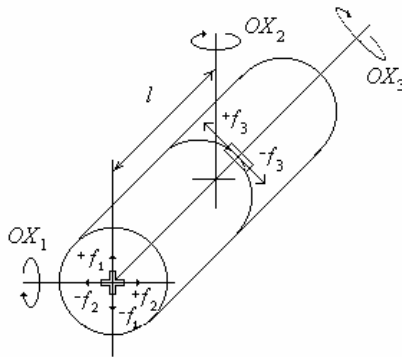


Рис. 2.4. Вращающийся в пространстве объект с двумя реактивными двигателями для стабилизации полета и одним поворотным

же осей. Тогда при отсутствии внешних моментов дифференциальные уравнения для угловых скоростей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ имеют вид [18]

$$\begin{aligned}
 I_1 \dot{\omega}_1(t) &= (I_2 - I_3) \omega_2(t) \omega_3(t), \\
 I_2 \dot{\omega}_2(t) &= (I_3 - I_1) \omega_3(t) \omega_1(t), \\
 I_3 \dot{\omega}_3(t) &= (I_1 - I_2) \omega_1(t) \omega_2(t).
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Уравнения (2.10) называют уравнениями Эйлера. Если на тело действуют внешние моменты, то дифференциальные уравнения движения принимают вид

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1(t) &= (I_2 - I_3) \omega_2(t) \omega_3(t) + M_1(t), \\ I_2 \dot{\omega}_2(t) &= (I_3 - I_1) \omega_3(t) \omega_1(t) + M_2(t), \\ I_3 \dot{\omega}_3(t) &= (I_1 - I_2) \omega_1(t) \omega_2(t) + M_3(t), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $M_1(t)$, $M_2(t)$, $M_3(t)$ – моменты относительно осей OX_1 , OX_2 , OX_3 соответственно.

Поскольку ось OX_3 является осью симметрии, моменты инерции $M_1(t)$ и $M_2(t)$ равны. Пусть f_1 , f_2 и f_3 – три реактивных двигателя, укрепленных на корпусе космического аппарата так, что двигатель f_3 создает момент $M_3(t)$ вокруг оси OX_3 , двигатель f_2 – момент $M_2(t)$ вокруг оси OX_2 и f_1 – момент $M_1(t)$ относительно оси OX_1 . Двигатели жестко закреплены на аппарате и могут развивать тягу в обоих направлениях. В качестве управляющего воздействия может служить момент, создаваемый парой сопел с ограниченной тягой $|f(t)| \leq f_0$.

Для поддержания устойчивости движения или же для создания искусственной гравитации в обитаемой космической станции необходимо установить скорости $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ равными нулю за минимальное время при неизменной скорости $\omega_3(t) = \text{const}$. Предполагаем, что ось симметрии OX_3 и $I_2 = I_3 = I$, тогда система уравнений (2.11) приобретает вид

$$\begin{aligned} I \dot{\omega}_1(t) &= (I - I_3) \omega_2(t) \omega_3(t); \\ I \dot{\omega}_2(t) &= (I_3 - I) \omega_3(t) \omega_1(t) + If'(t); \\ I_3 \dot{\omega}_3(t) &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Из последнего уравнения системы (2.12) имеем $\omega_3(t)=\text{const}=a_3$. Введем обозначение $\mu=a_3(I-I_3)/I$, тогда уравнения (2.12) для угловых скоростей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ записываются в виде

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1(t) &= \mu\omega_2(t); \\ \dot{\omega}_2(t) &= -\mu\omega_1(t) + \frac{I}{I}f(t).\end{aligned}\tag{2.13}$$

В случае, если движение космического аппарата производится только вокруг оси OX_2 , система уравнений (2.11) еще упрощается:

$$\begin{aligned}I\dot{\omega}_1(t) &= 0; \\ I\dot{\omega}_2(t) &= (I_3 - I)\omega_3(t)\omega_1(t) + If(t); \\ I_3\dot{\omega}_3(t) &= 0.\end{aligned}\tag{2.14}$$

Второе уравнение системы (2.14) имеет постоянную правую часть. Причем будем считать, что при повороте вокруг оси OX_2 угловые скорости $\omega_1(t)=0$, $\omega_2(t)=0$ и появление сигнала $u(t)$ приводит к немедленному появлению тяги $f(t)$. Это позволяет записать второе уравнение (2.14) относительно угла поворота вектора скорости дифференциальным уравнением второго порядка с двумя нулевыми корнями

$$\ddot{\phi}_2(t) = ku(t),\tag{2.15}$$

где $k=I/I$.

Система управления может обеспечить любые заданные углы разворота. При этом для обобщенного объекта при линеаризации сложной функции системы уравнений относительно заданной (номинальной) траектории достижимы любые значения углов крена или наклона траектории. Космический летательный аппарат является достаточно

сложной системой, выбор параметра k должен осуществляться после проведения соответствующей настройки.

2.1.4. Задача управления роботом

Современный этап развития автоматизации характеризуется широким использованием робототехнических устройств в военном деле. Роботы способны выполнять различные задачи: ведение разведки, стрельбу, спасение раненых, исследование морских глубин (см. также [82, 115-119]). Для выполнения этих целей решаются различные задачи – движение по определенному или неизвестному маршруту, работа с различными нагрузками, работа в условиях мешающего шума. Функционирование робота осуществляется при помощи собственных средств электропитания, параметры которых с течением времени изменяются. Влияние на функционирование оказывают также условия внешней среды. В результате будут меняться и характеристики элементов систем робота.

К приводам, применяемым в роботах, предъявляются весьма жесткие специфические требования: минимальные габариты и масса, высокая надежность, низкая стоимость, удобство эксплуатации. Особенностью приводов является их работа в неустановившихся режимах, с переменной нагрузкой, что требует отсутствия колебательности при переходных процессах.

Рассмотрим математическое описание типового привода манипулятора, схема которого изображена на рис. 2.5.

Составными элементами являются двигатель D , механизм передачи и преобразования перемещения M , датчики положения и скорости

ДП и ДС, элементы устройства управления УУ₁, УУ₂. Важнейшим элементом робота является механическая часть, характеризующая типом и числом степеней подвижности, а также типом и размером рабочей зоны, в рамках которой действует рабочий орган манипулятора.

Входные переменные механической части системы – это усилия $Q_d(Q_{d1}, \dots, Q_{dn})$ от двигателей Д, действующих по n степеням подвижности, выходные – координаты рабочего органа x_p и усилие Q_p , с которым он воздействует на объекты внешней среды. Кроме координат рабочего

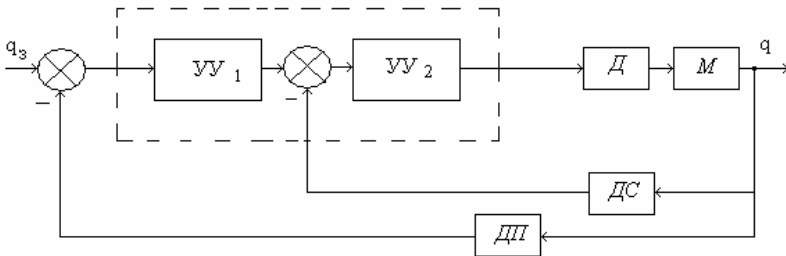


Рис. 2.5. Структурная схема позиционного привода манипулятора

органа интерес могут представлять абсолютные координаты $x(x_1, \dots, x_n)$ промежуточных звеньев, определяющие текущую конфигурацию всего манипулятора. Относительное положение соседних звеньев определяется относительными (обобщенными) координатами $q(q_1, \dots, q_n)$, где n – число степеней подвижности манипулятора. Математическое описание механической системы манипулятора связывает все указанные выходные переменные x, q со входными Q_d и описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} x &= f(q), \\ q &= A_m(Q_o, Q_e). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Здесь A_m – оператор механической системы, определяющий динамику относительных координат в зависимости от прикладываемых усилий двигателями Q_o и возмущающих и противодействующих воздействий Q_e . Первое уравнение в (2.16) – это уравнение кинематики манипулятора, второе – уравнение динамики для обобщенных координат.

При исследованиях динамики манипулятора широко используется уравнение Лагранжа второго рода, записываемое в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{dL}{dq_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.17)$$

Более употребительна форма

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \ddot{q}_{ij} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \dot{q}_k \dot{q}_j + c_i = Q_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.18)$$

Первый член этого уравнения описывает силы, зависящие от ускорения, второй член – скоростные силы (центробежные, кориолисовы, вязкого трения и т.п.), третий – гравитационные, статические. Это же уравнение более кратко в матричной форме запишется так:

$$A(q)\ddot{q} + b(\dot{q}, q) + c(q) = Q, \quad (2.19)$$

где $A(q)$ – симметричная матрица размером $n \times n$, описывающая инерционные свойства системы; $b(\dot{q}, q)$ – вектор скоростных сил размерностью n ; $c(q)$ – вектор статических сил размерностью n .

Реализация в роботах методов управления с обратной связью с постоянными коэффициентами делает характеристики системы зависимыми от параметров нагрузки. Так как робот представляет собой достаточно нелинейную систему, то силы инерции, реакции и веса зависят только от положения или от положения и скорости и могут изменяться в широких пределах. В таких случаях построение системы с постоянными параметрами оказывается неэффективным (см. также [115, 117]). Устранение этого недостатка возможно при применении иных методов управления, допускающих изменение структуры и параметров системы управления. В каждом режиме работы для обеспечения надлежащего качества функционирования манипулятора робота должна быть проведена соответствующая настройка его параметров.

2.1.5. Задача управления курсом судна

Положение судна на плоскости в каждый момент времени t может быть определено путем расчета курса q , угловой скорости ω , продольного x_{0s} и поперечного смещений y_{0s} . Уравнения движения судна по курсу известно [47, 121, 122]. На рис. 2.6, где схематически показано это движение, приняты следующие обозначения: X, Y, Z – координатные оси, связанные с центром тяжести судна; N – ось, указывающая направление на север; v – вектор линейной скорости судна; ω – вектор угловой скорости судна; θ – угол курса (угол между направлением на

север и диаметральной плоскостью судна); α – угол атаки (угол между диаметральной плоскостью судна и вектором скорости); β – угол перекладки руля.

Рассматривается движение судна как плоское, без качки. Поэтому оно может быть определено проекцией сил на оси X , Y и проекцией моментов

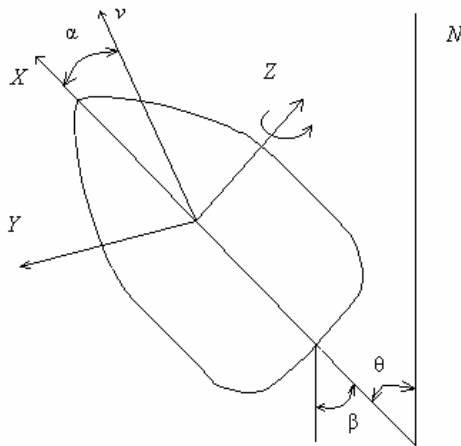


Рис. 2.6. Схема движения судна

на ось Z . Нас интересует только изменение угла курса в зависимости от изменения угла перекладки руля. Воспользуемся системой уравнений движения, полученной А.М. Басиным [47, 122]:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\alpha}{d\tau} + q_{21}\alpha + r_{21}\varpi + s_{21}\beta &= 0, \\
 \frac{d\varpi}{d\tau} + r_{31}\varpi + q_{31}\alpha + s_{31}\beta &= 0, \\
 \frac{d\theta}{d\tau} &= \varpi,
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

где ω – безразмерная угловая скорость; τ – безразмерное время; q_{21} , q_{31} , r_{21} , r_{31} , s_{21} , s_{31} – гидродинамические коэффициенты. Перевод в размерное время может быть сделан с помощью следующих формул:

$$\begin{aligned} t &= \tau \frac{L}{v_0}, \\ dt &= \frac{L}{v_0} d\tau, \end{aligned} \tag{2.21}$$

где L – длина судна; v_0 – скорость его перед началом маневра по курсу. При управлении судном по курсу нас интересует лишь одна координата – угол курса. Поэтому систему уравнений (2.20) можно преобразовать, разрешив ее относительно угла курса слева и угла перекладки руля справа.

После разрешения относительно угла курса получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка с одним нулевым корнем, в правой части которого имеется угол β и скорость перекладки руля [47, 121, 122]:

$$\frac{d^3\theta}{d\tau^3} + 2p \frac{d^2\theta}{d\tau^2} + q \frac{d\theta}{d\tau} = -s_{31} \frac{d\beta}{d\tau} + \bar{s}\beta, \tag{2.22}$$

где p , q , s_{31} , \bar{s} – некоторые гидродинамические коэффициенты.

Управляющий орган – обычно гидравлический или электрический привод, имеющий ограниченную скорость. Достижение ограниченного значения скорости перекладки руля происходит быстро по сравнению с изменением угла перекладки руля и угла курса. Поэтому в качестве управляющего воздействия может считаться ограниченное (максимально допустимое) значение скорости угла перекладки руля. Управление реализуется с помощью

релейного элемента на входе обобщенного объекта, представляющего собой золотник гидропривода или электрический контактор. Обобщенный объект кроме угла курса, скорости и ускорения этого угла содержит также угол перекладки руля и описывается, таким образом, уравнением четвертого порядка. Обобщенный объект имеет бесконечное множество положений равновесия, охватывающее диапазон углов от 0 до $\pm 180^\circ$. Кроме того, для линейного участка угла перекладки руля характерно также множество положений равновесия по скорости поворота из некоторого ограниченного множества. При этом каждому значению циркуляции соответствует свой балансирующий угол перекладки руля.

Основное уравнение движения судна (2.22) подвергалось специальному исследованию на возможность упрощения с точки зрения гидродинамики. Так, Г.В. Соболев [121], анализируя решение этого уравнения, пришел к выводу, что порядок дифференциального уравнения, описывающего движение судна по курсу, может быть понижен. Это связано с тем, что характеристическое уравнение

$$\alpha^3 + 2p\alpha^2 + q\alpha = 0,$$

соответствующее уравнению (2.22), имеет корни

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_{2,3} = -p \pm \sqrt{p^2 - q}.$$

Обычно корень α_3 значительно больше корня α_2 . Это означает, что корень α_3 соответствует быстрым движениям, которыми можно пре-

небрежь. Кроме того, в правой части значение коэффициента s_{31} мало по сравнению с коэффициентом \bar{s} , что позволяет перейти к рассмотрению дифференциального уравнения с более простой правой частью. В результате получается такое дифференциальное уравнение, которое описывает поведение судна при изменении угла курса:

$$a \frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \frac{d\theta}{d\tau} = r\beta, \quad (2.23)$$

где a, r – параметры, определяющие гидродинамику конкретного судна.

Возможность такого упрощения поясняется следующим образом. Если время переключения релейного элемента, например золотника гидропривода, значительно меньше времени переходного процесса по управляемой координате, то влиянием производной можно пренебречь. При управлении судном по курсу переключение золотника гидропривода или электромагнитного клапана занимает доли секунды, а переходный процесс при изменении курса может длиться десятки минут. Поэтому в правой части уравнения можно пренебречь членом с производной от релейного сигнала.

2.2. Показатели эффективности систем автоматического управления

Определение показателей эффективности систем автоматического управления является достаточно сложной задачей. В общем случае к показателям эффективности рассматриваемых систем относятся пока-

затели технических возможностей, эксплуатационные, массогабаритные и др. Поэтому, говоря об эффективности, будем иметь в виду, прежде всего, технические показатели систем автоматического управления, такие как показатели точности и быстродействия, которые также являются и характеристиками адаптивных систем.

Показатели точности и быстродействия определяются по переходной характеристике системы (рис. 2.7).

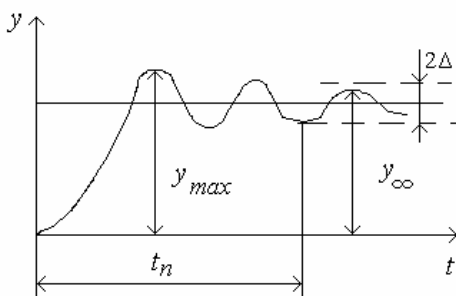


Рис. 2.7. Показатели, определяемые по переходной характеристике

На основании переходной характеристики определяются такие показатели качества:

y_{max} — максимальное значение выходной величины $y_{вых}(t)$ при подаче на вход системы некоторого сигнала постоянной амплитуды y_3 ;

y_{∞} — установившееся значение выходной величины $y_{вых}(t)$ в переходном процессе;

σ – относительная величина максимального отклонения управляемой величины $y_{вых}(t)$ от установившегося значения y_∞ в переходном процессе,

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_\infty}{y_\infty} 100\%.$$

Величину σ обычно называют перерегулированием и выражают в процентах;

t_n – время регулирования, по истечении которого отклонение выходной величины $y(t)$ от установившегося режима y_∞ не превышает заданной величины Δ ;

$\theta(t)$ – динамическая точность системы, представляющая отклонение управляемой величины $y_{вых}(t)$ от заданного значения y_3 в течение переходного процесса, $\theta(t) = y_3 - y_{вых}(t)$;

Δ – значение ошибки установившегося режима (точность системы), вычисляемая при $t \geq t_n$ по формуле

$$\Delta \leq |y(t) - y_\infty|;$$

n – число колебаний и частота f колебаний управляемой величины в течение времени переходного процесса.

Рассмотренные показатели качества имеют важное значение в технике и определяют основные показатели системы вооружения. От показателей качества контура управления зенитной ракетой зависит, например, вероятность поражения цели на минимальной дальности.

Принципиальное отличие адаптивных систем от обычных систем управления заключается в том, что в этих системах управление ведется не только по отклонению управляемой величины от заданного зна-

чения, но и по отклонению качества системы автоматического управления от требуемого. Если наложить какие-либо ограничения на тот или иной показатель качества или группу показателей, т.е. сформулировать условия требуемого качества конкретной системы автоматического управления, то тем самым будет выработан вполне определенный критерий оценки качества данной системы, т.е. критерий качества управления, который в адаптивных системах принято называть критерием адаптации.

В качестве критерия адаптации можно выбрать любой критерий качества обычных систем автоматического управления или другой критерий, вновь выработанный в интересах практики. Такими критериями могут быть:

определенное время регулирования, перерегулирование, число и частота колебаний, установившаяся ошибка, динамическая ошибка, коэффициент затухания, степень устойчивости, интеграл от абсолютной ошибки и т.д.;

определенный вид переходной характеристики, функции веса, частотных характеристик и т.д.

Требования к критерию адаптации определяются назначением и конструкцией основного контура управления проектируемой системы, выполняющей определенную функцию в бою, исходя из условий ведения современных операций. Следовательно, критерий качества системы должен связываться с ее требуемой полезностью. Обычно к критерию адаптации в адаптивной системе военного назначения предъявляют следующие требования:

наиболее полное отражение свойств системы управления, обеспечивающих в зависимости от ее конкретного назначения требуемую точность стрельбы или ударов; высокую эффективность поражения целей; высокую

боеготовность различных видов вооружения; высокую маневренность вооружения и войск; требуемую точность и надежность управления вооружением;

показатель качества должен непосредственно измеряться или рассчитываться аналитически в условиях эксплуатации объекта;

метод определения должен обеспечивать получение необходимой информации о качестве системы без введения в нее дополнительных воздействий; использование метода определения показателей качества надо оценивать с учетом автоматизации измерений;

показатели качества должны определяться непрерывно или дискретно через небольшие промежутки времени; это ограничение обусловлено временем, по истечении которого показатель качества выйдет за допустимые пределы, а также временем, необходимым для отработки предыдущего командного сигнала, т.е. временем регулирования системы, поэтому для систем управления большинством объектов быстроедействие измерительного устройства – это основной критерий применимости метода определения показателя качества системы;

используемый критерий адаптации должен допускать достаточно простую аппаратную реализацию, т.е. контур адаптации должен иметь малые габариты, быть экономичным и надежным;

оценка ошибки качества должна давать информацию о необходимом изменении параметров системы управления для улучшения показателей качества управления;

показатель качества должен обладать должной чувствительностью к изменениям в связанных с ним параметрах;

количество информации, получаемое при каждом цикле сравнения, должно быть достаточным для изменения параметров адаптации

на необходимую величину и в правильном направлении и тем самым должно давать быструю сходимость процесса адаптации.

Сходимость процесса адаптации должна выполняться так, чтобы устойчивость системы непременно улучшалась. В частности, если система условно устойчива только в некотором диапазоне параметров, нежелательно, чтобы при адаптации параметры системы проходили через область неустойчивости.

2.3. Математическое описание динамических систем

При решении задач анализа и синтеза систем управления возникает необходимость применения тех или иных численных методов и соответствующих им алгоритмов [123-128]. В последнее время широкое распространение в теории управления получил унифицированный подход к решению задач анализа и синтеза систем, основанный на использовании методов пространства состояний (фазового пространства) [125-128], восходящих к основополагающей монографии [126]. Подход сводится к широкому привлечению методов линейной алгебры к составлению и исследованию дифференциальных уравнений систем автоматического регулирования (см., также [129, 130, 132]). Достоинством метода является возможность применения вычислительной техники для решения задач теории автоматического регулирования.

К основным понятиям метода относятся состояние системы, вектор состояния, пространство состояния.

Состояние системы в любой момент времени t является функцией начального состояния $x(t_0)$ и вектора входа $u(t_0, t)$.

Вектор состояния системы определяется как векторная переменная, позволяющая однозначно определить выход y системы через ее

вход u и начальное состояние $x(t)|_{t=t_0} = x(t_0)$. Другими словами, состоянием динамической системы называется совокупность величин $x(t_i)$, ($i=1, 2, \dots, n$), полностью определяющих ее поведение в данный момент времени t .

Пространство X , к которому принадлежит вектор переменных состояния $x(t) \in X$, называется пространством состояний. Динамические системы с сосредоточенными параметрами могут быть описаны в переменных состояния при помощи дифференциального уравнения для вектора состояния

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t)|_{t=t_0} = x(t_0) \quad (2.24)$$

и уравнения для выходного вектора

$$y(t) = G[x(t), u(t), t], \quad (2.25)$$

где векторы состояния x , входа u , выхода y имеют соответственно размерности $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^l$.

Для систем, описываемых линейными дифференциальными уравнениями, уравнения (2.12), (2.13) могут быть записаны в виде

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad (2.26)$$

$$\dot{y}(t) = C(t)x(t), \quad (2.27)$$

где $A(t)$ – квадратная матрица порядка n , $B(t)$, $C(t)$ – прямоугольные матрицы с размерами $m \times n$, $l \times n$ соответственно. Уравнения (2.26), (2.27) принято называть стандартной формой записи уравнений дина-

мики линейных управляемых систем с постоянными параметрами, имеющих произвольное число входов и выходов. Стандартная форма отличается компактностью и удобством преобразования. Процедура решения уравнений состояния в конечном итоге сводится к матричным преобразованиям над A , B и C , что весьма удобно при программировании на цифровых вычислительных машинах.

2.3.1. Решение однородных уравнений состояния

Пусть дифференциальное уравнение (2.26) при выполнении непрерывной линейной системой свободного движения, т.е. при $u(t)=0$, имеет вид

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t). \quad (2.28)$$

Решение уравнения (2.28) описывает динамику системы за счет ненулевых начальных условий при отсутствии внешних сил. При начальном условии $x(t_0)$ решение уравнения (2.28) для $t > t_0$ может быть записано в виде

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0). \quad (2.29)$$

Введем обозначение

$$\Phi(t-t_0) = e^{A(t-t_0)}, \quad (2.30)$$

тогда решение уравнения (2.28) и уравнение (2.27) будут иметь вид

$$x(t) = \Phi(t-t_0)x(t_0), \quad (2.31)$$

$$y(t) = C\Phi(t-t_0)x(t_0). \quad (2.32)$$

Матрица $\Phi(t-t_0) = e^{A(t-t_0)}$ называется матрицей перехода (переходной матрицей) состояния системы. Матрица перехода $\Phi(t-t_0)$ описывает движение конца вектора состояния $x(t)$ в пространстве состояний из начального положения $x(t_0)$, а, следовательно, траекторию системы на интервале $t-t_0$. Вектор $x(t)$ дает возможность контролировать все координаты (переменные) состояния системы, поэтому решение уравнения (2.29) несет полную информацию о динамике системе.

Таким образом, решение дифференциального уравнения (2.27) и уравнения (2.31) сводится к вычислению матрицы перехода.

2.3.2. Решение неоднородных уравнений состояния

Покажем решение неоднородного уравнения состояния, выполненное по материалам работы [123]. Решение уравнения (2.26) будем искать в форме, аналогичной выражению (2.30). Положим

$$x(t) = \Phi(t-t_0)c_1(t), \quad (2.33)$$

где $c_1(t)$ – вектор, зависящий от времени и заменяющий вектор начального состояния $x(t_0)$ в уравнении (2.31) при отсутствии внешних воздействий.

Продифференцируем выражение (2.33) по переменной t , получаем

$$\dot{x}(t) = \dot{\Phi}(t-t_0)c_1(t) + \Phi(t-t_0)\dot{c}_1(t). \quad (2.34)$$

Учитывая, что $\Phi(t-t_0) = e^{A(t-t_0)}$ и $\dot{\Phi}(t-t_0) = Ae^{A(t-t_0)}$, уравнение (2.34) запишем в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \Phi(t-t_0)\dot{c}_1(t). \quad (2.35)$$

Если принять, что выражение (2.35) является одновременно и решением уравнения (2.34), то величины в правых частях уравнений (2.35) и (2.26) должны быть одинаковыми. Тогда

$$Bu(t) = \Phi(t-t_0)\dot{c}_1(t). \quad (2.36)$$

Решая уравнение (2.36) относительно $\dot{c}_1(t)$ и интегрируя его, получаем

$$c_1(t) = \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(\tau-t_0)Bu(\tau)d\tau + c_2. \quad (2.37)$$

Подставляя (2.37) в (2.33), имеем

$$x(t) = \Phi(t-t_0)c_2 + \Phi(t-t_0) \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(\tau-t_0)Bu(\tau)d\tau. \quad (2.38)$$

Вследствие свойств матрицы перехода [128] выражение (2.38) примет вид

$$x(t) = \Phi(t-t_0)c_2 + \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau. \quad (2.39)$$

Постоянная интегрирования c_2 определяется из уравнения (2.39) при условии $t=t_0$. В силу равенства $\Phi(0)=I$

$$c_2 = x(t_0). \quad (2.40)$$

Таким образом, решение уравнения (2.35) для случая, когда $u(t) \neq 0$, имеет вид

$$x(t) = \Phi(t-t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau. \quad (2.41)$$

Вектор выхода $y(t)$ будет иметь вид

$$y(t) = C\Phi(t-t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t C\Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau. \quad (2.42)$$

Первое слагаемое выражения (2.42) – составляющая выходного вектора за счет ненулевых начальных условий $x(t)$. Оно совпадает с решением однородного уравнения (2.38). Второе слагаемое характеризует реакцию системы на внешнее воздействие $u(t)$.

Решение неоднородного уравнения (2.41) громоздко и реально только с использованием численных методов вычисления определенных интегралов. Решение уравнения (2.41) может быть упрощено, если преобразовать систему неоднородных уравнений (2.41), (2.42) в однородную. Такое преобразование целесообразно делать, если управляющее воздействие $u(t)$ представить в виде решения определенного однородного линейного дифференциального уравнения (системы уравнений) с постоянными па-

раметрами.

Если задающее воздействие известно и принадлежит к некоторому классу функций, то его можно представить решением некоторой системы дифференциальных уравнений (см. [129, с. 343])

$$\dot{r}(t) = A_r r(t), \quad u(t) = C_r r(t).$$

Здесь A_r и C_r — независимые от времени матрицы соответствующего размера. Введем далее расширенное пространство, которое объединяет пространства векторов x и r , обозначив

$$v^T = (x^T, r^T). \quad (2.43)$$

Тогда процесс в этом расширенном пространстве состояний приобретает стандартную форму

$$\dot{v}(t) = A_p v(t), \quad y(t) = C_p v(t), \quad (2.44)$$

$$A_p = \begin{vmatrix} A & BC_r \\ 0 & A_r \end{vmatrix}, \quad C_p = \begin{vmatrix} C & 0 \\ 0 & C_r \\ -C & C_r \end{vmatrix}$$

где $y(t)$ — вектор контролируемых параметров, например, $y(t) = (\beta(t), r(t), \theta(t))^T$, $\theta(t) = r(t) - \beta(t)$. Согласно [132], решение дифференциального уравнения (2.44)

$$v(t) = \Phi_p(t - t_0)v(t_0), \quad (2.45)$$

где $v(t_0) = (\beta(t_0), r(t_0))^T$. При проведении вычислений решение уравне-

ния (2.44) можно представить следующей рекуррентной процедурой:

$$v(n\Delta t) = \Phi_p [n\Delta t - (n-1)\Delta t]v[(n-1)\Delta t] = \Phi_p (\Delta t)v[(n-1)\Delta t] \quad (2.46)$$

Таким образом, в случае известной модели задающего воздействия операция численного интегрирования дифференциальных уравнений может быть сведена к рекуррентному решению алгебраического уравнения (2.46), в котором Φ_p – матричная экспонента вычисляется только один раз для момента времени $t=\Delta t$, а вектор $v(t)$ рассчитывается в интервале времени $t \in [0, T]$, при этом $n=0, 1, \dots, N$, $N=[T/\Delta t]$. Блок-схема алгоритма приведена в приложении А.1.

2.4. Методы вычисления матричного экспоненциала в задачах анализа динамики систем управления

В математике выражение (2.20) обычно называют матричным экспоненциалом. Величина $\Phi(t)$ представляет собой не что иное, как некоторую функцию от матрицы At [131, гл.5, п. 4] и является тоже матрицей. Из (2.29) следует, что если At задана как числовая матрица, то для расчета динамики системы (2.26), (2.27) возникает необходимость вычисления матричного экспоненциала $\Phi(t)$.

Проблема вычисления матричного экспоненциала в течение последних четырех десятилетий привлекает пристальное внимание исследователей систем управления [132-135]. Первые существенные результаты в этом направлении исследований принадлежат Л. Заде и Ч. Дезоеру [126, разд. 5, п. 3]. Судя по имеющейся информации, послед-

няя публикация [135] в данном направлении, появившаяся в одном из ведущих зарубежных периодических изданий, датирована серединой 90-х годов.

Известны различные точные и приближенные методы получения $\Phi(t)$ в замкнутой (конечной) форме. К сожалению, точные аналитические выражения для $\Phi(t)$ удается найти, как оказалось, только если $n \leq 4$, а также при произвольном n для специального типа матриц $M = At$. В остальных случаях приходится довольствоваться приближенными методами их расчета.

Известные приближенные методы вычисления e^M основаны на аппроксимации разложения $\Phi(t)$ матричным полиномом $F(M)$ вида

$$e^M \approx F(M) = \sum_{k=0}^N \frac{M^k}{k!}, \quad (2.47)$$

содержащим $N+1$ слагаемых. При этом естественным образом возникает проблема определения числа N , при котором достигается заданная точность вычисления матричного экспоненциала по формуле (2.47). В конечном счете эта проблема сводится к оценке нормы остатка R точного разложения

$$e^M = \sum_{k=0}^N \frac{M^k}{k!} + R. \quad (2.48)$$

Можно предложить два подхода к определению числа N в зависимости от требуемой точности вычисления e^M . В соответствии с предложенным в [132, п. 1.6.1] подходом осуществляется последователь-

ное увеличение числа N в сумме (2.47) до тех пор, пока не будет выполнено соотношение

$$\|R\| \leq \frac{\|M^{N+1}\|}{(N+1)!} \frac{1}{1-q} \leq \varepsilon. \quad (2.49)$$

В этом соотношении $\|\bullet\|$ обозначает норму $\|\bullet\|_1$ в соответствии с [139, п. 14.48], ε - заданная точность вычисления матричного экспоненциала, а N - достаточно большое число такое, что величина

$$q = \frac{\|M\|}{N+2} \geq 0 \quad (2.50)$$

удовлетворяет требованию $q < 1$. Нетрудно видеть, что при выполнении (2.50) всегда существует такое натуральное N , начиная с которого соотношение (2.49) будет удовлетворяться, поскольку $\|M^{N+1}\|/(N+1)! \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$ (см. [132, с. 51]).

Недостатком подхода, основанного на использовании оценки сверху нормы $\|R\|$ в форме (2.48), является то, что при каждом очередном увеличении числа N требуется выполнение операций нахождения $(N+1)$ -й степени матрицы M и вычисления нормы $\|M^{N+1}\|$. А это само по себе является довольно трудоемким.

Свободен от упомянутого недостатка другой подход, использующий иную оценку $\|R\|$, которая была предложена в [123, п. 6.9]. Этот

подход предусматривает последовательное увеличение числа N до тех пор, пока не будут выполнены неравенства

$$N \geq \|M\| + 2 \quad (2.51)$$

и

$$\|R\| \leq \frac{\|M\|^{N+1}}{(N+1)!} \frac{1}{1-q} \leq \varepsilon. \quad (2.52)$$

Неравенство (2.51) следует из требования $q < 1$ с учетом (2.50); при выводе неравенства (2.52) используется известное соотношение

$$\|M^k\| \leq \|M\|^k, \quad (2.53)$$

которое можно найти, например, в [140, п. 7]. Разумеется, оценка (2.53) представляется существенно более простой в вычислительном плане, поскольку она не требует выполнения таких “неудобных” операций, как возведение в $(N+1)$ -ю степень матрицы M в случае, когда число N оказывается достаточно большим. Однако использование оценки (2.53) может потребовать включения в сумму (2.52) большего числа членов для достижения заданной точности ε , чем оценка (2.49) (это следует прямо из неравенства (2.53)).

Оказывается, что после того как необходимое число N так или иначе будет определено, нет прямой необходимости в вычислении всех N степеней матрицы M ; достаточно найти всего лишь $n-1$ степень M [131, 134]. Основанием для этого служит замечательное соотношение

$$F(M) = Q(M)P(M) + R^+(M) = R^+(M), \quad (2.54)$$

приведенное, в частности, в [131, с.92]. В этом соотношении

$$P(\lambda) = \det(\lambda I - M) = \lambda^n + p_1 \lambda^{n-1} + \dots + p_n$$

- характеристический полином матрицы M , а $R^+(M)$ имеет смысл своеобразного остаточного полинома степени $n-1$, коэффициенты которого образуются делением $F(\lambda)$ на $P(\lambda)$ по формуле

$$\frac{F(\lambda)}{P(\lambda)} = Q(\lambda) + \frac{R^+(\lambda)}{P(\lambda)}. \quad (2.55)$$

При выводе соотношения (2.54) используется известная теорема Кэли-Гамильтона [131, гл. IV, п.5].) Поскольку $\deg F(M) = N$ (см. выражение для $F(M)$ в (2.54)), то замена в (2.47) матричного полинома $F(M)$ на $R^+(M)$ (согласно (2.54)) дает явное преимущество в вычислительном отношении, когда $N \gg n$.

Приведенный выше анализ показывает, что в общем случае для приближенного вычисления e^M по формуле (2.48) с любой заданной точностью ϵ уместно объединить результаты, содержащиеся в [123, с. 115] и [134]. Схема алгоритма, реализующего подобную идею и пример расчета приведены в [141] и приложении А.2.

2.5. Программно-аппаратный метод решения задач анализа систем автоматического управления

Рассмотрим применение метода пространства состояний к задаче

анализа динамики системы автоматического управления с помощью цифровой вычислительной машины. Пусть имеется следящая система, объект регулирования которой имеет передаточную функцию вида [111]

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}, \quad (2.56)$$

где k – коэффициент усиления системы, c^{-1} , T характеризует инерционные свойства объекта, c .

Предположим, что в системе использован пропорциональный закон управления

$$u_{opt}(t) = -K_1 x(t) + K_2 u(t), \quad (2.57)$$

где $K_1^T = (-k/T, 0)$, $K_2^T = (1, 0)$. Принимаем, что исходное состояние объекта неподвижное. Рассмотрим реакцию объекта на задающие воздействия: 1) сигнал, изменяющийся по линейному закону $\alpha(t) = mt$; 2) гармонический сигнал $\alpha(t) = N \sin nt$.

Найдем выход $\beta(t)$, ошибку слежения системы $\theta(t)$ для заданных воздействий методом пространства состояний и произведем их сравнение с результатами, который дает, например, метод коэффициентов ошибок.

В соответствии с выбранным подходом следящая система может быть представлена следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1(t) &= \beta_2(t), \\ \dot{\beta}_2(t) &= -\frac{k}{T}\beta_1(t) - \frac{1}{T}\beta_2(t) + \frac{k}{T}u(t),\end{aligned}\tag{2.58}$$

где β_1, β_2 – фазовые координаты, имеющие смысл выходной величины и ее производной соответственно. Начальные условия уравнения (2.60) $\beta^T(0)=(0, 0)$. Задающий сигнал, изменяющийся по линейному закону, является решением системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{r}_1(t) &= r_2(t), \\ \dot{r}_2(t) &= 0\end{aligned}\tag{2.59}$$

с начальным условием $r^T(0)=(0, m)$.

Результаты моделирования системы с параметрами $k = 2 \text{ c}^{-1}$, $T = 0,4 \text{ c}$, параметр задающего воздействия $m = 0,2 \text{ c}^{-1}$ изображены на рис. 2.8.

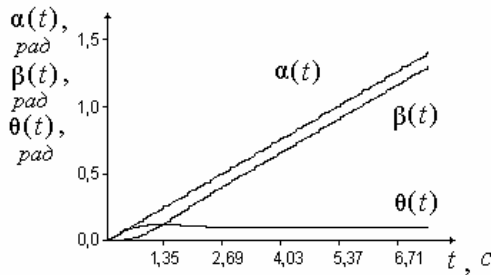


Рис. 2.8. Графики переходного процесса в следящей системе при линейном воздействии

Метод позволяет получить ошибку $\theta(t)$ в реальном масштабе времени сразу в числовом виде, за ошибку установившегося режима

$\theta_{ycm}(t)$ можно принимать ее значение на участке, где отсутствуют заметные ее отклонения (на рисунке 2.5 это отрезок времени $t > 2,7$ с). На выбранном отрезке времени $\theta_{ycm}(t) \leq 0,1$ рад. Метод коэффициентов ошибок позволяет получить

$$\theta_{ycm}(t) = D_1 \dot{\alpha}(t) = \frac{m}{k}. \quad (2.60)$$

Применение формулы (2.60) позволяет получить тот же результат $\theta_{ycm}(t) = 0,1$ рад, что и должен быть. В случае гармонического воздействия уравнение (2.59) приобретает вид

$$\begin{aligned} \dot{r}_1(t) &= nr_2(t), \\ \dot{r}_2(t) &= -nr_1(t), \end{aligned} \quad (2.61)$$

начальные условия в уравнении (2.59) $r^T(0) = (0, N)$. Результаты моделирования системы (2.58), воспроизводящей гармоническое воздействие с параметрами $N=1$, $n = \pi/4$ рад/с⁻¹ показаны на рис. 2.9.

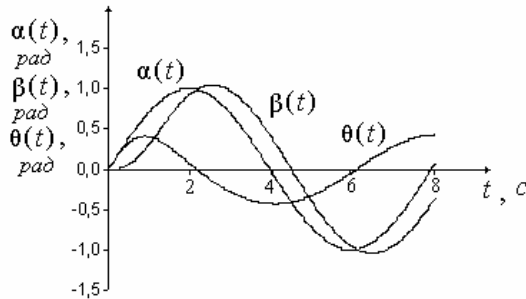


Рис. 2.9. Графики переходного процесса в следящей системе при гармоническом воздействии

2.6. Методы обучения и идентификации

2.6.1. Алгоритм обучения Н. Нильсона

Алгоритм обучения распознаванию образов, разделяющая поверхность которого представляет плоскость, выдвинут и обоснован Н. Нильсоном [142]. Аналогичный подход известный, как метод потенциальных функций исследован М.А. Айзерманом, Э.М. Браверманом и Л.И. Розоноэром в [143].

Алгоритм состоит в обучении правильному распознаванию объектов, принадлежащим различным непересекающимся классам множеств в предположении о существовании некоторой гиперповерхности, разделяющей эти множества. Предполагается, что гиперповерхность может быть представлена в виде ряда с конечным числом членов. В соответствии с подходом, развиваемым в [142], объекты обучения предъявляются пороговому логическому блоку через блок весовой обработки. Испытание заключается в сравнении выхода порогового логического элемента с эталонным значением, благодаря которому определяется принадлежность объекта к множеству определенного класса. Эталонное значение представляет информацию так называемого "учителя", имеющего информацию о правильном разделении объектов. Объекты могут испытываться в произвольном порядке, но каждый объект из обучающей выборки может предъявляться для испытаний несколько раз. Объект предъявляется либо циклически, либо в случайном порядке до тех пор, пока не повторится правильное распознавание каждого из них. Если объекты предъявляются циклически, то каждая совокупность одно-

кратных испытаний всех объектов из обучающей выборки называется итерацией (циклом).

В качестве начальных значений весов выбираются числа, которые либо являются по некоторым причинам удобными, либо выбраны случайно. Если объект распознан пороговым элементом, то веса не меняются, и на вход порогового логического элемента поступает следующий объект. Предположим, что на некотором шаге пороговый логический блок с весовым вектором w неправильно распознал класс множеств, к которому относится вектор X . Тогда вектор весов w изменится на новый вектор w' по следующим правилам:

$$\begin{aligned} w' &= w + cX, \text{ если } X \text{ из первого класса,} \\ w' &= w - cX, \text{ если } X \text{ из второго класса,} \end{aligned} \tag{2.62}$$

где c – коэффициент коррекции.

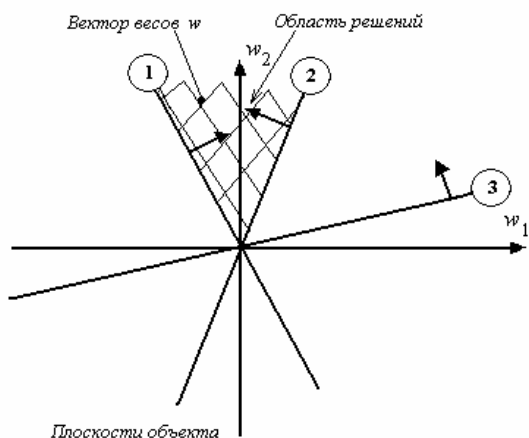


Рис. 2.10 Иллюстрация обучения с исправлением ошибок

Существуют несколько типов алгоритмов обучения с исправлением ошибок вида (2.62). Все они отличаются друг от друга выбором коэффициента c . Для алгоритмов с постоянным коэффициентом в качестве c берется произвольная положительная константа в интервале $0 < c \leq 2$. Изменение весов по правилу (2.62) исправляет или не исправляет ошибку, произошедшую на данном объекте, в зависимости от соотношения величин wX и c . Алгоритм определяет, насколько перемещается весовой вектор в направлении разделяющей плоскости. Если $c=0$, то весовой вектор вообще не изменяется; если $c=1$, весовая точка исправляется так, что она перемещается перпендикулярно плоскости по направлению к ней (например, на другую сторону), а затем переходят к испытанию следующего объекта из обучающей выборки; при $c=2$ весовая точка переводится на другую сторону плоскости (рис.2.10).

Таким образом, обучающий алгоритм линейного типа с "учителем" обеспечивает разделение всех объектов на классы, если существует гиперповерхность, разделяющая эти объекты, при этом коэффициент c в алгоритме (2.62) предлагается выбирать равным единице, а также следует реализовать указания "учителя", оценивающего результат обучения.

2.6.2. Метод точечной идентификации

Как показано в п. 2.6.1, во многих случаях задача синтеза адаптивного регулятора сводится к задаче построения бесконечной системы рекуррентных неравенств.

В последнее время существенное развитие получили методы оценивания неизвестных параметров при решении задач идентификации в дискретном времени. Алгоритм одного из известных методов точечного оценивания состоит в решении системы бесконечных линейных неравенств вида

$$\eta_i = |(x_i, \beta) + \alpha_i| \leq \varepsilon. \quad (2.63)$$

Здесь $i=0, 1, 2, \dots$ – номер объекта изображения из некоторого множества X , предъявляемого при оценке, β – весовой вектор, подвергающийся оценке, α, ε – некоторые вещественные числа.

Для фиксированного значения i неравенство (2.63) определяет полосу между двумя параллельными плоскостями в пространстве $\{\beta\}$. Полосы (2.63) по смыслу решаемой задачи могут быть заранее неизвестны: предполагаемый алгоритм по значениям β_0, \dots, β_i должен определять вектор x_i и числа α и ε . Этот алгоритм носит название "полоска" [79]. В соответствии с алгоритмом для известных дискретных величин x_i коррекция значений весового вектора β осуществляется по правилу

$$\beta_n = \begin{cases} \beta_{n-1}, & \text{если } |\eta_{n-1}| \leq \varepsilon, \\ \beta_{n-1} - \eta_{n-1} |x_{n-1}|^{-2} x_{n-1}, & \text{если } |\eta_{n-1}| > \varepsilon. \end{cases} \quad (2.64)$$

При выполнении неравенства (2.63) вектор β_n алгоритмом не изменяется, в противном случае β_n проектируется на плоскость $(x_i,$

$\beta_i) + \alpha_i = 0$, размещенную внутри полосы (2.63). Работа алгоритма поясняется на рис. 2.11.

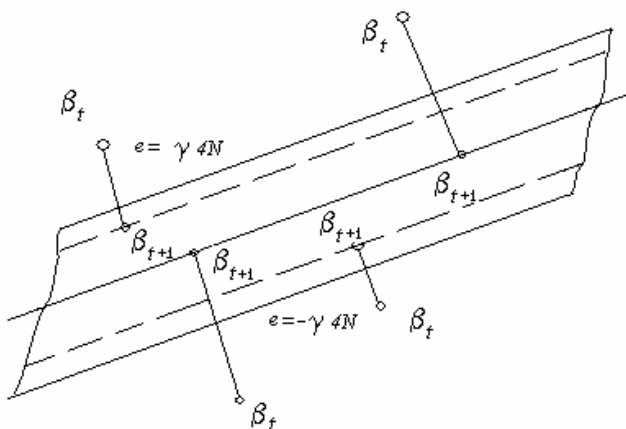


Рис.2.11 Работа алгоритма "Полоска"

Таким образом, алгоритм (2.64) по дискретным значениям x_i , оценочным значениям β_i и установленному порогу ϵ осуществляет коррекцию β_i .

2.6.3. Множественная идентификация

Альтернативный подход к решению задачи точечной идентификации модели динамической системы дает метод множественного значения, развивает который в течение нескольких лет академик НАН Украины профессор В.М. Кунцевич [48, 49]. В соответствии с этим методом процедура получения апостериорных оценок вектора параметров объекта на каждом n -м шаге, в отличие от приближенной точечной оценки $\beta \approx \beta^*$, дает множество оценок вида

$$\beta \in B_{\beta}^{(n)}, \quad (2.65)$$

где $B_{\beta}^{(n)} \subset B_{\beta}^{(n_0)}$.

Общую идею получения последовательности улучшающихся апостериорных оценок $B_{\beta}^{(n)}$ можно пояснить на таком примере. Пусть дискретное уравнение объекта имеет вид

$$x_{n+1} = \beta_1 x_n + \beta_2 u_n, \quad x_0 = x^0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.66)$$

где $\beta^T = (\beta_1, \beta_2)$ – вектор параметров, для которого задана априорная оценка $B_{\beta}^{(0)}$. Под действием управления объект переведен из состояния x_0 в состояние x_1 . При измеренном значении состояния x_1 уравнение (2.72) определяет множество оценок $\beta^i \in [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i]$, где β^i – i -я компонента неизвестного β , то отсюда немедленно следует j -е пересечение интервалов:

$$B_j^i = [\underline{\beta}_0^i, \bar{\beta}_0^i] \cap \dots \cap [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i], \quad i = (1, \dots, N). \quad (2.67)$$

Последовательное определение границ $\underline{\beta}_j^i$ и $\bar{\beta}_j^i$ позволяет организовать своеобразную, непосредственно вытекающую из (2.67) процедуру улучшения множеств неизвестных β^i в форме (рис.2.12)

$$B_j^i = B_{j-1}^i \cap [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i]. \quad (2.68)$$

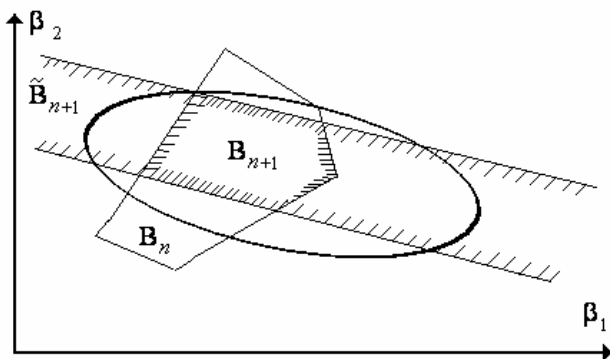


Рис.2.12. Иллюстрация множественного оценивания

Таким образом, для реализации процедуры множественного оценивания (2.68) возможно использование дискретных значений процесса (2.66).

ГЛАВА 3

СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОМЕХ

3.1. Алгоритмы синтеза адаптивных систем с разделяющей, линейной по параметрам

В этом разделе и далее рассматривается класс объектов, движение которых описывается уравнением вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau), \quad (3.1)$$

где $x \in \mathfrak{X}^n$, $A = \{A_{jk}\}$ ($j, k=1, \dots, n$) – матрица с действительными значениями, $B = \{b_j\}$ ($j=1, \dots, n$) – вектор, $n \leq 3$; $u(t)$ – сигнал управления, τ – время запаздывания.

Для случая $n=2$ вводится в рассмотрение вектор $x^T = (x_1, x_2)$, тогда уравнение (3.1) можно представить системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a_1 x_1(t) + b_1 x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = a_2 x_1(t) + b_2 x_2(t) + ku(t - \tau), \end{cases} \quad (3.2)$$

в которой $a_i, b_i, i=1, 2$ – коэффициенты, удовлетворяющие неравенству

$$\frac{1}{2}[(a_1 + b_2) \pm \sqrt{\Delta}] \leq 0, \text{ где } \Delta = (a_1 - b_2)^2 + 4b_1a_2 \geq 0. \quad (3.3)$$

Неравенство (3.3) означает, что собственные значения матрицы системы A уравнения (3.2) могут быть отрицательными и нулевыми числами.

Предполагается также, что начальное состояние $x(0)$ объекта (3.1) известно и удовлетворяет области V допустимых начальных значений, т.е.

$$x(0) \in V = [x_1, \bar{x}_1] \times \dots \times [x_n, \bar{x}_n], \quad (3.4)$$

где x_i, \bar{x}_i – верхняя и нижняя границы по i -й координате области $V, i=1, 2$. Предполагается, что измерение фазовых координат x_i производится без помех.

Считается, что параметры системы a, b, c, d, k и время τ неизвестны конструктору. На основании (3.2) путем исключения переменной t находится уравнение разделяющей функции $f(\gamma, x)$, компоненты γ_j вектора параметров γ которой определяются неизвестными параметрами a, b, c, d, k и временем τ и подчиняются ограничениям

$$\underline{\gamma}_j \leq \gamma_j \leq \bar{\gamma}_j,$$

где $j=1, 2, \dots$

В случае, когда $n > 2$, уравнение разделяющей поверхности $F(\gamma, x)$ находится путем последовательного исключения переменных t из системы уравнений (3.1) для вектора $x^T = (x_1, \dots, x_n)$.

Далее рассматриваются случаи решения задачи синтеза терминального управления для объектов с разделяющей, обладающей линейной зависимостью от неизвестных параметров γ .

3.1.1. Принципы построения адаптивного терминального управления

Рассмотрим задачу синтеза адаптивной системы терминального управления [145, 146] для динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением вида

$$\dot{x}(t) = ku(t), \quad (3.5)$$

полученным в разделе 2 (п. 2.1.3, уравнение (2.15)) в задаче управления движения КЛА вокруг оси OX_2 (см. рис. 2.4).

Введем в рассмотрение вектор $v^T(t) = (x_1(t), x_2(t))$, символ T здесь и далее – индекс транспонирования; $x_1(t)$ – выход, доступный для измерения; $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$, тогда уравнение (3.5) можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = ku(t). \end{cases} \quad (3.6)$$

Здесь t имеет смысл локального времени $t \in [0, T]$, где T обозначает продолжительность цикла управления. Нетрудно заметить, что систе-

ма уравнений (3.6) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1=a_2=b_2=0$, $b_1=1$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет пару нулевых собственных значений. В этом уравнении $u(t)$ – управление, $u(t) \in \{-1, +1\}$, а $k > 0$ – неизвестный коэффициент. Считается известным начальное состояние объекта, являющееся начальным условием $v(t_0)$ дифференциального уравнения (3.6), $v(t_0)$ при $t_0=0$, записывается как $v(0)$.

Требуется построить регулятор, который обеспечивает перемещение вектора $v(t)$ из любого начального состояния $v(0) \in V \subset \mathbb{R}^2$ в заданную ε -окрестность начала координат за минимальное время, где V – некоторая ограниченная область. Закон оптимального терминального управления системой (3.5) записывается в форме [145, 146]

$$u(t) = \begin{cases} -U, & \text{если } f(v(t), d) < 0, \\ +U, & \text{если } f(v(t), d) > 0; \end{cases} \quad (3.7)$$

$$u(t) = \begin{cases} -U, & \text{если } f(v(t), d) = 0 \text{ и } x_2 > 0, \\ +U, & \text{если } f(v(t), d) = 0 \text{ и } x_2 < 0; \end{cases} \quad (3.8)$$

где

$$f(v, d) = -x_1 - dx_2 |x_2|. \quad (3.9)$$

В законе (3.7), (3.8) функция $f(\cdot)$ имеет смысл так называемой разделяющей функции с коэффициентом $d=1/2k$, выстроенной согласно [31, с.62]. Закон управления (3.7) выполняется, если изображающая точка объекта управления не находится на линии (3.9). В случае если изображающая точка находится на линии (3.9), выбор знака управляющего воздействия осуществляется в соответствии с (3.8). Следова-

тельно, выражения (3.7), (3.8) представляют закон управления динамической системой (3.5), выбор знака управления осуществляется только положением изображающей точки относительно линии (3.9). Закон (3.8), (3.9) не возможно реализовать на практике в связи с тем, что параметры объекта (3.5) неизвестны, а оптимальное адаптивное управление за конечное число испытаний получить невозможно, поэтому переходный процесс в системе будем строить как субоптимальный.

Под субоптимальным переходным процессом будем понимать такой переходный процесс, при котором время переходного процесса отличается от оптимального на любую сколь угодно малую величину, а число интервалов управления такое же, как и при оптимальном. При субоптимальном управлении возникает необходимость определения некоторой области достижимости Ω конечного состояния $x(t_k)$, т.е. $x(t_k) \in \Omega$.

В случае, когда параметр d в (3.9) точно соответствует значению $0,5k^{-1}$, изображающая точка движется по оптимальной траектории. Эта кривая в фазовой плоскости $\{x_1, x_2\}$ известна как парабола (рис. 3.1). Если же параметр d закона управления (3.7)-(3.9) неизвестен или изменяется во времени, возникает необходимость в его соответствующей коррекции.

Рассмотрим возможность такой коррекции с позиций теории обучения распознаванию образов. Широкое распространение получили алгоритмы распознавания образов, базирующиеся на свойстве линейности разделяющей функции по неизвестным параметрам (см., п. 2.6.1).

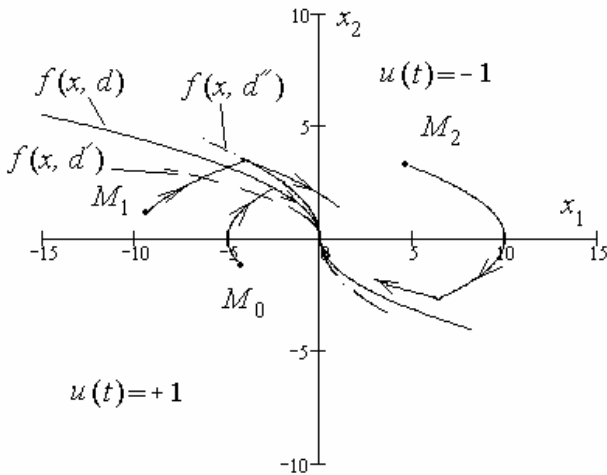


Рис. 3.1. Траектории изображающих точек M_0, M_1, M_2 для различных значений параметра d разделяющей функции $f(\cdot)$: $d' > d$, $d'' < d$

Ясно, что закон управления (3.7)-(3.9) остается неизменным, если заменить фигурирующую там разделяющую функцию $f(\cdot)$ на другую разделяющую функцию $F(c, w) = \lambda f(d, v)$, $\lambda > 0$, которую удобно представить в такой форме:

$$F(c, w) = c^T w. \quad (3.10)$$

Здесь $c^T = (c_1, c_2)$ – вектор с компонентами $c_1 = \lambda$, $c_2 = \lambda d$, а $w^T = (w_1, w_2)$, где $w_1 = -x_1$, $w_2 = -x_2 |x_2|$. Эту операцию преобразования нелинейных функций v в линейные функции w называют представлением в

спрямляющем пространстве. Тогда закон адаптивного терминального управления будем строить в виде:

$$u_n(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } c_{n-1}^T w(t) > 0, \\ -1, & \text{если } c_{n-1}^T w(t) < 0; \end{cases} \quad (3.11)$$

$$u_n(t) = \begin{cases} -1, & \text{если } |F(w(t), c_{n-1})| \leq \delta \text{ и } z > 0, \\ +1, & \text{если } |F(w(t), c_{n-1})| \leq \delta \text{ и } z < 0, \end{cases} \quad (3.12)$$

если $c_{n-1}^T w(t) = 0$, δ - малая величина, используемая для исключения ошибок округления и усечения при проведении расчетов на вычислительных машинах с конечной разрядной сеткой.

Закон управления (3.11), (3.12) получается переходом в (3.7)-(3.8) от функции $f(v, c)$, нелинейной относительно x_2 , к функции $F(c, w)$, линейной относительно своих аргументов, и замены неизвестного вектора c на некоторый вектор оценок c_n , который должен уточняться на каждом n -м шаге алгоритма адаптации (обучения).

Движение к области цели может быть выполнено в скользящем режиме, когда на входе управляемого объекта управляющее воздействие переключается с высокой частотой, или в режиме перерегулирования, переходящем в окрестности области достижимости в предельный цикл. Оба эти режима являются неприемлемыми, поскольку приводят в целом к затягиванию процесса управления, кроме того, скользящий режим может оказаться вредным для системы терминального управления, поскольку приводит к дополнительному разогреву исполнительской части и в целом к понижению надежности системы из-за ее повышенного износа. Исключение предельного цикла обеспечивается введением некоторой Ω -окрестности начала координат.

Обозначим t_n момент времени, когда на очередном n -м шаге алгоритма адаптации (обучения) изображающая точка $w(t)$ в первый раз пересекает в спрямляющем пространстве векторов $\{w\} \subset \mathfrak{R}^2$ разделяющую линию $F(w, c_{n-1})=0$, выстроенную по результатам оценивания неизвестного c на предыдущем $n-1$ шаге, т.е. произошло первое переключение. Обозначим через $l(t_n)$ число переключений к текущему моменту t_n , начиная с момента $t=0$. Тогда сам алгоритм адаптации в строго математической форме записи может быть представлен рекуррентной процедурой:

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } |w(T_n)| < r, l(T_n) \leq 1; \\ \text{Pr}_{\Xi} \{c_{n-1} + w(t_n)\}, & \text{если } l(T_n) > 1, c_{n-1}^T w(t_n - 0) > 0 \text{ или если} \\ c_{n-1}^T w(t_n - 0) < 0, l(T_n) \leq 1, |w(T_n)| > r; & (3.13) \\ \text{Pr}_{\Xi} \{c_{n-1} - w(t_n)\}, & \text{если } l(T_n) > 1, \hat{c}_{n-1}^T w(t_n - 0) < 0 \text{ или если} \\ c_{n-1}^T w(t_n - 0) > 0, l(T_n) \leq 1, |w(T_n)| > r. & \end{cases}$$

В этом алгоритме r – радиус-вектор заданной Ω – окрестности начала координат в пространстве $\{w\} \subset \mathfrak{R}^2$ согласованный с величиной δ ; T_n выступает в качестве продолжительности перемещения $v(t)$ из состояния $v(0)$ в эту Ω -окрестность на каждом n -м шаге обучения; $\text{Pr}_{\Xi}\{\cdot\}$ – проектор вектора c_n на выпуклое множество допустимых значений $\Xi=[0,1, \infty] \times [0, \infty]$.

Алгоритм (3.13) формально получается на основе известного алгоритма Н. Нильсона обучения распознаванию образов с коррекцией ошибок (см. ссылку к гл. V в [74]) с использованием информации о том, возник или нет после первого переключения скользящий режим, попадает или нет $v(t)$ в Ω -окрестность начала координат, т.е. $l(t_n) \geq 1$

при $t_n < t < T_n$, а также знаках разделяющей функции $F(c_{n-1}, w(t_n \pm 0))$ и введением операции проектирования $\text{Pr}\{\cdot\}$ на множество Ξ . Именно эта информация как раз и используется здесь для реализации указаний учителя о принадлежности $w(t_n)$ к одной из двух ситуаций управления (см. [74], с.84). Основным результатом, касающийся свойств адаптивного регулятора (3.11)-(3.13) определяется следующая теорема.

Утверждение 3.1. Пусть объект описывается уравнениями (3.6) и выполняется условие

$$0 < \underline{w} \leq \|w_n(0)\| \leq \bar{w}$$

для всех n , устанавливающее ограничение начального значения вектора $w_n(t)$ на каждом n -м шаге, и, кроме того, условие

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|w_n(T_n)\| = \bar{r}.$$

Тогда для произвольных наперед заданных ϵ_1, ϵ_2 и любых начальных $c_0^{(1)} \geq 0, 1, c_0^{(2)} \geq 0$ последовательность $\{c_n\}$ за некоторое конечное число шагов N^* сходится к некоторому c^* такому, что $c_n = c^* \equiv \text{const}$ для всех $n \geq N^*$, адаптивный регулятор (3.11)-(3.13) обеспечивает субоптимальное терминальное управление.

Результат установлен с использованием *теоремы 1* из [147], а также приема, примененного при завершении доказательства *теоремы 5.1* в упомянутой работе Н. Нильсона [142], доказательство приводится в приложении А.3.

3.1.2. Схема обучения инерционной динамической системы

В качестве объекта обучения используется система управления креном летательного аппарата, описываемая в определенных условиях уравнением (2.8) с постоянными коэффициентами. В этом случае уравнение (2.8) при отсутствии возмущений возможно представить системой дифференциальных уравнений [112, 113, 148, 149]

$$\dot{x}_1(t) = k_2 x_2(t), \quad \dot{x}_2(t) = -T^{-1} x_2(t) + k_1 T^{-1} u(t), \quad (3.14)$$

в которых согласно (3.14) переменная $x_1(t)$ является его выходной величиной, $x_2(t)$ – выходной величиной инерционного звена. Система уравнений (3.14) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1=a_2=0$, $b_2=-T^{-1}$, $b_1=k_2$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет одно нулевое и одно отрицательное вещественное собственные значения. Уравнение (2.8) может быть также получено из уравнений (3.14) подстановкой $a_1=0$, $b_2=1$, $a_1=-T^{-1}$, $b_2=kT^{-1}$.

Установлено, что в плоскости $\{x_1, x_2\}$ функция переключения определяется уравнением

$$f(x, d) \equiv x_1 + d^{(1)} x_2 - d^{(2)} \operatorname{sign} x_2 \ln(1 + d^{(3)} |x_2|) = 0 \quad (3.15)$$

с неизвестным вектором параметров $d^T = (d^{(1)}, d^{(2)}, d^{(3)})$, где

$$d^{(1)} = k_2 T, \quad d^{(2)} = k_1 k_2 T, \quad d^{(3)} = k_1^{-1} \equiv d^{(1)} / d^{(2)} \quad (3.16)$$

Считается, что начальные условия $x_1(0)$, $x_2(0)$ уравнения (3.14) известны и соответствуют начальному состоянию рассматриваемой системы.

В условиях априорной неопределенности относительно значений k_1, k_2 и T , выраженной в форме

$$\underline{k}_1 \leq k_1 \leq \bar{k}_1, \quad \underline{k}_2 \leq k_2 \leq \bar{k}_2, \quad \underline{T} \leq T \leq \bar{T}, \quad (3.17)$$

построим адаптивную в смысле п. 3.1.1 систему управления объектом (3.14) с минимальным временем управления.

Из (3.15) видно, что $f(x, d)$ является нелинейной функцией относительно аргумента $d^{(3)}$, выступающего одной из составляющих вектора $d \in \mathfrak{R}^3$, поэтому для объекта (3.14) метод п. 3.1.1 непосредственно оказывается неприменим.

Введем в рассмотрение вектор $v^T(0) = (x_1(0), x_2(0))$. Предварительный результат, который понадобился для решения поставленной задачи, формулируется следующим образом.

Пусть имеется область V начальных векторов v определяемая интервалами $[-\underline{v}, \bar{v}]$, т.е.

$$-\underline{x}_1 \leq x_1(0) \leq \bar{x}_1, \quad -\underline{x}_2 \leq x_2(0) \leq \bar{x}_2, \quad (3.18)$$

симметричная относительно начала координат, т.е. $|\underline{v}| = |\bar{v}|$. Тогда для любых сколь угодно малых наперед выбранных $\varepsilon > 0, \Delta > 0$ существует число $\delta = \delta(\varepsilon, \Delta, x_1(0), x_2(0))$ такое, что закон управления (3.11) с разделяющей вида

$$F(x, \hat{d}) \equiv x_1 + \hat{d}_1 x_2 - \hat{d}_2 \operatorname{sign} x_2 \ln(1 + \hat{d}_3 |x_2|) = 0 \quad (3.19)$$

обеспечивает субоптимальный по времени переходный процесс в системе управления объектом (3.14) из любого начального со-

стояния $\{x_1(0), x_2(0)\} \in V \setminus \{0\}$ в ε -окрестность начала координат при любом $\bar{d} \in D(d, \delta)$, где $V = [-x_1, x_1] \times [-x_2, x_2]$, $D(\cdot, \cdot)$ – δ -окрестность вектора d .

В соответствии с представлениями, рассмотренными в п. 1.5.1, п. 3.1.1, замкнутую систему (3.11), (3.12), (3.19) уместно называть системой терминального управления с нефиксированным временем. Примечательно, что в очередной раз эксплуатируя спрямляющее пространство векторов $w = (w_1, w_2, w_3)^T$, где

$$w_1 = x_1, w_2 = x_2, w_3 = -\text{sign} x_2 \ln(1 + \bar{d}^{(3)} |x_2|),$$

функция переключения управлений (3.19) отображается в плоскость

$$c^T w = 0,$$

проходящую через начало координат $\{0, 0, 0\}$. Здесь $c^T = (\lambda, \lambda d^{(1)}, \lambda d^{(2)})$ ($\lambda > 0$). (Заметим, что $c \neq \lambda d$.)

Как в п.3.1.1, в случае, когда k_1, k_2 и T неизвестны, закон управления объектом (3.14) выберем в форме (3.11), (3.12) с разделяющей

$$w(t) = (x_1(t), x_2(t), -\text{sign} x_2(t) \ln(1 + d_{n-1}^{(3)} |x_2(t)|)), \quad (3.20)$$

а c_{n-1} и $d_{n-1}^{(3)}$ – некоторые оценки неизвестных вектора c и числа $d^{(3)}$, найденные в результате обработки результатов предыдущего $(n-1)$ -го испытания¹.

¹ Под испытанием понимается процесс перевода объекта из начального состояния в его конечное состояние.

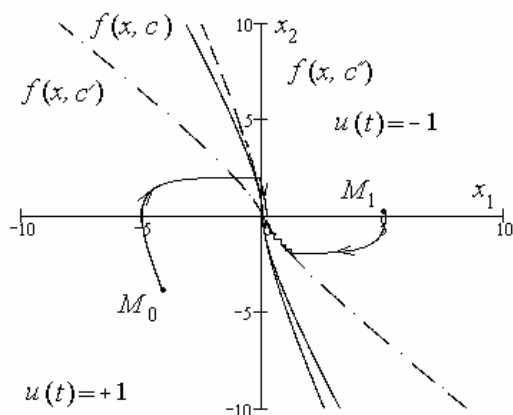


Рис. 3.2. Фазовые траектории инерционной системы при различных оценках вектора c

Поскольку в силу леммы для всех $\hat{d} \in D(d, \delta)$ субоптимальные поверхности переключения управлений

$$\hat{c}^T w = 0 \quad (3.21)$$

линейны относительно вектора $\hat{c}^T = (\lambda, \lambda \hat{d}^{(1)}, \lambda \hat{d}^{(2)})$, то, на первый взгляд, (см. также рис. 3.2) кажется, что задача определения неизвестных параметров любой из этих поверхностей переключения может быть решена в рамках классического метода линейного обучения распознаванию ситуаций управления, подобно тому, как это делается в п. 3.1.1. В действительности же этот подход в "чистом" виде здесь неприменим: принадлежность вектора $w(t)$, определяемого набором (3.20) трех компонент $w^{(1)}=x_1(t)$, $w^{(2)}=x_2(t)$, $w^{(3)} = -\text{sign} x_2(t) \ln(1 + d_{n-1}^{(3)} |x_2(t)|)$, к одной из

двух областей решений в момент пересечения этим вектором поверхности переключения $c_{n-1}^T w = 0$, выстроенной на $(n-1)$ -м шаге, не может быть установлена на n -м шаге, если текущая оценка $d_{n-1}^{(3)}$ слишком отличается от неизвестного $d^{(3)}$. Такое положение не позволяет реализовать указания "учителя" о правильности или ошибочности принимаемых решений в той форме, которая была предложена в п. 3.1.1. Можно понять, что трудность, связанную с реализацией указаний учителя, удалось бы преодолеть, если бы в нашем распоряжении имелась информация о текущем положении не вектора $w(t)$, а вектора

$$w_+(t) = (x_1(t), x_2(t), -\text{sign } x_2(t) \ln(1 + d^{(3)} |x_2(t)|)). \quad (3.22)$$

Но информация о векторе (3.21) (в отличие от вектора (3.20)) как раз и отсутствует, поскольку третья его компонента

$$w_+^{(3)} = -\text{sign } x_2(t) \ln(1 + d^{(3)} |x_2(t)|)$$

априори неизвестна (другими словами, $w_+(t)$ - "мнимая" точка).

Предлагаемый здесь метод обучения распознаванию ситуаций управления предусматривает построение оценок вектора c_n и числа $d_n^{(3)}$ по двум отдельным схемам. Согласно этому методу адаптация вектора c_n к неизвестному c осуществляется по такой же схеме, как и в п. 3.1.1; отличие, однако, состоит в том, что третья компонента вектора показана, а именно $w^{(3)}(t)$, зависит от текущей оценки $d_n^{(3)}$. Сама же процедура получения оценки $d_n^{(3)}$ сводится к последовательной коррекции этого числа с некоторым постоянным числом δ_d всякий раз,

когда число ошибочных решений при каждом фиксированном $d_n \in [\underline{d}^{(3)}, \bar{d}^{(3)}]$, где в силу (3.16) с учетом ограничений (3.17)

$$\underline{d}^{(3)} = 1/\bar{k}_1, \quad \bar{d}^{(3)} = 1/\underline{k}_1. \quad (3.23)$$

В результате две схемы оценивания становятся взаимосвязанными; при этом переменная $d_n^{(3)}$ в этих схемах фактически играет роль своеобразного параметра алгоритма адаптации. Алгоритм адаптации строится в форме процедуры (3.13), в котором вместо функции $f(\cdot)$ используется функция (3.21) с измеряемым вектором (3.20) и множестве $\Xi = [1, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, +\infty) \subset \mathfrak{R}^3$, а для определения компоненты $d_n^{(3)}$ - следующие рекуррентные соотношения:

$$d_n^{(3)} = \begin{cases} d_{n-1}^{(3)}, & \text{если } v_{n-1} \leq \bar{v}, \\ d_{n-1}^{(3)} + \delta_d & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (3.24)$$

$$v_n = \begin{cases} v_{n-1}, & \text{если } |w(t)| \leq r, \quad l(T_n) = 1, \\ v_{n-1} + 1 & \text{в остальных случаях при } v_{n-1} \leq \bar{v}; \end{cases} \quad (3.25)$$

$$v_n = 0 \quad \text{при } v_{n-1} > \bar{v}; \quad (3.26)$$

$$d_0^{(3)} = \underline{d}^{(3)}, \quad v_0 = 0. \quad (3.27)$$

$\delta_d > 0$ – некоторое достаточно малое число.

Отличительной особенностью алгоритма адаптации (3.13), (3.24)-(3.27) является то, что оценка $d_n^{(3)}$ остается неизменной до тех пор,

пока текущее число v_n ошибочных решений, принимаемых по правилу (3.25), после последней коррекции $d_n^{(3)}$ не превысит установленный порог \bar{v} . Тем самым формируется неубывающая последовательность $\{d_n^{(3)}\}$, которая при достаточно малом $\delta_d > 0$ будет обладать тем свойством, что функция Ляпунова [144] алгоритма оценивания (3.25)

$$V_d = \left[d^{(3)} - d_n^{(3)} \right]^2$$

становится невозрастающей. При этом после каждой очередной коррекции $d_n^{(3)}$ наблюдаемый вектор $w(t)$ (3.20) становится все ближе к "мнимому" вектору $w_+(t)$ (3.21). С позиции теории обучения распознаванию образов такое явление уместно интерпретировать как постепенное повышение "квалификации" учителя.

Данные результаты позволяют сформулировать следующее

Утверждение 3.2. Обозначим через Ω произвольную достаточно малую ε_Ω -окрестность начала координат в \mathfrak{R}^2 . Пусть объект описывается уравнением (3.14). Предположим, что параметры k_1 , k_2 и T объекта удовлетворяют ограничениям (3.17). Зафиксируем произвольное $\varepsilon > 0$. Тогда существуют числа

$$\delta_d = \delta_d(\varepsilon, x_1^0, x_2^0, \underline{k}_1, \bar{k}_1, \underline{k}_2, \bar{k}_2, \underline{T}, \bar{T}, \varepsilon_\Omega),$$

$$\bar{v} = \bar{v}(\varepsilon, x_1^0, x_2^0, \underline{k}_1, \bar{k}_1, \underline{k}_2, \bar{k}_2, \underline{T}, \bar{T}, \varepsilon_\Omega)$$

такие, что при любых начальных векторе $c_0 \in \bar{\Xi}$ и числах d_0 и v_0 , удовлетворяющих (3.27), и любой начальной паре $\{x_1(0), x_2(0)\} \in V \setminus E$:

а) последовательности $\{c_n\}$, $\{d_n^{(3)}\}$, порождаемые алгоритмом (3.13), (3.24)-(3.27), с учетом (3.22) сходятся за некоторое конечное число шагов N^* к некоторым c^* , d^* таким, что $c_n = c^* \equiv \text{const}$, $d_n^{(3)} = d_*^{(3)} \equiv \text{const}$ для всех $n \geq N^*$;

б) регулятор (3.11), (3.12), (3.13), (3.24)-(3.27) обеспечивает субоптимальное управление объектом (3.14) в условиях (3.17).

Доказательство утверждения опирается на результаты работы [147] и подходы, использованные при доказательстве утверждения 3.1.

3.1.3. Синтез адаптивной системы для объекта с элементом дифференцирования

Рассмотрим еще один интересный случай синтеза адаптивного терминального управления, когда в составе управляемого привода имеются элементы дифференцирования, включенные для повышения скорости отработки задания. При дифференцировании разрывной функции, какой является сигнал управления, в моменты переключения происходит скачкообразное изменение некоторых координат объекта. В задаче адаптации при этом возникает проблема выбора точки, по которой необходимо делать коррекцию вектора неизвестных параметров [150].

Аналогичная задача в неадаптивной постановке рассмотрена в [35], где предложен алгоритм финитного управления в классе линейных систем с переменной структурой и дифференцирующими свойствами. Для исключения скачкообразного изменения фазовых координат

нат в моменты переключения управление строится в новом координатном пространстве с непрерывными компонентами.

Пусть имеется сервопривод, закон управления которого

$$x(t) = \frac{kT}{s} u(t) + \frac{k}{s^2} u(t), \quad (3.28)$$

где $x(t)$ – выходная величина (линейное или угловое перемещение) сервопривода; $u(t)$ – управляющее воздействие, обеспечивающее терминальное управление в системе; k – параметр исполнительской части привода, T – параметр цепи форсирования, параметры k, T . Структура сервопривода с ПД регулятором показана на рис. 3.3.

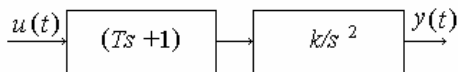


Рис. 3.3. Структура сервопривода

Введем обозначения: $x_1(t)$ – выходная величина сервопривода, $x_2(t)$ – выходная величина первого интегрирующего звена по отношению к $u(t)$. Тогда закон управления (3.54) можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + kTu(t), \\ \dot{x}_2(t) = ku(t). \end{cases} \quad (3.29)$$

Система уравнений (3.29) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1 = 0, a_2 = 0, b_1 = 1, b_2 = 0$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет пару нулевых собственных значений. Для системы (3.29) считается заданным начальное состояние

$X^T(0)=(x_1(0), x_2(0))$, $X^T(0) \in V \cap \Omega \subset \mathfrak{R}^2$, конечное состояние – окрестность начала координат Ω . Параметры системы (3.29) априори неизвестны. Известно только, что параметры k, T могут находиться в пределах

$$\underline{k} \leq k \leq \bar{k}, \quad \underline{T} \leq T \leq \bar{T}. \quad (3.30)$$

Согласно (3.29) линию переключения на плоскости фазовых переменных x_1, x_2 можно представить выражением

$$f(x, c) \equiv \begin{cases} -x_1 + c_1 x_2^2 + c_2 x_2 + c_3 = 0, & \text{если } x_2(0) < -2c_3; \\ -x_1 - c_1 x_2^2 + c_2 x_2 - c_3 = 0, & \text{если } x_2(0) > 2c_3. \end{cases} \quad (3.31)$$

Здесь c – вектор с компонентами $c_1 = \frac{1}{2k}$, $c_2 = T$, $c_3 = \frac{kT^2}{2}$. На плоскости x_1, x_2 функция переключения $f(x, c)$ представляет две примыкающие к оси x_2 ветви парабол, не имеющие общей точки на x_2 (рис. 3.19).

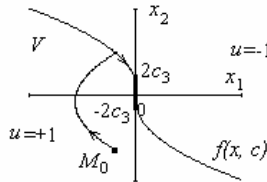


Рис. 3.4. Линия переключения и траектория движения изображающей точки M_0 при априори известном векторе c

Из (3.29) следует, что если в некоторый момент времени t фазовая координата $x_1(t)=0$, то фазовая координата $x_2(t)=-kTu(t)$. Следовательно, в фазовом пространстве x_1, x_2 при неизвестных параметрах k, T ко-

нечного положения $x_k=(0, 0)$ достичь принципиально невозможно. Интересно, что конечному состоянию

$$x_k(T^0) = \begin{cases} (0, -kT), & \text{при } u(t) = +1, \\ (0, kT), & \text{при } u(t) = -1, \end{cases} \quad (3.32)$$

зависящему от неизвестных параметров k, T , при решении задачи терминального управления в пространстве (x_1, x_2) соответствует начало координат $(0, 0)$ в пространстве (x_1, \dot{x}_1) . Таким образом, в данном случае в качестве вектора принятия решения о качестве процесса адаптации имеет смысл выбрать вектор $X^T=(x_1, \dot{x}_1)$. В (3.32) T^0 – наименьшее время перехода объекта из начального состояния $X^T(0) \in V'=[\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{\dot{x}}_1, \bar{\dot{x}}_1]$ в конечное $X^T=(0, 0)$. Рассмотрим задачу построения терминального управления объектом (3.29), обеспечивающего перемещение вектора $X(t)$ из любого начального состояния $X(0) \in V \subset \mathfrak{X}^2$ в некоторую область $\Omega \subset \mathfrak{X}^2$ за минимальное время $T_n \geq T^0$ при априорной неопределенности относительно значений k, T , выраженной в форме (3.30). Область Ω должна быть по возможности малой.

Применив к разделяющей функции (3.31) линейное преобразование вида $F(w, c) = \lambda f(x, c)$, $\lambda > 0$, ее удобно представить в форме

$$F(w, c) \equiv \begin{cases} c^T w_- = 0, & \text{если } w_1(0) > 0, \quad w_3(0) < 0; \\ c^T w_+ = 0, & \text{если } w_1(0) < 0, \quad w_3(0) > 0, \end{cases} \quad (3.33)$$

где $w_+^T = (-x_1, x_2^2, x_2, 1)$, $w_-^T = (-x_1, -x_2^2, x_2, -1)$, $c^T = (\lambda, \lambda c_1, \lambda c_2, \lambda c_3)$.

Если закон управления объектом выбрать в форме (3.11), (3.12), то перевод изображающей точки объекта (3.29) из любого начального состояния $X(0) \in \mathcal{V}\Omega$ в область Ω с числом интервалов управления не более двух за время $T^0 + \Delta$ при $\hat{c} \in C(c, \delta)$, где $C(\cdot, \cdot)$ - δ -окрестность вектора c .

Адаптивное управление. Пусть теперь вектор \hat{c} неизвестен. Линейный закон зависимости каждой из ветвей функции $F(\cdot)$ от неизвестных параметров дает возможность использовать алгоритм обучения п. 3.1 в форме (3.13), при этом вектор измеряемых величин $w(t_n)$ выбирается такой:

$$w(t_n) = \begin{cases} w_+(t_n), & \text{если } w_1(0) < 0, \\ w_-(t_n), & \text{если } w_1(0) > 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

В алгоритме (3.13) применена операция проектирования вектора \hat{c} на область $\Xi = [\underline{c}^{(1)}, +\infty] \times [\underline{c}^{(2)}, +\infty] \times [\underline{c}^{(3)}, +\infty] \times [\underline{c}^{(4)}, +\infty]$. Проектирование считается правильным, если выполнены соотношения

$$\hat{c}^{(3)} \geq 2\sqrt{\hat{c}^{(2)}\hat{c}^{(4)}}, \quad \hat{c}^{(4)} \leq |\hat{c}^{(1)}x_1(0)|. \quad (3.35)$$

Процедура (3.13), (3.34), (3.35) определяет алгоритм адаптации полностью (после задания начального вектора \hat{c}_0 с учетом (3.35)). Как видно, для построения этого алгоритма снова понадобилось использование априорной информации о границах компонент вектора c .

Моделирование. Рассматривается объект (3.29) с параметрами $k=1$ c^{-2} , $T=0,5$ с. Объект из начального состояния $x^T(0)=(-5,0, 0)$ переводится в область Ω . На рис. 3.5 показаны функции $x_1(t)$, $x_2(t)$ на первом цикле адаптации с начальным $c_0^T=(2,0, 6,0, 2,45, 0,25)$. Из рис. 3.5 видно, что объект в скользящем режиме подходит к области Ω , процесс затянут во времени, точка $X(t)$ не попадает в Ω из-за автоколебаний в ее окрестности.

Под действием алгоритма адаптации на $n=126$ цикле адаптации получен вектор параметров $c_{126}^T=(30,4; 21,13; 11,63; 0,1)$, обеспечивающий перемещение вектора $X(0)$ в область Ω с одним переключением знака управления, как и должно быть. Функции $x_1(t)$, $x_2(t)$ после $n=126$ циклов адаптации изображены на рис. 3.6. Величины $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ на рис. 3.5, 3.6 представлены в относительных величинах.

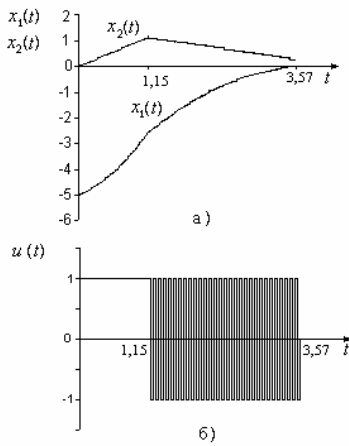


Рис. 3.5. Функции $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ на первом цикле адаптации

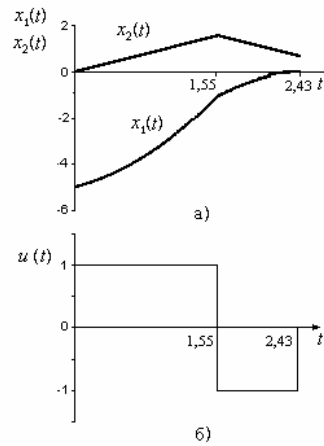


Рис. 3.6. Функции $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ на последнем цикле адаптации

Сходимость алгоритма оценивалась с помощью функции

$$V_n = (\hat{c}_n - \lambda c^*)^2, \quad (3.36)$$

где $\lambda=1000$, $c^*=(1; 0,5; 0,5; 0,125)^T$ – вектор истинных параметров.

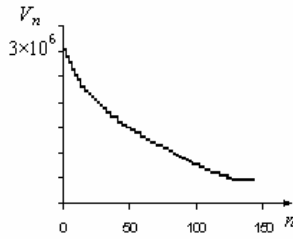


Рис. 3.7. Функция V_n

Характер функции V_n , изображенный на рис. 3.7, показывает, что предложенный алгоритм позволяет обеспечить довольно хорошую сходимость результатов.

Особенность предлагаемого алгоритма состоит в том, что введение операции (3.33) позволяет подстраивать только ту ветвь разделяющей линии в плоскости $\{x_1, x_2\}$, которая встречается на пути изображающей точки. Это связано с характером линии, по которой происходит переключение.

Таким образом, представленные алгоритмы адаптивного терминального управления позволяют утверждать про существование возможности построения регуляторов с априори неизвестными параметрами объектов управления на основании методов теории обучения распознаванию образов.

3.2 Синтез адаптивных систем с разделяющей, нелинейной по параметрам

Как установлено в п. 3.1, трудности, возникающие при решении задачи адаптации в случае, когда один из элементов объекта характе-

ризуется инерционностью, связаны с тем, что один из неизвестных параметров объекта входит в выражение для функции переключения нелинейно. В то же время рассмотренные до сих пор методы решения задачи ориентированы на класс систем с функцией переключения, линейной относительно параметров объекта. Метод, предложенный в п. 3.1, который предусматривает рекуррентное оценивание составляющих неизвестного вектора параметров последовательно по двум схемам, к сожалению, обладает низкой скоростью сходимости.

Сравнительно недавно на 12-м Международном конгрессе ИФАК (г. Сидней, Австралия) И. Мэрисом [151] был предложен метод обучения распознаванию образов, ориентированный на случай, когда разделяющая функция нелинейно зависит от неизвестных параметров. В отличие от рассмотренного рекуррентного алгоритма обучения с коррекцией ошибки алгоритм работы [148] приводит к определенному изменению вектора параметров текущей разделяющей функции даже тогда, когда предъявляемый вектор показателя распознается правильно, что является нежелательным для синтеза адаптивных систем терминального управления. В разделе рассматривается метод синтеза процедуры адаптации параметров регулятора, основанный на использовании алгоритма работы [151] применительно к системе сопровождения по направлению [152], инерционной системе с двумя постоянными времени [153, 154] и системе стабилизации полета КЛА [155].

3.2.1. Схема обучения инерционной системы

Рассмотрим объект, описываемый дифференциальными уравнениями (3.14). Как и ранее предполагаем, что параметры объекта k_1, k_2, T неизвестны [152].

Обозначим через V некоторую ограниченную область пространства векторов $\{z\} \subseteq \mathfrak{R}^2$, содержащую начало координат ($\text{diam} V < \bar{V} < \infty$). Построим регулятор, обеспечивающий на каждом очередном n -м цикле "испытаний" перемещение вектора $v^T(t) = [x_1(t), x_2(t)]$ из любого начального состояния $v_n(0) \in V \subseteq \mathfrak{R}^2$ в некоторую достаточно малую наперед заданную окрестность $\Omega \subseteq \mathfrak{R}^2$ начала координат (область достижимости) за минимально возможное время. При этом размеры области Ω должны быть "по возможности" малыми.

Алгоритм адаптивного управления. Следуя положениям п. 3.1, закон управления объектом (3.14) на каждом n -м цикле выберем в форме соотношений (3.11), (3.12), где

$$f(c_{n-1}, v) \equiv -x_1 - c_{n-1}^{(1)} x_2 + c_{n-1}^{(2)} \text{sign} x_2 \ln(1 + c_{n-1}^{(3)} |x_2|) \quad (3.37)$$

– текущая функция переключения, зависящая от $v^T = (x_1, x_2)$ и вектора

$$c_{n-1}^T = (c_{n-1}^{(1)}, c_{n-1}^{(2)}, c_{n-1}^{(3)}). \quad (3.38)$$

В отличие от схемы обучения п. 3.1.2 здесь вектор неизвестных параметров $c^T = (c^{(1)}, c^{(2)}, c^{(3)})$ имеет другие компоненты, а именно:

$$c^{(1)} = k_2 T, \quad c^{(2)} = k_1 k_2 T, \quad c^{(3)} = k_1^{-1} \equiv c^{(1)} / c^{(2)}.$$

В соответствии с подходом, развиваемым в п.3.1, реализация алгоритма адаптации предусматривает запоминание координаты точки

$v(t_n)$ пересечения в первый раз траектории движения с разделяющей поверхностью $F(v, c_{n-1}) = 0$ в некоторый момент $t = t_n$ и анализ результата завершения n -го цикла испытаний. Сам же алгоритм адаптации строится в форме следующей рекуррентной процедуры:

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } \|v(t_n)\| \leq r, \quad l(T_n) = 1; \\ \text{Pr}_{\Xi}\{c_n - \mu[g_{\varepsilon}(v_n, c_{n-1}) - w_n] \text{grad}_c f(v(t_n), c_{n-1})\} & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.39)$$

В этом алгоритме $\mu \in \mathfrak{R}^+ \setminus \{0\}$ – параметр, который желательно брать достаточно малым; $\text{Pr}_{\Xi}\{c\}$ – проектор произвольного вектора $c \in \mathfrak{R}^3$ на выпуклое множество $\Xi = [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, +\infty) \subset \mathfrak{R}^3$,

$$g_{\varepsilon}(v, c) = \frac{2}{\pi} \arctg \frac{f(v, c)}{\varepsilon}; \quad (3.40)$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если } l(t_n) > 1, \\ -1, & \text{если } l(t_n) = 1 \text{ и } v(t) \notin \Omega, \end{cases} \quad (3.41)$$

а $r > 0$, $\varepsilon > 0$ – некоторые наперед заданные достаточно малые числа, выбираемые конструктором.

По определению градиента скалярной функции на основании (3.28) находим

$$\text{grad}_c^T f(v, c_n) = \left(-x_2, \text{sign} x_2 \ln(1 + c_{n-1}^{(3)} |x_2|), c_{n-1}^{(2)} c_{n-1}^{(3)} \frac{\text{sign} x_2 |x_2|}{1 + c_{n-1}^{(3)} |x_2|} \right) \quad (3.42)$$

Алгоритм (3.39)–(3.42), схематически показанный на рис. 3.8, представляет собой модификацию алгоритма обучения нелинейной классификации, предложенного в [151].

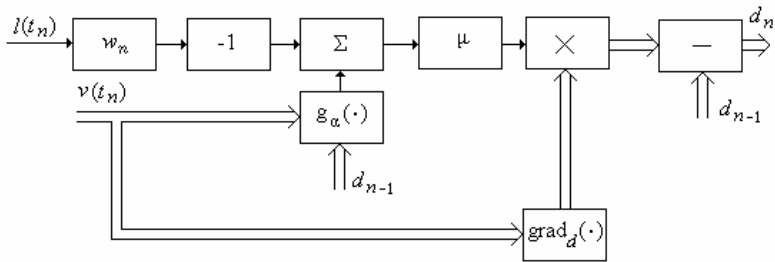


Рис. 3.8. Схема алгоритма обучения с нелинейностью по параметрам

В отличие от алгоритма работы [151], согласно которому вектор c_{n-1} должен корректироваться всякий раз независимо от результата распознавания вектора $v(t_n)$, коррекция c_{n-1} по алгоритму (3.29) осуществляется только при наличии ошибки распознавания.

Выражения (3.11), (3.12) с учетом (3.28), (3.39)-(3.42) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (3.14) полностью (после задания начальных условий, определяемых вектором $c_0 \in \Xi$).

Моделирование. Пусть объект (3.14) имеет параметры: $k_1 = 1$, $k_2 = 1$ c^{-1} , $T = 0,5$ с. Выберем параметры ϵ , μ алгоритма адаптации (3.39) $\epsilon = 0,01$, $\mu = 0,01$. Предполагаем, что область достижимости Ω определялась как $\Omega = \{v: |x_1| \leq 0,02, |x_2| \leq 0,02\}$, тогда $r = 0,028$.

Установим начальные значения вектора параметров регулятора $c_0^T = (0,8; 0,1; 1,5)$, а $v_n^T(0) \equiv (-2,0; 0)$. Результаты моделирования показаны на рис. 3.9-3.11.

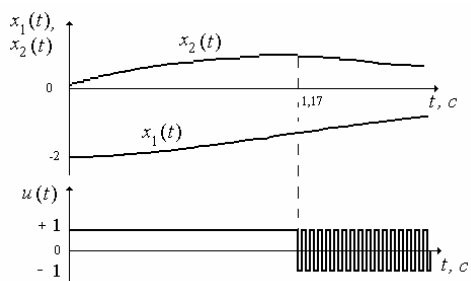


Рис. 3.9. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и управление $u(t)$ на первом цикле процесса адаптации

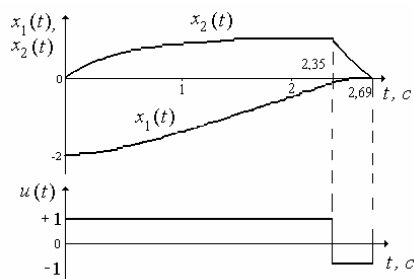


Рис. 3.10. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и управление $u(t)$ после окончания процесса адаптации

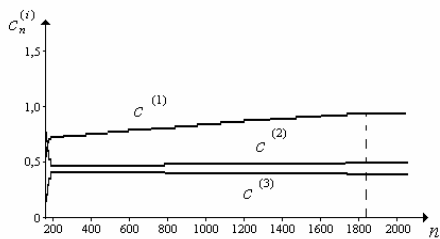


Рис. 3.11. Компоненты вектора c_n

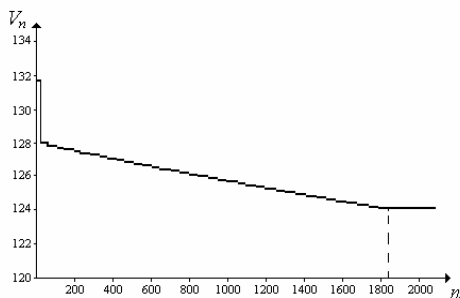


Рис. 3.12. Функция V_n

Оказалось, что на первом цикле после пересечения траекторией движения точки $v(t)$ линии переключения $F(v, c_0)=0$ в момент $t_1=1,17$ с система переходит в скользящий режим (рис. 3.4). На рис. 3.10 показаны те же переменные, что и на рис. 3.9, но после завершения процесса адаптации. Как видно из рис. 3.10, теперь уже точка $v(t)$ переходит из начального состояния $v(0)$ в область Ω с одним переключением $u(t)$, т.е. достигается цель управления.

Моделирование показало, что в условиях эксперимента продолжительность процесса адаптации составляла $n_{max}=1863$ цикла; при этом изменение вектора c_n полностью прекращалось при всех $n \geq n_{max} + 1$. В данном эксперименте последовательность $\{c_n\}$ сходилась к вектору $c^* = (0,488; 0,385; 1,487)^T$, отличающемуся от c (как и следовало ожидать). Изменение составляющих вектора c_n при $n \in [0, 2100]$ графически изображено на рис. 3.11.

Для того чтобы оценить, сходится ли последовательность $\{c_n\}$ в некоторую окрестность S точки c , проводился расчет значений функции

$$V_n = \|c - c_n\|^2 = \sum_{i=1}^3 (c^{(i)} - c_n^{(i)})^2,$$

обычно используемой при анализе сходимости процессов адаптации. Эта функция показана на рис. 3.12.

Оказалось, что V_n – убывающая функция $0 \leq n \leq 1863$. Именно это свойство и обеспечило в данном случае сходимость $\{c_n\}$ в область S .

Таким образом, алгоритм адаптивного терминального управления объектом с инерционностью, разработанный на основании рекуррентной процедуры нелинейно параметризуемой разделяющей функции с одной нелинейной компонентой, позволяет получить субоптимальное управление в системе с объектом (3.14) и отличается от известного введением операций проектирования на выпуклое множество допустимых параметров и остановки.

3.2.2 Схема адаптации системы с двумя постоянными времени

Рассматривается система, описываемая системой дифференциальных уравнений [153]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -T_1^{-1}x_1(t) + kT_1^{-1}u(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -T_2^{-1}x_2(t) + kT_1^{-1}u(t). \end{aligned} \tag{3.43}$$

В этих уравнениях $k_1 = -T_1/(T_2 - T_1)$, $k_2 = T_2/(T_2 - T_1)$, $x(t) = k_1x_1(t) + k_2x_2(t)$ – выходная величина, а $x_1(t)$, $x_2(t)$ – выходные величины инерционных звеньев. Рассматривается ситуация, при которой переменные $x_1(t)$ и

$x_2(t)$ доступны для измерения, а помехи в измерительных каналах отсутствуют. Система уравнений (3.33) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1 = -T_1^{-1}$, $a_2=0$, $b_1=1$, $b_2 = -T_2^{-1}$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет пару отрицательных вещественных собственных значений.

Рассмотрим задачу построения алгоритма управления, обеспечивающего перемещение вектора $v^T(t)=(x_1(t), x_2(t))$ из любого начального состояния $v(0) \in V \subset \mathfrak{X}^2$ в некоторую достаточно малую наперед заданную окрестность $\Omega \subset \mathfrak{X}^2$ начала координат (область достижимости) за минимально возможное время в условиях априорной неопределенности относительно значений T_1 , T_2 и k , выраженной в форме

$$\underline{T}_1 \leq T_1 \leq \bar{T}_1, \quad \underline{T}_2 \leq T_2 \leq \bar{T}_2, \quad \underline{k} \leq k \leq \bar{k}. \quad (3.44)$$

При этом размеры области Ω должны быть "по возможности" малыми.

Как и в п. 3.1, воспользуемся законом терминального управления в форме (3.11), (3.12), в котором

$$f(v, c_n) \equiv x_1 - c_n^{(1)} \operatorname{sign} x_2 \left[(1 + c_n^{(2)} |x_2|)^{c_n^{(3)}} - 1 \right] \quad (3.45)$$

имеет смысл текущей характеристической функции регулятора, зависящей от $v^T = (x_1, x_2)$ и вектора

$$c_n^T = (c_n^{(1)}, c_n^{(2)}, c_n^{(3)}). \quad (3.46)$$

Как видно из выражения (3.45), компоненты $c^{(2)}$, $c^{(3)}$ входят в $f(v, c)$ нелинейно, и это существенный момент. В качестве алгоритма обучения использована процедура (3.39), в которой компоненты вектора градиента имеют вид

$$\operatorname{grad}_c F(\cdot) = 0. \quad (3.47)$$

Выражения (3.11), (3.12), (3.39) с учетом (3.45)-(3.47) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (3.43) полностью (после задания начальных условий, определяемых вектором $c_0 \in \Xi$). Характерной особенностью алгоритма является неодноточечность множества вектора параметров $c \in C \subset \mathcal{R}^3$, удовлетворяющих алгоритму (3.39) после окончания процесса адаптации.

Моделирование. Объект (3.43) имеет такие параметры: $k=1$, $T_1=0,2$ с, $T_2=0,8$ с. Выберем величины ε , μ такими: $\varepsilon=0,01$, $\mu=0,01$, определим область достижимости $\Omega = \{v: |x_1| \leq 0,016, |x_2| \leq 0,057\}$, тогда $r=0,059$.

Зададим начальный вектор параметров регулятора $c_0^T = (4, 1, 2, 5)$ и начальное состояние объекта $v_0^T = (-0,5, -1)$. Результаты моделирования изображены на рис. 3.13–3.15. Из рис. 3.13 видно, что на первом цикле испытаний после пересечения траекторией движения точки $v(t)$ линии переключения $f(v, c_0)=0$ система переходит в скользящий режим в момент $t=0,59$ с. На рис. 3.14 показаны те же переменные, что и на рис. 3.15 после завершения процесса обучения.

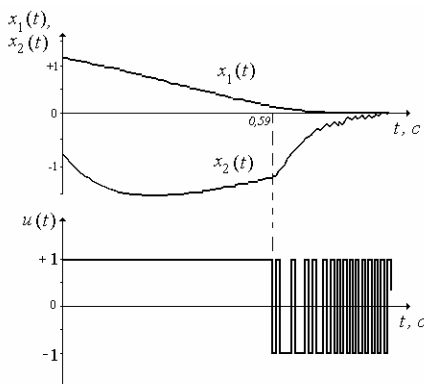


Рис. 3.13. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $u(t)$ на первом цикле обучения

Как видно из рис. 3.14, теперь уже точка $v(t)$ переходит из начального состояния $v(0)$ в область Ω с одним переключением $u(t)$ за время $t=0,84$ с, т.е. цель управления достигается. В подтверждение результатов, полученных с помощью алгоритма адаптации, проводилось испытание системы с оптимальным вектором параметров объекта. Испытание показало, что время достижения изображающей точки области Ω при субоптимальном управлении отличается от оптимального незначительно, в условиях эксперимента продолжительность процесса обучения не превысила $n_{max}=18$ циклов; при этом изменение вектора c_n полностью прекращалось при всех $n \geq n_{max} + 1$.

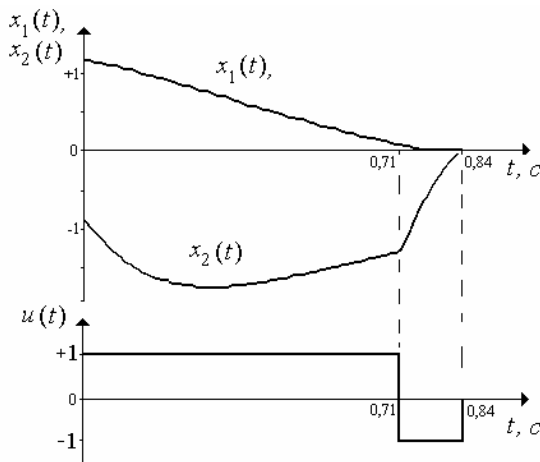


Рис. 3.14. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $u(t)$ на n_{max} -м цикле обучения

В данном эксперименте последовательность $\{c_n\}$ сходилась к вектору $c^* = (3,858; 0,445; 4,866)^T$, отличающемуся от c (как и следовало

ожидать). Изменение составляющих вектора c_n при $n \in [0, 18]$ графически изображено на рис. 3.10.

Для того чтобы оценить, сходится ли последовательность $\{c_n\}$ в некоторую окрестность S точки c , проводилось вычисление значений функции

$$V_n = \|c - c_n\|^2 = \sum_{i=1}^3 (c^{(i)} - c_n^{(i)})^2,$$

геометрическая интерпретация которой – квадрат расстояния между истинным и оценочными значениями вектора параметров. Эта функция показана на рис. 3.11. Оказалось, что V_n – убывающая функция при $0 \leq n \leq 18$. Именно это свойство и обеспечивает в данном случае сходимость векторов $\{c_n\}$ в область S .

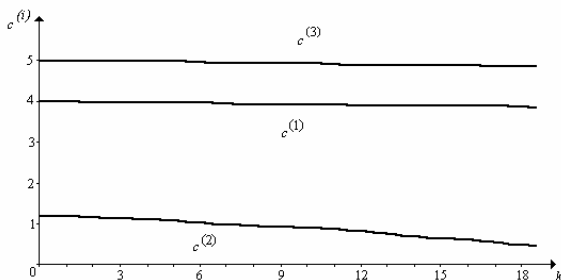


Рис. 3.15. Компоненты вектора $c^{(i)}$

Таким образом, предлагаемый алгоритм, обеспечивающий субоптимальность управления объектом второго порядка без нулевых полюсов, является развитием алгоритма адаптивного терминального управления алгоритма п. 3.2.1 и позволяет говорить о существовании принципиальной возможности применения алгоритма нелинейной данного типа для реализации субоптимального терминального управления для объектов,

характеристическое уравнение которых имеет вещественные собственные значения.

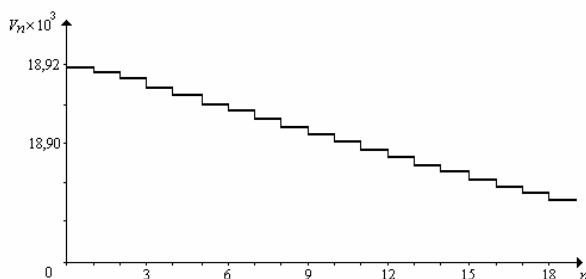


Рис. 3.16. Функция V_n

3.2.3 Алгоритм обучения колебательного объекта

Практически все рассмотренные ранее системы автоматического управления характеризуются тем, что число интервалов управления для получения минимального времени регулирования устанавливаются в соответствии с теоремой об n интервалах А.А. Фельдбаума. Если же матрица коэффициентов системы имеет комплексные или мнимые собственные значения, то длительность управления и число интервалов зависят не только от параметров объекта, но и от его начального состояния. Дополнительным препятствием для построения адаптивной системы становится также и отсутствие априорной информации о требуемом числе переключений интервалов управления [155].

Рассмотрим задачу построения алгоритма обучения терминальному управлению динамической системы, матрица коэффициентов которой имеет неизвестные мнимые собственные значения с априори неизвестным числом переключений интервалов управления. Примером такой динамической системы является система управления поле-

том ракеты с парой реактивных двигателей, обеспечивающих стабилизацию ее полета. Математическая модель движения представляется системой дифференциальных уравнений (см. также (2.13))

$$\dot{y}_1(t) = \omega y_2(t), \quad \dot{y}_2(t) = -\omega y_1(t) + k u(t), \quad \dot{y}_3(t) = 0. \quad (3.48)$$

Здесь $y_1(t)$, $y_2(t)$ и $y_3(t)$ – угловые скорости вращения относительно осей 1, 2 и 3 ракеты (см. рис. 3.17); ω , k – параметры, определяемые геометрическими размерами объекта, моментами инерции и угловой скоростью $y_3(t)$. Уравнение (3.48) возможно получить из уравнений (3.2), если положить, что $b_1 = \omega$, $a_2 = -\omega$, $a_1 = b_2 = 0$, $\tau = 0$.

Система уравнений (3.39) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1 = 0$, $a_2 = -\omega$, $b_1 = \omega$, $b_2 = 0$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет пару мнимых сопряженных собственных значений.

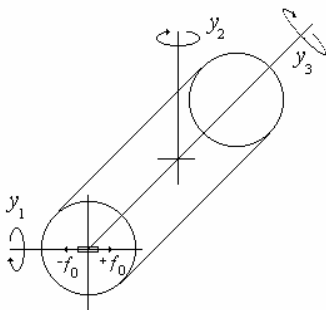


Рис. 3.17. Симметричное тело, вращающееся вокруг связанных с ним осей

Будем считать, что параметры ω , k в (3.39) априори неизвестны конструктору, для них известны лишь оценки их нижних и верхних значений в форме

$$0 < \underline{k} < k < \bar{k}, \quad 0 < \underline{\omega} < \omega < \bar{\omega}. \quad (3.49)$$

Заметим, что в пространстве $\{y_1(t), y_2(t)\} \subseteq G \in \mathfrak{X}^2$ уравнения (3.40) описывают математическую модель гармонического осциллятора, оптимальная траектория которого имеет вид [18, 32]

$$\left(y_1(t) - \frac{k}{\omega} u \right)^2 + (y_2(t))^2 = \left(y_1(0) - \frac{k}{\omega} u \right)^2 + (y_2(0))^2.$$

В пространстве $\{y_1(t), y_2(t)\} \subseteq G \in \mathfrak{X}^2$ движение объекта из начального состояния $\{y_1(0), y_2(0)\} \subseteq G \in \mathfrak{X}^2$ в конечное $\{0, 0\} \subseteq G \in \mathfrak{X}^2$ происходит по дугам полуокружностей с центрами $(-k/\omega, 0)$, $(k/\omega, 0)$ за время t_{opt} , при этом переключение знака управляющего воздействия осуществляется на оптимальной кривой

$$f \equiv \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} f_+^j(Y, c) \right] \cup \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} f_-^j(Y, c) \right] = f_+ \cup f_-, \quad (3.50)$$

где

$$f_+^j(Y, c) \equiv -y_2 + c\sqrt{|1 - (y_1/c + (2j+1))^2|} \quad (3.51)$$

- дуги полуокружности радиусом c , расположенные выше оси y_1 , с центрами в точках $(-2j-1, 0), j=0, 1, 2, \dots$, а

$$f_-^j(Y, c) \equiv -y_2 - c\sqrt{|1 - (y_1/c - (2j+1))^2|} \quad (3.52)$$

- дуги полуокружности радиусом c , расположенные ниже оси y_1 , с центрами в точках $(2j+1, 0), j=0, 1, 2, \dots$, c – коэффициент, равный

$$c = \frac{k}{\omega} \quad (3.53)$$

Примерный вид кривой переключения $f(\cdot)$ показан на рис. 3.18.

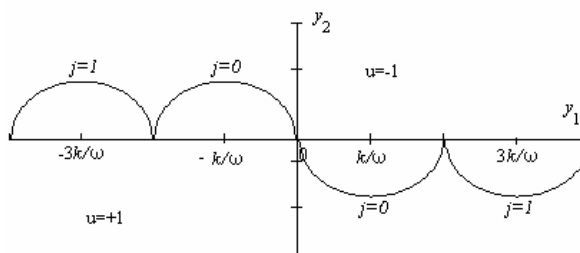


Рис. 3.18. Разделяющая функция колебательной системы

Теперь задача синтеза адаптивного терминального управления может быть сформулирована так: в условиях априорной неопределенности относительно параметров ω, k объекта (3.48) синтезировать алгоритм обучения управлению, обеспечивающему на каждом очередном n -м цикле "испытаний" перемещение вектора $Y(t) = [y_1(t), y_2(t)]^T$ из любого начального состояния $Y_n(0) \subset G \in \mathfrak{R}^2$ в некоторую достаточно малую наперед заданную окрестность $\Omega \subset G \in \mathfrak{R}^2$ начала координат

(область достижимости) за минимально возможное время $T \geq t_{opt}$. При этом размеры области Ω должны быть "по возможности" малыми.

Как и в п. 3.1, закон управления объектом (3.48) на каждом n -м цикле выберем в форме соотношений (3.11), (3.12), в которых $f(\cdot)$ - текущая функция переключения, определяемая выражением

$$f \equiv \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} f_+^j(Y, c_{n-1}) \right] \cup \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} f_-^j(Y, c_{n-1}) \right] = f_+ \cup f_-, \quad (3.54)$$

где

$$f_+^j(Y, c_{n-1}) \equiv -y_2 + c_{n-1} \sqrt{|1 - (y_1/c_{n-1} + (2j+1))^2|}, \quad (3.55)$$

$$f_-^j(Y, c_{n-1}) \equiv -y_2 - c_{n-1} \sqrt{|1 - (y_1/c_{n-1} - (2j+1))^2|}. \quad (3.56)$$

Функция f^j зависит от вектора измеряемых координат $Y^T = [y_1, y_2]$ и коэффициента c_{n-1} . Скалярная функция (3.54) совместно с выражениями (3.55), (3.56) получается из выражений (3.50)-(3.52) заменой коэффициента c на соответствующую ему оценку c_{n-1} , выстроенную на предыдущем $(n-1)$ -м цикле с помощью некоторого алгоритма адаптации. Как видно из (3.55), (3.56), функция $f(Y, c)$ нелинейно зависит от c , что является здесь существенным моментом.

В отличие от динамических систем п. 3.1, 3.2.1, матрицы коэффициентов которых имеют действительные собственные значения, при этом число интервалов N оптимального управления в соответствии с теоремой А.А. Фельдбаума об n интервалах строго определяется порядком математической модели объекта управления, здесь можно утверждать только лишь, что число интервалов $u(t)$ в системе управления объектом (3.48) конечно [7, с. 112]. Точное их число неизвестно.

Тем не менее, информация о числе интервалов необходима при построении алгоритма адаптации для классификации ситуаций обучения.

В результате анализа оптимальных траекторий замечено, что число переключений N^* при движении объекта (3.48) из начального состояния $Y(0)$ связано с номером $j=0, 1, 2, \dots$ полуокружности кривой f^j и определяется так: $N^*=j+1$. Номер j можно установить по начальным условиям $Y(0)$ и диаметру полуокружности, равному $2c$. При заданных значениях начальных координат $Y^T(0)=(y_1(0), y_2(0))$ и для известных ω, k на основании (3.53) число

$$m = \sqrt{(y_1^2(0) + y_2^2(0))} / 2c = [m] + \{m\}, \quad (3.57)$$

в котором $[\cdot], \{\cdot\}$ обозначают целую и дробную части m соответственно, и будет определять j :

$$j = \begin{cases} [m] - 1, & \text{если } \{m\} = 0, \\ [m] & \text{в другом случае.} \end{cases} \quad (3.58)$$

В (3.58) учитывается и тот случай, когда движение осуществляется непосредственно по j -й дуге линии переключения. При синтезе алгоритма обучения в (3.57) неизвестный коэффициент c следует заменить его оценкой c_{n-1} на $(n-1)$ -м шаге.

В результате испытаний может возникнуть одна из трех возможных ситуаций: 1) за N переключений управления объект переводится в область Ω и число N соответствует предварительно вычисленному N' , т.е. $N=N', Y(t_k) \in \Omega$; этот случай принимаем за благоприятный и кор-

рекция коэффициента c на n -м шаге не производится; 2) при очередном испытании установлено, что число переключений N больше, чем N' , т.е. $N > N'$, этот случай относим к ошибочным и производим коррекцию c ; 3) при очередном испытании оказалось, что число переключений меньше или равно N' , но при управлении объект не попадает в область Ω , т.е. $N \leq N'$, $Y(t_k) \notin \Omega$; этот случай также относим к ошибочным и производим коррекцию коэффициента c .

Вид процедуры адаптации (3.39) в целом сохраняется, добавляется только операция оценки общего числа переключений по правилам (3.57), (3.58) на текущем испытании объекта (3.48):

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } \|Y(t_n)\| \leq r \text{ или } Y(t) \in \Omega \quad N' = N ; \\ \text{Pr}_{\Xi} \left\{ c_n - \mu [g_{\Xi}(Y_n, c_{n-1}) - w_n] \frac{dF(Y, c)}{dc} \Big|_{(Y(t_n), c_{n-1})} \right\} & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.59)$$

В этом алгоритме $\mu \in \mathfrak{R}^+ \setminus \{0\}$ – параметр, который желательно брать достаточно малым; $\text{Pr}_{\Xi}\{c\}$ – проектор неизвестного коэффициента $c \in \mathfrak{R}$ на отрезок $\Xi = [1, +\infty) \subset \mathfrak{R}$; число w_n аналогично соответствующим выражениям (3.35), (3.36) п. 3.2.1:

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если } N > N', \\ -1, & \text{если } Y(t) \notin \Omega \text{ при } N \leq N', \end{cases} \quad (3.60)$$

а производная скалярной функции $f(Y, c)$ по параметру c на основании (3.55), (3.56) определяется так:

$$\frac{dF(Y, c)}{dc} = -\text{sign}y_1 \sqrt{|1 - (y_1/c + \text{sign}y_1(2(N-1)+1)^2)|}. \quad (3.61)$$

Выражения (3.59)-(3.61) с учетом (3.40), (3.55)-(3.58) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (3.48) полностью (после задания начальных условий, определяемых коэффициентом $c_0 \in \Xi$).

Моделирование. Рассмотрим процесс обучения терминальному управлению объектом (3.48) с параметрами $k=1$, $\omega=5$ рад \times с $^{-1}$. Изображающая точка объекта переводится из начального состояния $Y^T(0)=[-0,6, 0]$ в область $\Omega=\{Y: |y_1|\leq 0,03, |y_2|\leq 0,03\}$, т.е. $r=0,042$.

Принимаем, что параметры алгоритма обучения установлены так: $\epsilon=0,01$, $\mu=0,01$. Результаты моделирования показаны на рис. 3.19-3.21. Рис. 3.19, 3.20 иллюстрируют динамику объекта (3.48) в плоскости фазовых переменных y_1, y_2 на первом (рис. 3.14) и последнем (рис. 3.15) циклах испытания. Начальное значение c_0 выбрано произвольным образом, $c_0^T = 1,8$. В процессе действия алгоритма (3.59) за $n=132$ получен параметр $c_{132}^T = 0,163$, удовлетворяющий условию терминального управления.

На рис. 3.21 изображено поведение системы, соответствующее рис. 3.20 во временной области.

Сходимость алгоритма оценивалась с помощью функции

$$V_k = (c_{opt} - c_k)^2. \quad (3.62)$$

Таким образом, представленный алгоритм адаптивного терминального управления позволяет утверждать про существование принципиальной возможности адаптации, в характеристическом уравнении которого присутствуют комплексные числа. Трудность, связанная с

неизвестностью необходимо числа интервалов управления, преодоле- на путем определения априорной оценки минимального необходимого числа переключений по известным начальным условиям объекта и оценке параметра системы.

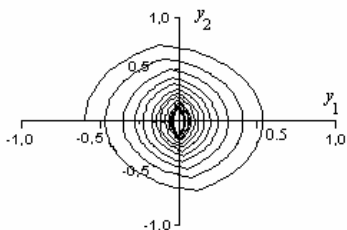


Рис. 3.19. Переменные y_1, y_2 на первом цикле адаптации

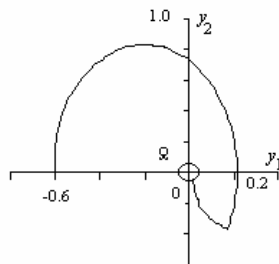


Рис. 3.20. Переменные y_1, y_2 на последнем цикле адаптации.

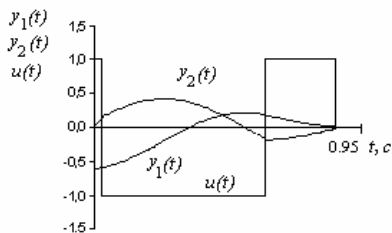


Рис. 3.21. Переменные $y_1(t), y_2(t), u(t)$

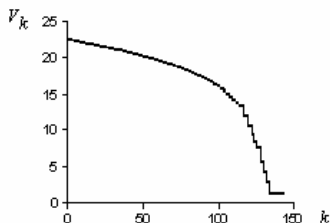


Рис. 3.22. Функция V_k

3.3. Алгоритм адаптации для системы терминального управления третьего порядка

В разделе представлено решение задачи терминального управления динамической системой ОВТ, которая описывается дифференциальным уравнением в форме Фробениуса

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad (3.63)$$

с действительными собственными числами, $x \in \mathfrak{R}^3$, $u \in \mathfrak{R}$. Закон оптимального терминального управления и в этом случае определяется уравнениями (3.11), (3.12) с тремя интервалами управления. Функция $f(\cdot)$ для динамических объектов вида (3.63) является поверхностью, которая проходит через точку с координатами $(0, 0, 0)$ и разделяет фазовое пространство на пара подпространств, в одном из которых $u=+1$, а в другом случае $u=-1$, как и для объектов второго порядка. С целью аналитического определения функции $f(\cdot)$ целесообразно применить преобразование координат

$$y(t) = P^{-1}x(t) \quad (3.64)$$

с матрицей преобразования P . В новом пространственном базисе уравнения (3.63) имеют вид

$$\dot{y}(t) = \Lambda y(t) + P^{-1}bu(t), \quad (3.65)$$

где Λ - матрица в диагональной или жордановой форме, $\Lambda = P^{-1}AP$. В рассмотренных случаях функция $f(\cdot)$ является нелинейной, поэтому алгоритмы адаптации объектов (3.63) базируются на основе процедуры (3.39). В отличие от объектов с $n=2$ в задачах терминального управления, которые рассматриваются, ошибка может быть как на первом интервале управления так и на втором. Скользящий режим может возникать как после первого изменения знака управления, так и после второго. Особенностью процедуры адаптации есть то, что обычным подсчетом числа изменений знака управления не возможно распознать на каком интервале осуществился этот режим.

3.3.1 Алгоритм адаптации тройного интегратора

Пусть имеется объект с усилителем, имеющий нулевую ошибку по положению при постоянном ускорении [156, 157]. Объект описывается системой дифференциальной уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= k_1 x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= k_2 x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) &= k_3 u(t), \end{aligned} \tag{3.66}$$

где x_1 – выходная величина объекта, x_2 и x_3 – первая и вторая ее производные соответственно; $u(t)$ – управляющее воздействие, принимающее одно из двух возможных значений: +1, -1. Известен начальное состояние вектора $x(t)$, т.е. $x^T(0) = (x_1(0), x_2(0), x_3(0))$. О параметрах объекта известна только то, что неизвестные коэффициенты могут находиться в интервалах

$$0 \leq \underline{k}_i \leq k_i \leq \bar{k}_i. \quad (3.67)$$

Введем область V , для которой

$$V = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2] \times [\underline{x}_3, \bar{x}_3], \quad x(0) \in V. \quad (3.68)$$

Обозначим Ω - область достижимости, для которой точка $0=(0, 0, 0)$ является внутренней точкой и $x(0) \notin \Omega$.

Требуется построить алгоритм управления объектом, представленным в форме (3.66) с начальным состоянием $x(0) \in V$. Параметры объекта заданы множеством принадлежности (3.67), среди которого существует значение, обеспечивающие перевод объекта в область Ω за минимально возможное время. Предполагается, что помехи в каналах измерения координат отсутствуют.

Алгоритм терминального управления объектом (3.66) по сравнению с (3.11), (3.12) должен быть модифицирован на случай двух переключений [158]. Модификация заключается во введении специального числа v , удовлетворяющего условию второго переключения:

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{при } f(x, \hat{c}) > 0; \\ -1, & \text{при } f(x, \hat{c}) < 0; \end{cases} \quad (3.69a)$$

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{при } |f(x, \hat{c})| \leq \delta, \quad v=0, \quad x_3 < 0; \\ -1, & \text{при } |f(x, \hat{c})| \leq \delta, \quad v=0, \quad x_3 > 0. \end{cases} \quad (3.69б)$$

Здесь $f(\cdot)$ может быть представлена в виде

$$f_1(x, c) = x_1 + \hat{c}_1 x_3^3 + \operatorname{sign} v \left[\hat{c}_2 x_2 x_3 + \hat{c}_3 \left(\hat{c}_4 \frac{x_3^2}{2} + \operatorname{sign} v x_2 \right) \right]^{3/2}. \quad (3.70)$$

Разделяющая функция (3.70) является модификацией соответствующего выражения из [26, с. 625] с помощью учета отличных от единицы параметров k_i и замены получаемого вектора $c^T = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ с компонентами

$$c_1 = \frac{k_1 k_2}{3k_3^2}, \quad c_2 = \frac{k_1}{k_3}, \quad c_3 = \frac{k_1}{\sqrt{k_2 k_3}}, \quad c_4 = \frac{k_2}{2k_3} \quad (3.71)$$

на их априорные оценки $\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3, \hat{c}_4$; x – вектор с компонентами x_1, x_2, x_3 ; δ – малая величина;

$$v = x_2 + \hat{c}_4 x_3 |x_3|.$$

Замечание 1. Цель управления достигается не более чем за два переключения управляющего воздействия (в соответствии с теоремой об n интервалах). Поверхность (3.70) (рис. 3.23) пересекает все оси фазовых координат только в точке с координатами $(0, 0, 0)$ и делит область V на два полупространства, одно из которых соответствует управляющему воздействию $+1$, а второе -1 .

На рис. 3.24 показан участок траектории фазовой точки M_0 , переключение управления осуществляется в точках M_1, M_2, Ω – область достижимости. Задача терминального управления может быть успешно решена, если правильно выбрано управление на 1-м интервале управления.

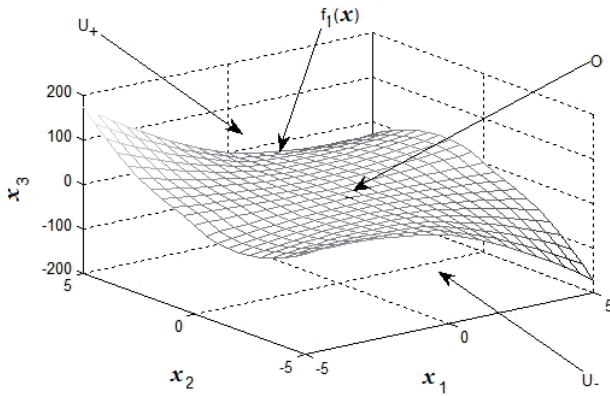


Рис. 3.23. Вид поверхности $f_1(x, c)$

Анализ различных сечений (рис. 3.25) поверхности в плоскостях (x_1, x_3) , (x_2, x_3) показывает, что выбор знака управляющего воздействия на первом интервале управления может быть осуществлен однозначно, если выполняются условия

$$U(0) = \begin{cases} -U, & \text{если } x_1 > 0, \quad x_2 \leq 0, \quad x_3 \leq 0, \\ +U, & \text{если } x_1 < 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases} \quad (3.72)$$

Условия (3.72) охватывают только те возможные начальные значения области V , которые расположенные в тех квадрантах, где поверхность $f(\cdot)$ не находится. Идеальным условием начала движения и выбора знака первого интервала управления является ось Ox_1 . При этом предполагается, что объект неподвижен и только удален от области достижимости. В случае иного задания начальных условий необходимо обеспечить перевод фазовой точки объекта в эти области и осуществление движения именно из них. Движение будет считаться правильным, если координата x_1 уменьшается.

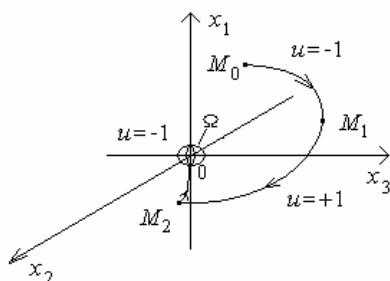


Рис. 3.24. Квазиоптимальная траектория фазовой точки M_0

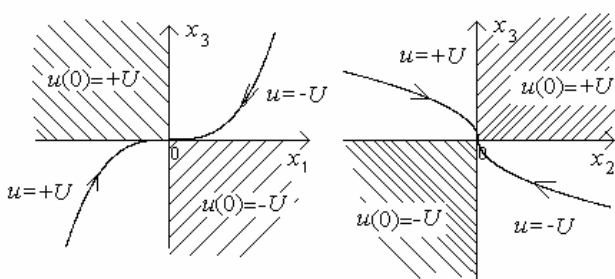


Рис. 3.25. Выбор начального управления $u(0)$

Замечание 2. Перевод изображающей точки $x(t)$ может быть осуществлен при любом назначенном векторе параметров и правильном выборе начального управления $U(0)$ может быть выполнено в сколь угодно режиме, когда на входе управляемого объекта управляющее воздействие переключается с высокой частотой, и в режиме, когда за установленное число интервалов изображающая точка объекта (3.66) не попадает в область достижимости. Как и в предыдущих задачах управления, будем считать, что оба эти режима являются неприемлемыми, поскольку приводят в целом к затягиванию процесса управле-

ния, кроме того, скользящий режим может оказаться вредным для следящей системы, поскольку приводит к дополнительному разогреву исполнительской части и в целом к понижению надежности системы из-за ее повышенного износа. Исключение неприемлимых режимов управления обеспечивается введением области достижимости в окрестности области цели и установление числа интервалов управления не превышающего двух.

Пусть Ω – область достижимости, представляющая круг

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| \leq r\} \quad (3.73)$$

с радиусом

$$r^2 = \delta_{x_1}^2 + \delta_{x_2}^2 + \delta_{x_3}^2, \quad (3.74)$$

где δ_{x_1} , δ_{x_2} , δ_{x_3} - некоторые заданные числа.

Тогда для любого сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ существует область $C = \{\hat{c} : \|\hat{c} - c\| \leq \varepsilon\}$, где \hat{c} - допустимая оценка вектора c , для которой

а) регулятор (3.69) обеспечивает перемещение вектора $x(t)$ из положения $x(0) \in V_1$ в область Ω не более чем за два переключения;

б) область Ω , определяемая выражениями (3.73), (3.74), является “минимально возможной” при данном векторе \hat{c} областью достижимости (в том смысле, что данный регулятор не гарантирует попадание $x(t)$ из произвольной точки $x(0) \in V_1$ в любую другую область $\underline{\Omega}$ такую, что $\underline{\Omega} \subset \Omega$);

в) продолжительность t^* перемещения $x(t)$ от $x(0)$ до области Ω является минимально возможной и такой, что $t^* \geq T_{\text{opt}}$, где T_{opt} – время перемещения вектора $x(t)$ при отсутствии помех.

Адаптивный алгоритм. Воспользуемся алгоритмом адаптации градиентного типа. Будем предполагать, что

1) для всех $\hat{c} \in C$ закон управления (3.69) и условия выбора начального управления (3.72) выполняются;

2) для каждого вектора $\hat{c} \in C$ выполняется условие

$$\text{grad}_c^T f(x, \hat{c})(c - \hat{c}) \geq [f(x, \hat{c}) - f(x, c)]; \quad (3.75)$$

3) задана область Ω в форме (3.73).

Особенностью задачи адаптации является выбор точки, по которой будет производиться исправление. Возможны следующие ошибочные ситуации:

1) скользящий режим изображающей точки $x(t)$ после первого переключения знака управляющего воздействия, $l(T_n) > 2$;

2) режим управления с перерегулированием, при этом $l \leq 2$, а $x(t) \notin \Omega$;

3) псевдоскользкий режим, возникающий при наличии скользящего режима на втором интервале управления.

В ситуации 1, 2 в качестве точки, по которой производится коррекция вектора параметров c , используется точка первого переключения как ошибочная точка, предполагающая однозначную классификацию. Ситуация 3 приводит к неоднозначной классификации: после первого интервала как перерегулирование, после второго интервала

как скользящий режим, причем коррекции вектора параметров \hat{c} должна использоваться точка второго переключения.

Сформулируем теперь сам алгоритм адаптации. В связи с нелинейной зависимостью параметров c_3, c_4 , воспользуемся алгоритмом п. 3.2. Этот алгоритм предусматривает запоминание координаты точек первого $x'(t_n)$ и второго $x''(t_n)$ переключения, когда происходит изменение знака $u(t)$ в некоторый момент $t=t_n$, анализе результата завершения n -го цикла испытаний, а также знаков числа v . Обозначим $l(t_n)$ через общее число переключений к текущему моменту t времени, начиная с момента $t=0$. Тогда алгоритм адаптации может быть представлен в форме следующей рекуррентной процедуры:

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } \|x(T_n)\| \leq r_m \text{ и } l(t_n) = 2; \\ \text{Pr}_{\Xi} \{c_{n-1} - \mu[g_{\alpha}(c_{n-1}, x^{(1)}(t_n)) - \\ - w_n] \text{grad}_c f(c_{n-1}, x'(t_n))\} & \text{в случае } \Delta \neq 0, l(t_n) > 2; \\ \text{Pr}_{\Xi} \{c_{n-1} - \mu[g_{\alpha}(c_{n-1}, x''(t_n)) - \\ - w_n] \text{grad}_c f(c_{n-1}, x^{(2)}(t_n))\} & \text{в случае } \Delta = 0, l(t_n) \leq 2. \end{cases} \quad (3.76)$$

В этом алгоритме $\text{Pr}_{\Xi}\{c'\}$ – проектор вектора $c \in \mathfrak{R}^4$ на выпуклое множество

$$\Xi = [c_1, \bar{c}_1] \times [c_2, \bar{c}_2] \times [c_3, \bar{c}_3] \times [c_4, \bar{c}_4],$$

в котором c_1, c_2, c_3, c_4 – нижние границы вектора параметров, определяемые как

$$c_1 = \frac{k_1 k_2}{3k_3^2}, c_2 = \frac{k_1}{k_3}, c_3 = \frac{k_1}{\sqrt{k_2 k_3}}, c_4 = \frac{k_2}{2k_3},$$

а $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4$ - верхние границы:

$$\bar{c}_1 = \frac{\bar{k}_1 \bar{k}_2}{3\bar{k}_3^2}, \bar{c}_2 = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_3}, \bar{c}_3 = \frac{\bar{k}_1}{\sqrt{\bar{k}_2 \bar{k}_3}}, \bar{c}_4 = \frac{\bar{k}_2}{2\bar{k}_3};$$

$$g_\alpha(c, x) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{f(c, x)}{\varepsilon}; \quad (3.77)$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если } l(t_n) > 2, \\ -1, & \text{если } l(t_n) \neq 2 \text{ и } |x(t)| > r_m; \end{cases} \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_1} &= -x_3^3, & \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_2} &= -\operatorname{sign} v x_2 x_3, \\ \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_3} &= -\operatorname{sign} v (c_4 x_3^2 + \operatorname{sign} v x_2)^{3/2}, \\ \frac{\partial f(c_n, x)}{\partial c_4} &= -\operatorname{sign} v c_3 x_3^2 (c_4 x_3^2 + x_2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (3.79)$$

где $\mu > 0$, $\varepsilon > 0$ – некоторые наперед заданные достаточно малые числа, выбираемые конструктором.

После задания начального вектора $c_0 = (c_0^{(1)}, c_0^{(2)}, c_0^{(3)}, c_0^{(4)})$ из области Ξ алгоритм адаптации (3.76) с учетом (3.77)-(3.79) определен полностью.

Замечание 3. Из (3.76) видно, что предлагаемый алгоритм адаптации принадлежит к классу алгоритмов с коррекцией ошибки. Однако,

в отличие от известных алгоритмов этого класса, реализация его совершенно не гарантирует, что первая разность функции

$$V_n = \sum_{i=1}^4 (c^{(i)} - c_n^{(i)})^2 \quad (3.80)$$

будет монотонно невозрастающей, причем

$$V_n - V_{n-1} \leq \delta < 0 \quad (3.81)$$

для всех $n = 1, 2, \dots$. А условие (3.81) является, как известно [79, гл. 2], достаточным условием конечной сходимости этого класса алгоритмов. Между тем, для выполнения условия (3.81) требуется, чтобы функция $f(x, \hat{c})$ обладала свойством (3.75) при любом $\hat{c} \in \mathfrak{X}^4$ [79, теорема 2.1.7]. К сожалению, функция $f(x, \hat{c})$, этим свойством не обладает. Тем не менее модельный эксперимент показывает, что последовательность точечных оценок $\{c_n\}$ все же стягивается в область S .

Пример. Рассматривается объект с параметрами $k_1=1 \ c^{-1}$, $k_2=1 \ c^{-1}$, $k_3=2 \ c^{-1}$, которые удовлетворяют априорной области $P=[1, 11] \times [1, 11] \times [1, 11]$. Начальные условия выбираются из области $V = V^+ \cup V^-$, где области $V^+ = [0,4, 11,0] \times [0,1, 11,0] \times [0,1, 11,0]$ и $V^- = [-0,4, -11] \times [-0,1, -11] \times [-0,1, -11]$ удовлетворяют условию однозначного выбора начального управления (3.70).

Эксперимент проводился при различных векторах начальных условий $x_n(0) \in V$ и векторах параметров c_0 из области $\Xi=[1, 100] \times [0,01, 50] \times [0,1, 50] \times [0,1, 50]$. Фиксированные значения параметров алгоритма адаптации (3.74)-(3.77) устанавливались такими: $\alpha=0,001$, $\mu=0,002$, $r_m=0,28$. Результаты моделирования, когда $x_1(0)=(-4, 0, 0)$ и $c^T_0=(11, 0,84, 6, 8,1, 1)$ (на первом цикле испытаний), изображены на рисунках 3.26, 3.27.

На рис. 3.26 показано изменение переменных $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при переводе изображающей точки объекта (3.63) из начального состояния в область $\Omega = \{x: |x_1| \leq 0,4, |x_2| \leq 0,11, |x_3| \leq 0,01\}$. Из рис. 3.26 видно, что при первом испытании из-за отсутствия полной априорной информации о параметрах объекта в момент $t=0,76$ с система перешла в скользящий режим. Примечательно, что хотя изображающая точка $x_n(t)$ и приближается к области достижимости Ω , однако после $n \geq 523$ числа переключений знака управляющего воздействия она не попадает в область Ω .

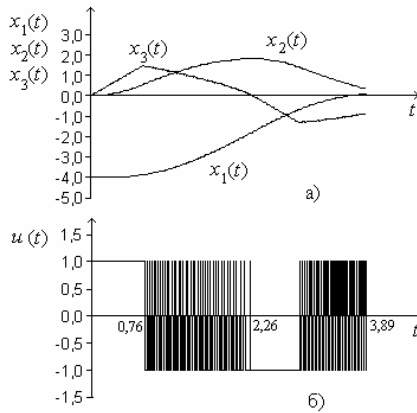


Рис. 3.26. Сигналы $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $u(t)$ на $n=0$ цикле адаптации

На рис. 3.27 показано движение изображающей точки после завершения процесса адаптации. Как видно из рисунка, теперь уже изображающая точка $x_n(t)$ переходит из начального состояния $x_1(0)$ в область Ω с двумя переключениями знака управляющего воздействия $u(t)$, т.е. цель управления достигается.

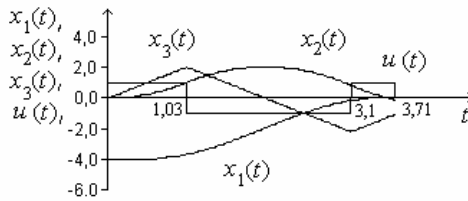


Рис. 3.27. Сигналы $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $u(t)$ на $n=34$ цикле адаптации

В процессе действия алгоритма (3.76) за $n=34$ шага испытаний получен вектор $d_{34}^T = (0,76; 5,98; 7,95; 0,24)$, удовлетворяющий условию попадания точки $v(t)$ в область Ω с одним переключением. На рис. 3.28 изображена функция V_n , построенная в соответствии с выражением (3.80) по результатам модельного эксперимента.

Оказалось, что функция V_n на интервале $n \in [0, 34]$ имеет убывающий характер, при этом процесс адаптации завершился за 34 шага.

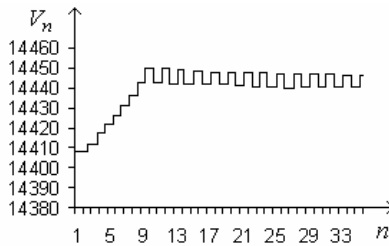


Рис. 3.28. Функция V_n

Эволюция вектора параметров в процессе подстройки c_i из начального значения $c_i(0)$ в конечное c_i показана на рис. 3.29.

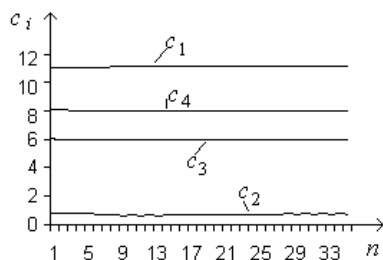


Рис. 3.29. Эволюция параметров c_i

Таким образом, разработанный алгоритм относится к алгоритмам градиентного типа и отличается от рассмотренных ранее обеспечением большего числа интервалов управления, коррекция неизвестных параметров вектора настройки осуществляется по двум точкам переключения.

3.3.2. Алгоритм адаптации объекта с двумя нулевыми и одним вещественным полюсом

Математическая модель объекта записывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = -ax_3(t) + ku(t). \end{cases} \quad (3.82)$$

Матрица коэффициентов динамической системы (3.82) имеет пару одинаковых собственных значений и с помощью преобразования подобия с матрицей преобразования

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a^{-2} \\ 0 & 1 & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.83)$$

система дифференциальных уравнений (3.82) записывается в эквивалентном виде

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = y_2(t) - ka^{-2}u(t), \\ \dot{y}_2(t) = ka^{-1}u(t), \\ \dot{y}_3(t) = -ay_3(t) + ku(t). \end{cases} \quad (3.84)$$

Закон оптимального терминального управления для системы (3.84) с видом (3.11), (3.12) имеет функцию изменения знака управления $f(\cdot)$ вида

$$f(y, c) = c_1 \left(-\Delta + \Delta \exp(-\Delta c_2 (\Delta z_2 + A)^{0,5}) \right) \left(2 - \exp(c_2 A^{0,5}) \right), \quad (3.85)$$

где

$$A = 0,5y_2^2 + \Delta(c_1y_1 + c_3y_2), \quad (3.86)$$

$$\Delta = \text{sign}(0,5x_2 |x_2| + c_1y_1 + c_3y_2). \quad (3.87)$$

Однозначный выбор начальных значений управляющего воздействия осуществляется в случае, если управление удовлетворяет следующим условиям

$$u(0) = \begin{cases} -1, & \text{если } x_1 > 0, \quad x_2 > 0, \quad x_3 < 0; \\ +1, & \text{если } x_1 < 0, \quad x_2 < 0, \quad x_3 > 0. \end{cases} \quad (3.88)$$

Условия (3.88) проиллюстрировано на рис.3.30.

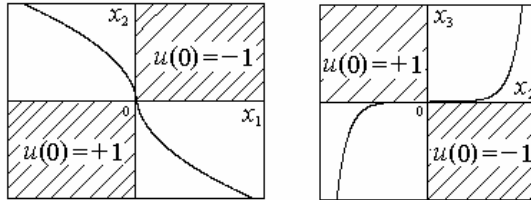


Рис. 3.30. К вопросу выбора начальных условий объекта (3.84)

Алгоритм адаптации имеет форму (3.76), в котором вместо функции $f(\cdot)$ используется функция (3.85) с соотношениями (3.86), (3.87) с учетом начальных условий (3.88). Неизвестные коэффициенты c_i в (3.85) заменяют на их оценки $c_n^{(i)}$, которые получаются на каждом n -м шагу алгоритма адаптации (3.76).

3.3.3. Субоптимальное по быстрдействию управление системой третьего порядка с одним нулевым полюсом

Пусть динамический объект имеет передаточную функцию [179]

$$W(s) = \frac{k}{s(s+a)(s+b)}, \quad (3.89)$$

где $s=d/dt$, $k>0$, $a>b>0$ – параметры объекта, ненулевые полюса системы.

Обозначим исходную величину объекта $x(t)$, сигнал управления $u(t)$. Предполагается, что объекту управления (3.89) относится задача отработки входной величины $r(t)=const$. В этом случае объект (3.89) может быть представлен дифференциальным уравнением

$$\frac{d^3x(t)}{dt^3} + (a+b)\frac{d^2x(t)}{dt^2} + ab\frac{dx(t)}{dt} = ku(t). \quad (3.90)$$

Введем в рассмотрение вектор $X^T(t)=(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, координаты которого являются выходной величиной, скоростью ее изменения и ускорением

$$x_1(t) = x(t), \quad x_2(t) = \dot{x}(t), \quad x_3(t) = \ddot{x}(t). \quad (3.91)$$

Начальное состояние объекта управления (3.90) считается заданным, т.е. известные значение $X^T(t_n)=(x_1(t_n), x_2(t_n), x_3(t_n))$, $X(t_n) \in V \subset \mathfrak{R}^3$. Предполагается, что в каналах измерения координат помехи отсутствуют. В процессе управления осуществляется перевод координат динамического объекта (3.90) за время $T = t_k - t_n$, где $t_n = 0$, из начального состояния $X^T(0)=(x_1(0), x_2(0), x_3(0))$ в окрестность начала координат, которая определяется областью Ω , т.е. $X(t_k) \in \Omega \subset \mathfrak{R}^3$.

Ставится задача определения закона управления $u(t)$, что обеспечивает перевод объекта управления (3.90) из начального начального состояния $X(0)$ в область достижения Ω за минимальное время T .

Закон управления. Для определения закона управления представим (3.90) в компактной форме

$$\dot{X}(t) = AX(t) + bu(t), \quad (3.92)$$

где A и b – матрица и вектор вида

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -ab & -(a+b) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}. \quad (3.93)$$

Учитывая, что матрица A имеет собственные значения $0, -a, -b$ преобразуем уравнение (3.92) с помощью преобразования подобия к эквивалентной системе уравнений

$$\dot{Z}(t) = \Lambda Z(t) + P^{-1}bu(t). \quad (3.94)$$

В (3.94) $Z(t) = P^{-1}X(t)$, $\Lambda = P^{-1}AP$ – жорданова каноническая форма матрицы A

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{pmatrix},$$

а матрицы P и P^{-1} имеют вид

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -a & -b \\ 0 & a^2 & b^2 \end{pmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & (ab)^{-1}(a+b) & (ab)^{-1} \\ 0 & b(a(a-b))^{-1} & (a(a-b))^{-1} \\ 0 & -a(b(a-b))^{-1} & -(b(a-b))^{-1} \end{pmatrix}.$$

Система уравнений (3.91) в форме (3.94) имеет вид

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = az_1 - ku[a(b-a)]^{-1}, \\ \dot{z}_2 = bz_2 + ku[b(b-a)]^{-1}, \\ \dot{z}_3 = ku(ab)^{-1}. \end{cases} \quad (3.95)$$

В системе уравнений (3.95) введем следующее преобразование координат

$$\begin{cases} y_1 = \frac{a^2(b-a)}{k} z_1, \\ y_2 = \frac{b^2(b-a)}{k} z_2, \\ y_3 = \frac{ab}{k} z_3. \end{cases} \quad (3.96)$$

Преобразование (3.96) позволяет получить эквивалентную (3.95) систему уравнений, которая имеет более простую форму, но при этом сохраняет все свойства (3.95) и (3.91)

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = ay_1 - au, \\ \dot{y}_2 = by_2 + bu, \\ \dot{y}_3 = u. \end{cases} \quad (3.97)$$

С целью обеспечения минимального времени достижения начала координат закон управления выбирается как

$$u(t) = \begin{cases} \text{sign}(f_1(y)), & \text{если } f_1(y) \neq 0, \\ \text{sign}(f_2(y)), & \text{если } f_1(y) = 0, f_2(y) \neq 0, \\ \text{sign}(y_3), & \text{если } f_1(y) = 0, f_2(y) = 0. \end{cases} \quad (3.98)$$

В (3.98) использованы следующие обозначения

$$f_1(y) = -y_2 + \Delta - \Delta \left(\frac{\Delta + B}{\Delta + y_3} \right)^{-c_1} \left(2 - (1 - \Delta B)^{c_1} \right), \quad (3.99)$$

$$B = -\Delta \sqrt{-\Delta + (\Delta + y_3) e^{\Delta c_2 |y_1|}}, \quad (3.100)$$

$$\Delta = \text{sign} \left\{ -y_3 + \frac{y_1}{|y_1|} \left(1 - e^{c_2 |y_1|} \right) \right\}, \quad (3.101)$$

$$f_2(y_3, y_1) = -y_3 + \frac{y_1}{|y_1|} \left(1 - e^{c_2 |y_1|} \right), \quad (3.102)$$

$$c_1 = a/b, \quad c_2 = b. \quad (3.103)$$

Функция $f_1(y)=0$ (рис. 3.31) имеет такие свойства

1) $f_1(0)=0$, что означает, что функция $f_1(y)$ проходит через точку с координатами $(0, 0, 0)$;

2) функция $f_1(y)$ делит все фазовое пространство S на два полупространства S_1, S_2 так, что в пространственные \mathfrak{R}^3 они отвечают разным знакам

функции $f_1(y)$, т.е. $S_1 \subset f_1(y) > 0$, $S_2 \subset f_1(y) < 0$, а $S_1 \cup S_2 = S$. Их сечение, т.е. $S_1 \cap S_2 = S$ образуют линии сгиба поверхностей $f_2(y_1, y_3) = 0$, которые являются участком оптимальной траектории в плоскости $\{y_3, y_1\}$;

3) $f_1(-y) = f_1(y)$, т.е. функция $f_1(y)$ есть монотонной, непрерывной, нет разрывов.

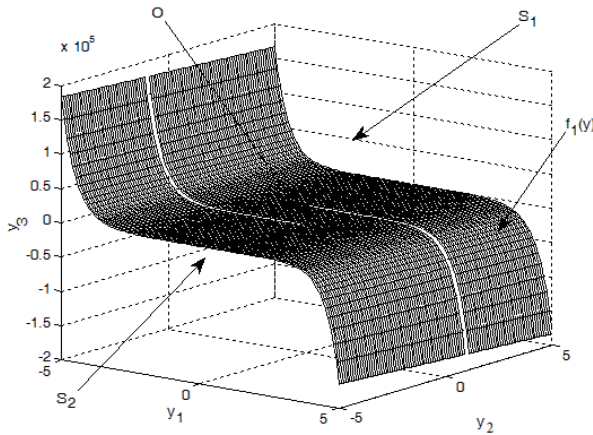


Рис. 3.31. Вид поверхности $f_1(y)$ в фазовой плоскости

Справедливость свойств (3.89)-(3.91) устанавливается путем соответствующих подстановок в формулах (3.99)-(3.102). Функция (3.99) при движении точки в фазовом пространстве играет роль поверхности переключений.

Структура системы управления в постановке задачи (3.89)-(3.91) кроме традиционного контроллера для объекта управления включает еще и преобразователь координат (рис. 3.32), необходимость которого вытекает из закона управления (3.98).

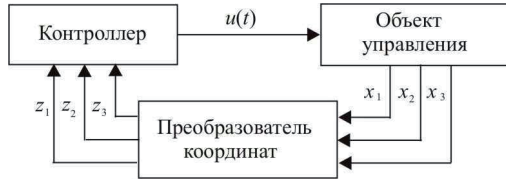


Рис. 3.32. Структура системы управления, которое обеспечивает перевод объекта из начального состояния в конечный состояние $(0, 0, 0)$

Учитывая, что в реальной системе присутствуют такие явления, как трение, мертвые зоны, гистерезис, погрешности вычислений, которые визивают предельные циклы в окрестности начала координат. Тому закон управления (3.98) нуждается в модернизации, которая учитывает указанные отрицательные эффекты.

Такая модернизация должна включать введение области достижимости Ω попадание и нахождение в которой есть достаточным для обеспечения целей управления с законом приближенным к (3.98)

$$u(t) = \begin{cases} \text{sign} (f_1(y)), & \text{если } f_1(y) \notin \Omega, \\ ky, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (3.104)$$

где Ω – область достижимости, которая определяется эллипсоидом $x^T P x \leq k$, в котором P – положительно определенная матрица

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_4 & p_5 \\ p_4 & p_2 & p_6 \\ p_5 & p_6 & p_3 \end{pmatrix}, \quad (3.105)$$

а k – некоторая постоянная. Матрица P рассчитывается из представлений о максимальных размере области достижимости и согласованная с размером возможных межевых циклов.

Закон управления (3.104) может быть реализованным в структуре, приведенной на рис.3.33, которая отличается от приведенной на рис. 3.32 измерительной частью, которая дополнительно содержит блок контроля области достижимости Ω .

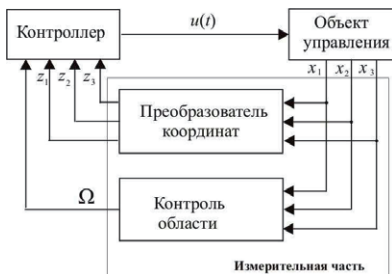


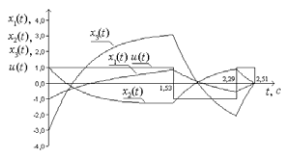
Рис. 3.33. Структура системы управления, которое обеспечивает перевод объекта из начального состояния в область достижимости Ω

Рассмотренный подход построения субоптимального управления полностью согласуется с результатами, полученными в [152, 180, 181]. При этом в отличие от [152, 180, 181], где синтез закона управления ориентирован на безинерционную сервосистему, что представляет собой тройной интегратор. Здесь рассматривается более общий случай, когда система имеет две постоянные времени $\tau_1 = a^{-1}$, $\tau_2 = b^{-1}$. Наличие преобразования координат хотя и незначительно усложняет измерительную часть сервосистемы, но разрешает упростить вид функции переключений $f_1(y)$ для представления ее в контроллере и приблизить ее вид к тем, что предлагаются в [180, 181]. Задача контроллера перевести координаты объекта управления в область Ω , которая по форме является эллипсоидом. При этом управление есть приближенным к оптимальному, если координаты объекта управление

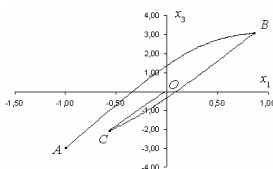
зафиксировано в Ω , то они содержатся благодаря пропорциональному закону управления (второе уравнение в (16)).

Моделирование. Для объекта управления с параметрами $k=1$, $a=2$, $b=1$ проводилась экспериментальная проверка пригодности закона управления (3.98)-(3.103) при разных начальных условиях. Траектории x , \dot{x} , \ddot{x} реальных координат объекта управления (3.89) при его движении из начального состояния $(3, 1, 0)$ к области Ω представлены на рис.3.34-3.36. На рис. 3.34 представлены переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $u(t)$, что характеризуют движение объекта управления во временной плоскости с законом управления (3.104), на рис. 3.35 представленные переменные x_1 , x_3 , а на рис. 3.36 – переменные x_2 , x_3 для того же самое движения в фазовой плоскости, который представлен на рис. 3.34 а)-з). Выбор закона управления в виде (3.104) позволяет получить минимально возможное время регулирования объектом управления при разных начальных условиях. Закон управления имеет три интервала управления. Область достижения $\Omega: x^T P x = \kappa$, $\kappa=0,005$, где $P > 0$ положительно-определенная матрица.

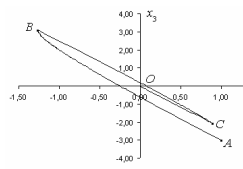
В процессе управления фазовые координаты приходят к области (и остаются там, как и должно быть.



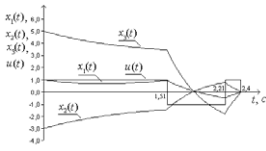
а)



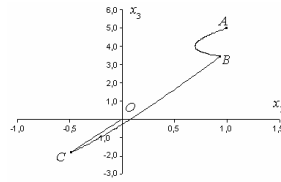
а)



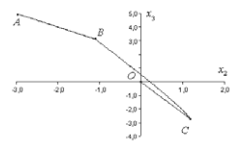
а)



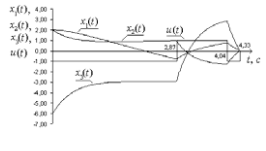
б)



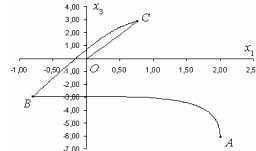
б)



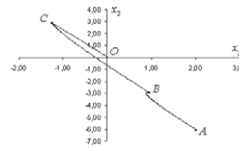
б)



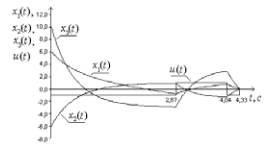
в)



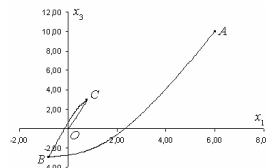
в)



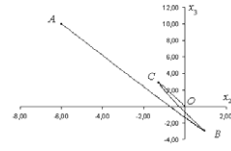
в)



г)



г)



г)

Рис. 3.34 а)-г) Переменные x_1, x_2, x_3, u во временной плоскости

Рис. 3.35 а)-г) Переменные x_1, x_3 в фазовой плоскости

Рис. 3.36 а)-г) Переменные x_2, x_3 в фазовой плоскости

Таким образом, в алгоритмах адаптивного управления системами третьего порядка в задачах терминального управления в отличие от объектов второго порядка для достижения требуемого качества терминального управления необходимо производить коррекцию по всем интервалам управления.

ГЛАВА 4
СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ
ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ
ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

4.1. Алгоритмы обучения с линейной по параметрам разделяющей функцией

4.1.1. Особенности синтеза систем терминального управления в условиях ограниченных возмущений

Выше рассмотрены методы синтеза адаптивных систем терминального управления без помех. Совершенно иное положение возникает при наличии шумов в каналах измерения. Оказывается, что если бы даже коэффициент усиления и был точно известен, то и в этом благоприятном случае построение закона управления в классе систем с обратной связью выглядело бы не таким уж простым делом. На первый взгляд может показаться, что если уровень помехи ограничен и известен, то для построения закона управления достаточно модифицировать известный из [31] закон

управления, вводя в этот закон некоторую функцию нечувствительности; параметры этой функции должны быть, разумеется, согласованы с уровнями шумов в каналах измерения. Между тем выясняется, что при любой зоне нечувствительности такая модификация не позволяет избежать ложных переключений управления. Еще худшая ситуация возникает при наличии шумов измерения, когда упомянутый коэффициент усиления точно неизвестен. Принципиальная трудность, которая возникает в этом случае, заключается в том, что если помеха (шум) принадлежит к классу так называемых нерегулярных (нестохастических) внешних воздействий, то точное оценивание вектора фазовых переменных не представляется возможным. Действительно, такое оценивание потребовало бы получения точных оценок неизвестных параметров объекта (по крайней мере в асимптотике). Однако в условиях нерегулярных возмущений это не представляется возможным [65, гл. 6].

Наличие возмущений приводит к тому, что область достижимости не может быть принципиально малой даже при значительном увеличении числа испытаний, размер этой области должен быть согласован с уровнем шума в случае ограниченных шумов. В связи с этой особенностью в отличие от алгоритмов разд. 3 в этом разделе будем говорить о квазиоптимальности алгоритмов терминального управления.

Наличие помех приводит к необходимости решения дополнительной проблемы – фиксации изображающей точки объекта в области достижимости. Далее рассматриваются задачи терминального управления для некоторых систем, проанализированных в разд. 2, и других технических систем с неизвестными параметрами при наличии ограниченных шумов в каналах измерения фазовых координат.

4.1.2. Алгоритм обучения терминальному управлению I

Рассмотрим объект, описываемый системой дифференциальных уравнений [50] (см. также п. 3.1.1)

$$\dot{x}(t) = k_1 y(t), \quad \dot{y}(t) = k_2 u(t). \quad (4.1)$$

Здесь $x(t)$ – выход, $y(t) = \dot{x}(t)$, а $u(t)$ – управление, принимающее одно из двух значений ± 1 . Нетрудно заметить, что система уравнений (4.1) совпадает с системой уравнений (3.2) при $a_1 = a_2 = b_2 = 0$, $b_1 = k_1$, неравенство (3.3) удовлетворяется, матрица коэффициентов системы имеет пару нулевых собственных значений. Как и в п.3.1.1 будем полагать, что коэффициенты $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ в уравнении (4.1) неизвестны априори. Известны лишь их оценки в форме:

$$k \in K = \{k : 0 < \underline{k}_i \leq k_i \leq \bar{k}_i\}, \quad i = 1, 2. \quad (4.2)$$

Введем в рассмотрение вектор $w^T(t) = (x(t), y(t))$. Теперь, в отличие от алгоритмов разд. 3, будем считать, что компоненты $x(t)$, $y(t)$ вектора $w(t)$ не доступны для непосредственного измерения. Однако имеется возможность измерения других переменных $x'(t)$ и $y'(t)$, связанных с $x(t)$ и $y(t)$ соответственно соотношениями

$$x' = x + \xi, \quad y' = y + \zeta. \quad (4.3)$$

Как и в [65, с. 262], будем полагать, что $\xi(t)$, $\zeta(t)$ нерегулярные ограниченные помехи:

$$|\xi(t)| \leq N_\xi, \quad |\zeta(t)| \leq N_\zeta. \quad (4.4)$$

Предполагается, что уровни N_ξ , N_ζ помех $\xi(t)$, $\zeta(t)$ в (4.4) априори известны.

Пусть V — некоторая ограниченная область пространства векторов $\{w\} \subseteq \mathfrak{R}^2$, содержащая начало координат. Определим непустое множество

$$V_1 = V \setminus E, \quad (4.5)$$

где E — заданная область, которая включает начало координат в качестве своей внутренней точки. Задача состоит в том, чтобы построить регулятор, обеспечивающий перемещение вектора $w^T(t) = (x(t), y(t))$ из любого состояния $w(0) \in V_1 \subset \mathfrak{R}^2$ в некоторую окрестность Ω начала координат за минимально возможное время в условиях априорной неопределенности относительно параметров объекта, выраженной в форме (4.2), и измерений вида (4.3).

Неадаптивный случай. В соответствии с подходом, традиционно используемым в теории адаптивных систем управления [50, 65], вообразим на какое-то время, что коэффициенты k_i в уравнении (4.1) априори известны. Такой подход допускает определение закона управления в форме соотношения

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } f(\bar{c}, w''(t-0)) > 0, \\ -1, & \text{если } f(\bar{c}, w''(t-0)) < 0, \\ u(t-0), & \text{если } f(\bar{c}, w''(t-0)) = 0, \end{cases} \quad (4.6)$$

в котором

$$f(\bar{c}, w) = \bar{c}^T w'' \quad (4.7)$$

– разделяющая функция, заданная в спрямляющем пространстве \mathfrak{R}^2 . В выражении (4.7) $\bar{c} = (\bar{c}^{(1)}, \bar{c}^{(2)})^T$, $w'' = (w_1'', w_2'')^T$ — векторы, компоненты которых определяются следующим образом:

$$\bar{c}^{(1)} = \lambda, \quad \bar{c}^{(2)} = \lambda(d + \delta). \quad (4.8)$$

Здесь $\lambda > 0$ – произвольное положительное число, $d = 0,5k_1k_2^{-1}$, а δ – число, удовлетворяющее условию

$$-0,5\underline{k}_1\bar{k}_2^{-1} < \delta \leq 0; \quad (4.9)$$

$$w''(t) = \begin{cases} w'(t-0) - N & \text{при } f(c^T, w''(t-0)) > 0, \\ w'(t-0) + N & \text{при } f(c^T, w''(t-0)) < 0, \\ w'(t-0) & \text{при } f(c^T, w''(t-0)) = 0, \end{cases} \quad (4.10)$$

где $N^T = (N_{\xi}, N_{\zeta})$.

Соотношение (4.6) представляет собой некоторую модификацию закона управления (3.11), (3.12) предложенного в п. 3.1.1. Модификация

сводится к замене в выражении (4.7) для разделяющей функции $f(\cdot)$ компонент вектора, зависящих от фазовых переменных системы. Именно вместо компонент вектора w , недоступных для измерения, в этом выражении фигурируют компоненты вектора w'' , связанные согласно (4.10) с измеряемыми переменными x' , y' . Можно понять, что задание вектора w'' в форме (4.10) позволяет по существу реализовать в (4.6) сигнум-функцию $\text{sign } f(\bar{c}, w''(t-0))$ с гистерезисом. Такой своеобразный прием обеспечивает нечувствительность знака $f(\cdot)$ к флуктуациям компонент вектора w'' , вызванным помехами измерения $\xi(t)$, $\zeta(t)$. Действительно, из (4.10) с учетом (4.3), (4.4) следует, что если $f(\bar{c}, w''(t-0)) = 0$ в некоторый момент t (момент переключения управления), то вектор $w^T(t) = (w_1(t), w_2(t))$, компоненты которого $w_1(t) = -x(t)$, $w_2(t) = -y(t)|y(t)|$ зависят от недоступных для измерения фазовых переменных $x(t)$, $y(t)$, непременно лежит именно в той области, которая как раз и должна определять управление противоположного знака. После переключения преднамеренно осуществляется операция скачкообразного изменения $w''(t)$ (в силу (4.10)); такая операция гарантирует, что в условиях помех $\xi(t)$, $\zeta(t)$ с ограниченными уровнями N_ξ , N_ζ повторного изменения знака $f(\bar{c}, w''(t))$ заведомо происходить не будет. Тем самым исключаются ложные переключения управления.

Предварительный результат, касающийся свойств регулятора (4.6)—(4.11), устанавливает следующая лемма.

Лемма. Определим некоторую область $\tilde{V}_1 = \tilde{V} \setminus \tilde{E}$, где \tilde{V} и \tilde{E} — отображения множеств V и E соответственно в пространстве векторов $\{w\} \subset \mathbb{R}^2$. Пусть \tilde{V} представляет собой замкнутый прямоугольник

$$\tilde{V} = [w_1, \bar{w}_1] \times [w_2, \bar{w}_2], \quad (4.11)$$

симметричный относительно начала координат, т.е. $w_1 = -\bar{w}_1$, $w_2 = -\bar{w}_2$. Определим далее некоторую область $\tilde{\Omega}$ как пересечение полос Π^- и Π^+ :

$$\tilde{\Omega} = \Pi^- \cap \Pi^+, \quad (4.12)$$

где

$$\Pi^- = \{w : \bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 \leq w_-^T w \leq -\bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0\}, \quad \Pi^+ = \{w : -\bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 \leq w_+^T w \leq \bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0\}. \quad (4.13)$$

В выражениях (4.13) $w_-^T = (-\bar{w}_2^0, -\bar{w}_1^0)$, $w_+^T = (\bar{w}_2^0, \bar{w}_1^0)$ — векторы, компоненты которых определяются соотношениями

$$\bar{w}_1^0(d) = \frac{\delta x_0 - \delta dy_0^2 + 4N_\xi d}{(2d + \delta)} + \frac{8N_\zeta d(d + \delta)(B - \delta)}{(2d + \delta)^2}, \quad (4.14)$$

$$\bar{w}_2^0(d) = \frac{\delta x_0 - \delta dy_0^2 + 2N_\xi d}{d(2d + \delta)} + \frac{8N_\zeta(d + \delta)(B + \delta)}{(2d + \delta)^2}. \quad (4.15)$$

$$\text{где } B = +\sqrt{(2d + \delta)(dy_0^2 - x_0 + 2N_\xi) - 4d(d + \delta)N_\zeta^2}.$$

Тогда при достаточно малом уровне шума N_ζ , согласованном с размерами области \tilde{V} , таком, что $B^2 \geq 0$:

а) регулятор (4.6) – (4.10) обеспечивает перемещение вектора $w(t)$ из любого начального положения $w(0) \in \tilde{V}_1$ в область $\tilde{\Omega}$ с одним переключением;

б) область $\tilde{\Omega}$, определяемая выражением (4.12) совместно с (4.13) – (4.15), является “минимально возможной” областью достижимости (в том смысле, что регулятор (4.6) – (4.10) не гарантирует попадание $w(t)$ из произвольного $w(0) \in \tilde{V}_1$ в любую другую область $\tilde{\Omega}$ такую, что $\tilde{\Omega} \subset \tilde{\Omega}$);

в) продолжительность перемещения $w(t)$ от $w(0)$ до пересечения с границей области \tilde{E}_0 , ближайшей по направлению движения этого вектора, является минимально возможной.

Согласно лемме область $\tilde{\Omega}$ представляет собой не что иное, как отображение Ω в $\{w\}$, а регулятор (4.6)–(4.10) является регулятором, обеспечивающим терминальное управление объектом. Для иллюстрации принципа работы этого регулятора на рис. 4.1 изображено движение вектора $w(t)$ из начального положения $w(0) \in \tilde{V} \setminus \tilde{E}$ в область \tilde{E}_0 .

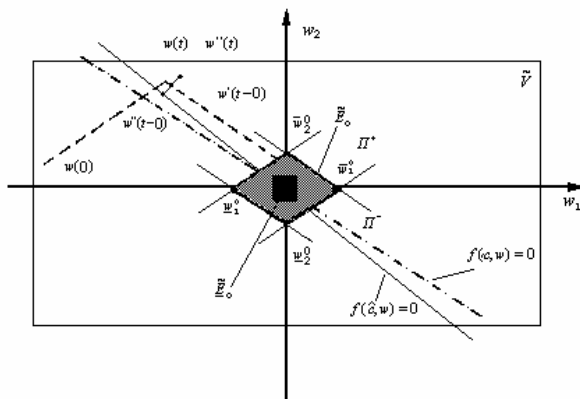


Рис. 4.1. Принцип работы регулятора

Здесь же показаны возможные положения векторов $w(t)$, $w'(t-0)$, $w''(t-0)$ в момент переключения управления, когда $w''(t-0)$ как раз лежит на линии $f(\hat{c}, w'') = 0$. Из леммы следует, что при “слишком высоком” уровне помех по каналу измерения переменной $y(t)$ работоспособность регулятора (4.6) – (4.10) не гарантируется. Кроме того (и это существенно), даже когда коэффициенты k_1 , k_2 в уравнениях (4.1) известны, при наличии помех измерения область достижимости $\tilde{\Omega}$ не может быть назначена произвольно малой: в силу (4.12) с учетом (4.13) – (4.15) параметры области $\tilde{\Omega}$ зависят как от уровней помех N_ξ , N_ζ , так и от величины $d = 0,5k_1k_2^{-1}$, связанной с коэффициентами k_1 и k_2 , а также от параметров области \tilde{V} (4.11). Нетрудно видеть, что, если $N_\xi = 0$, $N_\zeta = 0$ (помехи отсутствуют), то параметры \bar{w}_1^0 , \bar{w}_2^0 области $\tilde{\Omega}$ становятся такими же, как и в системе с регулятором из п.3.1. Как и должно быть, $\bar{w}_1^0 \rightarrow 0$, $\bar{w}_2^0 \rightarrow 0$ при $\delta \rightarrow 0$, т.е. $\tilde{\Omega}$ стягивается в начало координат.

Алгоритм адаптивного управления. Предположим теперь, что коэффициенты k_1 , k_2 неизвестны. В этом случае закон управления будем строить по схеме (4.6) с учетом (4.7) – (4.10), заменяя в соответствующих выражениях неизвестный вектор \hat{c} на подходящую его оценку \hat{c}_{n-1} , которая определяется на каждом n -м цикле перемещения вектора $w(t)$ из начального $w(0)$ в некоторое его конечное положение. На первый взгляд может показаться, что для определения \hat{c}_{n-1} можно немедленно воспользоваться алгоритмом адаптации, предложенным в

п. 3.1.1. В действительности же это далеко не так. Дело в том, что реализация этого алгоритма требует знания области $\tilde{\Omega}$. Между тем ее параметры \bar{w}_1^0 , \bar{w}_2^0 априори неизвестны, поскольку неизвестны коэффициенты k_1 , k_2 , от которых они зависят (согласно (4.14), (4.15)). Кроме того, даже если эта область $\tilde{\Omega}$ и была бы известна, то все равно оставалось бы неясным, каким образом можно зафиксировать сам факт попадания (или не попадания) $w(t)$ в $\tilde{\Omega}$: ведь вектор $w(t)$ недоступен для измерения. (Согласно алгоритму п. 3.1 определение вектора \hat{c}_n предусматривает фиксацию такого факта.)

Чтобы обойти упомянутые затруднения, поступим следующим образом. Попытаемся оценить наибольшие размеры области $\tilde{\Omega}$ при всех допустимых значениях коэффициентов k_1 , k_2 , удовлетворяющих ограничениям (4.2). В силу (4.12) с учетом (4.13) – (4.15) заключаем, что размеры этой области определяются шириной $\Delta(d)$ полос Π^- и Π^+ , зависящей от величины d . На основании (4.13) можно записать

$$\Delta(d) = 2\bar{w}_1^0(d)\bar{w}_2^0(d)/\|w_{\pm}(d)\|, \quad (4.16)$$

где $\|w_{\pm}\| = \left((\bar{w}_1^0)^2 + (\bar{w}_2^0)^2 \right)^{1/2}$ обозначает евклидову норму векторов w_+ и w_- (см. [207, п. 2.3-2]). Отсюда находим

$$\tilde{\Omega}_0^m = \Pi_m^- \cap \Pi_m^+, \quad (4.17)$$

где

$$\Pi_m^- = \left\{ w : \bar{w}_1^0(d_m)\bar{w}_2^0(d_m) \leq w_-^T(d_m)w \leq -\bar{w}_1^0(d_m)\bar{w}_2^0(d_m) \right\},$$

$$\Pi_m^+ = \{w : -\bar{w}_1^0(d_m)\bar{w}_2^0(d_m) \leq w_+^T(d_m)w \leq \bar{w}_1^0(d_m)\bar{w}_2^0(d_m)\}. \quad (4.18)$$

В этих выражениях компоненты $\bar{w}_1^0(d_m)$, $\bar{w}_2^0(d_m)$ векторов $w_-(d_m)$ $w_+(d_m)$ получаются из (4.14), (4.15) заменой там величины d на d_m , определяемую следующим образом:

$$d_m = \text{Arg} \max_{\underline{d} \leq d \leq \bar{d}} 2\bar{w}_1^0(d)\bar{w}_2^0(d_m) / \|w_{\pm}(d)\|, \quad (4.19)$$

где $\underline{d} = 0,5k_1\bar{k}_2^{-1}$, $\bar{d} = 0,5k_1k_2^{-1}$. Запись вида (4.19) следует из анализа выражения (4.16) для $\Delta(d)$ – непрерывной функции от $d = 0,5k_1k_2^{-1}$ на замкнутом интервале $[\underline{d}, \bar{d}]$; при этом используется тот факт, что на величины k_1, k_2 , от которых зависит аргумент d в (4.16), наложены априорные ограничения (4.2).

Итак, по лемме для всех возможных значений k_1, k_2 , удовлетворяющих (4.2) и всех возможных начальных значений $w(0) \in \tilde{V}_1$ регулятор, квазиоптимальный по быстродействию, будет гарантировать попадание $w(t)$ в область $\tilde{\Omega}_0^m$, которая определяется выражениями (4.17) – (4.19). Тем не менее, в условиях нерегулярных помех ξ, ζ попадание вектора измеренных величин $w'(t)$ вовсе не гарантируется. Действительно, вполне возможна такая ситуация, когда $w(t)$ будет внутри области достижимости $\tilde{\Omega}_0^m$, а $w'(t)$ – вне ее. Между тем можно определить некоторую область $\tilde{\Omega}^m \supset \tilde{E}_0^m$ с минимально возможными размерами такую, что квазиоптимальный регулятор заведомо

обеспечивает попадание $w'(t)$ в $\tilde{\Omega}^m$ (именно этот факт используется далее для построения алгоритма адаптации). Нетрудно показать, что

$$\tilde{\Omega}^m = S^- \cap S^+, \quad (4.20)$$

где

$$S^- = \begin{cases} w: -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 + 2N_2 \sqrt{w_2}) \leq -\bar{w}_1^0 w_2^0 - N_1 \bar{w}_2^0 + N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ w: -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 - 2N_2 \sqrt{w_2}) \geq \bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 + N_1 \bar{w}_2^0 + N_2^2 \bar{w}_1^0; \end{cases}$$

$$S^+ = \begin{cases} w: \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 + 2N_2 \sqrt{w_2}) \leq \bar{w}_1^0 w_2^0 - N_1 \bar{w}_2^0 - N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ w: \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 - 2N_2 \sqrt{w_2}) \geq -\bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 + N_1 \bar{w}_2^0 - N_2^2 \bar{w}_1^0. \end{cases} \quad (4.21)$$

После того как определена область $\tilde{\Omega}^m$, можно приступить к формулировке алгоритма коррекции вектора c_n . Воспользуемся результатами п.3.1 и обозначим: t_n - момент времени, когда на очередном n -м шаге этого алгоритма вектор $w''(t)$ в первый раз пересекает линию переключения $c_{n-1}^T w = 0$, выстроенную на $(n-1)$ -м шаге алгоритма; $l(t_n)$ - общее число переключений к текущему моменту t_n времени, начиная с момента $t = 0$. Модифицируем предлагаемый в п.3.1 алгоритм коррекции неизвестного вектора c_n путем замены v' на v'' , область Ω на Ω^m , тогда алгоритм адаптации будет иметь вид

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } w''(T_n) \in \tilde{\Omega}^m, l(T_n) \leq 1; \\ \Pr_{\Xi} \{c_{n-1} + w''(t_n)\}, & \text{если } l(T_n) > 1, c_{n-1}^T w(t_n - 0) > 0 \text{ или если} \\ c_{n-1}^T w''(t_n - 0) < 0, l(T_n) \leq 1, w(T_n) \notin \tilde{\Omega}^m; & \\ \Pr_{\Xi} \{c_{n-1} - w''(t_n)\}, & \text{если } l(T_n) > 1, \hat{c}_{n-1}^T w''(t_n - 0) < 0 \text{ или если} \\ c_{n-1}^T w''(t_n - 0) > 0, l(T_n) \leq 1, w''(T_n) \notin \tilde{\Omega}^m. & \end{cases} \quad (4.22)$$

В этом алгоритме T_n — продолжительность перемещения $w'(t)$ от точки $w'(0)$ до точки $w'(T_n)$, когда впервые $w'(T_n) \in \tilde{\Omega}^m$; $\Pr_{\Xi}\{\cdot\}$ обозначает операцию проектирования вектора \hat{c} в область $\Xi = [1, +\infty) \times [\underline{c}, \bar{c}]$.

Как видно, для построения этого алгоритма снова понадобилось использование априорной информации о допустимых границах величины d , от которой в силу (4.8) зависят компоненты неизвестного вектора c ; реализация упомянутого алгоритма требует информации как о векторе $w''(t)$, так и о $w'(t)$.

2) при всех $t \geq T_n$ гарантируется попадание $w(t)$ в область $\tilde{\Omega}_1^m = S_1^- \cap S_2^+$, где

$$S^- = \begin{cases} w: -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 + 4N_2 \sqrt{w_2}) \leq -\bar{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \bar{w}_2^0 + 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ w: -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 - 4N_2 \sqrt{w_2}) \geq \bar{w}_1^0 w_2^0 + 2N_1 \bar{w}_2^0 + 4N_2^2 \bar{w}_1^0; \end{cases}$$

$$S^+ = \begin{cases} w: \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 + 4N_2 \sqrt{w_2}) \leq \bar{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \bar{w}_2^0 - 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ w: \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 - 4N_2 \sqrt{w_2}) \geq -\bar{w}_1^0 w_2^0 + 2N_1 \bar{w}_2^0 - 4N_2^2 \bar{w}_1^0. \end{cases}$$

Таким образом, на основе развития подхода, изложенного в п.3.1, предложен алгоритм синтеза адаптивного регулятора в условиях ограниченных помех. Основным отличием предлагаемого алгоритма от алгоритма п. 3.1 является наличие области достижимости, которая не может быть сколь угодно малой. Ее размеры должны быть согласованы с начальным состоянием объекта, уровнями помех и обеспечивать попадание изображающей точки в область достижимости при наличии только данных наблюдения.

4.1.3. Алгоритм обучения терминальному управлению II

К сожалению, алгоритм обучения распознаванию образов, рассмотренный в п. 4.1.1, основан на рекуррентных процедурах решения систем однородных неравенств [79, п.2.1.6°], обладающих довольно низкой скоростью сходимости. Рассмотрим иной алгоритм обучения принятию решений в адаптивной системе управления того же класса, позволяющий существенно сократить продолжительность процесса обучения для того же объекта, описываемого соотношениями (4.1)-(4.4).

Как и в п.4.1.1, потребуем синтеза алгоритма терминального управления, обеспечивающего на каждом очередном n -м цикле "испытаний" перевода вектора $w(t) = (x(t), y(t))^T$ из любого начального состояния $w_n(0) \in V_1 \subset \mathfrak{R}^2$ в область достижимости Ω за минимально возможное время в условиях априорной неопределенности относительно параметров объекта (4.1), выраженной в форме соотношения (4.2), и измерениях фазовых координат в форме (4.3).

Согласно [74, с.203] оптимальная разделяющая функция определяется выражением

$$f(c, w_n) = w_n^{(1)} + dw_n^{(2)}, \quad (4.23)$$

в котором $c^T = (1, d)$, где $d = 0,5k_1k_2$, а $w_n^{(1)} = x_n$, $w_n^{(2)} = y_n|y_n|$. Если теперь вместо оптимальной разделяющей функции (4.25) взять другую функцию $f(\hat{c}, w)$ такую, что $\hat{c}^T = (1, \hat{d})$, где $\hat{d} > d$, то, как следует из [74,

формула 9.126], после первого переключения $u_n(t)$ непременно возникает скользящий режим. Если же вторая компонента такова, что $\bar{d} < d$, то вектор $w_n^T = (w_n^{(1)}, w_n^{(2)})$ может не попасть в заданную область Ω с одним переключением $u_n(t)$. Это наводит на мысль о том, что если в результате испытания на n -м цикле после переключения знака управления $u_n(t)$ оказалось, что вектор $w''(t)$ не попал в область Ω , то величину d_{n-1} следует увеличить с таким расчетом, чтобы выполнить соотношение [159]

$$d_{n-1} < d_n < \bar{d}_{n-1} \leq \bar{d}, \quad (4.24)$$

где $\bar{d} = 0,5\bar{k}_1\bar{k}_2^{-1}$, \bar{d}_{n-1} — минимальное значение на множестве всех d_i ($1 \leq i \leq n-1$), таких, чтобы при $c_i = (1, d_i)$ появлялись скользящие режимы. Если же оказывается, что на n -м цикле возник скользящий режим, то величину d_{n-1} следует уменьшить надлежащим образом так, чтобы выполнялось соотношение

$$\underline{d} \leq \underline{d}_{n-1} < d_n < d_{n-1}, \quad (4.25)$$

в котором $\underline{d} = 0,5\underline{k}_1\underline{k}_2^{-1}$, \underline{d}_{n-1} — максимальное значение d_n на множестве всех d_i ($1 \leq i \leq n-1$), таких, что при $c_i = (1, d_i)$ отсутствовало попадание в область при одном переключении знака управления $u_n(t)$.

Пусть далее Ω обозначает область достижимости системы. В соответствии с методикой п. 3.1.1 определим Ω как пересечение областей

$$S_1^- [n] = \begin{cases} w: -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 + 4N_2 \sqrt{|w_2|}) \leq -\bar{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \bar{w}_2^0 + 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ -\bar{w}_2^0 w_1 - \bar{w}_1^0 (w_2 - 4N_2 \sqrt{|w_2|}) \geq \bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 + 2N_1 \bar{w}_2^0 + 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \end{cases} \quad (4.2)$$

6)

и

$$S_2^+ [n] = \begin{cases} w: \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 + 4N_2 \sqrt{|w_2|}) \leq \bar{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \bar{w}_2^0 - 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \\ \bar{w}_2^0 w_1 + \bar{w}_1^0 (w_2 - 4N_2 \sqrt{|w_2|}) \geq -\bar{w}_1^0 \bar{w}_2^0 + 2N_1 \bar{w}_2^0 - 4N_2^2 \bar{w}_1^0, \end{cases} \quad (4.27)$$

параметры, которых зависят от величин

$$\bar{w}_1^0(d_m) = \frac{\delta x_0 - \delta d_m y_0^2 + 4N_\xi d_m + 8N_\zeta d_m (d_m + \delta)(B - \delta)}{(2d_m + \delta)^2}, \quad (4.28)$$

$$\bar{w}_2^0(d_m) = \frac{\delta x_0 - \delta d_m y_0^2 + 2N_\xi d_m + 8N_\zeta (d_m + \delta)(B + \delta)}{d_m (2d_m + \delta)^2}, \quad (4.29)$$

где $B = +\sqrt{(2d_m + \delta)(d_m y_0^2 - x_0 + 2N_\xi) - 4d_m (d_m + \delta) N_\zeta^2}$, а

$$d_m = \text{Arg} \max_{d \leq d} 2\bar{w}_1^0(d) \bar{w}_2^0(d) ((\bar{w}_1^0(d))^2 + (\bar{w}_2^0(d))^2)^{-1/2}. \quad (4.30)$$

Для повышения скорости сходимости предлагается новый алгоритм обучения принятию решений вида (4.6), основанный на использовании следующей несложной идеи, вытекающей из [74, п.9.12]. Тогда предлагаемый алгоритм коррекции коэффициента d_n при $n \geq 2$ строится в форме следующих рекуррентных процедур:

$$d_n = d_{n-1}, \text{ если } l(T_n) = 1 \text{ и } |w_n''(t)| \in \Omega_{n-1}; \quad (4.31)$$

$$d_n = \frac{d_{n-1} + \bar{d}_{n-1}}{1 - d_{n-1} \bar{d}_{n-1} + \sqrt{(1 + (d_{n-1})^2)(1 + (\bar{d}_{n-1})^2)}},$$

если $l(T_n) \leq 1$, $|w''(t_n)| \notin \Omega_n$, $f(c_{n-1}, w''(t_n - 0)) > 0$ или

если $l(T_n) > 1$ и $f(c_{n-1}, w''(t_n-0)) < 0$;

$$(4.32)$$

$$d_n = \frac{d_{n-1} + \underline{d}_{n-1}}{1 - d_{n-1} \underline{d}_{n-1} + \sqrt{(1 + (d_{n-1})^2)(1 + (\underline{d}_{n-1})^2)}},$$

если $l(T_n) > 1$, $f(c_{n-1}, w''(t_n-0)) > 0$ или если $l(T_n) \leq 1$

и $|w''(T_n)| \notin \Omega_n, f(c_{n-1}, w''(t_n-0)) < 0$;

$$(4.33)$$

$$\bar{d}_n = \bar{d}_n, \underline{d}_n = \underline{d}_{n-1}, \quad \text{если } l(T_n) > 1; \quad (4.34)$$

$$\bar{d}_n = \bar{d}_{n-1}, \underline{d}_n = \underline{d}_n, \quad \text{если } l(T_n) \leq 1 \text{ и } w''(T_n) \notin \Omega_n; \quad (4.35)$$

$$\underline{d}_n = \underline{d}_{n-1}, \bar{d}_n = \bar{d}_{n-1}, \text{ если } w_n''(T_n) \in \Omega_n. \quad (4.36)$$

Нетрудно видеть, что алгоритм обучения (4.31)–(4.36) реализует соотношения (4.24), (4.25).

Анализ свойств разработанного алгоритма терминального управления позволил установить, что алгоритм адаптации, описываемый уравнениями (4.31)–(4.36), для любого начального $d_1 \in [\underline{d}, \bar{d}]$ и произвольного $w(0) \in V_1$ за некоторое конечное число шагов N^* позволяет найти такое d^* , что $d_n = d^* \equiv \text{const}$ для всех $n \geq N^*$, при котором обеспечивается квазиоптимальность алгоритма терминального управления.

4.1.4. Алгоритм обучения терминальному управлению системы с входным воздействием вида квадратичной функции

Особенностью решения рассмотренных выше задач есть неизменность входного воздействия, т.е. синтезированные выше алгоритмы предназначены для решения задачи стабилизации.

Рассмотрим теперь задачу синтеза адаптивной системы терминального управления, обеспечивающей отработку входного воздействия в виде квадратичной функции за минимально возможное время при отсутствии априорной информации о параметрах объекта, входного воздействия и наличии ограниченных шумов в каналах измерения, решение которой основывается на результатах работы [161].

Пусть имеется объект, заданный в виде уравнений состояния

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad \dot{x}_2(t) = ku(t), \quad (4.37)$$

Уравнения (4.37) совпадают с (4.1), если $k_1=1$, $k_2=k$. В отличие от задачи п. 4.1 предполагается, что на входе системы терминального управления имеется некоторое задающее воздействие $\alpha(t)$, которое представляет гладкую непрерывную функцию времени и может быть аппроксимировано функцией

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2, \quad (4.38)$$

где α_0 , α_1 , α_2 – в каждом отдельном процессе постоянные величины. Считается, что сигналы $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $\alpha(t)$, $d\alpha(t)/dt$, $d^2\alpha(t)/dt^2$ измеряются с помехами

$$x'_1(t) = x_1(t) + \xi_1(t), \quad x'_2(t) = x_2(t) + \xi_2(t), \quad (4.39)$$

$$\alpha'(t) = \alpha(t) + \zeta_1(t), \quad \dot{\alpha}'(t) = \dot{\alpha}(t) + \zeta_2(t), \quad \ddot{\alpha}'(t) = \ddot{\alpha}(t) + \zeta_3(t), \quad (4.40)$$

где $|\xi_1(t)| \leq N_1$, $|\xi_2(t)| \leq N_2$, $|\zeta_1(t)| \leq N_1$, $|\zeta_2(t)| \leq N_2$, $|\zeta_3(t)| \leq N_3$, уровни помех N_1 , N_2 , N_3 априори известны, причем уровни N_1 , N_2 , N_3 такие, что $N_1 \geq N_3$, $N_2 \geq N_3$.

Воздействие $\alpha(t)$ считается допустимым, если выполняется условие

$$\left| \frac{d^2 \alpha'(t)}{dt^2} \right| < k |u(t)| = M. \quad (4.41)$$

Условие (4.41) предполагает, что точка z способна "догнать" точку α .

Задача состоит в том, чтобы синтезировать следящую систему, воспроизводящую квадратичное воздействие $\alpha(t)$ для случая, когда параметры динамической системы (4.37) и задающего воздействия (4.38) неизвестны, в каналах измерения координат системы присутствуют помехи.

Рассмотрим неадаптивный вариант решения задачи. Сделаем предположение на некоторое время о том, что известно значение параметра $\hat{k} = k + \delta$ в уравнениях (4.37), где $\delta \geq 0$. Для этого случая вместо уравнений (4.37) воспользуемся уравнениями состояния относительно ошибки

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1(t) &= \theta_2(t), \\ \dot{\theta}_2(t) &= 2\alpha_2 - \hat{k}u(t), \\ (\theta_1(0), \theta_2(0)) &\in \mathfrak{R}^2, \\ (\theta_1(T), \theta_2(T)) &\in \Omega \subset \mathfrak{R}^2, \end{aligned} \quad (4.42)$$

где $\theta_1(t) = \theta(t) = \alpha(t) - \beta(t)$ – ошибка следящей системы, T – время регулирования, априори неизвестное, к которому предъявляется требование

минимальности; Ω - область достижимости, которая определяется далее.

Введем в рассмотрение вектор $v^T(t)=(v_1(t), v_2(t))$, $v(t) \in V$, где

$$V = \{(v_1, v_2) : v_1(0) \leq v_1 \leq \bar{v}_1(0), v_2(0) \leq v_2 \leq \bar{v}_2(0)\} \quad (4.43)$$

В интересах получения регулятора с минимальным временем регулирования закон управления (уравнение регулятора) следящей системы выберем в форме (4.6) с линейной функцией переключения вида (4.7), в котором $c^T=(c_1, c_2)$, $w=v''=(v''_1, v''_2)^T$ – векторы, компоненты которых определяются следующим образом:

$$\tilde{c}^{(i)} = \lambda(c^{(i)} - \delta_i). \quad (4.44)$$

Здесь $\lambda > 0$ – произвольное положительное число,

$$c_1 = \frac{M}{k} - \text{sign}(\theta_2), \quad c_2 = \frac{1}{2k}; \quad (4.45)$$

$$v_0''^{(1)} = -\theta_1'(0), \quad v_0''^{(2)} = -\theta_2'(0) |\theta_2'(0)|, \quad (4.46)$$

при $t=0$ и

$$v''(t) = \begin{cases} \theta'(t-0) - \Delta & \text{при } f(c^T, v''(t-0)) > 0, \\ \theta'(t-0) + \Delta & \text{при } f(c^T, v''(t-0)) < 0, \\ \theta'(t-0) & \text{при } f(c^T, v''(t-0)) = 0; \end{cases} \quad (4.47)$$

при $t > 0$, где $\Delta^T = (\Delta_1, \Delta_2)$;

$$\theta'_1(t) = \theta_1(t) + \chi_1(t), \quad \theta'_2(t) = \theta_2(t) + \chi_2(t), \quad (4.48)$$

где $|\chi_1(t)| \leq |\xi_1(t) + \zeta_1(t)| \leq 2N_1 = \Delta_1$, $|\chi_2(t)| \leq |\xi_2(t) + \zeta_2(t)| \leq 2N_2 = \Delta_2$.

Замечание 1. Время регулирования T считается минимально возможным, если регулятор, реализующий закон управления (4.6) имеет не более двух интервалов управления; область достижимости $\Omega \in \mathcal{V}(0)$ такая, что при $\delta \rightarrow 0$ и отсутствии шумов в каналах измерения $\text{diam } \Omega = 0$.

Наличие шумов в каналах измерения координат позволяет утверждать, что все точки $\nu(0)$ фазовой плоскости V будут переводиться в некоторую окрестность Ω , которая не может быть произвольно малой. Размеры этой области в значительной степени будут определяться уровнями шумов N_1, N_2, N_3 , величиной δ , а также зависят от начальных условий $\nu(0)$. Естественно предположить, что если $N_1 \rightarrow 0, N_2 \rightarrow 0, N_3 \rightarrow 0$ и $\delta \rightarrow 0$, то и $\Omega \rightarrow 0$.

Соотношение (4.47) совместно с (4.6) реализует своеобразную переключающую функцию $\text{sign}(c, \nu)$ с гистерезисом. "Ширина гистерезиса" выбрана так, чтобы обеспечить выполнение неравенства $2|\Delta_i| \geq \max_t |\chi_i(t)|$ ($i=1, 2$) на интервале $0 < t \leq T$. Введение гистерезиса в переключающую функцию необходимо для исключения ложных переключений управления $u(t)$ при движении вдоль линии переключения. Область Ω определяется объединением областей S^+, S^- , т.е. $\Omega = S^+ \cup S^-$, где

$$S^+ = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \leq 0, (\underline{w}(v(0)), w) \geq \underline{w}_1(v(0))\underline{w}_2(v(0)) \right\}, \quad (4.49)$$

$$S^- = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \geq 0, (\overline{w}(v(0)), w) \leq \overline{w}_1(v(0))\overline{w}_2(v(0)) \right\}. \quad (4.50)$$

В (4.49), (4.50) введены следующие обозначения $w^T = (w^{(1)}, w^{(2)})$, $\overline{w}^T = (\overline{w}_1, \overline{w}_2)$, $\underline{w}^T = (-\underline{w}_1, \underline{w}_2)$. Тогда компоненты векторов \underline{w} , \overline{w} с учетом (4.43) в силу (4.42) имеют вид

$$\underline{w}^{(1)} = -\Delta_1 + \frac{d_2 \Delta_2^2}{d_1''} - A^2 \frac{d_1'' \delta_1 + d_2 \delta_2}{d_1''(d_1'' + \delta_2)}, \quad (4.51)$$

$$\underline{w}^{(2)} = -\Delta_2 - \sqrt{A^2 \frac{d_2'' \delta_1 + d_2 \delta_2}{d_2(d_1'' + \delta_2)} + \frac{d_1''}{d_2}} \Delta_1, \quad (4.52)$$

$$\overline{w}^{(1)} = \Delta_1 + \frac{d_2}{d_1'} \Delta_2^2 - A^2 \frac{d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}{d_1'(d_1' - \delta_2)}, \quad (4.53)$$

$$\overline{w}^{(2)} = \Delta_2 + \sqrt{A^2 \frac{d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}{d_2(d_1' - \delta_2)} + \frac{d_1'}{d_2}} \Delta_1, \quad (4.54)$$

где A – решение уравнения $A^2 - 2lA + m = 0$, в котором для уравнений (4.51), (4.52) коэффициенты l, m имеют вид

$$l = \frac{\Delta_2 d_2 (d_1'' + \delta_2)}{2d_2 - d_1' \delta_1 + d_2 \delta_2}, \quad (4.55)$$

$$m = \frac{(d_1'' - \delta_2)[d_2(v_2(0) - \Delta_2^2) - d_1'(v_1(0) - \Delta_1)]}{2d_2 + d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}, \quad (4.56)$$

а для уравнений (4.53), (4.54)

$$l = -\frac{\Delta_2 d_2 (d_1' - \delta_2)}{d_1'' \delta_1 - d_2 \delta_2 - 2d_2}, \quad (4.57)$$

$$m = \frac{(d_1' - \delta_2)(d_1''(v_1(0) - \Delta_1) - d_2(v_2(0) - \Delta_2^2))}{d_1'' \delta_1 - d_2 \delta_2 - 2d_2}. \quad (4.58)$$

Замечание 2. В отличие от результатов п. 4.1.1, п. 4.1.2 область достижимости Ω , определяемая выражениями (4.49), (4.50), не является симметричной относительно начала координат, что связано с необходимостью "догона" встречной (область (4.52), (4.53)) или убегающей (область (4.53), (4.54)) точки $\alpha(t)$. Область Ω "стягивается" в начало координат при отсутствии шумов $\xi^{(i)}(t)$, $\zeta^{(i)}(t)$ и точном знании параметров $d^{(i)}$ в законе управления (4.6), т.е. при $\Delta_1 \rightarrow 0$, $\Delta_2 \rightarrow 0$ и $\delta \rightarrow 0$ область $\Omega \rightarrow 0$, как и должно быть.

Алгоритм адаптации. Предположим теперь, что параметр \hat{k} неизвестен. В этом случае закон управления будем строить по схеме (4.6) с учетом (4.44)-(4.47), заменяя в соответствующих выражениях неизвестный вектор \hat{c} его подходящей оценкой \hat{c}_n , которая определяется на каждом $(n-1)$ -м цикле перемещения вектора $v''(t)$ из начального $v''(0)$ в некоторое конечное положение.

Между тем, для построения алгоритма определения \hat{c}_n необходимо знание размера области Ω , определяемой параметрами \underline{w} , \bar{w} , которые априори неизвестны, поскольку неизвестен вектор c . Вторая проблема, которая сразу же возникает, если область Ω определена каким-

либо образом, это вопрос фиксации факта попадания (или не попадания) $v(t)$ в Ω , ведь вектор $v(t)$ недоступен для измерения.

Чтобы обойти упомянутые затруднения, попытаемся оценить наибольший размер области Ω_m при всех допустимых значениях d . В силу выражений (4.51)–(4.58) заключаем, что размер этой области находится как

$$\Omega_m = S_m^+ \cup S_m^-, \quad (4.59)$$

где параметры S_m^+ и S_m^- определяются с учетом границ области V , получаемых заменой в (4.49) и (4.50) значений $v(0)$ на $\underline{v}(0)$ или $\bar{v}(0)$:

$$S_m^+ = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \leq 0, (\underline{w}(\bar{v}(0)), w) \geq \underline{w}_1(\bar{v}(0))\underline{w}_2(\bar{v}(0)) \right\}, \quad (4.60)$$

$$S_m^- = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \geq 0, (\bar{w}(\underline{v}(0)), w) \leq \bar{w}_1(\underline{v}(0))\bar{w}_2(\underline{v}(0)) \right\}. \quad (4.61)$$

Следует заметить, что заключение о попадании точки $v''(t)$ в область Ω_m при любом максимальном размере Ω_m сделать невозможно, так как в Ω_m фиксируется не истинный вектор $v(t)$, а измеренный $v'(t)$. При этом вовсе не гарантируется существование такого случая, что вектор $v'(t)$ находится в области Ω_m , а вектор $v(t)$ вне ее при любом размере Ω_m .

Фиксацию попадания фазовой точки $v(t)$ в Ω_m будем регистрировать по факту наличия участка траектории в области Ω_m . Таким образом, если существуют такие моменты $t_i, t_{i+1}, t_{i+2}, \dots$, что $v'(t_i) \in \Omega_m, v'(t_{i+1}) \in \Omega_m, v'(t_{i+2}) \in \Omega_m, \dots$, то принимается решение о достижении объ-

ектом цели управления. Алгоритм адаптации строится в форме следующей рекуррентной процедуры (4.22).

Моделирование. Объект (4.37), коэффициент усиления которого $k=3$ c^{-2} , находится в начальном состоянии $v^T(0)=(-5, 0)$. В каналах измерения фазовых координат действуют помехи $\xi_1(t), \xi_2(t)$. Объект должен воспроизвести воздействие $\alpha(t)=t^2$ так, чтобы изображающая точка попала в область $S^+ \subset \Omega$, параметры области $S^+=(0,34, 1,07)$.

Произвольным образом выбраны начальные значения вектора c_0 , например, $c_0^T = (1,0, 1,0)$. Алгоритмом адаптации (4.22) за $n=13$ циклов испытаний получен вектор $c_{13}^T = (23,97, 2,37)$, при котором в следящей системе реализуется квазиоптимальный процесс.

Результаты моделирования показаны на рис. 4.2-4.4.

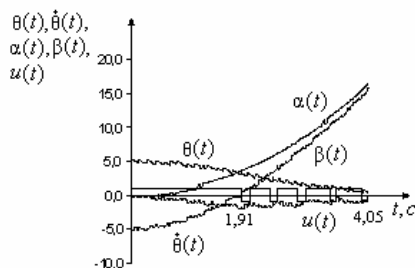


Рис. 4.2. Переменные $\alpha(t), \beta(t), \theta(t), \dot{\theta}(t)$ и управление $u(t)$ на первом цикле обучения

Рис. 4.2 показывает динамику системы во временной плоскости на первом, а рис. 4.3 – на последнем цикле испытаний. На рисунках использованы обозначения: $\theta(t)$ – ошибка следящей системы, $\dot{\theta}(t)$ – ее производная, $u(t)$ – управляющее воздействие, $\alpha(t)$ – задающее воздействие, $\beta(t)$ – выходная величина.

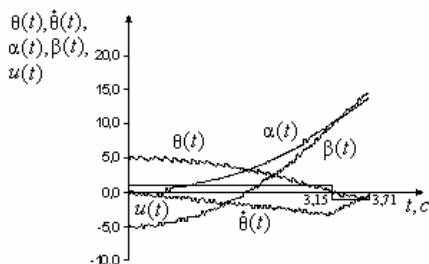


Рис. 4.3. Переменные $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $u(t)$ после окончания процесса адаптации

Из рис. 4.2 видно, что для воспроизведения воздействия $\alpha(t)$ с заданной точностью следящей системе при произвольно выбранном векторе c_0 понадобилось 10 интервалов управления $u(t)$, что привело к увеличению времени регулирования на 12 % (по сравнению с оптимальным). После выполнения алгоритма адаптации в следящей системе устанавливается квазиоптимальный по быстродействию процесс, т.е. заданная ошибка слежения, определяемая областью S^+ , устанавливается за два интервала управления (см. рис. 4.2), проигрыш во времени регулирования не превышает 2...4 %.

Сходимость алгоритма (4.22) оценивалась функцией

$$W_n = \sum_{i=1}^2 (\lambda c_{opt}^{(i)} - c_n^{(i)})^2, \quad (4.62)$$

где коэффициент $\lambda=10000$. Вид функции W_n показан на рис. 4.3, ее убывающий характер свидетельствует о сходимости процесса адаптации.

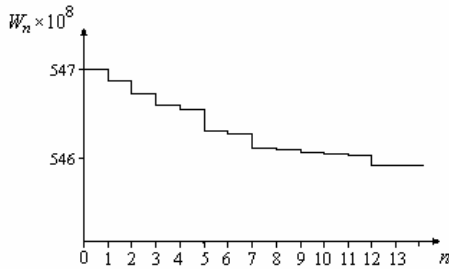


Рис. 4.4. Функция W_n

Таким образом, в рассматриваемой системе терминального управления получен квазиоптимальный переходный процесс после окончания процесса адаптации. Сходимость предлагаемого алгоритма адаптации существенно зависит от выбора начальной оценки вектора c_0 .

4.2 Алгоритмы обучения с разделяющей, нелинейной по параметрам

4.2.1 Алгоритм обучения терминальному управлению системы с инерционной частью

Рассмотрим задачу синтеза адаптивного регулятора, нелинейного по параметрам, для задач терминального управления объектом, представляющим собой последовательное соединение инерционного звена и интегратора, при наличии помех, ограниченных по уровню [54].

Пусть имеется объект, описываемый системой уравнений вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= k_1 x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -T^{-1} x_2(t) + k_2 T^{-1} u(t). \end{aligned} \tag{4.63}$$

В этих уравнениях $x_1(t)$ – выход системы; $x_2(t)$ – выход инерционного звена; $u(t)$ – управляющее воздействие, принимающее одно из двух возможных значений $+1$ или -1 ; k_1, k_2 – коэффициенты усиления, T – постоянная времени инерционного звена. Уравнения (4.63) аналогичны уравнениям (3.14) раздела 3. Предполагается, что переменные $x_1(t), x_2(t)$ измеряются с помехами; результаты измерения $x'_1(t), x'_2(t)$ этих переменных определяются как

$$\begin{aligned} x'_1(t) &= x_1(t) + \xi_1(t), \\ x'_2(t) &= x_2(t) + \xi_2(t). \end{aligned} \quad (4.64)$$

Здесь $\xi_1(t), \xi_2(t)$ – ограниченные помехи:

$$|\xi_1(t)| \leq N_1, \quad |\xi_2(t)| \leq N_2. \quad (4.65)$$

Считается, что уровни N_1, N_2 помех (4.65) априори известны.

Как и в п. 4.1, предполагаем, что параметры k_1, k_2, T системы (4.63) априори неизвестны, но известны их априорные оценки в форме $0 < \underline{k}_1 \leq k_1 \leq \bar{k}_1, 0 < \underline{k}_2 \leq k_2 \leq \bar{k}_2, 0 < \underline{T} \leq T \leq \bar{T}$. Тем самым считается заданной априорная ограниченная область

$$S = [\underline{k}_1, \bar{k}_1] \times [\underline{k}_2, \bar{k}_2] \times [\underline{T}, \bar{T}], \quad (0 \notin S), \quad (4.66)$$

которой принадлежат неизвестные параметры.

Введем в рассмотрение вектор $v = (x_1, x_2)^T$. Обозначим через V некоторую ограниченную область пространства векторов $\{v\} \subseteq \mathcal{R}^2$ такую,

что точка $(0, 0)$ является ее внутренней точкой. Пусть $v'(t) = (x_1'(t), x_2'(t))^T$ обозначает вектор измеряемых величин.

Построим алгоритм управления, который на основании информации о текущем векторе $v'_n(t)$ при n -ом испытании должен обеспечить перевод $v_n(t)$ из произвольной начальной точки $v(0) \in V$ в область Ω за минимально возможное время.

Как и в п. 4.1, закон управления динамической системой (4.63) при каждом n -м испытании выберем в форме (4.6) с функцией переключения (3.37), которая зависит от весового вектора $c_{n-1}^T = (c_{n-1}^{(1)}, c_{n-1}^{(2)}, c_{n-1}^{(3)})$, выстроенного посредством определенного алгоритма адаптации в конце предыдущего $(n-1)$ -го испытания, и вектора

$$v_n''(t) = \begin{cases} v_n'(t-0) - N & \text{при } f(d_{n-1}^T, v_{n-1}''(t-0)) > 0, \\ v_n'(t-0) + N & \text{при } f(d_{n-1}^T, v_{n-1}''(t-0)) < 0, \\ v_n(t-0) & \text{при } f(d_{n-1}^T, v_{n-1}''(t-0)) = 0; \end{cases} \quad (4.67)$$

при $t > 0$, где $N^T = (N_1, N_2)$. Функция $f(c_{n-1}, v)$ определяет текущее положение линии переключения в пространстве $\{v\} \subset \mathfrak{R}^2$.

Обратим внимание на то, что если компоненты $c^{(i)}$ известны, но в каналах измерения фазовых координат присутствуют шумы, или же компоненты $c^{(i)}$ неизвестны, то два интервала управления не гарантируется. Действительно, в силу (4.64), (3.77) даже в благоприятном случае, когда коэффициенты $c_{n-1}^{(1)}, c_{n-1}^{(2)}, c_{n-1}^{(3)}$ в уравнении (3.77) равны истинным значениям $c^{(1)}, c^{(2)}, c^{(3)}$, значение функции (3.77) после

первого переключения в условиях помех отличается на некоторую величину $\Delta f(c, v)$, а именно

$$f(c, v') = f(c, v) + \Delta f(c, v + \xi), \quad (4.68)$$

$$\Delta f(c, v + \xi) = -\xi_1 - c^{(1)}\xi_2 + c^{(2)}\text{sign}v'_2 \ln(1 + c_3 |\tilde{\xi}_2|), \quad (4.69)$$

где $\tilde{\xi}_2 = \xi_2(1 + c_3 |v'_2|)^{-1}$. Таким образом, наличие помехи приводит к нарушению равенства (3.77). После изменения знака $u(t)$ функция $f(c, v')$ может опять изменить знак на противоположный в зависимости от знаков компонентов помехи ξ_1, ξ_2 . Если же знак в (4.60) сохранится, вовсе не гарантируется, что в следующий момент функция $f(c, v')$ снова не поменяет знак, поэтому закон управления (4.6) без введения операции (4.67) не имеет двух интервалов управления.

Соотношение (4.67) совместно с (4.6) реализует своеобразную переключающую функцию $\text{sign}f(c, v)$ с гистерезисом. Введение гистерезиса в переключающую функцию позволяет исключить ложные переключения управления $u(t)$ при движении вдоль линии переключения. "Ширина гистерезиса" выбирается такой, чтобы обеспечить выполнение неравенства $2|\Delta_i| \geq \max_t |\xi_i(t)|$ ($i=1, 2$) на интервале $0 < t \leq T$.

Область достижимости Ω представляет собой круг

$$\Omega = \left\{ v \in \mathbb{R}^2 : \|v\| \leq r \right\} \quad (4.70)$$

с радиусом

$$r = N_1 + \hat{c}^{(1)}N_2 + \hat{c}^{(2)}\text{sign}(x_2(0)) \ln(1 + \hat{c}^{(3)}N_2). \quad (4.71)$$

Алгоритм адаптации. Для определения подходящих оценок c_{n-1} характеристической функции регулятора (4.68)

$$f(c_{n-1}, v_{n-1}^*) \equiv -v_{n-1}^{*(1)} - c_{n-1}^{(1)} v_{n-1}^{*(2)} + c_{n-1}^{(2)} \operatorname{sign} v_{n-1}^{*(2)} \ln(1 + c_{n-1}^{(3)} |v_{n-1}^{*(2)}|) = 0, \quad (4.72)$$

воспользуемся алгоритмом адаптации п. 3.2. С этой целью предварительно дадим оценку наибольшего допустимого радиуса $r=r_m$ области достижимости Ω для наиболее неблагоприятного случая возможного положения вектора параметров c (такая оценка необходима для реализации этого алгоритма). Следующий момент, который сразу же возникает после того, как область Ω определена, это фиксация попадания $v(t)$ в область Ω , ведь вектор $v(t)$ недоступен для измерения.

Оценим наибольшие размеры области $\tilde{\Omega}$ при всех допустимых значениях параметров уравнения (4.63), при которых удовлетворяются ограничения на параметры и обеспечивается гарантированное попадание точки $v(t)$ в область $\tilde{\Omega}$. В силу (4.71), (4.72) заключаем, что размеры этой области определяются радиусом r_m :

$$\tilde{\Omega} = \{v : \|v\| \leq r_m\}. \quad (4.73)$$

Из (4.72) следует

$$r_m = N_1 + \bar{c}^{(1)} N_2 + \bar{c}^{(2)} \operatorname{sign}(v_2(0)) \ln(1 + \bar{c}^{(3)} N_2).$$

С учетом (3.37) и (4.6) имеем

$$\bar{c}^{(1)} = \bar{T}k_1, \quad \bar{c}^{(2)} = \bar{T}k_1 \bar{k}_2, \quad \bar{c}^{(3)} = \bar{k}_2^{-1}.$$

Отсюда следует, что радиус

$$r_m = N_1 + \bar{T}\bar{k}_1 N_2 + \bar{N}\bar{k}_1 \bar{k}_2 \text{sign}(v_2(0)) \ln(1 + \bar{k}_2^{-1} N_2). \quad (4.74)$$

В условиях нерегулярных помех $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ нахождение точки $v(t)$ в области $\tilde{\Omega}$ по результатам измерения векторов $v'_1(t)$, $v'_2(t)$ не гарантируется. Вполне возможна такая ситуация, когда $v(t)$ будет внутри области достижимости $\tilde{\Omega}$, а $v'(t)$ – вне ее. В этом случае фиксацию вектора $v(t)$ предлагается проводить не результатам отдельных измерений векторов $v'_1(t)$, $v'_2(t)$, а по участку траектории, позиционирующемуся в области Ω . Если в процессе измерения обнаруживается факт наличия участка траектории в области $\tilde{\Omega}$, то в этом случае будем утверждать, что объект попал в $\tilde{\Omega}$. Таким образом, если существуют такие моменты $t_i, t_{i+1}, t_{i+2}, \dots$, что $v(t_i) \in \tilde{\Omega}$, $v(t_{i+1}) \in \tilde{\Omega}$, $v(t_{i+2}) \in \tilde{\Omega}$, то принимается решение о достижении объектом цели управления.

Алгоритм адаптации теперь может быть представлен в форме рекуррентной процедуры (3.39) с учетом измеряемого вектора (4.67).

Моделирование. Пусть объект имеет параметры $k_1=1$, $k_2=2$ c^{-2} , $T=0,2$ с. В каналах измерения координат x_1, x_2 действуют помехи одного уровня, т.е. $N_1=0,1$, $N_2=0,1$. Объект находится в состоянии $v_1(0)=(-1,5, 11)$, удовлетворяющем прямоугольнику $V=[-11,0, 11,0] \times [-11,0, 11,0]$, симметричному относительно начала координат, в область $\Omega=\{x: |x_1| \leq 0,1, |x_2| \leq 0,09\}$, что соответствует $r_m=0,332$.

Фиксированные значения параметров алгоритма адаптации устанавливались равными: $\alpha=0,01$, $\mu=0,01$. Устанавливается начальный вектор параметров алгоритма $c^T_0=(0,3, 1,1, 0,23)$ удовлетворяющий области $\Xi=[0,01, 0,08] \times [0,01, 3,2] \times [0,25, 1]$. Результаты испытаний

изображены на рис. 4.5-4.7. На рис. 4.5 показано изменение переменных $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при переводе объекта (4.63) из начального состояния $v(0)$ в область Ω . Из рис. 4.5 видно, что при первом испытании из-за отсутствия полной априорной информации о параметрах объекта знак первого интервала управления был определен неправильно, причем в момент $t=0,32$ с система перешла в скользящий режим.

Примечательно, что хотя изображающая точка и приближается к области достижимости Ω , но и после $n \geq 10$ числа переключений знака управляющего воздействия она не попадает в область Ω (см. рис. 4.6).

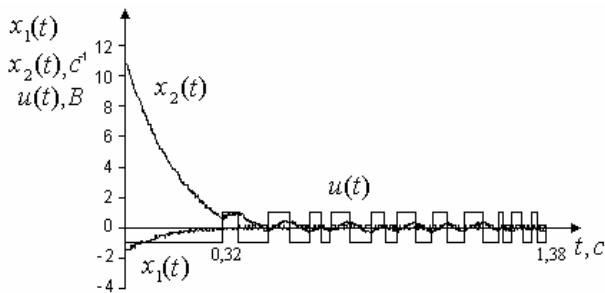


Рис. 4.5. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и управление $u(t)$ на первом цикле адаптации

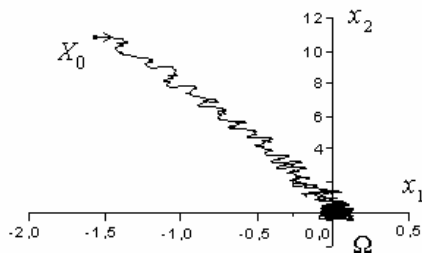


Рис. 4.6. Переменные x_1 , x_2 на первом испытании в фазовой плоскости

На рис. 4.7 показано движение системы после завершения процесса адаптации. Как видно из рис. 4.7, теперь уже изображающая точка $v_n(t)$ переходит из начального состояния $v_1(0)$ в область Ω с одним переключением знака управляющего воздействия $u(t)$, т.е. цель управления достигается.

В процессе действия алгоритма (3.39), (4.67) за $n=10$ получен вектор $c_{10}^T=(0,27; 1,05; 0,3)$, удовлетворяющий условию попадания точкой $v(t)$ в область Ω с одним переключением.

На рис. 4.8 изображена функция V_n , построенная в соответствии с выражением $V_n=\|c-c_n\|^2$ по результатам модельного эксперимента.

Оказалось, что функция V_n на интервале $n \in [0, 10]$ имеет убывающий характер, при этом процесс адаптации завершился за 11 шагов.

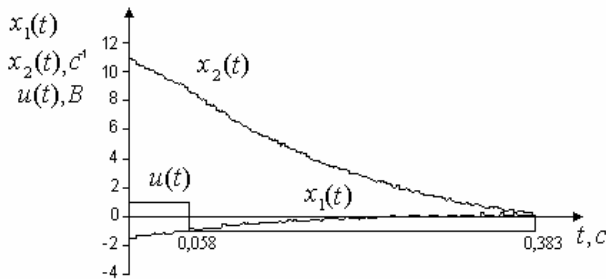


Рис. 4.7. Переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и управление $u(t)$ после окончания процесса адаптации

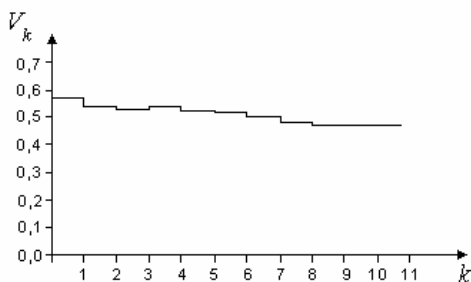


Рис. 4.8. Функция V_n

Проведенные исследования показывают, что если объект описывается дифференциальными уравнениями (4.63) с неизвестными параметрами, но известны априорные оценки множества их принадлежности (4.66), то при наличии ограниченных помех измерения существует возможность построения алгоритма адаптивного терминального управления, обеспечивающего после завершения этапа адаптации перевод объекта из любого начального состояния в область достижимости с одним переключением управляющего воздействия.

4.2.2. Алгоритм обучения терминальному управлению колебательной системы

Рассмотрим задачу управления колебательной системой с неизвестными параметрами в терминальной постановке. Характерной особенностью данной системы является возникновение при единичном воздействии незатухающих колебаний, обусловленных наличием кратных мнимых собственных значений матрицы коэффициентов системы [52, 162]. В отличие от других систем, число интервалов посто-

яинства управления здесь может быть больше порядка системы и определяется также начальными условиями.

Рассматривается математическая модель системы из п. 3.2.3 вида

$$\dot{x}(t) = \omega y(t), \quad \dot{y}(t) = -\omega x(t) + ku(t). \quad (4.75)$$

Отличительной особенностью задачи является предположение об измерении сигналов $x(t)$ и $y(t)$ с помехами:

$$x'(t) = x(t) + \xi(t), \quad y'(t) = y(t) + \zeta(t), \quad (4.76)$$

где $|\xi(t)| \leq N_\xi$, $|\zeta(t)| \leq N_\zeta$. Предполагается далее, что уровни помех N_ξ, N_ζ априори известны.

Напомним, что в пространстве $\{x(t), y(t)\} \subseteq V \in \mathfrak{R}^2$ движение объекта из начального состояния $\{x(0), y(0)\} \subseteq V \in \mathfrak{R}^2$ в конечное $\{0, 0\} \subseteq E \in \mathfrak{R}^2$ происходит по дугам полуокружностей с центрами $(-c, 0)$, $(c, 0)$ за время t_{opt} , при этом переключение знака управляющего воздействия осуществляется на кривой

$$F \equiv \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} F_+^j(v(t), c) \right] \cup \left[\bigcup_{j=0}^{\infty} F_-^j(v(t), c) \right] = F_+ \cup F_-, \quad (4.77)$$

где

$$F_+^j(v(t), c) \equiv -y(t) + \sqrt{|c^2 - (x(t) + (2j+1)c)^2|} = 0 \quad (4.78)$$

- дуги полуокружностей радиусом $c > 0$, расположенные выше оси x , с центрами в точках $(-2j-1, 0)$, $j=0, 1, 2, \dots$, а

$$F_-^j(v(t), c) \equiv -y(t) - \sqrt{|c^2 - (x(t) - (2j+1)c)^2|} = 0 \quad (4.79)$$

- дуги полуокружностей радиусом $c > 0$, расположенные ниже оси x , с центрами в точках $(2j+1, 0)$, $j=0, 1, 2, \dots$, $c=k/\omega$ – коэффициент.

Предположим на какое-то время, что коэффициенты k, ω в уравнении (4.79) априори известны. Выберем закон управления в форме соотношения (4.6) в котором $F(\tilde{c}, v''(t))$ – нелинейная функция вида (4.77)-(4.79) выполняет роль разделяющей функции в пространстве $\{x, y\} \in \mathfrak{R}^2$. В выражении (4.78) \tilde{c} – коэффициент, а $v=(x, y)^T$ – вектор, определяемые следующим образом:

$$\tilde{c} = (c + \delta). \quad (4.80)$$

Здесь $c > 0$, а δ — число, удовлетворяющее условию

$$0 \leq \delta < \underline{k}/\bar{\omega}, \quad (4.81)$$

где

$$v''(t) = \begin{cases} v'(t-0) - N_\xi & \text{при } F(\tilde{c}, v''(t-0)) > 0, \\ v'(t-0) + N_\xi & \text{при } F(\tilde{c}, v''(t-0)) < 0, \\ v''(t-0) & \text{при } F(\tilde{c}, v''(t-0)) = 0, \end{cases} \quad (4.82)$$

$$x''(0) = x'(0), \quad y''(0) = y'(0). \quad (4.83)$$

Задание вектора v'' в форме (4.82), позволяет реализовать попадание изображающей точки $v(t)$ в область \tilde{E} , целиком лежащую в круге s с центром в нуле пространства \mathfrak{R}^2 :

$$s = \{v \in \mathfrak{R}^2 : \|v\| \leq r\}, \quad (4.84)$$

где $r \geq 0$ – радиус этого круга, определяемый соотношением

$$\bar{r}^2(c) = \frac{4c^3 + \delta(G^2 + c^2)}{2c + \delta} - 2c \sqrt{\frac{2c^3 + \delta G^2}{2c + \delta} + A + A}, \quad (4.85)$$

в котором

$$A = N_2^2 + 2N_2 \sqrt{B} + 2N_1 \delta, \quad (4.86)$$

$$B = \frac{(G^2 - c^2)(9c^2 + 12c\delta + 4\delta^2 - G^2)}{4(2c + \delta)^2} + N_1 \frac{5c^2 - G^2 + 2\delta(3c + \delta)}{2c + \delta} - N_1^2 \quad (4.87)$$

$$G^2 = \begin{cases} (\bar{x}(0) + c + \delta)^2 + \bar{y}^2(0), & \text{если } F(\bar{c}, v''(t)) < 0, \\ (\bar{x}(0) - c - \delta)^2 + \bar{y}^2(0) & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (4.88)$$

Тогда при достаточно малом уровне шума N_ζ , согласованном с размерами области \tilde{V}_1 , таком, что $B > 0$ и $v(0) \notin \tilde{E}$:

а) регулятор (4.6), (4.77)–(4.83) обеспечивает перемещение вектора $v(t)$ из любого начального положения $v(0) \in \tilde{V}_1$ в область \tilde{E} ;

б) область \tilde{E} , определяемая выражением (4.84) совместно с (4.85) – (4.88), является “минимально возможной” областью достижимости (в том смысле, что регулятор (4.6), (4.77)–(4.83) не гарантирует попадание $v(t)$ из произвольного $v(0) \in \tilde{V}_1$ в любую другую область \tilde{E} такую, что $\tilde{E} \subset \tilde{E}$);

в) продолжительность перемещения $v(t)$ от $v(0)$ до пересечения с границей области \tilde{E} , ближайшей по направлению движения этого вектора, является минимально возможной.

Согласно лемме область \tilde{E} представляет собой не что иное, как отображение E в $\{v\}$, а регулятор (4.6), (4.77)–(4.83) является регулятором, терминального управления. Для иллюстрации принципа работы этого регулятора на рис. 4.9 изображено движение вектора $v(t)$ из начального положения $v(0) \in \tilde{V}_1$ в область \tilde{E} . Здесь же показаны возможные положения векторов $v(t)$, $v'(t-0)$, $v''(t-0)$ в момент переключения управления, когда $v''(t-0)$ как раз лежит на линии $F(\tilde{c}, v'') = 0$.

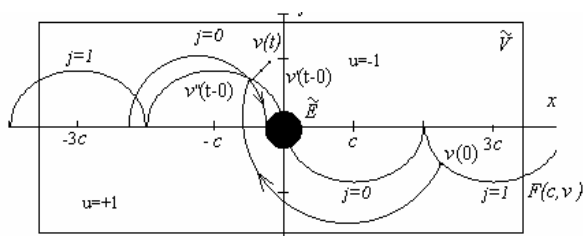


Рис. 4.9. Принцип регулирования колебательным объектом

Из леммы следует, что при “слишком высоком” уровне помех по каналу измерения переменной $y(t)$ работоспособность регулятора (4.6), (4.77)–(4.83) не гарантируется. Кроме того (и это существенно), даже когда коэффициенты k , ω в уравнениях (4.78), (4.79) известны, при наличии помех измерения область достижимости \tilde{E} не может быть назначена произвольно малой: в силу (4.85)–(4.88) размеры области \tilde{E} зависят как от уровней помех N_ξ , N_ζ , так и от величины $c=k/\omega$, связанной с коэффициентами k и ω , а также от параметров области \tilde{V} . Нетрудно видеть, что если $N_\xi=0$, $N_\zeta=0$, т.е. если помехи отсутствуют, то параметр \bar{r}^2 области \tilde{E} становятся такими же, как и в системе с регулятором, рассмотренным в п.3.2.3. Как и должно быть, $\bar{r}^2 \rightarrow 0$ при $\delta \rightarrow 0$, т.е. \tilde{E} стягивается в начало координат.

Алгоритм адаптивного управления. Предположим теперь, что коэффициенты k, ω неизвестны. В этом случае закон управления будем строить по схеме (4.6) с учетом (4.78), (4.79), заменяя в соответствующих выражениях неизвестный вектор \tilde{c} на подходящую его оценку \tilde{c}_{n-1} , которая определяется на каждом n -м цикле перемещения вектора $v(t)$ из начального $v(0)$ в некоторое его конечное положение. На первый взгляд может показаться, что для определения \tilde{c}_{n-1} можно немедленно воспользоваться алгоритмом адаптации, предложенным в п.3.2. В действительности же это не так. Дело в том, что реализация этого алгоритма требует знания области \tilde{E} . Между тем ее параметр r априори неизвестен, поскольку неизвестны коэффициенты k, ω , которыми он определяется (согласно (4.77)-(4.83)). Кроме того, даже если эта область \tilde{E} и была бы известна, то все равно оставалось бы неясным, каким образом можно зафиксировать сам факт попадания (или непопадания) $v(t)$ в \tilde{E} : ведь вектор $v(t)$ недоступен для измерения. (Согласно алгоритму п.3.2.3 определение вектора \tilde{c}_{n-1} предусматривает фиксацию такого факта.)

Чтобы обойти упомянутые затруднения, поступим следующим образом. Попытаемся оценить наибольшие размеры области \tilde{E} при всех допустимых значениях коэффициентов k, ω , удовлетворяющих наложенным ограничениям. В силу (4.85)–(4.88) определим максимальный размер \tilde{E} , зависящий от величины c . На основании (4.84) можно записать

$$\tilde{E}^m = s_m, \quad (4.89)$$

где

$$s_m = \{v \in \tilde{V}_1 : \|v\| \leq r_m\}. \quad (4.90)$$

В этом выражении величина $r_m=r(c_m)$ получается из (4.85)-(4.88) заменой там величины c на \bar{c} , определяемую так:

$$\bar{c} = \bar{k} / \underline{\omega}. \quad (4.91)$$

Запись вида (4.91) следует из анализа выражения (4.85) для $r(c)$ непрерывной функции от $c=k/\omega$ на замкнутом интервале $[\underline{c}, \bar{c}]$; при этом существенно используется тот факт, что величины k, ω , от которых зависит аргумент c в (4.85), ограничены их априорными оценками.

Итак, по лемме для всех возможных значений k, ω и всех возможных начальных значений $v(0) \in \tilde{V}_1$ регулятор с минимальным временем управления будет гарантировать попадание $v(t)$ в область \tilde{E}^m , которая определяется выражениями (4.86), (4.88). Тем не менее, в условиях нерегулярных помех ξ, ζ попадание вектора измеренных величин $v'(t)$ в эту область вовсе не гарантируется. Действительно, вполне возможна такая ситуация, когда $v(t)$ будет внутри области достижимости \tilde{E}^m , а $v'(t)$ – вне ее. Между тем можно определить некоторую область $\tilde{\Omega}^m \supset \tilde{E}^m$ с минимально возможными размерами такую, что квазиоптимальный регулятор заведомо обеспечивает попадание $v'(t)$ в $\tilde{\Omega}^m$ (именно этот факт используется далее для построения алгоритма адаптации). Нетрудно показать, что

$$\tilde{\Omega}^m = S = \{v \in \tilde{V} : \|v\| \leq R\}, \quad (4.92)$$

где

$$R^2 = r^2 + 3N_2^2 + 2N_1\delta + 2N_2(\sqrt{B} - \sqrt{B_1}) + 2c \left(\sqrt{\frac{2c^3 + G^2\delta}{2c + \delta}} + A - \sqrt{\frac{2c^3 + G^2\delta}{2c + \delta}} + A_1 \right) \quad (4.93)$$

$$B_1 = \frac{(G^2 - c^2)(9c^2 + 12c\delta + 4\delta^2 - G^2)}{4(2c + \delta)^2} + 2N_1 \frac{5c^2 - G^2 + 2\delta(3c + \delta)}{2c + \delta} - 4N_1^2, \quad (4.94)$$

$$A_1 = 4N_2^2 - 2N_2\sqrt{B_1} + 4N_1\delta, \quad (4.95)$$

а A, B, G – определяются выражениями (4.86), (4.87), (4.88) соответственно.

После того как определена область $\tilde{\Omega}^m$, можно уже приступить к формулировке алгоритма коррекции вектора c_n . В соответствии с подходом, рассмотренным в п.4.2.1, реализация алгоритма адаптации предусматривает запоминание координаты точки $v(t_n)$ пересечения в первый раз траектории движения с разделяющей поверхностью

$$F(v'', c_{n-1}) = 0$$

в некоторый момент $t=t_n$ и анализ результата завершения n -го цикла испытаний. В этом случае алгоритм адаптации строится в форме следующей рекуррентной процедуры, заимствованной из п.3.2.3:

$$c_n = \begin{cases} c_{n-1}, & \text{если } \|v''(t_n)\| \leq r, \quad v(t) \in \Omega, \quad N' \leq N; \\ \Pr_{\Xi} \left\{ c_n - \mu [g_{\varepsilon}(v'', c_{n-1}) - w_n] \frac{dF(v'', c)}{dc} \Big|_{(v''(t_n), c_{n-1})} \right\} & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4.96)$$

В этом алгоритме $v''^T = [v''_1, v''_2]$, $\mu \in \mathfrak{R}^+ \setminus \{0\}$ – параметр, который желательно брать достаточно малым; $\Pr_{\Xi}\{c'\}$ – проектор неизвестного

коэффициента $c' \in \mathfrak{X}$ на выпуклое множество $\Xi = [1, +\infty) \subset \mathfrak{X}$; функция $g_\varepsilon(z, c)$ и число w_n полностью аналогичны функции (3.40) и числу (3.41) п.3.2; $r > 0$, $\varepsilon > 0$ – некоторые наперед заданные достаточно малые числа, выбираемые конструктором.

Производная скалярной функции $F(v, c)$ по параметру c на основании (4.78), (4.79) определяется так:

$$\frac{\partial F(v, c)}{\partial c} = -\text{sign}v_1 \frac{|1 - (v_1 + \text{sign}v_1(2(N-1)+1)c)| (2(N-1)+1)}{\sqrt{|1 - (v_1 + \text{sign}v_1(2(N-1)+1)c)|^2}} \quad (4.97)$$

Алгоритм (4.96) представляет собой модификацию алгоритма обучения нелинейной классификации, предложенного в п.3.2.3. В отличие от алгоритма работы п. 3.2.3 здесь в закон управления введена функция нечувствительности, при которой закон управления приобрел гистерезисный характер.

Выражения (4.96), (4.97) с учетом (4.78), (4.79) определяют алгоритм адаптивного управления объектом (4.75) полностью (после задания начальных условий, определяемых коэффициентом $c \in \Xi$).

При построении алгоритма (4.6), (4.96), (4.97), (4.78), (4.79) использовано следующее положение.

Лемма. Для произвольной области достижимости Ω существует неединоточечное множество параметров $C \subset \mathfrak{X}$, включающее коэффициент c , такое, что при любом $c^* \in C$ закон управления

$$u_n(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } F_+(v(t-0), c^*) > 0, \\ -1, & \text{если } F_-(v(t-0), c^*) < 0, \\ u_n(t-0), & \text{если } F(v(t-0), c^*) = 0 \end{cases}$$

обеспечивает попадание коэффициента $c_n(t)$ в область Ξ с переключением $u_n(t)$ не более чем за $N=j+1$ раз на n -м цикле при произвольном ненулевом начальном векторе $v_n(0)$, где

$$j = \begin{cases} [m]-1, & \text{если } \{m\} = 0, \\ [m] & \text{в другом случае;} \end{cases} \quad \text{а} \quad m = \sqrt{(v_{10}^2 + v_{20}^2)} / 2c^* = [m] + \{m\}.$$

Здесь $[\cdot]$, $\{\cdot\}$ обозначают целую и дробную части m .

Моделирование. Рассматривается объект (4.75) с параметрами $k=1$, $\omega=5 \text{ c}^{-1}$, который перемещается из начального состояния $v^T(0)=(-0,6, 0)$ в область $\Omega=\{x: |x|\leq 0,13, y: |y|\leq 0,13\}$, т.е. $r=0,042$. В каналах измерения действуют помехи $|\xi(t)|\leq 0,1, |\zeta(t)|\leq 0,1$.

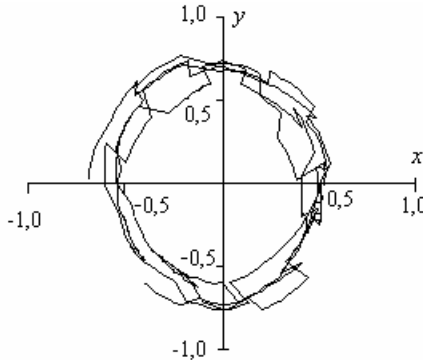


Рис. 4.10. Переменные x, y на первом цикле адаптации

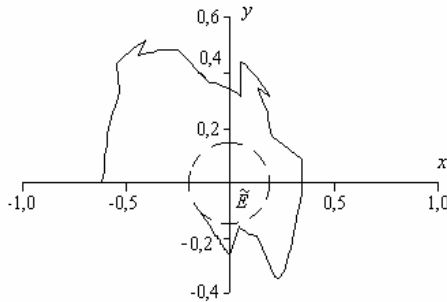


Рис. 4.11. Переменные x, y на последнем цикле адаптации

Установлены такие значения параметров алгоритма обучения: $\epsilon=0,01$, $\mu=0,01$. Начальное значение c_0 выбрано произвольным образом, $c_0^T = 1,8$. Результаты моделирования показаны на рис. 4.10-4.12. Рис. 4.10 иллюстрирует динамику объекта (4.75) в плоскости фазовых переменных x, y в течение 10 первых переключений управления при перемещении из начального состояния $v^T(0)=(-0,6, 0)$ на первом (рис. 4.10) и последнем (рис. 4.11) циклах испытания.

В процессе действия алгоритма (4.96), (4.97) за $n=210$ получен параметр $c_{210}^T = 0,248$, удовлетворяющий условию задачи терминального управления.

На рис. 4.12 изображено поведение системы во временной области, соответствующее рис. 4.11.

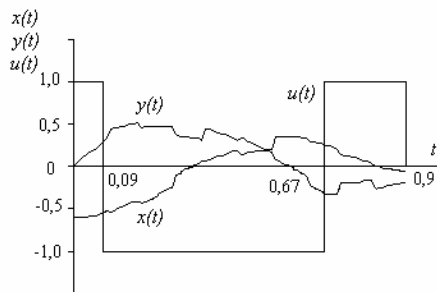


Рис. 4.12. Переменные $x(t)$, $y(t)$ на последнем цикле адаптации во временной плоскости

Сходимость алгоритма оценивалась с помощью функции

$$V_k = (c_{opt} - c_k)^2. \quad (4.98)$$

Вид функции V_k показан на рис. 4.13. Результаты моделирования свидетельствуют о работоспособности алгоритма адаптации.

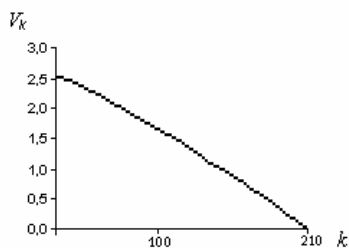


Рис. 4.13. Функция V_k

Таким образом, предложенный алгоритм адаптивного управления обеспечивает переходный процесс в системе с объектом, описываемым уравнением (4.75), при наличии ограниченных помех измерения и отвечает условиям терминального управления. В отличие от других

известных алгоритмов подобного типа в закон управления преднамеренно вводится своеобразная функция нечувствительности с гистерезисом. При построении этого алгоритма используется априорная информация о множестве принадлежности параметров объекта и уровнях помех.

4.3. Алгоритм обучения системы с запаздыванием

Известно, что запаздывание информации существенным образом изменяет динамику системы автоматического управления. В оптимальных по быстродействию системах терминального управления запаздывание приводит к автоколебательному режиму работы в окрестности цели управления, что является нежелательным. В свою очередь, наличие помех в каналах измерения координат также приводит к автоколебательному режиму, проявляющемуся в ложных переключениях, следствием которых является затягивание во времени процесса управления.

В случае, если параметры управляемого объекта известны, а помехи в системе отсутствуют, уменьшение отрицательного воздействия запаздывания на характер переходных процессов в системе может основываться на идее его компенсации. Суть идеи состоит в том, что линия переключений сигнала управления сдвигается противоположно движению изображающей точки так, чтобы расстояние от новой линии переключений до старой изображающая точка проходила за время запаздывания.

Если параметры системы неизвестны, то и пространственное положение линии переключений перестает быть известным, процесс

управления становится значительно затянутым во времени. Впервые строгое решение задачи управления объектом с двумя нулевыми полюсами при использовании адаптивного подхода было предложено в [145]. Математической основой используемых там методов являются алгоритмы решения бесконечных однородных рекуррентных неравенств. Однако этот метод оказывается совершенно непригодными для систем с инерционной линейной частью [148] и колебательным объектом [156], когда функция переключения зависит нелинейно от неизвестных параметров. Это характерно и для систем с запаздыванием.

Наличие ограниченных по уровню помех, имеющих место в каналах измерения координат, существенно усложняет задачу управления не только из-за наличия ложных переключений при движении вдоль линии переключения, но и ввиду увеличения амплитуды автоколебаний в окрестности области достижимости.

Рассмотрим задачу управления линейным скалярным минимально-фазовым объектом с неизвестными параметрами и произвольным запаздыванием управляющего воздействия и наличием помех в каналах измерения координат.

Пусть имеется динамическая система, описываемая системой дифференциальных уравнений [53]

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = k_2 x_2(t), \quad T \frac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = k_1 u(t - \tau). \quad (4.99)$$

Здесь $k_i > 0$ – коэффициент усиления элементов системы, $i=1,2$; T – постоянная времени, τ – произвольное запаздывание; $u(t) \in \{+1, -1\}$ поступает на вход регулятора с запаздыванием τ . Предполагается, что

параметры k_1, k_2, T, τ - априори неизвестны. Движение системы рассматривается в координатах x_1, x_2 , где x_1 – выходная величина, x_2 – выход инерционной части системы.

Предполагается далее, что вектор состояния $X(t)=[x_1(t), x_2(t)]^T$ системы измеряется с помехами

$$x'_1(t) = x_1(t) + \xi_1(t), \quad x'_2(t) = x_2(t) + \xi_2(t), \quad (4.100)$$

где $|\xi_1(t)| \leq N_1, |\xi_2(t)| \leq N_2$, уровни помех N_1, N_2 априори известны.

Обозначим через V некоторую ограниченную область пространства векторов $\{v\} \subseteq \mathfrak{R}^2$, содержащую начало координат такую, что

$$X(0) \in V = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2], \quad (4.101)$$

где $\underline{x}_i, \bar{x}_i$ - верхняя и нижняя границы области V соответственно. Определим область $\Omega \subset V$ такую, что $\Omega \in X(t_k)$, где t_k – время, после которого регулятор прекращает работу. Приемлемым управлением считается такое, которое обеспечивает перемещение объекта из начального состояния x_0 в конечное $x_k \in \Omega$ с переключением управляющего воздействия не более одного раза. На рис. 4.14 показаны возможные фазовые траектории объекта при различных разделяющих функциях: траектория 1 – объект переводится из начального состояния x_0 в конечное $x(t_k) \in \Omega$ с однократным переключением знака управления; 2 – объект переводится из начального состояния x''_0 в конечное $x(t_k) \in \Omega$ в скользящем режиме; 3 – объект переводится из начального состояния x'_0 в конечное $x(t_k) \in \Omega$ за установленное

число переключений знака управления и не попадает в область Ω ; $f(\gamma; x)$ – разделяющая функция для объекта с известными параметрами без

запаздывания, $\tau=0$, помехи в каналах измерения координат отсутствуют, $\xi_i(t)=0$; $f(\gamma; x, \tau)$ – разделяющая для объекта с известными параметрами и запаздыванием $\tau \neq 0$, $\tau = \tau^*$, $\tau' > \tau$, $\tau'' < \tau$.

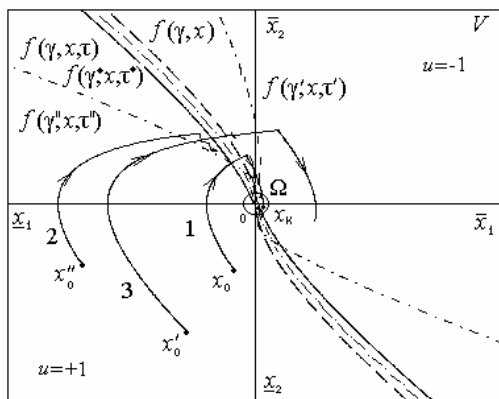


Рис. 4.14 – Фазовые траектории системы с запаздыванием

Закон управления (уравнение регулятора) системой (4.103) выберем в форме (4.6), в котором $f(\cdot) = f_+(\cdot) \cup f_-(\cdot)$ – функция переключения сигнала управления, заданная в пространстве \mathfrak{R}^2 , имеет вид

$$f_+(d, X(t)) = \begin{cases} -x_1 - d_1 x_2 - d_2 \ln(-d_3 x_2 + 1) = 0, & \text{если } x_1 \geq d_2 \ln \frac{3 - 2d_4}{(2 - d_4)^2}, \\ -x_1 - d_1 x_2 + d_2 \ln \left[\frac{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}{(2 - d_4)^2} \right] = 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (4.102)$$

$$f_-(d, X(t)) = \begin{cases} -x_1 - d_1 x_2 + d_2 \ln(d_3 x_2 + 1) = 0, & \text{если } x_1 \leq d_2 \ln \frac{3 - 2d_4}{(2 - d_4)^2}, \\ -x_1 - d_1 x_2 + d_2 \ln \left[\frac{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}{(2 - d_4)^2} \right] = 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (4.103)$$

где $d^T = (d_1, d_2, d_3, d_4)$ – вектор с координатами

$$d_1 = k_2 T, \quad d_2 = k_1 k_2 T, \quad d_3 = k_1^{-1}, \quad d_4 = \exp(-\tau/T). \quad (4.104)$$

Функции (4.102), (4.103) не имеют общей точки в начале координат, пересекают разделяющую линию без учета запаздывания в точках $x_1(\tau), x_2(\tau)$ при $u(t)=+1$ и $u(t)=-1$ соответственно, при $\tau=0$ (т.е. при $d_4=0$) полностью совпадают с разделяющей линией, как и должно быть. Линии (4.102), (4.103) сдвинуты относительно разделяющей линии при $\tau=0$ противоположно движению фазовой точки. Переключение знака $u(t)$ происходит при пересечении фазовой траекторией объекта линий (4.102), (4.103), однако $u(t)$ сохраняет свою величину и знак в течение времени $t=\tau$ вследствие запаздывания сигнала управления на величину τ . Линии (4.102), (4.103) могут быть получены по известному уравнению линии переключения без учета запаздывания и значениям фазовых координат, отстоящих от начала координат на величину запаздывания τ .

Очевидно, что закон управления (4.6) с разделяющей функцией (4.102), (4.103) формирует управляющее воздействие в соответствии с теоремой об n интервалах и имеет не более чем два интервала управления, если

$$|x_1| > d_2 \ln \frac{3 - 2e^{-d_4}}{(2 - e^{-d_4})^2}. \quad (4.105)$$

В случае, если условие (4.105) не выполняется, то два интервала управления не гарантируется. Следует отметить, что в окрестности начала координат, при практической реализации закона управления (4.6) избежать автоколебательного процесса в окрестности области цели не удастся. Тогда под оптимальным процессом понимаем процесс установления автоколебаний минимальной амплитуды, в которой система переходит за минимальное время. В этом случае область Ω определяется фазовыми траекториями, по которым система неминуемо перейдет в режим автоколебаний с минимальной амплитудой, а именно:

$$\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-, \quad (4.106)$$

где

$$\Omega^+ = \left\{ (x_1, x_2) : -d_1 x_2 - d_2 T \ln \left[\frac{(-d_3 x_2 + 1)(2 - d_4)^2}{3 - 2d_4} \right] \leq x_1 \leq 0 \right\}, \quad (4.107)$$

$$\Omega^- = \left\{ (x_1, x_2) : 0 \leq x_1 \leq -d_1 x_2 + d_2 T \ln \left[\frac{(d_3 x_2 + 1)(2 - d_4)^2}{3 - 2d_4} \right] \right\}. \quad (4.108)$$

Предположим далее, что в каналах измерения фазовых координат действуют помехи, определяемые выражениями (4.100). Тогда в законе управления (4.6) в качестве функций переключения (4.102), (4.105) используем функции $f_+(d, v(t))$, $f_-(d, v(t))$, получаемые прямой

заменой в (4.6) координат фазового вектора $X(t)$ на новый вектор $v(t)$, координаты которого $v_1(t)$, $v_2(t)$ связаны с координатами $x_1(t)$, $x_2(t)$ соотношениями (при $t > 0$)

$$v(t) = \begin{cases} X(t-0) - \Delta & \text{при } f_+(d^T, v(t-0)) > 0, \\ X(t-0) + \Delta & \text{при } f_-(d^T, v(t-0)) < 0, \\ X(t-0) & \text{при } f_+(\cdot) = 0, f_-(\cdot) = 0, \end{cases} \quad (4.109)$$

$$v_0^{(1)} = x_1(0), \quad v_0^{(2)} = x_2(0), \quad (4.110)$$

где $\Delta^T = (N_1, N_2)$. Данное преобразование координат совместно с (4.6) позволяет исключить "ложные" переключения сигнала управления при движении вдоль линии переключения. При этом все точки $v(0)$ фазовой плоскости V будут переводиться в некоторую область $\Omega' \in \mathbb{R}^2$ такую, что $\Omega' \subset \Omega$. Размеры области Ω' в значительной степени будут определяться уровнями шумов N_1, N_2 , начальными условиями $v(0)$. Естественно предположить, что если $N_1 \rightarrow 0, N_2 \rightarrow 0$, то и $\Omega' \rightarrow \Omega$.

Сделанные выше утверждения позволяют определить закон управления динамической системой вида (4.99), когда вектор d известен приближенно, т.е.

$$\tilde{d}_1 = d_1 + \delta_1, \quad \tilde{d}_2 = d_2 + \delta_2, \quad \tilde{d}_3 = d_3 + \delta_3, \quad \tilde{d}_4 = d_4 + \delta_4, \quad (4.111)$$

где $\delta_i \geq 0$. Тогда функции переключения (4.102), (4.103) в законе управления (4.6) в силу (4.111) могут быть записаны в виде

$$f_+(\tilde{d}, v(t)) = \begin{cases} -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 - \tilde{d}_2 \ln(-\tilde{d}_3 v_2 + 1) = 0, & \text{если } v_1 \geq \tilde{d}_2 \ln \frac{(2 - \tilde{d}_4)^2}{3 - 2\tilde{d}_4}, \\ -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln \left[\frac{\tilde{d}_3 v_2 - 2\tilde{d}_4 + 3}{(2 - \tilde{d}_4)^2} \right] = 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (4.112)$$

$$f_-(\tilde{d}, v(t)) = \begin{cases} -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln(\tilde{d}_3 v_2 + 1) = 0, & \text{если } v_1 \leq \tilde{d}_2 \ln \frac{(2 - \tilde{d}_4)^2}{3 - 2\tilde{d}_4}, \\ -v_1 - \tilde{d}_1 v_2 + \tilde{d}_2 \ln \left[\frac{\tilde{d}_3 v_2 - 2\tilde{d}_4 + 3}{(2 - \tilde{d}_4)^2} \right] = 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4.113)$$

Область Ω' также может быть получена заменой векторов параметров d и координат x области Ω , определяемой выражениями (4.106)-(4.108), на векторы \tilde{d} и v соответственно. Тогда алгоритм адаптации может быть записан в виде

$$d_n = \begin{cases} d_{n-1}, & \text{если } \|X(t_n)\| \leq \Delta \text{ или если вектор } X(t) \\ \text{попадает в область } \Omega \text{ с одним переключением } u(t); \\ \text{Pr}_{\Xi} \{d_n - \mu[g_{\varepsilon}(X(t_n), d_{n-1}) - w_n] \text{grad}_d f(d_{n-1}, X(t_n))\} & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4.114)$$

В этом алгоритме $\mu > 0$ – настроечный параметр, который выбирается по возможности малым; $\text{Pr}_{\Xi}\{d\}$ – проектор произвольного вектора $d \in \mathfrak{R}^4$ на выпуклое множество $\Xi = [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, d_1/d_2] \times [0, 1, 5) \subset \mathfrak{R}^4$,

$$g_{\varepsilon}(x, d) = \frac{2}{\pi} \text{arctg} \frac{f(x, d)}{\varepsilon}; \quad (4.115)$$

$$w_n = \begin{cases} +1, & \text{если возникает скользящий режим,} \\ -1, & \text{если при одном переключении } u(t) \\ & \text{вектор } x(t) \text{ не попадает в } \Omega; \end{cases} \quad (4.116)$$

$\Delta > 0$, $\varepsilon > 0$ – некоторые заданные достаточно малые числа, которые выбираются конструктором, компоненты вектора градиента для (4.113)

$$\frac{\partial f(d, X(t))}{\partial d_1} = -x_2, \quad \frac{\partial f(d, X(t))}{\partial d_2} = \ln \frac{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}{(2 - d_4)^2}, \quad (4.117)$$

$$\frac{\partial f(d, X(t))}{\partial d_3} = \frac{d_2 x_2}{d_3 x_2 - 2d_4 + 3}, \quad \frac{\partial f(d, X(t))}{\partial d_4} = \frac{2d_2(1 - d_4 + d_3 x_2)}{(d_3 x_2 - 2d_4 + 3)(2 - d_4)}. \quad (4.118)$$

Алгоритм (4.114)–(4.118) определяет алгоритм обучения терминальному управлению динамической системы с запаздыванием (4.99) полностью (после задания начальных условий, определяемых вектором $d_0 \in \Xi$).

Моделирование. Исследование свойств сходимости алгоритма адаптации проводилось для объекта (4.99) с параметрами $k_1=4,25 \text{ c}^{-1}$, $k_2=1$, $T=0,625 \text{ c}$, $\tau=0,1 \text{ c}$. Установлено, что закон управления (4.6) переводит объект из начального состояния $X(0)=(-1, 0)$ в начало координат за два интервала управления, вектор параметров функций (4.111), (4.112) $d_{opt}=(0,625, 2,656, 0,235, 0,923)$. Перевод $X(0)$ в область достижимости Ω , определяемую как $\Omega = \{X: |x_1| \leq 0,29, |x_2| \leq 0,19\}$ при уровнях помех в каналах измерения $N_1=0,1$, $N_2=0,1$ происходит за два интервала управления, время $t^*=0,84 \text{ c}$ является оптимальным.

Эксперименты проводились с произвольным вектором параметров d_0 и начальным состоянием $X(0)$.

Параметры алгоритма адаптации (4.113) ϵ , μ и Δ выбирались равными $\epsilon=0,01$, $\mu=0,01$, $\Delta=0,01$. Например, для случая, когда $d_0^T=(1,2, 4,0, 0,3, 1,2)$ и $X_0^T=(-1, 0)$ в процессе адаптации на $n = 23$ шаге испытаний получен вектор $d_{23}^T=(0,653, 4,139, 0,123, 1,143)$, обеспечивающий перевод X_0^T в область Ω за два интервала управления, время перевода $t_{23}=0,91$ с удовлетворяет задаче исследования. Результаты процесса адаптации изображены на рис. 4.15, 4.16, где на рис. 4.15 показана траектория объекта в плоскости $\{x_1, x_2\}$ на первом цикле адаптации с вектором γ_0 , а на рис. 4.16 на последнем цикле адаптации с вектором d_{23} . В качестве критерия сходимости алгоритма адаптации выбрана функция

$$V_n = \sum_{i=1}^4 (d_n^{(i)} - d_{opt}^{(i)})^2. \quad (4.119)$$

График этой функции показан на рис. 4.17.

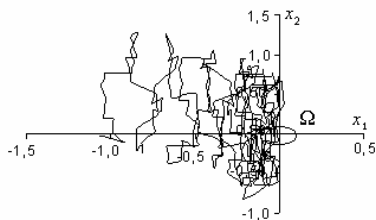


Рис. 4.15. Фазовая траектория объекта на первом цикле адаптации

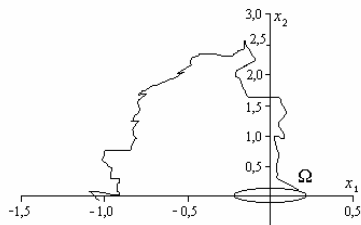


Рис. 4.16. Фазовая траектория на последнем цикле адаптации

Полученный в процессе эксперимента монотонно убывающий характер функции V_n , свидетельствует о сходимости процесса адаптации.

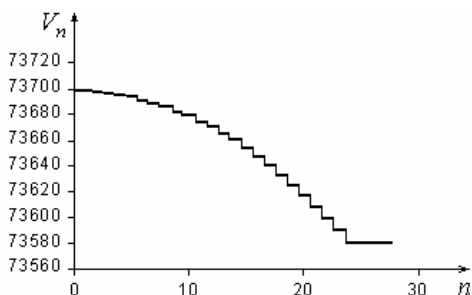


Рис. 4.17. Функция V_n

Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет синтезировать регулятор в системе с неизвестным запаздыванием и наличием ограниченных шумов в каналах измерения фазовых координат, обеспечивающий квазиоптимальное быстродействие в системе после окончания процесса адаптации (основной результат). Сдвиг линии переключения в пространстве фазовых переменных динамической системы зависит от времени запаздывания и уровней шумов в каналах измерения координат. При попадании фазовой траектории объекта в область достижимости управление должно быть выключено. В отличие от известных методов синтеза квазиоптимальных по быстродействию систем в рассматриваемом подходе учитываются противоположные сдвиги линии, вызванные, с одной стороны, запаздыванием, а с другой стороны помехами, предлагается способ оценки области достижимости.

ГЛАВА 5

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ В ИНТЕРЕСАХ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1. Метод точечного оценивания в задачах терминального управления

5.1.1. Идея метода

Рассмотрим вначале возможность уточнения параметров поверхности переключения с использованием метода *точечного оценивания*. На первый взгляд может показаться, что прямой надобности в обучении распознаванию двух классов ситуаций, вообще говоря, нет: ведь вектор s , входящий в уравнение неизвестной поверхности переключения, в явном виде зависит от некоторого вектора β параметров динамической системы, которые априори точно неизвестны. Поэтому подходящие их оценки можно было бы попытаться найти, применив процедуры идентификации математической модели динамической системы и использовать их в задаче терминального управления.

Известны методы точечного [79] и множественного [48, 49] оценивания параметров. При точечном оценивании в конце каждого n -го цикла испытания уточняют единственную оценку неизвестного вектора параметров системы β , тогда как при множественном оценивании удастся уточнить некоторую область B допустимых значений этих оценок.

В последнее время существенное развитие получили методы оценивания неизвестных параметров при решении задач идентификации в дискретном времени [48, 49, 79, 165]. Для реализации упомянутых методов должна быть введена операция принудительной дискретизации по времени выходной величины $x(t)$ и ее $(N-1)$ производных по времени t с некоторым постоянным периодом T (тактом), как это показано на рис. 5.1.

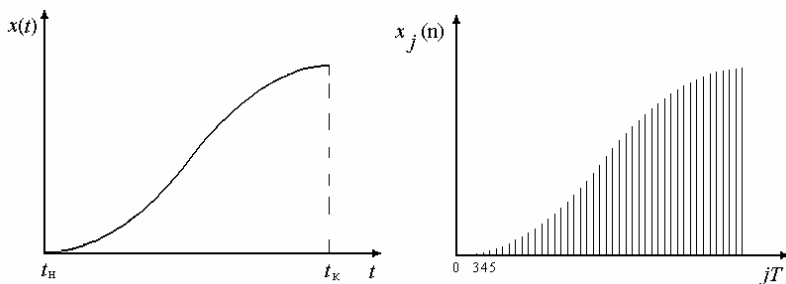


Рис. 5.1. Дискретизация выходной величины

Схематически процесс формирования априорных оценок методом точечной идентификации при управлении динамической системой изображен на рис. 5.2.

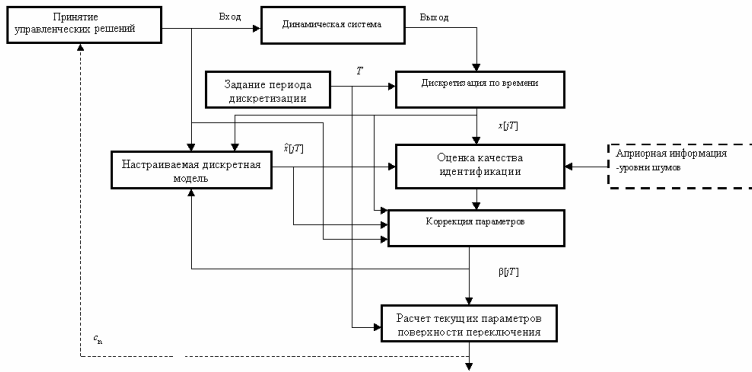


Рис. 5.2. Схема терминального управления при точечном оценивании

В соответствии с этой схемой при каждом n -м испытании производится квантование выходного сигнала динамической системы $x(t)$ и его производных по времени с постоянным периодом $T \ll T_n$, где T_n – длительность процесса управления динамической системы. Далее на каждом такте T осуществляется оценка состояния выхода $x_j = x[jT]$ динамической системы по ее модели, записанной в разностной форме Эйлера

$$\hat{x}_j = x_{j-1} + Tf(x_{j-1}, u_j, \beta_j, j), \quad (5.1)$$

где $f(\cdot)$ – некоторая линейная функция, коэффициенты которой представляют составляющие текущего вектора β_j . Результат прогноза \hat{x}_j периодически сравнивается с действительным значением выхода x_j системы в соответствующий дискретный момент времени $t=jT$. В том случае, когда разность $(\hat{x}_j - x_j)$ не превышает по модулю установленный порог ϵ , точечная оценка β_{j-1} , найденная на предыдущем $(j-1)$ -

м такте, остается неизменной $\beta_j = \beta_{j-1}$. В противном случае осуществляется коррекция вектора β параметров модели по классическим алгоритмам типа "полоска", которые в символической форме могут быть представлены следующим образом [79, п.2.1.3°]:

$$\beta_j(n) = \left\langle \left| \hat{x}_j - x_j \right| \leq \varepsilon \right\rangle (\beta_{j-1}(n)). \quad (5.2)$$

При построении такой схемы непременно должны быть учтены погрешности измерений, вносимых датчиками и аналого-цифровыми преобразователями. Уточненная оценка β_j , найденная по алгоритму (5.2), на каждом j -м такте используется для настройки параметров дискретной модели. По информации о параметрах модели (5.1), получаемых в конце каждого n -го испытания, не прибегая к процедуре обучения, появляется принципиальная возможность корректировки положения поверхности переключения. Для этого достаточно произвести перерасчет вектора c по тому вектору $\beta_j(n)$, который был найден в конце n -го цикла обучения. При таком перерасчете требуется дополнительная информация о длительности такта T . На рис. 5.3 изображен процесс идентификации дискретной модели, реализующей алгоритм точечного оценивания (5.2), на примере трех последовательных испытаний продолжительностью $T_{п1}$, $T_{п2}$, $T_{п3}$.

Важнейшей особенностью описанного процесса идентификации является то, что если имеется априорная информация об уровнях шумов в каналах измерения, то независимо от выбора начальной точечной оценки β_0 процесс идентификации обязательно завершается за конечное число

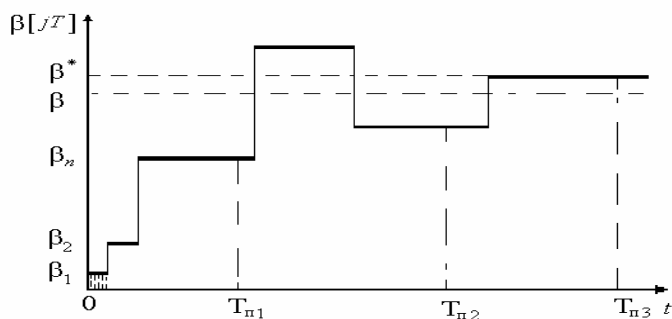


Рис. 5.3. Процесс идентификации дискретной модели

тактов. При этом на каждом шаге, когда происходит коррекция, ошибка идентификации $\|\hat{x}_j - x_j\|$ заведомо уменьшается. Тем не менее, совершенно не гарантируется, что $\hat{\beta}_j$ непременно сходится к β , поскольку в общем случае при наличии нерегулярных шумов точная идентификация принципиально невозможна [79, с. 238, 48, с. 91]. Принципиальная трудность, которая возникает в этом случае, заключается в том, что если помеха (шум) принадлежит к классу так называемых нерегулярных нестохастических внешних воздействий, то точное оценивание вектора фазовых переменных не представляется возможным. Действительно, такое оценивание потребовало бы получения точных оценок неизвестных параметров объекта (по крайней мере в асимптотике). Это означает, что процесс идентификации "замораживается" на некотором $\beta^* \neq \beta$ (см. рис. 5.3). В результате поверхность переключения, параметры которой пересчитываются по β^* , может в конечном итоге занять положение, существенно отличающееся от оптимального. При этом вовсе не исключено, что возникнет такая ситуация, когда $\beta^* > \beta$, как это показано на рис. 5.3.

При этом каждый раз после первого изменения знака управляющего воздействия всегда будет возникать скользящий режим. А это может быть крайне нежелательным. Поэтому хотя процедура точечной идентификации по алгоритму (5.2) может сходиться, вообще говоря, значительно быстрее, нежели процедура обучения распознаванию образов, тем не менее, она сама по себе не способна решить задачу терминального управления в условиях параметрической неопределенности.

5.2. Метод множественного оценивания параметров

Альтернативный подход к идентификации математической модели динамической системы дает метод *множественного оценивания* [48, 49]. В соответствии с этим методом на основании данных измерений, полученных на каждом j -м цикле, определяется не одна точечная оценка β_j , а некоторое множество допустимых оценок

$$B_j = \left[\underline{\beta}_j^1, \bar{\beta}_j^1 \right] \times \dots \times \left[\underline{\beta}_j^N, \bar{\beta}_j^N \right],$$

к которому непременно принадлежит N -мерный вектор параметров β . Известно [79], что если имеется априорная информация об уровне v помех, то при заданной структуре модели динамической системы границы $\underline{\beta}_j^i$ и $\bar{\beta}_j^i$ каждого i -го интервала $[\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i]$ на любом j -м такте в принципе всегда могут быть найдены. Поскольку же заведомо

$\beta^i \in [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i]$, где β^i – i -я компонента неизвестного β , то отсюда следует, что j -е пересечение интервалов

$$\Xi_j^i = [\underline{\beta}_0^i, \bar{\beta}_0^i] \cap \dots \cap [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i] \quad (i=1, \dots, N) \quad (5.3)$$

будет содержать эту компоненту β^i . На основании (5.3) заключаем, что

$$\beta \in \Xi_j^1 \times \dots \times \Xi_j^N$$

на любом j -м такте.

Последовательное определение границ $\underline{\beta}_j^i$ и $\bar{\beta}_j^i$ позволяет организовать своеобразную рекуррентную процедуру улучшения множественных оценок неизвестных β^i в форме

$$\Xi_j^i = \Xi_{j-1}^i \cap [\underline{\beta}_j^i, \bar{\beta}_j^i], \quad (5.4)$$

непосредственно вытекающую из (5.3). Реализация процедуры (5.4) сводится к уточнению нижней $\underline{\xi}_j^i$ и верхней $\bar{\xi}_j^i$ границ апостериорного множества Ξ_j^i на основании текущей информации о границах Ξ_{j-1}^i и результатов вычисления границ $\underline{\beta}_j^i$ и $\bar{\beta}_j^i$ интервала, найденных путем обработки данных измерений на j -м такте согласно соотношениям

$$\underline{\xi}_j^i = \begin{cases} \underline{\beta}_j^i, & \text{если } \underline{\beta}_j^i > \underline{\xi}_{j-1}^i, \\ \underline{\xi}_{j-1}^i & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (5.5)$$

$$\bar{\xi}_j^i = \begin{cases} \bar{\beta}_j^i, & \text{если } \bar{\beta}_j^i < \bar{\xi}_{j-1}^i, \\ \bar{\xi}_{j-1}^i & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5.6)$$

Из (5.4) с учетом (5.5), (5.6) прямо следует, что границы апостериорных множеств принадлежности неизвестного β^i на каждом j -м шаге определяются следующим образом:

$$\underline{\xi}_j^i = \max_{0 \leq k \leq j} \underline{\beta}_k^i, \quad \bar{\xi}_j^i = \min_{0 \leq k \leq j} \bar{\beta}_k^i. \quad (5.7)$$

Геометрическая интерпретация процедуры (5.5), (5.6) дана на рис. 5.4 а-г. Рис. 5.4, а иллюстрирует случай, когда $\underline{\beta}_j^i > \underline{\xi}_{j-1}^i$ и $\bar{\beta}_j^i < \bar{\xi}_{j-1}^i$; при этом на j -м шаге происходит улучшение обеих (нижней и верхней) апостериорных границ множества принадлежности β^i . На рис. 5.4, б показан второй случай, когда на j -м шаге улучшается только одна нижняя граница ($\underline{\beta}_j^i > \underline{\xi}_{j-1}^i$, $\bar{\beta}_j^i > \bar{\xi}_{j-1}^i$). На рис. 5.4, в $\underline{\beta}_j^i < \underline{\xi}_{j-1}^i$, $\bar{\beta}_j^i < \bar{\xi}_{j-1}^i$, в этом случае уточняется только одна верхняя граница. Возможно, что на j -м шаге ни одна из апостериорных оценок не улучшается после проведения измерения (рис. 5.4, г); в этом "небла-

гоприятном” случае $\underline{\xi}_j^i = \underline{\xi}_{j-1}^i$ и $\bar{\xi}_j^i = \bar{\xi}_{j-1}^i$, так как $\beta_j^i < \underline{\xi}_{j-1}^i$ и $\bar{\beta}_j^i > \bar{\xi}_{j-1}^i$.

Особенностью метода множественного оценивания является то, что все точки апостериорных множеств Ξ_j^i ”равноправны” в том смысле, что при наличии нерегулярных шумов в измерительных каналах нет никаких оснований в пользу выбора на каждом j -м такте какой-либо одной вполне определенной точки β_j^i из Ξ_j^i , которую можно считать близкой к неизвестной $\beta_j^i \in \Xi_j^i$ (см. рис. 5.4).

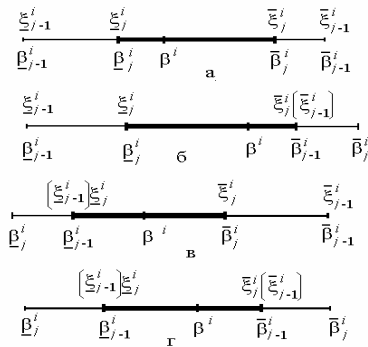


Рис. 5.4. Процедура множественного оценивания

Разумеется, возможность конструирования некоторого правила выбора β_j^i конечно же существует (в качестве точки β_j^i можно, например, выбрать среднее значение $\beta_j^i = 1/2(\underline{\xi}_j^i + \bar{\xi}_j^i)$). Однако при любом фиксированном правиле выбора β_j^i из множества Ξ_j^i нельзя гарантировать невозможность возникновения ситуации, когда при всех достаточно

больших значениях j поверхности переключения не будут занимать такие положения, что после первого изменения знака $u(t)$ возникнут скользящие режимы (как и при использовании метода точечного оценивания). Поэтому метод множественного оценивания также не может выступать как альтернатива методу обучения распознаванию образов.

5.3. Сравнительная характеристика различных методов и обоснование целесообразности их интеграции

Итак, мы рассмотрели возможные варианты решения задачи терминального управления в условиях априорной неопределенности относительно параметров динамической системы, опирающиеся на различные теоретические концепции (системы знаний), а именно: теорию обучения распознаванию образов [142, 143, 166-170], теории точечной [79] и множественной [48, 49] идентификации. Хотя проблемы обучения распознаванию образов и точечной идентификации имеют внешнее сходство² (решение их в конечном итоге сводится к коррекции характеристик своеобразных функциональных преобразователей перцептронного типа на основе определенных рекуррентных процедур обработки входных данных с использованием информации о желаемом выходе такого преобразователя), тем не менее в контексте решения задачи терминального управления с неизвестными параметрами динамической системы между этими двумя проблемами прослеживаются некоторые принципиальные отличия. Действительно, для реализации процедуры обучения принятию управленческих решений вовсе не требуется знание о том, что вектор параметров s , определяющий желаемое положе-

² На это сходство в свое время обратил внимание Я.З. Цыпкин [56, п.5.22].

ние поверхности переключения $\Phi(c, w)=0$, непосредственно зависит от параметров динамической системы, в частности, от коэффициентов усиления отдельных ее звеньев (см. [74, с. 203]). Ведь сам по себе механизм обучения в той классической форме, которая восходит к [142, разд. 5] остается одним и тем же независимо от содержательного смысла "изображений", предъявляемых для распознавания: это могут быть различные символы, сигналы и т.п. В то же время при построении процедуры точечного оценивания неизвестных параметров динамической системы совершенно не нужно знать, как и каким образом формируется управляющее воздействие; то есть не имеет значения, допускается ли ошибка в процессе принятия управленческих решений или нет. Здесь, однако, требуется располагать сведениями о структуре модели, описывающей динамическую систему. Впрочем, те же самые сведения необходимы и для построения процедуры множественного оценивания. Существенное различие состоит в том, что при множественном оценивании извлекается информация о принадлежности неизвестного параметра к определенному апостериорному множеству, тогда как при точечном оценивании такой информации не имеется. Обобщенная информация о возможности методов, используемых в задачах синтеза систем терминального управления, приведена в табл. Б.4.1 Приложения Б.4.

Подведем итоги. При построении систем терминального управления в условиях параметрической неопределенности самостоятельно может быть реализована лишь одна технологическая схема обработки данных измерений, а именно та, которая основана на методе обучения распознаванию образов. Эффективность функционирования такой системы оценивается двумя основными показателями: 1) точностью, 2) продолжительностью процесса обучения принятию управленческих

решений. В свою очередь, точность терминального управления определяется размерами области достижимости Ω [50], тогда как продолжительность процесса обучения определяется числом коррекций вектора c_n согласно (3.13).

Остановимся сначала на *показателе точности* терминального управления. В п. 4.1.1 установлено, что при наличии помех в измерительных каналах размеры Ω не могут быть назначены произвольно: они непосредственно зависят от имеющейся в распоряжении конструктора априорной информации как о границах допустимых значений неизвестных параметров динамической системы, так и об уровнях v шумов. (Примечательно, что при идеальном измерении нет необходимости в такой информации [145].) Очевидно, для повышения точности системы желательно сузить (по возможности) эти границы. Однако сама по себе задача обучения принятию управленческих решений, схема которой показана на рис. 5.2, не дает никаких дополнительных знаний, позволяющих с течением времени уточнять упомянутые границы. В то же время апостериорная информация об этих границах получается прямо как результат обработки данных измерения в процессе множественного оценивания неизвестных параметров системы. Это наводит на мысль о том, что для повышения точности системы терминального управления при отсутствии априорных сведений о параметрах объекта целесообразно осуществить интеграцию этих двух технологических схем. Более того, такая интеграция открывает возможность построения системы терминального управления в условиях значительно большей начальной неопределенности, когда не только отсутствуют точные априорные сведения о параметрах объекта, но и об уровнях v шумов измерения. Дело в том, что в процессе множественного оценивания

появляется принципиальная возможность “параллельного” извлечения еще и апостериорной информации об этих уровнях.

Идея получения апостериорных оценок уровней помех основана на использовании знания о том, что до тех пор, пока текущая оценка уровня помехи v_j остается меньше истинного его значения v , реализация процедуры (5.7) так или иначе на определенном j -м шаге непременно приведет к образованию пустого множества Ξ_j^i , определяемого выражением (5.4). Геометрическая интерпретация такого явления дана на рис. 5.5 ($a - \bar{\beta}^i < \underline{\xi}_j$, $\sigma - \underline{\beta}^i > \bar{\xi}_j$).

Сам же алгоритм уточнения оценки v_j может быть построен в форме рекуррентного соотношения

$$v_j = \begin{cases} v_j, & \text{если } \Xi_j^i \neq \emptyset, \\ v_j + \Delta v & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (5.8)$$

где Δv – некоторое положительное число, выбираемое конструктором системы.

Алгоритм (5.8) функционирует следующим образом. В том случае, когда оценки $\underline{\beta}_j^i$ и $\bar{\beta}_j^i$, выстроенные на j -м шаге, удовлетворяют соотношениям

$$\underline{\beta}_j^i < \bar{\xi}_{j-1}^i, \quad \bar{\beta}_j^i > \underline{\xi}_{j-1}^i,$$

которые означают, что (в силу (5.3) с учетом (5.4)) $\Xi_j^i \neq \emptyset$, то согласно (5.8) текущая оценка v_j уровня помехи сохраняется прежней.

В остальных же случаях, когда хотя бы одно из этих соотношений не выполняется (такое событие указывает на то, что Ξ_j^i - пустое множество), осуществляется коррекция текущей оценки v_j на определенную величину Δv . Примечательно, что алгоритм (5.8) непременно сходится за некоторое конечное число шагов: в самом деле, коррекция v_j не может уже происходить, когда $v_j \geq v$, поскольку в этом случае Ξ_j^i заведомо становится непустым.

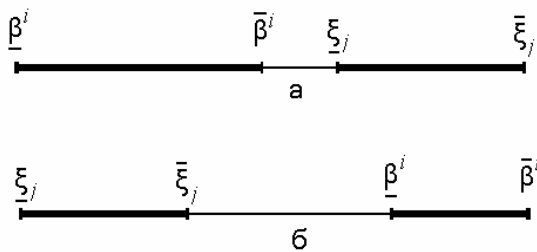


Рис. 5.5. Механизм получения апостериорных оценок уровней по мех

Рассмотрим теперь второй показатель эффективности функционирования системы терминального управления в условиях неопределенности, каким выступает *продолжительность процесса* обучения принятию управленческих решений. Для того чтобы сократить продолжительность этого процесса, в [51] была предложена интеграция двух информационных технологий обработки данных измерений, одна из которых базируется на методе обучения распознаванию образов, а вторая – на методе точечной идентификации модели динамической системы. Идея такой интеграции опирается на использование

двух характерных особенностей процедуры точечного оценивания с использованием алгоритма (5.2), на которые было обращено внимание ранее при анализе информационной технологии обработки данных измерений для получения оценок β_j^i , а именно: ограниченности числа коррекций каждой j -й оценки β_j^i и на гарантированном уменьшении при каждой коррекции расстояний от β_j^i до неизвестной точки β^i на величину, не меньшую определенного положительного числа. На первый взгляд кажется, что эта идея может быть реализована следующим образом. На начальном этапе вектор c_n параметров текущей поверхности переключения мог бы вычисляться непосредственно по информации об оценках β_j^i , полученных в конце n -го цикла испытаний, без обучения распознаванию образов. Можно ожидать, что на этом начальном этапе оценки β_j^i довольно быстро будут "заброшены" в некоторые окрестности точек β^i , где они естественным путем "заморозятся", приняв определенные значения β_*^i такие, что $|\beta^i - \beta_*^i| \ll |\beta^i - \beta_0^i|$, где β_0^i – произвольные начальные оценки неизвестных β^i . После того как процесс точечного оценивания завершится, можно приступить к обучению распознаванию образов по алгоритму (3.13), используя величины β_*^i для вычисления "начальных" значений $c_{\bar{n}}$. В действительности же реализация подобной идеи в такой форме фактически невозможна: ведь после каждой очередной коррекции оценки β_j^i нет никакой информации о том, что такая коррекция будет последней (всегда будет существовать "опасность" того,

что в определенной ситуации оценка β_j^i по крайней мере еще один раз потребует своей коррекции). Оказывается, что интеграция рассматриваемых двух информационных технологий все же возможна, но на пути параллельного во времени, а не последовательного их взаимодействия [51]. Иначе говоря, они должны "сосуществовать" одновременно. Всякий раз, когда в конце цикла испытания обнаруживается факт очередной коррекции оценок β_j^i параметров динамической системы, следует обрывать результаты всего предыдущего процесса обучения распознаванию образов и возобновлять его, но уже с новыми начальными условиями, используя для этой цели информацию, извлекаемую технологией точечного оценивания. Разумеется, при каждом таком "срыве" теряется определенный путь, пройденный вектором c_n в правильном направлении к желаемому c^* . Тем не менее такую потерю вполне можно допустить, рассчитывая на то, что хотя технология точечной идентификации и дает грубую оценку неизвестного c , но зато позволяет достаточно быстро приблизиться в окрестность точки c^* .

Поскольку же в конце концов точечное оценивание непременно завершится в течение конечного числа \bar{n} испытаний, последнее обновление начальных условий алгоритма обучения распознаванию образов как раз и произойдет тогда, когда начальная оценка $c_{\bar{n}}$ будет достаточно близкой к c^* .

Дальнейшее "тонкое" движение вектора c_n (при $n \geq \bar{n}$) вблизи c^* (своеобразная "доводка") будет уже результатом действия только алгоритма обучения. Эффект взаимодействия рассматриваемых информационных технологий показан на рис. 5.6.

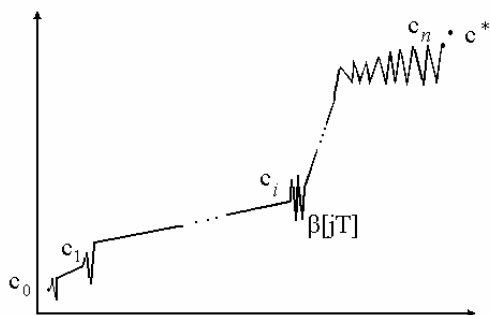


Рис. 5.6. Поведение при обучении

Приведенные выше рассуждения указывают на то, что для повышения обоих показателей эффективности системы обработки данных измерений для терминального управления при неполной информации о параметрах объекта и шумов в измерительных каналах представляется целесообразной интеграция всех трех описанных ранее информационных технологий.

5.4. Интеграция различных методов синтеза

Предлагаемая схема интеграции методов синтеза приведена на рис.5.7 [172, 173]. В соответствии с этой схемой каждый из трех методов обрабатывает одни и те же данные измерений, поступающих со входа и выхода динамической системы. Апостериорная информация о возможных границах параметров этой системы и уровнях шумов, являющаяся продуктом технологии множественного оценивания, выступает в качестве дополнительных данных, подлежащих дальнейшей

обработке как для повышения показателя точности при обучении распознаванию образов, так и для повышения эффективности собственно точечного оценивания параметров системы. В свою очередь, информационный продукт, получающийся на выходе технологической схемы точечного оценивания, используется для сокращения продолжительности процесса обучения при обработке данных по технологии, реализует метод схемы обучения распознаванию образов.

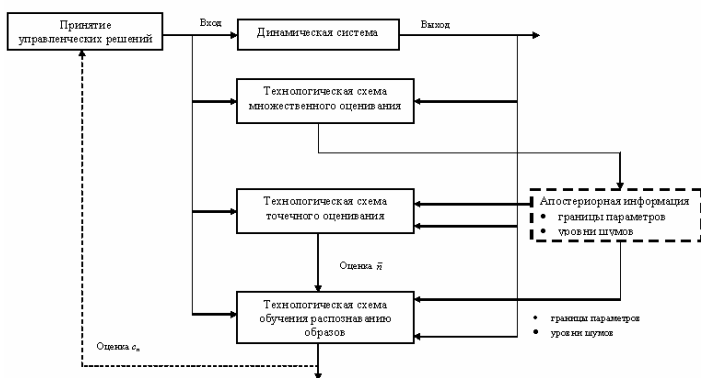


Рис. 5.7. Схема интеграции методов

Для решения задачи терминального управления в условиях априорной неопределенности относительно параметров динамической системы и характеристик шумов в измерительных каналах можно предложить, по крайней мере, три различных метода адаптивного управления, а именно: метод обучения распознаванию образов и методы точечной и множественной идентификации. Упомянутые методы основаны на использовании различных систем знаний. По существу они позволяют, в принципе, получить один и тот же информационный продукт – набор параметров поверхности переключ-

чения, определяемый текущим вектором c_n , который формируется в конце каждого n -го цикла испытаний. Однако качественные показатели этого продукта существенно отличаются в зависимости от того, какой метод используется для его получения.

Метод, основанный на обучении распознаванию образов, дает возможность найти в конечном итоге достаточно точное значение $c_n=c^*$, но такая точность достигается ценой длительного процесса обучения. В то же время метод, основанный на точечной идентификации, позволяет довольно быстро получить оценку c^* , но эта оценка может оказаться слишком грубой.

Что же касается методов множественной идентификации, то их информационный продукт так же получается достаточно быстро; при этом он предоставляет в распоряжение конструктора целый "ансамбль" возможных значений векторов c^* , включающий в свой состав и то оптимальное значение, которое естественным образом используется в условиях полной информации о параметрах динамической системы. Тем не менее, извлечение именно этого оптимального значения из такого "ансамбля" принципиально невозможно.

С целью существенного повышения показателей эффективности процесса принятия управленческих решений при неполной информации о характеристиках системы предлагается интеграция всех этих трех методов по схеме, показанной на рис. 5.7. Такая интеграция позволяет рассчитывать на заметное повышение точности и сокращение продолжительности самого процесса обучения принятию таких решений. Тем самым открывается прямой путь к достижению *системного* эффекта.

В простейшем случае, когда поверхность переключения описывается уравнением, линейным относительно вектора параметров c , методология обучения распознаванию может быть реализована на базе однослойного персептрона [94, 98]. Для реализации такой методологии в случае, когда это уравнение нелинейно относительно c , предлагается использование обучаемых нейронных сетей. Такие искусственные сети в последнее время получают все большее распространение в интеллектуальных системах управления [92, 120]. Примечательно, что подобные схемы могут выступать не только в качестве инструмента для обучения распознаванию ситуаций управления, но и в качестве обучаемой модели объекта, используемой для решения задачи идентификации. В этой связи интеграцию информационных технологий обработки данных измерений с использованием искусственных нейронных сетей следует рассматривать как важный шаг в направлении создания интеллектуальных систем терминального управления с существенно более высокими показателями эффективности функционирования. Предлагаемая концепция построения такого класса интегрированных систем управления, опирающихся на использование новейших результатов в области самоорганизующихся систем, прогрессивных информационных технологий и искусственного интеллекта ("триады"), полностью согласуется с развиваемыми в последнее время представлениям о грядущей интеллектуализации всех сфер управления техническими, производственными и организационными системами [93].

5.5. Применение метода множественного оценивания в задачах терминального управления

5.5.1. Алгоритм терминального управления с использованием точечной идентификации системы при входном воздействии вида квадратичной функции и наличии ограниченных помех

Рассмотрим задачу синтеза системы, обеспечивающей отработку входного воздействия в виде квадратичной функции за минимально возможное время при отсутствии априорной информации о параметрах объекта, входного воздействия и наличии ограниченных шумов в каналах измерения.

Пусть имеется объект, заданный в виде уравнений состояния [160]

$$\dot{z}_1(t) = z_2(t), \quad \dot{z}_2(t) = ku(t), \quad (5.9)$$

где z – вектор $z^T = (z_1, z_2)$, координата $z_1(t)$ – характеризует закон изменения выходной величины; k – коэффициент передачи, $k > 0$; $u(t)$ – управляющее воздействие объекта, которое принимает только два возможных значения $+1$ и -1 . Считается, что параметр k в уравнениях (5.9) неизвестен.

Предполагается, что имеется некоторое задающее воздействие $\alpha(t)$, которое представляет гладкую непрерывную функцию времени и может быть аппроксимировано функцией

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2, \quad (5.10)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ – в каждом отдельном процессе постоянные величины. Считается, что сигналы $z_1(t), z_2(t)$ и $\alpha(t), d\alpha(t)/dt, d^2\alpha(t)/dt^2$ измеряются с помехами

$$z'_1(t) = z_1(t) + \xi_1(t), \quad z'_2(t) = z_2(t) + \xi_2(t), \quad (5.11)$$

$$\alpha'(t) = \alpha(t) + \zeta_1(t), \quad \ddot{\alpha}'(t) = \dot{\alpha}(t) + \zeta_2(t), \quad \ddot{\alpha}'(t) = \ddot{\alpha}(t) + \zeta_3(t), \quad (5.12)$$

где $|\xi_1(t)| \leq N_1, |\xi_2(t)| \leq N_2, |\zeta_1(t)| \leq N_1, |\zeta_2(t)| \leq N_2, |\zeta_3(t)| \leq N_3$, уровни помех N_1, N_2, N_3 априори известны, причем уровни N_1, N_2, N_3 такие, что $N_1 \geq N_3, N_2 \geq N_3$.

Воздействие $\alpha(t)$ считается допустимым, если выполняется условие

$$\left| \frac{d^2 \alpha'(t)}{dt^2} \right| < k |u(t)| = M. \quad (5.13)$$

Условие (5.13) предполагает, что точка z способна "догнать" точку α .

Задача состоит в том, чтобы синтезировать следящую систему, воспроизводящую квадратичное воздействие $\alpha(t)$ для случая, когда параметры динамической системы (5.9) неизвестны, а в каналах измерения координат системы присутствуют помехи.

Условия существования решения. Сделаем предположение на некоторое время об известности параметра $\hat{k} = k + \delta$ в уравнениях (5.9), где $\delta \geq 0$. Для этого случая вместо уравнений (5.9) воспользуемся уравнениями состояния относительно ошибки

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_1(t) &= \theta_2(t), \\
\dot{\theta}_2(t) &= 2\alpha_2 - \widehat{k}u(t), \\
(\theta_1(0), \theta_2(0)) &\in \mathfrak{R}^2, \\
(\theta_1(T_n), \theta_2(T_n)) &\in \Omega \subset \mathfrak{R}^2,
\end{aligned} \tag{5.14}$$

где $\theta_1(t)=\theta(t)=\alpha(t)-\beta(t)$ – ошибка следящей системы, T_n – время регулирования, априори неизвестное, Ω – область достижимости, которая определяется далее.

Введем в рассмотрение вектор $v^T(t)=(v_1(t), v_2(t))$, $v(t) \in V$, где

$$V = \{(v_1, v_2) : v_1(0) \leq v_1 \leq \bar{v}_1(0), v_2(0) \leq v_2 \leq \bar{v}_2(0)\}. \tag{5.15}$$

Следуя п.3.1.1, закон управления следящей системы выберем в форме

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } f(d, v''(t-0)) > 0, \\ -1, & \text{если } f(d, v''(t-0)) < 0, \end{cases} \tag{5.16a}$$

$$u(t) = \begin{cases} +1, & \text{если } f(d, v''(t-0)) = 0, v'' > 0, \\ -1, & \text{если } f(d, v''(t-0)) = 0, v''_1 < 0, \end{cases} \tag{5.16б}$$

где

$$f(d^T, v'') = d^T v''. \tag{5.17}$$

Выражение (5.17) определяет уравнение линии переключения, в котором $d^T=(d_1, d_2)$, $v''=(v''_1, v''_2)^T$ – векторы, компоненты которых определяются следующим образом:

$$\tilde{d}^{(i)} = \lambda(d^{(i)} - \delta_i). \tag{5.18}$$

Здесь $\lambda > 0$ – произвольное положительное число,

$$d_1 = \frac{M}{k} - \text{sign}(\theta_2), \quad d_2 = \frac{1}{2k}; \quad (5.19)$$

$$v_0^{*(1)} = -\theta_1'(0), \quad v_0^{*(2)} = -\theta_2'(0) |\theta_2'(0)|, \quad (5.20)$$

при $t=0$ и

$$v''(t) = \begin{cases} \theta'(t-0) - \Delta & \text{при } f(d^T, v''(t-0)) > 0, \\ \theta'(t-0) + \Delta & \text{при } f(d^T, v''(t-0)) < 0, \\ \theta'(t-0) & \text{при } f(d^T, v''(t-0)) = 0; \end{cases} \quad (5.21)$$

при $t > 0$, где $\Delta^T = (\Delta_1, \Delta_2)$;

$$\theta_1'(t) = \theta_1(t) + \chi_1(t), \quad \theta_2'(t) = \theta_2(t) + \chi_2(t), \quad (5.22)$$

где $|\chi_1(t)| \leq |\xi_1(t) + \zeta_1(t)| \leq 2N_1 = \Delta_1$, $|\chi_2(t)| \leq |\xi_2(t) + \zeta_2(t)| \leq 2N_2 = \Delta_2$.

Замечание 1. Время регулирования T считается минимально возможным, если регулятор, реализующий закон управления (5.16), обеспечивает перемещение вектора $v''(t)$ в некоторую окрестность начала координат Ω не более чем за два интервала управления; окрестность $\Omega \in \mathcal{N}(v(0))$ такая, что при $\delta \rightarrow 0$ окрестность Ω стягивается в начало координат. Такой регулятор, обеспечивающий перемещение вектора $v(t)$ из произвольного начального состояния $v(0)$ в Ω не более чем за два интервала управления, в соответствии с определением называется регулятором терминального управления, а Ω – областью достижимости.

Наличие шумов в каналах измерения координат позволяет сделать утверждение о том, что все точки $v(0)$ фазовой плоскости V будут переводиться в некоторую окрестность Ω , которая не может быть выбрана произвольно малой. Размеры этой области в значительной степени будут определяться уровнями шумов N_1, N_2, N_3 , величиной δ , а также зависят от начальных условий $v(0)$. Естественно предположить, что если $N_1 \rightarrow 0, N_2 \rightarrow 0, N_3 \rightarrow 0$ и $\delta \rightarrow 0$, то и $\Omega \rightarrow 0$.

Соотношение (5.21) совместно с (5.16) реализует своеобразную переключательную функцию $\text{sign}f(d, v)$ с гистерезисом, "ширина гистерезиса" выбрана так, чтобы обеспечить выполнение неравенства $2|\Delta_i| \geq \max_t |\chi_i(t)|$ ($i=1, 2$) на интервале $0 < t \leq T$. Введение гистерезиса в переключательную функцию необходимо для исключения ложных переключений управления $u(t)$ (см., например, п.4.1) при движении вдоль линии переключения.

Область Ω определяется объединением областей S^+, S^- , т.е.

$$\Omega = S^+ \cup S^-, \quad (5.23)$$

где

$$S^+ = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \leq 0, (\underline{w}(v(0)), w) \geq \underline{w}_1(v(0))\underline{w}_2(v(0)) \right\},$$

$$S^- = \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \geq 0, (\bar{w}(v(0)), w) \leq \bar{w}_1(v(0))\bar{w}_2(v(0)) \right\}. \quad (5.24)$$

В (5.24) введены следующие обозначения $w^T = (w^{(1)}, w^{(2)})$, $\bar{w}^T = (\bar{w}_1, \bar{w}_2)$, $\underline{w}^T = (-\underline{w}_1, \underline{w}_2)$, $i=1, 2$; тогда компоненты векторов \underline{w} , \bar{w} с учетом (5.14) в силу (5.13) имеют вид

$$\underline{w}^{(1)} = -\Delta_1 + \frac{d_2 \Delta_2^2}{d_1^*} - A^2 \frac{d_1^* \delta_1 + d_2 \delta_2}{d_1^* (d_1^* + \delta_2)}, \quad (5.25)$$

$$\underline{w}^{(2)} = -\Delta_2 - \sqrt{A^2 \frac{d_2'' \delta_1 + d_2 \delta_2}{d_2 (d_1'' + \delta_2)} + \frac{d_1''}{d_2} \Delta_1}, \quad (5.26)$$

$$\bar{w}^{(1)} = \Delta_1 + \frac{d_2}{d_1'} \Delta_2^2 - A^2 \frac{d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}{d_1' (d_1' - \delta_2)}, \quad (5.27)$$

$$\bar{w}^{(2)} = \Delta_2 + \sqrt{A^2 \frac{d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}{d_2 (d_1' - \delta_2)} + \frac{d_1'}{d_2} \Delta_1}, \quad (5.28)$$

где A – решение уравнения $A^2 - 2lA + m = 0$, в котором для уравнений (5.25), (5.26) коэффициенты l, m имеют вид

$$l = \frac{\Delta_2 d_2 (d_1'' + \delta_2)}{2d_2 - d_1' \delta_1 + d_2 \delta_2}, \quad (5.29)$$

$$m = \frac{(d_1'' - \delta_2)[d_2(v_2(0) - \Delta_2^2) - d_1'(v_1(0) - \Delta_1)]}{2d_2 + d_1' \delta_1 - d_2 \delta_2}, \quad (5.30)$$

а для уравнений (5.27), (5.28) –

$$l = -\frac{\Delta_2 d_2 (d_1' - \delta_2)}{d_1'' \delta_1 - d_2 \delta_2 - 2d_2}, \quad (5.31)$$

$$m = \frac{(d_1' - \delta_2)(d_1''(v_1(0) - \Delta_1) - d_2(v_2(0) - \Delta_2^2))}{d_1'' \delta_1 - d_2 \delta_2 - 2d_2}. \quad (5.32)$$

Замечание 2. Закон управления (5.16) такой же, как и предложенный в п.3.1.1 ранее для систем, работающих в режиме стабили-

зации, т.е. когда $\alpha(t)=\text{const}$. В отличие от результатов п.4.1 область достижимости Ω , определяемая выражениями (5.23)-(5.28), не является симметричной относительно начала координат, что связано с необходимостью "догона" встречной (область (5.25), (5.26)) или убегающей (область (5.27), (5.28)) точки $\alpha(t)$. Область Ω "стягивается" в начало координат при отсутствии шумов $\xi^{(i)}(t)$, $\zeta^{(i)}(t)$ и точном знании параметров $d^{(i)}$ в законе управления (5.16), т.е. при $\Delta_1 \rightarrow 0$, $\Delta_2 \rightarrow 0$ и $\delta \rightarrow 0$ область $\Omega \rightarrow 0$, как и должно быть.

Алгоритм адаптации. Предположим теперь, что параметр \hat{k} неизвестен. В этом случае закон управления будем строить по схеме (5.16) с учетом (5.21)-(5.15), заменяя в соответствующих выражениях неизвестный вектор \hat{d} его подходящей оценкой \hat{d}_n , которая определяется на каждом $(n-1)$ -м цикле перемещения вектора $v''(t)$ из начального состояния $v''(0)$ в некоторое конечное положение.

Оценим наибольший размер области Ω_m при всех допустимых значениях d . В силу линейной зависимости выражений (5.19)-(5.22) с учетом (5.23)-(5.28) заключаем, что размер этой области находится как

$$\Omega_m = S_m^+ \cup S_m^-, \quad (5.33)$$

где параметры S_m^+ и S_m^- определяются с учетом границ области V , получаемых заменой в (5.23) и (5.24) значений $v(0)$ на $\underline{v}(0)$ или $\bar{v}(0)$:

$$\begin{aligned} S_m^+ &= \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \leq 0, (\underline{w}(\bar{v}(0)), w) \geq \underline{w}_1(\bar{v}(0)) \underline{w}_2(\bar{v}(0)) \right\}, \\ S_m^- &= \left\{ w^{(i)} : w^{(i)} \geq 0, (\bar{w}(\underline{v}(0)), w) \leq \bar{w}_1(\underline{v}(0)) \bar{w}_2(\underline{v}(0)) \right\}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Фиксацию попадания фазовой точки $v(t)$ в Ω_m будем регистрировать по факту наличия участка траектории в области Ω_m . Если существуют такие моменты $t_i, t_{i+1}, t_{i+2}, \dots$, что $v'(t_i) \in \Omega_m, v'(t_{i+1}) \in \Omega_m, v'(t_{i+2}) \in \Omega_m, \dots$, то принимается решение о достижении объектом цели управления.

Теперь алгоритм адаптации строится в форме следующей рекуррентной процедуры, полученной в п.3.1, гл. 3 на основании развития методов теории обучения распознаванию образов:

$$\hat{d}_n = \begin{cases} \hat{d}_{n-1}, & \text{если } \|v'(T_n)\| \leq r, v''(T_n) \in \Omega, l(T_n) \leq 1; \\ \text{Pr}\Xi\{\hat{d}_{n-1} + v''(t_n)\}, & \text{если } l(t_n) > 1, \hat{d}_{n-1}^T v''(t_n - 0) \leq 0 \text{ или если} \\ \hat{d}_{n-1}^T v''(t_n - 0) < 0 \text{ и } \|v''(T_n)\| \notin \Omega_m \text{ при } l(t_n) \leq 1; & (5.35) \\ \text{Pr}\Xi\{\hat{d}_{n-1} - v''(t_n)\}, & \text{если } \hat{d}_{n-1}^T v''(t_n - 0) \geq 0, \|v''(T_n)\| \notin \Omega_m, l(T_n) \leq 1 \\ \text{или если } l(t_n) > 1 \text{ при } \hat{d}_{n-1}^T v''(t_n - 0) > 0. \end{cases}$$

Здесь $\text{Pr}\Xi\{\cdot\}$ обозначает операцию проектирования вектора \hat{d} в область $\Xi = [\underline{d}^{(1)}, +\infty) \times [\underline{d}^{(2)}, +\infty)$.

Как показали исследования (разделы 3, 4), скорость сходимости алгоритма (5.35) существенно зависит от выбора начального значения вектора \hat{d}_0 . Повысить скорость сходимости алгоритма (5.35) удастся применением идентификационного подхода, идея которого описана в п. 5.1.1.

Алгоритм идентификации. Прежде чем воспользоваться процедурой точечного оценивания, предполагающей принудительную периодическую дискретизацию сигналов $u(t), v_1(t), v_2(t)$, определим пара-

метры дискретных моделей, соответствующих уравнениям (5.9), в форме

$$\theta_1[j] - 2\theta_1[j-1] + \theta_1[j-2] = \tau_1(u[j-1] - u[j-2]) + \xi_j^{(1)}, \quad (5.36)$$

$$\theta_2[j] - \theta_2[j-1] = \tau_2 u[j-1] + \xi_j^{(2)}. \quad (5.37)$$

Здесь τ_1, τ_2 — неизвестные величины, связанные с параметрами системы и периодом T квантования сигналов θ_1, θ_2 по времени соотношениями

$$\tau_1 = \frac{kT^2}{2} \left(\frac{M}{k} - \text{sign}\theta_2 \right), \quad \tau_2 = kT, \quad (5.38)$$

а $\xi_j^{(1)}, \xi_j^{(2)}$ — приведенные к выходам интеграторов помехи измерения в каждый j -й дискретный момент времени, обладающие (в силу ограничений $|\xi^{(1)}(t)| < \Delta_1, |\xi^{(2)}(t)| < \Delta_2$) свойствами $|\xi_j^{(1)}| \leq 4\Delta_1, |\xi_j^{(2)}| \leq 2\Delta_2$. Отметим, что уравнения (5.30), (5.31) справедливы только для тех интервалов дискретности, когда управление $u(t)$ остается неизменным, т.е. для всех $t \in [(j-2)T, jT]$.

В качестве алгоритма получения точечных оценок неизвестных $\tau_1[j], \tau_2[j]$ в (5.30), (5.31) возьмем идентификационную процедуру вида

$$\tau_1^{(i)}[j] = \begin{cases} \tau_1^{(i)}[j-1], & \text{если } |\varepsilon[j]| \leq 4\Delta_1, \\ \tau_1^{(i)}[j-1] - \gamma[j] \frac{\varepsilon[j] - 4\Delta_1 \text{sign } \varepsilon[j]}{u[j-1] + u[j-2]} & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (5.39)$$

$$\tau_2[j] = \begin{cases} \tau_2[j-1], & \text{если } |\varepsilon_1[j]| \leq 2\Delta_2, \\ \tau_2[j-1] - \gamma[j] \frac{\varepsilon_1[j] - 2\Delta_2 \operatorname{sign} \varepsilon_1[j]}{u[j-1]} & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (5.40)$$

где $\varepsilon[j] = \tau_1(u[j-1] + u[j-2]) - \theta_1[j] + 2\theta_1[j-1] - \theta_1[j-2]$, $\varepsilon_1[j] = \tau_2 u[j-1] - \theta_2[j] + \theta_2[j-1]$ – ошибки идентификации моделей (5.30), (5.31); $\gamma[j]$ – свободный параметр, выбираемый из условия $0 < \gamma' \leq \gamma[j] \leq \gamma'' < 2$ таким образом, чтобы выполнить требование $\tau_1[j] > 0$, $\tau_2[j] > 0$; вектор $\tau[0]$ может принимать произвольное значение.

Процедура (5.39), (5.40) представляет собой рекуррентный алгоритм решения неравенств "полоска-1" (см., например, [79])

$$|\hat{\tau}_1(u_{j-1} + u_{j-2}) - \theta_1[j] + 2\theta_1[j-1] - \theta_1[j-2]| \leq 4\Delta_1, \quad (5.41)$$

$$|u[j-1]\tau_2 - \theta_2[j] + \theta_2[j-1]| \leq 2\Delta_2 \quad (5.42)$$

относительно неизвестных $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$. Неравенства (5.41), (5.42) получаются прямо на основании (5.36), (5.37) с учетом ограничений $|\xi_1(t)| \leq 4\Delta_1$, $|\xi_2(t)| \leq 2\Delta_2$.

Переход от оценок $\hat{\tau}_i$, полученных с помощью процедур идентификации (5.39), (5.40), к оценкам вектора \hat{d}_i алгоритма адаптации (5.35) осуществляется по уравнениям связи

$$d_1 = \frac{2\tau_1}{\tau_2 T}, \quad d_2 = \frac{T}{\tau_2}, \quad (5.43)$$

$$\tau_1 = \frac{d_1}{2d_2} T^2, \quad \tau_2 = \frac{T}{d_2}. \quad (5.44)$$

Моделирование. На вход адаптивного регулятора (5.16), (5.21), (5.35), (5.39), (5.40) объекта (5.9), который имеет параметр $k=3 \text{ с}^{-2}$ и начальное состояние $v^T(0)=(-5, 0)$, подается воздействие $\alpha(t)=t^2$.

В каналах измерения фазовых координат действуют помехи $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$. Требуется перевести объект (5.9) за минимальное время в область $S^+ \subset \Omega$, равную $S^+=(0,34; 1,07)$.

Предполагаем, что начальный вектор d_0 адаптивного регулятора установлен так: $d_0^T = (1,0, 1,0)$. При тех же начальных условиях алгоритмом адаптации (5.35) за $n=13$ циклов испытаний получен вектор $d_{13}^T = (23,97; 2,37)$, при котором в следящей системе реализуется квазиоптимальный переходный процесс. Применение алгоритма обучения (5.35) совместно с процедурами точечной идентификации (5.39), (5.40) позволило за $n=3$ цикла испытаний получить вектор настроечных параметров $d_3^T = (212,93; 8,87)$, удовлетворяющий условию задачи.

Результаты моделирования изображены на рис. 5.8-5.10. Рис. 5.8 показывает динамику системы во временной плоскости на первом, а рис. 5.9 – на последнем цикле испытаний. На рисунках использованы обозначения: $\theta(t)$ – ошибка следящей системы, $\dot{\theta}(t)$ – ее производная, $u(t)$ – управляющее воздействие, $\alpha(t)$ – задающее воздействие, $\beta(t)$ – выходная величина.

Из рис. 5.8 видно, что для воспроизведения воздействия $\alpha(t)$ с заданной точностью следящей системе при произвольно выбранном векторе d_0 понадобилось 10 интервалов управления $u(t)$, что привело к увеличению времени регулирования на 12 % (по сравнению с опти-

мальным, при оптимальном регулировании объект из данного начального состояния перемещается в область Ω за время $t_{\text{opt}}=3,54$ с).

После выполнения алгоритма адаптации в следящей системе устанавливается квазиоптимальный переходный процесс, т.е. заданная ошибка слежения, определяемая областью S^+ , устанавливается за два интервала управления (см. рис. 5.9), проигрыш во времени регулирования не превышает 2,4 %. Применение процедуры точечной идентификации позволило сократить общее время адаптации в 6 раз.

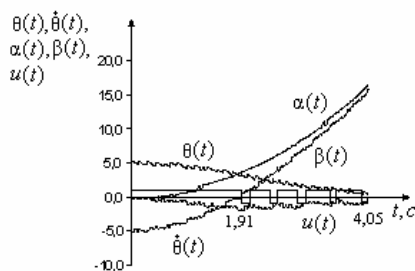


Рис. 5.8. Переменные $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ и управление $u(t)$ на первом цикле

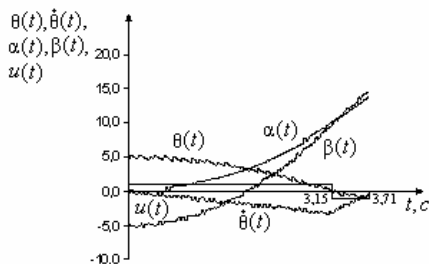


Рис. 5.9. Переменные $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $u(t)$ после окончания процесса адаптации

Сходимость алгоритма (5.29), (5.33), (5.34) оценивалась функцией

$$W_n = \sum_{i=1}^2 (\lambda d_{opt}^{(i)} - d_n^{(i)})^2, \quad (5.45)$$

где коэффициент $\lambda=10000$. Вид функции V_n показан на рис. 5.10, ее убывающий характер свидетельствует о сходимости процесса адаптации. Таким образом, совместное использование алгоритмов точечной идентификации и обучения позволяет улучшить показатели процесса адаптации, а именно: повысить скорость его сходимости.

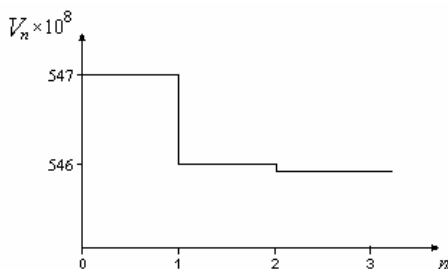


Рис. 5.10. Функция V_n

5.5.2. Адаптивное терминальное управление неминимально-фазовым объектом в условиях ограниченных помех

Рассмотрим решение задачи синтеза адаптивного управления неминимально-фазовым объектом второго порядка при перемещении его из некоторого начального состояния в заданное конечное за минимально возможное время.

Математическая модель рассматриваемого объекта представляется динамическим звеном с передаточной функцией [171]

$$W(s) = k \frac{s + \alpha}{s^2}, \quad (5.46)$$

где $k > 0$, $\alpha < 0$ – параметры объекта управления, априори неизвестные. Последнее неравенство как раз и означает, что объект вида (5.46) – неминимально-фазовый.

Особенностью объекта (5.46) является наличие скачка производной выходной величины в точке изменения знака управляющего воздействия. При построении разделяющей поверхности этот факт является нежелательным и требует таких фазовых координат, которые будут непрерывными в момент переключения. Непрерывности координат в момент переключения можно добиться, например, элементарными преобразованиями истинных координат.

Введем новые фазовые координаты $x_1(t)$, $x_2(t)$, где $x_1(t)$ – выходная величина объекта (5.46), а $x_2(t) = \dot{x}_1(t) - ku(t)$. Тогда дифференциальные уравнения

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) + ku(t), \quad \frac{dx_2(t)}{dt} = k\alpha u(t) \quad (5.47)$$

описывают динамику объекта с передаточной функцией (5.46) в координатах x_1, x_2 ; $u(t) \in \{+1, -1\}$ – управляющее воздействие.

Рассматривается задача с помехами в каналах измерения, т.е. вместо сигналов $x_1(t)$, $x_2(t)$ измеряются сигналы:

$$x'_1 = x_1 + \xi_1, \quad x'_2 = x_2 + \xi_2, \quad (5.48)$$

где $\xi_1(t), \xi_2(t)$ – помеховые сигналы, $|\xi_1(t)| \leq N_1, |\xi_2(t)| \leq N_2$, уровни помех N_1, N_2 априори известны.

Ставится задача синтеза регулятора, обеспечивающего перемещение объекта (5.47) с неизвестными параметрами из любого начального состояния в некоторую окрестность цели управления за минимально возможное время после некоторого числа циклов “испытаний” объекта.

Алгоритм адаптивного управления. Как и в п.5.1.1 закон управления выбирается в форме (5.16) с разделяющей функцией вида

$$f(w_n, c_{n-1}) \equiv \begin{cases} c_{n-1}^T w_- = 0, & \text{если } w_-^{(3)} \leq c^{(3)}/2c^{(2)}; \\ c_{n-1}^T w_+ = 0, & \text{если } w_+^{(3)} \geq -c^{(3)}/2c^{(2)}, \end{cases} \quad (5.49)$$

где $c_{n-1}^T = (c_{n-1}^{(1)}, c_{n-1}^{(2)}, c_{n-1}^{(3)}, c_{n-1}^{(4)})$ – весовой вектор, $w_+ = (x''_{n1}, -x''_{n2}, -x''_{n2}, -1)^T$, $w_- = (x''_{n1}, x''_{n2}, -x''_{n2}, 1)^T$ – векторы, компоненты которых x''_{n1}, x''_{n2} сдвинуты относительно измеряемых x'_{n1}, x'_{n2} на величины N_1, N_2 соответственно для исключения ложных переключений управления при движении вдоль линии переключения (см. также п.4.1).

Возможные траектории изображающей точки системы (5.47) представлены на рис. 5.11. Из (5.47) следует, что если в некоторый момент времени t фазовая координата $x_1(t)=0$, то фазовая координата $x_2(t)=-ku(t)$. Следовательно, в фазовом пространстве $\{x_1, x_2\}$ даже при известном параметре $k=c_3/2c_2$ конечного положения $x_k=(0, 0)$ достичь принципиально невозможно. Однако конечному состоянию $x_k(T^0)=(0, -\text{sign}(u)c_3/2c_2)$, зависящему от неизвестных параметров c_3, c_2 , в пространстве x_1, x_2 , соответствует начало координат $(0, 0)$ в пространстве

(x_1, \dot{x}_1) , где T^0 – наименьшее время перехода объекта из начального состояния $X^T(0) \in V = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{\dot{x}}_1, \bar{\dot{x}}_1]$ в конечное $X^T = (0, 0)$, рис.5.11. Таким образом, в качестве вектора, по которому следует принимать решение о возможной коррекции вектора c , уместно выбрать вектор $X^T = (x_1, \dot{x}_1)$.

Определим область Ω в виде пересечения полос: $\Omega = \Pi^- \cap \Pi^+$, где

$$\Pi^- = \{w: v^T w_+ \leq \varepsilon_{x_1}, v^T w_- \geq -\varepsilon_{x_1}\}, \quad \Pi^+ = \{w: |w_1| \leq \varepsilon_{x_1}\}. \quad (5.50)$$

В выражениях (5.50) $v^T = (1, c_1, c_2 + 2c_1N_2)$, $w_+^T = (x_1, x_2^2, -x_2)$, $w_-^T = (x_1, -x_2^2, -x_2)$,

$$\varepsilon_{x_1} = -\delta_2 A - \text{sign}(w_1(0))(-\delta_1 A^2 - \delta_2 A - N_1 + c_1 N_2^2 - c_2 N_2), \quad (5.51)$$

$$\varepsilon_{\dot{x}_1} = -\text{sign}(w_1(0))[(c_2 + 2c_1 N_2) + B^{1/2}](2c_1)^{-1}; \quad (5.52)$$

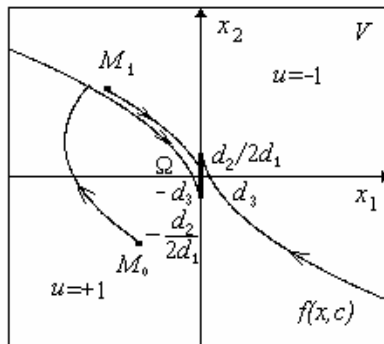


Рис. 5.11. Фазовые траектории неминимально-фазовой системы

$$B = (c_2 + 2c_1N_2)^2 - 4c_1(c_3 - \delta_1A^2 + \delta_2A + c_1N_2^2 - c_2N_2 - N_1 - \delta_3); \quad (5.53)$$

$$A = \frac{(c_2 + 2c_1N_2) - ((\delta_2 + 2c_1N_2)^2 - C)^{1/2}}{2(2c_1 - \delta_1)}; \quad (5.54)$$

$$C = 4(2c_1 - \delta_1)(c_3 - w_1(0) - c_1w_2(0) + c_2w_3(0) + c_1N_2^2 - c_2N_2 - N_1 - \delta_3). \quad (5.55)$$

Принцип управления неминимально-фазовой системой показан на рис. 5.12.

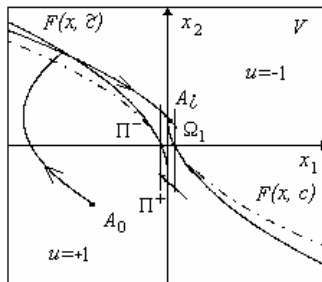


Рис. 5.12. Принцип адаптивного управления неминимально-фазовой системой

Пусть далее Ω_n обозначает область достижимости системы, выстроенную определенным образом на $(n-1)$ -м шаге коррекции вектора c_n . Ошибочное значение вектора c_n может приводить к двум возможным неблагоприятным исходам: 1) за два интервала управления изображающая точка не попадает в установленную область достижимости; 2) после первого интервала управления происходит

изменение знака управляющего воздействия с высокой частотой, т.е. устанавливается так называемый "скользящий режим". Очевидно, что результат исхода определяется положением линии переключения $F_n(w, c_n) = 0$ в пространстве x_1, x_2 .

Запишем алгоритм адаптации в форме следующей рекуррентной процедуры:

$$\hat{c}_n = \begin{cases} \hat{c}_{n-1}, & \text{если } \|X(t_k)\| \leq \varepsilon, \text{ т.е. вектор } X(t_k) \text{ попадает в область } \Omega_1 \\ & \text{с однократным переключением } u(t); \\ \text{Pr}_{\Xi} \{ \hat{c}_{n-1} + w(t_n) \}, & \text{если } l(t_n) \geq 2 \text{ при } \hat{c}_{n-1}^T w(t_n - 0) \leq 0 \text{ или если} \\ \hat{c}_{n-1}^T w(t_n - 0) < 0 \text{ и вектор } X(t_k) \text{ не попадает в область } \Omega_1 \text{ с} \\ & \text{однократным переключением } u(t); \\ \text{Pr}_{\Xi} \{ \hat{c}_{n-1} - w(t_n) \}, & \text{если } \hat{c}_{n-1}^T w(t_n - 0) \geq 0 \text{ и вектор } X(t_k) \text{ не} \\ & \text{попадает в область } \Omega_1 \text{ с однократным переключением } u(t) \\ & \text{или если } l(t_n) \geq 2 \text{ при } \hat{c}_{n-1}^T w(t_n - 0) > 0. \end{cases} \quad (5.56)$$

В результате действия по алгоритму в конце каждого цикла испытания происходит постепенное приближение переходного процесса к желаемому.

Для повышения скорости сходимости алгоритма адаптации (5.56) предлагается введение операции точечного оценивания неизвестных начальных компонент вектора c_n , путем идентификации параметров дискретных моделей, соответствующих уравнениям (5.47), в форме

$$x_j^{(1)} - 2x_{j-1}^{(1)} + x_{j-2}^{(1)} = \beta_1 u_{j-1} - \beta_2 u_{j-2} + \xi_j^{(1)}, \quad x_j^{(2)} - x_{j-1}^{(2)} = \beta u_{j-1} + \xi_j^{(2)}. \quad (5.57)$$

Здесь β , β_1 , β_2 – неизвестные величины, связанные с коэффициентами k , α и периодом T квантования сигналов x_1 , x_2 по времени соотношениями

$$\beta_1 = kT(2 + \alpha T)/2, \quad \beta_2 = kT(2 - \alpha T)/2, \quad \beta = k\alpha T, \quad (5.58)$$

а $\xi_j^{(1)}$, $\xi_j^{(2)}$ — приведенные к выходам интеграторов помехи измерения в каждый j -й дискретный момент времени, обладающие (в силу ограничений $|\xi^{(1)}(t)| \leq N_1$, $|\xi^{(2)}(t)| \leq N_2$) свойствами $|\xi_j^{(1)}| \leq 4N_1$, $|\xi_j^{(2)}| \leq 4N_2$.

При переходе от уравнений (5.47) к уравнениям (5.57), предполагается принудительная периодическая дискретизация сигналов $u(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$. Следует отметить, что уравнения (5.57) справедливы только для тех интервалов дискретности, когда управление $u(t)$ остается неизменным, т.е. для всех $t \in [(j-2)T, jT]$. В качестве алгоритма получения точечных оценок неизвестных $\beta[j]$, $\beta^{(i)}[j]$ в (5.57) возьмем идентификационную процедуру вида

$$\beta^{(i)}[j] = \begin{cases} \beta^{(i)}[j-1], & \text{если } |\theta[j]| \leq 4N_1 + \Delta, \\ \beta^{(i)}[j-1] - \gamma[j] \frac{\theta[j] - 4N_1 \operatorname{sign} \theta[j]}{u[j-i]} & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (5.59)$$

$$\beta[j] = \begin{cases} \beta[j-1], & \text{если } |\theta_1[j]| \leq 4N_2 + \Delta, \\ \beta[j-1] - \gamma[j] \frac{\theta_1[j] - 4N_2 \operatorname{sign} \theta_1[j]}{u[j-1]} & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (5.60)$$

где $\theta[j] = \beta_1 u[j-1] - \beta_2 u[j-2] - x^{(1)}[j] + 2x^{(1)}[j-1] - x^{(1)}[j-2]$, $\theta_1[j] = \beta u[j-1] - x^{(2)}[j] + x^{(2)}[j-1]$ – ошибки идентификации моделей (5.57); $\gamma[j]$ – свобод-

ный параметр, выбираемый из условия $0 < \gamma' \leq \gamma[j] \leq \gamma'' < 2$ таким образом, чтобы выполнить требование $\beta[j] < 0$, $\beta^{(i)}[j] > 0$; Δ – произвольное малое положительное число, вектор $\beta[0]$ принимают произвольное значение. Процедура (5.59), (5.60) представляет собой рекуррентный алгоритм типа "полоска-1" [79] решения неравенств

$$\begin{aligned} |\widehat{\beta}_1 u_{j-1} - \widehat{\beta}_2 u_{j-2} - x_j^{(1)} + 2x_{j-1}^{(1)} - x_{j-2}^{(1)}| &\leq 4N_1, \\ |u_{j-1} \widehat{\beta} - x_j^{(2)} + x_{j-1}^{(2)}| &\leq 4N_2 \end{aligned} \quad (5.61)$$

относительно неизвестных $\widehat{\beta}$, $\widehat{\beta}^{(i)}$. Неравенства (5.61) получаются прямо на основании (5.57) с учетом ограничений $|\xi_1(t)| \leq N_1$, $|\xi_2(t)| \leq N_2$.

В алгоритме (5.56) компоненты вектора c_n в случае, если после последней коррекции c_n происходила хотя бы одна коррекция β , $\beta^{(i)}$, определяются так

$$c^{(1)} = 1, c^{(2)} = \frac{\beta^{(1)} - \beta^{(2)}}{2\beta}, c^{(3)} = \frac{\beta^{(1)} + \beta^{(2)}}{2\beta}, c^{(4)} = \frac{(\beta^{(1)} + \beta^{(2)})^2}{8(\beta^{(1)} - \beta^{(2)})}; \quad (5.62)$$

если же в ходе испытания коррекции β , $\beta^{(i)}$ не было, считается, что $c_n = c_{n-1}$; вектор $w(t_n)$ выбирается равным

$$w(t_n) = \begin{cases} w_+(t_n), & \text{если } w_1(0) < 0, \\ w_-(t_n), & \text{если } w_1(0) > 0; \end{cases} \quad (5.63)$$

$\text{Pr}_{\Xi}\{\cdot\}$ – обозначает операцию проектирования вектора \bar{c} в область $\Xi = [\underline{c}^{(1)}, +\infty) \times [-\infty, \bar{c}^{(2)}] \times [-\infty, \bar{c}^{(3)}] \times [-\infty, \bar{c}^{(4)}]$. Проектирование считается правильным, если выполнены соотношения $\bar{c}^{(3)} \geq -2\sqrt{\bar{c}^{(2)}\bar{c}^{(4)}}$, $\bar{c}^{(1)} \leq \bar{c}^{(4)} / x_1(0)$.

Чтобы найти $\underline{c}[n]$, $\bar{c}[n]$ при отсутствии априорной информации о границах k , α , строится идентификационный алгоритм множественного оценивания границ $\underline{\beta}[n]$, $\bar{\beta}[n]$, $\underline{\beta}^{(i)}[n]$, $\bar{\beta}^{(i)}[n]$. Этот алгоритм получается как процедура коррекции текущих границ пересечения интервалов, выделяемых неравенствами (5.62) вида:

$$\bar{\beta}^{(i)}[n] = \max_{1 \leq k \leq j(n-1)} (x_k^{(1)}[n] - 2x_{k-1}^{(1)}[n] + x_{k-2}^{(1)}[n] - 2N_1) / u_{k-i}; \quad (5.64)$$

$$\underline{\beta}^{(i)}[n] = \min_{1 \leq k \leq j(n-1)} (x_k^{(1)}[n] - 2x_{k-1}^{(1)}[n] + x_{k-2}^{(1)}[n] + 2N_1) / u_{k-i}; \quad (5.65)$$

$$\bar{\beta}[n] = \max_{1 \leq k \leq j(n-1)} (x_k^{(2)}[n] - x_{k-1}^{(2)}[n] - 2N_2) / u_{k-1}; \quad (5.66)$$

$$\underline{\beta}[n] = \min_{1 \leq k \leq j(n-1)} (x_k^{(2)}[n] - x_{k-1}^{(2)}[n] + 2N_2) / u_{k-1}, \quad (5.67)$$

где $j(n-1)$ — номер последнего дискретного момента времени на $(n-1)$ -м цикле. Поскольку заведомо $\beta \in (\underline{\beta}[n], \bar{\beta}[n])$, $\beta^{(i)} \in (\underline{\beta}^{(i)}[n], \bar{\beta}^{(i)}[n])$ (согласно (5.61)), то в силу (5.63) можно заключить, что $c^{(i)} \in (\underline{c}^{(i)}[n], \bar{c}^{(i)}[n])$, где

$$\underline{c}^{(1)} = (\underline{\beta}^{(1)} - \underline{\beta}^{(2)}) / 2\bar{\beta}, \quad \underline{c}^{(2)} = (\underline{\beta}^{(1)} + \underline{\beta}^{(2)}) / 2\bar{\beta},$$

$$\underline{c}^{(3)} = (\underline{\beta}^{(1)} + \underline{\beta}^{(2)})^2 / 8(\bar{\beta}^{(1)} - \bar{\beta}^{(2)}), \quad \bar{c}^{(1)} = (\bar{\beta}^{(1)} - \bar{\beta}^{(2)}) / 2\underline{\beta},$$

$$\bar{c}^{(2)} = (\bar{\beta}^{(1)} + \bar{\beta}^{(2)}) / 2\underline{\beta}, \quad \bar{c}^{(3)} = (\bar{\beta}^{(1)} + \bar{\beta}^{(2)})^2 / 8(\underline{\beta}^{(1)} - \underline{\beta}^{(2)}).$$

Выражения (5.56), (5.62), (5.63) определяют алгоритм адаптивного терминального управления объектом (5.47). Отличительной особенностью алгоритма является то, что начальные условия $c_0 \in \Xi$ для него определяются с помощью идентификационной процедуры точечного оценивания (5.59), (5.60), при этом размеры области Ω_n уточняются процедурой множественного оценивания (5.63)-(5.66).

Результаты моделирования. Исследование работоспособности предложенного алгоритма проводилось моделированием адаптивного регулятора (5.16), (5.56), (5.62), (5.63) для терминального управления объектом (5.47) с заданными параметрами объекта k , α и уровнями помех N_1 , N_2 при различных начальных условиях. Результаты моделирования представлены на рис. 5.13-5.16.

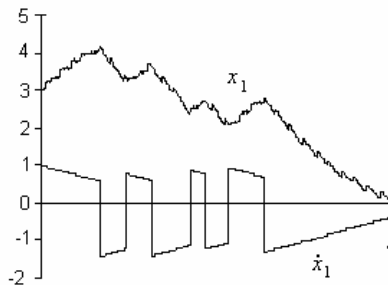


Рис. 5.13. Первый цикл адаптации

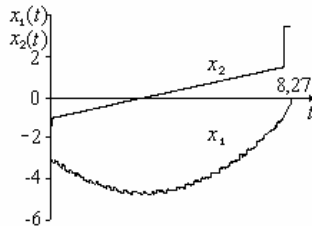


Рис. 5.14. Последний цикл адаптации во временной плоскости

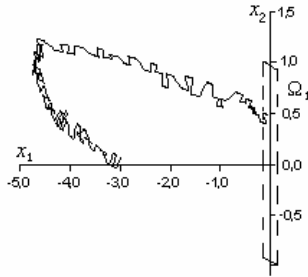


Рис. 5.15. Последний цикл адаптации в фазовой плоскости

Таким образом, алгоритм адаптации (5.56), (5.59), (5.60) для терминального управления объектом (5.47) при любых начальных $c_0 \in \Xi$ и

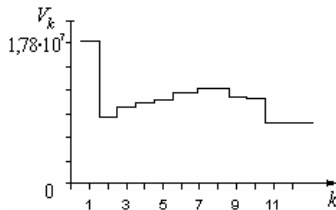


Рис. 5.16. Функция V_n

$\beta[0], \beta^{(i)}[0] \in (-\infty, +\infty)$, произвольном $w(0) \in V$ алгоритм адаптации, позволяет получить за некоторое конечное число шагов N^* такое c^* , что $c_n = c^* \equiv const$ для всех $n \geq N^*$; при этом для всех $t \geq t_{kn}$ гарантируется попадание $w(t)$ в область $\Omega_n = \Pi_1^-[N^*] \cap \Pi_2^+[N^*]$.

5.6 Пример

5.6.1 Модель движения цели

Рассмотрим вопросы построения адаптивной системы автосопровождения по угловым координатам, обеспечивающей сопровождение артиллерийского снаряда в плоскостях его перемещения в воздушном пространстве по результатам самонастройки системы [174].

Входным сигналом системы сопровождения является закон изменения угла поворота оси антенны, который определяется движением снаряда в пространстве. Будем считать, что закон движения оси визирования цели в одной из плоскостей, например горизонтальной, условно может быть представлен выражением [102, с. 274]

$$\alpha(t) = \omega t + 0,5\epsilon t^2, \quad (5.68)$$

где параметры ω , ϵ имеют смысл соответственно угловой скорости и углового ускорения, определяемых условиями наблюдения движущейся цели.

Систему РЛС – цель представим в горизонтальной плоскости $\{x, z\}$ так, что ось x совпадает с направлением движения снаряда и проходит через точку B стояния РЛС (см. рис. 5.17). Ось z направим перпендикулярно оси x так, чтобы она проходила через точку вылета снаряда. Длина отрезка $|AC|$ равняется дальности полета цели. Предполагается, что расстояние $|AB|$ между точкой стояния РЛС и целью известна, результат измерения равен $|AB|=r$. Известен также угол γ в горизонтальной плоскости между направлением на РЛС и направ-

лением полета снаряда, цель движется со скоростью v . Тогда угловая скорость линии визирования цели определяется по формуле

$$\omega = \frac{v \sin \gamma}{r}, \quad (5.69)$$

а ее угловое ускорение можно определить по такой приближенной формуле:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\Delta t}, \quad (5.70)$$

где ω_1 – угловая скорость линии визирования через некоторый достаточно малый интервал времени Δt . Значение ω_1 можно найти, например, в предположении нахождения снаряда через интервал Δt в точке C_1 (рис. 5.17). В этом случае будет справедливой формула

$$\omega_1 = \frac{v \sin \gamma_1}{r_1}. \quad (5.71)$$

Значение r_1 в формуле (5.71) можно найти из треугольника ΔABC_1 по формуле

$$r_1 = \sqrt{(vt)^2 + r^2 - 2vtr \cos \gamma}. \quad (5.72)$$

Значение $\sin \gamma_1$ найдем по теореме синусов

$$\frac{|AB|}{\sin(\pi - \gamma_1)} = \frac{|BC_1|}{\sin \gamma}. \quad (5.73)$$

В уравнении (5.73) $|BC_1|$ - расстояние от точки B стояния РЛС до точки C_1 , где цель будет находиться через время Δt . Учитывая, что $|AC_1|=v\Delta t$, $|AB|=r$, угловое ускорение ε в силу (5.70), (5.71) можно записать формулой

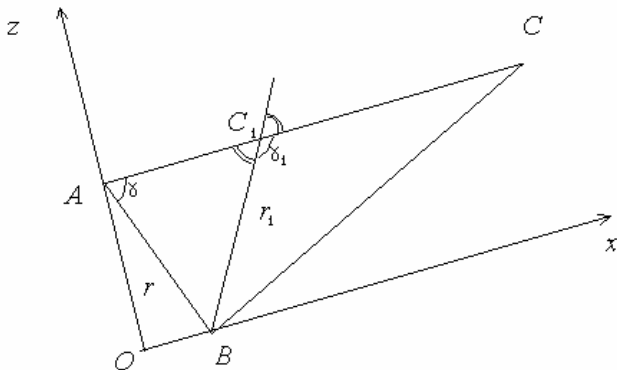


Рис. 5.17. К пояснению функционирования системы "РЛС-цель" в горизонтальной плоскости

$$\varepsilon = \frac{v \sin \gamma (v^2 \Delta t^2 - 2rv\Delta t \cos \gamma)}{\Delta t r (r^2 + v^2 \Delta t^2 - 2rv\Delta t \cos \gamma)}. \quad (5.74)$$

Предполагаем, что характеристики движения цели изменяются плавно и расстояние r мало по сравнению с дальностью полета снаряда, тогда принимаем $\Delta t = 0,1$ с (см. также [175, с. 145]).

Пусть в момент времени $t=0$ артиллерийским орудием выстрелится снаряд, начальная скорость которого $v=1000$ м/с, РЛС нахо-

дится по отношению к орудью на расстоянии $r=1000$ м, угол $\gamma=90^\circ$ (см. рис. 5.17), луч РЛС направлен в точку вылета снаряда. Тогда параметры закона движения снаряда в соответствии с (5.69), (5.74) $\omega=28$ град·с⁻¹, $\epsilon=3,6$ град·с⁻².

Конструктивно система радиолокационного сопровождения снарядов имеет две оси вращения антенны и, соответственно, два канала слежения, которые обеспечивают вращение антенны по азимуту и углу места. Каждый канал в своем составе имеет угловой дискриминатор, который вычисляет ошибку текущего углового направления линии визирования воздушного объекта относительно текущего положения антенны, и исполнительную часть, которая обычно состоит из двигателя постоянного тока и усилителя мощности тиристорного или электромеханического типа.

Передаточная функция разомкнутой части канала сопровождения по углу (азимуту или углу места) является произведением передаточных функций дискриминатора, усилителя мощности и исполнительного двигателя и в обобщенном виде представляется выражением (см. также [109, с. 124])

$$W(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)}, \quad (5.75)$$

где k – коэффициент усиления канала; T_1 – механическая постоянная времени, которая характеризует нарастание скорости и определяется механическими параметрами двигателя; T_2 – электромагнитная постоянная времени двигателя, характеризующая скорость нарастания момента в заторможенном двигателе, определяется индуктивностью обмотки якоря и величиной его активного сопротивления; T_3 –

постоянная времени тиристорного преобразователя, который используется в качестве усилителя мощности, которая определяется частотой сети питания и числом пульсаций выпрямленного напряжения.

В соответствии с общими положениями методики синтеза передаточную функцию (5.75) аппроксимируют простым выражением, в котором малыми постоянными времени пренебрегают. Для большинства исполнительных двигателей влияние индуктивности якорной обмотки на динамические свойства не является определяющим, что дает возможность пренебречь электромагнитной постоянной времени T_2 . При условии, что питание происходит от 3-фазной сети питания с числом пульсаций выпрямленного напряжения, равным 6, и при частоте промышленной сети 50 Гц , постоянной времени тиристорного преобразователя T_3 можно также пренебречь. Тогда аппроксимированная передаточная функция разомкнутой части канала сопровождения по направлению (как по азимуту, так и по углу места) может быть представлена произведением передаточных функций элементов следящей системы и записана в виде

$$W_a(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)} = \frac{\beta}{u}, \quad (5.76)$$

где β , u – выходная и управляющая величины соответственно. Предполагаем, что начальное состояние исполнительной части, определяемое угловым положением β антенны в азимутальной плоскости и скорость $\dot{\beta}$ его изменения, известно и контролируется с помощью соответствующих датчиков. Управляющая функция $u(t)$ подчиняется ограничениям

$$-U \leq u(t) \leq U. \quad (5.77)$$

Рассмотрим случай слежения только за одним типом движения, например, горизонтальным перемещением снаряда в азимутальной плоскости.

Потребуем, чтобы система автосопровождения обеспечивала захват цели спустя некоторое время T' , а ошибки, определяемые выражением $\theta(t) = \alpha(t) - \beta(t)$, в процессе сопровождения не превышали допустимой величины $\theta_{дон}$, т.е.

$$|\theta(T')| \leq \theta_{дон}. \quad (5.78)$$

Длительность интервала T' должна быть минимально возможной

$$I = \int_{t_0}^{T'} dt = \min.$$

Будем считать, что точные значения параметров k , T_1 объекта (5.76), удовлетворяющие требованиям, указанным выше, априори неизвестны, однако известно, что они могут находиться в интервалах

$$0 < \underline{k} \leq k \leq \bar{k}, \quad 0 < \underline{T}_1 \leq T_1 \leq \bar{T}_1. \quad (5.79)$$

Ставится задача в условиях априорной неопределенности относительно параметров k , T , выраженной в форме (5.79), построить систему адаптивного управления объектом (5.76), обеспечивающую захват на сопровождение цели, движущейся по закону (5.68). Система сопровождения должна иметь наименьшее время захвата и максимально

возможную точность, т.е. удовлетворять требованию (5.78) (обеспечивать субоптимальность сопровождения).

5.6.2. Выбор закона управления при реализации системы терминального управления

Наиболее распространенным законом управления при решении задач сопровождения является закон вида

$$u_{\text{пд}}(t) = K_1\theta(t) + K_2\dot{\beta}(t), \quad (5.80)$$

где $\theta(t)$, $\beta(t)$, $\dot{\beta}(t)$ координаты, доступные для измерения; K_1 , K_2 – некоторые коэффициенты, подлежащие определению в процессе синтеза системы автосопровождения. Структура системы с законом управления (5.80) показана на рис. 5.18.

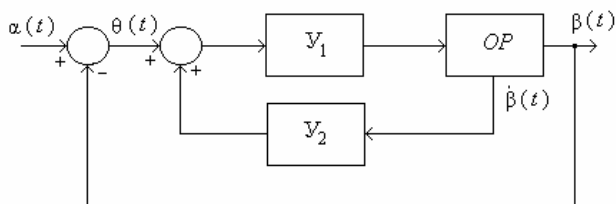


Рис. 5.18. Структура системы с пропорциональным законом управления

На рис. 5.18 введены обозначения: Y_1 , Y_2 – усилители прямой цепи и местной обратной связи, реализующие коэффициенты K_1 , K_2 соответственно, OP – объект управления. В связи с тем, что реализация

различных режимов работы системы автосопровождения, к которым следует относить захват и сопровождение, требует различных значений коэффициентов K_1 , K_2 для достижения необходимых показателей качества системы. При постоянных значениях этих коэффициентов обеспечить хорошие показатели системы достаточно сложно. Известно, что высокую точность и быстродействие системы можно получить путем выбора высоких значений коэффициентов усиления, что может приводить к потере устойчивости в системе [28].

Для решения поставленной задачи предлагается в режиме захвата применить релейный закон управления, позволяющий реализовать максимальное быстродействие в системе автосопровождения, а в режиме захвата – закон управления (5.80). Такая комбинация законов управления позволяет реализовать минимально возможное время захвата системы сопровождения и избежать автоколебаний малой амплитуды в окрестности области достижимости, имеющих место при релейном управлении. Выбранный подход построения закона управления в соответствии с [28, гл. 3] позволяет разрешить имеющееся противоречие в замкнутых системах между условиями оптимальности по быстродействию и устойчивости, что является очень важным для систем автосопровождения. Тогда закон управления может быть записан в виде

$$u(t) = \begin{cases} U \operatorname{sign} \sigma(\theta, \dot{\beta}, c), & |\theta(t)| \geq \theta_{\text{дон}}, \\ u_{\text{пд}} & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5.81)$$

Закон управления (5.81) означает, что при больших ошибках сопровождения используется релейный закон управления, когда на входе системы действует сигнал управления максимального уровня, обеспечи-

вающий разгон объекта управления с максимальной скоростью, и пропорциональный закон управления на установившемся участке сопровождения, исключаяющий режим автоколебаний. В законе управления (5.81) функция $\sigma(c, \theta, \dot{\beta})$ имеет смысл некоторой разделяющей функции в плоскости $\{\theta, \dot{\beta}\}$. Разделяющая $\sigma(c, \theta, \dot{\beta})$ делит все координатное пространство $\{\theta, \dot{\beta}\}$ на две полуплоскости таким образом, что для одного множества $S^+ = \{\theta, \dot{\beta}\}$ функция $\sigma(c, \theta, \dot{\beta}) > 0$, и управление в этой области соответствует значению $+U$; в противоположной полуплоскости $S^- = \{\theta, \dot{\beta}\}$ функция $\sigma(c, \theta, \dot{\beta}) < 0$, и управление принимает противоположный знак $-U$.

По известной методике [31, 32] находим уравнение разделяющей линии

$$\sigma(c, \theta, \dot{\beta}) = \theta + c_1 \dot{\beta} - c_2 \text{sign}(\dot{\beta}) \ln(1 + c_3 |\dot{\beta}|), \quad (5.82)$$

где $c_1 = T$, $c_2 = kT$, $c_3 = k^{-1} \equiv c_1/c_2$. Структура релейного регулятора изображена на рис. 5.19.

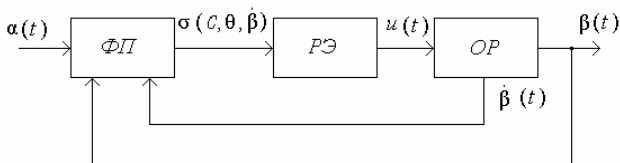


Рис. 5.19. Структура релейного регулятора

Функциональный преобразователь $\Phi\Pi$ по величинам $\alpha, \beta, \dot{\beta}$ в каждый момент времени t вычисляет значение функции $\sigma(c, \theta, \dot{\beta})$, знак

этой функции определяет знак управляющего воздействия, которое формируется элементом переключательного типа $РЭ$. Управляющее воздействие $u(t)$ с $РЭ$ подается на объект $ОР$, что приводит к изменению его выходных величин $\beta, \dot{\beta}$.

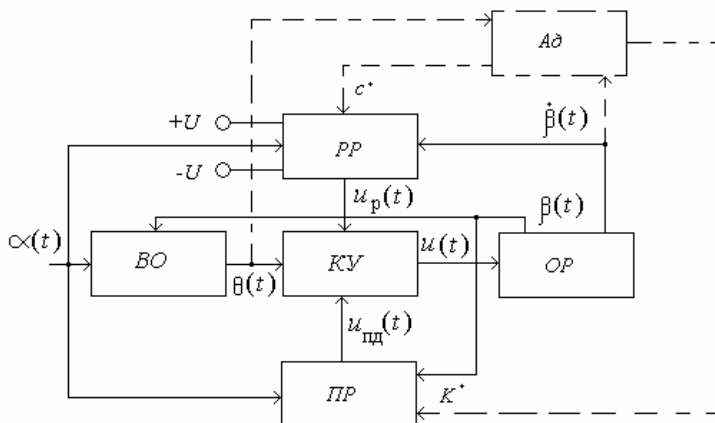


Рис. 5.20. Структура адаптивной системы управления

Тогда общий закон управления (5.81) может быть реализован в структуре, содержащей два регулятора релейного $РЭ$ и пропорционального $РП$ типов (рис. 5.19). Сигнал управления от каждого из них поступает на объект регулирования $ОР$ через коммутирующее устройство $КУ$, выбор закона управления осуществляется в зависимости от ошибки $\theta(t)$, которую измеряет вычислительное устройство $ВО$.

Неточное определение параметров (5.82) закона управления (5.81) предполагает подстановку в (5.82) оценок параметров k, T , выбранных соответствующим образом из (5.79). Произвольный выбор параметров способен привести к двум нежелательным режимам:

слежение за снарядом в скользящем режиме или же с перерегулированием. Оба режима приводят к увеличению времени регулирования, что в данной задаче не допустимо. Кроме того, в скользящем режиме усилитель вынужден работать в режиме сквозных токов, которые дополнительно приводят к разогреву обмоток исполнительного двигателя. Поэтому при построении алгоритма адаптации скользящий режим должен быть исключен из возможных режимов работы сервопривода системы управления.

При построении алгоритма следует учесть, что применение релейного алгоритма не требует достижения нулевых значений θ , $\dot{\beta}$, а только тех, которые обеспечивают условие (5.78). В этом случае множество значений $\{\theta, \dot{\beta}\}$, удовлетворяющих (5.78), определяют некоторую область Ω , отвечающую допустимым оценкам параметров (5.79) и начальным значениям $\beta(0)$, $\dot{\beta}(0)$.

5.6.3. Синтез адаптивной радиолокационной системы сопровождения воздушных целей

Для построения алгоритма адаптации предварительно упростим выражение (5.82), представив нелинейную компоненту, куда входит коэффициент c_3 в функции $\sigma(c, \theta, \dot{\beta})$, в виде ряда при $|\dot{\beta}| \leq k$ и ограничившись первыми двумя членами разложения:

$$\sigma'(d, \vartheta) = d^T \vartheta, \quad (5.83)$$

где $d^T = (d_1, d_2)$ – вектор, компоненты которого определяются параметрами разомкнутого участка системы и входного воздействия

$$d_1 = 1, \quad d_2 = 0,5Tk^{-1}; \quad (5.84)$$

а $\vartheta^T = (\vartheta_1, \vartheta_2)$ – вектор с компонентами

$$\vartheta_1 = \theta, \quad \vartheta_2 = \dot{\beta} |\dot{\beta}|, \quad (5.85)$$

начальные значения которого

$$\vartheta_1(0) = \theta(0), \quad \vartheta_2(0) = \dot{\beta}(0) |\dot{\beta}(0)|. \quad (5.86)$$

Следуя результатам гл. 3, 4 закон управления объектом (5.76) на каждом n -м цикле адаптации выберем в форме соотношения

$$u_n(t) = \begin{cases} +U, & \text{если } \sigma(\vartheta(t-0), d_{n-1}) > 0, \\ -U, & \text{если } \sigma(\vartheta(t-0), d_{n-1}) < 0, \\ U_n(t-0), & \text{если } \sigma(\vartheta(t-0), d_{n-1}) = 0. \end{cases} \quad (5.87)$$

В этом соотношении

$$\sigma_n(\hat{d}_n, \vartheta) = \hat{d}_n^T \vartheta, \quad (5.88)$$

– текущая функция переключения, зависящая от $\vartheta^T = (\vartheta_1, \vartheta_2)$ и вектора $\hat{d}_n^T = (\hat{d}_n^{(1)}, \hat{d}_n^{(2)})$. Скалярная функция (5.88) получена заменой в (5.83) вектора $d^{rT} = (d^{r(1)}, d^{r(2)})$ с компонентами

$$d'_1 = \lambda, \quad d'_2 = 0,5\lambda T k^{-1}, \quad \lambda > 0 \quad (5.89)$$

соответствующими оценками $\hat{d}_n^{(i)}$, выстроенными на предыдущем $(n-1)$ -м цикле с помощью некоторого алгоритма адаптации.

Для разделяющей (5.88) возможно применение линейного по неизвестным параметрам алгоритма. В соответствии с подходом, развиваемым в п. 3.1, 4.1, реализация алгоритма адаптации предусматривает запоминание координаты точки $\vartheta(t_n)$ пересечения в первый раз траектории движения с разделяющей поверхностью и подсчет числа

переключений знака управляющего воздействия $l(T_n)$ на интервале T_n . В качестве области достижимости (области цели) следует воспользоваться областью, определенной критерием (5.78). Тогда настройку параметров регулятора предлагается осуществлять по такому рекуррентному алгоритму (см. также гл. 3, формула (3.13))

$$\hat{d}_n = \begin{cases} \hat{d}_{n-1}, & \text{если } \|\vartheta(t_n)\| \leq \theta_{don}, \quad l(T_n) \leq 1; \\ \text{Pr} \Xi \{ \hat{d}_{n-1} - \vartheta_n(t_n) \}, & \text{если } \|\vartheta(t_n)\| \geq \theta_{don} \text{ при } l(T_n) \leq 1, \\ \hat{d}_n^T \vartheta(t_n) < 0 \text{ или если } l(T_n) > 1, \quad \hat{d}_n^T \vartheta(t_n) > 0; & \\ \text{Pr} \Xi \{ \hat{d}_{n-1} + \vartheta_n(t_n) \}, & \text{если } \|\vartheta(t_n)\| \geq \theta_{don} \text{ при } l(T_n) \leq 1, \\ \hat{d}_n^T \vartheta(t_n) > 0 \text{ или если } l(T_n) > 1, \quad \hat{d}_n^T \vartheta(t_n) < 0. & \end{cases} \quad (5.90)$$

Алгоритм (5.90) относится к алгоритмам с исправлением ошибок. Ситуация на очередном шаге считается ошибочной, если изображающая точка объекта не попадает в область θ_{don} , при этом движение совершается либо в скользящем режиме, если число переключений управления $l(T_n) > 1$, либо, если $l(T_n) \leq 1$, в режиме с перерегулированием. Согласно алгоритму (5.90) вектор d_{n-1} должен корректироваться всякий раз, если по результатам испытания вектор ошибки $\theta(T_n)$ не попадает в область достижимости $\Omega = \{(\theta, \beta) : \|\vartheta(T_n)\| \leq \theta_{don}\}$ с одним переключением. При бесконечном числе итераций область достижимости стягивается в точку - начало координат $\lim_{n \rightarrow \infty} \Omega = 0$. Алгоритм является сходящимся, т.е. дает возможность получить оценку вектора параметров за конечное число итераций при любых $\beta(0) \in V$.

Недопустимые режимы работы сервопривода в алгоритме (5.90) исключены установлением ошибочных ситуаций настройки. В (5.90) вве-

дены такие обозначения: $\text{Pr}_{\Xi}\{d\}$ – проектор произвольного вектора d' на выпуклое множество $\Xi=[0,1, \infty)\times[0,1 \infty)\subset\mathcal{R}^2$; T_n – длительность процесса регулирования; $l(T_n)$ – число переключений знака управления к моменту T_n .

Согласно алгоритму (5.90) вектор d_{n-1} должен корректироваться всякий раз, если по результатам испытания вектор ошибки $\theta(t_n)$ не попадает в область достижимости Ω с одним переключением. Алгоритм состоит из обычных арифметических операций: суммирования, умножения и сравнения, что отличает его простотой и возможностью программно-аппаратурной реализации. Этот алгоритм можно использовать также в процессе сопровождения цели для подстройки параметров релейного регулятора при многократном повторении однотипных операций и медленном изменении параметров системы. Блок адаптера A_d , реализующий алгоритм (6.24), показан на рис. 5.20 пунктиром.

5.6.4. Реализация адаптивной системы сопровождения воздушных целей

Рассматривается объект (5.75), параметры которого $k=13 \text{ c}^{-1}$, $T=0,1 \text{ c}$, коэффициент k удовлетворяет условию (5.79). Исполнительный механизм находится в неподвижном состоянии и рассогласован по положению по отношению к направлению на снаряд на момент начала движения, т.е. $\beta_1(0)=-1$, $\beta_2(0)=0$; радиус области достижимости $\theta_{дон}$ алгоритма $\theta_{дон}=0,033$. Вектор параметров функции $\sigma(\theta, c^T)$ релейного регулятора на первом шаге адаптации выбирается произвольным, например, $c^T = (100, 100, 100)$. Моделирование проводилось с

помощью программ, разработанных на языке PASCAL, вспомогательные проверки, подтверждающие правильность моделирования, производились с помощью математического пакета MATHCAD. Результаты моделирования изображены на рис. 5.21-5.23. На рис. 5.21 показано, что система на 1-м шаге адаптации переходит в скользящий режим, на рисунке применены обозначения $\alpha(t)$ – входной сигнал, $\beta(t)$ – выходной сигнал системы сопровождения, $u(t)$ – сигнал управления в относительных единицах.

На рис. 5.22 изображены сигналы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$ после работы алгоритма подстройки. В результате работы алгоритма (5.90) на $n=14$ шаге работы получен вектор параметров $c_{14}^T = (112,5, 25, 131,4)$, удовлетворяющий условиям задачи. Требуемое состояние система достигает за один интервал управления.

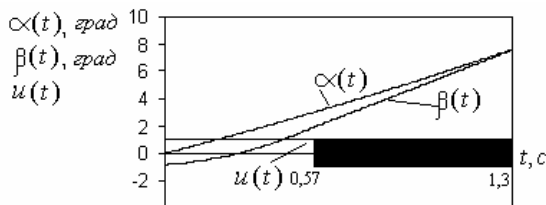


Рис. 5.21. Сигналы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $u(t)$ при релейном законе управления на первом шаге адаптации

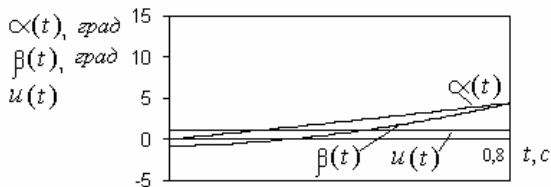


Рис. 5.22. Сигналы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $u(t)$ при релейном управлении на последнем шаге алгоритма настройки

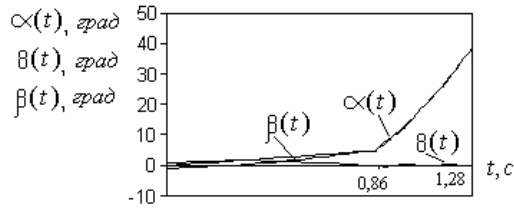


Рис. 5.23. Сигналы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$ при комбинированном управлении

На рис. 5.23 показан результат комбинированного управления на отрезке времени $t=0\dots 1,28$ с. Максимальные ошибки системы управления получены только на этапе переходного процесса, как и должно быть.

Оценка полученных результатов. Проведем сравнение скользящего и субоптимального режимов работы исполнительного механизма, полученного в результате адаптации, по показателям времени и надежности.

Время приведения изображающей точки системы управления в заданную область $|\theta(t)| \leq \theta_{дон}$ в скользящем режиме составляет $t_{ск}=1,31$ с, в субоптимальном режиме $t_{сomm}=0,86$ с. Таким образом, временной выигрыш субоптимального режима составляет $t_{ск}/t_{сomm}=1,52$ раза.

Как известно [176; 177, с.283], оценка надежности радиоэлектронного оборудования на интервале $[0, t]$ при однородном потоке отказов и восстановления оценивается вероятностью безотказной работы $P(t)$ с показателем длительности T безотказной работы по формуле

$$P(t) = \exp(-t/T).$$

Предполагаем, что отказ в рассматриваемой системе управления может наступить сразу после смены знака управляющего воздействия. Сравним длительности T_1 , T_2 безотказной работы скользящего и субоптимального режимов на интервале функционирования регулятора до первого переключения без учета тепловых режимов, т.е. при $t_1=0,57$ с и $t_2=0,86$ с, для заданного значения вероятности $P_1(t_1)=P_2(t_2)$:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{-t_1 \ln P}{\ln P (-t_2)} = \frac{t_1}{t_2} \approx 0,6. \quad (5.91)$$

Таким образом, выигрыш во времени безотказной работы терминального режима составляет примерно 40%. Очевидно, что при учете тепловых режимов работы и степени нагрузки рассматриваемых устройств соотношение может измениться еще больше в пользу субоптимального режима.

Кроме того, для оценки эффективности применения предложенного алгоритма измерялись такие параметры системы сопровождения: время захвата на сопровождение, максимальная скорость системы при захвате на сопровождение, ошибка сопровождения и количество переключений сигнала управления. При этом время захвата $t_{зах}$ системы определялся как интервал времени от начала сопровождения цели с максимальной начальной погрешностью $\theta(0)$ до момента времени, когда погрешность $\theta(t)$ системы становится меньше допустимой $\theta_{дон}$; максимальная угловая скорость $\dot{\beta}_{макс}$ определялась как максимальное значение угловой скорости, которую развивает система во время сопровождения; погрешность сопровождения – как максимальная допустима погрешность, которая возникает в про-

цессе сопровождения после окончания переходного процесса в системе, в данном случае после $t_{зах}$; количество переключений N сигнала управления необходимое для достижения допустимых значений погрешности $\theta_{доп}$.

Результат сравнения, как отношение параметров системы при адаптации к параметрам системы без адаптации приведен в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Характеристики систем по основным параметрам

Параметр	Система		Результат
	без адаптации	с адаптацией	
$t_{зах}, с$	2,13	1	0,47
$\dot{\beta}_{макс}, град/с$	8,5	9,22	1,08
$\theta(t), град$	0,54	0,54	1
N	154	1	0,006

Анализ табл. 5.1 показывает, что при незначительном превышении в скорости система управления с настройкой по алгоритму адаптации дает возможность уменьшить время захвата в 2 раза, уменьшить нагрузку на исполнительную часть в 154 раза при условии обеспечения той же погрешности сопровождения.

ПРИЛОЖЕНИЕ
БЛОК СХЕМЫ АЛГОРИТМОВ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ВЫЧИС-
ЛЕНИЯ, ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

**Блок схемы алгоритмов анализа систем терминального
управления**

Блок-схема алгоритма, реализующего расчет матричного экспоненциала п.2.4. Пример расчета

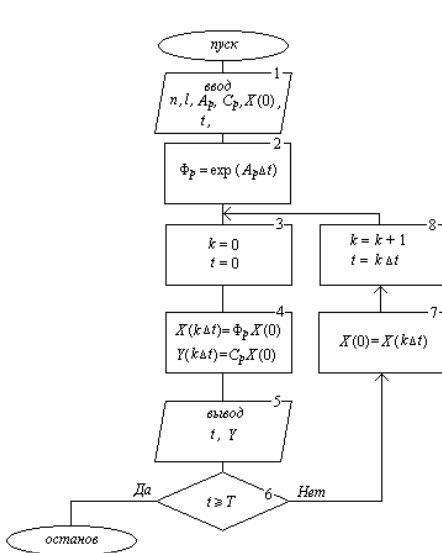


Рис. П.1. Алгоритм анализа систем терминального управления



Рис. П.2. Алгоритм расчета матричного экспоненциала

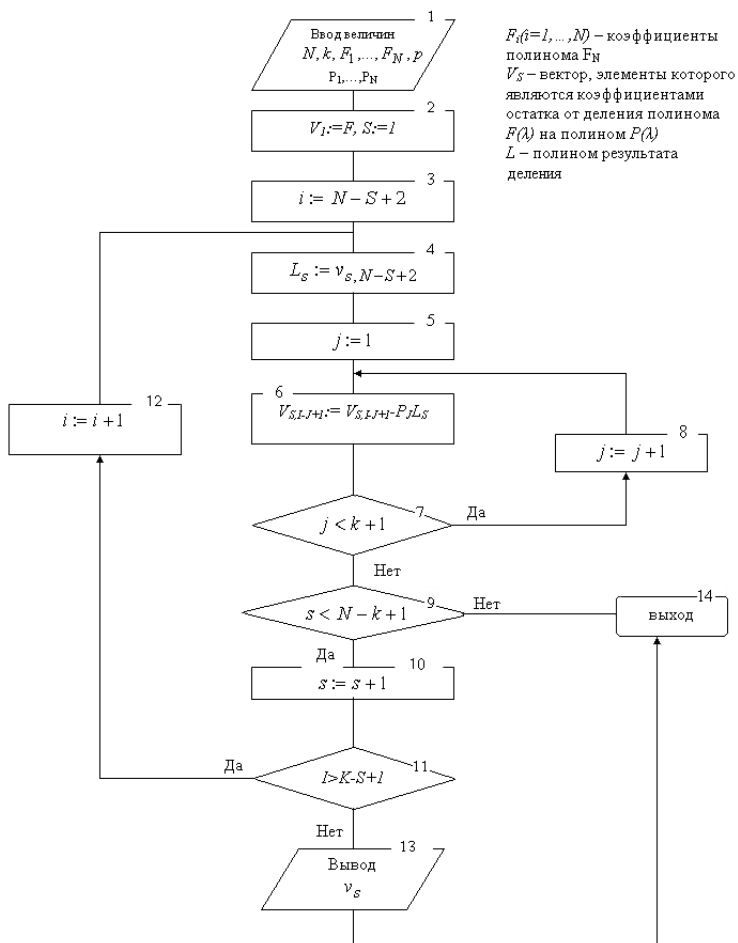


Рис. П.3. Алгоритм деления полиномов

Пример расчета. Алгоритм, предусматривающий процедуру вычисления коэффициентов остаточного полинома $R^+(M)$ методом последовательного деления согласно (2.54).

В качестве грубой оценки точности расчета e^M может выступать абсолютная величина разности

$$\varepsilon_1 = |\det F(M) - \exp(\operatorname{tr}M)|, \quad (\text{П.1})$$

где $\det F(M)$ обозначает определитель матрицы $F(M)$, а $\operatorname{tr}M$ - ее след. Основанием для этого служит формула

$$\det(\exp M) = \exp(\operatorname{tr}M), \quad (\text{П.2})$$

приведенная в [138, п. 4.16] без доказательства³). Для демонстрации возможностей предложенного алгоритма приближенного вычисления матричного экспоненциала приведем результаты расчета e^M для следующей числовой матрицы M :

$$M = \begin{pmatrix} 1.0 & 24.0 \\ 1.0 & -28.0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.3})$$

Вычислим точное и приближенное значения матрицы e^M . По теореме разложения Сильвестра [137, п. 13.4-7] найдем точное значение e^M :

$$e^M = \begin{pmatrix} 5.92138 & 4.76806 \\ 0.19866 & 0.15997 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.4})$$

По оценке числа членов установлено, что для определения e^M с точностью $\varepsilon=0.1$ число N в сумме (2.47) должно составлять $N = 78$. (В отличие от алгоритма работы [132], который дает $N=77$, здесь для на-

³) В справедливости формулы (25) можно убедиться, по крайней мере в случае, когда $n=2$. Напомним, что именно для этого случая в [202] получены точные аналитические выражения для $\exp(M)$.

хождения требуемого числа N не понадобилось вычисления элементов промежуточных матриц M^2, \dots, M^{N+1} .) Далее определяются коэффициенты характеристического полинома:

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 27.0\lambda - 52.0.$$

Путем использования алгоритмической процедуры последовательного деления полинома $F(\lambda)$ на $P(\lambda)$, найден остаточный матричный полином

$$R^+(M) = 0.198131M + 5.723678I. \quad (\text{П.5})$$

Подстановка (П.1) в (П.5) согласно (2.47) с учетом соотношения (2.54) дает

$$e^M \approx F(M) = \begin{pmatrix} 5.92181 & 4.75524 \\ 0.19813 & 0.17589 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.6})$$

Как видно, в рассматриваемом примере для приближенного вычисления e^M вовсе нет никакой необходимости вычисления матриц M^i для всех $i: 2 \leq i \leq 77$. Сравнение (П.4) и (П.6) дает основание записать

$$R = \begin{pmatrix} -0.00043 & 0.01282 \\ 0.00053 & -0.01592 \end{pmatrix}.$$

Отсюда $\|R\| = 0.016$. Таким образом, $\|R\| \leq \varepsilon = 0.1$, т.е. требование по точности выполняется.

Приведем грубую оценку ε_1 точности полученного приближенного результата, используя формулу (П.1). Из (П.6) имеем

$\det F(M) = 0.0994$. С другой стороны, след матрицы (П.3) равен $\text{tr}M = -27.0$, откуда $\exp(\text{tr}M) = 1.88 \cdot 10^{-12}$. Итак, $\varepsilon_1 \approx 0.0994$, т.е. в данном случае величина ε_1 оказалась того же порядка, что и ε .

Формулы для точного расчета. Покажем справедливость соотношения (П.2) для случая, когда

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}. \quad (\text{П.7})$$

В этом случае $\text{tr}A = a + d$, следовательно,

$$\exp(\text{tr}A) = e^{a+d}. \quad (\text{П.8})$$

Согласно [135, следствие 23] в случае, когда A имеет вид (П.1), матричный экспоненциал определяется так:

$$e^A = e^{(a+d)/2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{a-d}{2} & b \\ c & 1 - \frac{a-d}{2} \end{pmatrix}, \quad (\text{П.9})$$

если

$$(a-d)^2 + 4bc = 0; \quad (\text{П.10})$$

$$e^A = e^{(a+d)/2} \begin{pmatrix} \text{ch}(\Delta) + \frac{a-d}{2} \frac{\text{sh}(\Delta)}{\Delta} & b \frac{\text{sh}(\Delta)}{\Delta} \\ c \frac{\text{sh}(\Delta)}{\Delta} & \text{ch}(\Delta) - \frac{a-d}{2} \frac{\text{sh}(\Delta)}{\Delta} \end{pmatrix}, \quad (\text{П.11})$$

если

$$(a-d)^2 + 4bc \neq 0, \quad (\text{П.12})$$

где

$$\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{(a-d)^2 + 4bc}.$$

Пусть выполнено условие (П.10). Тогда в силу (П.9) с учетом (П.10) находим

$$\det(\exp A) = e^{a+d}. \quad (\text{П.13})$$

(Здесь использовалось известное из [138, п.2.4.1] свойство определителей.)

Сравнение (П.8) и (П.13) показывает, что при выполнении (П.10) соотношение (П.2) справедливо.

Предположим теперь, что выполнено (П.12). В этом случае согласно (П.9) с учетом (П.12) и тождества $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$, имеем

$$\det(\exp A) = e^{a+d}.$$

Таким образом, и в более общем случае (П.12) соотношение (П.2) также верно.

Доказательство утверждения 3.1.

Рассмотрим задачу перевода динамической системы (3.1) из начального состояния $x(0) = (x_{10}, x_{20})$, где $x_{10} < 0$, в конечное состояние $x(t_k)$ – начало координат фазовой плоскости (x_1, x_2) . В этом случае динамическая система управляется последовательностью сигналов $\{+1, -1\}$,

противоположный случай рассматривается аналогично. Для динамической системы (3.6) время перевода из состояния $x(0)$ в $x(t_k)$ равно

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = c(2x_{21} - x_{20} - x_{22}), \quad (1)$$

где $c = k^{-1}$; x_{21} – значение координаты x_2 в момент смены знака сигнала управления,

$$x_{21} = (0,5x_{20}^2 - c^{-1}x_{10})^{0,5}; \quad (2)$$

x_{22} – конечное значение координаты x_2 .

В случае, когда параметр c известен, то в данной задаче всегда можно найти координату x_{21} , а значит определить интервал времени Δt , при этом $x_{22}=0$.

Теперь рассмотрим случай, когда параметр c неизвестен. Будем считать, что в этом случае перевод изображающей точки объекта осуществляется в окрестность Ω начала координат

$$\Omega = \{(x_1, x_2) : 0 \leq x_1 \leq \underline{x}_1, 0 \leq x_2 \leq \underline{x}_2\}. \quad (3)$$

Пусть имеется параметр $c' \neq c$. В этом случае точка x_{21} переключения имеет вид

$$x'_{21} = (c(c + c')^{-1}x_{20}^2 - 2(c + c')^{-1}x_{10})^{0,5}. \quad (4)$$

Найдем теперь отношение выражений (2) и (4)

$$\frac{x_{21}}{x'_{21}} = \sqrt{\frac{c+c'}{2c}}. \quad (5)$$

Если $c' < c$, то из (5) получаем $x_{21} < x'_{21}$, при этом за два интервала управления обеспечивается $x_{12} > 0$. Очевидно, что выбором c' можно сделать так, что за два интервала управления $(x_{12}, x_{22}) \in \Omega$ и обеспечить тем самым субоптимальность управления.

Если $c'' > c$, то из (5) имеем $x_{21} > x''_{21}$. Учитывая, что

$$x''_{11} = x_{10} + 0,5(x''_{21}{}^2 - x_{20}{}^2), \quad (6)$$

и

$$x_{11} = x_{10} + 0,5(x_{21}{}^2 - x_{20}{}^2), \quad (7)$$

получаем, что $x''_{11} < x_{11}$, а значит $x''_{12} < 0$, т.е. $(x''_{12}, x_{22}) \notin \Omega$ за два интервала управления. Значит, требуется дополнительное переключение знака управления, но при этом имеем скользящий режим. В этом случае время перевода изображающей точки

$$\Delta t'' = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_N, \quad (8)$$

где N – число интервалов переключения, или

$$\Delta t = c \left(\sum_{i=1}^N x_{21}^{(i)} - x_{20} - x_{22} \right). \quad (9)$$

Предполагая, что в (9) сумма может быть заменена оценкой

$$\sum_{i=1}^N x_{21}^{(i)} \leq N x_{21}^{(1)},$$

перепишем (9) в виде

$$\Delta t = c(Nx_{21}^{(1)} - x_{20} - x_{22}). \quad (10)$$

Выражение (10) означает, что в скользящем режиме $\Delta t'' \gg \Delta t$.

Таким образом, субоптимальность управления может быть обеспечена соответствующим выбором параметра c , при числе переключений числа интервалов управления соответствующему оптимальному и $(x_{12}, x_{22}) \in \Omega$.

Введем число $\lambda > \lambda_0 = \frac{|x|^2}{2\delta}$. Тогда для задачи адаптивного управления (3.11)-(3.13) справедливо соотношение

$$W(c_j) - W(c^*) \geq \delta > 0.$$

Тогда для $W(c_j) = (c_j - \lambda c^*)^2$

$$W(c_j) - W(c_{j+1}) = -x_j(2c_j + x_j - 2\lambda c^*) \geq \varepsilon(\lambda) = 2\delta(\lambda - \lambda_0) > 0.$$

В соответствии с теоремой 1 [147, с. 1309], последнее как раз и означает, что алгоритм является сходящимся.

Теперь докажем конечность итераций при субоптимальном управлении. Отметим, что значение коэффициента коррекции в алгоритме не существенно. Доказательство рассматривается для коэффициента коррекции $\tau=1$. Если теорема справедлива для $\tau=1$, то и для $\tau \neq 1$ она останется справедливой, так как величина c влияет только на

изменение масштаба объекта и не влияет на разделимость подпространств, принадлежащих сигналам управления различных знаков. Тогда из соотношения (3.13) имеем

$$c_{k+1} = c_1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k. \quad (11)$$

Согласно предположению, существует некоторый разделяющий вектор c , такой, $cx > 0$ для всех $x \in V$. Для фиксированного разделяющего вектора c предполагаем, что имеется

$$\min_{x \in V} c \cdot x \equiv \delta, \quad (12)$$

где $\delta > 0$. Исключим c_1 из левой части (11) и умножим скалярно обе части полученного равенства на c , получим

$$(c_{k+1} - c_1)c = cx_1 + cx_2 + \dots + cx_k. \quad (13)$$

Используя равенство (12) равенство (13) можно записать в виде неравенства

$$(c_{k+1} - c_1)c \geq k\delta. \quad (14)$$

Воспользуемся для правой части последнего неравенства (14) неравенством Коши-Буняковского, получаем

$$|c_{k+1}|^2 \geq \frac{[(c_{k+1} - c_1)c]^2}{c^2}. \quad (15)$$

Тогда в силу (15) неравенство (14) может быть записано в виде

$$|c_{k+1}|^2 \geq \frac{k^2 \delta^2}{|c|^2} + |c_1|^2. \quad (16)$$

Из других соображений можно получить другую оценку для c_{k+1} . Для всех k справедливо равенство (16), которое для j -го компонента можно заменить равенством

$$|c_{j+1}|^2 = |c_j|^2 + 2c_j x_j + |x_j|^2, \quad (17)$$

но $c_j x_j \leq 0$, следовательно,

$$|c_{j+1}|^2 - |c_j|^2 \leq |x_j|^2 \text{ для всех } j.$$

Складывая эти неравенства для $j=1, \dots, k$, получаем

$$|c_{k+1}|^2 \leq \sum_{j=1}^k |x_j|^2. \quad (18)$$

Полагая

$$\max_{x \in V} |x|^2 \equiv M, \quad (19)$$

можно записать

$$|c_{k+1}|^2 \leq kM. \quad (20)$$

Последнее неравенство означает, что квадрат длины весового вектора не может расти быстрее, чем линейная функция от числа шагов. Очевидно, что при достаточно больших k неравенства (20) и (16) противоречивы. Поэтому k не может быть больше некоторого k_m , которое можно найти из равенства

$$\frac{k\delta^2}{|c|^2} - kM + |c_1|^2 = 0. \quad (21)$$

или

$$k_m = 0,5 \left(|c|^2 |\delta^{-2}| M + |c|^2 |\delta^{-2}| \sqrt{M^2 - 4|c_1|^2 |\delta^{-2}| |c|^2} \right). \quad (22)$$

Ограниченность оценки k_m доказывает теорему об ограниченности числа коррекций для достижения желаемого результата. Следует отметить, что несмотря на то, что теорема доказана, оценка (22) не является эффективной, поскольку в нее входит неизвестный разделяющий вектор c .

Таблица .1

Сравнительная характеристика методов адаптации

Метод	Обучение	Точечная идентификация	Множественная идентификация
Результат	вектор параметров	вектор параметров	апостериорное множество вектора параметров
Знание модели динамической системы	нет необходимости	необходимо	необходимо
Вектор параметров	принадлежит априорному множеству	принадлежит априорному множеству	принадлежит апостериорному множеству
уточнение границ множества принадлежности	не уточняются	не уточняются	уточняются
применение	самостоятельное	самостоятельное	совместно с точечной идентификацией
скорость сходимости	малая	хорошая	хорошая
точность	хорошая	плохая	Плохая

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Летов А.М. Теория оптимального управления // Оптимальные системы. Статистические методы: труды II Междунар. конгр. междунар. федерации по автоматическому управлению, Базель (Швейцария), 28 августа-4 сентября, 1963 г. – М.: Наука, 1963. – 486 с.
2. Батенко А.П. Системы терминального управления / Батенко А.П. – М.: Радио и связь, 1984. – 160 с.
3. Красовский А.А. Аналитическое конструирование систем квазитерминального управления // Автоматика и телемеханика. – 1962. – Т. XXIII, № 12. – С.1584-1594.
4. Справочник по теории автоматического управления / [Александров А.Г., Артемьев В.М. и др.]; под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
5. Кирилова Л.С. Теорема существования для задачи терминального управления // Автоматика и телемеханика. – 1963. – Т. XXIV, №9. – С. 1178-1182.
6. Кирилова Л.С. Общая задача терминального управления в линейных системах // Автоматика и телемеханика. – 1965. – Т. XXVI, №12. – С. 2120-2130.
7. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления / Болтянский В.Г. – М.: Наука, 1969. – 408 с.
8. Математическая теория оптимальных процессов / [Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко]. – [4-е изд.] – М.: Наука, 1983. – 392 с.
9. Нейштадт Л.В. Синтез оптимальных по быстродействию систем / В кн. Механика: сб. переводов иностранной литературы. – № 3. – М.: Наука, 1964. – С.43-50.

10. Пат. № 77029 СССР. Система перемещения валков прокатного стана / №181007; заявл. 25.11.35; опубл. 1936, Бюл. № 5.
11. Бор-Раменский А.Е. Оптимальный следящий привод с двумя параметрами управления / А.Е. Бор-Раменский, Сун Цзянь// Автоматика и телемеханика. – 1961. – Т. XXII, №2. – С. 157-170.
12. Воронин А.Н. О почти оптимальном регулировании напряжения генератора / А.Н. Воронин // Известия высш. учебн. завед. Энергетика. – 1964. – № 5. – С.14-19.
13. Горский В.В. Релейная система автоматического регулирования положения с компаундным двигателем / В.В. Горский // Автоматика и телемеханика. – 1957. – Т. XVIII, №9. – С. 781-791.
14. Battini E. Un sistema di controllo a rele a tempo di risposto minimo / E. Battini, A. Lepschy // Elettrotecnica. – 1962. – V.49, № 1. – P. 1511-1528.
15. Gibson J.E. Practical application of nonlinear control theory / J.E. Gibson // ISA Journal. – 1959. – Vol. 6, №12. – P. 1840-1850.
16. Liberman S.I. A bang-bang attitude control system for space vehicles / S.I. Liberman // Aerospace Engineering. – 1962. – Vol. 21, №10. – P. 54-55, 64-68.
17. Wang P.K.C. Analytical design of electrohydraulic servomechanisms with near time time-optimal responses / P.K.C. Wang // IEEE Transactions on Automat. Control. – 1963. – Vol. AC-8, № 1. – P. 15-27.
18. Athans M. Time-optimal velocity control of a spinning space body / M. Athans, P.L. Falb, R.T. Lacoss // IEEE Transactions on applications and industry. – 1963. – Vol. 83, № 67. – P. 206-214.
19. Choi D.-S., Kim S.-J., Ha I.-J. A phase-plane approach to time-optimal control of single-DOF mechanical systems with friction / D.-S. Choi, S.-J. Kim, I.-J. Ha // Automatica. – 2003. – №39. – P. 1407-1415.

20. Shin K.G. Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints / K.G. Shin, N.D. McKay // IEEE Transaction on automatic control. – 1985. – Vol. AC-30, № 6. – P.531-541.
21. Slotine J.-J.E. Improving the efficiency of time-optimal path-following algorithms / J.-J.E. Slotine, H.S. Yang // IEEE Transaction on robotics and automation. – 1989. – Vol. 5, № 1. – P.119-124.
22. Kim T.H. Time-optimal control of a single-DOF mechanical system with friction / T.H. Kim, I.J. Ha // IEEE Transaction on automatic control. – 2001. – Vol. 46, № 5. – P.751-755.
23. Dong J. A generalized time-optimal bidirectional scan algorithm for constrained feed-rate optimization / J. Dong, J.A. Stori // ASME J. Dynam. Syst., Measurement, Contr. – 2006. – Vol. 128, №3. – P. 379-390.
24. Kahn M.E., The Near-Minimum-Time Control of open loop articulated kinematic chains / M.E. Kahn, B. Roth // Trans. ASME. J. Dynamic Systems measurement and control. – 1971. – Vol. 93. – P. 164-172.
25. Фельдбаум А.А. Вычислительные устройства в автоматических системах / Фельдбаум А.А. – М.: Физматгиз, 1959. – 800 с.
26. Фельдбаум А.А. Методы теории автоматического управления / А.А. Фельдбаум, А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1971. – 744 с.
27. Антомонов Ю.Г. Автоматическое управление с применением вычислительных машин / Антомонов Ю.Г. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 484 с.
28. Зайцев Г.Ф. Квазиоптимальные следящие системы / Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. – К.: Вища шк., 1981. – 176 с.
29. Пшеничный Б.Н. Численный метод расчета оптимального по быстродействию управления для линейных систем / Б.Н. Пшеничный // Журн. вычислит. математ. и математич. физики.– 1964. – Т. 4, № 1. – С. 52-60.

30. Knudsen H.K. An iterative procedure for computing time-optimal controls / H. K. Knudsen // IEEE Trans. on automatic control. – 1964. – № 1. – С. 23-30.
31. Смольников Л.П. Синтез квазиоптимальных систем автоматического управления / Смольников Л.П. – Л.: Энергия, 1967. – 168 с.
32. Атанс М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Фалб. – М.: Машиностроение, 1968. – 764 с.
33. Козлов А.И., Полный анализ задачи тройного интегратора / А.И. Козлов, Д.Ю. Муровцев // Автоматика и телемеханика. – 2005. – №1. – С.3–12.
34. Крутько П.Д. Исследование динамики субоптимальных по быстродействию автоматических систем / П.Д. Крутько // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – №2. – С. 16-33.
35. Рустамов Г.А. Синтез финитного управления с переменной структурой для регулируемых объектов, передаточные функции которых содержат нули / Г.А. Рустамов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. - №6. – С.22-27.
36. Крамаренко Е.А. К решению задачи оптимального быстродействия для одного класса линейных систем / Е.А. Крамаренко // Пробл. управл. и информатики. – 1995. – № 2. – С. 45- 50.
37. Хабаров Н.В. Алгоритм решения задачи быстродействия на основе проектирования конечного состояния на множество достижимости / Н. В. Хабаров // Труды XXIV конф. мол. уч. мех.-мат. фак-та МГУ им. М. В. Ломоносова; Москва, 8 -13 апреля 2002 г. – М.: МГУ, 2002. – С. 182-184.
38. Божко А.Е. Синтез оптимального управления колебательными системами / Божко А.Е. – К.: Наук. думка, 1990. – 164 с.

39. Павлов А.А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстродействию (метод фазового пространства) / Павлов А.А. – М.: Наука, 1966. – 392 с.
40. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности / Мееров М.В. – М.: Наука, 1967. – 424 с.
41. Дунаев В.И. Квазиоптимальные по быстродействию системы автоматического регулирования / Дунаев В.И. – М.: Энергия, 1970. – 64 с.
42. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой / С.В. Емельянов. – М.: Наука, 1967. – 348 с.
43. Крутько П.Д. Алгоритмы терминального управления линейных динамических систем / П.Д. Крутько // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1998. - №6. – С.33-45.
44. Потапенко Е.М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями / Е.М. Потапенко // Пробл. управл. и информатики. – 1995. – №2. – С. 36-44.
45. Новосельцев В.Н. Оптимальные по быстродействию системы управления при наличии случайных помех / В.Н. Новосельцев // Труды II Междунар. конгр. междунар. федерац. по автоматич. управлен. – Т. II. – М.: Наука, 1965. – С. 368-377.
46. Knoll A.L. Experiments with a pattern classifier on an optimal control problem / A.L. Knoll // IEEE Trans. on Automatic. Control. – 1965. – Vol. AC-10, № 10. – P.479-480.
47. Антомонов Ю.Г. Расчет систем, оптимальных по быстродействию (управление судном по курсу) / Антомонов Ю.Г. – Л.: Судостроение, 1964. – 72 с.
48. Кунцевич В.М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход / Кунцевич В.М., Лычак М.М. – К.: Наук. думка, 1985. – 248 с.

49. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / Кунцевич В. М. – К.: Наук. думка, 2006. – 264 с.
50. Кучеров Д.П. Решение одной задачи синтеза адаптивной системы управления, квазиоптимальной по быстродействию, при наличии ограниченного шума / Д.П. Кучеров // Кибернетика и вычисл. техника. – 1999. – Вып. 122. – С. 13 – 22.
51. Кучеров Д.П. Адаптивное квазиоптимальное по быстродействию управление некоторой динамической системой: идентификационный подход / Д.П. Кучеров // Тр. Одес. политехн. ун-та. – Вып.4 (16). – Одесса: ОПУ, 2001. – С. 78-81.
52. Кучеров Д.П. Синтез адаптивного регулятора для финитного управления вращающимся телом при наличии ограниченных помех / Д.П. Кучеров // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 1. – С.38-48.
53. Кучеров Д.П. О синтезе адаптивной квазиоптимальной по быстродействию системы управления с запаздыванием при ограниченных возмущениях / Д.П. Кучеров // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – №6 (69). – С.58-63.
54. Кучеров Д.П. Синтез алгоритма адаптивного терминального управления инерционной системой второго порядка при наличии ограниченных помех / Д.П. Кучеров // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 5. – С.20-28.
55. Костюк В.И. Беспойсковые градиентные самонастраивающиеся системы / В.И. Костюк. – К.: Техніка, 1969. – 276 с.
56. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин– М.: Наука, 1968. – 400 с.

57. Булейко В.Б. Самонастраивающиеся системы управления / В.Б.Булейко, Н.В. Козлов – М.: Воениздат, 1967. – 76 с.
58. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / Красовский А.А. – М.: Наука, 1973. – 560 с.
59. Соколов Н.И. Адаптивные системы автоматического управления летательными аппаратами / Соколов Н.И., Рутковский В.Ю., Судзиловский Н.Б. – М.: Машиностроение, 1988. – 206 с.
60. Санковский Е.А. Самонастраивающиеся системы управления с эталонными моделями / Е.А. Санковский, В.В. Кругликов. – Минск: Наука и техника, 1970. – 176 с.
61. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стринз. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
62. Александровский Н.М. Адаптивные системы автоматического управления сложными технологическими процессами / Александровский Н.М., Егоров С.В., Кузин Р.Е. – М.: Энергия, 1973. – 272 с.
63. Козлов Ю.М. Адаптация и обучение в робототехнике / Козлов Ю.М. – М.: Наука, 1990. – 248 с.
64. Юревич Е.И. Основы робототехники / Юревич Е.И. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
65. Срагович В.Г. Адаптивное управление / В.Г. Срагович– М.: Наука, 1981. – 384 с.
66. Петров Б.Н. Самонастраивающиеся автоматические системы / Б.Н. Петров. – М.: Наука, 1964. – 252 с.
67. Срагович В.Г. Теория адаптивных систем / Срагович В.Г. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

68. Фельдбаум А.А. Теория дуального управления I-IV / А.А. Фельдбаум // Автоматика и телемеханика. – 1960. – Т. 21; №9, 11; – 1961. – Т. 22; № 1, 2.
69. Фельдбаум А.А. Об одном классе самообучающихся систем с дуальным управлением / А.А. Фельдбаум // Автоматика и телемеханика. – 1964. – Том 25, №4.
70. Азарсков В.М. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / В.М. Азарсков, Л.Н.Блохин, Л.С. Житецкий, Н.Н.Куссуль. – К.: НАУ, 2004. – 500 с.
71. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Черноусько Ф.Л. – М.Наука, 1978. – 273 с.
72. Петров А.И. Статистический синтез адаптивных систем терминального управления с эталонной моделью / Петров А.И. // ДАН СССР. – 1978. – Том 242. – № 2. – С. 298-301.
73. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности / А.Б. Куржанский. – М.: Наука, 1977. - 392 с.
74. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем / Я.З. Цыпкин– М.: Наука, 1970. – 252 с.
75. Goodwin G.C., Sin R.S. Adaptive filtering, prediction and control / Goodwin G.C., Sin R.S. – Engewood Cliffs, NJ.: Prentice-Hall, 1984. – 572 p.
76. Schweppe F.C. Recursive state estimation: unknown errors and system inputs / F.C. Schweppe // IEEE Trans. Autom. Control. – 1968. – Vol. AC-13. – № 1. – P. 22-26.
77. Красовский Н.Н. Современные проблемы оптимизации и устойчивости неопределенных и стохастических систем / Н.Н. Красовский, А.Б. Куржанский, А.И. Кибзун // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №10. – С.3-4.

78. Zade L. Fuzzy logic, neural networks and soft computing / L.Zade // Communications of the ACM. – 1994. – Vol. 37, №3. – P. 77-84.
79. Фомин В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами / В.Н. Фомин, А.Л. Фрадков, В.А. Якубович. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
80. Интеллектуальные системы поддержки принятия решений: теория, синтез, эффективность / В.А. Тарасов, Б.М. Герасимов, И.А. Левин, В.А. Корнейчук. – К.: МАКНС, 2007. – 336 с.
81. Герасимов Б.М. Человеко-машинные системы принятия решений с элементами искусственного интеллекта / Б.М. Герасимов, В.А. Тарасов, И.В. Токарев. – К.: Наукова думка, 1993. – 184 с.
82. Герасимов Б.М. Использование искусственного интеллекта – современная тенденция развития вооружения / Б.М. Герасимов, Д.П. Кучеров, З.Н. Копылова, В.Г. Мякухин // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2007. – Спецвыпуск. – С. 36-42.
83. Применение методов искусственного интеллекта в управлении проектами / [Н.М. Бабынин, В.Я. Жихарев и др.]; под ред. А.Ю. Соколова. – Х.: НАКУ им. Жуковского “ХАИ”, 2002. – 474 с.
84. Гостев В.И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления / Гостев В.И. – К.: Радиоаматор, 2005. – 708 с.
85. Гостев В.І. Порівняльна оцінка якості фаззі-систем автоматичного регулювання потужності передавача в радіоканалі зв'язку при дії мультиплікативних та адитивних збуджуючих діянь / В.І. Гостев, Н.І. Кунах, В.В. Гостев, О.М. Бережний // Зб. наук. пр. ВІКНУ. – Вип. 2. – К.: ВІКНУ, 2006. – С. 48-55.
86. Benhidjeb A. Fuzzy control of an overhead crane performance comparison with classic control / A. Benhidjeb, G.L. Gissinger// Int. Jo. Control engineering practice. – 1995. – Vol. 3, № 12. – P. 1687 – 1696.

87. Matthews C. Fuzzy concepts and formal methods: some illustrative examples / C. Matthews, P. A. Swatman // In the second Australian workshop on requirements engineering (AWRE'97). – Sydney: Macquarie University, 1997. – P. 99-114.
88. Олссон Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Олссон Г., Пиани Дж. – СПб: Невский диалект, 2001. – 557 с.
89. Ashour M. Adaptive neural control of NPR / M. Ashour, A. Aboshosha // Proceeding of A1 Azhar Engineering Fifth International Conference AEIC-97, Cairo, Egypt, December 19-22, 1997.
90. Widrow B. Practical application for adaptive data processing systems / B. Widrow, G.F. Groner, M.J. Hu, F.W. Smith, D. Specht, L.R. Talbert // WESCON Techn. Papers. – Vol. 11/4, № 7. – 1963. – P. 158-169.
91. Шахнович И. Нейронные сети в России – благодаря или вопреки? / И. Шахнович // Электроника: наука, технология, бизнес. – 1999. – №1. – С. 20-24.
92. Noriega J.R. A direct adaptive neural-network control for unknown nonlinear system and its application / J.R. Noriega, H. Wang // IEEE Trans. Neural networks. – 1998. – 9. – № 1. – P. 27 – 34.
93. Степанов М.Ф. Интеллектуальные самоорганизующиеся системы автоматического управления – триада “теория автоматического управления – информационные технологии – искусственный интеллект” / М.Ф. Степанов // Информационные технологии. – 2001. – № 11. – С. 24 – 29.
94. Розенблатт Ф. Принцип нейродинамики. Перцептроны и теория механизмов мозга / Ф. Розенблатт. – М.: Мир, 1965. – 480 с.

95. McCulloch W.S. A Logical Calculus of Ideas Immanent in Nervous Activity / W.S. McCulloch, W. Pitts // Bull. Mathematical Biophysics. – Vol. 5. – 1943. – P. 115–133.
96. Hopfield J.J. Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities / J.J. Hopfield // Proc. National Academy of Sciences, USA79. – 1982. – P. 2554–2558.
97. Werbos P. Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences / P. Werbos // Phd Thesis, Dept. of Applied Mathematics, Harvard University, Cambridge, Mass., 1974.
98. Васильев В.И. Распознающие системы: справочник / Васильев В.И. – К.: Наукова думка, 1983. – 422 с.
99. Мансон Дж. Робот планирует, выполняет и контролирует в неопределенной среде / Дж. Мансон // Интегральные роботы. – М.: Мир, 1973. – С.355-381.
100. Акинфиев Т. Разработка колесного робота с изменяемой структурой и адаптивной системой управления / Т. Акинфиев, М. Армада, А. Рамирес // Искусственный интеллект. – 2006. – №3. – С. 662-670.
101. Радиоавтоматика / Под ред. В.А. Бесекерского. – М.: Высш. шк., 1985. – 271 с.
102. Локк А.С. Управление снарядами / Локк А.С. – М.: Госиздат. техн.-теор. литературы, 1957. – 776 с.
103. Бартон Д., Вард Г. Справочник по радиолокационным измерениям / Д. Бартон, Г. Вард. – М.: Сов. радио, 1976. – 392 с.
104. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника: пер с англ. в 4-х т. – Т. 4. – М.: Сов. радио, 1978. – 528 с.
105. Перов В.П. Расчет радиолокационных следящих систем с учетом случайных воздействий / Перов В.П. – Л.: Судпромгиз, 1961. – 168 с.

106. Сопровождение движущихся целей / под ред. Ю.И. Фельдмана. – М.: Сов. радио, 1978. – 228 с.
107. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / Кузьмин С.З. – К.: КВЦ, 2000. – 428 с.
108. Шишов Ю.А. Многоканальная радиолокация с временным разделением каналов / Ю.А. Шишов, В.А. Ворошилов. – М.: Радио и связь, 1987. – 144 с.
109. Волгин А.А. Элементы теории управляющих машин (метод полиномиальных уравнений в задачах синтеза систем автоматического управления с цифровыми вычислительными машинами) / Волгин А.А. – М.: Сов. радио, 1962. – 164 с.
110. Смирнова В.И. Проектирование и расчет автоматизированных приводов / В.И. Смирнова, В.И. Разинцев. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.
111. Кучеров Д.П. О двух подходах к задаче синтеза следящих систем высокой точности: инвариантность и оптимальность / Д.П. Кучеров // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №6. – С. 56-64.
112. Системы управления и бортовые вычислительные комплексы летательных аппаратов / под ред. Н.М. Лысенко. – М.: ВИА им. Можайского, 1990. – 368 с.
113. Лебедев А.А. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов / А.А. Лебедев, Л.С. Чернобровкин. – М.: Машиностроение, 1973. – 616 с.
114. Космические аппараты / под ред. К.П. Феоктистова. – М.: Воениздат, 1983. – 319 с.
115. Фу К.С. Робототехника / К.С. Фу, Р.С. Гонсалес, К.С.Дж. Ли. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

116. Гнучкі комп'ютеризовані системи: проектування, моделювання і управління / [Ямпольський Л.С., Мельничук П.П. и др.]; под ред. Л.С. Ямпольського. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 680 с.
117. Шахинпур М. Курс робототехники / Шахинпур М. – М.: Мир, 1990. – 527 с.
118. Пшихопов В.Х. Позиционное, субоптимальное по быстродействию управление мобильным роботом / В.Х. Пшихопов // Искусственный интеллект. – 2001. – № 3. – С. 490-497.
119. Кучеров Д.П. Задача структурного синтеза військового мобільного робота / Кучеров Д.П., Копилова З.Н., М'якухин В.Г. // Зб. наук. пр. / ЦНДІ ОБТ ЗС України. – Вип. 18. – К.: ЦНДІ ОБТ ЗСУ, 2007. – С.101-114.
120. Wilson E., Neural network control of a free-flying space robot / E. Wilson, S.M. Rock // Proceeding of the world Congress on Neural Networks, San Diego, California, June 1994.
121. Федяевский К.К. Управляемость корабля / К.К. Федяевский, Г.В. Соболев. – Л.: Судпромгиз, 1963. – 376 с.
122. Гидродинамика судов на мелководье / [А.М. Басин, И.О. Велдницкий, А.Г. Леховицкий]; под ред. А.М. Басина. – Л.: Судостроение, 1976. – 320 с.
123. Автоматизированное проектирование систем автоматического управления / под ред. В.В. Солодовникова. – М.: Машиностроение, 1990. – 332 с.
124. Задирака В.К. Некоторые приложения теории аппроксимации к решению задач автоматического управления / Задирака В.К. – К.: Знание, 1970. – 84 с.
125. Чаки Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Чаки Ф. – М.: Мир, 1975. – 424 с.

126. Заде Л. Теория линейных систем (Метод пространства состояния) / Л. Заде, Ч. Дезоер. – М.: Наука, 1970. – 774 с.
127. Директор С. Введение в теорию систем / С. Директор, Р. Рорер. – М.: Мир, 1974. – 464 с.
128. Ту Ю. Современная теория управления / Ю. Ту – М.: Машиностроение, 1971. – 472 с.
129. Андреев Ю.Н. Управление конечно-мерными линейными объектами / Ю.Н. Андреев. – М.: Наука, 1976. – 424 с.
130. Понтрягин Л.С. Дифференциальные уравнения и их приложения / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
131. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
132. Козырев В.Д. Применение цифровых ЭВМ при исследовании автоматических систем РЭС / В.Д. Козырев. – Киев: КВИРТУ, 1976. – 182 с.
133. Ganapathy S. Transient response evaluation from the state transition matrix / S. Ganapathy, Rao A. Subba // IEEE Proceedings. – 1969. – Vol. 57, № 3. – P. 347 - 349.
134. Mastacusa E.J. A Method for calculating based on the Cayley-Hamilton Theorem / E.J. Mastacusa // IEEE Proceedings. – 1969. – Vol. 57; № 7. – P. 1328 - 1329.
135. Bernstein D. Some explicit formulas for the matrix exponential / D. Bernstein, W. So // IEEE Trans. on Automatic Contr. – 1993. – Vol.38. – № 8. – P. 1228 - 1231.
136. Мелса Дж.Л. Программы в помощь изучающим теорию линейных систем управления / Дж.Л. Мелса, Ст.Е. Джонс. – М.: Машиностроение, 1981. – 146 с.

137. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
138. Маркус М. Обзор по теории матриц и матричных неравенств / М. Маркус, Х. Минк. – М.: Наука, 1972. – 232 с.
139. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
140. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
141. Кучеров Д.П. О некоторых методах вычисления матричного экспоненциала в задачах анализа динамики систем управления / Д.П. Кучеров // Управляющие системы и машины. – 2001. – №5. – С. 11-16.
142. Нильсон Н. Обучающиеся машины / Нильсон Н. – М.: Мир, 1967. – 180 с.
143. Айзерман М.А. Проблема обучения машин распознаванию внешних ситуаций / М.А. Айзерман, Э.М. Браверман, Л.И. Розоноэр // Самообучающиеся автоматические машины. – М.: Наука, 1966. – С.3-20.
144. Якубович В.А. К теории адаптивных систем / В.А. Якубович // Докл. АН СССР. – Т. 182. – 1968. – № 3. – С. 518-521.
145. Кучеров Д.П. Об одной задаче синтеза адаптивной системы управления, субоптимальной по быстродействию / Д.П. Кучеров // Праці 5-ї Укр. конф. з автомат. управління “Автоматика-98”, Київ, 13-16 травня 1998 р. – Ч. I – К.: НТУУ “КПІ”, 1998. – С.238-244.
146. Пат. №78637 Україна, МПК G 05 G 19/00, G 05 B 11/00, H 02 P 6/00. Позиційна сервосистема / Кучеров Д.П.; заявник та патентовласник ЦНДІ ОВТ ЗС України. - Заявл. 21.07.05; опубл. 10.04.07, Бюл. №4. – 4 с.

147. Якубович В.А. Рекуррентные конечно сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств / В.А. Якубович // Докл. АН СССР. – 1966. – Т. 166; № 6. – С.1308-1311.
148. Кучеров Д.П. Об адаптивном управлении инерционной системой второго порядка, субоптимальной по быстродействию / Д.П. Кучеров // Наук. пр. ДонНТУ. – Вып. 48. – Донецк: ДонНТУ, 2002. – С. 63-69.
149. Кучеров Д.П. Методика синтезу квазіоптимальної за швидкістю комбінованої системи управління за умови апріорної невизначеності параметрів виконуючого елемента / Д.П. Кучеров, А.А. Гультяев, О.А. Кононов // Зб. наук. пр. НЦ ПС ЗСУ. – Вып. 7. – К.: НЦ ПС ЗСУ, 2004. – С.63-67.
150. Кучеров Д.П. Адаптивный, субоптимальный по быстродействию регулятор для объекта с изодромной обратной связью / Д.П. Кучеров // V Междунар. науч.-техн. конф. «Гиротехнологии, навигация и управление движением», г. Киев, 21-22 апреля 2005 г. – К.: НТУУ «КПИ», 2005. – С. 314-317.
151. Blackmore K.L. Learning nonlinearly parameterized decision regions / K.L. Blackmore, R.C. Williamson, I.M.Y. Mareels // Journal of mathematical systems, estimation and control. – 1996. – Vol. 6; № 1. – P. 129-132.
152. Кучеров Д.П. Адаптивное терминальное управление динамическим объектом, квазиоптимальное по быстродействию / Д.П. Кучеров // Вестник СевГТУ: Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. – Вып. 72. – Севастополь: СевНТУ, 2006. – С.52-58.
153. Кучеров Д.П. Алгоритм обучения субоптимальному по быстродействию управлению динамической системой второго порядка без нулевых полюсов / Д.П. Кучеров // Автоматика. Автоматизация.

Электротехнические комплексы и системы. – 2004. – № 2 (14). – С. 169-176.

154. Efe M.O. A novel error critic for variable structure control with an ADALINE / M.O. Efe // Transactions of the Institute of Measurement and Control 24,5. – 2002. – P. 403-415.

155. Пат. № 81997 Україна, МПК G 05 B 13/00, G 05 B 11/00. Спосіб настроювання вагових коефіцієнтів системи "Adaline" при керуванні динамічними об'єктами / Кучеров Д.П.; заявник та патентовласник ЦНДІ ОБТ ЗС України. – Заявл. 2.06.06; опубл. 25.02.08, Бюл. № 4. – 6 с.

156. Кучеров Д.П. Квазиоптимальный по быстродействию алгоритм обучения управлению объектом, вращающимся в пространстве / Д.П. Кучеров // Проблемы створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: зб. наук. пр. – Вип.8. – Житомир: ЖВІРЕ, 2004. – С.85-93.

157. Смит О. Дж.М. Автоматическое регулирование / О.Дж. М. Смит. – М.: Физматгиз, 1962. – 808 с.

158. Эдди А.Дж. Управление с упреждением высокого порядка / А.Дж.Эдди, Дж. Билингзли, Дж. Коулс // Тр. III Междунар. конгр. ИФАК «Дискретные, самонастраивающиеся и обучающиеся системы». – М.: Наука, 1971. – С.338-353.

159. Кучеров Д.П. Алгоритм адаптивного термінального управління потрійним інтегратором / Д.П. Кучеров, О.В. Василенко, Б.П. Иванов // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 2. – С. 22-27.

160. Кучеров Д.П. Об одном алгоритме обучения управлению, квазиоптимальному по быстродействию / Д.П. Кучеров // Автоматика. Авто-

матизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2002. – № 1 (10). – С. 30-34.

161. Кучеров Д.П. Синтез адаптивной квазиоптимальной по быстродействию системы управления при входном воздействии вида квадратичной функции и наличии ограниченных помех / Д.П. Кучеров // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – № 2 (18). – Херсон: ХерсонНТУ, 2006. – С. 132 – 140.

162. Нікулін П.С. Синтез оптимальних управлінь для коливальних систем другого порядку при наявності зовнішніх впливів / П.С. Нікулін // Адаптивні системи автоматичного управління. – 2003. – № 6 (26). – С. 44-54.

163. Кучеров Д.П. Рішення задачі термінального управління з запізненням при керуванні польотом зенітних ракет / Д.П. Кучеров // Зб. наук. пр. Державного наук.-дослід. ін-ту авіації. – Вип. №2(9). – К.: ДНДІА, 2006.– С. 126-132.

164. Кучеров Д.П. Алгоритмы адаптивного терминального управления объектами второго порядка с запаздыванием / Д.П. Кучеров // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: зб. наук. пр. – Вип.11. – Житомир: ЖВІРЕ, 2007. – С.136-145.

165. Тимофеев А.В. Рекуррентные конечно-сходящиеся алгоритмы адаптивной идентификации дискретных динамических систем / А.В. Тимофеев // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1973. – № 5. – С. 206 – 213.

166. Minsky M., Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry / M. Minsky, S. Papert. – MIT Press, Cambridge, Mass., 1969.

167. Sklansky J. Learning systems for automatic control / J. Sklansky // IEEE Transaction on automatic control. – 1966. - № 1. – P. 6-19.
168. Fu K.-S. Learning control systems – review and outlook / K.-S. Fu // IEEE Transaction on automatic control. – 1970. - № 2. – P. 210-221.
169. Fu K.-S. A heuristic approach to reinforcement learning control systems / K.-S. Fu, M.D. Waltz // IEEE Transaction on automatic control. – 1965. - № 4. – P. 390-398.
170. Mendel J.M. Realization of a suboptimal controller by off-line training techniques /J.M. Mendel, J. Zapalac // Joint Automat. Control Conf. Preprints Papers: N.Y., 1967. – P. 258-266.
171. Кучеров Д.П. Алгоритм адаптивного терминального управления одним неминимально-фазовым объектом в условиях ограниченных помех / Д.П. Кучеров // Вестник НТУ "ХПИ". – №55. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. – С. 121 – 126.
172. Кучеров Д.П. Интеграция информационных технологий при обучении принятию решений в задачах терминального управления / Д.П. Кучеров, В.И. Скурихин, Л.С. Житецкий // Управляющие системы и машины. – 2003. – № 5. – С.30 – 41.
173. Кучеров Д.П. Методологічні аспекти синтезу адаптивних систем термінального управління / Д.П. Кучеров // Ювілейна наук.-практич. конф. «Актуальні проблеми експлуатації, розробки та модернізації авіаційної техніки» м. Київ, 5-6 липня 2007. – К.: ДНДІА, 2007. – С. 46.
174. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / Дмитриевский А.А. – М.: Машиностроение, 1972. – 584 с.

175. Кучеров Д.П. Адаптивная система сопровождения по угловым координатам радиолокационного измерительного комплекса / Д.П. Кучеров // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2008. – №1 (26). – С.24-29.
176. Фендриков Н.М. Методы расчетов боевой эффективности вооружения / Н.М. Фендриков, В.И. Яковлев. – М.: Воениздат, 1971. – 224 с.
177. Надежность автоматизированных систем управления / под ред. Я.А. Хетагурова. – М.: Высш. школа, 1979. – 287 с.
178. Кучеров Д.П. О двух подходах к задаче синтеза системы управления курсом корабля: оптимальность по времени и ПД-регулятор / Д.П. Кучеров, О.В. Василенко, Б.П. Иванов // Системи управління, навігації та зв'язку". – 2009. - № 3 (11). – С. 80-85.
179. Кучеров Д.П. Субоптимальне за швидкодією керування системою третього порядку з одним нульовим полюсом / Д.П. Кучеров // Вісник інженерної академії України. - № 2. - 2012. – С.86-90.
180. Pao L.Y. Proximate time-optimal control of third-order servomechanisms / Pao L.Y., Franklin G.F. // IEEE Transactions on Automatic Control. - vol.38. - № 4. - 1993. - P. 560-580.
181. Kaylon M. Design of continuous time controllers having almost minimum time response // Transactions of the ASME. - Vol. 124. - June. - 2002. - P. 252-260.



MoreBooks!
publishing



yes i want morebooks!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн – в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов! окружающей среде благодаря технологии Печати-на-Заказ.

Покупайте Ваши книги на
www.more-books.ru

Buy your books fast and straightforward online - at one of world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.get-morebooks.com



VDM Verlagsservicegesellschaft mbH

Heinrich-Böcking-Str. 6-8
D - 66121 Saarbrücken

Telefon: +49 681 3720 174
Telefax: +49 681 3720 1749

info@vdm-vsg.de
www.vdm-vsg.de

