ISSN 0033—8486

ОРГАН
НАУЧНО-
ТЕХНИЧЕСКОГО
ОБЩЕСТВА
РАДИОТЕХНИКИ,
ЭЛЕКТРОНИКИ
И СВЯЗИ
им. А. С. ПОПОВА

РАДИОТЕХНИКА

1

1981

УДК 621.372.5

В. В. КОНИН, Л. А. БУТЫРИНА

МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НАГРУЗОК СВЧ С ПОВЕРХНОСТНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

В оконечных согласованных нагрузках, балластных нагрузках гибридномостовых устройств, постоянных аттенюаторах применяются резисторы с поверхностным сопротивлением на СВЧ. Для рассеяния значительной мощности используются резисторы с размерами, соизмеримыми с длиной волны тока СВЧ, протекающего через резистивный слой. Поэтому при расчетах появляется необходимость учета протяженности резистора.

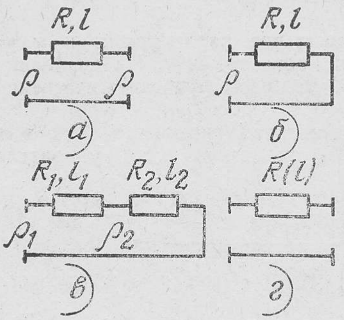

Рис. 1

Ниже предлагаются модели распределенных нагрузок СВЧ, построенных на основе резисторов с поверхностным сопротивлением (рис. 1 *а*, *б*, *в*, *г*, где обозначено: R — сопротивление резистора на постоянном токе; l — длина резистора; ρ — волновое сопротивление линии, в которую включен резистор; $R(l)$ — сопротивление резистора с переменным поперечным сечением в зависимости от длины).

Представим нагрузку в виде линии с потерями длиной l и погонными сопротивлением R_0 [Ом/ед. длины], емкостью C_0, проводимостью $G_0=0$, индуктивностью L_0.

Матрица проводимости линии, нормированная по ρ, для «втекающих» токов имеет вид

$$[Y]=\frac{\rho}{z_в}\begin{bmatrix}\operatorname{cth}\gamma l & -\operatorname{sh}^{-1}\gamma l\\ -\operatorname{sh}^{-1}\gamma l & \operatorname{cth}\gamma l\end{bmatrix}. \tag{1}$$

Матрица рассеяния определяется соотношением

$$[S]=2\,[1+Y]^{-1}-1. \tag{2}$$

С учетом (1) запишем (2) в виде

$$[S]=\begin{bmatrix}\dfrac{2\left(1+\dfrac{\rho}{z_в}\operatorname{cth}\gamma l\right)}{\det\,[1+Y]}-1 & \dfrac{2\rho}{z_в\operatorname{sh}\gamma l\det\,[1+Y]}\\ \dfrac{2\rho}{z_в\operatorname{sh}\gamma l\det\,[1+Y]} & \dfrac{2\left(1+\dfrac{\rho}{z_в}\operatorname{cth}\gamma l\right)}{\det\,[1+Y]}-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{21} & S_{22}\end{bmatrix}. \tag{3}$$

В ф-лах (1)—(3) обозначено $z_в=\sqrt{(R_0+i\omega L_0)/(G_0+i\omega C_0)}$ — характеристическое сопротивление; $\gamma=\sqrt{(R_0+i\,\omega L_0)\,(G_0+i\,\omega C_0)}$ — постоянная распространения. После преобразования к удобному для вычислений виду запишем выражения для $z_в$ и γl:

$$z_в=z_0\sqrt{1-iA}=z_0\left\{\sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+A^2}+1\right]}+i\sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+A^2}-1\right]}\right\};$$

$$\gamma l=i\left(A\,\frac{z_0}{R}\right)^{-1}\frac{z_в}{z_0}, \tag{4}$$

где $z_0=\sqrt{L_0/C_0}$, $A=\dfrac{R}{z_0}\,\dfrac{1}{N\dfrac{\pi}{2}\,(1+\delta)}$, $N=\dfrac{l}{\lambda_0/4}$ — относительная длина линии (резистора); $\delta=\Delta f/f_0$ — относительная частотная расстройка; f_0, λ_0 — центральная частота и длина волны на центральной частоте; $R_0=R/l$.

Частотные зависимости параметров проводимости или рассеяния нагрузки (рис. 1*а*) определяются по ф-лам (2) или (3) с учетом (4).

Для расчета нагрузки (рис. 1*б*) достаточно знать величину Y_{11} или Z_{11} (входные проводимость или сопротивление). С учетом (1)

$$Y_{11}=\frac{1}{Z_{11}}=\frac{\rho}{z_в}\operatorname{cth}\gamma l. \tag{5}$$

Коэффициент отражения нагрузки (рис. 1*б*) с учетом (5) представим в виде [1]

$$S_{11}=(1-Y_{11})\,(1+Y_{11})^{-1}. \tag{6}$$

Если разложить $\operatorname{th}\gamma l$ в ряд и учесть три первых члена, то входное сопротивление Z_{11} из (5) выразится как

$$Z_{11}=\frac{1}{\rho}R\left\{1+\frac{2}{3}\left[N\frac{\pi}{2}(1+\delta)\right]^2\left[1-\frac{1}{5}\left(\frac{R}{z_0}\right)^2\right]\right\}+$$

$$+i\frac{1}{\rho}z_0N\frac{\pi}{2}(1+\delta)\left[1-\frac{1}{3}\left(\frac{R}{z_0}\right)^2\right]. \qquad (7)$$

Выражение (7) совпадает с формулой (2—263) работы [2] и пригодно для приближенных расчетов нагрузок с «короткими» резисторами.

Нагрузка (рис. 1 $г$) представляет собой резистор с переменным профилем (рис. 2 $а$), включенный в линию передачи.

Для описания параметров резистора (см. рис. 2 $а$) разобьем его на n частей. Каждую часть представим в виде соединения трех секций: последовательно включенного резистора с сопротивлением z_i, двух отрезков линий передачи с электрической длиной $\Delta\varphi$ и волновыми сопротивлениями $\rho_1^{(i)}$ и $\rho_2^{(i)}$ (рис. 2 $б$). Электрическая длина отрезка линии связана с геометрической длиной соотношением $\Delta\varphi=\frac{2\pi l}{2n\lambda}=\frac{\pi}{2}\frac{1}{2n}\times$ $\times N(1+\delta)$. Сопротивления $\rho_1^{(i)}$ и $\rho_2^{(i)}$ соответствуют волновым сопротивлениям линий передачи на границах, где резистор разбивается на части, т. е. i-й криволинейный участок резистора аппроксимируется ступенькой (рис. 2 $в$).

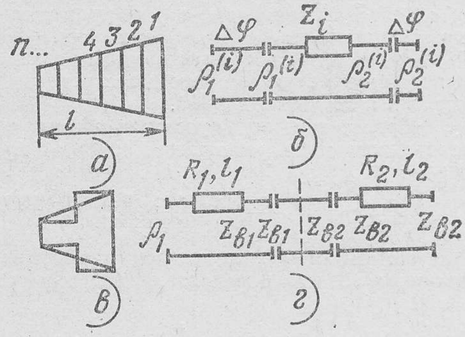

Рис. 2

Матрица рассеяния соединения (рис. 2$б$) определяется через матрицы рассеяния отдельных секций и имеет вид

$$[S^{(i)}]=\begin{bmatrix}\left(\dfrac{z^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}+\dfrac{\rho_2^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}-1\right)e^{-i2\Delta\varphi_i} & 2\sqrt{\dfrac{\rho_2^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}}\,e^{-i2\Delta\varphi_i}\\ 2\sqrt{\dfrac{\rho_2^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}}\,e^{-i2\Delta\varphi_i} & -\left(\dfrac{z^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}+\dfrac{\rho_2^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}-1\right)e^{-i2\Delta\varphi_i}\end{bmatrix}\times$$

$$\times\left(\frac{z^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}+\frac{\rho_2^{(i)}}{\rho_1^{(i)}}+1\right)^{-1}. \qquad (8)$$

Коэффициенты матрицы рассеяния соединения n схем вида рис. 2$б$ определяются с помощью рекуррентных формул [3]:

$$\left.\begin{aligned}S_{11}^{i+1}&=S_{11}^{(i)}+S_{12}^{(i)}S_{21}^{(i)}S_{11}^{(i+1)}\left(1-S_{22}^{(i)}S_{11}^{(i+1)}\right)^{-1},\\ S_{12}^{i+1}&=S_{21}^{i+1}=S_{12}^{(i)}S_{12}^{(i+1)}\left(1-S_{22}^{(i)}S_{11}^{(i+1)}\right)^{-1},\\ S_{22}^{i+1}&=S_{22}^{(i+1)}+S_{21}^{(i+1)}S_{12}^{(i+1)}S_{22}^{(i)}\left(1-S_{22}^{(i)}S_{11}^{(i+1)}\right)^{-1}.\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Если резистор, изображенный на рис. 1$г$, закорочен с одной стороны, то коэффициент отражения нагрузки определяется формулой

$$S_{11}'=S_{11}-(S_{12})^2(1+S_{22})^{-1}, \qquad (10)$$

где S_{11}, S_{12}, S_{22} — коэффициенты матрицы рассеяния резистора, определенные по (9). Выражение (10) получено из первой формулы в (9) при подстановке вместо $S_{11}^{(i+1)}=$ $=-1$ (коэффициент отражения закоротки).

Если $\rho_2^{(i)}=\rho_1^{(i)}$, $z_i=z/n$, то схема на рис. 2$а$ представляет собой схему резистора (см. рис. 1$а$), рассмотренного выше. Параметры проводимости модели резистора (см. рис. 1*а*), представленного цепочкой каскадно включенных четырехполюсников, с использованием данных работы [1] можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} y_{12} = y_{21} &= -\left[\rho\left(\frac{z}{n\rho}\cos^2\Delta\varphi + i\sin 2\Delta\varphi\right)U_{n-1}\left(\cos 2\Delta\varphi + i\,\frac{z}{2n\rho}\sin 2\Delta\varphi\right)\right]^{-1}; \\ y_{11} = y_{22} &= \frac{T_n\left(\cos 2\Delta\varphi + i\,\dfrac{z}{2n\rho}\sin 2\Delta\varphi\right)}{\rho\left(\dfrac{z}{n\rho}\cos^2\Delta\varphi + i\sin 2\Delta\varphi\right)U_{n-1}\left(\cos 2\Delta\varphi + i\,\dfrac{z}{2n\rho}\sin 2\Delta\varphi\right)}, \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где $T_n(x)$, $U_{n-1}(x)$ полиномы Чебышева 1-го и 2-го родов соответственно.

Для определения параметров нагрузки рис. 1*в* представим ее как каскадное соединение трех четырехполюсников (рис. 2*г*). Первый четырехполюсник является резистором с сопротивлением R_1, длиной l_1. Слева и справа к нему подходят линии с сопротивлениями ρ_1, $z_{в1}$ соответственно. Второй четырехполюсник есть скачок сопротивлений $z_{в1}$ и $z_{в2}$. Третий четырехполюсник — это резистор с сопротивлением R_2, длиной l_2, включенный в линию с характеристическим сопротивлением $z_{в2}$. Ненормированные матрицы проводимости первого и третьего четырехполюсников определяются по ф-ле (1) при $\rho=1$.

Произведем нормировку полученных матриц. Матрица проводимостей первого четырехполюсника умножается справа и слева на матрицу

$\begin{bmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{z_{в1}} \end{bmatrix}$, а третьего четырехполюсника — на матрицу $\begin{bmatrix} \sqrt{z_{в2}} & 0 \\ 0 & \sqrt{z_{в2}} \end{bmatrix}$.

По ф-лам (3) вычисляем параметры рассеяния первого и третьего четырехполюсников. Затем определяем матрицу рассеяния второго четырехполюсника (см. рис. 2*г*)

$$[S^{(2)}] = \begin{bmatrix} \dfrac{z_{в2}}{z_{в1}} - 1 & 2\sqrt{\dfrac{z_{в2}}{z_{в1}}} \\ 2\sqrt{\dfrac{z_{в2}}{z_{в1}}} & -\left(\dfrac{z_{в2}}{z_{в1}} - 1\right) \end{bmatrix} \left(\frac{z_{в2}}{z_{в1}} + 1\right)^{-1}.$$

По ф-лам (9) последовательно находим параметры рассеяния соединения трех четырехполюсников. С использованием полученных коэффициентов рассеяния по ф-ле (10) определяем коэффициент отражения S_{11} резистора рис. 1 *в*.

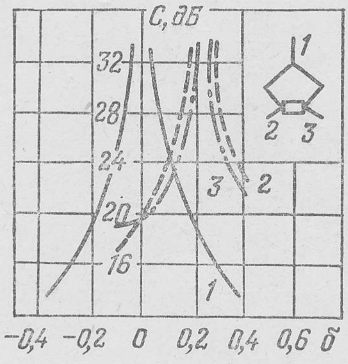

Рис. 3

Наиболее эффективно влияние длины нагрузки на параметры устройства можно проиллюстрировать на примере двухканального делителя мощности (рис. 3), в котором резистор обеспечивает развязку между выходными каналами, т. е. отсутствие сигнала в одном из выходных плеч при возбуждении другого. На рис. 3 приведены зависимости развязки делителя от относительной частотной расстройки: кривая *1* расчетная (резистор точечный); кривая *2* расчетная (резистор имеет относительную длину $N=0{,}32$); кривая *3* экспериментальная (резистор имеет относительную длину $N=0{,}32$).

Приведенный пример показывает, что учет длины резистора позволяет приблизить математическую модель к реальной. Без учета длины резистора максимумы расчетной и экспериментальной характеристик развязок отличаются на 30%, а с учетом длины отличие составляет 1%.

Предложенные математические модели позволяют рассчитать частотные характеристики наиболее распространенных нагрузок СВЧ. Эти модели можно использовать для выбора оптимальных геометрических размеров резисторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. М.: Связь, 1971.
2. Мейнке Х., Гундлах Ф. Радиотехнический справочник. М.— Л.: Госэнергоиздат, 1961.
3. Заикин Б. М., Конин В. В. Метод определения коэффициента отражения входа и коэффициента передачи с входа на выход многоканальных симметричных СВЧ цепей. Опыт разработки СВЧ устройств. Киев. Изд-во Общества «Знание» Украинской ССР, 1976.

Сообщение поступило 14 марта 1980 г.