

**Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет  
Житомирський державний технологічний університет  
Луцький національний технічний університет  
Технічний університет ім. Георгія Асакі, м. Ясси, Румунія  
Університет Лінчопінга, Швеція  
Університет Александра Стульгінскіса м. Каунас, Литва  
Брестський державний технічний університет, м. Брест, Білорусь  
Департамент енергетики, транспорту та зв'язку Вінницької міської ради**

## **МАТЕРІАЛИ**

### **X МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ “СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ”**

**23 - 25 жовтня 2017**

## **MATERIALS**

### **X INTERNATIONAL SCIENTIFIC PRACTICAL CONFERENCE “MODERN TECHNOLOGIES AND PROSPECTS OF DEVELOPMENT OF MOTOR TRANSPORT”**

**ВНТУ, Вінниця, 2017**

**В.Г. Хребет, Е.М. Мисько, В.Г. Вербицкий.**

**К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМУ ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАВИСИМОСТЕЙ СИЛ  
БОКОВОГО УВОДА ДВУХОСНОГО ЭКИПАЖА В КРИВЫХ  
ПОВОРАЧИВАЕМОСТИ**

В работе предлагается один из возможных подходов к определению нелинейных характеристик (зависимостей) сил увода сведенных колес передней и задней осей, который «вытекает» из анализа нелинейной велосипедной модели экипажа. Представлен лаконичный способ получения нелинейных уравнений поворачиваемости и скольжения центра масс экипажа, указано на связь этих уравнений с характеристиками увода на осях экипажа.

Ключевые слова: автомобиль, силы увода, велосипедная модель, уравнения поворачиваемости, угол скольжения.

The paper suggests a possible approach to determination of the non-linear characteristics of the skid forces of the reduced wheels of the front and back axles of a vehicle. The approach results from an analysis of the non-linear bicycle model of the vehicle. A laconic way of deriving the vehicle's non-linear turnability and center-of-mass glide equations is presented. The relationship between these equations and the skid characteristics of the vehicle's axles is noted.

Keywords: car, skid forces, bicyclic model, turnability equations, angle of slip.

Одной из важных характеристик динамических свойств автомобиля является свойство поворачиваемости – способность совершать круговые режимы движения с фиксированным значением радиуса кривизны траектории при непрерывном возрастании параметра продольной скорости [1]. Для велосипедной модели автомобиля известны компактные аналитические выражения (уравнения поворачиваемости), определяющие свойства поворачиваемости как линейных моделей, так и нелинейных моделей, в которых учитывается нелинейность сил бокового увода [2]. В работе предлагается наряду с уравнением поворачиваемости дополнительно использовать уравнение скольжения центра масс экипажа, совокупность которых однозначно определяет параметры стационарных состояний экипажа, а в случае наличия соответствующих экспериментальных кривых (поворачиваемости и скольжения) позволит идентифицировать характеристики зависимостей сил бокового увода на осях экипажа.

Уравнения плоскопараллельного движения велосипедной схемы экипажа в предположении постоянства продольной составляющей скорости  $v$  имеют вид [3, 4, 5]

$$\begin{cases} m(\dot{u} + \omega v) = Y_1 \cos\theta + Y_2, \\ J\dot{\omega} = aY_1 \cos\theta - Y_2 b. \end{cases}$$
$$\delta_1 = \theta - \frac{u + a\omega}{v}; \delta_2 = \frac{-u + b\omega}{v}, \quad (1)$$

здесь  $u$  – поперечная составляющая скорости центра масс экипажа;  $\omega$  – угловая скорость относительно вертикальной оси;  $v$  – продольная составляющая скорости центра масс;  $\delta_1, \delta_2$  сведенные углы увода на передней и задней осях задаются в линеаризованном виде, что традиционно для велосипедной модели экипажа. Кроме того, предполагается справедливым соотношение  $\cos\theta \approx 1$ .

Найдем величины безразмерных сил увода на осях экипажа, которые реализуются в стационарных режимах движения модели (1) (приравняв производные фазовых переменных к нулю и разрешив полученную систему конечных уравнений)

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = v \cdot \omega / g = \bar{a}_y. \quad (2)$$

Следовательно, при принятых предположениях значения безразмерных сил увода на передней и задней осях совпадают с величиной нормального безразмерного бокового ускорения центра масс экипажа. Тогда соответствующие величины углов увода на осях получим, разрешая соотношения (2) относительно аргументов (углов увода), что приводит к соотношениям

$$G_1(\bar{a}_y) = \delta_1, \quad G_2(\bar{a}_y) = \delta_2, \quad (3)$$

где  $G_i(\bar{a}_y) = \delta_i$  – функции обратные к зависимостям сил увода  $\bar{Y}_i = \bar{Y}_i(\delta_i)$ .

Зафиксировав радиус кривизны  $R$  некоторой кривой поворачиваемости из системы (3), получим два соотношения

$$G_1(\bar{a}_y) = \theta - u/v - a/R, \quad G_2(\bar{a}_y) = -u/v + b/R \quad (4)$$

Величина  $u/v$  – определяет угол скольжения центра масс экипажа. Исключая ее из системы (4), получим уравнение поворачиваемости

$$G_2(\bar{a}_y) - G_1(\bar{a}_y) = l/R - \theta \quad (5)$$

Таким образом, имея в распоряжении две экспериментально полученные зависимости

$$\theta = \theta(\bar{a}_y), \quad u/v = \Delta(\bar{a}_y),$$

графики искомых зависимостей сил увода могут быть получены простыми геометрическими построениями на основе соотношений (4), а коэффициенты сопротивления уводу осей определяются тангенсом наклона этих экспериментальных зависимостей в окрестности  $\bar{a}_y = 0$

$$1/\bar{k}_1 = \theta'_{\bar{a}_y}(0) - \Delta'_{\bar{a}_y}(0), \quad 1/\bar{k}_2 = -\Delta'_{\bar{a}_y}(0)$$

#### Список использованной литературы

1. Gillespie Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics, Society of Automotive Engineers, Inc. 1992 – 470 p.
2. Автомобили. Устойчивость: Монография / В. Г. Вербицкий, В. П. Сахно, А. П. Кравченко, А. В. Костенко, А. Э. Даниленко. – Луганск: Изд-во «Ноулидж», 2013. – 176 с.
3. Рокар И. Неустойчивость в механике / И. Рокар. – М. : Изд-во иностр. лит., 1959. – 317 с.
4. Певзнер Я. М. Теория устойчивости автомобиля / Я. М. Певзнер. – М. : Машгиз, 1947. – 150 с.
5. Эллис Д. Р. Управляемость автомобиля / Д. Р. Эллис. – М. : Машиностроение, 1975. – 216 с.

**Хребет Валерий Григорьевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры базовых и специальных дисциплин учебно-научного института непрерывного образования, Национальный авиационный университет, Киев, e-mail: adipmi@gmail.com.

**Мисько Евгений Михайлович**, ассистент кафедры машиностроения, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Одесса, e-mail: dreadfull87@gmail.com.

**Вербицкий Владимир Григорьевич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения автоматизированных систем, Запорожская государственная инженерная академия, Запорожье, e-mail: oxsi@bigmir.net.

**Khrebet Valeriy**, Ph.D. (Mathematics), Associate Professor of the Department of Fundamental and Special Disciplines of the Institute of Continuing Education of the National Aviation University, Kyiv, e-mail: adipmi@gmail.com.

**Misko Yevgen**, Assistant Professor of Department of Mechanical engineering, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odessa, e-mail: dreadfull87@gmail.com.

**Verbitskiy Volodymyr**, Ph.D. (Mathematics), Professor, head of Department of Software Automated Systems, Zaporizhzhya State Engineering Academy, Zaporizhzhya, e-mail: oxsi@bigmir.net.