

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Навчально-науковий інститут Економіки та менеджменту
Кафедра економічної кібернетики

МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ
щодо змісту та організації
практичних занять та самостійної роботи студентів
спеціальності 6.050302 «Економічна кібернетика»
з дисципліни
«Прогнозування соціально-економічних процесів»

Київ 2016

Укладач: Кудрицька Ж.В.

Затверджено на засіданні кафедри економічної кібернетики Навчально-науковий інститут Економіки та менеджменту НАУ (протокол №15 від 07 листопада 2016 р.), ухвалено Вченою радою ННІЕМ НАУ (протокол №3 від 14 листопада 2016 р.).

Моделювання економіки: МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ щодо змісту та організації практичних занять та самостійної роботи студентів спеціальності 6.050302 «Економічна кібернетика» з дисципліни «Прогнозування соціально-економічних процесів»/ Уклад.: Ж.В. Кудрицька: - К.: НАУ, 2016. – 257 с.

Методичні матеріали містять рекомендації щодо змісту та організації самостійної роботи студентів з дисципліни «Прогнозування соціально-економічних процесів» для студентів спеціальності 6.050302 «Економічна кібернетика».

ВСТУП

Головною проблемою життєдіяльності будь-якої держави є розвиток національної економіки з одночасною соціальною справедливістю населення. Рішення, які приймають керівні органи країни, часто економікою, незрідка зумовлюють негативні наслідки, тому важливо врахувати наслідків і вибір найкращого шляху розв'язання в конкретних умовах даним завданням управління. З огляду на це підвищує обґрунтованих прогнозів.

Прогнози необхідні за двома основними причинами: невизначене, і повний ефект від багатьох рішень, що приймаються, відчуватиметься впродовж певного часу.

Здатність передбачати перебіг подій у всіх народів є ознакою розуму та обдарованості — досить вдумати, щоб «далекоглядний» і «недалекий», щоб переконатися в цьому незалежно від бажання, підсвідомо або свідомо прогнозує наслідки, щоб запобігти негативним виявам їх і максимально використати можливості майбутнього, а також мірою можливості змінити на краще майбутнє. Наприклад, інвестор, який прийшов на фондову біржу, сподіваючись на прибуток у вигляді дивідендів і підвищення курсу майбутньому, банкір купує на ф'ючерсному ринку іноземну валюту, щоб зменшити ризик збитків від коливання обмінного курсу валют, підприємства здійснюють уряд, державні підрозділи різного рівня, підприємства. Вони розв'язують однакові проблеми, а саме: зростання внутрішньої та світової економіки, рівень інфляції, рівень безробіття, рівень курсу обміну валюти тощо, адже це підвищує ефективність процесу прийняття рішень.

Джерело передбачення, його механізм завжди був наслідком пращурів без вагань відносили його до низки надприродних сил, що сприяли розвитку людського суспільства до **пророкувань** вдавалися до втілювали еліту (жерці, шамани тощо). Найвідомішою в історії світу є група жерців із храму у Дельфах, так званий «дельфійський оракул». Часом до процесу передбачення подій залучалося декілька жерців. Відмінність **прогнозу** від **пророкування** (віщування) полягає

світі. Скажімо, в інженерно-технічних розробках майже завжди зможуть змоделювати результат, користуючись відомими законами. В економіці складніше, хоча й тут можна моделювати майбутнє, якщо використовувати методи економіко-математичного прогнозування.

Закономірності прогнозування почали з'ясовувати лише в останніх десятиліттях. Цей факт пояснюється слабкою поточною практичною економікою в прогнозах, які б відображали реальні процеси управління. Постійний соціально-економічний розвиток суспільства призвів до невпинного ускладнення процедури управління. За допомогою прогнозування стає одним із вирішальних наукових чинників економічної стратегії й тактики суспільного розвитку. Соціально-економічні методи необхідні для визначення можливих цілей розвитку суспільства, досягнення їх, сприяють зростанню економічних ресурсів, вибору найімовірніших та економічно ефективних варіантів реалізації середньотермінових і поточних програм, обґрунтуванню економічної й технічної політики, вможливлують перевірку рішень і заходів, що їх вживають у кожен поточний момент часу.

У наш час прогнозування соціально-економічних процесів набуло спеціальності, виникла нова галузь науки зі своєю специфікою. У розвинених країнах створено інститути прогнозування економічного розвитку. Розроблення теорії та методів прогнозування соціально-економічної сфери дає змогу уникати експериментів над живими людськими істотами, нових технологій і сучасної обчислювальної техніки в цілях економічного вибору раціонального способу управління суспільством.

Розгляду сучасних методів і моделей прогнозування економічних процесів присвячено пропонований курс.

МОДУЛЬ №1 МЕТОДИ І МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ ТА БАГАТОВИМІРНИХ ПРОЦЕСІВ

Зміст лекції №1 Методологічні основи соціального прогнозування

1.1 Основні поняття, сутність, цілі та завдання соціально-економічних процесів.

1.2 Функції управління соціально-економічними процесами. Концепція сталого розвитку соціально-економічної системи.

1.1 Основні поняття, сутність, цілі та завдання соціально-економічних процесів.

Прогнозування соціально-економічних процесів (соціально-економічне прогнозування) — це наука, дисципліна, яка вивчає розроблення прогнозів розвитку національної економіки та соціальної сфери в майбутньому, ґрунтується на науковому аналізі тенденцій економічних явищ і використанні всієї сукупності методів, засобів та інструментів прогнозування.

Прогноз — науково обґрунтоване судження стосовно майбутнього стану об'єкта в майбутньому, альтернативні шляхи й терміни їх досягнення. Прогноз має випадковий характер, та оскільки він будується на ґрунті науково аргументованих наукових уявлень про стан і розвиток об'єкта, то його ймовірний стан об'єкта є доволі ймовірним. Самі розробники прогнозу очікуваний, ймовірний стан об'єкта в майбутньому.

Процес розроблення прогнозів називають *прогнозуванням* будь-якого процесу трудової діяльності (зокрема й економічного процесу). При прогнозуванні визначають його суб'єкт і об'єкт, застосовують певні методи, а також навколишнє середовище.

Суб'єктами прогнозування соціально-економічного процесу є органи державної влади й місцевого самоврядування, корпорації, підприємства, а також науково-дослідні й консалтингові організації, окремі фахівці, які залучають для розроблення й упровадження прогнозів.

Об'єктом соціально-економічного прогнозування є економічні процеси (СЕП)¹ — тобто сукупність економічних процесів формування та функціонування соціально-економічної системи, які характеризують динаміку зміни її параметрів на

економічних (у сфері природних процесів), політико-економічних та організаційно-економічних (у сфері суспільних процесів). Зв'язок між природними й суспільними процесами опосередкований ринковим та інституціональним регулюванням (див. рис. 1.1.1).



Рис. 1.1.1. Соціально-економічні процеси та їхні зв'язки з іншими процесами в економіці

Предметом соціально-економічного прогнозування є дослідження закономірностей соціально-економічних процесів та способів розроблення прогнозів.

Метою соціально-економічного прогнозування є передумов для прийняття управлінських рішень органами виконавчої влади, органами місцевого самоврядування, які передбачають:

- науковий аналіз тенденцій зміни соціально-економічних процесів;
- варіантне передбачення розвитку соціально-економічних процесів з огляду на наявні тенденції й окреслену мету;

Соціально-економічну систему країни (СЕС) можна розглядати як систему соціальних і економічних відносин у процесі виробництва, розподілу та споживання соціальних і матеріальних благ.

СЕС характеризується різноманітністю елементів відносин і може розглядатися як відносно відокремлена система своїми входами й виходами із зовнішнім середовищем.

Соціально-економічні процеси характеризуються початкових (вхідних) і похідних (розрахункових) показниками функціонування соціально-економічної системи за різноманітних наявних виробничих потужностей та інших ресурсів, конкурентоспроможності продукції й обсягу її виробництва (зокрема й на експорт), платоспроможності, ефективності праці (включно із критерієм рівня його оплати). На підставі аналізу й оцінювання поточного стану економіки прогнозують можливі зміни їх з огляду на вплив економічних та соціальних чинників у стратегічному й тактичному розумінні, усталених тенденцій зміни ринкових ситуацій, зумовлених економічними й соціально-економічними процесами.

Засадовими **цілями розвитку СЕС** країни є:

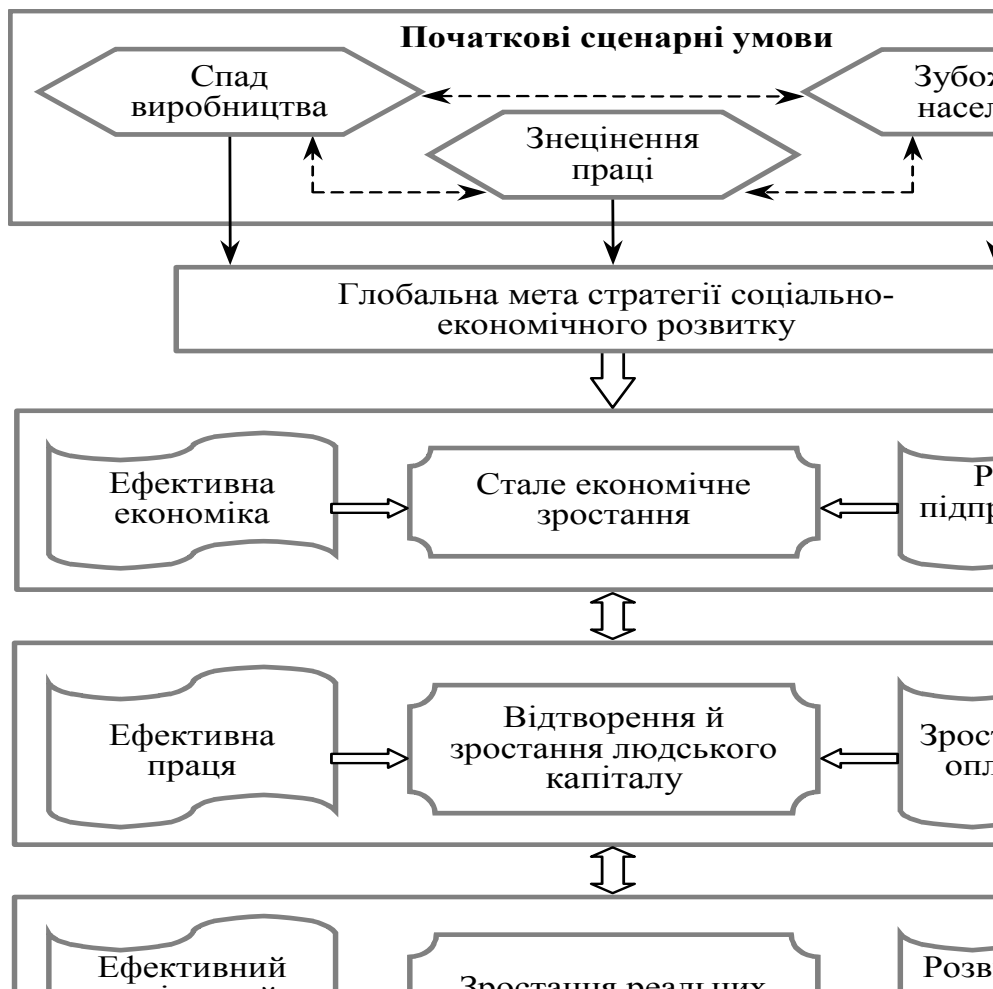
- всебічний розвиток особистості, створення сприятливих умов для суспільства мінімальних умов, які забезпечують його свободу;
- динамічний та ефективний розвиток країни;
- забезпечення національної безпеки країни в економічному, політичному, економічному (зокрема й продовольчому) та військово-стратегічному.

Цілі функціонування СЕС нерозривно пов'язані зі стратегією держави.

Стратегія соціально-економічного розвитку — це комплекс розроблення сукупності концептуально взаємопов'язаних рішень, спрямованих на системне використання політичних, економічних, технологічних, соціальних, психологічних, організаційних чинників для реалізації соціально-економічної політики держави органами виконавчої влади в межах чинного законодавства.

Стратегія соціального розвитку невід'ємна від стратегії економічного розвитку. Це зумовлено спільною глобальною метою

Реалізація вказаних цілей зумовлена похідними досягнення яких передбачає підвищення рівня ефективності усієї СЕС. Так, для забезпечення сталого економічного зростання ефективніша економіка, тобто підвищення віддачі на 1 основних і оборотних коштів на кожному рівні господарського розвитку підприємництва і комплексного використання логічних, організаційних, структурних і соціальних чинників конкурентоспроможності товарів і послуг, призначених для відтворення і зростання людського капіталу необхідно, тобто зростання її продуктивності, ефективності й дохідності зростанні оплати праці шляхом підвищення рівня знань, гуманізації умов праці, застосування прогресивних технологій і стимулювання творчих трудових досягнень. Для зростання населення потрібен ефективний соціальний захист, надійності систем гарантій соціального забезпечення громадян нагромадження й адресного використання відповідних фондів наявних обсягів і результатів праці, розвитку страхування послуг.



стабільності забезпечення життєво важливих умов — б справедливості.

Кожному рівню господарювання відповідають характ умови економічного зростання.

Для мікрорівня це:

- ефективного використання ресурсів;
- ефективна зайнятість робітників і суцільна часу;
- раціональне використання сировини й матеріал
- застосування безвідходних технологій;
- скорочення виробничих запасів;
- раціональне використання виробничих потужн
- дотримання екологічних вимог.

Для сфери господарювання, що відповідає мезорівн умовами економічного зростання є розвиток підприємництва:

- розширення практики внутрішнього підприємств підприємствах;
- створення нових підприємств і робочих місць;
- розвиток венчурного підприємництва.

Умовами економічного зростання на макрорівні є:

- оптимізація економічного середовища, що за необхідних стимулів для залучення інвесторів;
- отримання короткотермінових кредитів під низь
- зниження податкових норм за рахунок розв бази;
- підвищення зайнятості й зниження безробіття частини коштів фонду соціальної допомоги безробітним.

Реалізація перелічених умов економічного зр створення необхідного науково-методичного підп використання ресурсів потребує інженерного забез відповідних технологій. Розвитку підприємництва сп економічних механізмів, що забезпечують залучення інв матеріально-технічну базу нових підприємств. Опт

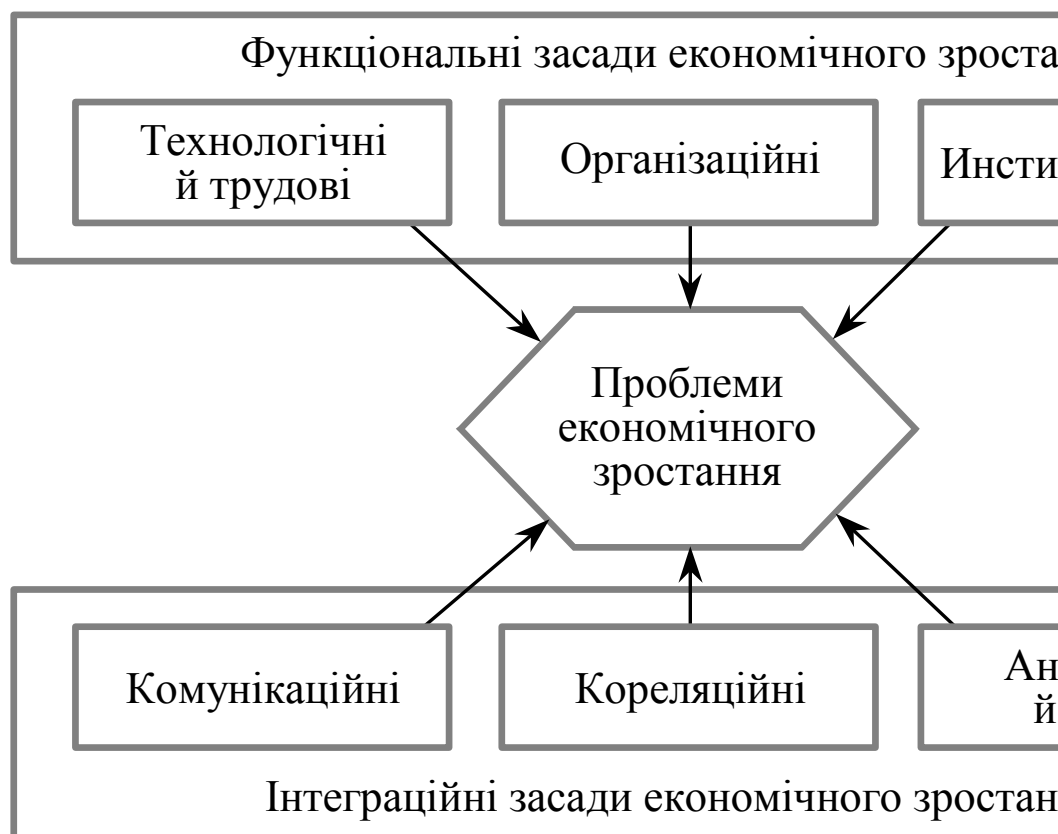


Рис. 1.1.3. Проблеми формування функцій та інтеграційних засад економічного зростання

Перший напрям стосується функціональних засад економічного зростання, що ґрунтується на розглянутих вище чинниках, суб'єктах економічного зростання, принципових положеннях трудової теорії економічного зростання: технологічні, трудові, підприємницькі та інституціональні засади економічного зростання.

Другий напрям, що охоплює інтеграційні засади економічного зростання, ґрунтується на положенні про те, що кожен із названих функцій економічного зростання можна реалізувати стосовно всіх економічних суб'єктів економічного зростання, встановлення між ними необхідного зв'язку (комунікаційні засади економічного зростання), рівня впливу на економічне зростання (кореляційні засади економічного зростання) та результатів (аналітичні й оцінні засади). Розроблення інтеграційних засад економічного зростання слугує теоретичною основою проектування відповідних систем і прикладних програм теоретичного й стимулювання економічного зростання.

1.2. Функції управління соціально-економічними процесами

Концепція сталого розвитку соціально-економічних систем

Управління соціально-економічними процесами сталого розвитку

вирішуваних функціональних завдань. Перелік основних соціально-економічними процесами в їх послідовності зворотного зв'язку схематично представлено на рис. 1.1.4.



Рис. 1.1.4. Основні функції управління соціально-економічними процесами

Перша функція управління СЕП — *аналіз та оцінювання* — має на меті виявлення фактичного стану досліджуваної економіки (підприємства, фірми, галузі, регіону) за ustalеними позитивними критеріями. Ця функція здійснюється шляхом систематичного моніторингу за даними статистичної звітності й безпосередньо економічних і соціальних процесів на підприємствах і фірмах. Для цього використовують первинні й похідні (розрахункові) показники, які дають можливість кількісну оцінку. До них належать такі показники:

- номінальний і реальний валовий внутрішній продукт і його структура за напрямом використання;
- співвідношення попиту й пропозиції на споживчі товари;

- чисельність безробітних тощо.

Окрім того, рекомендується використовувати якісні показники, які не підлягають кількісному вимірюванню.

Друга функція — *прогнозування тенденцій* економічних процесів, ґрунтоване на результатах історичного оцінювання. Розроблення прогнозу очікуваних змін економіки на досліджуваному рівні здійснюють у двох варіантах:

- розглядають очікувані показники за збереження наявних умов (кон'юнктура ринку та політика інституціонально-економічних та соціальних чинників (структурні й технологічні зміни), а також внутрішніх чинників (структурні й технологічні зміни) до простої екстраполяції показників;

- з урахуванням вказаних чинників, за наявності альтернативного прогнозу, кожен із них має супроводжуватися оцінками економічних та соціальних наслідків залежно від умов, за яких розраховано прогноз, та від його призначення: (довготерміновий для розроблення стратегічних рішень; короткотерміновий для поточного тактичного характеру).

Третя функція — *стратегічне планування розвитку* економічних та соціальних процесів. Ця функція має за мету визначити шляхи, запропонувати оптимальні рішення стосовно вибору пріоритетів, сприяти позитивній зміні перебігу економічних процесів шляхом антикризового регулювання для забезпечення курсу економіки на прогнозованому періоді.

Четверта функція — *організація процесів соціально-економічного регулювання*. Вона полягає в розробленні й удосконаленні механізмів, призначених для цілеспрямованої зміни економіки відповідно до прийнятих напрямів стратегічного планування, з урахуванням реальний стан економіки.

П'ята функція — *реалізація проектних і нормативних заходів* для досягнення поставленої мети. Головна форма реалізації — затвердження програм введення нових економічних заходів (коригування наявних), а також пов'язаних із ними процесів регулювання із використанням нормативних методів (зокрема, останніх, — аналітичних). Розглянута функція, подібно до

- короткотермінові прогнози і програми галузевої (територіального) і державного рівнів. При цьому однією з умов створення злагодженої системи взаємодії «центр — регіон» є формування ефективної просторової структури економіки. Дотримання балансу зацікавленості всіх суб'єктів господарства доводить необхідність розроблення й реалізації програм сталого розвитку для кожного регіону, а також подальшої інтеграції в процесі розроблення державної політики у напрямі сталого розвитку.

Індикатори відрізняються за рівнем спонукальної сили, тобто належністю до чинників, характеристики стану (*S*), тобто зворотної реакції відповідної структури (*Res*). Призначені вони для використання країнами на національному рівні в процесі ухвалення державних рішень. Не всі індикатори застосовані в будь-якій ситуації, тобто країни можуть використовувати ті індикатори, які більшою мірою відповідають цілям і завданням. Методологічні поради містять рекомендації стосовно поняття, значення, вимірювання та джерела інформації індикатором для полегшення збирання й аналізу даних.

Індикатори сталого розвитку можуть слугувати підґрунтям для сценарних умов для прогнозування розвитку соціально-економічних сценарними умовами розуміють сукупність індикаторів, які відповідають завданням або функцією (напрямом) прогнозування характеристик, що впливають на розвиток об'єктів; оцінку стану об'єктів, що стосуються щодо реагування на зміну стану об'єктів.

Цільові завдання (функції)	Індикатори чинників	Індикатори стану
1. Економічні індикатори		
1. Міжнародна співпраця з метою пришвидшення	<ul style="list-style-type: none"> • ВВП на душу населення • Частка чистих інвестицій у ВВП 	<ul style="list-style-type: none"> • Чистий внутрішній продукт з урахуванням зовнішнього

	<p>готової про- дукції</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Терм використання ро віданих ресурсів
		<ul style="list-style-type: none"> • Інтер ивність використання матеріалів • Часті виробництва додаткового продукту у ВВП • Часті споживання відновлюваних енергетичних ресурсів
<p>3. Фінансові ресурси і механізми</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Частка трансфертів чистих ресурсів у ВВП • Загальн е перевищення кредитів (виданих або отриманих) у відсотках від ВВП 	<ul style="list-style-type: none"> • Борг ВВП • Обсл овування бор 'експорт
<p>4. Передання екологічно чистої технології, співпраця та забезпечення продуктивності</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Імпорт технологічних товарів • Прямі іноземні інвестиції 	<ul style="list-style-type: none"> • Част імпорту екологічно чистої технологічних т варів

		шення середній зарплати жінок чоловіків
2. Демографічна стабільність	<ul style="list-style-type: none"> Відсоток зростання населення Відсоток чистої міграції Відсоток народжуваності 	<ul style="list-style-type: none"> Щільність населення
3. Підтримка освіти, обізнаності суспільства та навчання, захист і підтримка здоров'я людини	<ul style="list-style-type: none"> Відсоток населення шкільного віку Зарахування до початкової школи (разом і сальдо) 	<ul style="list-style-type: none"> Діти, які отримають високу оцінку початкову освіту Очікуваний результат шкільного життя Очікувана тривалість життя Відсоток дитячої смертності тощо

3. Екологічні індикатори

1. Захист якості та забезпечення ресурсами прісної води	<ul style="list-style-type: none"> Річний обсяг ґрунтової і поверхневої води, не придатної до споживання Внутрішнє споживання води на душу населення 	<ul style="list-style-type: none"> Ресурс ґрунтової води Концентрація фекальних речовин у прісній воді Потреба біохімічного кисневого очищення
---	--	---

планування управління земляними ресурсами		
4. Забезпечення сталого сільського господарства та розвитку села	<ul style="list-style-type: none"> • Застосування сільськогосподарських пестицидів • Застосування добрив • Відсоток іригації орних земель • Використання енергії у сільському господарстві 	<ul style="list-style-type: none"> • Орні землі на душу населення • Зона, що підлягає засоленню затопленню
5. Захист атмосфери тощо	<ul style="list-style-type: none"> • Виділення газів від теплиць (випаровування) • Виділення окису сірки • Виділення окису азоту • Споживання озонопогли-нальних речовин 	<ul style="list-style-type: none"> • Концентрації забруднень навколо міських з

Модель процесу подолання негативних соціально-економічної кризи і формування позитивних тенденцій економічного розвитку із поступовим переходом до

Найважливішим інструментом аналізу, прогнозування стратегії макроекономічного регулювання та розвитку є нормативів (стандартів) і норм, які впроваджуються державною виконавчою влади.

Під час визначення ефективності соціально-економічної підставі реалізації ухвалених стратегічних рішень слід врахувати оптимальності збалансованих співвідношень між часткою прибутку, які асигнуються на виробництво та споживання, стимулювання економічних результатів діяльності підприємств, збільшення доходів працівників. Для цього можна встановити індекс розподілу доходів, який визначається часткою прибутку на формування інвестиційного фонду, тобто на розвиток матеріальної бази економічної й соціальної діяльності.

Залежно від призначення і правового статусу соціальних норм їх можна розподілити на три групи:

- соціальні нормативи й норми як обов'язкові нормативи з гарантії загальної прямої дії на всіх рівнях економіки;
- соціальні нормативи, рекомендовані як підґрунтя норм на мезоекономічному рівні з огляду на територіальну специфіку;
- соціальні та соціотехнологічні нормативи, підґрунтя розроблення норм на мікроекономічному рівні з умови підприємств і корпорацій.

Під час визначення найактуальніших видів соціальних нормативів, зважаючи на належність їх до конкретної групи, слід визначити нормативи чинників зростання продуктивності праці як засадової умови нагромадження коштів для соціальної діяльності. таких нормативів належать:

- мінімально допустима частка чистого прибутку, що направляється на поліпшення фондівіддачі (використання інвестиційної потужностей);

збільшення обсягу ВВП (виробленої продукції), а також розвиток виробництва нової продукції, яка користується великим попитом. зі створенням додаткових робочих місць.

Завдання для перевірки знань

1. Дати визначення прогнозу.
2. Прогнозування соціально-економічних процесів.
3. Що (кто) виступає суб'єктом прогнозу економічного розвитку держави?
4. Об'єкт соціально-економічного розвитку, дати.
5. Економічні та соціальні процеси, що це таке та.
6. Предмет соціально-економічного прогнозування.
7. Розкрити поняття мети соціально-економічного.
8. Соціально-економічна система та її основні хар.
9. Яка роль прогнозування при управлінні соціально-економічною системою? Наведіть приклади.
10. Стратегія соціально-економічного розвитку.
11. Цілі та підцілі соціально-економічного розвитку.
12. Функції управління соціально-економічними процесами.
13. Що являє собою концепція сталого розвитку держави?
14. Поняття індикаторів сталого розвитку.
15. Норми та соціальні нормати.

Зміст лекції №2 Методологічні основи соціально-економічного прогнозування

- 2.1. Методологія прогнозування соціально-економічних процесів.
- 2.2. Структура прогнозування розвитку національної економіки.

2.1. Методологія прогнозування соціально-економічних процесів

Сучасні умови господарювання потребують максимального розвитку фронтів прогнозування, подальшого вдосконалення методології розроблення прогнозів. Чим вищий рівень прогнозування економічного суспільного розвитку, тим ефективніше регулювання економічних процесами в суспільстві.

Методологія прогнозування — це галузь знань про методи прогнозування системи прогнозування.

Загальнотеоретичним підґрунтям прогнозування є **прогностика**, що вивчає закономірності розроблення прогнозів. Прогностика визначає також:

Передбачення як випереджувальне (завчасне) відомство, ґрунтоване на пізнанні законів природи, суспільства та інших процесів, *має чотири форми:*

гіпотезу (загальнонаукове передбачення),
прогноз,
програму та
план.

Гіпотеза характеризує наукове передбачення на рівні загальнонаукової теорії. Це означає, що початкову базу побудови гіпотези складають закони, відкриті на її основі закономірності й причиново-функціонування і розвитку досліджуваних об'єктів.

На рівні гіпотези дають *якісну характеристику* об'єкту, а не загальні закономірності їхньої поведінки.

Прогноз порівняно з гіпотезою *більш визначений*, оскільки він не лише на якісних, а й на кількісних параметрах характеризує майбутній стан об'єкта ще й кількісно. Прогноз передбачення на рівні конкретно-прикладної теорії відрізняється від гіпотези *меншою мірою невизначеності й ймовірністю*. Разом із тим, зв'язки прогнозу з досліджуваним явищем не є жорсткими, однозначними: *прогноз має імовірний характер*.

Програма являє собою *висування певної мети* дослідження, шляхи і засоби розвитку відповідно до поставлених завдань, ухвалені управлінські рішення. Головна відмінна риса програми — *найбільша визначеність*. Подібно до прогнозу, програма ґрунтується на досягненнях конкретно-прикладної теорії.

Форми передбачення тісно пов'язані у своїх виявах з досліджуваною системою управління та планування. Вони є послідовні шаблі пізнання поведінки об'єкта в майбутньому.

Початок цього процесу — загальнонаукове передбачення, а останній етап — побудова плану переведення об'єкта в планований для нього стан.

Форми поєднання прогнозу та плану можуть бути різні:

- 1) прогноз може передувати розробленню плану (наприклад, у плані рішення),
- 2) складатися після плану (прогнозування наслідків рішення),
- 3) здійснюватися в процесі розроблення плану.

Між прогнозом і планом існують і розбіжності.

1) Головна з них полягає в тому, що *план має директивний* — *імовірний характер*.

2) План — це однозначне рішення, зокрема розробляють на варіантній основі. Натомість прогноз завжди альтернативний, варіантний зміст. У цьому сенсі прогноз дослідницьку базу планування, яка, втім, має власні методичне підґрунтя та значною мірою відрізняється від планування.

3) Розроблення прогнозів ґрунтується на прогнозах, тоді як планування спирається на більш строгі й точні методи інших розрахунків.

4) Прогнозування й планування відрізняються й характеризують різні щаблі пізнання досліджуваного об'єкта, взаємопов'язані, форми передбачення його майбутнього стану.

У проблемі прогнозування розрізняють два аспекти: пізнавальний та управлінський, пов'язаний із можливістю підставі набутого знання управлінських рішень (див. рис. 2).

Конкретизація в цих випадках також набуває різні форми: передбачальну (прескриптивну, описову) і вказівну (директивну, визначальну).

- Під *передбаченням* розуміють опис можливих перспектив, станів, розв'язань проблем майбутнього.

- *Вказівка* (рекомендація) дає спосіб розв'язання проблеми, використання інформації про майбутнє в цілеспрямованій діяльності.



Рис. 2.1. Сутність прогнозування

Виходячи із загальноприйнятих понять теорії управління процесами, *прогнозування відіграє провідну роль у сфері процесами соціально-економічного розвитку* як єдиної об'єктивно необхідними функціями підготовки й реалізації рішень (див. рис. 2.2).

Функції підготовчого блоку мають дослідницький характер. До них належать такі:

- *інформація* — передбачає отримання поточних аналітичних даних стосовно динаміки соціально-економічного відповідному рівні моніторингу, а також ознайомлення з тенденціями в цій галузі;
- *цілеспрямкування* — полягає у встановленні цілей соціально-економічного розвитку стосовно певного періоду, виходячи із загальнонаціональної мети — підвищення

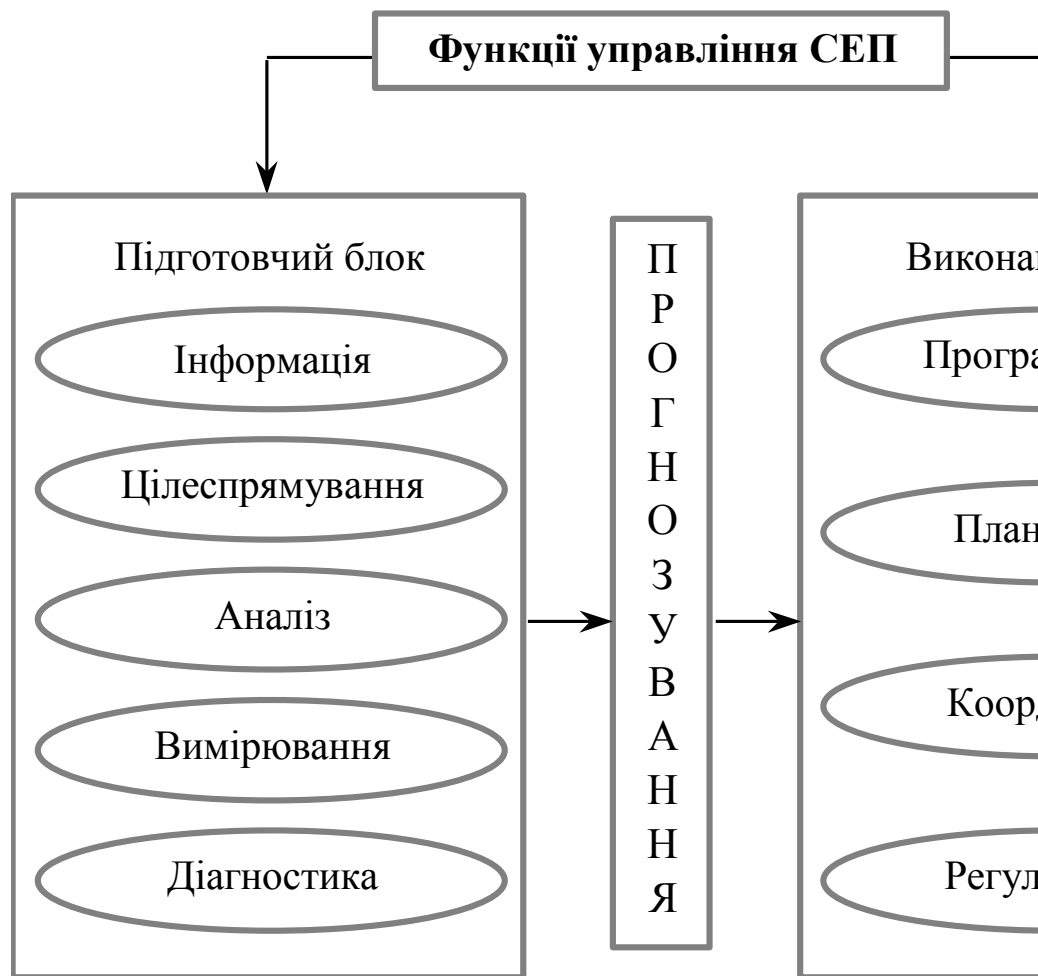


Рис. 2.2. Місце прогнозування серед функцій управління економічними процесами

- *аналіз* — передбачає вивчення й узагальнення інформації про динаміку соціально-економічних процесів відповідними цільовими індикаторами;
- *вимірювання* передбачає створення та вдосконалення соціально-економічних показників (індикаторів) і моніторингування їх;
- *діагностика* — полягає в підготовці узагальнювального підсумку (на зразок аудиторського звіту) про стану та рівня соціально-економічного розвитку із визначенням негативних чинників, які здійснили вплив на нього.

Прогнозування полягає в розробленні й обґрунтуванні варіантів очікуваних змін соціально-економічної ситуації та її впливом внутрішніх і зовнішніх чинників. Тим самим *прогнозування* є результатом підготовчого блоку функцій управління соціально-економічними процесами, передбачає розв’язання завдань прогнозування у взаємозв’язку з попередніми функціями шляхом розроблення відповідних

Таким чином, усі функції управління соціальними процесами становлять у сукупності цілісну систему функціонального розподілу дій органів управління будь-якої організації.

Прогнозування соціально-економічного розвитку виходить з необхідності науково обґрунтованого аналізу загальноекономічних галузевих і регіональних тенденцій. На регіональному аспекті провідну роль відіграє соціальна динаміка економічних систем, оскільки регіони створюють передумови для розвитку індивіда, використовуючи для цього соціальні норми.

Якісне виконання функцій управління зумовлено рівнем використання сучасних технологій і засобів телекомунікаційної техніки. Стосовно конкретного змісту функцій управління на соціально-економічні процеси розробляється механізм виконання їх, який визначає послідовність операцій (дій), технічні засоби, склад виконавців і форми організації, також процедури узгодження й затвердження нормативного, проектного або розпоряджувального характеру.

Основними вимогами та пов'язаними із ними параметрами розроблення технологій прогнозування соціально-економічного розвитку є:

- виконання прийнятих у прогностиці принципів (узгодженості, варіантності, безперервності, верифікованості, ймовірності, точності, обґрунтованості) та рентабельності процесу;
- орієнтація на домінуючий вибір нормативного характеру, яких прогнозовані показники визначають залежно від фактичних і нормативних (ретроспективних і перспективних) внутрішніх і зовнішніх чинників;
- використання абсолютних і відносних показників динаміки зміни значень параметрів прогнозованих об'єктів;
- встановлення оптимальної довжини бази й упередженості.

Виходячи з принципу системності в розробленні технологій прогнозування визначають склад і взаємозв'язок економічних параметрів, суттєвих для опису й кількісного оцінювання як значущих змінних стосовно завдання, що виконується.

При цьому виокремлюють ендогенні змінні ко-

ознак — цілей, завдань, об'єктів, методів організації прогнозування. Найважливіших із них належать: масштаб прогнозування та функція прогнозу.

За масштабом прогнозування розрізняють: *національний* (народногосподарський) та *структурний* (міжгалузевий) прогнози, *прогнози розвитку народногосподарських комплексів* (енергетичного, агропромислового, інвестиційно-інфраструктури, сфери обслуговування населення тощо), *регіональні*, *прогнози первинних ланок народногосподарських підприємств, виробничих об'єднань*, а також окремих виробничих об'єднань (рис. 2.3).

За періодом випередження прогнози розрізняють: *короткотермінові* — від місяця до року; *середньотермінові* — від року до п'яти років; *довготермінові* — від п'яти до п'ятнадцяти років; *далекоглядні* — триваліші за зазначені періоди.

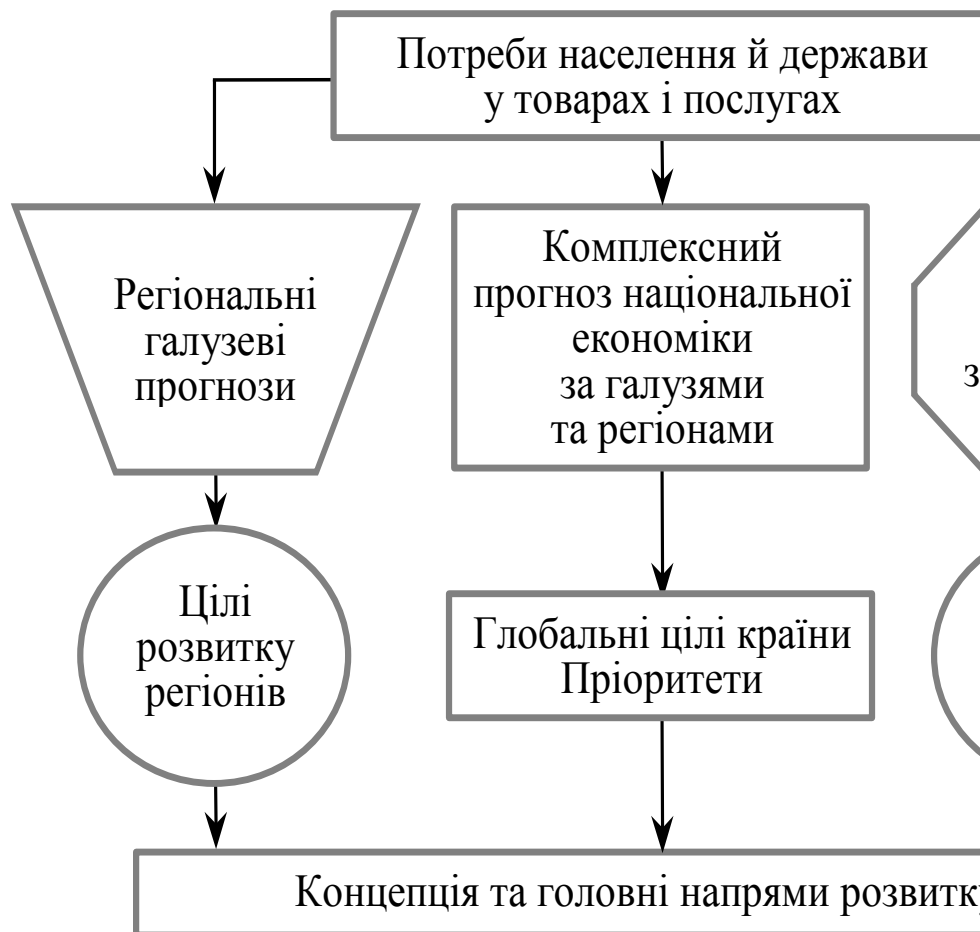


Рис. 2.3. Головні напрями розвитку країни

Зазначені типи прогнозів відрізняються як за змістом, так і за методами оцінок досліджуваного процесу.

ознакою виокремлюють такі народногосподарські процеси: динаміка виробничих відносин; соціально-економічних передумов і умов технічного прогресу; динаміки народного господарства (кількості чинників та структури); відтворення трудових ресурсів; підготовки кадрів; економічного використання природних ресурсів; відтворення основних фондів і капітальних вкладень; рівня фінансових відносин, доходів і цін; зовнішніх економічних зв'язків.

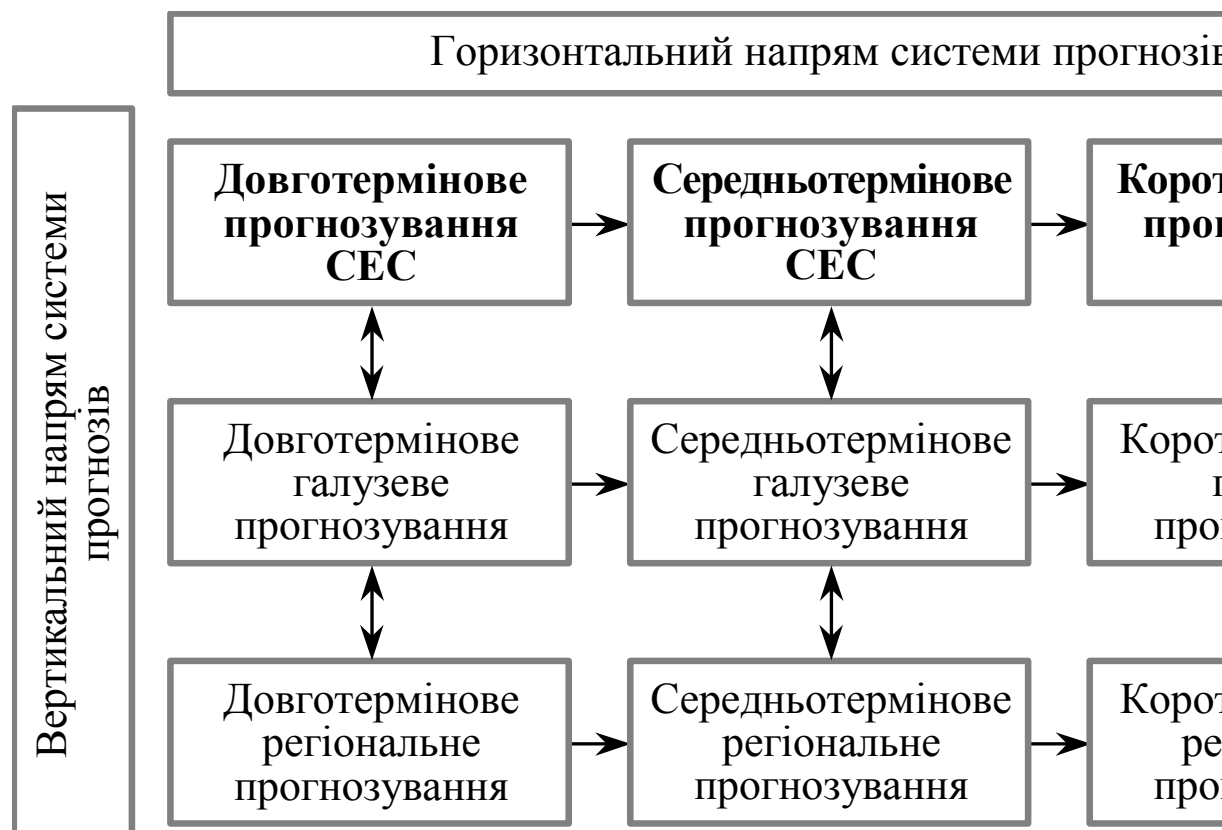


Рис. 2.4. Система прогнозів

Кожен із названих напрямів має самостійне розроблятися на власній основі. Разом із тим між ними є єдність, яка забезпечує науковий характер прогнозування економіки господарства загалом.

Економічне прогнозування здійснюють у поєднанні з іншими видами прогнозування: соціальним, політичним, демографічним, прогнозуванням природних ресурсів тощо. На результати економічного прогнозування зважають у народногосподарському та інших типах економічного планування. Своєю чергою, економічні прогнози — невід’ємна складова економічного планування розвитку суспільних процесів. Зв’язок між різними видами прогнозів дістає вияв у послідовності їхнього розроблення. Економічний прогноз — це прогноз економіки, який базується на прогнозах інших галузей економіки.

здійснюється у зворотному порядку: від заданого стану наявних тенденцій та зміни їх задля поставленої мети.

Обидва типи прогнозів на практиці водночас як не прогнозування і використовуються разом (рис. 2.5). проявляється стимулювальна роль прогнозування як інструменту досягнення поставлених цілей. Стимулювальна функція прогнозування спричиняє таку його особливість, як ефект дії прогнозування передумови передбачення. Ефект дії може бути позитивним, що сприяє здійсненню прогнозу, та негативним, коли гальмує його здійснення, а подеколи навіть приводить до самознищення прогнозу. Реалізація, що досягнення мети прогнозу безпосередньо залежить від реалізації його здійснення. Якщо прогноз відповідає нагальним умовам об'єкта, реалізація його на практиці відбудеться незалежно від невідповідності прогнозу цим умовам негативно позначиться на реалізації. На взаємозв'язки умов здійснення прогнозу з його реалізацією вплив також взаємодія прогнозування із прийняттям рішення за правило, приймають на підставі даних прогнозування. Прийняті рішення справляють вплив на результати здійснення прогнозу. Тому з метою запобігання розбіжності між прогнозом і його реалізацією необхідно систематично коригувати прогноз, наприклад, узгодити його із цілями розвитку об'єкта прогнозування й можливістю його реалізації.

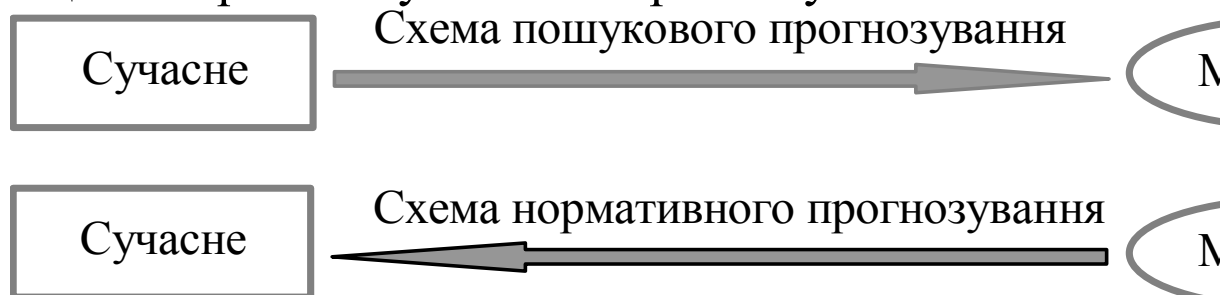


Рис. 2.5. Схеми пошукового та нормативного прогнозування

Із типологією прогнозів тісно пов'язане питання інформації щодо майбутнього та способи його прогнозування. Існують три основні джерела прогнозової інформації:

- *набутий досвід*, ґрунтований на знанні закономірностей розвитку й ходження й розвитку досліджуваних явищ, процесів, подій;
- *екстраполяція наявних тенденцій*, закони минулому й сучасному відомі;

- *моделювання* — дослідження пошукових і не прогнозованого об'єкта у світлі очікуваних або окреслених. Моделі соціально-економічних процесів прийнято розрізняти. Вони використовують у математиці для їх побудови. Формалізм вхідних положень має загальну назву — «економіко-математичні». Вони можуть бути статичними або динамічними, стохастичними, детермінованими, лінійними або нелінійними, зі стаціонарною структурою відображення досліджуваного процесу тощо.

2.2. Структура прогнозування розвитку національної економіки

З огляду на сучасні вимоги до прогнозування соціально-економічного розвитку розглянемо в системному взаємозв'язку деякі аспекти технології розроблення прогнозів, включно з основними показниками, демографічними ситуаціями та зайнятістю населення й оплатою праці, соціально-економічною безпекою тощо.

Прогнозування розвитку національної економіки базується на підставі розроблення комплексної системи, яка перекриває соціально-економічні прогнози .

У структурному плані такий комплекс прогнозів демонструє наступну структуру:

Базові прогнози мають свої цілі й завдання, тому складають основу для розроблення соціально-економічних прогнозів. Разом з базовими прогнозами за їхнім стосунком до соціально-економічних прогнозів розподілити на два блоки: ресурсний і зовнішніх впливів. Система базових прогнозів надає соціально-економічним прогнозам певні можливі значення і подальші зміни ресурсної бази країни, а також визначає зовнішні стосовно соціально-економічного розвитку фактори, які впливають на параметри СЕП країни.

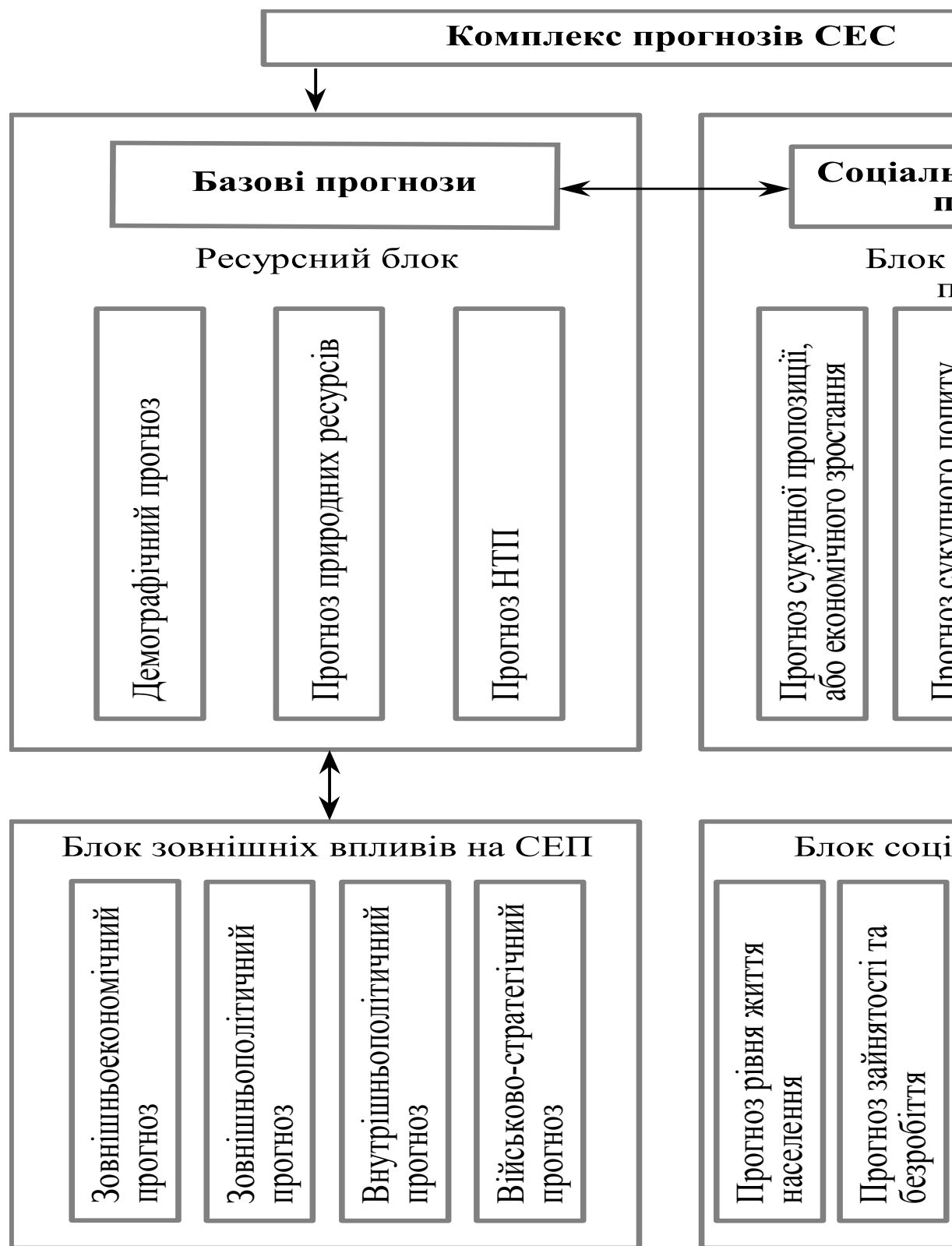


Рис.2.7. Структурний розріз комплексу прогнозів СЕС. Ресурсний блок охоплює демографічний прогноз, прогноз природних ресурсів та НТП.

Метою демографічного прогнозування є отримання перспективної зміни таких показників, як:

- чисельність дітей дошкільного віку як у країні, так і в окремих регіонах для планування розвитку мережі дошкільних закладів
- чисельність осіб пенсійного віку для оцінки впливу демографічних змін на соціальні витрати

Головною функцією демографічного прогнозу є прогнозування (міграції) населення країни та регіонів, відтворення та зміни статевовіковим складом, рівня зайнятості працездатного населення та кваліфікації професійного складу.

Найважливішим результатом демографічного прогнозу є прогнозування щодо кількості сімей, середнього розміру їх, спрямованості міграційних потоків населення, середньої тривалості життя та активної трудової діяльності, можливих структурних змін та інших аспектів.

➤ *Метою прогнозування природних ресурсів вважається прогнозування вже розвіданими, тими що використовуються, відкритими та ще невідкритими введеними в дію родовищами, можливого рівня їх використання в майбутньому, а також необхідних для цього умов.*

Прогноз охоплює всі види природних запасів: нафтові ресурси, лісові ресурси (окрім тваринного світу), альтернативні види енергії (сонячну, вітрову, морських течій тощо), їхні кількісні та якісні характеристики.

Основною функцією є прогнозування обсягу та структури природних ресурсів, умов їх залягання, розподілу в просторі тощо, впливу на структуру національної економіки, розвиток регіонів та країни, на експортну й імпорتنу складові платіжного балансу, ефективність виробництва.

Основним результатом прогнозу є пошук можливих шляхів використання ресурсів нижчої якості, із меншим впливом на довкілля, до освоєння родовищ у важкодоступних районах, використання вторинних і супутніх ресурсів, зменшення міри залежності виробництва від наявності природних ресурсів, використання альтернативних джерел енергії.

Прогноз природних ресурсів доповнюють відомостями про потреби національної економіки, прогнози відомостями про потребу національної економіки в ресурсах і, своєю чергою, передають соціально-економічні дані необхідні дані стосовно прогнозу природних ресурсів.

➤ *Прогноз НТП, або прогноз науково-технічного прогресу, це система прогнозів, яка містить три блоки.*

Перший блок — прогнози розвитку фундаментальних наук.

Наприклад, виробництво і використання атомної енергії зменшити споживання природних ресурсів, виробництво синтетичних (хімічних) матеріалів дає можливість скоротити витрати на природних ресурсів, так і ресурсів тваринного походження (шерсті, шкіри тощо).

Результати прогнозу НТП беруть за основу всіх розрахунків економічного прогнозування, оскільки економічне зростання пов'язано із НТП в частині інтенсивного розвитку виробництва послуг, структурний прогноз цілком базується на прогнозах розвитку техніки.

Від прискорення темпів НТП залежить міра і спосіб задоволення особистих і суспільних потреб населення, раціоналізація і вдосконалення виробничого апарату країни, система управління національною економікою тощо.

Аналіз взаємозв'язку між НТП і динамікою кон'юнктури економіки є одним із найважливіших чинників, які впливають на розвиток економіки на багато років. Практично всі економічні показники змінюються відповідно до розвитку науки й техніки, що пов'язано з технологічними укладів. Суспільні потреби спричиняють наукових досліджень і прискорюють НТП, що, своєю чергою, скорочує життєвий цикл інвестицій.

Блок зовнішніх впливів на СЕП

➤ *Метою зовнішньоекономічного прогнозу є визначення перспектив експорту та імпорту. Результати прогнозу експорту з урахуванням прогнозу НТП, прогнозу природних ресурсів у чинних умовах, можливостей експорту ліцензій, ноу-хау, інформаційних технологій тощо. Зовнішньоекономічний прогноз на підставі аналізу тенденцій розвитку світового ринку визначає можливості експорту наукомісткої конкурентоспроможної продукції та неекспорту наукомісткої й споживчої продукції.*

Для цього зовнішньоекономічний прогноз отримується шляхом аналізу економічних прогнозів відповідну інформацію щодо перспектив експорту наукомісткої продукції, прогнозні оцінки міри задоволення потреб національного виробництва та сфери послуг в інвестиційній сфері.

зовнішньоекономічного прогнозу та розроблення ва стратегічного прогнозу.

➤ *Внутрішньополітичний прогноз* дає інформацію про ситуації й розташування політичних сил усередині країни, економічні, зовнішньоекономічні та військово-політичні наслідки того, яка партія стане «партією влади», визначається соціальна політика уряду і Національного банку країни.

➤ *Військово-стратегічний прогноз* містить інформацію про ймовірних конфліктів із іншими країнами, можливих воєнних блоків і договірних зв'язків між країнами, а також стосовно можливих воєнних блоків і договорів між країнами. У процесі прогнозування враховуються результати зовнішньополітичного і внутрішньополітичного прогнозів, а також найімовірнішого військово-стратегічного прогнозу або військово-стратегічного прогнозу, обраного з-поміж різних варіантів, формується військово-стратегічний прогноз країни.

Воєнна доктрина країни визначає рівень необхідної обороноздатності держави, потребу та рівень військової присутності сил країни в інших регіонах. Військово-стратегічний прогноз включає дані прогнозів розвитку військово-промислового комплексу країни, економічним прогнозам стосовно необхідних обсягів озброєння збройних сил.

Соціально-економічні прогнози також поділяються на «економічні» та «соціальні» прогнози.

В «економічному» блоці основними є:

- прогноз сукупної пропозиції, або економічного потенціалу;
- прогноз сукупного попиту;
- прогноз галузевої структури національної економіки;
- прогноз рівня інфляції.

У «соціальному» блоці основними вважаються:

- прогноз рівня життя населення;
- прогноз зайнятості населення;
- прогноз житлово-комунального господарства;
- прогноз охорони здоров'я та освіти;

розвитку потрібні ресурси, які створюються у сфері виробничій економічній системі. Тому соціальна сфера є немов паралельною економічній, вона висуває до економіки вимоги щодо різних галузей. Водночас соціальна сфера залежить від розвитку економіки, для розвитку виробництва і соціальної сфери необхідний розвиток техніки. Усі сфери — соціальна, виробнича та наукова залежать від свого розвитку ресурсів, і передусім фінансових, оскільки економіка розв'язує проблеми і природних, і трудових ресурсів. Ресурси, як відомо, обмежені. Обсяг їх насамперед залежить від обсягу (чистої продукції), які створюються у сфері виробництва. У великому обсязі фінансується виробництво, менше коштів на фінансування науки, що негативно впливає на темпи зростання виробництва. Менше коштів дістається й соціальній сфері, що негативно позначається на загальному стані суспільства, рівні ресурсів, освіти і, зрештою, на виробництві. Саме тут розроблені варіанти прогнозів, які відрізняються різними методами розподілу коштів між цими трьома сферами.

Завдання для перевірки знань

1. Методологія прогнозування, що це таке, розкрити функції та способів та системи прогнозування?
2. Гіпотеза, прогноз, програма та план – розкрити функції та значення у процесі планування має кожне поняття?
3. Розкрити функції СЕП та визначити місце цих функцій у вказаних функцій.
4. Типологія прогнозів, які бувають та схема їх здійснення.
5. Розкрити джерела прогнозованої інформації та методи прогнозування.
6. Розкрити у структурному розрізі комплекс прогнозування.

Зміст лекції №3 Прогнозування економічної системи

3.1. Динамічна модель Кейса. Модель Самуельсона-Хікса.

3.2. Виробничі функції

частин: споживання C ; валових окремих внутрішніх інвестицій I ; валових видатків на закупівлю товарів і послуг G ; чистого експорту X . Якщо економіка вважається закритою, тому чистий експорт дорівнює нулю, то державні видатки розподіляються на споживання і нагромадження:

$$Y = C + I.$$

Передбачається, що попит на інвестиційні товари по відношенню до споживчих товарів в наступному році є лінійною функцією від випуску в поточному році:

$$C_{t+1}^D = \bar{C} + cY_t,$$

де \bar{C} — мінімальний обсяг фонду споживання;
 c — нижня межа фонду невиробничого споживання;
 c — схильність до споживання, $0 < c < 1$.

У динамічній моделі Кейнса запланований випуск в наступному році використовується прирівнюють до прогнозованого попиту на нього:

$$Y_{t+1} = \bar{C} + cY_t + I.$$

Цю модель можна застосовувати лише для аналізу й прогнозування поведінки економіки. Вона непридатна для прогнозування, оскільки не відображає процесу відтворення фонду, враховано вибуття фондів через їх фізичне та моральне зношення.

З математичної точки зору модель (3.1.1) є нелінійним рівнянням першого порядку. За умови $c \neq 1$ розв'язок рівняння має вигляд:

Розв'язок однорідного рівняння $Y_{t+1} - cY_t = 0$ у загальному вигляді

$$Y_t = A \cdot c^t + \frac{\bar{C} + I}{1 + c}, \quad t = 0, 1, 2, \dots; \quad A = c^{-t} \left[Y_t - \frac{\bar{C} + I}{1 + c} \right].$$

Стала A визначається за допомогою початкового значення Y_0 :

$$Y_0 = A + Y_E, \quad \text{де } Y_E = \frac{\bar{C} + I}{1 + c}.$$

Звідси $A = Y_0 - Y_E$.

Остаточний розв'язок рівняння (3.1.1) запишеться

$$Y_t = (Y_0 - Y_E)c^t + Y_E. \quad (3.1.2)$$

При цьому $\lim_{t \rightarrow \infty} Y_t = Y_E$, оскільки $0 < c < 1$, тобто

$$Y_t = Y_0 + \eta_t, \eta_t = Y_t - Y_0,$$

тоді η_t задовольняє рівнянню:

$$\eta_{t+2} - (r + c) \eta_{t+1} + r\eta_t = a, \eta_0 = 0, \eta_t = Y_t - Y_0$$

де $a = \bar{C} + I - (1 - c) Y_0$.

3.2. Виробнича функція

Найвідомішою є двофакторна модель виробничої відображає залежність результату виробництва від витрат ресурсами (чинниками виробництва) найчастіше розуміють працю у формі виробничих фондів (капіталу) K і дійсну (жорстку) працю L (жорстку) — валовий випуск X , валовий внутрішній національний дохід N . У будь-якому разі результат стисло Y і позначають Y (це може бути і валовий випуск, і ВВП, і національний дохід).

Іноді як ресурс у виробничу функцію включують природні ресурси. Якщо останні практично не виступають, слід розглядати.

Випуск продукції є функцією від витрат ресурсів (факторів)
 $Y = F(K, L)$, (3.1.5)

Виробничу функцію $Y = F(K, L)$, називають неокласичною, якщо вона гладка і задовольняє низку умов, що підлягають природному тлумаченню:

1) $F(0, L) = F(K, 0) = 0$ — за відсутності одного з ресурсів випуск неможливе;

2) $\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0$ — із мірою зростання ресурсів випуск зростає; похідна;
 3) $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$ — із мірою збільшення ресурсів швидкість зростання випуску гальмується;

4) $F(+\infty, L) = F(K, +\infty) = +\infty$ — за необмеженого зростання ресурсів випуск необмежено зростає.

Випуск продукції моделюють за допомогою такої нелінійної функції:
 $Y = A_0 K^\alpha L^\beta, \alpha > 0, \beta > 0$, (3.1.6)

де A — коефіцієнт нейтрального технічного прогресу

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta} = \frac{\alpha Y}{K} > 0, \quad \alpha > 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \beta AK^{\alpha}L^{\beta-1} = \frac{\beta Y}{L} > 0, \quad \beta > 0.$$

Часткові похідні випуску за чинниками називаються граничними (маргінальними) ефективностями продуктів або граничними (маргінальними) ефективностями факторів. Вони характеризують приріст випуску на невелику одиницю приросту фактора.

$\frac{\partial F}{\partial K}$ — гранична фондоддача (гранична ефективність фонду).

$\frac{\partial F}{\partial L}$ — гранична продуктивність праці (гранична ефективність праці).

Для мультиплікативної функції із (3.1.9) випливає, що гранична фондоддача пропорційна середній фондоддачі $\frac{Y}{K}$ із коефіцієнтом α :

гранична продуктивність праці — середній продуктивності праці із коефіцієнтом β :

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}, \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \frac{Y}{L}.$$

Якщо $\alpha < 1$, $\beta < 1$, граничні віддачі чинників нижчі за середні. Самими умовами мультиплікативна функція має властивість 4, тобто за необмеженого збільшення ресурсів випуск необмежено зростає. Отже, мультиплікативна функція з властивістю 4, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ є неокласичною.

Економічне тлумачення параметрів A , α , β , мультиплікативної функції. Параметр A тлумачиться як параметр нейтрального технічного прогресу. Параметри α й β тлумачуться як еластичності випуску у точці (K, L) тим більший, чим більше K і L . Необхідно ввести поняття еластичностей як логарифмічних похідних за чинників:

$$\alpha_K = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln K} = \lim_{\Delta K \rightarrow 0} \frac{(\Delta Y / Y)}{\Delta K / K},$$

$$\alpha_L = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln L} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{(\Delta Y / Y)}{\Delta L / L},$$

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} \right)^\alpha \left(\frac{L_{t+1}}{L_t} \right)^\beta.$$

Якщо піднести обидві частини (3.1.8) до ступеня співвідношення:

$$\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{L_{t+1}}{L_t} \right)^{1-\alpha_1}.$$

праворуч — зважене середнє геометричне темпів зростання ресурсів, тут за вагові коефіцієнти беруть відносні еластичності:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \quad 1 - \alpha_1 = \frac{\beta}{\alpha + \beta}.$$

За $\alpha + \beta > 1$ випуск зростає швидше, ніж у середнє чинники, а за $\alpha + \beta < 1$ — повільніше. Насправді, якщо чинники зростають ($K_{t+1} > K_t$, $L_{t+1} > L_t$), то згідно з (3.1.13) збільшиться й випуск. Тож за $\alpha + \beta > 1$ маємо:

$$\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t} \right) > \left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{L_{t+1}}{L_t} \right)^{1-\alpha_1}.$$

Отже, насправді темп зростання випуску перевищує темп зростання чинників. За $\alpha + \beta > 1$ ВФ описує економіку, що зростає.

Під час вивчення чинників зростання економіки розрізняють екстенсивні чинники зростання (за рахунок збільшення застосування збільшення масштабу виробництва) й інтенсивні чинники зростання (за рахунок підвищення ефективності використання ресурсів).

За допомогою ВФ можна відобразити масштаби зростання виробництва, якщо випуск і витрати виражено в порівняльній формі. Наприклад представлено у вартісній формі. Однак порівняння сьогоденної та минулої праці й досі не має позитивного результату.

У відносних показниках мультиплікативну ВФ запишемо:

$$\frac{Y}{Y_0} = \left(\frac{K}{K_0} \right)^\alpha \left(\frac{L}{L_0} \right)^\beta,$$

де Y_0 , K_0 , L_0 — значення випуску й витрат фондів і праці в початковий момент часу. Безрозмірну форму (3.1.15) легко привести до початкової форми:

Отже, узагальнений показник економічної ефективності середнім геометричним часткових показників економічної ефективності саме:

$$E = \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}} \right)^{1-\alpha_1},$$

тут роль вагових коефіцієнтів відіграють відносні еластичності, тобто окремі ефективності беруть участь у створенні узагальненої ефективності з такими самими пріоритетами, з якими входять відповідні ресурси.

З (3.1.17) випливає, що за допомогою коефіцієнта ефективності ВФ перетворюється на форму, яка зовні збігається з Кобба-Дугласа:

$$\tilde{Y} = E \tilde{K}^{\alpha} \tilde{L}^{1-\alpha},$$

але у співвідношенні (3.1.18) E не є постійним, а функціонально залежить від (K, L) .

Оскільки *масштаб виробництва* M виявляється виміром ресурсів, то згідно із міркуваннями, що були наведені стосовно узагальненого показника економічної ефективності, використаних ресурсів (масштаб виробництва) дорівнює:

$$M = \tilde{K}^{\alpha} \tilde{L}^{1-\alpha}.$$

З (2.1.18) та (2.1.19) випливає, що випуск \tilde{Y} є добутоком ефективності та масштабу виробництва:

$$\tilde{Y} = EM.$$

Можна відійти від описаного вище виду ВФ і розглядати результат виробництва (Y) не безпосередньо через фактори виробництва, а опосередковано — через чинники, які впливають на ефективність (оцінку) чинників, так і на ефективність. Самі чинники виробництва (праця, НТП) є первинними (глобальними), а чинники, що впливають на ефективність, — вторинними.

Вторинні чинники можна розглядати по-різному. Розглянемо чинники, що впливають на величину глобальних чинників виробництва та їхню ефективність. Наведемо приклад такої класифікації чинників:

Жива праця у сфері виробництва:

1. Чинники, що впливають на ефективність живих ресурсів

- швидкість обігу фондів.
2. Чинники, що впливають на оцінку продуктивності
- технічний рівень і рівень морального зношування;
 - галузевий розподіл фондів;
 - територіальний розподіл фондів;
 - масштаби виробництва.

Розвиток чинникового підходу передбачає не так удосконалення виробничої функції, як поглиблену економічну й статистичну роботу.

3.3. Модель Солоу. Трисекторна модель економіки

Модель Солоу також є односекторною моделлю економіки. Економічна система розглядається як єдине ціле, що виробляє універсальний продукт, який можна споживати й інвестувати. Модель адекватно відображає найважливіші макроекономічні процеси й відтворення. Експорт — імпорт у явному вигляді в ній не враховується.

Стан економіки в моделі Солоу визначають такі *ендогенні* змінні:

X — валовий внутрішній продукт (ВВП);

C — фонд невиробничого споживання;

I — інвестиції;

L — кількість зайнятих;

K — фонди.

Окрім того, в моделі використовують такі *екзогенні* параметри (визначені поза системою):

v — річний темп приросту кількості зайнятих;

μ — частка основних виробничих фондів, що вибули з експлуатації;

ρ — частка нагромадження (частка валових інвестицій, що йде на внутрішньому продукті).

Екзогенні параметри перебувають у таких межах: $-1 < \rho < 1$.

Припускається, що ендogenous змінні змінюються з часом (якщо не пропущено, але він присутній за визначенням). Екзогенні параметри вважаються постійними у часі, причому норма нагромадження ρ є постійною при управлінні, тобто в початковий момент часу може встановитися певний рівень ρ органом системи з огляду на будь-яке гранично допустиме значення ρ .

$$\ln L = vt + \ln A, \quad L = Ae^{vt}.$$

Використовуючи початкову умову $L(0) = L_0$, одержуємо
Зношування та інвестиції в розрахунку на рік до
відповідно, а за час Δt — становить відповідно $\mu K \Delta t$, $I \Delta t$,
за цей час дорівнюватиме $\Delta K = -\mu K \Delta t + I \Delta t$, звідки маємо
рівняння:

$$\frac{dK}{dt} = -\mu K + I, \quad K(0) = K_0.$$

Інвестиції та фонд споживання виражають через ВВП

$$I = \rho X, \quad C = (1 - \rho)X.$$

Отже, маємо такий запис моделі Солоу в абсолютних

$$L = L_0 e^{vt}; \quad \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho X;$$

$$K(0) = K_0; \quad X = F(K, L); \quad I = \rho X; \quad C = (1 - \rho)X. \quad (3.1.22)$$

Оскільки

$$x = \frac{F(K, L)}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) = f(k); \quad i = \rho x; \quad c = (1 - \rho)x; \quad \frac{dK}{dt} = \frac{d(kL)}{dt}$$

то запис моделі в питомій вазі показників набуває фо

$$\frac{dk}{dt} = -\lambda k + \rho f(k), \quad \lambda = \mu + v, \quad k(0) = k_0 = \frac{K}{L}$$

$$\begin{aligned} x &= f(k); \\ i &= \rho f(k); \\ c &= (1 - \rho)f(k). \end{aligned}$$

Отже, кожен абсолютний або відносний показник
тобто можна говорити про траєкторію системи в абсолютних
показниках.

Траєкторію називають *стаціонарною*, якщо показники
змінюються:

$$k = k^0 = \text{const}, \quad x = x^0 = \text{const}, \quad I = I^0 = \text{const}, \quad c = c^0 = \text{const}$$

Як видно з формул (3.1.23), перебування фонду на
постійному рівні k^E приводить до виходу на стаціонарну
стаціонарній траєкторії $\frac{dk^E}{dt} = 0$, тому

$$-\lambda k^E + \rho f(k^E) = 0,$$

або

$$\rho f(k^E) = \lambda k^E$$

звідки видно, що

а) за $k < \hat{k}$ маємо $d^2k/dt^2 > 0$,

б) за $\hat{k} < k < k^E$, навпаки, $d^2k/dt^2 < 0$,

в) за $k > k^E$ завжди $d^2k/dt^2 > 0$, оскільки $\hat{k} < k^E$.

Розглянемо перехідний процес для випадку, коли описано функцією Кобба-Дугласа (3.1.7) $F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}$.

Тоді $f(k) = Ak^\alpha$, $\hat{k} = \left[\frac{\alpha \rho A}{\lambda} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $k^E = \left[\frac{\rho A}{\lambda} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$, а рівняння (3.1.

$$\frac{dk}{dt} = -\lambda k + \rho Ak^\alpha, \quad k(0) = k_0.$$

Зробивши заміну $k = e^{-\lambda t} u$, $u = e^{\lambda t} k$, одержимо д розділеними змінними: $\frac{du}{u^\alpha} = \rho A e^{(1-\alpha)\lambda t} dt$, $u(0) = k_0$,

яке має такий розв'язок: $u(t) = \left[\frac{\rho A}{\lambda} e^{(1-\alpha)\lambda t} + k_0^{1-\alpha} - \frac{\rho A}{\lambda} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$,

а з використанням значення стаціонарної фондоозброєності:

$$u(t) = [(k^E)^{1-\alpha} e^{(1-\alpha)\lambda t} + (k_0)^{1-\alpha} - (k^E)^{1-\alpha}]^{1-\alpha}$$

Повертаючись до фондоозброєності, отримаємо

$$K(t) = [(k^E)^{1-\alpha} + ((k_0)^{1-\alpha} - (k^E)^{1-\alpha}) e^{(1-\alpha)\lambda t}]^{1-\alpha}$$

звідки видно, що $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = k^E$.

Відповідно до (3.1.26) отримуємо три типи по стосовно фондоозброєності:

1) за $k_0 > \hat{k}$ — спочатку відбувається пришвидшення фондоозброєності, яке після досягнення значення k переходить у зростання;

2) за $\hat{k} < k_0 < k^E$ спостерігаємо вповільнене зростання фондоозброєності;

3) за $k_0 > k^E$ — уповільнений спад фондоозброєності (фондів).

Таким чином, за $\hat{k} < k_0 < k^E$ існує зовсім короткий пе

фіксований момент часу, а взагалі в будь-який момент накопичується обсяг фондів, які підлягають введенню, а саме

$$V(t) = \int_{-\infty}^t N(t, \tau) I(\tau) d\tau.$$

Якщо процес інвестування та введення в дію має стаціонарність, тоді $N(t, \tau) = N(t - \tau)$. Отже, (3.1.29) можна переписати так:

$$V(t) = \int_{-\infty}^t N(t - \tau) I(\tau) d\tau.$$

Далі приймаємо, що розподіл $N(t - \tau)$ є показниковим

$$N(t - \tau) = \omega e^{-\omega(t-\tau)} \left(\int_{\tau}^{\infty} \omega e^{-\omega(t-\tau)} dt = 1 \right),$$

тому

$$V(t) = \omega \int_{-\infty}^t e^{-\omega(t-\tau)} I(\tau) d\tau. \quad (3.1.31)$$

У результаті прямого диференціювання (3.1.31) маємо

$$dV/dt = \omega I(t) - \omega V(t). \quad (3.1.32)$$

Додаючи останнє рівняння до відповідним чином сформульованих рівнянь стандартної моделі Солоу, одержуємо односекторну модель з урахуванням затримки введення фондів:

$$\begin{aligned} X &= I + C; \\ X &= F(K, L); \\ dK/dt &= -\mu K + V, \quad K(0) = K_0; \\ dV/dt &= \omega I - \omega V; \\ L &= L_0 e^{\nu t}. \end{aligned} \quad (3.1.33)$$

Перше рівняння (3.1.33) — баланс розподілу ВВП на невиробниче споживання; друге — виробнича функція валового продукту залежно від ресурсів; третє — динаміка фонду зношування й уведення фондів; четверте — динаміка фонду з урахуванням інвестицій і затримки введення фондів; п'яте — динаміка трудових ресурсів.

Якщо, подібно до попередніх параграфів, вважаємо, що виробнича функція є лінійно-однорідною неокласичною, то рівняння (3.1.33) можна представити так: ($i = I/L$, $c = C/L$, $f = F/L$, $v = V/L$):

$$\left. \begin{aligned} dk/dt &= -\lambda k + v, \quad \lambda = \mu + \nu; \\ dv/dt &= -\nu v + \omega f(k), \quad \nu = \omega + \lambda. \end{aligned} \right\}$$

Припускають, що за кожним сектором закріплено фонди (ОВФ), тоді як праця й інвестиції можуть вільно переміщатися між секторами.

Окрім того, застосовують припущення, аналогічні до односекторній моделі Солоу, яка відіграє роль базової.

1. Технологічний устрій вважається сталим і визначається за допомогою лінійно-однорідних неокласичних виробничих функцій:

$$X_i = F_i(K_i, L_i), \quad i = 0, 1, 2,$$

де X_i , K_i , L_i — відповідно випуск, ОВФ і кількість факторів у секторі.

2. Загальна кількість зайнятих L (у виробничій сфері) зростає з постійним темпом приросту v .

3. Лаг капіталовкладень відсутній.

4. Коефіцієнти зношування ОВФ μ_i і прямих матеріальних витрат у секторів постійні.

5. Економіка замкнута, тобто зовнішня торгівля безпосередньо не розглядається.

6. Час t змінюється неперервно.

Припущення (2) в дискретному часі має вигляд (t — ціле число):

$$\frac{L(t+1) - L(t)}{L(t)} = v,$$

у разі переходу до неперервного часу набуває форми диференціального рівняння:

$$\frac{dL}{dt} = vL, \quad L(0) = L^0,$$

яке має такий розв'язок:

$$L = L^0 e^{vt}.$$

Із припущень (3, 4) виходить, що зміна за рік складається з двох частин: зносу ($-\mu_i K_i$) та приросту капіталовкладень ($+I_i$), тобто:

$$K_i(t+1) - K_i(t) = -\mu_i K_i(t) + I_i(t), \quad i = 0, 1, 2,$$

або в неперервному часі:

$$K_i(t + \Delta t) - K_i(t) = -[\mu_i K_i(t) + I_i(t)] \Delta t,$$

за $\Delta t \rightarrow 0$ одержуємо диференціальні рівняння для ОВФ:

$$\begin{aligned}
& K_i(0) = K_i^0, \quad i=0,1,2 \\
& \bullet \quad X_i = F_i(K_i, L_i), \quad i = 0, 1, 2 \quad \text{— випуск за сектор} \\
& \bullet \quad X_1 = I_0 \quad \text{— розподіл пр} \\
& + I_1 + I_2 \quad \text{фондоутворювального се} \\
& \bullet \quad X_0 = a_0 X_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 \quad \text{— розподіл пр} \\
& \quad \text{матеріального сектора,}
\end{aligned}$$

де I_i — інвестиції у i -й сектор; v — темп приросту к — коефіцієнти вибуття ОВФ за секторами; a_i — к матеріальних витрат за секторами.

Трисекторна модель є динамічною, оскільки міст динамічні елементи. Вона нелінійна, оскільки випуск нелінійними виробничими функціями.

У відносних показниках модель набуває форми:

$$\begin{aligned}
& \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 = 1, \quad \theta_i \geq 0, \quad i = 0, 1, 2, \\
& s_0 + s_1 + s_2 = 1, \quad s_i \geq 0, \quad i = 0, 1, 2, \\
& \frac{dk_i}{dt} = \frac{\theta_1 s_i}{\theta_i} f_1(k_1) - \lambda_i k_i, \quad k_i(0) = k_{i0}, \quad \lambda_i = v + \mu, \quad i = 0, 1, 2, \\
& (1 - a_0)\theta_0 f_0(k_0) = a_1 \theta_1 f_1(k_1) + a_2 \theta_2 f_2(k_2),
\end{aligned}$$

де $\theta_i = \frac{L_i}{L}$ — частка числа зайнятих у i -му секторі і

зайнятих;

$s_i = \frac{I_i}{X_1}$ — частка інвестицій у i -й сектор у загальному

$f_i(k_i) = \frac{X_i}{L_i} = F_i\left(\frac{K_i}{L_i}, 1\right)$ — продуктивність праці в i -му сект

$x_i = \frac{X_i}{L} = \theta_i f_i(k_i)$ народногосподарська продуктивність i -

У моделі (3.1.40) параметри $a_0, a_1, a_2, \mu_0, \mu_1, \mu_2$ вважаються сталими. Параметри $(\theta, s) = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, s_0, s_1, s_2)$ Рівняння для фондоозброєності має таку стаціонарну точку постійні:

$$s_1 f_1(k_1^0) = \lambda_1 k_1^0, \quad k_i^0 = \frac{\theta_1 s_i}{\theta_i \lambda_i} f_1(k_1^0), \quad i = 0, 2.$$

формульний вигляд.

5. Економічне тлумачення параметрів A , α , β .
6. Узагальнений показник економічної ефективності мультиплікативної виробничої функції.
7. Чинники виробництва.
8. Чинники впливу на живу працю.
9. Чинники впливу на виробничі фонди.
10. Ендогенні показники, згідно моделі Солоу.
11. Екзогенні змінні, згідно моделі Солоу.
12. На які три сектора поділяється економіка згідно моделі економічного зростання.

Зміст лекції №4 Прогнозування розвитку виробничої економіки

- 4.1. Лінійна статистична міжгалузєва модель.
- 4.2. Прогнозування динаміки коефіцієнтів МГБ.

4.1. Лінійна статистична міжгалузєва модель

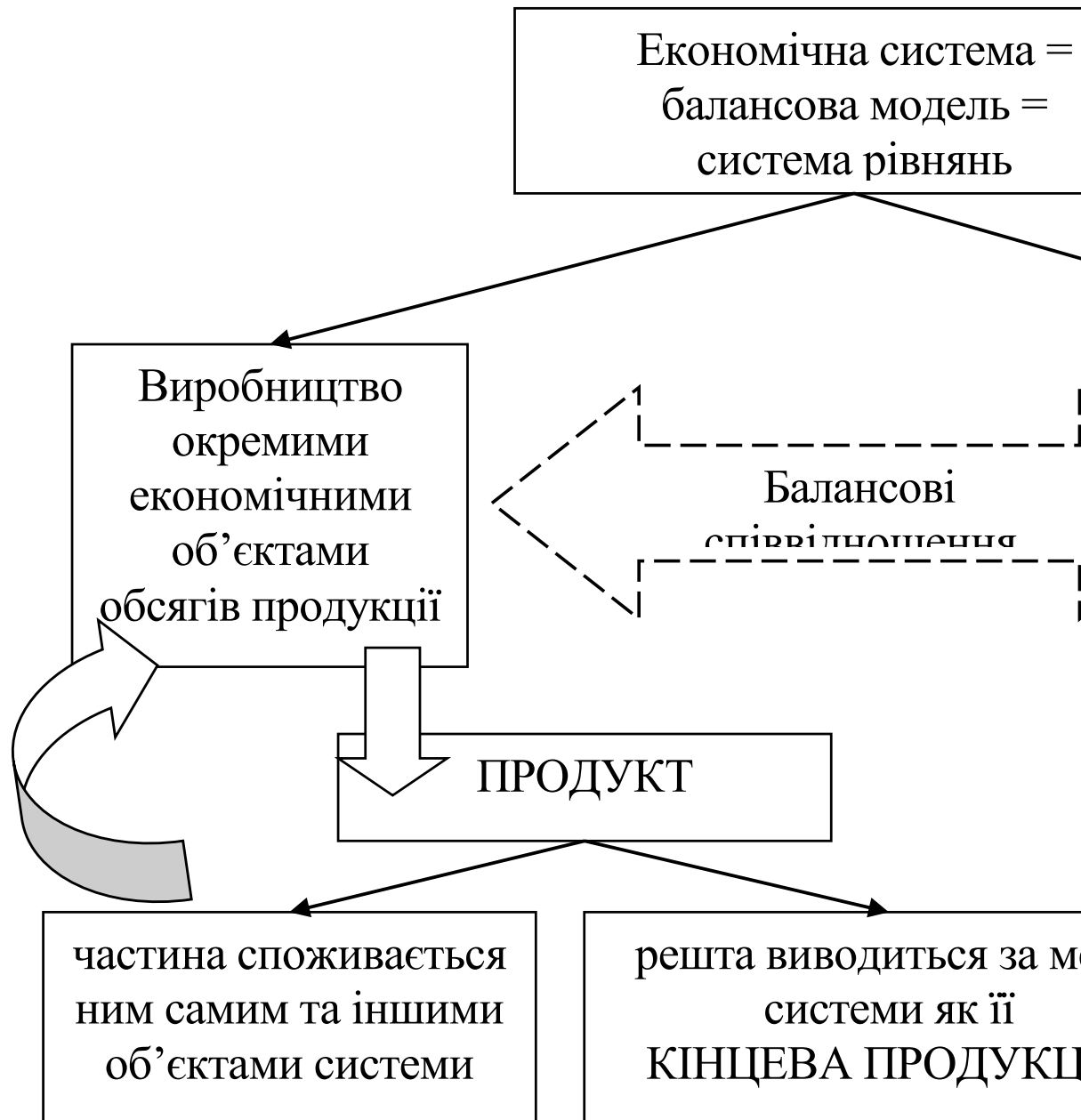
Сучасний стан виробничих сил розвинених країн характеризується складною та динамічною галузевою структурою. За цих умов значення набуває ретельний розрахунок структури міжгалузєвої економіки. Цього розроблено спеціальний метод міжгалузєвого аналізу, побудовані на його підставі, дістали назву «витрати-випускна модель».

Предметом міжгалузєвого аналізу є визначення факторів, що зумовлюють взаємопов'язаний розвиток окремих галузей.

Міжгалузєвий аналіз як метод економічної структури визначенні й кількісному вимірюванні показників, і міжгалузєві зв'язки, залежність цих зв'язків від кількості капіталу), які використовуються кожною галуззю.

В цьому плані можна вирізнити два аспекти міжгалузєвого статистичного вимірювання наявних у народному господарстві зв'язків прогнозування цих зв'язків.

Можна також розглядати приклади балансової відповідності наявної робочої сили й кількості робочих місць, попиту населення та продукції (товарів і послуг) тощо.



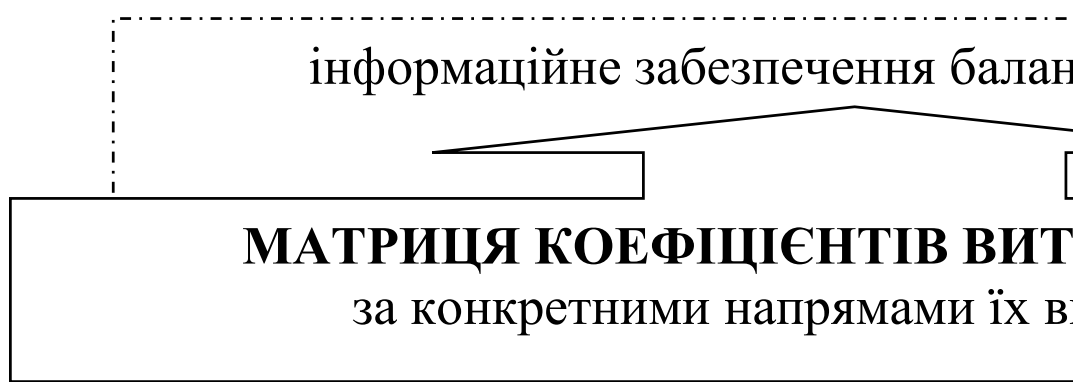
Балансові моделі на підставі звітних балансів характеризуються пропорційністю, де **ресурсна частина завжди дорівнює витратній частині**. диспропорційні використовують балансові моделі, в яких **ресурсна частина завжди дорівнює витратній частині** мають узгоджуватися не лише з їхнім фактичним станом, а й з потребою в них.

Зазначимо, що балансові моделі не містять критеріїв порівняння окремих варіантів економічних рішень і не дозволяють взаємозаміни різних видів ресурсів, що внаслідок цього обмежує варіанти розвитку економічної системи. Власне, це



НЕ МІСТЯТЬ
конкретного механізму порівняння окремих рішень
НЕ ПЕРЕДБАЧАЮТ
взаємозаміни різних видів ресурсів

- 1) *внеможливує вибір оптимальної економічної системи*
- 2) *зумовлює певну обмеженість балансового методу загалом*



Підґрунтям інформаційного забезпечення балансу економіки є матриця коефіцієнтів витрат ресурсів

У зв'язку з цим балансові моделі належать до економіко-математичних моделей. У матричних моделях дістає чітке математичне вираження.

Попри специфіку цих моделей їх об'єднує не лише спільний (математичний) апарат побудови та єдиний алгоритм розв'язання, а й аналогічність низки економічних характеристик.

Це дає змогу розглядати структуру, зміст і сутність матричних моделей на прикладі міжгалузевого балансу та його застосування в народному господарстві.

Цей баланс відображає виробництво та розподіл сукупного валового внутрішнього продукту за галузевому розрізі, міжгалузевих виробничих зв'язків, використання матеріальних і трудових ресурсів, створення й розподіл валового внутрішнього продукту.



продукції x_{ij} , i та j — відповідно номери галузей споживання за формою є квадратною матрицею n -го порядку, сума дорівнює річному фонду споживання засобів виробництва в

У другому квадранті подано валову внутрішню продукцію за використання (витрати на кінцеве споживання, валове чистий експорт) всіх галузей матеріального виробництва розподіл подано в узагальненому вигляді як один стовпчик

Третій квадрант також характеризує ВВП за категоріями, відображає процеси розподілу валової доданої вартості та чинникових доходів учасників суспільного виробництва. Прогнозуються такі показники, як заробітна плата найманих працівників, податки на виробництво та імпорт, субсидії на виробництво, валовий прибуток.

Четвертий квадрант відбиває розподіл і використання національного доходу. Внаслідок перерозподілу створеного національного доходу утворюються кінцеві доходи населення, підприємств та держави. Четвертого квадранта важливі для відображення в макробалансу доходів і витрат населення, джерел фінансування поточних витрат невиробничої сфери, для аналізу загальнонаціонального доходу за групами споживачів.

	Проміжне споживання (CI)					за категоріями використання GDP
				..		
1	$I_{x_{ij}}$					
2						
3						
...						
n						
Проміжне споживання	I_1	I_2	I_3		I_n	

СХЕМА МОДЕЛІ
в розрізі блоків, що мають різний економічний зміст

Перший квадрант МГБ

Таблиця міжгалузевих потоків.

Показники, що містяться на перетині рядків і стовпчиків, є обсягами міжгалузевих потоків

продукції X_{ij} ,

i та j відповідно номери галузей споживання.

За формою є квадратною матрицею n -го порядку, сума всіх елементів якої дорівнює річному фонду споживання засобів виробництва в матеріальній сфері.

Другий квадрант

Валова внутрішня продукція кінцевого вжитку

Витрати на валове нагромадження, експорт всіх галузей, виробництва

На схемі це узагальненому стовпчик в

Третій квадрант

Характеристика ВВП за категоріями доходу

Відображає процеси розподілу валової доданої вартості й утворення чинникових доходів учасників суспільного виробництва.

В цьому розділі прогнозуються такі показники, як заробітна плата найманих працівників, податки на виробництво та імпорту, субсидії на виробництво та імпорту, валовий

Четвертий квадрант

Розподіл національного доходу

Внаслідок створеного національного доходу утворюються джерела фінансування населення, підприємств

Ці дані відображені в матриці балансу доходів і витрат джерел фінансування капіталовкладення

$$X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + Y_j^{(D)}.$$

За рядками: Використана продукція будь-якої галузі матеріальних витрат галузей, які споживають її продукцію, споживання продукції цієї галузі та чистого експорту:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i^{(V)}.$$

Підсумовуючи за j та за i системи рівнянь (4.1.1 та 4.1.2):

$$\sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n Y_j^{(D)}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i^{(V)}$$

Звідси

$$\sum_{j=1}^n Y_j^{(D)} = \sum_{i=1}^n Y_i^{(V)}.$$

Це рівняння демонструє, що

в міжгалузевому балансі дотримано принцип еквівалентності складу доходів і використаних витрат.

Підґрунтям інформаційного забезпечення моделі міжгалузевого балансу слугує технологічна матриця, що містить коефіцієнти прямих витрат на виробництво одиниці продукції. Ця матриця є базовою математичної моделі міжгалузевого балансу.

Передбачено гіпотезу згідно з якою для виробництва

КОЕФІЦІЄНТИ ПРЯМИХ МАТЕРІАЛЬ

показують

яку кількість продукції i -ї галузі необхідно витратити, якщо враховувати лише прямі витрати, для виробництва одиниці продукції j -ї галузі.

З е
тлу
к
 a_{ij}

З урахуванням формули (4.1.6) систему р

можна записати у вигляді:

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i^{(V)}, i = 1, 2$$

Якщо залучити до розгляду матрицю матеріальних витрат $A = (a_{ij})$, вектор-стовпчик продукції X та вектор-стовпчик ВВП - Y , тоді матричній формі матиме вигляд:

$$X = AX + Y, \quad \text{або}$$

В такому вигляді (4.1.7 або 4.1.8) систему р

МОДЕЛЬНО-МАТЕМАТИЧНОГО ПЕРШОГО БАНАН

Рівняння (4.1.9) та (4.1.10) мають розв'язок, оскільки належить до цілком досліджених в алгебрі матриць діагональними й недодатними недіагональними елементами матриця $(E - A)^{-1}$.

Введемо таке позначення:

$$B = (E - A)^{-1}.$$

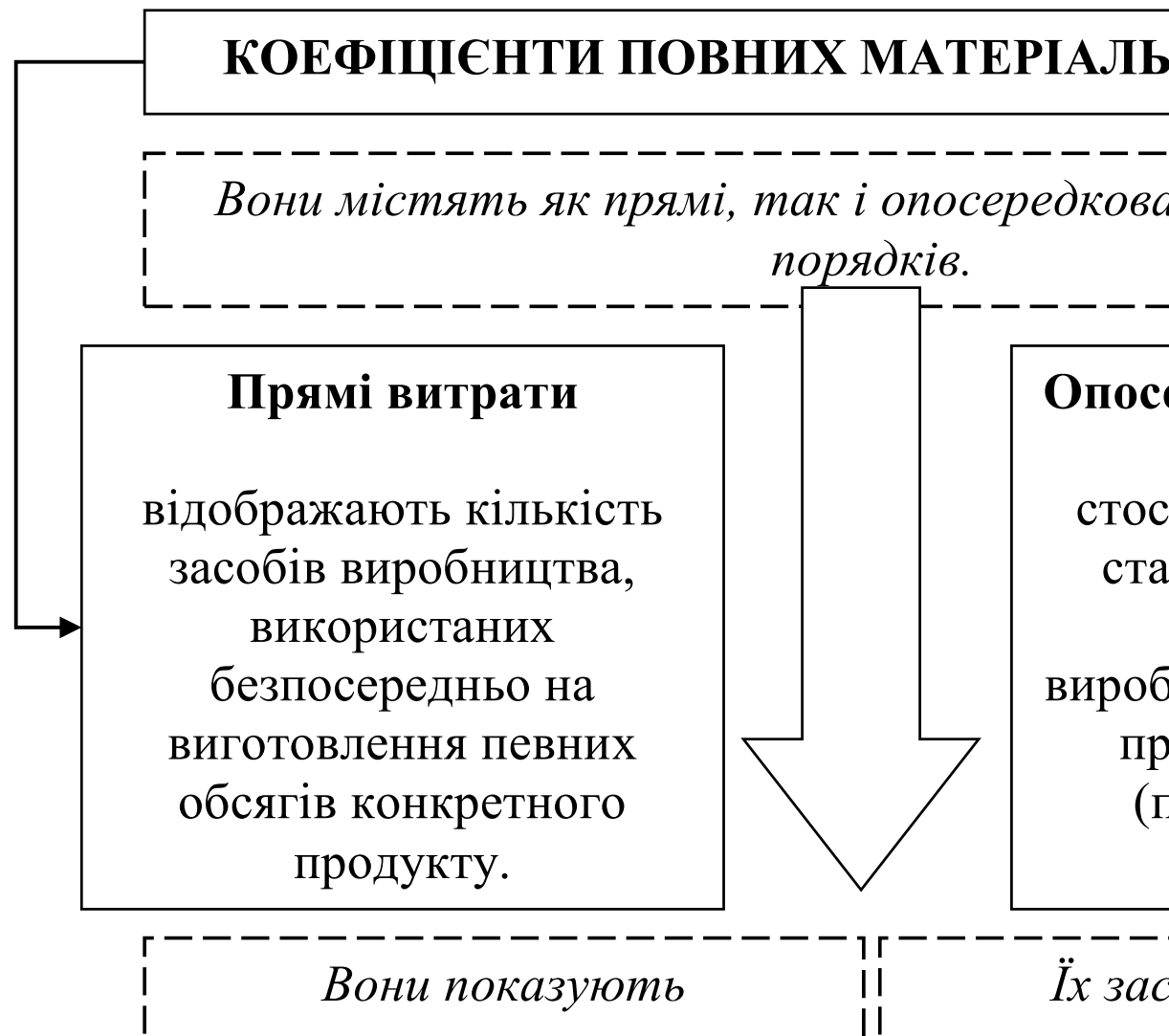
Систему рівнянь у матричній формі (4.1.10) можна записати як

$$X = BY.$$

З матричного рівняння (4.2.12) для будь-якої i -ї галузі співвідношення:

$$X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j.$$

де b_{ij} , - елементи матриці B - *коефіцієнти повних витрат*.



Разом із коефіцієнтами прямих та повних витрат у а пропорцій розглядають також *коефіцієнти розподілу про*



$$h_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_i}$$

Функція витрат на виробництво в моделі МГБ вираж

$$x_{ij} = a_{ij}X_j$$

підставивши її в (4.1.14) знаходиться сп
коефіцієнтами витрат і коефіцієнтами розподілу:

$$h_{ij} = \frac{a_{ij}x_j}{X_i}$$

або в матричному вигляді:

$$H = \hat{X}^{-1} A \hat{X},$$

де H — матриця коефіцієнтів розподілу h_{ij} ;

\hat{X} — діагональна матриця валових випусків.

З (3.1.16) випливає, що матриці коефіцієнтів A та H мають однаковий ранг і визначник, тобто матриця $(E - A)$ також однакові спектри власних значень, що визначає про
 H .

Виходячи зі значень ВВП за категоріями доходів, що екзогенно, за допомогою системи рівнянь (4.1.17) можна визначити валових випусків продукції галузей матеріального виробництва.

Після відомих перетворень отримуємо (у матричному вигляді):

$$X'(E - H) = Z';$$

$$X' = Z'(E - H)^{-1},$$

де X' і Z' — вектори-рядки відповідно валових випусків та витрат.

Коефіцієнти h_{ij} не дістали широкого застосування в міжгалузевих дослідженнях:

- 1) порівняно з коефіцієнтами a_{ij} вони нестійкі;
- 2) серед тих чинників, які впливають на значення витрат, справляє вплив зміна співвідношення між споживанням та постачанням.

Проте коефіцієнти розподілу можна з успіхом використовувати в царині економічного аналізу.

4.2. Прогнозування динаміки коефіцієнтів

Під час побудови міжгалузевих балансів потрібні додаткові вимоги щодо початкової системи коефіцієнтів витрат.

1. Коефіцієнт прямих витрат a_{ij} є середньозваженим серед окремих коефіцієнтів витрат (a_{ij}^k) продукту i на галузях k .

При цьому для виконання (принаймні приблизно) умов незалежності між x_{ij} та x_j необхідне виконання однієї з таких умов:

- окремі коефіцієнти прямих витрат a_{ij}^k мають не змінюватися одне від одного для всіх k ;
- питома вага виробництва продукту j різними галузями має бути практично незмінною.

2. Окремі коефіцієнти прямих витрат a_{ij}^k , середньозваженими коефіцієнтів витрат на створення

інтервалу обсягу виробництва має відповідати певне значення прямих витрат a_{ij} .

Коефіцієнти a_{ij} виражають пряму пропорційну залежність витрат на виробництво та випуском продукції у межах інтервалу (як правило, року). Для розрахунків на перспективу потрібно знати, як змінюватимуться ці коефіцієнти.

Під час першого формулювання передумов моделі «Леонт'єв висунув гіпотезу, що коефіцієнти a_{ij} незмінні. Дослідження моделей «витрати-випуск» були спрямовані на перевірку цієї гіпотези. Такий аналіз ґрунтується на простому моделюванні виробництва продукції за будь-який рік із їхніми гіпотетичними розрахованими з огляду на те, що коефіцієнти витрат не змінюються іншим, як правило, попереднім періодом. Звісно, такий аналіз здійснюється за наявності звітних матриць міжгалузевих балансів, побудованих за єдиною методологією.

Ці гіпотетичні обсяги визначалися таким чином:

$$X_{t+\tau} = (E - A)^{-1} Y_{t+\tau}, \quad (4.2.1)$$

де $X_{t+\tau}$ — вектор гіпотетичних обсягів виробництва на період $t + \tau$;

A_t — матриця коефіцієнтів прямих витрат року t ;

$Y_{t+\tau}$ — вектор кінцевого продукту року $t + \tau$.

Такі дослідження проводили стосовно кількох країн за певний проміжок часу. Аналіз даних засвідчив, що гіпотеза стосовно незмінності коефіцієнтів витрат може спричинити до істотних викривлень реальних даних виробництва. Рівень цих викривлень неоднаковий як для різних країн, так і для різних періодів часу. Це зумовлено розбіжностями в темпах економічного прогресу в різні періоди, що впливають на величини витрат, зумовленими специфічними особливостями окремих галузей тощо. Водночас, хоча в багатьох випадках викривлення даних щодо обсягів виробництва зумовлених незмінністю коефіцієнтів, порівняно невеликі.

З метою аналізу динаміки коефіцієнтів прямих витрат було запропоновано використовувати величини їхніх відносних змін.

$$\bar{a}_{ij}(t, t + \tau) = \frac{2[a_{ij}(t) - a_{ij}(t + \tau)]}{[a_{ij}(t) + a_{ij}(t + \tau)]}, \quad (4.2.2)$$

використання ВВП на обсяг і структуру виробництва можливим чином²:

$$\begin{aligned} X_{t+\tau} - X_t &= (E - A_{t+\tau})^{-1} Y_{t+\tau} - (E - A_t)^{-1} Y_t = \\ &= [(E - A_{t+\tau})^{-1} Y_{t+\tau} - (E - A_{t+\tau})^{-1} Y_t] + [(E - A_{t+\tau})^{-1} Y_t - (E - A_t)^{-1} Y_t] \end{aligned}$$

Перший доданок формули (4.2.4), узятий у квадратні дужки, показує вплив зміни кінцевого використання ВВП на динаміку виробництва за період від року t до року $t + \tau$; другий доданок — вплив змін коефіцієнтів.

Як зазначалося вище, використання в динаміці незмінних коефіцієнтів витрат подеколи може спричинитися до вельми суттєвого відхилення фактичних обсягів виробництва продукції галузей.

Розроблення підходів до визначення коефіцієнтів витрат на перспективний період.

- Найпростіший підхід полягає в екстраполяції коефіцієнтів. Для нього можна скористатися різноманітними методами, залежно від характеру динаміки, зокрема:

$$a_{ij}(t + \tau) = \alpha_{ij}^\tau a_{ij}(t);$$

$$a_{ij}(t) = \bar{\alpha}_{ij} t^3 + \bar{\beta}_{ij} t^2 + \bar{\gamma}_{ij} t + \bar{\varepsilon}_{ij} \text{ тощо.}$$

де α , β , γ , ε — статистичні параметри.

Такий підхід малопридатний для практичного застосування, оскільки для реалізації потрібні доволі репрезентативні динамічні ряди витрат на кілька років поспіль.

- Інший можливий підхід пов'язаний з аналізом тенденцій, які впливають на величину коефіцієнтів. Найпростішу реалізацію цього підходу запропонував відомий англійський економіст Р. Стоун — це так званий метод Стоуна.

Основні положення цього методу є такими.

1. У результаті розвитку виробництва й технічного прогресу витрат на окремі продукти у складі матеріальних витрат заступають інші продукти. Якщо витрат одних видів продукції зростають, інших — зменшуються, то це призводить до збільшення або зменшення коефіцієнтів визначають спеціальний множник r_i , однакового для i -го рядка матеріальних витрат, який характеризує загальний ефект заміщення витрат. Цей множник визначають за формулою:

В одних галузях у зв'язку із розширенням виробничих чинників ця питома вага зменшується, в інших — збільшується, залишається незмінною. Рівень збільшення чи зменшення предметів праці визначають за допомогою коефіцієнтів s_j стовпчика матриці коефіцієнтів прямих витрат:

$s_j > 1$ — збільшення питомої ваги;

$s_j < 1$ — зменшення питомої ваги;

$s_j = 1$ — незмінність питомої ваги.

3. Коефіцієнти r_i та s_j не диференціюються за окремими видами продукції, усі пов'язані з ними зміни пропорційні відповідно для всіх рядків та j -го стовпчика. Отже, прогнозоване значення коефіцієнта витрат $a_{ij(1)}$ є результатом впливу двох чинників:

$$a_{ij(1)} = r_i a_{ij(0)} s_j, \quad (4.2.5)$$

де (1) та (0) означають величини, які належать відповідно до прогнозового та базового періодів.

4. Коефіцієнти r_i та s_j вводять до моделі екзогенно.

Із коефіцієнтів r_i та s_j будуються діагональні матриці

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r_n \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{bmatrix}.$$

За допомогою цих матриць матриця $A_{(1)}$ визначається як $A_{(1)} = RA_{(0)}S$.

Отже, в разі застосування методу RAS передбачається строгий вплив коефіцієнтів упродовж прогнозового періоду за рядками та стовпчиками. виконується строга пропорційність. Справді, прогнозовані витрати i -го рядка дорівнюватимуть $(r_i a_{i1} s_1; r_i a_{i2} s_2; r_i a_{i3} s_3; \dots; r_i a_{in} s_n)$, вони містять однаковий множник r_i . Коефіцієнти прямих витрат a_{ij} визначатимуться як: $(r_1 a_{1j} s_j; r_2 a_{2j} s_j; r_3 a_{3j} s_j \dots r_n a_{nj} s_j)$ стовпчиків, вони містять однаковий множник s_j .

Реально такої пропорційності у зміні коефіцієнтів витрат не відбувається. В одних видів матеріалів іншими не відбувається строго пропорційного збільшення або зменшення їх. Разом із тим, збільшення або зменшення витрат на інші види матеріалів відбувається не пропорційно.

Співвідношення, аналогічні до (4.2.6), можна одержати коефіцієнтів:

$$\frac{\Delta a_{kj}}{a_{kj(0)}} + 1 = r_k s_j ; \quad (4.2.7)$$

$$\frac{\Delta a_{il}}{a_{il(0)}} + 1 = r_i s_l ; \quad (4.2.8)$$

$$\frac{\Delta a_{kl}}{a_{kl(0)}} + 1 = r_k s_l . \quad (3.2.9)$$

Із (4.2.6) та (4.2.7) виходить (з урахуванням, що $a_{ij(1)} = a_{kj(1)}$)

$$s_j = \frac{a_{ij(1)}}{r_i a_{ij(0)}} = \frac{a_{kj(1)}}{r_k a_{kj(0)}} . \quad (4.2.10)$$

Із (4.2.8) та (4.2.9) визначаємо значення r_i та r_k й (4.2.10):

$$r_i = \frac{a_{il(1)}}{r_i a_{il(0)} s_l} ; \quad r_k = \frac{a_{kl(1)}}{r_i a_{kl(0)} s_l} ;$$

$$\frac{a_{ij(1)} a_{il(0)}}{a_{ij(0)} a_{il(1)}} = \frac{a_{kj(1)} a_{kl(0)}}{a_{kj(0)} a_{kl(1)}} . \quad (4.2.11)$$

Якщо позначити через λ_{ij} темп зростання коефіцієнтів

тоді (4.2.11) матиме вигляд

$$\frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{il}} = \frac{\lambda_{kj}}{\lambda_{kl}} , \quad (4.2.12)$$

тобто темпи зміни коефіцієнтів, розташованих на перших стовпчиків j, l мають утворювати відповідну пропорцію.

- Прагнення уточнення коефіцієнтів на першому етапі аналізу чинників зумовило спроби використати метод регресійного аналізу для планування окремих коефіцієнтів

динаміки коефіцієнтів практично невідомі, і значення коефіцієнтів впливають на величини коефіцієнтів прямих витрат. У розрахунку функцій, доволі важко визначити на першому екзогенним шляхом.

У практичному прогнозуванні значень коефіцієнтів витрат предметів праці вельми поширеним є *метод техніко-економічного аналізу*, який передбачає використання інформації, що надходить з науково-технічних, народногосподарських програм і планів. Відповідно до цього розрахунок коефіцієнтів здійснюють у два етапи: розрахунок витрат у натуральному вираженні (%); перехід до розрахунку витрат у вартісному вираженні.

У розрахунку норм витрат на прогнозований період враховують прогресивні зміни в технології виробництва, зміни технологічних варіантів створення одного виду продукції, спеціалізації виробництва, які, своєю чергою, змінюють норми витрат у галузях, що виробляють цей продукт, та інші чинники. Для розрахунку прогнозні відомості стосовно детальної номенклатури видів продукції у складі кожної «чистої» галузі.

Отже, техніко-аналітичний метод є доволі вимогливим до інформації, яку можна отримати лише в комплексному процесі аналізу, а без нього достовірний міжгалузевий баланс на першому етапі побудувати не можна.

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

1. Міжгалузевий аналіз у чому полягає?
2. Міжгалузевий баланс, що це таке? Принцип дії?
3. Матрична форма моделі Леонтьєва.
4. Суть коефіцієнту прямих матеріальних витрат. Як виглядає?
5. Суть коефіцієнту повних матеріальних витрат. Як виглядає?
6. Суть коефіцієнту розподілу продукції. Формула?

- зростання виробничих витрат, насамперед за цін на енергоносії (за орієнтовною оцінкою);
- залежність рівня цін від загальнооекономічного (рівень сукупного попиту, динаміка грошових доходів населення та взаємодія з іноземними виробниками);
- спрямованість державної економічної політики (грошово-кредитного контролю за умов спаду виробництва на недостатньому рівні призводить до інфляції попиту);
- співвідношення динаміки загального рівня цін окремі товари та послуги (з метою перерозподілу обмежених відносних цін здебільшого зумовлює зростання загального рівня цін (принаймні тимчасове));
- інфляційні очікування, наслідком яких є підвищення ставок та вимоги стосовно підвищення заробітної плати;
- спрямованість офіційної політики країни, а саме: вплив на цінамі, політика щодо конкуренції й система зовнішнього обмінного курсу.

Прогнозування індексу споживчих цін (ІСЦ). ІСЦ є основним показником рівня інфляції і, як правило, обчислюють на підставі *напряму* обстежень споживчих цін.

Індекс споживчих цін (ІСЦ) — це індекс цін на внутрішніх та імпортованих та вітчизняних товарів, які споживаються резидентами.

Індекс споживчих цін є загальним показником тис. грн, якими домашні господарства-споживачі купують товари та послуги, які кожен член суспільства сплачує під час купівлі товарів та послуг. Це — показник інфляції у ринковій економіці, який застосовується з метою контролю за динамікою цін.

До переліку ІСЦ для розрахунку державного індексу споживчих цін входять товари та послуги різних видів товарів і послуг-представників³.

Класифікація цих видів товарів і послуг відповідає міжнародній класифікації, яку використовують у статистиці виробництва, торгівлі та зовнішньоекономічної діяльності країни.

Весь набір поділяється на три великі групи:

продовольчі товари (38 підгруп)

де $P_{(t-1)j} \cdot Q_{0j} = P_{0j} \cdot Q_{0j} \times P_{1j} / P_{0j} \times P_{2j} / P_{1j} \times \dots \times$

CPI_{0t} — ІСЦ за період t порівняно з базовим (0);

P_{0j} — ціна товару j у базовому періоді;

P_{tj} — ціна товару j у періоді t ;

Q_{0j} — кількість товару j у базовому періоді.

Прогнозування інфляційних очікувань. Уявлення майбутній рівень цін належать до найважливіших параметрів їхню поведінку. Тому для комплексного аналізу причин вищої інфляції та її впливу на економічну кон'юнктуру в макроекономіці враховувати інфляційні сподівання. Залежно від способу формування інфляційні сподівання поділяють на статичні, адаптивні та раціональні.

Статичним називають такий спосіб оцінювання сподівань на наступного періоду (P_t^e) дорівнює ціні попереднього періоду:

$$P_t^e = P_{t-1}. \quad (5.1.2)$$

Адаптивним називають спосіб формування сподівань, коли здійснюється коригування майбутньої ціни з урахуванням помилок внаслідок помилкового визначення ціни в попередньому періоді:

$$P_t^e = P_{t-1}^e + a (P_{t-1} - P_{t-1}^e); \quad 0 < a < 1, \quad (5.1.3)$$

де a — коефіцієнт адаптації. За $a = 1$ очікування є статичними.

Раціональним називають такий спосіб формування сподівань, коли використовують усю наявну в поточний момент інформацію про всі чинники, котрі впливають на значення параметра, що визначає ціну. Ціна має вигляд функції від усіх ціноутворювальних чинників:

$$P_t^e = P_t^e(x_i), i = 1, 2, \dots, n. \quad (5.1.4)$$

Найпростіша модель прогнозу ціни відповідно до раціональних сподівань може бути такою:

$$y_t^D = a - bP_t + \varepsilon_{1t}; \quad (5.1.5)$$

$$y_t^S = c + dP_t^e + \varepsilon_{2t}; \quad (5.1.6)$$

$$P_t^e = P_t^e(x_i); \quad (5.1.7)$$

констатує рівність очікуваних обсягів попиту (y_t^{De}) і пропозиції (y_t^{Se}). Оскільки очікується, що прогноз буде точним, то:

$$y_t^{De} = a - bP_t^e(x_i) \quad \text{і} \quad y_t^{Se} = c + dP_t^e(x_i)$$

звідси:

$$a - bP_t^e(x_i) = c + dP_t^e(x_i) \quad \text{і} \quad P_t^e(x_i) = \frac{a - c}{b + d}.$$

Однак у реальному житті побудова адекватної моделі пов'язана з проблемою збирання й оброблення необхідних даних. Під час моделювання поведінки економічних суб'єктів за раціональними сподіваннями використовують також адаптивні сподівання. Більше того, з метою спрощення коефіцієнт адаптації нормують до одиниці, й тоді виникає окремий випадок адаптивних сподівань.

5.2 Приклади побудови моделей інфляції

1. Модель визначення рівня цін. Підґрунтям цієї моделі є кількісна теорія грошей:

$$M \cdot V = P \cdot Y \Rightarrow P, \quad (5.1.10)$$

де V — швидкість обертання грошей;

Y — реальний ВВП;

M — кількість грошей у обігу (наприклад, $M3$);

P — рівень цін у країні.

У рівнянні (5.1.10) параметри V та Y задано, швидкість обертання грошей залежить від частоти грошових виплат, яка визначається інституціональними умовами, а величина реального ВВП визначається встановленням рівноваги в реальному секторі.

Оскільки ані V , ані Y не залежать від кількості грошей, пропорційний масі грошей, що обертаються:

$$P = \frac{V}{Y} M.$$

збільшенням строкових депозитів, вона посилює недовіру грошей і призводить до поширення негативних інфляційних очікувань).

Якщо за рівень цін в (5.1.10) вважати інфляційну динаміку згідно із кількісною теорією грошей можна вказати чинники.

2. Модель інфляції, побудована на основі множини моделей велика увага приділяється вибору пояснюючих змінних, які включаються в модель. Наприклад, оскільки інфляція — це зростання цін, такі чинники, як ВВП і грошова пропозиція, доцільно вводити у вигляді відсотка приросту до рівня попереднього місяця. Усі коефіцієнти при факторних змінних мали чітку економічну інтерпретацію.

Модель, яка найкраще описує вплив вказаних чинників на інфляцію, можна відобразити так¹:

$$h_t = a_0 + a_1 y_t + a_2 m_{t-3} + a_3 v_t + a_4 h_{t-12}, \quad (5.1.11)$$

де h — рівень місячної інфляції;

y — відсоток приросту рівня ВВП за поточний квартал до попереднього місяця;

m — відсоток приросту грошової маси (агрегату М₂) до попереднього місяця.

Оскільки інфляція означає безперервне зростання цін, в межах макроекономічної моделі необхідно встановити зв'язок між приростом рівня цін $\pi_t = (P_t - P_{t-1})/P_t$, обсягами сукупного попиту y_t^S та грошовою пропозицією M_t .

приросту рівня цін $\pi_t = (P_t - P_{t-1})/P_t$, обсягами сукупного попиту y_t^S та грошовою пропозицією M_t .

3. Модель процесу розвитку інфляції в часі, яку можна вивести на підставі динамічних функцій сукупного попиту й сукупної грошової пропозиції.

Динамічна функція сукупного попиту:

$$y_t = y_{t-1} + a\Delta A_t + c\Delta\pi_t^e + b\dot{M}_t - b\pi_t. \quad (5.1.12)$$

За заданих значень: обсягу виробництва попереднього періоду y_{t-1} , приросту автономного попиту в поточному періоді ΔA_t , грошової пропозиції \dot{M}_t , номінальної кількості грошей M_t , очікуваного темпу зростання цін π_t^e функція відбиває залежність між фактичним темпом інфляції π_t та цими факторами.

Динамічна функція сукупної пропозиції для прогнозу характеризує зв'язок між фактичним темпом виробництва за заданих інфляційних очікувань. Коли інфляції не збігається з очікуваним, обсяг національного національному доходу в умовах повної зайнятості (Y_t тривалого часу темп інфляції не змінюється, очікуваний фактичному відповідно до будь-якої концепції формування. У цьому разі, як випливає із (5.1.14), обсяг сукупної національному доходу повної зайнятості за будь-якого темп. Цю залежність називають динамічною функцією сукупного тривалого періоду. Вона характеризує зв'язок між темпом виробництва в разі збігу фактичного темпу інфляції із очікуваним.

4. Економетрична модель визначення темпу інфляції та виробництва, що становить структурну форму системи функцій сукупного попиту та пропозиції:

$$\begin{cases} y_t^D = y_{t-1}^D + a\Delta A_t + c\Delta\pi_t^e + b\dot{M}_t - b\pi_t; \\ y_t^S = y_F + \frac{1}{k}\pi_t - \frac{1}{k}\pi_{t-1}; \\ y_t^D = y_t^S. \end{cases} \quad (5.1.15)$$

Приведена форма моделі матиме вигляд

$$\begin{cases} y_t = \alpha_1 \cdot y_{t-1}^D + \beta_1 \cdot \Delta A_t + \delta_1 \cdot \Delta\pi_t^e + \gamma_1 \cdot \dot{M}_t + \lambda_1 \cdot \pi_t \\ \pi_t = \alpha_2 \cdot y_{t-1}^D + \beta_2 \cdot \Delta A_t + \delta_2 \cdot \Delta\pi_t^e + \gamma_2 \cdot \dot{M}_t + \lambda_2 \cdot \pi_t \end{cases}$$

де $Y = \begin{pmatrix} y_t \\ \pi_t \end{pmatrix}$ — вектор ендогенних змінних;

$$X = \begin{pmatrix} \Delta A_t \\ \Delta\pi_t^e \\ \dot{M} \\ y_F \\ \pi_{t-1} \end{pmatrix} \quad \text{— вектор екзогенних і лагових змінних;}$$

значення $y^D(\pi)_1$, а національний дохід у цьому періоді зростає з темпом інфляції π_1 , $0 < \pi_1 < \dot{M}_1$.

б) Якщо збільшити державні витрати, темп приросту попиту дорівнюватиме ΔA_1 , тобто $\Delta A_1 > 0$, за інших незмінних екзогенних параметрів, то відповідно до (5.1.12) сукупний дохід зростає з темпом значення $y^D(\pi)'_1$, темп інфляції π_1 перевищуватиме темп зростання грошової маси через прискорення обігу грошей $\pi_1 > \dot{M}_1$, а національний дохід зростає з темпом до y'_1 .

2) а) Припустимо, що економічні суб'єкти формують свої очікування майбутнього відповідно до концепції статичних сподівань. Тоді очікуваний темп інфляції $\pi_2^e = \pi_1$, а значення динамічних функцій сукупної пропозиції в наступному періоді відповідно до (5.1.13) дорівнюватиме $y^S(\pi)_2$, відповідно до (5.1.12) — $y^D(\pi)_2$, темп інфляції зростає до темпу пристосування до нового рівноважного стану темп зростання грошової маси перевищує темп зростання грошової маси: $\pi_t > \dot{M}_1$.

б) За рахунок прискорення інфляції сукупна пропозиція зростає з темпом

$$y^S(\pi)_0 \rightarrow y^S(\pi)'_2,$$

а величину сукупного попиту визначатимуть умови:

$\Delta A_2 = 0$ — відсутність подальшого зростання витрат держави, що призводить до падіння сукупного попиту;

$\Delta A_2 > 0$ — подальше збільшення автономних витрат держави, що призводить до зростання сукупного попиту.

3) а) У третьому прогнозованому періоді сукупний дохід зміниться на величину $\pi_2 - \pi_1$, а сукупний дохід — на y_2 . У третьому періоді в разі подальшого прискорення інфляції сукупний дохід обсягу виробництва порівняно із попереднім періодом зростає з темпом

б) Слідом за підвищенням темпу інфляції на попередньому етапі продовжує зростати сукупна пропозиція, а сукупний дохід зростає з темпом залежно від умов другого етапу.

витрачених на купівлю виробленої продукції, дорівнює наявних в обігу, помноженій на швидкість обертання їх.

Записана в темпах приросту, ця тотожність має вигляд

$$\dot{M} + \dot{V} \equiv \pi + \dot{y},$$

або

$$\pi \equiv \dot{M} + \dot{V} - \dot{y},$$

де π , \dot{M} , \dot{V} , \dot{y} — відповідно темпи приросту рівня кількості грошей, швидкості їхнього обертання й реального

Для виникнення інфляції ($\pi > 0$) необхідно, щоб виконалися одна із таких трьох умов:

$$\dot{M} > \dot{y}, \text{ якщо } \dot{V} = 0;$$

$$\dot{V} > \dot{y}, \text{ якщо } \dot{M} = 0;$$

$$\dot{M} + \dot{V} > \dot{y}.$$

За монетарною концепцією однією з головних причин зростання номінальної кількості грошей, що перешкоджає виробництву благ за незмінної швидкості обігу грошей, виникнути й за незмінної номінальної кількості грошей може обернути їх зростає скоріше, ніж обсяг виробництва. внаслідок падіння попиту на реальні касові залишки завдяки техніки розрахунків або через заміну грошей цінними засобу збереження цінностей.

У немонетарних концепціях остання нерівність необхідною умовою, але не причиною інфляції.

Монетарні й немонетарні причини інфляції не є взаємо виключними, можуть діяти одночасно, на що слід вважати під час економічної кон'юнктури.

Більшість моделей ціноутворення, а відповідно й теорій, характеризуються тим, що динаміка цін у них пояснюється дією одного чинника. Такі, по суті, одночинникові моделі в неможливі для спільного впливу на зростання цін низки чинників, пов'язаних з економічною політикою, економічним циклом і впливом

які також мають свою внутрішню структуру, тобто поділяються на компоненти.

Цю модель створено на основі визначення основних факторів, які впливають на значення індексу споживчих цін з огляду на умови української економіки. Кількість чинників впливу на розроблені процеси доволі значна, тому в процесі побудови моделі потрібно проаналізувати певний набір їх і відібрати ті, що справляють найбільший вплив на інфляційні процеси. Модель передбачає дію факторів монітарного, обмінного курсу, реального зростання експортної економіки, населення, адміністративного регулювання цін, зовнішніх економічних шоків, рівня розвитку банківської системи, продуктивності економіки та взаємозв'язків.

Загалом модель прогнозування інфляції містить 55 статистичних показників, та побудована на основі часових рядів, що описують динаміку 20 компонентів продовольчих товарів, 20 компонентів непродовольчих товарів, 15 компонентів послуг і трьох агрегованих компонентів товарів.

У загальному вигляді інфляцію (P), як вона розраховується, можна записати як зважене значення цін продовольчих товарів (P^F), непродовольчих товарів (P^N) та послуг (P^S):

$$P = \alpha P^F + \beta P^N + \gamma P^S, \quad (5.1.18)$$

де α , β , γ — частки відповідних груп у споживчому кошику, причому $0 < \alpha < 1$; $0 < \beta < 1$; $0 < \gamma < 1$; $\alpha + \beta + \gamma = 1$. (5.1.19)

Своєю чергою компоненти відповідної групи визначаються на підставі таких залежностей:

$$P^F = \frac{\sum_{i=1}^l w_i^F \cdot f(AGR_{t..t-12}, M_{t-1..t-12}^S, ER_{t..t-2}, I_{t..t-6}^L, \dots)}{\alpha}$$

$$P^N = \frac{\sum_{i=1}^l w_i^N \cdot f(IND_{t..t-12}, M_{t-1..t-12}^S, ER_{t..t-2}, I_{t..t-6}^L, E, F, LP, X, \dots)}{\beta}$$

$$P^S = \frac{\sum_{i=1}^n w_i^S \cdot f(M_{t-1..t-12}^S, ER_{t..t-2}, LP, \dots)}{\gamma}$$

X — очікування населення, які розраховують на піврічних значень інфляції за календарний попередній рік, зважені економетрично обчислені частки;

Ω_i^F, Ω_i^N — підмножини інших компонентів споживчого кошика, які впливають на i -й компонент групи продовольчих та непродовольчих товарів (N).

Функціональна залежність від деяких чинників компонента $P^{F(A)}$ споживчого кошика, має вигляд:

$$P^{F(A)} = f(P^{F(B,C,D,...)}, PDL(M^S)_{-5...-8}, ER_{-1}, I^L, \dots) \quad (5.1.21)$$

де: $P^{F(A)}$ — ціна на продукцію;

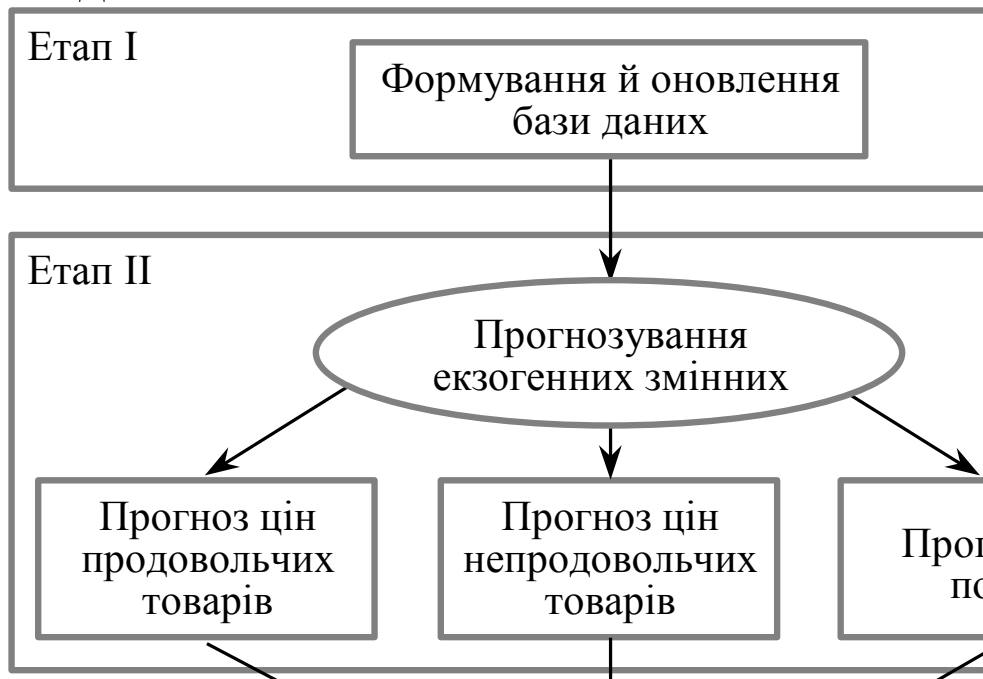
$P^{F(B,C,D,...)}$ — ціни на сировину (B, C, D, \dots);

$PDL(M^S)_{-5...-8}$ — поліноміально розподілений лаг (до 8-го місяця).

До чинників впливу на ціну конкретного компонента враховувати під час оцінювання компонента « $P^{F(B,C,D,...)}$ » чинниками впливу на компонент « $P^{F(A)}$ ».

Роботу моделі відображає схема (рис. 5.1).

Практична реалізація моделі виконана в системі EVIEW програм, які відповідають за виконання певних блоків.



На першому етапі роботи моделі із головної бази даних ряди з індексами цін на набір товарів і послуг, репрезентативну вибірку товарів та послуг споживчого кошика екзогенних змінних. Також для кожного компонента ймовірно формують блок шоків, які передбачають можливе коригування певної величини як для подальшого аналізу впливовості чинників ціну кошика товарів, так і для врахування певних чинників дію яких уже надійшла або передбачається, але не можуть бути моделі іншим чином.

Другий етап передбачає експоненціальне згладжування часових рядів екзогенних змінних і коригування їх відповідно до орієнтирів. При цьому прогноз здійснюють лише на певний період, відсутні, та узгоджують його з фактичними даними для виявлення перепадів і «нелогічної» поведінки низки даних.

Після формування бази даних фактичних значень і прогнозів екзогенних змінних динамічно створюється модель, яка охоплює 55 стохастичних рівнянь (5.1.21).

На третьому етапі отримані дані стосовно компонентів агреговані групи — продовольчі товари, непродовольчі товари (5.1.20).

Коригування помилок — це врахування певним чином (залежності між фактичними й розрахунковими значеннями) визначеного часу розв'язання рівняння для певного компонента споживчого кошика. Коригування помилок можна здійснювати шляхом усереднення за сезонами за кілька років і додаванням отриманих чинників до прогнозованого ряду або шляхом перенесення їх з останнього продовження на прогнозний період помилки останньої тижня. Якщо помилки незначні, коригування прогнозу можна не проводити.

У плані прийняття рішень на четвертому етапі моделі становлять можливості моделі для дослідження реакції змінної на зміну однієї або кількох незалежних змінних (так звані «шоки»).

Загалом характеристики моделі щодо точності прогнозів є дуже важливими. Модель є потужним інструментом для аналізу впливу Національному банку України як для аналізу лагів змінних.

оцінює вплив змін світових цін на окремих товарних ринках, зрушень, пов'язаних зі зміною умов виробництва, реалізації великих груп товарів.

Підґрунтям першого варіанта моделі слугує протікання валового внутрішнього продукту залежно від сценарію економічним регулюванням і циклом, а отриманий результат для оцінювання динаміки більш деталізованих індексів кінцевого попиту. За цими показниками здійснюються зв'язки між агрегованою моделлю та моделлю цін.

Прогноз цін здійснюють за невеликою за розміром обчислюють такі показники:

- індекс цін валового внутрішнього продукту (*IM*);
- індекс споживчих цін (*INDCPI*);
- індекс цін на інвестиційні товари (*INDI*);
- індекс цін на товари, закуплені державою (*IND*).

Якщо сценарій розв'язку передбачає оцінювання регулювання з метою зниження інфляції, розрахунки за моделлю напрямку згори-вниз; якщо оцінюють інфляційні наслідки зрушень цін і структурних зрушень, розрахунки здійснюють у напрямку знизу-вгору.

Серед показників, що визначають динаміку цін, головними показниками кредитно-грошової політики (довгостроковий відсоток, маса грошей в обігу тощо). З-поміж показників цін виробництва із індексами цін ВВП найтісніше пов'язані безробітних і кількість державних замовлень.

Інфляційні наслідки збільшення державних витрат відображатися двома способами. Якщо оцінюванню фінансування товарних закупівель уряду, як чинник слід розглядати ціни, обсяг урядових закупівель у поточних цінах. Під впливом масштабів залучення виробничих ресурсів на військові потреби враховувати продукцію державного сектору в постійних цінах.

Перелічені чинники водночас впливають на динаміку цін. При виборі альтернативних варіантів антиінфляційної політики податковою та бюджетною можна побудувати різні рівняння ВВП, наприклад:

BS — сальдо зовнішньої торгівлі за товарами і послугами.

Розглядаючи вплив кожного чинника на динаміку рівняння, можна здійснити практичні розрахунки, які об'єктів і періодів дають змогу проаналізувати вплив кожної динаміку цін за цими рівняннями. Розрахунок стандартних параметрів моделей свідчить, що в першому рівнянні показує зростання цін, як правило, є довготерміновим відсотком, зростання державних закупівель, у третьому — маса грошей.

Оскільки перше рівняння допомагає описати «зростання економіки, в ньому застосовують показник постійних цінах, які знижують величину виробничого накопичення.

Друге рівняння більшою мірою відображає циклічність і відповідає гіпотезі збереження середніх умов відтворення в періоді. Воно містить показники закупівель уряду в період, щоб оцінити масштаби можливої емісії грошей.

І, нарешті, третє рівняння дає змогу оцінити наслідки зростання державних закупівель і грошової маси в обігу (з обмежувальних заходів, пов'язаних з умовами кредиту).

Індекси цін із категоріями кінцевого попиту визначаються в моделі з наступних рівнянь:

$$INDI = \alpha_{20} + \alpha_{21}PMEU + \alpha_{22}PFU + \alpha_{23}RD + \alpha_{24}INDGDP$$

$$INDC = \beta_{20} + \beta_{21}RK + \beta_{22}INDGDP + \beta_{23}INDI + \beta_{24}PFU;$$

$$INDGDP = \lambda_{20} + \lambda_{21}T + \lambda_{22}INDGDP + \lambda_{23}PMEU + \lambda_{24}L/SO$$

де *PMEU* — темп зростання цін на машини й обладнання на внутрішньому ринку;

PFU — темп зростання цін на паливо на внутрішньому ринку;

RK — облікова ставка відсотка за короткотерміновим кредитом;

L/SO — співвідношення споживання рідкого й твердого палива в енергобалансі.

Із рівняння темпу зростання цін на інвестиційні товари випливає, що прискорення зростання цін на паливо за загального піднесення цін залежно від знака коефіцієнта в рівнянні для *INDI* має характер відносним уповільненням або пришвидшенням зростання цін.

Розглянемо другий варіант моделі для визначення темпів зростання. Він складається з чотирьох рівнянь, які розв'язуються в інше послідовно:

$$INDI = \alpha_{30} + \alpha_{31}PMEU + \alpha_{32}PICU + \alpha_{33}PFUW + \alpha_{34}L/SO;$$

$$INDC = \beta_{30} + \beta_{31}PCFU + \beta_{32}RK + \beta_{33}UN;$$

$$INDGDP = \lambda_{30} + \lambda_{31}TPFGP + \lambda_{32}INDI + \lambda_{33}INDC + \lambda_{34}UN;$$

$$INDGDP = \varphi_{40} + \varphi_{41}INDI + \varphi_{42}INDGDP + \varphi_{43}INDC,$$

де $PTCU$ — темп зростання цін на промислові товари на ринку;

$PFUW$ — темп зростання цін на паливо на світовому ринку;

$PCFU$ — темп зростання цін на продовольчому внутрішньому ринку;

У цю модель введено показники галузевих характеристик умов виробництва продукції, що становлять відповідного елемента кінцевого споживання. У рівнянні $INDI$ — ціни на машини й обладнання на внутрішньому ринку, $INDGDP$ — споживчих цін — ціни на продовольчі товари, в рівнянні $INDGDP$ — ціни на інвестиційні та споживчі товари.

Рівняння темпу приросту цін ВВП визначають у цілому певну комбінацію відповідних дефляторів за елементами кінцевого споживання.

Завдання для перевірки знань

1. Перерахувати чинники, на яких базується прогноз.
2. Індекс споживчих цін, дати визначення.
3. Формула розрахунку національного індексу споживчих цін.
4. Модель визначення рівня цін.
5. Модель інфляції.
6. Модель процесу розвитку інфляції в часі.
7. Економетрична модель визначення темпу зростання виробництва.
8. Економетрична модель аналізу та прогнозування інфляції споживчих цін.
9. Модель механізму ціноутворення.

Згідно із рекомендаціями Міжнародної організації населення країни поділяють на:

- 1) економічно активне (робочу силу) й
- 2) економічно пасивне (рис. 6.1.1)⁶.

Слайд

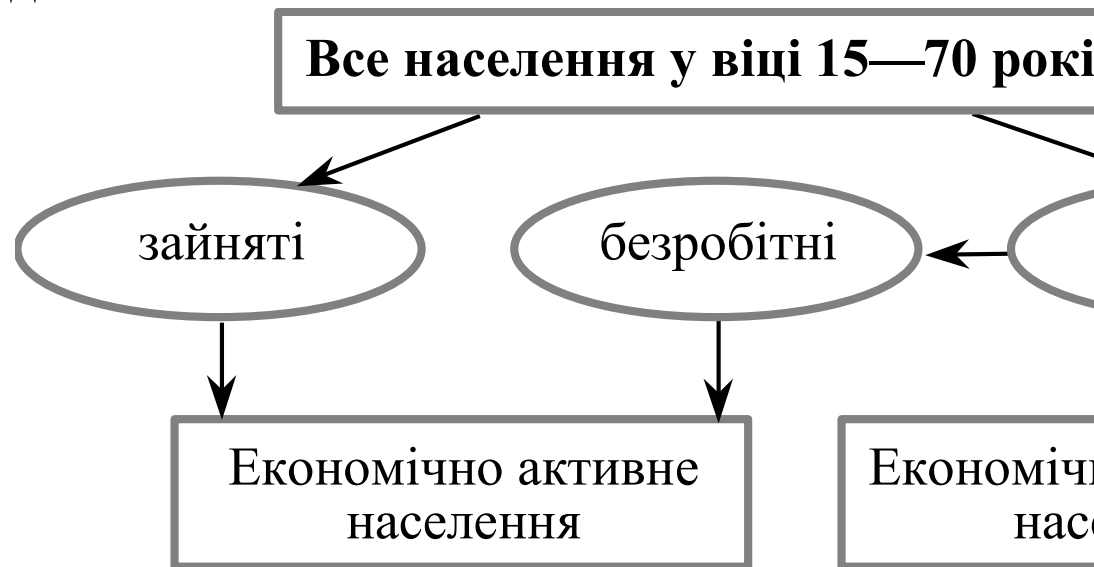


Рис. 6.1. Економічно активне та неактивне

Економічно активне населення (робоча сила) складається з обох статей віком від 15 до 70 років включно, яке впродовж життя забезпечує пропозицію робочої сили на ринку праці.

До економічно активного населення належать люди, які або займалися економічною діяльністю або шукали роботи, або хотіли приступити до неї, тобто яких класифікують як «зайнятих» (за визначенням МОП).

Економічно пасивне населення (поза робочою силою) можна класифікувати як «зайнятих» або «безробітних».

За матеріалами щоквартальних вибіркового обстеження питань економічної активності все населення країни віком 15–70 років розподіляється на три взаємовиключні та вичерпні категорії: зайняті, безробітні, економічно пасивні.

До зайнятого населення віднесено осіб, які зай

підприємств, установ, організацій та інших осіб, зайнятою діяльністю.

Розроблення прогнозів зайнятості населення зумовлено змінами попиту та пропозиції робочої сили й робочих місць на ринку праці під впливом структурних змін в економіці, демографічної та структури населення, рівня кваліфікації та заробітної плати, рівня матеріального забезпечення громадян.

Слайд Розрахунки показників ринку праці на основі методу.

Баланс ринку праці відображає взаємодію таких процесів:

- формування пропозиції робочої сили (її надходження з різних джерел);
- формування попиту на робочу силу (визначеного потребами працевлаштування незайнятих громадян);
- визначення (внаслідок різниці попиту і пропозиції) кількості безробітних на кінець періоду.

Слайд Методологічна схема прогнозування ринку праці в декілька стадій.

I стадія — аналіз формування ринку праці за попередній період: тенденції розвитку ринку праці; зміни в структурі попиту й пропозиції; набуття чинності законодавчих актів, які впливали на попит і пропозицію робочої сили; ефективність заходів з питань працевлаштування.

II стадія — прогнозування змін у динаміці й структурі попиту й пропозиції, зважаючи на вплив окремих чинників, визначення орієнтованих джерел формування попиту і пропозиції робочої сили.

III стадія — прогнозування обсягів пропозиції робочої сили, визначення кількості незайнятих і рівня безробіття.

Прогнозування показників попиту та пропозиції робочої сили має ґрунтуватися на *економіко-статистичній тенденції* розвитку ринку праці й урахуванні прогнозів

◆ *Попит на робочу силу* розраховують як працівниках для заміщення вільних робочих місць і вакант працівниках для комплектування новостворених робочих м

Прогнозуючи джерела формування ринку робочої приділяти *показнику вивільненої робочої сили* із галузей умов прискореного реформування економіки може сут темпи розвитку сфери докладання праці.

Вивільнення працівників із галузей економіки з комплексу чинників, характерних для конкретного етапу р

На нинішньому етапі вивільнення робочої сили здеб структурними зрушеннями в економіці за рахунок: лік установах; реорганізації; перепрофілювання; скорочення пе за власним бажанням; звільнення за порушення трудової д

Під час *прогнозування пропозиції робочої сили* гол очікуваної кількості незайнятих економічною діяльністю звернутися до біржі праці (*не всі незайняті звертаються д*

З огляду на особливості періоду реформува економічного зростання у прогнозованому періоді м збільшення частки незайнятих.

Структуру пропозиції робочої сили прогнозу тенденції розвитку її окремих джерел і чинників, прогнозованому періоді.

Складнішим є завдання **прогнозування попиту на узагальнює потребу в працівниках для заміщення новостворених робочих місць.**

Ця потреба визначається з урахуванням ч перетворень:

структурної перебудови,

приватизації,

реструктуризації, пов'язаних із такими

показниками, як:

ВВП,

(Слайд) Міжгалузевий баланс у трудовому вираженні є інструментом регулювання й прогнозування зайнятості. Він уможливорює визначення потреби в працівниках для сфери виробництва у певному році залежно від обсягу виробництва X_{tj} і трудомісткості галузей народного господарства. Його математичний запис

$$R_t = \sum l_{tj} X_{tj},$$

де j — індекс галузі (продукції).

Трудомісткість одиниці продукції часто називають **прямими витратами праці**. Прогнозовану величину обчислюють як середньорічну чисельність зайнятих основною діяльністю у певному періоді R_{oj} до обсягу продукції X_{oj} за той самий період, скорректировану на коефіцієнт зростання продуктивності праці у прогнозованому періоді

$$l_{tj} = \frac{R_{oj}}{X_{oj} W_{tj}}.$$

(Слайд) Підвищення продуктивності праці визначають різними методами. Серед них донедавна особливе місце належало плануванню виробітку. Розрахунки коефіцієнтів прямих витрат праці відображають трудові витрати всіх працівників основної діяльності (робітників, спеціалістів, керівників і технічних виконавців).

На основі прямих витрат праці встановлюють коефіцієнт витрат праці r_j . Вони є підсумком всіх витрат живої й матеріальної праці на виробництво j -ї продукції та обчислюються за формулою

$$r_j = l_j + a_{1j}r_1 + a_{2j}r_2 + \dots + a_{nj}r_n,$$

де a_{ij} — коефіцієнт прямих матеріальних витрат на одиницю j -го продукту, який враховує не тільки витрати на матеріали, а й амортизаційні відшкодування.

У матричній формі рівняння (6.1.3) з врахуванням сукупності продуктів має вигляд:

$$R = L + A^T R,$$

де R, L — вектори коефіцієнтів відповідно повних і прямих витрат праці, A^T — транспонована матриця коефіцієнтів прямих витрат праці.

Отже, замість вектора L маємо матрицю. У цьому рядках якої відображено повні витрати праці на одиницю загалом, а за окремими професійно-кваліфікаційними групами утворює в цій матриці свій стовпчик.

Важливою стадією прогнозування зайнятості економічного населення є розрахунок розподілу зайнятих за видами економічної діяльності визначеними відповідно до Класифікатора видів економічної діяльності (КВЕД).

Для моделювання та прогнозування цього процесу використовують регресійні, матричні й трендові моделі. Але практика ускладнюється через недоліки статистичного обліку. Так, для оцінки зайнятих можна судити лише за показниками середньої зарплати працівників, хоча для моделювання потрібен облік витрат на зарплату в господарстві ще й за видами економічної діяльності в людській статистична інформація внаслідок чого повною мірою зважаючи на вплив окремих чинників на процеси, що характеризують використання економічно активного населення, тому неможливість вивчення механізму формування закономірностей економічного населення за умов перехідного періоду.

6.2 Прогнозування рівня безробіття

Найважливішим показником стану ринку робочої сили є **безробіття**, який показує відношення (у відсотках) чисел безробітних у віком від 15 до 70 років до економічно активного населення в означеному віку або за відповідною віковою групою, статевим належності до професійної групи, географічними ознаками тощо.

♦ **Безробітні** за визначенням МОП — це особи в віці 15 років і більше (зареєстровані й незареєстровані в державній службі), одночасно задовольняють три умови:

- а) «не мали роботи (прибуткового заняття)»;
- б) «активно шукали роботу або намагались організувати роботу впродовж останніх чотирьох тижнів, що передували спробами зробити конкретні кроки протягом останніх чотирьох тижнів, включно з оплачувану роботу за наймом або на власному підприємстві».

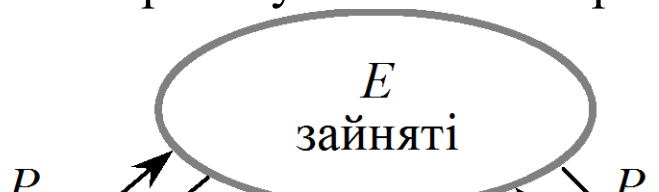
◆ **Рівень безробіття**, визначений за ме
відношення (у відсотках) чисельності безробітних пра
економічно активного населення (робочої сили) зазначеног
використовують для прогнозування, розроблення й о
соціально-економічного розвитку, зайнятості, для
розрахунків, наукових розробок, міжнародних зіставлень,
конвенції МОП.

◆ **Рівень зареєстрованого безробіття**: віднош
кількості безробітних, зареєстрованих у державній слу
працездатного населення працездатного віку.

Сучасний ринок праці характеризується постій
змінами, переходами робочої сили з одного стану зай
Оцінювання динамічних потоків на ринку праці дає змог
які найбільшою мірою зумовлюють зміни у структурі безр
рівень безробіття в будь-якій соціально-економічній гру
бути пов'язаний не лише з великою ймовірністю втрати р
зміною місця роботи, низькою соціально-економічно
недостатньою активністю в пошуках роботи, тривалим п
невеликою ймовірністю збереження одержаного робочого

Для розроблення обґрунтованого прогнозу в
правильно оцінити рівень безробіття в тій чи тій гр
з'ясувати, які саме потоки робочої сили на ринку праці с
рівень безробіття. З цією метою будують імовірнісні модел

(Слайд) Переміщення населення стосовно стану з
робіття (U) й економічної пасивності (N) можна представ
(рис. 6.2). P_{ij} відбиває імовірність переходу, тобто й
представники певної групи населення перейдуть із i -го ста
проміжок часу. Імовірність переходу визначають як частку
 i -го стану до j -го за час $t, t + 1$ у загальній чисельн
перебувало в момент часу t в початковому стані i (напри
частку безробітних, що отримали роботу за певний період.



рівень безробіття (u_R) можна прямо виразити через ім

$$u_R = \frac{1}{1 + \left[\frac{(P_{ne} + P_{nu})P_{ue} + P_{ne}P_{un}}{(P_{ne} + P_{nu})P_{eu} + P_{nu}P_{en}} \right]}.$$

Це рівняння виводять із двох наступних умов $P_{en}E$ зайнятого населення, що перейшло до складу еко. населення, дорівнює чисельності економічно пасивно перейшло до категорії зайнятого населення) та $(P_{un} + P_{ue})$. Звідси

$$(P_{un} + P_{ue}) u_R T = (P_{un} + P_{ue}) [P_{en} / P_{ne}] (1 - E/T)$$

де T — чисельність економічно активного населення, u_k — рівень безробіття ($u_k = U/T = 1 - E/T$).

Отже, рівень безробіття є функцією від імовірності переходу з одного альтернативного стану до іншого (зайнятість, безробіття, економічна пасивність):

$$u_R = f(P_{en}^+, P_{ne}^-, P_{un}^-, P_{nu}^+, P_{eu}^+, P_{ue}^-).$$

Знак «плюс» означає, що зростання змінної зумовлює зростання безробіття,

знак «мінус» — що зростання цієї змінної сприяє зменшенню безробіття.

Отже, рівень безробіття буде тим **вищий**, чим нижче ймовірність відтоку з категорії безробітних (P_{ue} та P_{en}) і отримання роботи, чим раніше не належали до категорії робочої сили (P_{ne}), а тим вище ймовірність добровільної або вимушеної відмови від роботи (P_{un}).

Із рівнянь (6.1.7) та (6.1.9) випливає, що під час оцінки впливу державного регулювання на рівень безробіття слід звернути увагу на шість ймовірностей переходу з огляду на тісний взаємозв'язок між ними.

Наприклад, скорочення або позбавлення пенсій працездатного населення може, з одного боку, підвищити ймовірність переходу їх до категорії економічно пасивного населення (P_{en}), а з іншого боку, збільшити їх на пошуки додаткових заробітків, тим самим підвищити ймовірність переходу з категорії економічно пасивного населення до категорії зайнятого населення (P_{un}).

економічно пасивного населення (N), збереження по
зайнятості (E).

Прийнявши один із варіантів (наприклад, третій)
базовий, на підставі моделі можна оцінити
го ризику (*relative risk ratio*) переходу до перших двох кат

$$RR_u = \frac{P(y = U)}{P(y = E)} = \exp(\beta_0^{(U)} + \beta_1^{(U)} X_1 + \dots + \beta_k^{(U)} X_k + \varepsilon);$$

$$RR_u = \frac{P(y = N)}{P(y = E)} = \exp(\beta_0^{(N)} + \beta_1^{(N)} X_1 + \dots + \beta_k^{(N)} X_k + \varepsilon),$$

де $P(y = i)$ — імовірність опинитися в одному із
станів ринку праці (U, N, E);

(X, \dots, X_k) — вектор незалежних змінних, що охоплює
характеристики індивіда (стать і вік), наявність пев
початкову форму зайнятості (державне підприємство, при
самозайнятість);

$(\beta_0, \dots, \beta_k)$ — вектор коефіцієнтів регресії;

ε — залишки.

Зміна незалежної змінної зумовлює також зміну відн
що відображається у відповідних коефіцієнтах відносного
незалежної змінної.

Практичні розрахунки за цією моделлю для різних о
виявили низку загальних тенденцій:

- чим вищий рівень освіти, тим нижчий ризик
умов, що усунено вплив інших характеристик індив
спостерігати);
- із віком ризик потрапити до категорії без
зменшується;
- перехід до категорії економічно пасивн
найімовірніший для граничних вікових груп.

Місце роботи також суттєво впливає на перем
Найбільшою імовірністю потрапити до категорії безробіт
пасивного населення є в осіб, котрі самотійно забезпечую

Ці показники не мають між собою статистично суттєвого зв'язу. Включення кожного з них до класифікаційної ознаки неможливе. Виявлення класів регіонів за вказаними ознаками здійснюється за допомогою використання процедур кластерного аналізу.

Усю сукупність регіонів можна розподілити на 3—4 класи.

Перший клас — це група регіонів, що характеризуються середнім за обсягом виробництвом товарів і послуг, середнім рівнем індустріального розвитку й доволі високим відсотком зайнятості кількості економічно активного населення.

Другий клас — великі за розміром регіони з високим рівнем індустріального розвитку та з відповідно невисоким рівнем зайнятості.

Третій клас — решта регіонів із середнім рівнем зайнятості, середнім за обсягом виробництвом товарів і послуг, доволі високим рівнем індустріалізації.

Отже, формується *три типи регіонів*:

- регіони з найскладнішою ситуацією на ринку праці та найнижчою класифікацією потрапили до першого класу;
- великі регіони з високим рівнем безробіття та найвищою класифікацією потрапили до другого класу;
- регіони з відносно низьким рівнем безробіття, середнім за обсягом виробництва та середнім рівнем індустріалізації — це регіони третього класу.

Важливим етапом побудови моделі є оцінювання впливу різних факторів-чинників, що його зумовлюють.

Виявлення *чинників, які статистично значимо впливають на рівень безробіття*, вможливило розроблення моделі поведінки «*нестандартного*» типу.

(Слайд) Для опису моделей введемо такі позначення:

i — номер групи регіонів;

U_i — чисельність безробітних за даними Держкомстату;

u_i — рівень безробітних у % до економічно активного населення;

L_i — середньооблікова чисельність зайнятих у регіоні;

V_i — чисельність економічно активного населення;

K_i — загальний обсяг капіталовкладень за рахунок підприємств;

кредитів:

mv_i — фактичний прибуток регіону, поділений на економічно активного населення;

e_i — потреба в робочій силі, заявлена підприємствами на проведення обстеження;

dv_i — чисельність незайнятих, котрих визнано безробітними, на початок місяця економічно активного населення;

rv_i — капіталовкладення підприємств усіх форм власності економічно активного населення;

fv_i — уведення в дію основних фондів, поділені на економічно активного населення;

zv_i — товарообіг відносно до чисельності економічно активного населення.

Для першої групи регіонів — областей з високим рівнем безробіття можливі такі моделі:

для абсолютного показника чисельності безробітних

$$U_1 = \alpha_0 + \alpha_1 K_1 + \alpha_2 Z_1 + \alpha_3 L_1 + \alpha_4 M_1,$$

для відсоткового показника чисельності безробітних економічно активного населення:

$$u_1 = \beta_0 + \beta_1 L_1 + \beta_2 M_1 + \beta_3 x_1 + \beta_4 gv_1 + \beta_5 mv_1$$

Безробіття другого типу регіонів характеризується моделлю

$$U_2 = \alpha_0 + \alpha_1 S_2 + \alpha_2 H_2 + \alpha_3 P_2,$$

$$u_2 = \beta_0 + \beta_1 L_1 + \beta_2 M_1 + \beta_3 dv_2 + \beta_4 P_2.$$

У третьому класі регіонів безробіття описують моделі

$$U_3 = \alpha_0 + \alpha_1 S_3 + \alpha_2 M_3 + \alpha_3 R_3 + V_3$$

$$u_3 = \beta_0 + \beta_1 rv_3 + \beta_2 fv_3 + \beta_3 dv_2 + \beta_4 zv_3 +$$

6.4 Прогнозування чисельності економічно неактивного населення

Найсуттєвіший внесок у чисельність економічно неактивного населення роблять *пенсіонери різних категорій та особи, які навчаються* від виробництва.

◆ Із загальної кількості пенсіонерів майже чотири п'яті частину становлять пенсіонери за віком. Для прогнозування чисельності за віком доцільно використовувати нормативно-експертні методи прогнозування цієї категорії в загальній кількості осіб, які отримують пенсії.

робить важливим прогнозування чисельності тих, хто на від виробництва. Воно може здійснюватися за моделлю:

$$R_t^j + {}_n R_t^3 = M_t; \quad (6.1.14)$$

$$M_t = M_0 + \alpha_t(t - t_0); \quad (6.1.15)$$

$${}_n R_t^3 = f\left(M_{t-1}, \frac{A_{t-2}}{A_1}, \frac{A_{t-1}}{A_t}\right); \quad (6.1.16)$$

$$\frac{R_t^2}{R_t^3} = f(t); \quad (6.1.17)$$

$$\frac{R_t^1}{R_t^3} = f(t); \quad (6.1.18)$$

$$\bar{A}_t = A_t - \sum_{j=1}^3 R_t^j, \quad (6.1.19)$$

де A_t — загальна чисельність випускників денних середніх спеціальних навчальних закладів у році t ;
 \bar{A}_t — загальна чисельність випускників денних спеціальних навчальних закладів у році t ;

одразу пішли працювати в році t ;

R_t^j — чисельність випускників денних середніх спеціальних навчальних закладів у році t , $i=1, 2, 3$ (1 — ПТУ, 2 — технікум, 3 — ВНЗ);

${}_n R_t^3$ — чисельність тих, хто вступив до денних відділень середньої спеціальної школи раніше, а також школу робочої та сільськогосподарської середньої спеціальної навчальної закладу);

M_t — чисельність зарахованих у t -м році на перші курси денних спеціальних навчальних закладів;

t_0 — початок відліку;

M_0 — значення M_t для базового року;

α_t — середній щорічний приріст зарахованих до денних спеціальних навчальних закладів.

Основним методом визначення набору до вищих навчальних закладів у перспективі в цій моделі є екстраполяція. Включення в моделі (6.1.17, 6.1.15) ще врахувати пропорції розподілу

спиратися на загальний прогноз чисельності та складу сімей домогосподарств.

Завдання для перевірки знань

1. Поділ населення країни згідно із рекомендаціями організації праці (МОП).
2. Економічно активне населення (робоча сила), д
3. Економічно пасивне населення (поза робо визначення.
4. Дати визначення зайнятого населення.
5. Баланс ринку праці відображає взаємодії яких п
6. Попит на робочу силу.
7. Пропозиція робочої сили.
8. Математичний вигляд міжгалузевого бала вираженні.
9. Безробітні за визначенням МОП
10. Зареєстровані безробітні згідно із Законом «Про зайнятість населення»
11. Рівень безробіття, визначений за методологією
12. Рівень зареєстрованого безробіття – це...
13. Перерахувати чинники, які виступають ознаками безробіття по регіонам країни.

Зміст лекції №7 Загальна характеристика класичних та економетричних моделей прогнозування

- 7.1. Економічний зміст комплексних економетричних моделей
- 7.2. Побудова економетричних моделей.
- 7.3. Побудова макроеконометричних моделей.

7.1. Економічний зміст комплексних економетричних моделей

Процес пізнання економічної реальності вимагає застосування економетричних моделей, причому процес економічного прогнозування

вдосконалюють і пристосовують до потреб практики, розширення й деталізацію.

Економічний зміст комплексних економетричних л
взаємозв'язки макроекономічних величин на окремих
відтворення, виражені рівняннями моделі.

У зв'язку з цим економетричні моделі містять такі **співвідношення.**

- **Обсяг виробленої продукції**, як правило, вивчають за допомогою виробничих функцій, що відбивають залежність продукції від чинників і, як зазначалося вище, головним чином від робочої сили.

Сама продукція може бути виражена як валовий внутрішній продукт, національний дохід, а також валовий продукт.

Виробничі функції зазвичай дезагрегують за народногосподарськими галузями (промисловість, будівництво, сільське господарство тощо).

До специфічних чинників, що впливають на виробництво, належать: тренд технічного розвитку в промисловості й сільському господарстві тощо.

- **Доходи та споживання** населення вивчають за допомогою функцій доходів і споживання.

Доходи населення залежать від рівня зайнятості й продукції або продуктивності праці, можна також вивчати заробітну плату.

Особисте споживання населення стосовно попиту залежить, головним чином від доходів населення і частково — від рівня цін, а також — від обсягів виробленої продукції та імпорту.

При цьому особисте споживання та відповідні функції дезагрегуються за групами товарів (продовольчі та непродовольчі, короткотермінового і тривалого використання).

- **Капіталовкладення й основні фонди** вивчають за допомогою інвестиційних функцій, а також рівнянь створення та репродукції фондів.

Інвестиційні функції виражають залежність капіталовкладень від внутрішніх і зовнішніх чинників економічного функціонування.

• **Обсяги зовнішньої торгівлі** вивчають за допомогою – імпорту.

Експорт залежить від обсягів виробництва вітчизняного обсягу імпорту з інших країн.

Імпорт, з точки зору валютних ресурсів, залежить від зору потреб – від обсягів виробництва вітчизняної споживання й інвестицій.

Макроеконометрична модель може також містити співвідношення процесу відтворення, які стосуються кредиту, запасів тощо.

В економетричних моделях переважно застосовують **змінних:**

– **ендогенні змінні** – змінні, що визначаються рівняннями моделі й є предметом дослідження;

– **екзогенні змінні** – змінні, які в економічній моделі пояснюються, а вводяться ззовні й у готовому вигляді;

– **наперед визначені змінні** – це екзогенні змінні (запізненням) ендогенні змінні;

– **пояснювальні змінні** – це наперед визначені змінні, які підставляють у відповідні рівняння з інших рівнянь.

До *екзогенних змінних* належить багато типів *штучних змінних*, що виражають вплив таких чинників, статистичне вимірювання яких або неможливе, або нецільове. *спеціальних екзогенних змінних* головним чином відносять:

– змінні, створені на підставі непрямих даних (наприклад, вплив погоди на обсяг виробництва сільськогосподарської продукції);

– лінійні й нелінійні часові тренди;

– штучні змінні, що виражають якісні або невимірні фактори;

– інші допоміжні змінні, зокрема авторегресійні змінні.

Описані взаємозв'язки та змінні можна унаочнити за допомогою схеми (рис. 7.1.1), в якій взаємозв'язки блоків ендогенних змінних прямокутниками, а блоки екзогенних змінних – овалами.

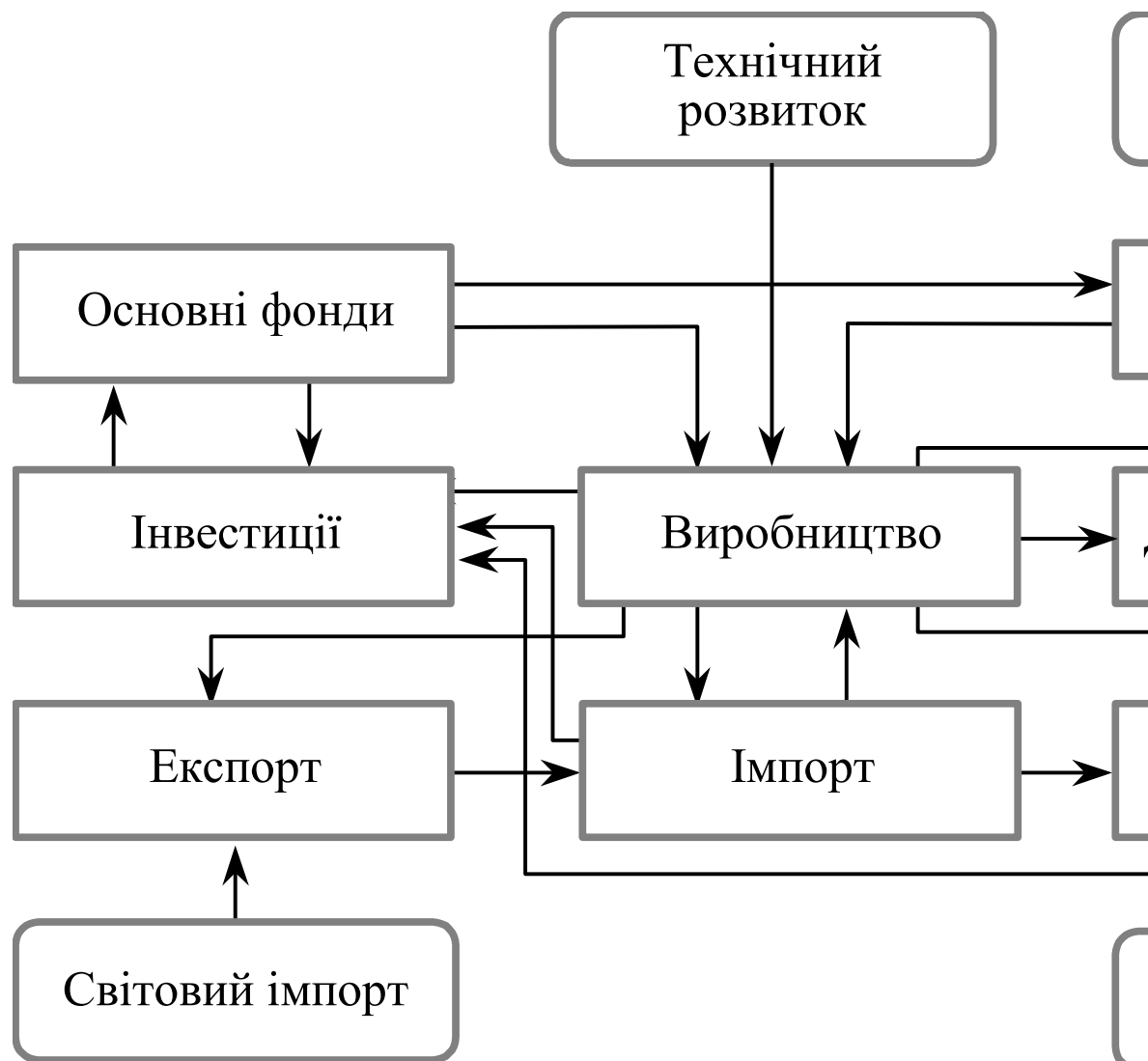


Рис. 7.1.1. Основні блоки змінних і зв'язки між ними в економетричній моделі

Готуючи статистичні матеріали до побудови економічної моделі, треба забезпечити їх порівнюваність і адекватність змінним зв'язкам. Це означає, що *статистичні дані мають бути отримані в необхідному обсязі*.

Забезпечення комплексності та порівнюваності різних різноманітних попередніх розрахунків.

Найчастіше використовують такі *підходи*:

- агрегацію або дезагрегацію даних;
- екстраполяцію чи інтерполяцію даних за відсутніми рядів;
- перелік вартісних показників за порівнюваною підставі індексів і коефіцієнтів цін;
- розрахунок індексів, часток, середніх величин

*Кожне таке рівняння за допомогою пояснювальних чинників відображає механізм формування певної ендогенної (за комплексних економетричних моделях використовують регресійні рівняння, які, втім, *не обмежуються пропорційності між парами змінних*, а виражають пояснювальних чинників на залежні змінні.*

Коефіцієнти (параметри) регресійних рівнянь кількісних статистичних часових рядів (або із вибіркової даних) причому беруть до уваги стохастичний характер параметрів і за допомогою тестів перевіряють їхню статичність.

Параметри регресійного рівняння застосовні до спостережень, які обрано для їхнього кількісного пояснювальних змінних належать ендогенні, екзогенні попередніх періодів (динамічні чинники).

Тотожності (*балансові рівняння*) у макроеконометричних відбивають балансові зв'язки між деякими змінними та рівняння в систему одночасних рівнянь, яка виражає такі зв'язки між змінними.

Ці балансові рівняння, як правило, виходять із системи розрахунків або із системи балансів народного господарства. Ці позиції цих балансів і деяких інших показників утворюють кількісного визначення параметрів комплексної економетричної моделі.

Складні макроеконометричні моделі висувають вимоги до кількісного визначення параметрів регресійних рівнянь, що в методологічному плані є найскладнішим.

Використання комплексної моделі для моделювання може також вимагати перетворення моделі до зведеної форми матриць мультиплікаторів, екстраполяції екзогенних змінних, розрахунку прогнозів ендогенних змінних.

Під час конструювання моделей кожне рівняння визначити у варіантах, які перевіряють за допомогою математичної статистики. Найкращі альтернативи тлумачення, а кількісне значення їх уточнюють за допомогою оцінювання одночасних систем рівнянь. Потім

Залежно від обставин економетричні моделі можуть виступати як комбінацію лінійних і нелінійних функцій. Лінійні функції простіше застосовувати, особливо це стосується стадії оцінювання параметрів моделі прогнозування. Однак потреба розглядати такі змінні, як рівень швидкості зміни конкретного показника (рівень інфляції), означає, що прості моделі містять нелінійності.

3. ***Пошук відомостей про значення змінних дотриманням теоретичних концепцій. Аналіз інформації про точні дані про всі необхідні змінні. Але опубліковані дані часто не відповідають потребам користувачів (економістів, працівників підприємств, комерсантів, промисловців) і розробників (як правило, урядовців).*** Отже, існує різниця між теоретичними поняттями та їхніми вимірюваннями. Крім того, опубліковані дані до певної міри неточні через неможливість охоплення, тіньову економіку, використання вибіркової вибірки, результату перепису, помилок в обробленні даних.

4. ***Використання відповідних економетричних методів оцінювання (знаходження числових значень) невідомих параметрів входить до рівнянь.*** На цьому етапі дані наводять відповідні значення параметрів моделі й оцінюють значення параметрів.

Стандартний підхід – використати один із різновидів методу найменших квадратів – реалізується за допомогою комп'ютерних пакетів. Використання одночасними рівняннями звичайний МНК дає зміщені оцінки параметрів через присутність ендогенних змінних у правих частинах рівнянь. Потрібні інші підходи, наприклад метод інструментальних змінних.

5. ***Перевірка якості побудованої моделі, перед тим як застосувати її до досліджуваному економічному процесу.***

Щойно параметри моделі оцінено, їх можна перевірити на відповідність теорії, тобто порівняти їхні знаки та величини з тими, які передбачені теорією, тобто порівняти їхні знаки та величини з тими, які передбачені теорією, або знехтувати результатами моделі, або відмовитися від цієї версії теорії й прийняти іншу.

У першому випадку можна дійти висновку, що відомі дані не відповідають результатом дії аномальних чинників, і спробувати зважити на них.

В останньому випадку доцільно вдосконалити теорію.

Якщо потрібен прогноз на кілька майбутніх періодів, одержати шляхом послідовності прогнозів на один період.

З аналізу соціально-економічного моделювання зрозуміло, що побудова обґрунтованих прогнозів вимагає економічної теорії, а й правильних рішень на кожному прогнозу. Інакше кажучи, **прогнози є комбінацією економічного мистецтва прогнозиста.**

Як наслідок, дослідження прогнозів не обов'язковим варіантом економічної теорії є коректним, і не завжди інформації стосовно відмінностей між економічними моделями може виявитися, що на точність прогнозу не передбачення або припущення стосовно майбутніх значень екзогенних змінних.

7.3 Побудова макроеконометричних моделей

Макроеконометричні моделі слід будувати, починаючи з моделей невеликого розміру із агрегованими даними та розчленуванням.

Без набуття певного досвіду роботи з невеликими даними неможливо розпочинати побудову складніших (ширших) моделей.

При цьому і прості агреговані моделі можуть бути попередні матеріали для прогнозу та імітації.

Важливо, щоб модель була комплексною в плані розуміння всіх фаз процесу відтворення, хоча й у спрощеному вигляді.

Статичною моделлю, побудованою на припущенні, що господарство являє собою систему закритого типу регулювання економіки, є спрощений варіант мультипликатор-акселератора Кейнса — ММК (див. кейнсіанська модель визначення доходу). Вона складається з двох рівнянь:

функції споживання

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t;$$

тотожності національного доходу

аспекти. Тобто *економічна модель перетворюється на екстремальну модель, коли (в простішому випадку) в економічну модель вносять стохастичні елементи.*

Обидва рівняння ММК належать до двох відмінних груп рівнянь:

Функція споживання (7.1.1) є *рівнянням поведінки*, а рівняння Y_t – *типовою балансовою тотожністю*.

Рівняння поведінки, яке ще називають *рівнянням поведінки*, пояснює поведінку економічних суб'єктів (наприклад, функція попиту, рівняння формування цін) або наслідок певних технічних (наприклад, функція виробництва) структур (наприклад, функція, що визначає величину суми доходу).

Числові значення параметрів рівнянь поведінки, як і параметрів балансових тотожностей, треба визначати, оцінюючи параметри.

Тотожність відрізняється від рівняння особливостями:

- 1) числові величини коефіцієнтів пояснювальних змінних визначаються за допомогою оцінювання параметрів;
- 2) у тотожності відсутні збурення.

Окреме структурне рівняння взаємозалежної системи можна застосовувати для одержання повноцінного прогнозу з заданих структурних коефіцієнтів α і β у функції споживання, якщо знати відповідне «повноцінне» значення Y_t .

У разі прогнозування Y_t через розрахункову тотожність (якщо заздалегідь відома величина інвестицій) невідоме Y_t можна знайти, кажучи, **структурні рівняння взаємозалежної системи можна застосовувати окремо для одержання як окремих, так і загальних взаємозалежних змінних.**

Для прогнозування взаємозалежних змінних необхідно розв'язати структурні рівняння стосовно цих змінних.

$$\begin{bmatrix} y_{t1} \\ y_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{21} \\ \pi_{12} & \pi_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{t1} \\ v_{t2} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} C_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{1-\beta} & \frac{\beta}{1-\beta} \\ \frac{\alpha}{1-\beta} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ I_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\beta} u_{t1} \\ \frac{1}{1-\beta} u_{t1} \end{bmatrix},$$

де $\Pi' = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{21} \\ \pi_{12} & \pi_{22} \end{bmatrix}$ — мультиплікаторна матриця розміру 2×2 .

ММК.

Узагалі для системи лінійних рівнянь показовою є т

π_{ji} означає, на скільки одиниць, за інших незмінних та ендогенна змінна y_{ti} , якщо в цей самий період t змінюється на одну одиницю;

π_{ji} є мультиплікатором j -ї екзогенної змінної x_{tj} щодо змінної y_{ti} .

Зведена форма моделі у матричному вигляді:

$$BY_t + \Gamma Z_t = u_t,$$

де елементи матриць B та Γ становлять параметри, наперед визначених змінних у рівняннях, а елементи u_t відповідно, значення ендогенних і наперед визначених значення випадкових збурень у період t .

Вираз (7.1.7) можна записати в загальнішому вигляді:

$$Y_t = -B^{-1}\Gamma Z_t + B^{-1}u_t.$$

У цьому разі параметри детермінованої частини матриці $-B^{-1}\Gamma$ можна розглядати як показники, що характеризують вплив екзогенних змінних, спричинені одиничними змінами екзогенних змінних.

Для відображення в моделі державного регулювання автономності національного доходу вводять автономну частину (G_t):

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1-\beta}.$$

Аналогічні положення стосуються будь-якої стохастичної моделі, яку можна записати як (7.1.7):

$$BY_t + \Gamma Z_t = u_t,$$

де Y_t — вектор ендогенних змінних, що стосуються лінійних змінних,
 Z_t — сукупність екзогенно заданих змінних, які можуть бути поточні, так і лагові значення кожної змінної.

Такий підхід цілком застосовний і для аналізу поведінки змінних у часі, коли дослідження спирається на моделі статичні, а динамічні закономірності.

Так, будь-яка система рівнянь, що містить лагові змінні, може бути віднесена до розряду динамічних систем, наслідки змін тих чи тих екзогенних змінних даватимуться в певний період часу, до якого вони належать. Вплив таких змін можна вивчати шляхом вивчення руху ендогенних змінних упродовж певного часу (починаючи із певного моменту, коли система перебуває в стані рівноваги).

Розглянемо, наприклад, детерміновану динамічну модель:

$$\begin{aligned} C_t &= \alpha + \beta Y_{t-1}; \\ Y_t &= C_t + I_t + G_t. \end{aligned}$$

Якщо величини I_t і G_t залишаються в колишніх значеннях, то змінної Y_t в разі переходу від одного інтервалу часу до іншого змінюються. Але, якщо G принаймні в одному періоді (t) змінюється (ΔG), а потім повернеться до свого попереднього рівня, G_t в наступному періоді (t) дорівнюватимуть $(Y_{t-1} + \Delta G)$, а впродовж усіх наступних періодів ($t + T$) дохід становитиме $(Y_{t-1} + \beta^T \Delta G)$:

$$\begin{aligned} Y_{t-1} &= Y_{t-2}; \\ Y_{t-1} &= \alpha + \beta Y_{t-2} + I_{t-1} + G_{t-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \beta Y_{t-1} + I_{t-1} + G_{t-1} + \Delta G = Y_{t-1} + \Delta G; \\ Y_{t+1} &= \alpha + \beta Y_t + I_{t-1} + G_{t-1} = \alpha + \beta(Y_{t-1} + \Delta G) + I_{t-1} + G_{t-1} + \Delta G = \\ &= Y_{t-1} + 2\Delta G; \\ Y_{t+2} &= Y_{t-1} + 3\Delta G; \end{aligned}$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} Y_{t+T} = Y_{t-1} + \frac{\Delta G}{1 - \beta}.$$

Наведений результат цілком збігається з виразом (7.1.13) при початкових умовах рівноваги $Y_t = Y_{t-1}$ співвідношення (7.1.13) еквівалентними (7.1.1, 7.1.8).

В економічному аналізі найбільший інтерес можуть мати додатні значення величини β . Зазначимо, втім, якщо значення β абсолютною величиною менші за одиницю, зміна Y_{t+T} згасаючими коливаннями навколо точки рівноваги Y_{t-1} .

Наведена форма рівняння для змінної Y_t (7.1.9), що визначає значення, які належать до інтервалу $(t - 1)$, цілком збігається з (7.1.14). Отже, вплив зміни G_t на першому етапі характеризується тим, що дорівнює одиниці. Аналогічний результат можна отримати з співвідношення (7.1.16), яке також описує значення мультиплікатора доходу для послідовних інтервалів часу (якщо $\beta < 1$).

За цією самою логікою можна виписати різницеве рівняння другого порядку:

$$Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1}.$$

Розв'язати це рівняння можна за методом індукції:

$$Y_1 = \alpha + \beta Y_0;$$

$$Y_2 = \alpha + \beta Y_1 = \alpha + (1 + \beta)\alpha + \beta^2 Y_0;$$

...

$$Y_T = \beta^T [Y_0 - \alpha/(1 - \beta)] + \alpha/(1 - \beta).$$

Вираз (7.1.19) становить розв'язок рівняння (7.1.18) для значення Y_t у будь-який момент часу, навіть не знаючи початкового, або граничного значення Y_0 . Усі отримані значення Y_T задовольнятимуть умови, задані рівнянням (7.1.18). Можна знайти розв'язок системи (7.1.12, 5.1.13) щодо значення α в (7.1.19) підставити вираз $(\alpha + I_t + G_t)$. Отримаємо таке співвідношення:

$$Y_t = \beta^t (Y_0 - Y_\varepsilon) + Y_\varepsilon,$$

процес не ускладнюється подальшим впливом будь-яких чинників.

Аналогічна позиція доцільна також для лінійної динамічної системи. Загальному вигляді можна записати так:

$$BY_t + GX_t + \Delta_1 Y_{t-1} + \dots + \Delta_s Y_{t-s} = u_t.$$

У цій системі за пояснювальні змінні беруть лагові змінні показників і поточні, або лагові екзогенні змінні. Прогноз системи рівнянь матиме вигляд:

$$Y_t = -B^{-1}GX_t - B^{-1}\Delta_1 Y_{t-1} - \dots - B^{-1}\Delta_s Y_{t-s} + B^{-1}u_t,$$

тому граничне співвідношення між ендогенними змінними збігається з аналогічним виразом, виведеним дотепер (7.211):

$$\frac{\partial Y_t}{\partial X_t} = -B^{-1}G.$$

Однак внаслідок того, що параметри зведеної форми тепер суто початкового впливу зміни екзогенних змінних мультиплікаторами початкової дії.

Якщо системі властива сталість, то значення довготермінових мультиплікаторів можна одержати за умов сталості вигляд:

$$Y_t = T_{t-1} = \dots = Y_{t-s} = Y_\varepsilon.$$

У цьому разі детермінована частина системи (7.1.22)

$$(B + \Delta_1 + \dots + \Delta_s)Y_\varepsilon + GX_\varepsilon = 0,$$

$$\frac{\partial Y_\varepsilon}{\partial X_\varepsilon} = -G(B + \Delta_1 + \dots + \Delta_s)^{-1}.$$

Завдяки цьому виразу визначають зміни ендогенних змінних спричинити (коли мине досить тривалий час) постійні зміни кожної екзогенної змінної упродовж усього періоду, що ро

Завдання для перевірки знань

1. Економічний зміст комплексних економетричних

Зміст лекції №8 Складні макромоделі комплексного економічного розвитку країни

8.1. Підходи до вдосконалення та вивчення економічних моделей

8.2. Українські макроекономічні моделі комплексного економічного розвитку країни

8.1. Підходи до вдосконалення та вивчення економічних моделей.

Мета цих моделей – відобразити функціонування економіки, яка поступово вдосконалюється і пристосовується до потреб практичного життя.

Великі економетричні моделі розвиваються здебільшого в напрямі вдосконалення внутрішніх зв'язків між окремими частинками моделі й розширення її змісту, тобто в напрямі системного удосконалення кожної з фаз процесу відтворення.

Підходи до вдосконалення моделей можна розподілити на дві основні групи:

- динамізація, поглиблення внутрішньої змістовності моделі;
- часова й галузева дезагрегація моделей (перехід від поквартальних показників).

Перший підхід типовий для голландської школи, яка отримала Нобелівську премію професором Я. Тінбергеном. Конструкція економетричних моделей має певні особливості. Вони використовують у вигляді відносних (відсоткових) показників. Регресійні рівняння містять багато пояснювальних змінних, що призводить до *часовим запізненням*, завдяки чому досягається часткова динамізація моделей.

У Голландії розробляють і використовують також складні довготермінові економетричні моделі.

Інший підхід, типовий для американської школи, полягає в галузевою та часовою дезагрегацією моделей, яка полягає в розробці показників на галузі й квартали. Квартальні статистичні дані за випадків відкориговано з урахуванням сезонів і виражені в абсолютних величинах. Такі економетричні моделі є моделями середньої та великої миттєвості.

Типовим прикладом екстенсивного підходу до побудови економетричної моделі є «Брукінгська модель», яка з'явилася на початку 1960-х років. Вона належить до найпоширеніших короткотермінових економетричних моделей. Її підмоделі в початковому варіанті містили 35 окремих регресійних і 56 балансових. У розрахунках параметрів використано кілька методів, причому модель необхідно було обчислювати блочно-рекурсивної форми, оскільки часові ряди за цей період були недостатніми для одночасного кількісного визначення всіх параметрів. Її далі вдосконалюють і застосовують для імітації альтернативної економічної політики.

Економетричні моделі в країнах Східної Європи почали розробляти на початку 1970 років. Найсуттєвіших результатів у побудові економетричних моделей народного господарства досягнуто в Угорщині та Польщі.

8.2 Українські макроекономічні моделі комплексного економічного розвитку країни

Серед перших макроекономічних моделей України розроблені моделі УКР-1 та УКР-2, розроблені в НДУ при Держплані УРСР.

Модель УКР-1 визначала основні агреговані республіканські показники за допомогою 13 стохастичних регресійних рівнянь і утворюють *динамічну одночасну систему*.

Повторюючи загальну тенденцію розвитку економетричних моделей, на подальшому етапі досліджень модель УКР-1 оформилася в *галузямі модель УКР-2*. Ця модель була детальнішою та більш сучасною відповідно до тодішньої планової методики. Її структуру формували блоки («Промисловість», «Сільське і лісове господарство», «Транспорт і зв'язок», «Торгівля і громадське харчування», «Матеріального виробництва», «Підсумкові республіканські показники»). Модель УКР-2 вважали дезагрегованою моделлю великого масштабу з 79 регресійних і 22 балансові рівняння.

Сучасні економетричні моделі характеризують

прогнозування економіки України **УКР-МАКРО**¹¹. взаємопов'язаної системи макроеконометричних моделей, можливе прийняття ефективних рішень, є характерною рисою економіки України в перехідний період на макрорівні за різних умов.

Перші дві версії – **УКР-МАКРО 1** і **УКР-МАКРО 2** – на підставі макропоказників за схемою балансу народного господарства в році розроблено нову версію моделей прогнозування – **УКР-МАКРО 3** – системою національних рахунків.

На рис. 8.1.1 зображено структурну схему взаємозв'язаної скороченої системи моделей економіки України.

Зовнішнє середовище визначено формуванням національного продукту економічною діяльністю, інфляційними процесами.

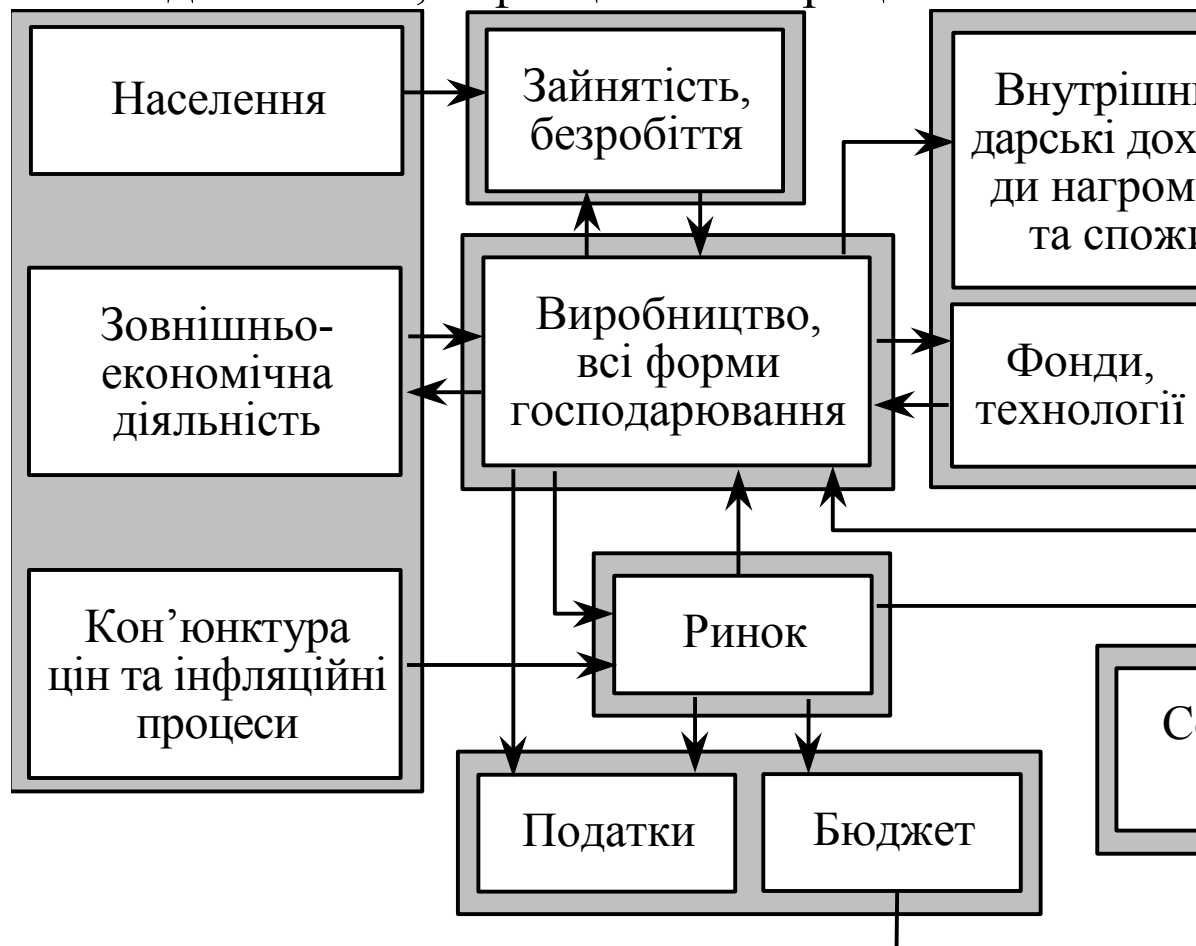


Рис. 8.1.1. Взаємозв'язки блоків-підсистем комп'ютерної системи прогнозування соціально-економічного розвитку України.

Основними підсистемами в системі **УКР-МАКРО 3** є:

- виробництво;
- зайнятість і безробіття;

- урахування залежності економіки від імпорту енергетичних технологій, продовольства й товарів широкого вжитку.

Для прогнозування вартісних макроекономічних інфляції пропонується така схема:

1. Вирізняється один або кілька основних базових показників, яких прогнозується, абстрагуючись від інфляції, у порівнянних цінах.
2. Вводяться показники інфляції шляхом співвідношення базових показників у фактичних цінах до їхнього значення в порівнянних цінах.
3. Прогнозуються інші вартісні показники у зв'язку з урахуванням показника інфляції.

У цьому дослідженні базовим показником обрали валовий внутрішній продукт (ВВП) у постійних карбованцях. Дефлятор ВВП, розрахований як відношення номінального ВВП до його значення в порівнянних цінах 1990 року.

Дефлятор валового внутрішнього продукту використано як показник, що відображає інфляційні процеси. Як екзогенні змінні визначили за допомогою експертизи на етапі розв'язання моделі імітаційному режимі. Прогнозування інших вартісних показників у фактичних цінах з урахуванням інфляції через дефлятор ВВП.

У системі УКР-МАКРО 3 моделювання змін відповідно до виробництва головних для країни продуктів та товарообігу їх у натуральному обчисленні. Продукти, репрезентуючі моделі, представляють різні галузі промисловості й сільського господарства, тобто видобуток, виробництво сировини й матеріалів, виробництво електроенергії, та електроенергії, товарів народного споживання та електроенергії, товарів народного споживання, продуктів сільського господарства та харчової промисловості, показники вантажообігу транспорту й уведення в експлуатацію нових транспортних засобів.

На рис. 8.1.2 відображено схему причинно-наслідкової зв'язності показниками, що належать до системи УКР-МАКРО 3.

На рис. 8.1.2 екзогенними змінними є:

ДФВВП — дефлятор ВВП;

ІМГАЗ — імпорт газу;

ЕКСП — експорт товарів і послуг;

ІМП — імпорт товарів і послуг.

Показники формування номінального ВВП за категоріями

ОПНП — оплата праці найманих працівників;

СОК — споживання основного капіталу;

ПРИБ — прибуток;

ПОД — податки на виробництво та імпорт, за винятком

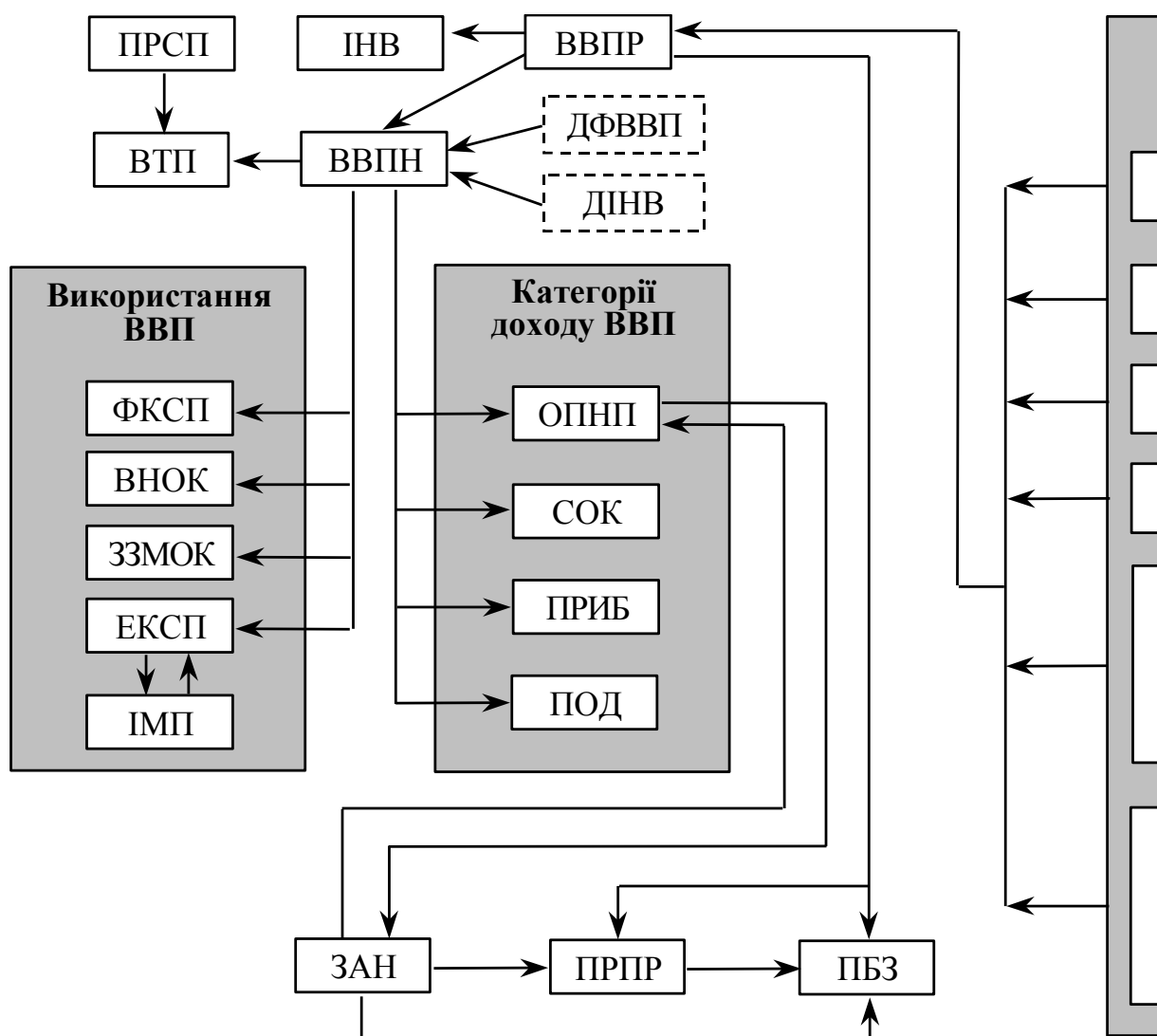


Рис. 8.1.2. Підсистеми «Макропоказники» та «Міжпр»
в УКР-МАКРО 3

Згідно зі схемою модель економічного розвитку складається із двох частин:

- виробництво основних продуктів у натуральному
- вартісні макропоказники за системою національного

Перша частина системи моделі міжпродуктових взаємодій

Зростання обсягів виробництва основних видів представлено динамічним варіантом виробничої функції, припущенні взаємодоповнюваності виробничих чинників.

Підсистема міжпродуктових взаємодій пов'язана з макрпоказниками через реальний ВВП. Щоб урахувати умов інфляції, реальний ВВП моделювали у постійних календарних цінах. Для обсягів виробництва основних видів продукції у натуральних одиницях. Для цього в модель були введені часткові прогнози реального ВВП, які визначалися залежно від рівнів виробництва кожного із видів продукції.

На підставі часткових прогнозів реального ВВП реального ВВП як їхнє середнє арифметичне.

Номінальний ВВП у фактичних цінах визначається як добуток реального ВВП і показника інфляції – дефлятора.

У систему рівнянь міжпродуктових взаємодій між виробництвом електроенергії, вантажообіг транспорту, сільськогосподарської продукції, входять показники: імпорт газу, які є важливим джерелом енерго-ресурсів для України. Вони обрані керівними у версії УКР-МАКРО 3.

Через *штучні змінні*, які вводяться до рівняння виробництва сільськогосподарської продукції, *відображається вплив* зокрема погодних умов (у сценарних розрахунках: були несприятливі). До рівняння, що описує виробництво вугілля, введена змінна, що відбиває його спад унаслідок соціального закриття шахтарів. Використання цієї змінної дало змогу в моделі урахувати стабільну чи нестабільну ситуацію у вугільній промисловості.

Таким чином, у версії УКР-МАКРО 3 реальний ВВП залежно від виробництва головних продуктів у натуральних одиницях а також від імпорту енергоносіїв, погодних умов і соціальної ситуації, особливо у вугільній промисловості.

У другій частині системи моделей УКР-МАКРО представлена новою версією УКР-МАКРО 4, представлено макрпоказники системи національних рахунків.

У цій версії системи моделей зроблено спробу з'ясувати економічного розвитку залежно від стану інвестування.

Згідно із системою національних рахунків у моєму показники, які формують ВВП за категоріями доходів та категоріями використання ВВП.

На етапі прогнозування за системою УКР-МАКРО 3 два варіанти сценаріїв – оптимістичний і песимістичний. У системі також є фонові змінні: зокрема погодні умови та промисловості. Оптимістичний погляд полягає в тому, що енергоносії здійснюватиметься наростаючими темпами для газу; погодні умови – сприятливі, ситуація у вугільній промисловості стабільна. Песимістичний прогноз передбачає подальший енергоносії, але темпи падіння дещо уповільнюються, погодні умови несприятливі, ситуація у вугільній промисловості – нестабільна.

За системою УКР-МАКРО 4 було також розглянуто дві прогноровані рішення: уповільнене чи прискорене зростання у реальному ВВП.

Інститутом економічного прогнозування НАН України розроблено **«Макромодель економіки України – 1»**. Модель зорієнтована на середньотермінових прогнозів розвитку ключових показників. Модельні зв'язки розглядаються у секторному розрахунку показників і залежностей Системи національних розрахунків з урахуванням цілей економічної політики.

Зазначена економетрична модель має блокову структуру для обчислення прогнорозних показників у щорічному вимірюванні. Одночасових блоків виявляється у побудові та узгодженні індикаторів платіжного й монетарного балансів, СНР та бюджету.

Ендогенними змінними цієї економетричної моделі є приватного, державного та загального споживання, величини та валових інвестицій, зміна запасів обігових коштів, експорту (наведено у фактичних і базових цінах), рівень державного бюджету, обсяг загальних державних витрат та загального доходу й загальної пропозиції.

Екзогенними модельними змінними виступають: обсяг

Поточні й капітальні взаємозв'язки СНР між державним, зовнішнім секторами та монетарною системою як посередники три вищенаведені базові взаємозалежності становлять основу **національного доходу**. Вони відображають обмежені взаємозалежності зовнішнього й грошово-кредитного секторів і виконують функцію розроблення системи секторальних макромоделей оцінювання економіки України (рис. 8.1.3).

Пояснення до рис. 8.1.3:

Y, GDP — валовий внутрішній продукт (ВВП);

CPR — споживання домашніх господарств (приватне);

I — валові інвестиції;

QDP — загальна пропозиція;

K — основний капітал (основні фонди);

DK — приріст основного капіталу;

ZAN — зайнятість;

P — виробництво ВВП на одного зайнятого (або про

WG — середньомісячна заробітна плата зайнятого в господарстві;

u — рівень безробіття;

NX — чистий експорт товарів і послуг;

X — експорт товарів і послуг;

M — імпорт товарів і послуг;

MDT — імпорт послуг;

MEU — імпорт машин та устаткування;

X_{01} — експорт продовольчих товарів;

X_{24} — експорт сировини;

X_3 — експорт проміжної продукції;

X_{59} — експорт готової продукції;

M_{01} — імпорт продовольчих товарів;

M_{24} — імпорт сировини;

M_3 — імпорт проміжної продукції;

M_{59} — імпорт готової продукції;



Рис. 8.1.3. Секторальні макромодель економічного прогнозування

H — грошова база;
 NQM — показник дисбалансу або нерівноваги грошової бази;
 MSF , MDF — прогнозовані значення попиту та грошової бази (відповідно);
 RIO — ставка рефінансування НБУ (офіційна);
 EO — офіційний обмінний курс національної грошової одиниці до долара;
 USD — рівень доларизації;
 MQ — грошова маса (квазігроші);
 NFA — чисті зовнішні активи;
 $M1$ — грошова маса (агрегат $M1$);
 $M3$ — грошова маса (агрегат $M3$);
 REZ — зміни валютних резервів країни;
 CPI — індекс споживчих цін;
 CAB — сальдо поточного рахунка (платіжний баланс);
 DC — внутрішній кредит;
 RIF — ставка рефінансування НБУ (фактична);
 T_i — сума податку i -го виду;
 t_i — ставка податку i -го виду;
 Tb_i — податкова база i -го виду;
 DUM_i — фіктивна змінна, яка визначає органічний дискреційний ефект податку i -го виду.

У макромоделі трансформація та дезагрегація макроекономічних взаємозв'язків і тотожностей набуває ґрунтується на методах регресійного аналізу та методології систем відповідних економетричних моделей.

◆ *Модель реального сектора* містить базові тотожності, на підставі яких формуються складові ВВП з необхідними обчисленнями. У моделі виокремлено два блоки. Блок виробничу функцію (сума валового внутрішнього продукту залежить від основних фондів, зайнятості та імпорту послуг та лагових змінних. У блоці наявні функції зайнятості та фондів.

Агрегований попит визначається як викор...

◆ *Модель сектору споживання та доходів* вивчає функцію споживання, основні види доходів і витрат на споживання (кінцеве споживання домашніх господарств) динамікою його лагового значення, особистих господарств, суми заощаджень та індексу інфляції. Розглядає оцінки адресних субсидій населенню (на оплату грошових доходів домашніх господарств до та після особисте споживання, платоспроможний попит, гроші (загалом), середньомісячна заробітна плата зайнятих в господарстві, оплата послуг населення, купівля товарів, та інші доходи й витрати населення.

◆ *Модель державного сектору* відображає функцію споживання (споживання сектору державного управління) бюджетних надходжень та видатків, їхні загальні суми та прогнозування надходжень ґрунтується на наявності зв'язків податковими ставками та податковими базами, взаємозв'язку секторів економіки й обчислення доходів на підставі функцій для різних видів податків, виходячи з огляду на прогноз баз оподаткування. Тобто загальний вигляд суми окладу формується в моделі як функція від відповідної ставки податку бази та змінних, що характеризують ефективність адміністрації. Відповідно до структури бюджету України модельне визначення таких основних видів бюджетних надходжень: податку на прибуток підприємств і організацій, податку на додану вартість (ПДВ), акцизного збору, прибуткового податку з громадян, державного мита, надходження коштів від приватизації та інші. Вибір цих складових ґрунтується на тому, що найвагоміші частки бюджетних надходжень і охоплюють 80 %.

Під час прогнозування надходжень слід зважати на зв'язків між податковими ставками та податковими базами при використанні макроекономічної моделі, яка визначає взаємозв'язки секторами економіки. Крім того, загальна економічна

машин і обладнання та інший імпорту моделюються під реального ВВП і співвідношення відповідних дефляторів Б моделі категорій імпорту.

◆ *Модель грошово-кредитного сектору* ґрунтується на рівності попиту і пропозиції грошей. Вихідними змінними агрегатів, грошової бази НБУ залежно від поставленої моделі ВВП, рівня інфляції та значення обмінного курсу гривні здійснюються прогностичні розрахунки показників грошової допомоги яких можна не лише аналізувати поточну ситуацію, а й можливість застосування конкретних інструментів монетарної політики. Також визначати чинники, динаміка яких може вплинути на доходи, орієнтиру економічного зростання: грошового мультиплікатора, обігу грошей, внутрішнього кредиту, зовнішніх активів.

В Інституті економічного прогнозування НАН України здійснюється часткову реалізацію наведених секторальних моделей. Для цього на підставі наявних у світовій практиці з методик середньотермінових оцінок розвитку національної економіки та можливостей регулювання її розвитку за допомогою монетарних змінних за умов економічної рівноваги. Складається система стохастичних регресійних рівнянь і тотожностей та належним чином агрегованої моделі, що містить одночасові блоки. Генерування регресійних рівнянь здійснювалася на основі часових рядів найменших квадратів і автокореляції залишків першого порядку. При моделюванні регресійних рівнянь використовували лінійні та нелінійні, логарифмічні функції, а також лагові й фіктивні змінні, щоб згладжувалися стрімкі зміни тенденцій динаміки змінних.

На базі цієї моделі було розраховано більшість середньотермінового прогнозу економіки України. Також визначено найнижчі, ймовірні та верхні межі коливання реального ВВП та індексу інфляції, а також сценарії (ймовірний, оптимістичний та песимістичний) можливих змін основних агрегатів розподілу ВВП, бюджету та кредитних показників.

Певний інтерес становить розроблення Інституту економічного прогнозування НАН України – **моделювальна система «Бюджет**

У блоці «Фінанси виробників та споживачів» обчислюються доходи та витрати виробників (із галузевою диференціацією). Модель дає змогу розрізняти групи споживачів за табором джерела отримання та величина доходів, соціальний статус (суспільне) споживання та його окремі складові, з державного бюджету, також можна розглядати в розрізі

Платоспроможний попит споживачів залежно від рівня заощаджень і діючих цін, а також сукупний попит на товари виробників і держави визначається в блоці «Попит».

У блоці «Бюджет» здійснюють розрахунок годинного консолідованого бюджету та визначають їхній вплив на соціальні й обсяги виробництва (через податкові ставки, з однією опосередковані субсидії, державні інвестиції – з іншого), на інші (через заплановані витрати на суспільне споживання) показники. Реалізовано кілька стратегій субсидування виробництва, фіксації деяких цін на заданому рівні з покриттям частини витрат із держбюджету. Модель визначення обсягів субсидування та забезпечення цієї стратегії, також входить до цього блоку.

Розрахунок наявних цін здійснюють у блоці «Ціни», входить моделі витратного, монопольного, олігопольного та інших механізмів ціноутворення.

У блоках «Експорт» та «Імпорт» здійснюють прогнозування обсягів цих показників.

Блок «Макроекономічні показники» має на меті визначити грошової маси в обігу, курсів обміну національної валюти, показників цін (дефлятор ВВП, індекс споживчих цін) та макроагрегатів.

Моделювальну систему «Бюджет» використовували для розрахунку бюджету на 1996 рік у контексті сценарного моделювання економіки. Оптимістичний, реалістичний та помірно песимістичний сценарії припускається, що монетарні показники є вирішальними чинниками економічної стабілізації, а варіювання їхніх величин певних (для кожного сценарію – своїх) параметрів економічної політики. На підставі кожного виду сценарію надаються

(виробничих потужностей), зношеність основного капіталу, вкладень, паливно-енергетичний баланс. Кількісна оцінка сукупного попиту конкретизується за допомогою показників чисельності працездатного населення, фонду споживання, нагромадження, рівня інфляції.

Ця модельна розробка фактично передбачає використання – ступеневої квартальної моделі та лінійної річної (залежної від виробничої функції, що описує динаміку реального ВВП).

Ступенева модель складається із 8 стохастичних рівнянь, за яких здійснюють прогнозові розрахунки реального ВВП, основного виробничого капіталу, частки задіяних трудових ресурсів, капітальних вкладень та обсягів прибутку підприємств. Підбирають такі керівні параметри, як частка безробітних, рівень використання основного виробничого капіталу, матеріаломісткості, базові й поточні податкові ставки (на прибуток). Лагові змінні інвестиційних вкладень охоплюють 10 років. Для переходу від реального до номінального ВВП у моделі розраховують агрегований показник цін (дефлятор).

Особливістю зазначеної моделі є використання експертного коригування статистичних даних, що характеризують період 10 років. Також експертним шляхом визначають межі перетворення динаміки ВВП, а потім – модельні параметри, за яких фактичні значення ВВП вкладається в зазначені межі.

Лінійна модель призначена для формування довготермінових прогнозів. В робочому варіанті містить три основні функціональні блоки: визначення реального обсягу ВВП: визначається величина реального ВВП як функція від величини (бажаного) основного капіталу, обсягу інвестицій за періоду за балансовою вартістю та мірою його спрацювання, частка задіяних трудових ресурсів, що залежить від чисельності населення та міри використання основного капіталу; величина цін у цінах 1992 року є адитивною функцією, що містить залежності й характеристику впливу стохастичних змінних. Ці моделі розв'язують задачу квадратичної оптимізації з обмеженнями даними, причому траєкторію динаміки ВВП визначають експертні оцінки.

Технологічним підґрунтям цієї моделі є метод групування аргументів. Це індуктивний вибірковий метод, який застосовується до складноструктурованих систем, зокрема об'єктів, визначених їхніми характеристиками (неповною вихідною інформацією). Ці моделі знаходять єдину оптимальну для кожної вибірки модель серед усіх можливих моделей-кандидатів та операції оцінювання здійснюються за точнісним чи балансовим критерієм за незалежною вибіркою. Найкращою моделлю є краща серед багатьох моделей-кандидатів – та, яка дає найвище значення зовнішнього критерію.

Модель, ґрунтована на використанні МГВА, придатна для розрахунків реального обсягу ВВП, рівня реальних доходів та інших макропоказників. Для обчислення їх використовуються річні значення 82 макроекономічних та демографічних показників від 1992 року, які могли впливати на досліджувані результати застосування модельного підходу, найвпливовішими показниками обсягу реального ВВП, зростання грошової маси, обмінного курсу, дефлятора ВВП, індексу оптових цін, сільськогосподарської продукції, рівня середньої зарплати, чисельності безробітних та їхньої частки від загальної чисельності грошових доходів населення, величини кредиторської заборгованості підприємств, обсягу імпортопостачання.

Прогнозова модель із використанням МГВА формується за багатofакторною регресією, її можна застосовувати для довготермінового прогнозування.

Довготермінова економетрична модель економіки перехідних економік була розроблена співробітниками Інституту економіки та статистики НАН України Гаврилишиним, І. Ізворскі, Р. Рооденом¹⁵. Автори використали статистичний аналіз, виокремивши кілька впливових чинників, що впливають на інституційні зміни в економічному середовищі.

Ендогенною змінною моделі є темп зростання реального ВВП. *Екзогенними змінними* виступають такі показники: індекс цін (характеризує макроекономічну політику), індекс структурних реформ (опосередковує рівень реалізованих структурних реформ), індекс діяльності, що вимірюється державними витратами як

змінних: субіндексу структурних реформ для лібералізації зовнішньої торгівлі та субіндексу структурних реформ для приватного входу на зовнішній ринок, субіндексу структурних реформ для лібералізації торгівлі та системних реформ, субіндексу структурних реформ для правової реформи.

Модель формалізовано у вигляді лог-лінійної регресійної залежності.

Завдання для перевірки знань

1. Підходи до вдосконалення економетричних моделей у системі УКР-МАКРО 3, які групи, які?
2. Перелічити основні макроеконометричні моделі в системі економіки України.
3. Основними підсистемами в системі УКР-МАКРО 3 є:
4. Розширена модель охоплює також підсистеми:
5. Які екзогенні та ендогенні змінні враховують моделі в системі МАКРО 3.
6. Модель економічного розвитку в системі УКР-МАКРО 3 складається із ... частин. З яких саме?
7. У чому принципова різниця між системами УКР-МАКРО 3 та УКР-МАКРО 4?
8. «Макромодель економіки України – 1», структура якої?
9. Які екзогенні та ендогенні змінні враховують моделі в системі «Макромодель економіки України – 1»?
10. Моделювальна система «Бюджет», принцип побудови та призначення.
11. Модель середньотермінового прогнозування, принцип побудови та призначення.
12. Квартальна (річна) модель прогнозового розвитку економіки України, принцип побудови та призначення.
13. Довготермінова економетрична модель економіки України, принцип побудови та призначення.

МОДУЛЬ №2 МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Зміст лекції №1 Методи експертних оцінок

1.1. Методи індивідуальної та колективної експертної оцінки

1.2. Процедура проведення експертизи й аналіз експертних оцінок

Методи експертних оцінок використовують для вирішення проблем, розвиток яких цілком або частково не піддається формалізації, тобто для яких важко розробити адекватні моделі. Пояснюється:

- невизначеністю та складністю прогнозованих явищ;
- необхідністю кількісно оцінити події, для чого часто бракує необхідної інформації й чіткого знання тенденцій розвитку;
- необхідністю враховувати не тільки об'єктивні дані ситуації, а й реакцію учасників подій на рішення, що прийнято.

Типовими проблемами, які потребують проведення експертних оцінок, зокрема такі: визначення мети розвитку об'єкта управління; розроблення сценаріїв; генерування альтернативних варіантів розвитку; розроблення системи кількісних оцінок; визначення рейтингів об'єктів.

У всіх цих випадках доводиться звертатися до думки фахівців.

Експерт це компетентний фахівець із певного питання. Його судження з приводу об'єкта експертизи враховують при прийнятті рішення. Прогнозоване експертне оцінювання відбиває інтуїтивні судження фахівців стосовно перспектив розвитку об'єкта й ґрунтується на фахового досвіду та інтуїції.

Під **експертизою** розуміють проведення експертних оцінок з врахуванням характеристик об'єкта до прийняття рішення.

1.1. Методи індивідуальної та колективної експертної оцінки

Індивідуальні експертні методи ґрунтуються на використанні думки експертів-фахівців відповідного профілю незалежно один від одного.

Найчастіше застосовують такі два методи формальної експертної оцінки:

◆ *Аналітичні експертні оцінки* передбачають тривалу самостійну роботу експерта над аналізом тенденції, шляхів розвитку прогнозованого об'єкта. Цей метод дає можливість використати всю потрібну йому інформацію про об'єкт проекту. Експерт оформлює у вигляді доповідної записки.

Головними перевагами розглянутих методів є можливість використання індивідуальних здібностей експертів і незалежність на окремого виконавця. Однак ці методи майже неможливі для прогнозування найзагальніших стратегій через обмежені знання фахівця-експерта про розвиток суміжних галузей науки.

Методи колективних експертних оцінок. Суть методу експертної оцінки для розроблення прогнозів полягає у визначенні думок експертів щодо перспективних напрямів прогнозування, сформульовані раніше окремими фахівцями. Оцінюванні напрямів розвитку об'єкта, які не можна вивчити методами (наприклад, аналітичним розрахунком, експериментом).

◆ У наш час значного поширення набули експертні роботи спеціальних комісій, коли групи експертів за обговорюють конкретну проблему, щоб узгодити думки і висловити судження. Недолік цього методу полягає у тому, що групу експертів узагальненнях здебільшого керується логікою компромісу.

◆ *Метод колективної генерації ідей* («мозкова атака») для прогнозування, які вирішують із використанням методів мозкової атаки, містять два формально не пов'язані між собою елементи: два можливих варіантів розвитку об'єкта прогнозування. Застосування «мозкових атак» у визначенні можливих варіантів дає змогу швидко одержати продуктивні результати і залучити до активного творчого процесу.

Методи «мозкових атак» можна класифікувати за ознакою відсутності зворотного зв'язку між керівником і учасниками в процесі розв'язання певної проблемної ситуації. Наявність такого зв'язку дає змогу учасникам концентрувати увагу суто на варіантах розв'язання, тим критерієм для розв'язання проблемної ситуації. Однак наявність обмежень унеможливорює бачення всього багатоманіття під

або менш узгодженої думки. Цей метод розроблено пошуковою корпорацією РЕНД. Своєю вона отримала назву Дельфи, відомого завдяки розташуванню тут храму, жерцтва якого передбачало майбутнє.

Дельфійський метод побудований за принципом гуманітарних наук думки експертів та суб'єктивні судження точні закони причинності природознавчих наук.

Підгрунття цього методу становить багатоетапне узгодження думок експертів. Спочатку з'ясовують індивідуальні думки кожного експерта стосовно ймовірності настання деякої події, наприклад, зростання економіки країни впродовж наступних п'яти років. Експерти можуть бути незалежними. Результати опитування збирають і обробляють фахівці. Авторам найнижчого та найвищого рівнів пропонується переглянути свої думки. Після дискусії здійснюють другий етап подальшим обговоренням. Процес може повторюватися до тих пір, поки узгоджений прогноз, прийнятний для всіх експертів. В процесі обговорення експерти ніколи не зустрічаються, а їхні думки надсилають (за допомогою електронною) разом зі стислим викладом аргументів. Експерти переглядають свої прогнози з урахуванням точки зору інших експертів. Досягнуто консенсусу, що, може статися лише після кількох ітерацій.

Дельфійський метод характеризується трьома особливостями, які вирізняють його серед звичайних методів групової взаємодії:

1. *Анонімність експертів*, яка полягає в тому, що в процесі експертного оцінювання прогнозованого явища учасники не знають один одного. При цьому взаємодія членів групи здійснюється за допомогою анкет цілком виключається. У такому разі автор відповіді на анкету думку, не оголошуючи про це.

2. Використання результатів попереднього туру опитування надає можливість групі фахівців зосередитися на початковому етапі і висунути висхідні висновки. Оскільки групова взаємодія здійснюється безпосередньо шляхом відповіді на анкету, фахівець аналізує результати і проводять дослідження за дельфійським методом, дістаючи необхідну інформацію, яка стосується цієї проблеми. Фахівець-прогнозує та «проти» експертів стосовно кожної точки зору. І

1. На кінцевий результат впливають особисті риси наполегливість в обстоюванні своїх думок.

2. Застосування методу може вимагати значних результат не завжди задовольняє всіх експертів.

3. Немає згоди щодо того, чи варто використовувати розуміти термін «експерт» (чи має журі складатися спеціальностей) або яким обсягом інформації треба обмінитися на етапі (медіани можуть зумовити зсув до центру розподілу)

◆ *Побудова сценаріїв.* Сценарій можна визначити як «опис альтернативних варіантів майбутнього» або «передбачуваність подій за допустимих умов». Він виглядає як хронологічний опис, зокрема містить деталі зовнішнього середовища, стратегії, відкриття та дії уряду. Сценарії формують як реалістичні картини із використанням переконливої мови та багатого уяви. Метод полягає у розгляді кількох різних сценаріїв, які характеризують розвитку ситуації. Намір переконати особу, яка приймає рішення, зваження на чинник невизначеності й розроблення стратегії для будь-яких обставин. Під час розгляду цілого набору сценаріїв зменшується ймовірність непередбаченої ситуації. Крім того, усвідомлює внутрішню невизначеність процесу прийняття рішення, якщо остаточно не впевнений у доцільності жодного із варіантів

1.2. Процедура проведення експертизи й аналіз експертних оцінок

Для проведення якісної експертизи необхідні такі умови:

- Наявність експертної комісії, яка складається з фахівців, знайомих з об'єктом експертизи, котрі мають досвід експертної роботи
- Існування аналітичної групи, яка професійно виконує функції організації та проведення експертиз, методами отримання експертної інформації.

- Отримання надійної експертної інформації.
- Коректне оброблення й аналіз експертної інформації

Відокремлюють такі **основні етапи експертизи**:

1. Формулювання мети експертизи.
2. Побудова об'єктів оцінювання або їхніх характеристик

оцінки. Вони характеризують суб'єктивні думки. Бальна обмежений ряд рівновіддалених одне від одного чисел. Бальних двох видів:

1) оцінки першого виду здійснюють згідно з об'єктивним загальноприйнятим еталоном і відповідно до градацій і точніше характеристика й оцінка відхилення від еталону довіра до нього. Отже, оцінювання здійснюють за бальною

2) бальну оцінку другого виду застосовують, коли загальноприйнятих еталонів, а й навіть сумнівною є об'єктивного критерію, що забезпечує суб'єктивні відомості оцінок. У цьому разі йдеться про порядкову (або рангову) можна порівнювати за принципом «більше-менше».

Наступний вид оцінювання ранжування. Це впорядкування зменшенням віддання переваги (допускається рівноцінність оцінок).

Існує метод попарного порівняння, який іноді здійснюють як якісного порівняння двох об'єктів, ніж оцінювання їх за порядковою шкалою. Для впорядкування об'єктів на основі критерію подеколи доцільним є метод середньої точки: гірший об'єкти; потім об'єкт, який може розташовуватися між ними, потім об'єкти, які можна розташувати посередині між знайденим середнім, а також посередині між кращим і середнім.

Для отримання й оброблення кількісними методами інформації використовують вербально-числові шкали найменуваннями певних градацій і відповідними їм числами або діапазонами числових значень. Відома вербально-числова шкала Харрінгтона, яка має такий вигляд:

Найменування градації	Числові інтервали
Дуже висока	1,00,8
Висока	0,80,63
Середня	0,630,37

◆ Показниками *узагальненої думки експертів* мо статистичне значення M_i , величини оцінки певного i -го Його обчислюють за формулою

$$M_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}, \quad (2.2.1)$$

де x_{ij} оцінка i -го об'єкта j -м експертом;
 n кількість експертів у групі.

M_i визначають для кожного із m об'єктів експерти може коливатися у межах від 0 до 100 балів. Чим більш вагомим є об'єкт i .

Частоту k_{100i} максимально можливих оцінок (100 б i -м напрямом досліджень, обчислюють за формулою:

$$k_{100i} = \frac{n_{100i}}{n}, \quad (2.2.2)$$

де n_{100i} кількість 100-бальних оцінок, наданих i -му об'єкту.

Цю величину розраховують для кожного з n напрямом може коливатися у межах від 0 до 1. Нижня межа відпо серед оцінок, одержаних i -м напрямом досліджень, н можливих (100 балів) оцінок, а верхня випадку, коли всі м напрямом досліджень, є максимально можливими. Важ го напрямом досліджень зростає в разі змінення k_{100i} від 0 слід розглядати як додатковий до основного показника характеризує значущість об'єкта i з точки зору кількості «перших місць».

Поряд із середнім статистичним (M_i) і частотою мак оцінок (k_{100i}), судження про важливість того чи іншого п дає *сума рангів оцінок, одержаних i -м напрямом до використовують також у визначенні рівня узгодженості ду рангів S_i , наданих n експертами об'єкту i , визначають за фо*

$$S_i = \sum_{j=1}^n R_{ij}, \quad (2.2.3)$$

де R_{ij} ранг наданий j -м експертом об'єкту i .

$$V_i = \frac{\sigma_i}{M_i} \cdot \quad (2.2.6)$$

Коефіцієнт варіації V_i визначають для кожного напрямку, який характеризує рівень узгодженості думок експертів стосовно важливості i -го об'єкта. Чим менше значення V_i , тим вищий рівень узгодженості думок стосовно відносної важливості i -го об'єкта.

Показником рівня узгодженості думок експертів стосовно важливості сукупності всіх запропонованих до оцінювання об'єктів є *коефіцієнт конкордації* w . Його визначають для кожного об'єкта «оцінка важливості» шляхом обчислення таких показників як середньої арифметичної \bar{S} сум рангів оцінок, наданих експертами:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}; \quad (2.2.7)$$

де m — кількість об'єктів експертизи, $i = \overline{1, m}$;

d_i — відхилення суми рангів оцінок, одержаних об'єктом i від середньої арифметичної суми рангів оцінок, одержаних усіма експертами:

$$d_i = S_i - \bar{S}; \quad (2.2.8)$$

T_j — показники T_j однакових рангів оцінок, наданих j -м експертом, m — кількість об'єктів, наданих j -м експертом, різні, то $T_j = 0$. Якщо всі оцінки експерта трапляються однакові, тоді:

$$T_j = \sum_{l=1}^{L_j} (m_{lj}^3 - m_{lj}), \quad (2.2.9)$$

де L_j — кількість груп однакових рангів;

m_{lj} — кількість об'єктів, які утворюють l -у групу однакових рангів.

Потім обчислюють коефіцієнт конкордації w за формулою:

$$w = \frac{12 \sum_{i=1}^m d_i^2}{n^2 (m^3 - m) - n \sum_{j=1}^n T_j}. \quad (2.2.10)$$

Коефіцієнт конкордації коливається в межах від 0 до 1.

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{\sum_{i=1}^m \varphi_i^2}{\frac{1}{6}(m^3 - m) - \frac{1}{12}(T_\alpha - T_\beta)}, \quad (2.2.11)$$

де φ_i різниця (за модулем) величин рангів об'єктів досліджень, заданою експертами α і β , $\varphi_i = |R_{i\alpha} - R_{i\beta}|$;

T_α, T_β показники однакових рангів оцінок експертів α і β .

Коефіцієнт парної рангової кореляції може набувати значення $\rho = +1$ відповідає цілковитій узгодженості поглядів експертів. Значення $\rho = -1$ показує, що думка одного експерта є протилежною до думки іншого.

Багатокутник також дає змогу визначити групи експертів, у яких узгодженість поглядів велика, тоді як між групами експертів існує неузгодженість.

Чим нижчий рівень статистичної значущості показує результат порівняння поглядів експертів, тим більшою є імовірність існування узгодженості поглядів експертів.

Для визначення довірчої імовірності коефіцієнта узгодженості використовують критерій χ^2 з $(m - 1)$ ступенями свободи:

$$\chi^2 = \frac{12 \sum_{i=1}^m d_i^2}{m \cdot n(m+1) - \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^n T_j^2} \quad (2.2.12)$$

◆ **Показник активності експертів k_{aei}** визначають так:

$$k_{aei} = \frac{n_i}{n}, \quad (2.2.13)$$

де n_i кількість експертів, котрі оцінювали об'єкт i ; n загальна кількість експертів.

$$K = 0,5 \frac{\sum_{i=1}^m v_i}{\sum_{i=1}^m v_{i \max}} + \frac{\lambda}{\rho}, \quad (2.2.14)$$

де v_i вага показника, закресленого експертом стосовно в анкеті у балах;

$v_{i \max}$ максимальна вага (межа шкали) i -ої характеристики;
 m загальна кількість характеристик компетентності в анкеті;
 λ вага клітинки, закресленої експертом у шкалі самооцінки експерта;
 ρ межа шкали самооцінки експерта в балах.

Показником компетентності експерта може слугувати

$$k_k = \frac{k_z + k_a}{2}, \quad (2.2.15)$$

де k_k коефіцієнт компетентності експерта;

k_z коефіцієнт міри ознайомлення експерта з обговорюваним питанням;

Він визначається шляхом самооцінки експерта за десятибалльною шкалою.
 Значення балів для самооцінки:

0 експерт не розуміється на питанні;

1, 2, 3 експерт мало розуміється на питанні, але воно його цікавить;
 його інтересів;

4, 5, 6 експерт задовільно розуміється на питанні, бере участь у
 безпосередньої участі в практичному розв'язанні його;

7, 8, 9 експерт добре розуміється на питанні, бере участь у
 розв'язанні його;

10 питання належить до кола вузької спеціалізації експерта, який
 пропонують самому оцінити міру обізнаності з питанням і поставити
 відповідний бал, який потім помножують на 0,1 і отримують коефіцієнт

k_a коефіцієнт аргументації, який розраховують як середнє арифметичне з таблиці оцінок джерел інформації. У цій таблиці експерт оцінює джерело інформації за шкалою А (висока), С (середня), Н (низька).

Трьом експертам треба визначити рейтинг п'яти об'єктів за привабливості інвестицій за б...
 Кожен експерт оцінює міру привабливості інвестицій за б...

Потрібно встановити, чи є в наведених результатах певної відносної привабливості сукупності запропонованих до інвестування і якщо є, тоді визначити їхні реальні рейтинги.

Розв'язок. Підрахуємо суму квадратів відхилень конкордації w .

Напрямок інвестування	Сума рангів оцінок $\sum_{i=1}^m S_i$	Квадрати рангів оцінок
А	6	36
Б	8	64
В	4	16
Г	13	169
Д	14	196
Разом	45	481

$$d_i^2 = \sum_{i=1}^m S_i^2 - \frac{(\sum S_i)^2}{m} = 481 - (45^2)/5 = 76;$$

$$w = \frac{12 \cdot d_i^2}{n^2(m^3 - m)} = \frac{12 \cdot 76}{3^2(5^3 - 5)} = 0,844.$$

Оскільки значенню $d_i^2 = 76$ відповідає рівень значущості в межах $(0,0053; 0,015)$, гіпотезу про неузгодженість відхиляють з імовірністю похибки, яка не перевищує α . Розташувати об'єкти за їхньою інвестиційною прибутковістю, наприклад, за сумами номерів S_i .

Так, напрямок А має посісти друге місце, напрямок Б – третє, напрямок В – на перше місце, потім йдуть напрямки Г і Д.

Завдання для перевірки знань

12. Показники узагальненої думки експертів
13. Визначення рівня узгодженості думок експертів.
14. Показник активності експертів k_{aei}
15. Аналіз компетентності експертів.

Зміст лекції №2 Оцінювання якості пр

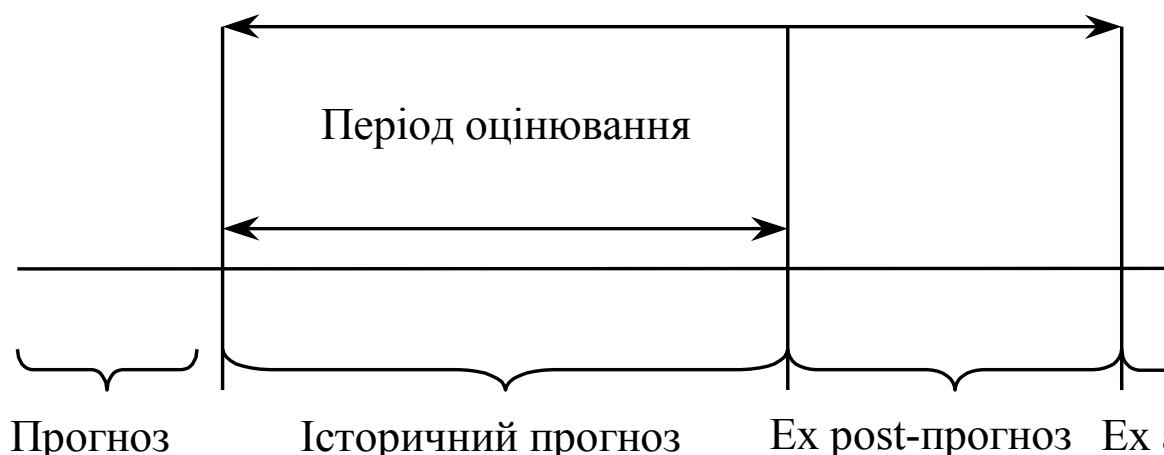
- 2.1. Критерії визначення якісного прогнозу.
- 2.2. Побудова комбінованого прогнозу.

2.1 Критерії визначення якісного прогнозу

Якість прогнозу характеризують такі поширені в літературі терміни, як точність і надійність. Проте зміст цих термінів тлумачать досить неоднозначно. Це можна пояснити тим, що не знайдено ефективного підходу до оцінювання якості прогнозу без практичного підтвердження.

Про точність прогнозу прийнято судити за розміром різниці між прогнозовим і фактичним значеннями показника. Але такий підхід можливий лише тоді, якщо є інформацію стосовно справжніх значень часового ряду, який є час розроблення прогнозів. Наприклад, період випередження прогнозу і дослідник має фактичні значення змінної (це характерно для короткотермінового прогнозування) або прогноз по часу розроблення, тобто прогнозування здійснюється для певного часу минулому, для якого існують фактичні дані. Спрощений варіант прогнозування показано на рис. 2.2.1.

Доступні фактичні значення



$$MSE = \frac{\sum_{i=n-m+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}, \quad (2.2.1)$$

корінь із середньоквадратичної похибки

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=n-m+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}}, \quad (2.2.2)$$

середня абсолютна похибка:

$$MAE = \frac{\sum_{i=n-m+1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{m} \quad (2.2.3)$$

корінь із середньоквадратичної похибки у відсотках:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{m} \sum_{i=n-m+1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2}, \quad (2.2.4)$$

середня абсолютна похибка у відсотках (MAPE):

$$MAPE = \sum_{i=n-m+1}^n \frac{100 |y_i - \hat{y}_i|}{m |y_i|}, \quad (2.2.5)$$

Чим менше значення цих величин, тим вища якість прогнозу. У практиці ці характеристики використовують досить часто, щоб отримати гарні результати, якщо на періоді ретропрогнозу не виникли нові закономірності. На підставі останніх двох критеріїв можна зробити висновок стосовно загального рівня адекватності моделі при порівнянні.

MAPE, RMPSE	Точність прогнозу
Менше 10 %	Висока
10 % — 20 %	Добра

$$U = \frac{\sqrt{\sum (\hat{y}_i - y_i)^2 / m}}{\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i^2} + \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{y}_i^2}}$$

Перевага коефіцієнта Тейла полягає в тому, що його значення перебувають у межах від нуля до одиниці. Якщо всі прогнози дорівнюють фактичним значенням, то $U = 0$. Якщо всі прогнози дорівнюють нулю, а жодне з фактичних значень не дорівнює нулю або навпаки, U дорівнюватиме одиниці. Значення U засвідчує, що прогноз є точним, але максимальне значення U існує. Значення, яке дорівнює одиниці, відповідає ситуації, коли всі фактичні значення дорівнюють нулю, що нереально під час прогнозування величин, але під час розгляду змін такий прогноз відповідає ситуації «без змін». Більші за одиницю значення вказують на те, що прогноз є «некоректним».

Коефіцієнт невідповідності Тейла (U) може бути розбито на три частини:

пропорцію зсунення,

$$U^M = \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{y_i}}$$

пропорцію дисперсії

$$U^S = \frac{(\sigma_y - \sigma_{\hat{y}})^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{y_i}}$$

пропорцію коваріації

$$U^C = \frac{2(1-\rho)(\sigma_y \cdot \sigma_{\hat{y}})}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Зазначимо, що $U^M + U^S + U^C = 1$. Критерій зсування використовується, щоб перевірити, чи є систематичне виведення фактичних значень та фактичних рядів, тобто чи є модель

моделі можуть бути неточними, але мати гарний дисперсійний розподіл. Загалом може бути певний компроміс між точністю та властивостями моделі. Формального тесту для оцінки точності не існує. Проте візуальний огляд розрахованих та фактичних даних одразу виявляє, здатна модель відтворювати критичні точки.

Обговорені характеристики точності прогнозів є лише в тому сенсі, що вони потребують виконання заданих властивостей математичного сподівання та дисперсії, нормальності відповідних розподілів. Наприклад, використовуючи статистичні методи, неявно припускаємо, що всі похибки прогнозу мають нормальний математичний сподівання та дисперсії. У реальних екологічних даних найчастіше порушуються припущення гомоскедастичності та автокореляції. Можна стверджувати, що кожного разу при порівнянні нових ситуацій, отже, порівняння числової точності прогнозів в різні моменти часу, не зовсім коректне. Наведені методи використання непараметричних методів аналізу точності прогнозів.

Непараметричні методи аналізу точності прогнозів

Непараметричні методи не залежать від вигляду розподілу, тож не потребують перевірки щодо нормальності розподілів. Це особливо корисно, коли дані не відповідають, які внаслідок чого викликають використання числових шкал. Розглянемо деякі непараметричні критерії: критерій знаків та рангові критерії.

Критерій знаків для порівняння точності двох прогнозів базується на відсотку випадків, коли метод А є кращим, ніж метод В. Таке порівняння здійснюють для двох прогнозів однакових подій (змінних). Якщо обидва методи мають рівну точність, імовірність відповіді «так» на запитання «чи прогноз А кращий, ніж прогноз В» становить 0,5 для кожного з m випадків прогнозів. Якщо прогноз А кращий, підпорядковано біноміальний розподіл ймовірностей

$$p(K = x) = C_m^x 0,5^x 0,5^{m-x}$$

Отже, можна підрахувати імовірність того, що K випадків прогнозів значна, для оцінювання ймовірності того, що прогноз А кращий, ніж прогноз В. Використати нормальну апроксимацію біноміального розподілу.

потім перевіряють на значущість. Наприклад, якщо послідовності показників A та B одержують за допомогою k методів, то обчислюють MSE , потім їхні значення ранжують від 1 (найменша MSE) (найбільша MSE) (відповідні ранги позначають через R_A , R_B). Після знаходження різниць (d_i) між рангами обчислюють кореляції Спірмена:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}.$$

За нульову гіпотезу приймають відсутність залежності між методами, тобто жоден з методів не є гіршим за решту. Гіпотеза відхиляється, якщо значення r_s досить велике.

Хоча непараметричні методи мають свої переваги, слід усвідомлювати, що вони ігнорують частину доступної інформації. Критерії знаків та рангів не враховують числових значень показників.

Розмір помилки ретроспективного прогнозу не може бути остаточним доказом придатності або, навпаки, непридатності методу прогнозування. До неї варто ставитися з відомою обережністю при застосуванні її як міри точності необхідно пам'ятати, що при використанні лише частини наявних даних. Проте ця помилка є більшою наочністю і теоретично надійніша, ніж похибка прогнозу для періоду, характеристики котрого вже були використані для визначення параметрів моделі.

Перевірка гіпотези стосовно правильності вибору моделі. У практичній роботі проблему точності прогнозу треба розглядати до того періоду випередження ще не минуло, і справжнє значення прогнозу невідоме. У цьому разі проблему точності можна розглядати як порівняння зіставлення апріорних якостей, властивостей прогностичних моделей. Ідеться про статистичний аналіз залишків, тобто відхилення фактичних значень від прогнозованих. Досліджування залишкової компоненти здійснюють із метою перевірити чи правильно підібрано тренд; чи становить залишок стаціонарний випадковий процес. У разі підтвердження гіпотези можна зробити за обома складовими часового ряду: за трендом та залишком.

позначимо e_t розбіжність між фактичними і розрахованими рівнями часового ряду $e_t = y_t - \hat{y}_t$ ($t = 1, 2, \dots, n$).

Критерій серій, ґрунтований на медіані вибірки. Серійний ряд із величин e_t розташовують у порядку зростання і знаходять медіану e_m одержаного варіаційного ряду, що перебуває в середині для непарного n або середню арифметичну середніх значень для n парного. Повертаючись до вхідної послідовності, порівнюючи значення цієї послідовності з e_m , ставлять знак «плюс», якщо значення e_t перевищує медіану, і знак «мінус», якщо воно менше. У випадку однаковості порівнюваних величин відповідні місця пропускають. Отже, одержують послідовність, що складається з плюсів і мінусів, загальна кількість яких не перевищує n . Послідовність, що складається з одного за одним плюсом або мінусом називають серією. Якщо вибірка була випадковою вибіркою, довжина найдовшої серії не повинна бути великою, а загальна кількість серій – занадто малою.

Позначимо довжину найдовшої серії через K_{\max} , а загальну кількість серій – через ν . Вибірка вважається випадковою, якщо виконуються наступні умови для 5 %-го рівня значущості:

$$K_{\max} < [3,3(\ln n + 1)],$$
$$\nu > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right],$$

де квадратні дужки означають цілу частину числа.

Якщо хоча б принаймні з цих нерівностей порушені умови, це свідчить про те, що випадковий характер відхилень рівнів часового ряду від тренду не відповідає дійсності, а модель тренду визнається неадекватною.

Перевірка гіпотези стосовно нормального закону розподілу компонентів. У деяких випадках, наприклад під час перевірки гіпотези про нормальний закон розподілу компонентів прогнозу за авторегресійними моделями, необхідно

$$\hat{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^3}}; \quad \hat{\sigma}_{\hat{A}} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}; \quad (2.2.14)$$

$$\hat{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^2} - 3; \quad \hat{\sigma}_{\hat{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+4)}}$$

У цих формулах \hat{A} — вибіркова характеристика асиметрії; $\hat{\sigma}_{\hat{A}}$ — середньоквадратична характеристика ексцесу; \hat{E} — вибіркова характеристика ексцесу; $\hat{\sigma}_{\hat{E}}$ — середньоквадратична характеристика асиметрії.

Якщо одночасно виконуються такі нерівності:

$$\left| \hat{A} \right| < 1,5 \hat{\sigma}_{\hat{A}}; \quad \left| \hat{E} + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5 \hat{\sigma}_{\hat{E}}, \quad (2.2.16)$$

то гіпотезу про нормальний характер розподілу випадкової величини відхиляють.

Якщо виконується принаймні одна із нерівностей

$$\left| \hat{A} \right| \geq 2 \hat{\sigma}_{\hat{A}}; \quad \left| \hat{E} + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2 \hat{\sigma}_{\hat{E}}, \quad (2.2.17)$$

гіпотезу про нормальний характер розподілу відхиляють, а гіпотезу про нормальний характер розподілу вважають неадекватною. Інші випадки потребують додаткової перевірки за допомогою складніших критеріїв. Для адекватних моделей запитання щодо оцінювання їхньої точності. Вважається, що розбіжність між фактичними й розрахованими значеннями статистик відображають досліджуваний процес у майбутньому. Для визначення рівня близькості використовують такі описові статистики:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}, \quad (2.2.20)$$

коефіцієнт детермінації (чим ближче до 1, тим точніша модель)

$$R^2 = 1 - \varphi^2. \quad (2.2.21)$$

У формулах (2.2.18—2.2.21) n – кількість рівнів пояснювальних змінних у моделі, \hat{y}_t – оцінки рівнів ряду, \bar{y}_t – середнє арифметичне значення вибірки.

На підставі розглянутих показників можна з кількох обрати найточнішу. Помилка прогнозу, обчислена за цими характеристиками котрого вже були використані при оцінці моделі, як правило, буде незначною та мало залежати від обґрунтованості, застосованої для побудови моделі.

Оскільки формально-статистичний вибір кращої моделі в випадках не гарантує цілковитої впевненості в його якості, то добрий прогноз можна отримати і на підставі поганої моделі. Проте про якість застосовуваних методик і моделей у прогнозуванні можна судити лише за сукупністю зіставлень прогнозів і їх реалізації. Під час вибору від обраної методики та моделі прогнозування джерелами помилок можуть бути:

- 1) природа змінних (випадковий характер зміни змінних, коли прогноз відхилятиметься від справжніх величин, наприклад, якщо модель правильно специфікована, її параметри точно відомі);
- 2) природа моделі (сам процес оцінювання параметрів та отримання оцінок параметрів);
- 3) помилки, привнесені прогнозом незалежних змінних (пояснювальних змінних);
- 4) помилки специфікації моделі.

Інтегровані критерії точності й адекватності. Інтегровані критерії точності й адекватності, а також критерії якості прогнозування полягає у тому що формується скла-

критерію Дарбіна-Ватсона та характеристики нормальної залишкової компоненти. Числове значення узагальнено перебуває у діапазоні від 0 до 100 (мінімум від неправильній моделі, а максимум – моделі, що ідеально показника). Досвід застосування цього показника свідчить про перевагу моделей, оцінка якості яких не менша за 75.

Наведені вимірювання якості прогнозу виходять з відхилення його від фактичних значень, але зрозуміло, що прогнозувати простіше, ніж інші. Так, вважається, що рахунок платіжного балансу, який визначається великомасштабних показників – імпорту та експорту, – гірше, ніж величини, які змінюються відносно повільно, наприклад рівень безробіття. Отже, для визначення оптимального прогнозу системний критерій. Точніше оптимальний прогноз слід визначати за функції витрат користувача прогнозу, тобто з аналізу збитків від прогнозу, а також із порівняння додаткового виграшу від прогнозу та витрат на вдосконалення прогнозу. Таким чином, оптимальний прогноз – це найкращий прогноз, який можна одержати за наявних обставин.

Оптимальний прогноз – це зроблене на підставі передбачення, яке використовує всю доступну на момент прогнозу інформацію. Для оптимального прогнозу граничний витрати збігаються.

Оптимальний прогноз іще називають прогнозом раціональності.

Раціональні сподівання можуть відрізнятися від фактичних, яка різниця має бути випадковою й непередбачуваною. Особливо сподівання ґрунтуються на коректній економічній теорії, в якій властивості незсуненості (за умови квадратичної функції витрат) є ефективною.

$$y_t = \alpha + \beta \hat{y}_t + \varepsilon_t, \quad (2.2.22)$$

де Y_t — ряд фактичних значень або спостережень;

\hat{y}_t — ряд прогнозованих значень;

ε_t — випадкові залишки.

Перевірка ефективності є складнішою оскільки неможливо визначити відповідний масив інформації, стосовно якого дані будуть некорельованими.

Узагальнюючи огляд критеріїв визначення якості прогнозу, можна стверджувати, що варто користуватися системою критеріїв, враховувати:

- кількість зусиль, витрачених на побудову та тестування готових комп'ютерних програм;
- швидкість, із якою метод уловлює істотні зміни, наприклад раптовий зсув математичного сподівання або нахилу лінії тренду;
- існування серійної кореляції у помилках;
- незмінюваність первинних даних;
- повний обсяг роботи в деяких сферах діяльності, де щомісяця потребують оновлення, невеликі витрати й першорядне значення;
- терміновість прогнозування.

2.2.2 Побудова комбінованого прогнозу

Формулювання проблеми. Серед дослідників немає консенсусу щодо існування найкращого методу прогнозування. Додатково різноманітних підходів до прогнозування доводить, що це призводить до різних результатів. Отже, як правило, немає єдиного відмінних прогнозів одного економічного показника. Питання полягає в тому, чи переважає якийсь метод решту, і чи можливо якимось чином порівняти прогнози, одержані різними методами, щоб побудувати узгоджений прогноз, який буде точніший за індивідуальні?

Об'єднання можна здійснювати як на підставі прогнозів різних джерел, наприклад, експертним шляхом і за допомогою статистичних моделей із застосуванням, побудованими за допомогою статистичних методів цього класу.

Спосіб об'єднання окремих прогнозів, як правило, можна представити комбінований прогноз у вигляді зваженої суми окремих прогнозів:

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^M k_i \hat{y}_{it}, \quad (2.2.23)$$

де \hat{y}_{it} — i -й окремий прогноз, одержаний для моменту часу t ; M — кількість об'єднуваних прогнозів;

k_i — вагові коефіцієнти окремих прогнозів. $0 \leq k_i \leq 1$.

Сума всіх вагових коефіцієнтів має давати одиницю і перебувати в інтервалі $[0, 1]$. Очевидно, що головна проблема, що виникає, — визначення ваг k_i , оскільки саме вони визначають вагу кожного окремого прогнозу в об'єднаному прогнозі. На практиці завжди прагнуть надати більшу вагу тому набору прогнозів, який містить менші за величиною систематичні похибки. Існує чимало способів визначення ваг, найбільш відомими серед яких є два:

- дисперсійно-коваріаційний метод, що дає змогу об'єднати незміщені прогнози у лінійну комбінацію з найменшою дисперсією. Коефіцієнти окремих прогнозів залежать від дисперсій та кореляційних коефіцієнтів між прогнозами;
- регресійний метод, який є узагальненням дисперсійно-коваріаційного на випадок зсушеності прогнозів.

Спосіб комбінування прогнозів, одержаних за статистичними методами одного класу, породжує низку питань. Наприклад, як об'єднуватися, якою має бути кількість прогнозів та пріоритетність кожного з них тощо. Об'єднання прогнозів пов'язано з такими проблемами, як корельованість прогнозів, одержаних за різними методами, і те, як похибок прогнозу змінюватися із часом, зміщення комбінованого прогнозу тощо.

Нехай маємо на період t два незсунені прогнози яких σ_1^2 та σ_2^2 і коваріація σ_{12} . Новий незсунений прогноз правилом

$$\hat{y}_t = k \hat{y}_{1t} + (1-k) \hat{y}_{2t}. \quad (2.2.24)$$

Дисперсія похибки комбінованого прогнозу дорівнюватиме

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = k^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}) - 2k (\sigma_2^2 - \sigma_{12}) + \sigma_2^2.$$

Мінімізуючи цей вираз за k , одержимо, що

$$k = (\sigma_2^2 - \sigma_{12}) / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}). \quad (2.2.26)$$

Отже, ваги в оптимальній лінійній комбінації залежать від дисперсій похибок прогнозу, звідки й походить назва коваріаційний метод.

Кореляція між похибками окремих прогнозів дорівнює ρ . Підстановка замість σ_{12} та k у (2.2.25) дає

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2)}{(\sigma_1 - \rho \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 (1 - \rho^2)}. \quad (2.2.27)$$

Звідси можна показати, що $(\sigma_1^2 - \sigma_{\hat{y}}^2) \geq 0$ та $(\sigma_2^2 - \sigma_{\hat{y}}^2) \geq 0$

дорівнює мінімальному з σ_1^2 та σ_2^2 . Отже, комбінований прогноз не менш точний за кращий із двох прогнозів, які взято як критерій.

Оптимальну величину k не можна одержати на початку прогнозу, оскільки вона змінюється мірою накопичення інформації відносно ефективності двох окремих прогнозів. Більше того, на початку стадії ще невідомі ані дисперсії похибок окремих прогнозів, ані коефіцієнти кореляції між цими похибками. Їх можна одержати за допомогою формули Узагальнення цього методу до комбінування M прогнозів дає наступну формулою:

- по-третє, якщо коваріація похибок прогнозів додається до дисперсій (наприклад, якщо $\sigma_2^2 - \sigma_{12}$ від'ємне), одна варіанса інша перевищуватиме одиницю. Зауважимо, що відношення обов'язково свідчить про хибність прогнозу;

- по-четверте, коли дисперсія похибки прогнозу прямує до одиниці. Отже, чим надійніший прогноз, тим більшу вагу він має.

Регресійний метод є узагальненням дисперсійно-коваріаційного методу. Його можна тлумачити як оцінювання параметрів регресійної моделі:

$$\hat{y}_t = \beta_0 + \beta_1 \hat{y}_{1t} + \beta_2 \hat{y}_{2t} + \dots + \beta_M \hat{y}_{Mt} + v_{1t}, \quad (2.2.29)$$

де збурення v має нульове середнє.

Новий комбінований прогноз є лінійною комбінацією прогнозів:

Коефіцієнти β_i , $i = 0, 2, \dots, M$ оцінюються за методом найменших квадратів.

Якщо всі прогнози є незсуненими, то доданок β_0 можна вважати постійним. У разі значення коефіцієнтів збігатимуться із оцінками, отриманими попереднього методу.

Завдання для перевірки знань

1. Критерії точності прогнозу.
2. Параметричні методи аналізу точності прогнозів (періодичні моделі).
3. Коефіцієнт невідповідності Тейла (формульний вигляд).
4. Коефіцієнт невідповідності Тейла (U) може бути розбито на дві частини: U_1 та U_2 . Як вони пов'язані? Які частини: U_1 , U_2 , які?
5. Непараметричні методи аналізу точності прогнозів (періодичні моделі).
6. Критерій знаків (формульний вигляд).
7. Рангові критерії (формульний вигляд).
8. Про якість застосовуваних методик і моделей у прогнозуванні можна судити...
9. Джерелами помилок прогнозу можуть бути...
10. Інтегровані критерії точності й адекватності (короткі моделі).

3.1. Інформаційне представлення динаміки економічних процесів

Соціально-економічні процеси найчастіше спостерігаються в порядку послідовних, розташованих у хронологічному порядку того показника.

Динамічний ряд — це сукупність спостережень, впорядкованих залежно від значень іншого показника, зростають або спадають.

Часовий ряд (time series) — це ряд динаміки, впорядкований за часом, або сукупність спостережень економічної величини в різні моменти часу.

Теоретично вимірювання можна реєструвати безперервно, але на практиці їх здійснюють через однакові проміжки часу, тобто дискретно, за допомогою елементів вибірки. Складовими рядів спостережень є окремі спостереження показника, які називають *рівнями* ряду, та *моменти* або *моменти часу*, в яких належать рівні. Часовий ряд (ЧР) можна записати у вигляді:

$$y_t, t = 1, 2, \dots, n,$$

де t — рівновіддалені моменти спостережень (години, місяць, квартал, рік тощо)¹⁶. Під *довжиною* часового ряду розуміють інтервал від першого до останнього моменту спостереження. Часовий ряд називають кількістю рівнів n , які утворюють часовий ряд.

Залежно від характеру досліджуваних соціально-економічних процесів часові ряди поділяють на моментальні, інтервальні та похідні.

Часові ряди, утворені показниками, що характеризують певне явище на певні моменти часу, називають *моментальними*. Наприклад, часовий ряд є дані щодо розміру виданих позичок відділенням (див. 2.3.1).

МОМЕНТАЛЬНИЙ ЧАСОВИЙ РЯД

Дата надання позички	01.10.	05.10.	12.10.	23.10.	0
----------------------	--------	--------	--------	--------	---

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Кв
Валовий внутрішній продукт, млн грн	6578	7016	7353	73

Часові ряди можуть бути створені як із абсолютних з показників, так і з середніх або відносних величин — це *п* такого ряду наведено в табл. 2.3.3.

ЧАСОВИЙ РЯД, УТВОРЕНИЙ ІЗ СЕРЕДНІХ ЗНАЧЕ

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Квітень
Середня зарплата загалом, грн/міс.	152,2	153,7	165,8	161,6

Основні характеристики динаміки розвитку соці процесів. Для аналізу соціально-економічних показників моментальних або інтервальних часових рядів, а також рів часто доводиться перетворювати на відносні величини характеристики динаміки розвитку соціально-економічних розрахунки наведено в табл. 2.3.4.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМІКИ ЧАСОВО

Характеристики	Розрахункові формули
<i>1</i>	<i>2</i>
1. Абсолютний приріст	$\Delta y_i = y_i - y_{i-k}$

6. Середня арифметична	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$
7. Середня хронологічна	$\bar{y} = \frac{\sum y_i t}{\sum t}$
8. Середній абсолютний приріст	$\overline{\Delta y}_k = \frac{y_i - y_{i-k}}{k}$
9. Середній темп зростання	$\bar{T}(zp) = n-1 \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}$
10. Середній темп приросту	$\bar{T}(np) = \bar{T}(zp) - 100\%$

Для визначення змін, що відбуваються з досліджуваним показником, передусім обчислюють швидкість розвитку цього явища за певний період часу. Швидкості слугує **абсолютний приріст**, який характеризує зміну показника за інтервал часу між порівнюваними періодами за наступною формулою:

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-k},$$

де y_t — i -й рівень часового ряду ($i = 2, 3, \dots, n$);

k — індекс початкового рівня; $k = 1, 2, \dots, n-1$ і може бути як парним, так і непарним, чим залежно від мети дослідження: за $k=1$ отримують **лагові** показники, за $k=i-1$ отримують **базові** показники із базовим початком, тощо.

Точніше, швидкість зміни показника характеризує швидкість зростання за одиницю часу; ця величина має назву **середнього абсолютного приросту**, який обчислюють за наступною формулою:

$$\overline{\Delta y}_k = \frac{y_i - y_{i-k}}{k}.$$

темпами зростання й приросту). Зазначимо, що в усіх н індекс початкового рівня, стосовно якого здійснюють визначають за допомогою індексу k , як і раніше для пок приросту.

Коефіцієнт зростання для i -го періоду обчислюють

$$K_{i(\text{зр})} = \frac{y_i}{y_{i-k}},$$

$K_{i(\text{зр})} > 1$, якщо рівень підвищується; $K_{i(\text{зр})} < 1$, якщо рів $K_{i(\text{зр})} = 1$ рівень не змінюється.

Коефіцієнт приросту дорівнює:

$$K_{i(\text{нр})} = K_{i(\text{зр})} - 1 \text{ або } K_{i(\text{нр})} = \frac{y_i - y_{i-k}}{y_{i-k}}$$

На практиці часто застосовують показники **темпу зростання** та **темпу приросту**:

$$T_{i(\text{зр})} = \frac{y_i}{y_{i-k}} \cdot 100\%$$

де $T_{i(\text{зр})}$ — темп зростання для i -го періоду;

$$T_{i(\text{нр})} = T_{i(\text{зр})} - 100\% \text{ або } T_{i(\text{нр})} = \frac{y_i - y_{i-k}}{y_{i-k}} \cdot 100\%$$

де $T_{i(\text{нр})}$ — темп приросту для i -го періоду. Темп п скільки відсотків рівень одного періоду збільшився сто періоду, тобто цей показник характеризує відносну ве відсотках.

Порівняння абсолютного приросту та темпу прир

де $T_{1(зр)}, T_{2(зр)}, \dots, T_{n(зр)}$ — середні темпи зростання часу.

Відповідно *середній темп приросту* визначають як:

$$\bar{T}_{(нр)} = \bar{T}_{(зр)} - 100\% .$$

Показник середнього темпу зростання, обчислюваний за допомогою середньої геометричної (2.3.8), має суттєві недоліки, оскільки при зіставленні останнього та початкового рівнів часового ряду уваги не беруться. У разі суттєвого коливання рівнів використання середньої геометричної темпу зростання для статистичного аналізу призводить до серйозних помилок, внаслідок чого реальна тенденція може бути викривлена.

Сучасні способи розрахунків середнього темпу зростання позбавлені недоліків середньої геометричної. Наприклад, для обчислення середнього темпу зростання пропонується використовувати

$$\bar{T}_{(зр)} = \sqrt[n-1]{\frac{\hat{y}_n}{\hat{y}_1}} ,$$

де \hat{y}_1, \hat{y}_n — згладжені за рівнянням тренду (середній темп зростання) перший та останній рівні часового ряду. Порядок тренду розглянуто в розділі 2.2 частини II. У моделі з коливання проміжних рівнів часового ряду, тому обчислення

\hat{y}_1 та \hat{y}_n та середній темп зростання (2.3.10) точніше характеризують зміну економічного явища впродовж інтервалу дослідження.

Якщо тенденція часового ряду не змінюється, то характерною характеристикою *середнього рівня ряду*. В інтервальному ряду однаково розташованими в часі рівнями середній рівень ряду обчислюється за формулою простої середньої арифметичної (тут і далі до

Для моментального ряду з однаково розташованими середню хронологічну розраховують за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n - 1},$$

де n — кількість рівнів ряду.

Середню хронологічну для моментального часового ряду розташованими в часі рівнями розраховують за формулою:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum t}$$

Тут n — кількість рівнів ряду, а t — період часу, між рівнями ряду від $(t + 1)$ -го рівня.

Коригування рівнів часового ряду. Часовий ряд припускає об'єктивний закон зміни економічного показника, коли порівнянними, однорідними, сталими та мають достатню кількість спостережень. Невиконання однієї із цих умов робить застосування математичного апарату для аналізу часового ряду неможливим.

Порівнянність означає, що рівні часових рядів повинні мати однакові одиниці вимірювання, однакову періодичність обліку окремих рівнів, однаковий ступінь агрегування, обчислюватися за тією самою методикою. Найпоширенішими є такі причини невідповідності:

- за територією, внаслідок зміни кордонів регіонів, зміни статистичні дані;
- за колом охоплення об'єктів і підпорядкуванням власності. Наприклад, унаслідок переходу частини підприємств до іншого;
- за часовим періодом, коли дані кількох років мають різні дати, або місяці мають різну тривалість, на порівняння і соціологічних даних впливають свята;
- через розбіжність у структурі одиниць сукупності, коли обчислено. Наприклад, дані стосовно кількості населення

Формально аномальність виявляється як несподіваний стрибок у подальшим поступовим встановленням попереднього порядку, що призводить до зміщення оцінок і, отже, до спотворення результатів. Причинами аномальних спостережень можуть бути помилки порядку, або помилки першого роду: агрегування показників, під час передання інформації та з інших причин. Помилки першого роду слід виявляти й виправляти. Крім того, в часових рядах можуть виникати через помилки другого роду, які відображають об'єктивний розвиток процесу, але істотно відхиляються від загальної тенденції розвитку процесу; значення, що виникають з методички обчислення, тощо. Ці помилки трапляються епізодично, і не підлягають усуненню. Для виявлення аномалій у часових рядах використовують методи, призначені для статистичного аналізу (метод Ірвіна тощо). Засоби описової статистики та обчислення вибіркового середнього наведено в табл. 2.3.5.

ОСНОВНІ СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВОГО ЧАСОВОГО РЯДУ

Характеристики	Оцінки вибірових значень
1	2
1. Середні значення:	
арифметичне	$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$
геометричне	$y_G = \sqrt[n]{y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n} = (y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n)^{1/n}$
гармонійне	$\frac{1}{y_H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}$
2. Дисперсія	$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1) \text{ (незмінна)}$
Середньоквадратична	$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$

другого, третього,	$m_2 = \left(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right) / n ;$ $m_3 = \left(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3 \right) / n$
<i>1</i>	<i>2</i>
четвертого порядку	$m_4 = \left(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^4 \right)$
9. Коефіцієнт асиметрії його незміщена оцінка СКВ	$A = m_3 / (m_2)^{\frac{3}{2}}$ $A_H = \left[((n-1)n)^{\frac{1}{2}} / (n-2) \right]$ $S_H = [6n(n-1) / (n-2)(n+1)]$
10. Показник ексцесу його незміщена оцінка СКВ	$E = \frac{m_4}{(m_2)^2} - 3$ $E_H = [(n-1) / (n-2)(n-3)] \cdot [6n(n-1) / (n-2)(n+1)]$ $S_E = [24n(n-1)^2 / (n-3)(n-2)(n+1)]$
11. Коефіцієнти варіації:	
за розмахом	$\frac{R}{\bar{y}}$
за середнім	MAD

максимальне значення ряду	y_{\max}
розмах	$R = y_{\max} - y_{\min}$

Метод Ірвіна ґрунтується на порівнянні сусідніх розрахунку характеристики λ_t , яка дорівнює:

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\hat{\sigma}_y}; t = 2, 3, \dots, n,$$

де $\hat{\sigma}_y$ — оцінка середньоквадратичного відхилення яка розраховується з використанням формул:

$$\hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n}} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n}$$

Розрахункові значення λ_2 , λ_3 тощо порівнюють з критичними значеннями λ_α , і якщо вони не перевищують критичне, то вважаються нормальними. Критичні значення для рівня 5% (помилка 5%) наведено в табл. 2.3.6.

n	2	3	10	20	30	50
λ_α	2,8	2,3	1,6	1,3	1,2	1,1

Критерій Ірвіна не «сприймає» аномальність, якщо в середині ряду зі стрімкою динамікою, тобто коли стрибок перевищує рівнів наприкінці періоду спостережень, оскільки

$$\hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_{t-1} - \bar{y}_t)^2 + (y_{t+1} - \bar{y}_t)^2}{2}}.$$

Обчислюють величину $\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\hat{\sigma}_y}$, $t = 2, 3, \dots, n$.

Розраховані ковзні значення λ_t порівнюють із критичним значенням λ_α (див. табл. 2.3.6.) для $n = 3$.

Викривлення тенденції свідчить про зміну закону процесу або про зміну методики обчислення значень показника. Якщо встановлено, що причиною аномальності є помилки спостереження, то аномальні спостереження заміняють або простою середньою двох сусідніх рівнів ряду, або відповідними значеннями згладжує цей часовий ряд. Не перевіряють часові ряди з періодом більшим за одиницю, а також кінцеві рівні періоду спостереження.

Якщо значення наприкінці часового ряду «випливають» з тенденції, то без додаткової інформації стосовно причин змін у ряду неможливо визначити, чи це спостереження аномальні, чи зміна тенденції. У цьому разі важливо провести якісний аналіз, чи відбуваються, або дочекатися надходження результатів нових спостережень. Якщо викривлення тенденції пояснюється зміною методик спостереження, то рівні, що передують викривленню тенденції, можна використати для оцінювання характеристик динаміки і тенденції за умови, що вони будуть обчислені за новою методикою. Якщо ж викривлення тенденції не має об'єктивних причин, то, на жаль, неможливе, ці рівні ряду треба виключити з розгляду. Якщо викривлення тенденції відображає зміну закономірності розвитку процесу, то інформаційну базу для статистичного аналізу можна взяти тільки з рівнів, що відповідають останнім змінам.

Стійкість часового ряду відбиває перевагу змін над випадковістю у зміні рівнів ряду. На графіках стійкої тенденції чітко уявляється закономірність, а на графіках нестійкої тенденції послідовних рівнів постають хаотичними, тож пошуку

У методах нелінійної динаміки підхід до форм кількості даних відрізняється від прийнятого більшістю стандартній статистичній теорії чим більше даних точок краще, бо спостереження передбачаються як незалежні. Системи характеризуються процесами із довготривалою пам'яттю, де охоплення більшого періоду часу є важливішим, ніж кількість точок спостережень. Наприклад, щоденна вибірка або 1040 спостережень, не дадуть такого результату, як сорок років, або загалом 480 спостережень. Причина в тому, що щоденні дані утворюють лише один чотирирічний цикл або десять циклів. Нелінійні процеси мають так звану «стрілу частоти» даних часто навіть ускладнює аналіз і не посилає результату.

3.2. Випадкові процеси та часові ряди

Основні елементи теорії випадкових процесів. Даний ряд $y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_n}$ порядком у послідовності t_1, t_2, \dots, t_n є одним з визначальних чинників. Це відрізняє його від звичайної випадкової вибірки, де індекси вводять лише для ідентифікації. Принциповою відмінністю часового ряду від статистичних сукупностей є:

- по-перше, рівні часового ряду не є незалежними, якщо майбутні значення змінної можна визначити, то виходячи з минулих значень цієї змінної;
- по-друге, рівні часового ряду неоднаково розподілу ймовірностей цих випадкових величин і, зокрема, середнє значення та дисперсія можуть залежати від часу.

Отже, не можна поширювати властивості та правила аналізу випадкових вибіркових спостережень на часові ряди, якщо умови незалежності між спостереженнями призводять до неможливості застосування цих методів. Наприкінці 1980-х — на початку 1990-х дослідники остаточно переконалися, що лише врахування

Реалізацією випадкового процесу ξ_t називають результати спостережень $Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n}$ певного економічного процесу в певні моменти часу t_1, t_2, \dots, t_n .

Динамічним або **часовим рядом** (*time series*) називають послідовність спостережень Y_{t_i} , отриманих у рівновіддалені моменти часу. Відповідну йому ймовірнісну модель — **дискретним однофакторним стохастичним процесом**.

Оскільки випадковий дискретний процес являє собою послідовність випадкових величин, то його найповнішою статистичною характеристикою є сумісна функція розподілу, або функція щільності розподілу. Для опису ймовірнісних властивостей часового ряду, потрібна сукупність функцій розподілу, а саме одновимірна, двовимірна, тривимірна функції розподілу.

$F_2(\xi_{t_1}, \xi_{t_2}); F_3(\xi_{t_1}, \xi_{t_2}, \xi_{t_3}); \dots$. Індокси у величин $\xi_{t_1}, \xi_{t_2}, \dots$

випадкові величини розглядаються в моменти часу t_1, t_2, \dots . Для опису сумісну функцію розподілу. Якщо взяти інші моменти часу, то функція розподілу буде іншою. Така сукупність функцій розподілу характеризує випадковий процес.

Стаціонарні процеси. Економетричне моделювання економічного процесу за правилом, на підставі лише однієї реалізації випадкового процесу, про оцінювання сукупності всіх функцій розподілу взагалі неможливо. Того, якщо процес поводить ся так, що його основні характеристики з часом змінюються, то за короткі періоди спостережень про нього взагалі нічого не можна сказати. Це гострота, якщо розглядати вузький клас випадкових процесів, назву **стаціонарних випадкових процесів**. Під стаціонарними випадковими процесами розуміють деякі властивості яких не змінюються з часом.

Однією з важливіших властивостей стаціонарного випадкового процесу є **ергодичність**. Вона полягає в тому, що на окрема реалізація випадкового процесу є так би мовлячи представником усієї сукупності можливих реалізацій.

математичне сподівання: $M(y_t) = \mu_y < \infty$, для всіх t

дисперсія: $Var(y_t) = D(y_t) = M(y_t - M(y_t))^2 = \sigma_y^2$

автоковаріація порядку τ :

$$Cov(y_t, y_{t+\tau}) = M((y_t - M(y_t))(y_{t+\tau} - M(y_{t+\tau}))) = \gamma_\tau < \infty$$

для всіх t .

Для отримання практичних оцінок часових рядів користуються наступними формулами:

$$\text{математичне сподівання: } \hat{\mu}_y = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n};$$

$$\text{дисперсія: } \hat{\sigma}_y^2 = \hat{\gamma}_0 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{\mu}_y)^2}{n}; \quad (9.2.7)$$

$$\text{автоковаріація порядку } \tau: \hat{\gamma}_\tau = \frac{\sum_{t=1}^{n-\tau} (y_t - \hat{\mu}_y)(y_{t+\tau} - \hat{\mu}_y)}{n - \tau}$$

Зрушення в часі τ називають *часовим лагом*.

$Cov(y_t, y_{t+\tau})$ коли $\tau = 0$, дорівнює дисперсії: $Cov(y_t, y_t) =$

$= Cov(y_t^2) = D(y_t) = \gamma_0$. При цьому $|\gamma_k| \leq \gamma_0$. Можна

визначити γ_k як усі можливі значення автоковаріацій, де τ пере

ймає всі можливі значення від $-\infty$ до ∞ . Сукупність значень автоковаріацій

відносно τ називають *автоковаріаційною функцією* випадкового

Автоковаріаційна функція стаціонарного часового ряду

залежить тільки від різниці моментів часу ($t_1 - t_2 = \tau$). Ця функція парна,

тобто $\gamma_\tau = \gamma_{-\tau}$ для невід'ємні τ .

від різниці між двома моментами часу $t_1 - t_2 = \tau$, і є парною функцією, тобто $\rho(\tau) = \rho(-\tau)$. Задаючи різні значення $\tau = 1, 2, 3, \dots$, отримують різні значення $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$. Графік автокореляційної функції називають *корелограмою*. За корелограмою можна визначити запізнення, на яке показник y_t позначається на його наступних значеннях.

У широкому сенсі оцінки наведених статистик є константними, для них існує межа щодо ймовірності, яка збігається з відповідними значеннями для генеральної сукупності. Далі замість терміна «константні» у широкому сенсі будемо просто говорити про стаціонарність. Різновиди стаціонарності не розглядатимуться.

На рис. 2.3.2 зображено часовий ряд щоквартальних показників консолідованого бюджету України (млн грн) із 1999-го року. Показник за 4 роки збільшився із 6008,5 до 17298,2 млн грн. Середнього квадратичного відхилення, зроблений за кожний рік, середня величина і середнє квадратичне відхилення впродовж року будуть нижчими, ніж впродовж другого року тощо, до останнього року, коли показник зростає до 17298,2 млн грн. Рівень буде вищий, ніж за перший рік.



Рис. 2.3.2. Нестационарний часовий ряд

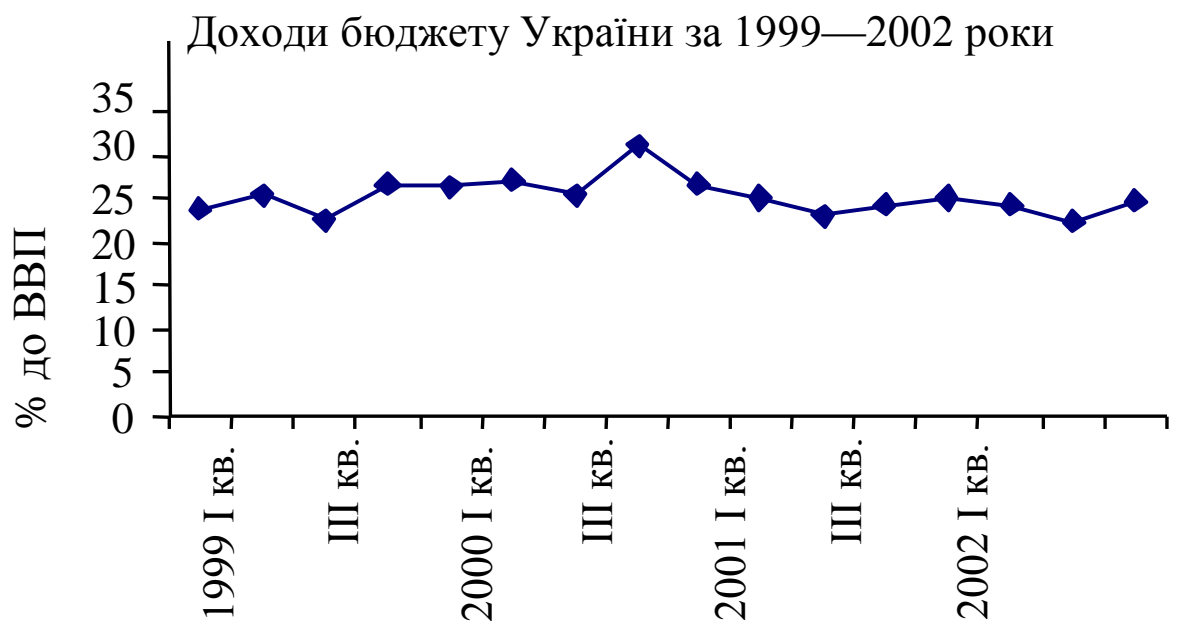


Рис. 2.3.3. Часовий ряд доходів консолідованого бюджету України, виражений у відсотках до ВВП

На рис. 2.3.3 показано часовий ряд доходів консолідованого бюджету України, виражений у відсотках до ВВП. Доходи, виражені у відсотках до ВВП, характеризуються постійними середньою, середнім відхиленням і коваріацією спостережень, яка залежить суттєво від спостереженнями. Очевидно, ряд значень показника доходів до ВВП є стаціонарним, тоді як ряд значень відсотка до ВВП доходів не є стаціонарним. ►►

Інтуїтивно можна очікувати, що небагато (якщо не всі) часових рядів соціально-економічних показників будуть зростаючі й спадні значення є головною причиною змін економічних показників.

Оптимальний предиктор і його властивості. При побудові різноманітних прогнозів спирається на цілу систему методів оцінювання (прогнозування) величин, недоступних для спостереження в конкретний момент, і їх потрібно знайти серед доступних для вимірювання (спостереження) супровідних показників.

Завдання стохастичного прогнозування полягає в тому, щоб за сукупністю спостережень $\vec{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ за випадковими подіями побудувати таку функцію від цих величин, яку можна було б використати для прогнозування.

предиктора, можна одержати варіанти прогнозу, що сформульованим гіпотезам та умовам, урахованим під час його

ТЕОРІЯ СТОХАСТИЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ВЕЛИЧИНИ y_p

**ВЕЛИЧИНАМИ \vec{Y} ПЕРЕДБАЧАЄ, ЩО СУМІСНИЙ ЗАКОН РОЗПО-
ВІДОМИЙ. У ПРАКТИЧНОМУ ЗАСТОСУВАННІ ТОЧНИЙ ВИД ЗАЛЕ-
НАЙЧАСТІШЕ НЕВІДОМИЙ І ПОШУК НАЙКРАЩОГО ПРЕДИКТО-**

**ЛІНІЙНИМИ ПРОГНОЗАМИ, ТОБТО КОЛИ $f(\vec{Y}) = \beta_0 + \beta_1 y_1 + \dots + \beta_p y_p$
ОПТИМАЛЬНИЙ ЛІНІЙНИЙ ПРЕДИКТОР ІСНУЄ ТА ЗБІГАЄТЬСЯ З
РЕГРЕСІЇ y_p НА \vec{Y} , ТОБТО ЗАДАЄТЬСЯ ЯК УМОВНЕ МАТЕМАТИ-**

$$f^*(\vec{Y}) = M(y_p | \vec{Y}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_1 + \dots + \hat{\beta}_p y_p$$

Ця функція має максимальну кореляцію з y_p серед усіх лінійних предикторів. Для побудови оптимального предиктора достатньо знайти перші другі моменти початкового розподілу $F(y_p, \vec{Y})$, які оброблені за допомогою оброблення результатів відомих спостережень. Підставивши в формулу замість теоретичних характеристик, отримують *емпіричні* характеристики, використовують для прогнозування майбутніх значень y_p .

Отже, головну роль у статистичному підході до прогнозування грає вибір відповідної моделі. В разі наповнення її числовими даними стає безпосереднім інструментом прогнозування — предиктором.

Білий шум (White noise). Білим шумом називають часовий ряд, який має середню, що дорівнює нулю, сталу дисперсію та нульову автокореляцію послідовних спостережень, тобто нульову автокореляцію. Для регресії, що задовольняють умовам теореми Гауса-Маркова, справедливі наступні властивості:

$$M(\varepsilon_t) = 0 ; D(\varepsilon_t) = \sigma^2 ; Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+\tau}) = 0 \text{ за } \tau \neq 0 .$$

Наведене визначення білого шуму характеризує його властивості. Якщо стаціонарний ряд набору ε_t буде білим шумом, то він задовольнятиме умови теореми Гауса-Маркова.

досягається додаванням до нього випадкової змінної з нульовою дисперсією та середнім, що дорівнює нулю. Випадкове блукання

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.3.9)$$

де ε_t — білий шум. Цей процес можна розглядати як процес з коефіцієнтом 1. Зазначимо, що лише ε_t має нульову дисперсію.

Термін «випадкове блукання» виник у зв'язку із жаргоном фізиків: якщо в поле випустити п'яного, то де він опиниться? Результат — якщо п'яний блукає випадково, то його слід шукати в самому місці, тобто в середньому його місцезнаходження не змінюється.

За умови наявності певної початкової точки y_0 при $t=0$ значень змінної за попередні моменти часу

$$y_t = y_0 + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \dots = y_0 + \sum_{k=0}^t \varepsilon_{t-k},$$

який за t , що прямує до нескінченності, включає

включатиме необмежену кількість доданків $\sum_{k=0}^t \varepsilon_{t-k}$, кожен з яких має нульове математичне сподівання та ненульову дисперсію σ_ε^2 .

Обрахуємо математичне сподівання процесу випадкового блукання

$$M(y_t) = M(y_0) + M\left(\sum_{\tau=0}^t \varepsilon_{t-\tau}\right) = y_0 + \sum_{\tau=0}^t M(\varepsilon_{t-\tau}) = y_0 + 0 = const,$$

що задовольняє умові стаціонарності.

Дисперсія процесу випадкового блукання дорівнює

$$D(y_t) = M\left\{\left(\sum_{\tau=0}^t \varepsilon_{t-\tau}\right)^2\right\}.$$

Після розкриття дужок подвоєні добутки математичного сподівання будуть дорівнювати нулю, оскільки математичне сподівання суми квадратів дорівнює сумі математичних сподівань суми квадратів. Ураховуючи властивості білого шуму, одержимо

$D(y_t) = t \cdot \sigma_\varepsilon^2$. Отже, процес випадкового блукання є процесом з постійною дисперсією.

Хоча величина прогнозової оцінки зі зростанням періоду прогнозу k залишається постійною, дисперсія помилки прогнозу на один крок вперед

помилка прогнозу на один крок вперед $e_1 = y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} = y_t + \varepsilon_{t+1} - y_t = \varepsilon_{t+1}$ та її дисперсія дорівнює дисперсії помилки прогнозу на два кроки вперед

$-e_2 = y_{t+2} - \hat{y}_{t+2} = y_t + \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} - y_t = \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}$, а

$M(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2})^2 = 2\sigma_\varepsilon^2$, оскільки ε_{t+1} та ε_{t+2} — незалежні змінні.

Дисперсія помилки прогнозу на k кроків уперед дисперсія помилки прогнозу на k кроків уперед

Середньоквадратичне відхилення прогнозу зростає пропорційно \sqrt{k} . Для того щоб оцінити інтервал надійності прогнозу.

Якщо рівняння $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$, де збурення ε_t є білим шумом, то рівняння як $\Delta y = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$, отримаємо процес білого шуму. Різницю (*first difference*), можна розглядати як інший часовий ряд, який є стаціонарним. Перехід до перших різниць є розповсюдженою технікою зведення нестационарного часового ряду до стаціонарного.

Іноді випадкове блукання може передбачати елемент тренду, який означає тенденцію (дрейф). Отже, випадкове блукання з дрейфом. Наприклад:

$$y_t = y_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t, \quad (2.3.10)$$

де α — стала величина.

Тепер $\hat{y}_t(1) = M(y_{t+1}|y_t, \dots, y_1) = y_t + \alpha$ та $\hat{y}_t(k) = y_t + k \cdot \alpha$

Середньоквадратичне відхилення прогнозу в цьому випадку

дорівнює дисперсії помилки прогнозу на один крок вперед, оскільки: $e_1 = y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} = y_t + \alpha + \varepsilon_{t+1} - y_t - \alpha = \varepsilon_{t+1}$.

зв'язок відсутній із рядами, зрушеними на два, три тощо. Ідеальному випадку ці коефіцієнти кореляції дорівнюють нулю.

За допомогою рівняння авторегресії такий ряд можна записати так:

$$y_t = \alpha_t y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ або } y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3.11)$$

розкладаючи y_{t-1} , отримуємо: $y_t = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1} + \rho^2 \varepsilon_{t-2} + \rho^3 \varepsilon_{t-3} + \dots$ тощо. Очевидно, що y_t залежить від минулих (але не майбутніх) ε_t . Якщо $M(\varepsilon_t) = 0$, то й $M(y_t) = 0$. Добуток (2.3.11) на y_{t-1} і визначимо математичне сподівання:

$$M(y_t, y_{t-1}) = \rho M(y_{t-1}^2) \text{ або } Cov(y_t, y_{t-1}) = \rho \cdot D(y_{t-1})$$

остаточно $\rho = \frac{Cov(y_t, y_{t-1})}{D(y_t)}$, тобто ρ є першою автокореляцією.

$$Cov(y_t, y_{t-k}) = \rho \cdot Cov(y_{t-1}, y_{t-k}) \quad \text{розділимо}$$

$$\rho_k = \rho \rho_{k-1} = \dots = \rho^2 \rho_{k-2} \dots = \rho^k.$$

Отже, всі кореляції марківського процесу можна виразити через автокореляцію.

Окрім марківських з-поміж стаціонарних процесів трапляються процеси Юла, в яких ураховано авторегресію другого порядку, тобто $y_t = \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$.

Розкладення (декомпозиція) часового ряду. Реальні економічні дані, як правило, є динамічно нестабільними, отже — поняття стаціонарності процесу часто є лише зручною формою застосування статистичних методів. Кожен рівень часового ряду під впливом великої кількості чинників, які відображають випадковість його формування. В аналізі часових рядів припускають, що часовий ряд y_t у вигляді суми систематичної складової та випадкового відхилення від неї:

чинників, дія яких акумулюється в часі. У широкому розумінні будь-який упорядкований процес, що випадкового, тобто функцію $f(t)$ у (9.2.12). Іноді під трендом розуміють зміщення у часі математичного сподівання. Відносно v_t певна гладка функція, ступінь гладкості якої заздалегідь, ступенем гладкості розуміють мінімальний ступінь поліном, який згладжує компоненту v_t .

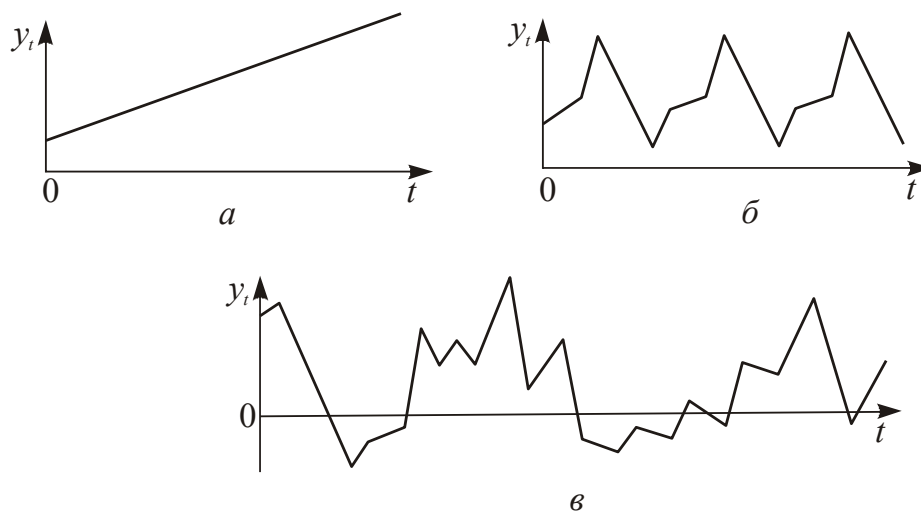


Рис. 2.3.4. Головні компоненти часового ряду:
a — тренд, що зростає; *б* — сезонна компонента;
в — випадкова компонента

На рис. 2.3.4 *a*) зображено умовний часовий ряд, який лінійно зростає.

Серед чинників, що визначають регулярні коливання, є такі:

Сезонні, що відповідають коливанням, які мають близький до нього характер упродовж одного року. Наприклад, рівень сільгосппродукції взимку вищий, ніж улітку; рівень безробіття в містах у зимовий період зростає відносно до літнього періоду. Можуть охоплювати причини, пов'язані з діяльністю підприємств (відпустки, релігійні традиції тощо). Так, у ряду щомісячної витрати очікувати наявності сезонних коливань із періодом 12, у

Тренд, сезонна й циклічна компоненти не є випадковими, тому їх називають *систематичними компонентами часового ряду*.

- **Випадкові** чинники не підлягають вимірюванню, супроводжують будь-який економічний процес і визначають характер його елементів. До випадкових чинників можна віднести випадкове вимірювання, випадкові збурення тощо. Деякі часові ряди є нестационарними, не мають тенденції та сезонної складової, кожний елемент їх утворюється як сума середнього рівня ряду і випадковий (невід'ємної) компоненти. Приклад такого ряду демонструє рис. 2.3.12. Результат впливу випадкових чинників позначають *компонентою* ε_t , яку обчислюють як залишок або похибку після вилучення з часового ряду систематичних компонентів. Така складова не підлягає подальшому аналізу, оскільки містить випадкові чинники.

За *декомпозицією Вольда* суто недетермінований процес у широкому сенсі випадковий процес можна записати у вигляді

$$y_t - \mu = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \sum_{\tau=0}^{\infty} \psi_{\tau} \cdot \varepsilon_{t-\tau},$$

де μ — детермінована складова або математичне сподівання процесу, ε_t — білий шум з обмеженими математичними характеристиками дисперсією. Розкладення Вольда (2.3.13) ще називають *фільтром Вольда*, начебто білий шум пропустили крізь лінійний фільтр. При цьому втрачаючи цілого, обмежуються зручним лінійним процесом, переходять до вивчення стаціонарних процесів.

Щоб вираз (2.3.13) мав сенс, повинна виконуватися умова збіжності ймовірності, оскільки підсумовуються випадкові величини. Це записується, як $\sum_{\tau=0}^{\infty} \psi_{\tau}^2 < \infty$. Припускається, що $\psi_0 = 1$. Чим менший коефіцієнт ψ_{τ} , тим більший вплив випадкового збурення на поточний момент t .

Аналіз випадкової компоненти є важливою інформаційною складовою дослідження часових рядів. Пояснюється це тим, що в кореляційному аналізі випадкова складова не впливає на результати, оскільки її вплив зникає з часом.

модель тренду $Y_t = V_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n; (2.3.15)$

модель сезонності $Y_t = S_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n; (2.3.16)$

тренд-сезонна модель $Y_t = V_t + S_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n.$

Моделі тренду й сезонності (тренд-сезонні) можуть включати також і відносно постійну сезонну хвилю (цикл), так і динамічно змінну від тренду. Перша форма — (2.3.14—2.3.17) належить до

$Y_t = V_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n, (2.3.18))$ — до *мультиплікативної*

Моделі для врахування циклічних чинників будують тренд-сезонних, тільки замість сезонної складової вводять

Процес окремого обчислення функцій V_t, C_t, S_t здійснюють за допомогою *фільтрації компонент* часового ряду Y_t . Процес фільтрації детермінованої частини разом з усіма невинуватими компонентами здійснюють за допомогою *згладжування* часового ряду.

Успішне розв'язання завдань виявлення й моделювання складових чинників є підґрунтям, відправним пунктом аналізу механізму формування соціально-економічного процесу прогнозування.

Утім, слід пам'ятати, що операція розкладення часового ряду на складові частини є допустимою з математичної точки зору й корисною для аналізу динаміки зміни показників у часі, подеколи може ввести в оману. Такого підходу дуже спрощеним може виявитися припустити незалежного впливу названих компонент, їхньої чіткої структури.

Типи нестационарних часових рядів. За видом нестационарних часових рядів, що застосовують в економічній практиці, розподіляють на *DS*, тренд-сезонні, нелінійні.

Часовий ряд типу *TS* (trend stationary process). До нестационарних часових рядів із детермінованим поліномом належить $Y_t = P_k(t) + \varepsilon_t$, де $P_k(t)$ поліном ступеня k від t , а ε_t — с

Нестационарний процес типу TS зводять до стаціонарних кількох методів. Наприклад, для лінійного тренду $y_t = a + bt + \varepsilon_t$ стаціонарності може відбуватися:

- шляхом виділення лінійного тренду. Наприклад, регресію за часом і розглядають стаціонарний залишок $y_t - a - bt$
- узяттям перших різниць: різниці двох суміжних рядів

$$\Delta^1 y_t = y_t - y_{t-1} \quad (2.3.20)$$

є першими різницями ряду y_t , або $\Delta^1 y_t = a + b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})$. Звідси $\Delta^1 y_t = b + u_t$, де $u_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$ — в розподіл якої цілком визначається розподілом величини ε_t . Різниці часового ряду з лінійною тенденцією мають посподівання, що дорівнює певній константі b , не залежній від часу.

Загалом якщо часовий ряд має тенденцію, що виражається ступеня d , то різниці порядку d

$$\Delta^d y_t = \Delta^{d-1} y_t - \Delta^{d-1} y_{t-1} \quad (2.3.21)$$

є випадковими величинами з постійним математичним сподіванням. У цьому разі $M(\Delta^{d+1} y_t) = 0$.

Якщо тенденція часового ряду відповідає експоненціальному степеневому тренду, то метод послідовних різниць слід застосувати до початкового ряду, а до його логарифмів. Наприклад, процес, що наближається до певної величини a та може бути представлений

$$Y_t = a e^{-\lambda t} + \varepsilon_t, \quad \lambda > 0, \quad (2.3.22)$$

де ε_t — аналогічна (2.3.20). Тоді процес, утворений

$$y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-1} = \ln \left(\frac{a e^{-\lambda t} + \varepsilon_t}{a e^{-\lambda(t-1)} + \varepsilon_{t-1}} \right) = -\lambda + \ln \left(\frac{a e^{-\lambda t} + \varepsilon_t}{a e^{-\lambda(t-1)} + \varepsilon_{t-1}} \right)$$

включає періодичні (сезонні) коливання навколо середнього значення з періодом m , тобто

$$y_{t+m} \approx y_t \quad (2.3.23)$$

із точністю до випадкової складової, то в цьому разі часові інтервали представляють стаціонарний процес

$$\Delta_m y_t = y_{t+m} - y_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots \text{ де } m \text{ — const,} \quad (2.3.24)$$

середнє значення якого збігається із середнім значенням ряду.

Амплітуда сезонних коливань може зростати з часом лінійно. Ці ряди характеризуються наявністю тренду в середній дисперсії.

Нелінійні динамічні процеси. До цього типу відносять процеси з складною структурою, вони мають тренд і містять різні складові, зокрема сезонні та циклічні. Структуру таких рядів узагальнюють за допомогою відомих функцій, оскільки для різних ділянок набір цих функцій буде різним, тобто в цьому разі можна говорити про змінну структуру, які характерні для нелінійних динамічних процесів. Вони спостерігаються в динаміці цін на ринках капіталу та інших економічних показниках.

Лише в останні роки завдяки розвитку математичних моделей динаміки та комп'ютерних технологій з'явилася можливість аналізувати такі процеси. У певному аспекті будь-який динамічний процес можна моделювати як детермінований, і моделювання його як реалізації випадкового зручним спрощенням. Невипадковий часовий ряд відображає природу впливів. Стрибки даних відповідають стрибкам параметрів і відбивають властиву їм кореляцію. Детерміновані процеси, як випадкові, у теорії нелінійностей називають *детермінованими*. Добре відомо, що просте детерміноване нелінійне різницеве рівняння породжує надзвичайно складні часові траєкторії.

випадкове блукання є задовільною моделлю для опису породження даних. У цьому випадку зміни y_t неможливо передбачити, тому всю траєкторію перебігу процесу цілком можна передбачити.

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

1. Динамічний ряд — це...
2. Часовий ряд (*time series*) — це....
3. Складовими ряду спостережень є...
4. Якими бувають часові ряди?
5. Характеристики динаміки часового ряду (перелічити).
6. Порівнянність означає, що ...
7. В економіці й соціології найпоширенішими формами непорівнянності є... (перелічити які).
8. Під *аномальним рівнем* розуміють...
9. Метод Ірвіна (суть та формульний вигляд).
10. *Стійкість* часового ряду – це ...
11. Принциповою відмінністю часового ряду від процесу є сукупностей є...
12. Білий шум (коротко, що це таке).
13. Марківський процес (коротко, що це таке).
14. *Стаціонарний часовий ряд у широкому сенсі* — це ..
15. *Еволюційні* чинники визначають загальний економічного показника, провідну його тенденцію. Т...
16. Серед чинників, що визначають регулярні коливання, які такі (перерахувати и коротко описати).
17. Типи нестационарних часових рядів (перерахувати).
18. *Часовий ряд типу TS (trend stationary process)*
19. *Часовий ряд типу DS.*
20. *Тренд-сезонні часові ряди.*
21. *Нелінійні динамічні процеси*

необхідні для побудови відповідної прогнозової моделі. Як з'ясовують, із яким процесом доведеться працювати нестационарним. Для будь-якого нестационарного ряду ознаку його нестационарності: чи описується він детермінованим процесом і описується стохастичним трендом (або нелінійним), визначити наявність періодичної складової.

Перевірка стаціонарності часового ряду. Статистики передбачають, що процес породження наявних даних є лінійним трендом або періодичної зміни середнього та дисперсії.

Перевірку гіпотез стосовно сталості середнього значення часового ряду можна здійснити кількома способами. Найпростішою перевіркою значущості відмінності двох середніх значень для двох вибірок (наприклад, для першої та останньої третин усього ряду) — критерієм (критерій перевірки гіпотези про рівність середніх значень розподілених вибірок) і для дисперсії, якщо справедливі умови нормального розподілу, можна використати F-критерій. Розглянемо методи: метод перевірки різниць середніх рівнів і метод Фолкеса.

Метод перевірки різниць середніх рівнів. Реалізація передбачає такі чотири кроки.

Крок перший. Вхідний часовий ряд $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ розділяють на дві частини приблизно однакові за кількістю спостережень частини: перша частина — першої половини рівнів вхідного ряду, у другій — решта рядку.

Крок другий. Для кожної з цих частин розраховують середнє значення та дисперсії:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}; \quad \hat{\sigma}_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \bar{y}_1)^2}{(n_1 - 1)}; \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_2} y_t}{n_2}; \quad \hat{\sigma}_2^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_2} (y_t - \bar{y}_2)^2}{(n_2 - 1)}$$

Крок третій. Перевірка рівності (однорідності) дисперсій двох частин ряду за допомогою F-критерію, що порівнює розрахункові дисперсії за допомогою критерію:

$$F = \begin{cases} \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}, & \text{якщо } \hat{\sigma}_1^2 > \hat{\sigma}_2^2 \\ \frac{\hat{\sigma}_2^2}{\hat{\sigma}_1^2}, & \text{якщо } \hat{\sigma}_2^2 > \hat{\sigma}_1^2 \end{cases} \quad (2.4.1)$$

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \quad (2.4.2)$$

де $\hat{\sigma}$ — оцінка середньоквадратичного відхилення р

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) \hat{\sigma}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

Якщо розрахункове значення t менше за табличне t_α , не відхиляють, тобто тренд відсутній, інакше — тренд. Цьому разі табличне значення t_α приймають для числа ступенів вільності $n_1 + n_2 - 2$, до того ж цей метод застосовують для виявлення монотонною тенденцією. Недолік методу полягає у неможливості визначити існування тренду в тому разі, коли часовий ряд демонструє тенденції у середині ряду.

Приклад 2.4.1. Застосуємо метод перевірки різниць двох часових рядів: доходів консолідованого бюджету (млн грн) та консолідованого бюджету (% ВВП). Для цього початок рядів поділяють на дві однакові частини: перша охоплює 1999—2001—2002 роки. Кількість кварталів-спостережень в обох рядках $n_1 = n_2 = 8$. Результати розрахунків наведено в табл. 10.1. Для $\alpha = 0,05$, тобто з імовірністю 0,95, із числом ступенів вільності $k_1 = k_2 = n_2 - 1 = 8 - 1 = 7$ табличне значення критерію Фішера становить $F_{0,05; 7; 7} = 3,79$.

Доходи	Роки	Середнє значення	Дисперсія	F
М	1999—2002	2250,2	22402206	

Для часового ряду доходів, виражених у відсотках, розрахункове менше за табличне значення t_α , тобто прийнято, відсутність тренду. ►►

Метод Форстера-Стьюарта. Цей метод має більші надійніші результати, ніж попередній. Окрім часового ряду (тренду в середньому), він дає змогу встановити дисперсії часового ряду: якщо тренду немає, то розкид рівнів ряду постійний; якщо дисперсія зростає, то «розхитується». Реалізація методу передбачає чотири кроки:

Крок перший. Порівнюють кожен рівень вхідної послідовності починаючи з другого рівня, з усіма попередніми, при цьому отримують дві числові послідовності:

$$k_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y_t \text{ більше всіх попередніх рівнів} \\ 0, & \text{в іншому разі} \end{cases}$$

$$l_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y_t \text{ менше всіх попередніх рівнів} \\ 0, & \text{в іншому разі} \end{cases}$$

$$t = 2, 3, \dots, n.$$

Крок другий. Розраховують величини c і d :

$$c = \sum_{t=2}^n (k_t + l_t); \quad (2.4.5)$$

$$d = \sum_{t=2}^n (k_t - l_t). \quad (2.4.6)$$

Величина c , яка характеризує зміну рівнів часового ряду, зростає від значення від 0 (усі рівні ряду однакові) до $n - 1$ (ряд монотонно зростає), а величина d характеризує зміну дисперсії часового ряду та змінюється поступово згасає, до $(n - 1)$ — ряд поступово розхитується.

Крок третій Перевіряється гіпотеза стосовно того, чи є часовий ряд випадковими: 1) відхилення величини c від математичного очікування, 2) відхилення величини d від математичного очікування.

n	10	20	30	
$\hat{\mu}$	3,858	5,195	5,990	
$\hat{\sigma}_1$	1,288	1,677	1,882	
$\hat{\sigma}_2$	1,964	2,279	2,447	

Фрагмент розрахованих значень величин $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}_1$ і $\hat{\sigma}_2$ Д наведено в табл. 2.4.2.

Крок четвертий. Розрахункові значення t_c і t_d порівнюють з табличними значеннями t -критерію із заданим рівнем значущості t_α . Якщо значення t менше за табличне t_α , то гіпотезу про відсутність тренду приймають, в іншому разі тренд існує. Наприклад, якщо t_c менше табличного значення t_α , а t_d більше t_α , то для заданого часового ряду у середньому, а тренду дисперсії рівнів ряду немає.

Приклад 2.4.2. Застосування методу Форстера-Селена до часових рядів: доходів консолідованого бюджету (млн грн) та дисперсії консолідованого бюджету (% до ВВП) дає розрахунки, наведені в табл. 2.4.3.

Доходи	$\sum k_t$	$\sum l_t$	c	d	t_c
Млн грн	8	0	8	8	3,28
% до ВВП	4	1	5	3	0,9

На рівні значущості $\alpha = 0,05$, тобто з імовірністю помилки другого ступеня волі $n - 2 = 16 - 2 = 14$ табличне значення t -критерію порівнює $t_\alpha = 2,145$.

Для часового ряду доходів, виражених у млн грн, розраховані значення t_c і t_d перевищують табличне значення t_α , тобто не приймається, існує тренд як середнього, так і дисперсії ряду доходів.

Для часового ряду доходів, виражених у відсотках до ВВП, розраховані значення t_c і t_d менше за табличне значення t_α , тобто не приймається, існує тренд як середнього, так і дисперсії ряду доходів.

Порядком інтеграції є число, що показує, скільки потребує застосування оператора перших різниць, щоб рядом.

Позначимо через d порядок інтеграції. Часовий ряд має порядок інтеграції одиницю ($y_t \sim I(1); d = 1$), якщо стаціонарним рядом, тобто ряд перших різниць має нульовий порядок інтеграції ($\Delta^1 y_t = (y_t - y_{t-1}) \sim I(0); d = 0$). Часовий ряд має два порядки інтеграції 2, якщо його другі різниці є стаціонарним рядом ($y_t \sim I(2); d = 2$; $\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} \sim I(0)$). У загальному випадку ряд має порядок інтеграції d : $y_t \approx I(d)$, якщо $\Delta^d y_t = (\Delta^d y_t - \Delta^d y_{t-1}) \sim I(0)$. Зазначимо: якщо ряд стаціонарний, то будь-які його різниці є стаціонарним рядом: $y_t \sim I(0)$; $\Delta y_t \sim I(0)$ тощо.

Тест Діккі-Фуллера призначений для того, щоб розрізнити між типом TS та DS . Відповідно нульовій гіпотезі H_0 досліджується ряд до типу DS . За альтернативною гіпотезою він може одночасно бути або нестационарним — мати детермінований тренд — бути стаціонарним. Виділяють простий тест DF -тест — та розширений тест Діккі-Фуллера — ADF -тест цього порядку.

Простий DF -тест. Припустімо, що y_t може бути описаний

$$y_t = \alpha + \rho \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.4.9)$$

де випадкова величина ε_t є «білим шумом». Зазначимо, що

(2.4.9) увібрала в себе риси як DS , так і TS процесів. Якщо $\rho = 1$, то (2.4.9) є випадкове блукання із дрейфом $y_t = \alpha + y_{t-1} + \varepsilon_t$, тобто є процесом. Якщо $0 < \rho < 1$, тоді маємо справу зі стаціонарним процесом. Зазначимо, що ρ не набуває значень, більших за 1, інакше передбачає вибуховий процес. Оскільки такі ряди мало існують у дослідженнях, ми їх далі не розглядатимемо. Гіпотези щодо

H_0 : ряд є DS , якщо $\gamma = 0$,

H_1 : ряд є TS , якщо $\gamma < 0$.

Для звичайної регресії відношення $t = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}}$ порівнюється

значенням t -розподілу. Однак у разі виконання гіпотези випадковим блуканням, його дисперсія прагне до нескінченності збільшенні часу, і розподіл t -відношення не підпорядковується розподілу Діккі-Фуллера (DF), який підпорядковується розподілу Діккі-Фуллера (DF), який позначається τ . Тест, який використовує для перевірки тій же цій розподіл, за умови $\gamma = 0$, тобто коли процес належить до тестом Діккі-Фуллера.

Точна форма критерію значущості Діккі-Фуллера спеціфікації моделі, що підлягає тестуванню. Тому в цьому розглядається модель:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta \cdot t + \gamma \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t ,$$

для якої можливі такі три випадки перевірки нульової гіпотези критичні величини DF -розподілу, розраховані в таблицях Мюлліна.

1) Модель без лінійного тренду та дрейфу ($\alpha = 0$, $\beta = 0$). Для цього розподілу критичне значення DF позначимо τ_{μ} . Це означає, що $\rho = 1$ і ряд y_t — це випадкове блукання (стаціонарним) нестационарним (інтегрованим) процесом: $y_t \sim I(d), d > 0$.

2) Модель тільки із додатною середньою ($\alpha > 0$, $\beta = 0$). Критичне значення DF — τ_{μ} . Нульова гіпотеза означає, що це випадкове блукання із дрейфом, тобто є нестационарним процесом: $y_t \sim I(d), d > 0$.

3) Модель з лінійним трендом та дрейфом ($\alpha > 0$, $\beta > 0$). Для цього розподілу критичне значення DF позначимо τ_{μ} .

авторегресійним процесом, наприклад, типу марківського випадку — типу $ARMA(p, q)$. Тоді досліджується таке рівняння

$$\Delta y_t = \alpha + \beta \cdot t + (\rho - 1) \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^p w_i \cdot \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \delta_i \cdot \varepsilon_t$$

В ADF -тесті перевіряється значущість лише одного параметра α . Наявність лагових прирощень Δy та лагових значень y впливає на розподіл, тож можна користуватися таблицями критичних значень для DF -тесту. Якщо в моделі (2.4.14) присутні і вільні члени, то нульову гіпотезу можна перевіряти, використовуючи статистику τ_μ ; якщо немає вільних членів, то лише вільний член α , то статистику τ_μ ; якщо немає вільних членів, то використовувати статистику τ_0 .

Для можливості застосування ADF -тесту важливо, щоб дисперсія випадкової величини ε_t є сталою, тобто і гомоскедастичні. Інакше у випадку їх гетероскедастичності неможливо застосувати. У комп'ютерному пакеті *EViews* реалізований *непараметричний тест Філіпса-Перрона* для перевірки.

Наступною важливою проблемою є те, що ADF -тесту потрібного правильного вибору значень p та q , які точно не відомі, є декілька способів її розв'язання:

- застосувати правило узгодження кількості лагів, яке потрібно включати до моделі при застосуванні ADF -тесту до часового ряду. В макроекономічних рядах, якщо маємо великий часовий ряд, потрібно включати три лага, якщо менше 81 точки, то більше.

- фінансових рядів спрацьовує наближення $\left[n^{1/4} \right]$, де n — кількість фінансових рядів, $\left[\cdot \right]$ означають цілу частину числа;

- залишати таку кількість лагів, для яких оцінки параметрів α та β разі прирощень у (2.4.12) будуть статистично значущими за критерієм Стьюдента;

нульова гіпотеза не відхиляється, і ряд належить до т-одиночного коріння.

2. На другому кроці оцінюємо регресію виду:

$$\Delta y_t = -0,0023 + 0,00007 \cdot t + \sum_{i=1}^3 \hat{a}_i \cdot \Delta y_{t-i}$$

тобто виключаємо з моделі y_{t-1} . t -статистика коефіцієнта тренду дорівнює 1.18. Порівнюємо її із таблицями нормального розподілу. Бачимо, що коефіцієнт незначущий, отже, тренд не потрібний у моделі. Тому переходимо до кроку 3.

3. Оцінюємо регресію виду:

$$\Delta y_t = 0,0166 - 0,00176 y_{t-1} + \sum_{i=1}^3 \hat{b}_i \cdot \Delta y_{t-i}$$

Порівнюємо t -відношення для коефіцієнта при y_{t-1} до критичного значення 0,38, що набагато більше за критичне, то нульова гіпотеза відхиляється. Але ще треба впевнитися у правильності включення до моделі лагів.

4. Оцінюємо модель виду:

$$\Delta y_t = 0,0067 + \sum_{i=1}^3 \hat{c}_i \cdot \Delta y_{t-i} + e_t$$

Тут t — статистика, яка дорівнює 1,78, після порівняння з критичним значенням величиною стандартного нормального розподілу, виявляється значущою на 1 відсотковому рівні за одностороннім критерієм. Отже, специфіковано правильно.

Загальний висновок полягає в тому, що ряд належить до нестационарних і містить лінійного тренду. ►►

Встановлення типу нестационарності ряду не зводиться до застосування тесту Діккі-Фуллера. Потрібне детальніше дослідження правильності специфікації тестової моделі.

Якщо на першому етапі ADF -тесту нульова гіпотеза відхиляється, то ряд належить до нестационарних і містить лінійного тренду.

де u є випадковим блуканням

$$u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.4.15)$$

ε_t — білий шум, оцінюють параметри й обчислюють Ватсона:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2}. \quad (2.4.16)$$

Якщо запропонована модель (2.4.14) — (2.4.15) є кривим, очевидно, що чисельник у DW є сумою квадратів $n-1$ доданків, а знаменник є сумою n доданків, кожен із яких (рекурентно замість u_{t-1} у (2.4.5)) можна записати як нескінченну суму доданків білого шуму. Отже, значення статистики Дарбіна-Ватсона близьким до нуля, а критерій полягає у визначенні відмінності від нуля. Ця статистика називається *регресійною статистикою Дарбіна-Ватсона (КРДВ)*, див. таблиці критичних значень. Якщо для (2.4.14) статистика DW від нуля, доходять висновку, що Δu_t є стаціонарним, а u_t — $I(1)$ -процесом.

Дослідження автокореляційної функції часового ряду
часових рядів на стаціонарність вважаються недостатньо надійними, особливо у невеликих вибірках, ось чому дуже корисно додати корелограми, які є менш формальним апаратом перевірки на стаціонарність.

Властивістю автокореляційної функції є те, що для стаціонарного ряду існує таке значення K , що для $k > K$ коефіцієнти автокореляції майже нульові значення. Отже, якщо зі збільшенням часу абсолютне значення АКФ ряду за абсолютним значенням поступово згасає, то ряд є стаціонарним. Якщо поведінка автокореляційної функції не згасає, то це може бути автокореляційною функцією стаціонарного процесу.

$$s_{\rho_k} = \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (2.4.17),$$

Якщо ρ_k виходить за межі інтервалу $\pm 2 \frac{1}{\sqrt{n}}$, то часо автокореляцію k -го порядку. Зазначимо: якщо обчислено на 5-відсотковому рівні значущості в середньому один із Цей факт разом із відносно малим обсягом вибірки на критерій на підставі окремих коефіцієнтів може Альтернативою є використання критерію Бокса-Пірса.

Q — критерій Бокса-Пірса використовують для всієї множини коефіцієнтів автокореляції як групи. Статистику обчислюють за формулою:

$$Q = n \sum_{k=1}^m r_k^2, \quad (2.4.18)$$

де r_k — оцінка автокореляції порядку k ;
 m — найбільший лаг, що розглядається.

Якщо всі автокореляції до порядку m дорівнюють приблизно χ^2 -розподіл із m ступенів свободи. Велике значення критичним зумовлює відхилення нульової гіпотези.

Існує кілька модифікацій цього критерію. Найпопулярнішим критерій *Льонга-Бокса*:

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^m (n-k)^{-1} r_k^2. \quad (2.4.19)$$

Ці критерії можна також застосовувати до частковий

Приклад 2.4.4. За вибіркою у 28 спостережень про виробництво та імпорт розраховані коефіцієнти автокореляції. Розрахунків наведено в табл. 10.4. Якщо коефіцієнт автокореляції порядку r_1 перебуває в інтервалі:

s_{r_k}	0,18	0,18	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	0,15	0,15
-----------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Статистичний критерій Q , наприклад, із лагом у інтервалів, дорівнює:

$$Q = n \sum_{k\tau=1}^{12} r_k^2 = 28 \cdot 1,365 = 38,23; \chi_{12}^2(0,05)$$

Отже, на 95 % можна бути впевненими, що спостережені автокореляції $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{12}$ для лагів у дванадцять періодів (з значущі). Це можна пояснити наявністю у ряду чистих коливань, порядок яких кратний чотирьом. ►

Ідентифікація детермінованого тренду та сезонної складової. Невипадкові чинники, окрім випадкових, беруть участь у формуванні часового ряду, можна за допомогою автокореляційного методу полягає в застосуванні апарату перших різниць і аналізу автокореляцій для ідентифікації часових рядів таких видів:

1) ряд не має тренду, якщо коефіцієнти автокореляції часового ряду не залежать від часового лагу (статистично незначущі на рівні значущості закономірності зміни;

2) ряд має лінійний адитивний тренд у разі, коли аналіз вказує на лінійну залежність зміни коефіцієнтів автокореляції від часового лагу, а перехід до перших різниць виключає цю залежність;

3) ряд містить сезонну складову, якщо не існує лінійної залежності зміни коефіцієнтів автокореляції від часового лагу, але присутня велика кількість значущих максимальних і мінімальних значень автокореляцій, що свідчить про значну залежність між значеннями ряду зрушеними на однаковий часовий інтервал;

4) ряд має лінійний тренд і сезонну складову, якщо аналіз вказує на лінійну залежність зміни коефіцієнтів автокореляції від часового лагу і містить велику кількість значущих максимальних і мінімальних значень коефіцієнтів автокореляцій, а перехід до перших різниць виключає тренд, але статистична значущість певних коефіцієнтів автокореляцій залишається.

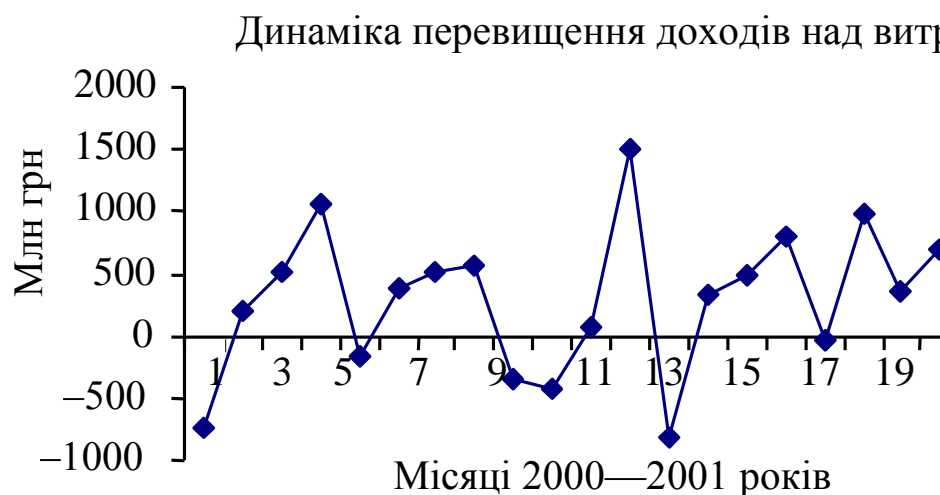


Рис. 2.4.1. Стаціонарний ряд

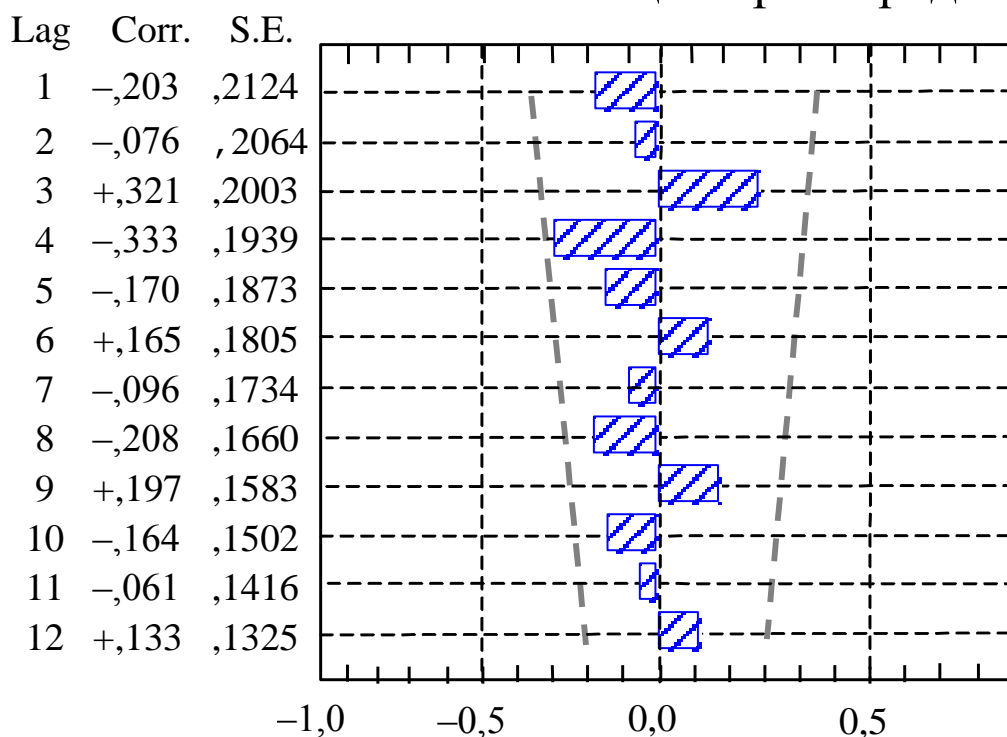


Рис. 2.4.2. Корелограма ряду без систематичної складової

Корелограму для цього ряду демонструє рис. 10.2. дві симетричні прямі, які визначають 95 %-ві межі значень автокореляції (\pm дві стандартні похибки, тобто $\pm 2/\sqrt{n}$ = Точніше, $n = 23$ за $k = 1$ і $n = 22$ за $k = 2$ тощо). коефіцієнтів автокореляції не лежить за цими межами, коефіцієнтів відсутня певна закономірність, можна вважати, що часовий ряд показників не містить систематичної складової.

Лінійний тренд. Лінійним трендом називають середнього, за яким середнє зростає або спадає із

часу, що зростає. Але у разі лінійно-адитивного тренду фактичних значень навколо тренду приблизно постійний, то мультиплікативного тренду цей розкид із часом збільшується.

Приклад 2.4.6. На рис. 2.4.3 наведено лінійну щомісячну динаміку індексу цін споживчого ринку по Україні. Дослідження корелограми для цих даних (рис. 2.4.4) показує, що залежність значень коефіцієнтів автокореляцій від величини лага автокореляцій зменшуються зі збільшенням лага, максимум відповідає лагу, який дорівнює одиниці (зрушення на один місяць) і дорівнює 0,769; мінімальне значення коефіцієнта автокореляції відпало на лаг 8 місяців і дорівнює $-0,414$. Така значна лінійна залежність свідчить про наявність лінійно-адитивного тренду.



Рис. 2.4.3. Ряд із лінійно-адитивним трендом

Побудуємо для початкового ряду даних із лінійно-адитивним трендом ряд перших різниць і відповідну йому корелограму (рис. 2.4.4). Цей ряд формально можна розглядати як ряд нульових різниць, що зображену на рис. 2.4.4, теж називають корелограмою нульових різниць.

Корелограма на рис. 2.4.5, після того як лінійно-адитивний тренд переходом до перших різниць був виключений, чітко показує, що різниці можна вважати випадково розкиданими, а рис. 2.4.5 схожими за своєю хаотичністю. Отже, якщо автокореляційні функції, що у значеннях коефіцієнтів автокореляцій нульових різниць (початкового ряду) помітна строга лінійна залежність, а

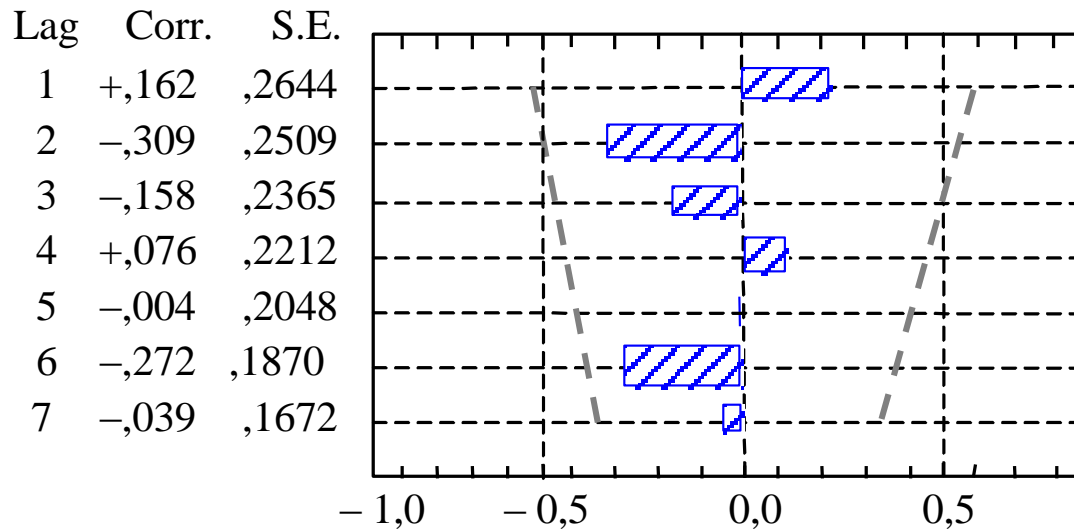


Рис. 2.4.5. Корелограма для випадку лінійного адитивного тренду (перші різниці) ►►

Сезонність. Ряд називають сезонним, якщо він циклічно відповідає певному часовому циклу. У більшій практиці цей часовий цикл залишається однаковим упродовж року, причому середнє за кожен місяць порівняно із середнім роком спадає, і зростає. Сезонні коливання супроводжують такі товари, як одяг і взуття. До таких коливань схильні також промисловості (наприклад, коливання попиту на автомобілі наближенням зими та зростають навесні).

Приклад 2.4.7. На рис. 2.4.6 зображено ряд із сезонними коливаннями, що припадають на літо й осінь, та спадами, що припадають на зиму. Лаг автокореляції має бути кратним 12, тобто січневе спадання слід порівнювати із січневим, але минулого року.



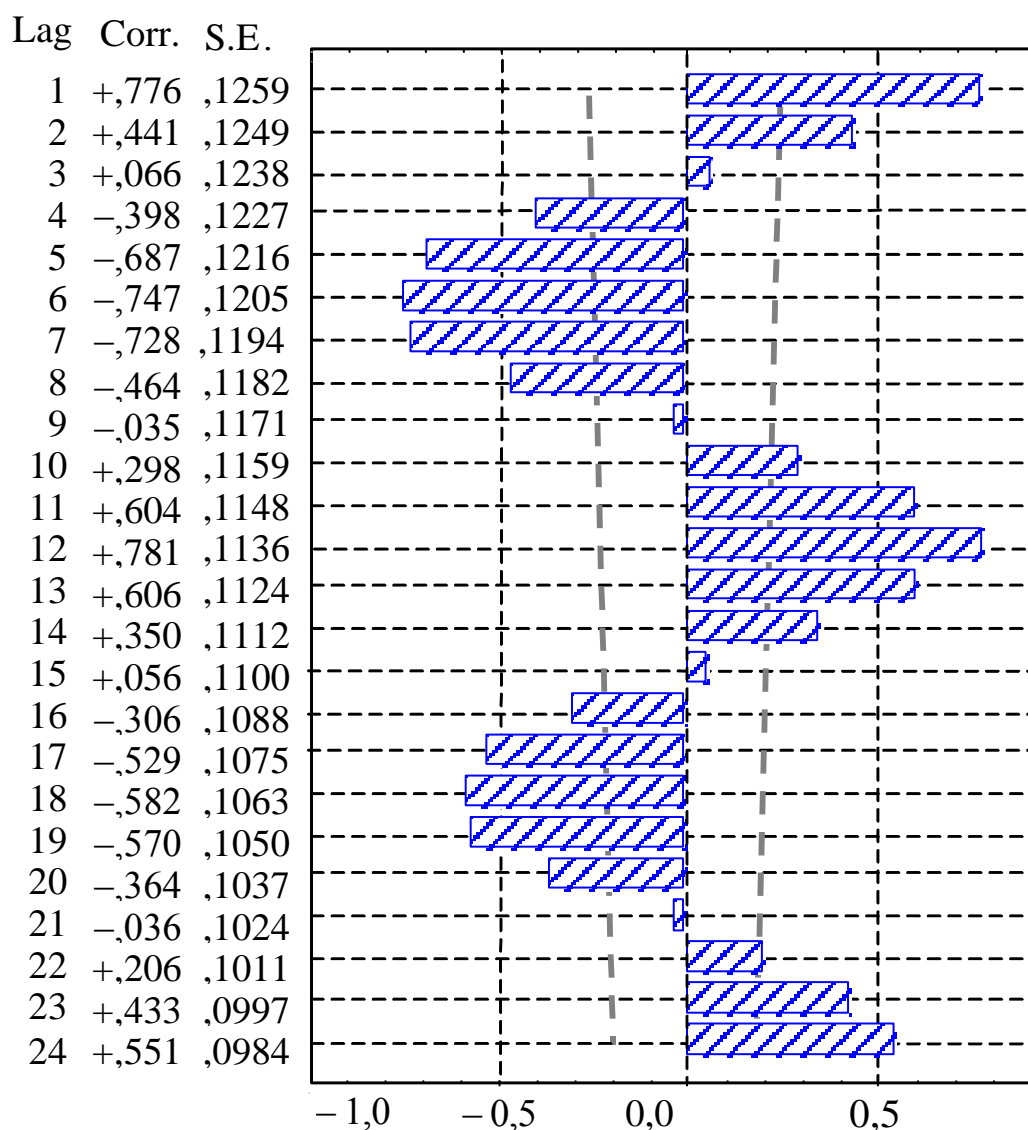


Рис. 2.4.7. Корелограма ряду із сезонним коливанням

Найбільші значення коефіцієнтів автокореляції, що лагів у 12 і 24 місяці, дорівнюють відповідно 0,781 і 0,551. Коефіцієнти значущі (тобто перевищують 95 %-ву межу довіри, яка дорівнює $\pm 0,3$). Ця обставина вказує на значну сезонність спостереженнями за один місяць, але для різних років. Найменші значення дорівнює 6 або 18 місяцям, тобто спостереження, яке порівнюється зі спостереженням, яке відповідає спаду, коефіцієнт має бути від'ємним. Це повністю підтверджується корелограмою (рис. 2.4.7). Значення коефіцієнтів автокореляцій відповідають лагу 6 і 18 місяців, що дорівнюють 0,747 і 0,582 відповідно. Таким чином, показана корелограма ряду без лінійного тренду слугує корелограмою із великими коливаннями. Максимальних і мінімальних значень коефіцієнтів автокореляції (рис. 2.4.6). Оскільки на рис. 2.4.6 не виявляється лінійна залежність між коефіцієнтами автокореляції від відхилення часу, то показана

вертикалі на деякий кут, свідчить про наявність у початку тренду із сезонно-адитивною складовою.

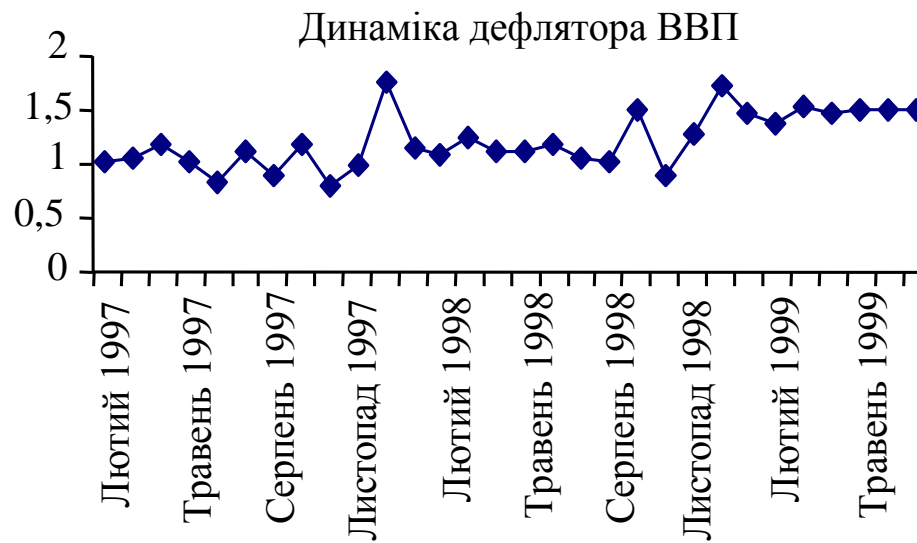
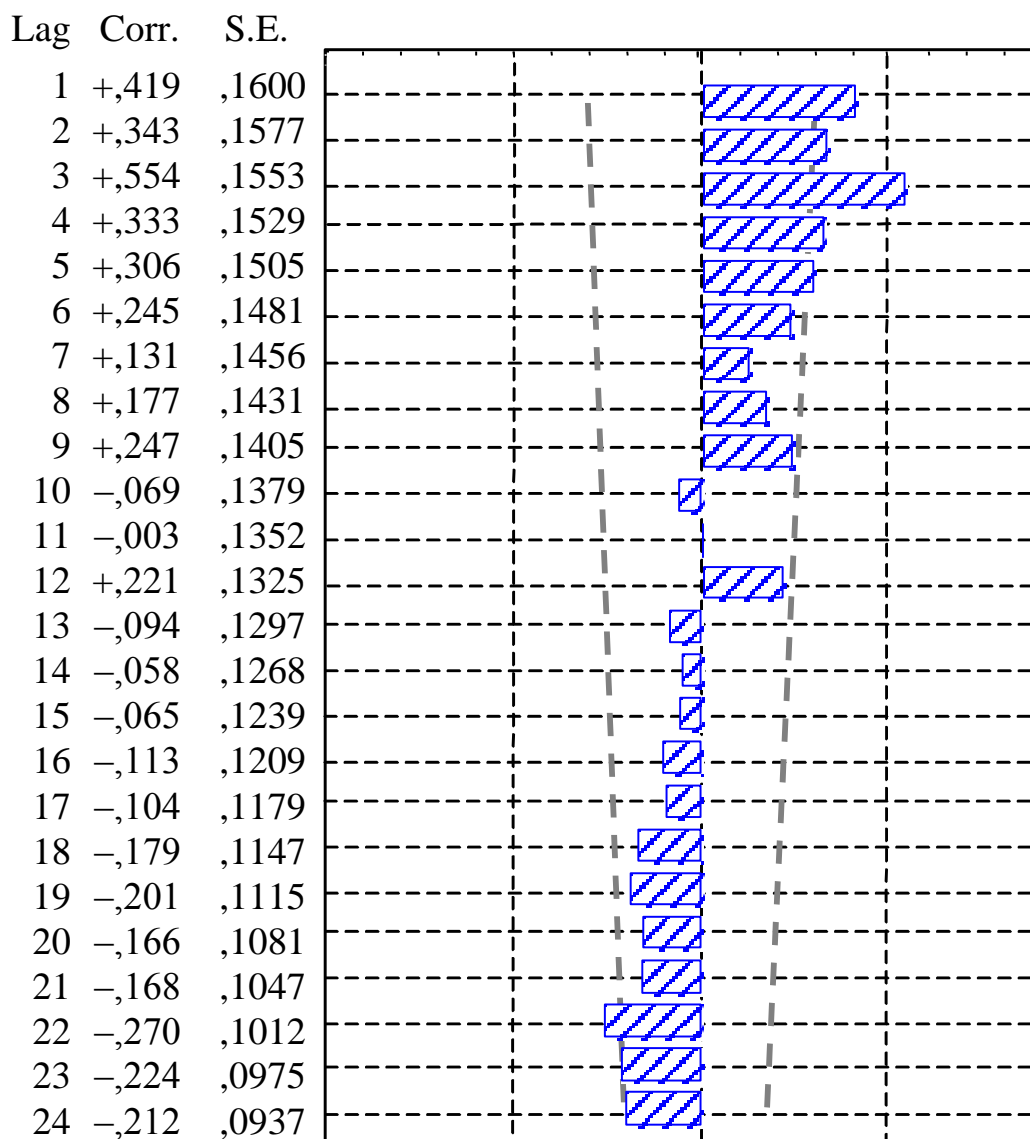


Рис. 2.4.8. Ряд із лінійним трендом та сезонно-адитивною складовою



характером тренду. Наприклад, передбачається, що попит зростаючим лінійно-мультиплікативним трендом буде зростати місяць.

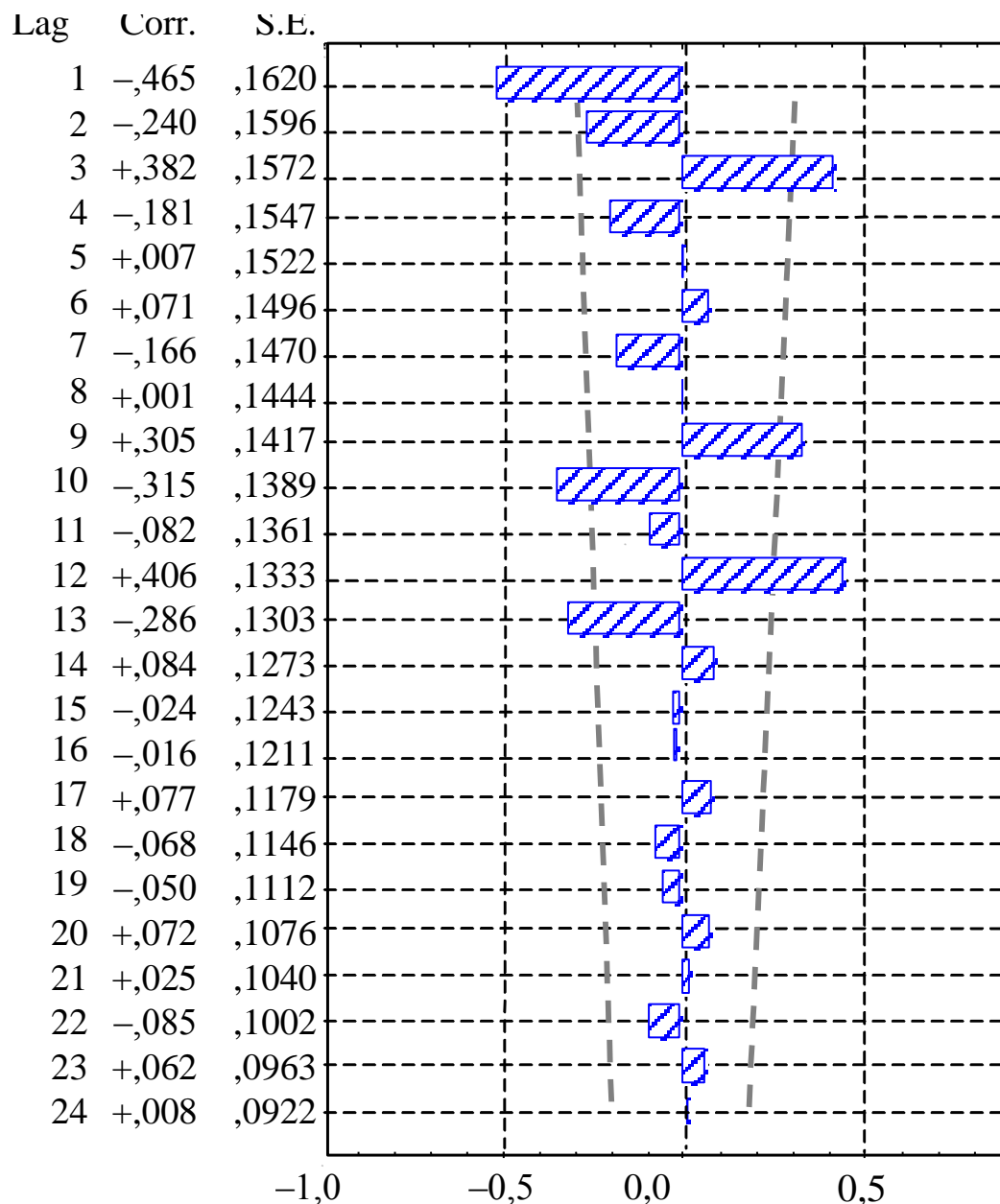


Рис. 2.4.10. Корелограма ряду з лінійним та сезонно-адитивною складовою (перші різ

Комбінація адитивних і мультиплікативних тренду є поєднанням двох трендів, розглянутих вище. Його складне, тому й застосовують його доволі нечасто.

Лінійно-мультиплікативний тренд. Значення виду тренду перевершить (або буде меншим) по приблизно на однаковий відсоток на всьому пр розглядається. На рис. 2.4.11 зображено таку ситуацію.

Комбінація лінійного та сезонно-адитивного тренду

може описувати також ситуацію суто сезонного тренду елемента. Однак у загальному випадку для моделі цього типу присутність сезонного тренду, який, своєю чергою, може бути лінійним. Лінійний та сезонно-адитивний тренди зображено на рис. 2.4.12. У даному випадку року в рік повторюються два викиди.

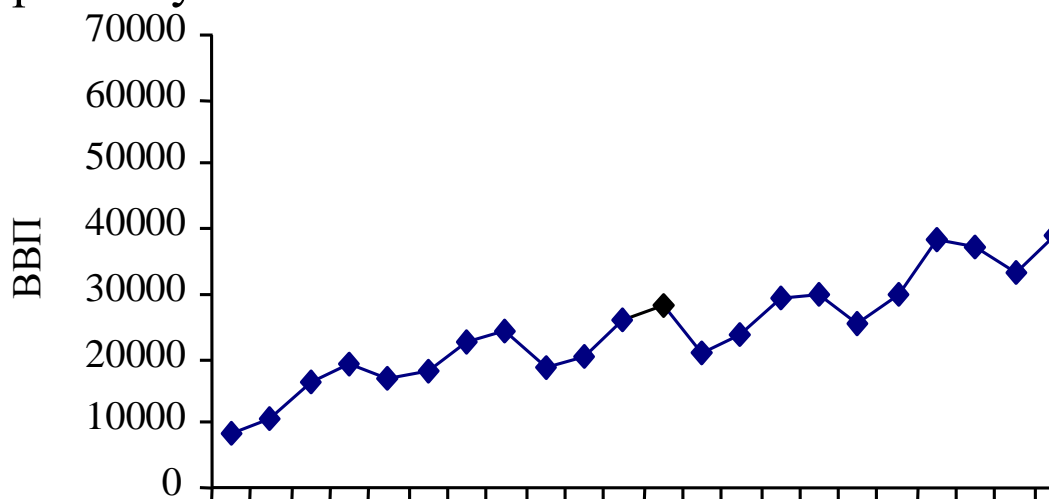


Рис. 2.4.12. Динаміка попиту з лінійним трендом і сезонною складовою

Комбінація лінійного та сезонно-мультиплікативного тренду

комбінації лінійного та сезонно-адитивного трендів, аналіз цього типу трендів передбачає і випадок суто сезонно-адитивного тренду без лінійного зростання (рис. 2.4.13), і випадок лінійного зростання з сезонною складовою.

Статистичні методи визначення наявності нелінійного детермінованого хаосу. Належність часового ряду до випадкового або детермінованого хаосу можна визначити за допомогою нормованого розмаху.



$Y_{t,n}$ — нагромадження відхилення за n періодів, $Y_{t,u}$

рівень ряду в році u ; μ_n — середнє Y_u за n періодів;

$\max(Y_{t,n})$ — максимальне значення Y ;

$\min(Y_{t,n})$ — мінімальне значення для Y ;

Крок 2. Для різних часових періодів обчислюють — R/S

нормованому розмаху середньоквадратичне відхилення.

Нормована величина розмаху функціонально пов'язана

$$\frac{R}{S} = (\alpha \cdot n)^H, \quad (2.4.21)$$

де α — константа; H — показник Херста.

Крок 3. Оцінюється показник Херста як коефіцієнт, який виходить після логарифмування співвідношення (2.4.21)

$$\log\left(\frac{R}{S}\right) = \hat{H} \cdot (\log(n) + \log(a)). \quad (2.4.22)$$

Ця оцінка не має жодного припущення щодо розміру величини.

За значенням показника Херста можна дійти таких висновків:

1) Якщо $H = 0,5$ — економічний процес являє собою блукання, а розмах нагромаджених відхилень має збільшуватися пропорційно квадратному кореню від часу n .

2) $0 \leq H < 0,5$. Цей діапазон відповідає ергодичним часовим рядам. Такий тип процесу часто називають «поверненням до рівноваги».

Антиперсистентний часовий ряд є більш мінливим, ніж ергодичний, оскільки складається з частих реверсів «спад-підйом». Якщо демонструє зростання в попередньому періоді, то в наступному найімовірніше почнеться спад. І навпаки, якщо відбувався близький підйом. Стійкість такої поведінки залежить від значення коефіцієнта від'ємної автокореляції рівнів часового ряду.

Коли H відрізняється від 0,50, це означає, що спостереження незалежними. Кожне спостереження несе пам'ять про всі попередні спостереження. Короткотривала пам'ять, яку часто називають «марківською» — довготривала, теоретично вона зберігається назавжди. Події, що відбуваються ближче до теперішнього часу, справляють сильніший вплив, ніж події віддалені, але всі події останніх завжди відчутний.

Приклад 2.4.10. Розглянемо застосування R/S -аналізу до даних із прибутків рейтингової компанії «Стандард енд Пуерто» за річний період від січня 1950 до липня 1988 року. Для цього виконаємо наступні кроки:

1) Вхідний часовий ряд (ціни), перетворюють у логарифмічний ряд прибутків $S_t = \ln(P_t/P_{t-1})$, де S_t — логарифмічний прибуток в момент часу t .

Для R/S -аналізу логарифмічні прибутки доцільніші, ніж відсоткові зміни цін, оскільки логарифмічні прибутки є нагромадженим прибутком, який використовують в R/S -аналізі, а не нагромадженим відхиленням від середнього, чого не можна сказати про відсоткові зміни.

2) Рівняння (2.4.20) застосовують до різних часових періодів: щомісячних даних, зафіксованих упродовж 40 років, містить 480 прибутків. Якщо починати з шестимісячних періодів, то отримаємо 80 незалежних відрізків. Оскільки ці шестимісячні періоди перекриваються, спостереження виявляються незалежними лише якщо тривають понад шість місяців.) Отже, за рівнянням (2.4.20) розмахи за кожним шестимісячним періодом і знаходять відповідні значення. В результаті виходить 80 окремих R/S -спостережень. Осереднення цих спостережень отримуємо оцінку R/S для кожного періоду.

Підрахунок продовжують для $n = 7, 8, 9, \dots, 240$. Не очікувати зменшення сталості оцінки R/S , оскільки зможуть бути осереднені спостереження.

3) Сукупність розрахунків для всього діапазону n дозволяє визначити регресію $\log(R/S)$ на $\log(n)$ (10.21). На рис. 10.1

явно відрізняється, показуючи $H = 0,51$. Змішування довготривалої пам'яті початкового ряду та перетворення незалежний, що поводить як випадкове блукання.

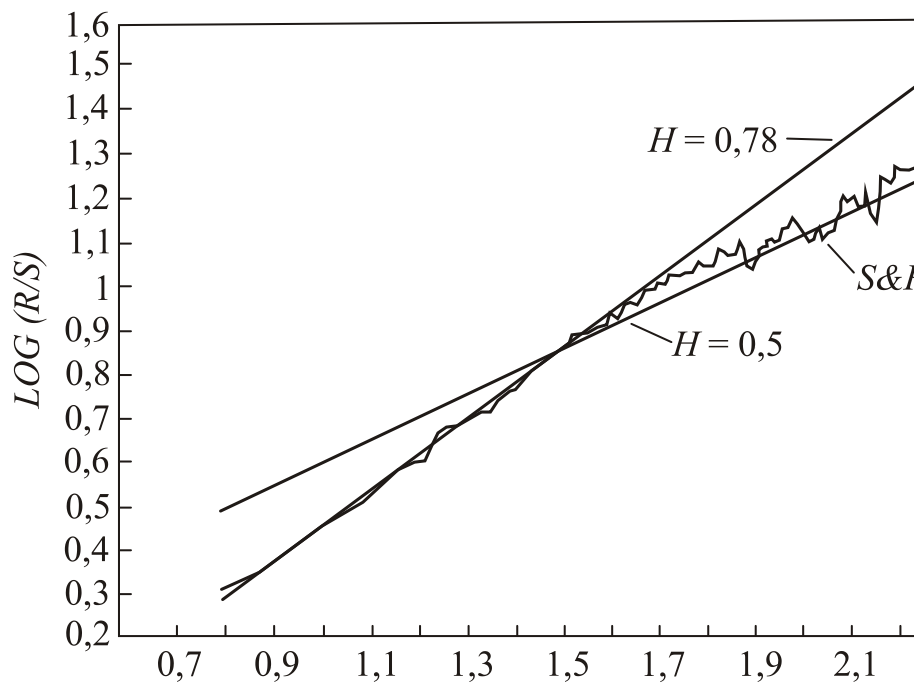


Рис. 24.14. R/S -аналіз: щомісячні прибутки $S\&P$ 500 липень 1988 року. Оцінка $H = 0,78$. n — кількість

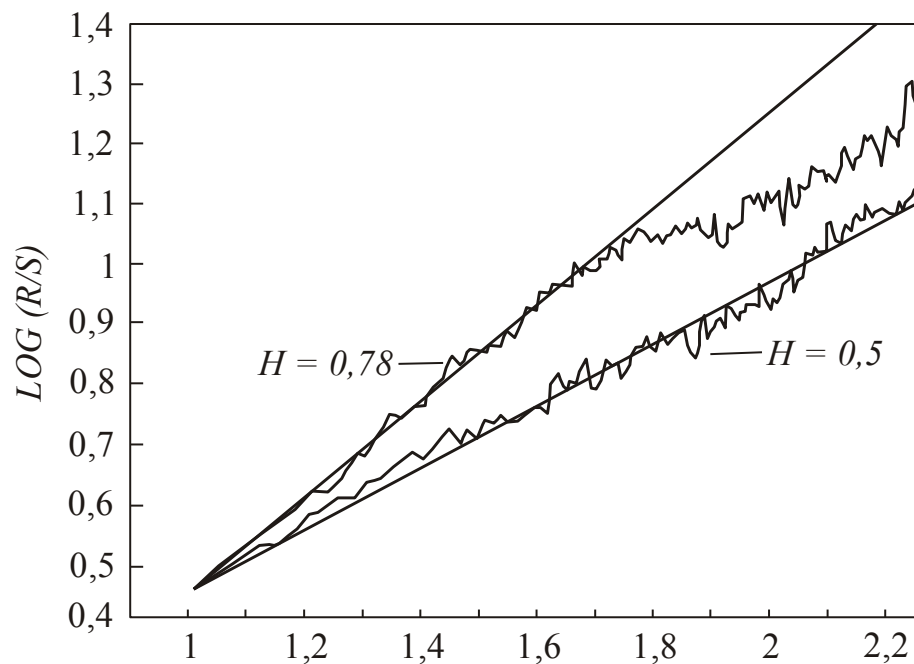


Рис. 2.4.15. Тест на змішування: $S\&P$ 500, щомісячні 1950 — липень 1988 року Незмішані дані: $H = 0,78$ змішані

де $\tau = 0, \pm 1, \dots$ і через ρ_τ позначено автокореляцію автокореляції y_t^2 є квадратами автокореляцій Y_t . Будь-яка умова відображає нелінійність динамічного процесу.

Завдання для перевірки знань

1. Перевірка стаціонарності часового ряду, яким чином здійснюється.
2. Метод перевірки різниць середніх рівнів (яким коротко по-кроково).
3. Оцінка середньоквадратичного відхилення різниць y_t .
4. Метод Форстера-Стьюарта, призначення та короткий кроково).
5. *Простий DF-тест* (формула).
6. *Розширений ADF-тест*, основна ідея.
7. Лінійний тренд, що це таке.
8. Адитивний тренд, що це таке.
9. Лінійно-адитивний тренд, що це таке.
10. Сезонність, що це таке.
11. Антиперсистентний часовий ряд, що це таке.
12. Персистентний ряд — це ...

Зміст лекції №5 Прогнозування часових рядів із використанням моделей

- 5.1. Економетричне прогнозування на основі ARMA- та VAR-моделей
- 5.2. Застосування моделей коригування помилок (коінтеграційні моделі)

5.1 Економетричне прогнозування на основі ARIMA-моделей

Обговорення в попередніх розділах різноманітних моделей прогнозування доводить, що одновимірні моделі аналізу (AR, MA, ARIMA) є статистичними, оскільки під час їх побудови не використовується теоретична інформація про механізм генерування даних.

Для демонстрації зв'язку між економетричним і підходами до прогнозування розглянемо приклад простої країни, яка задається такими рівняннями:

$$(1) Y_t = C_t + I_t + G_t,$$

$$(2) C_t = \alpha + \beta Y_t + \varepsilon_t,$$

$$(3) I_t = \delta(Y_t - Y_{t-1}),$$

$$(4) \rho Y_{t-1} + G_t,$$

де ендогенні змінні Y_t, C_t, I_t, G_t є, відповідно, доходом, споживанням, інвестиціями та урядовими витратами в момент часу t .

До рівняння входить попереднє значення однієї ендогенної змінної, а саме значення реального доходу Y_{t-1} у момент часу $t - 1$, де $\alpha, \beta, \delta, \rho, G_t$ є додатними сталими. Збурення ε_t є білим шумом, тобто $M(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ для $t \neq s$, а дисперсія $M(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$ є сталою.

У загальному випадку ми можемо розв'язати систему рівнянь, отримавши рівняння приведенного вигляду, в яких кожне рівняння записана як функція від усіх екзогенних змінних та змінних системи у попередні моменти часу. Отже, підставивши (2) і (3) у (1), ми отримаємо рівняння для доходу в приведенному вигляді:

$$Y_t = \lambda + \pi Y_{t-1} + u_t, \quad (2.5.1)$$

де $\lambda = (\alpha + G)/(1 - \beta - \delta)$, $\pi = (\rho - \delta)/(1 - \beta - \delta)$ та $u_t = \varepsilon_t / (1 - \beta - \delta)$.

У (2.5.1) величина Y виражена через свої попередні значення та збурення. Отже, (2.5.1) є одновимірним зображенням авторегресії першого порядку, або $AR(1)$ -процес, оскільки значення Y_t залежить від свого значення в попередній момент часу. Таким чином, можна звести до простої одновимірної моделі. Якщо за

У (2.5.4) значення Y є функцією від сталої та не похибок, які є білим шумом. Якщо ряд можна записати у такій формі, що це процес рухомого середнього нескінченного порядку або $MA(\infty)$, виразивши Y у (2) через C і підставивши замість Y_t та Y_{t-1} результати перетворень переписати рівняння (2) у вигляді

$$C_t = (\alpha - \alpha\pi + \beta\lambda) + \pi C_{t-1} + \varepsilon_t - \pi\varepsilon_{t-1} + \beta u_t,$$

Тут C виражено через свої значення в попередній момент часу, є процесом авторегресії першого порядку або $AR(1)$ залишків у поточній і попередній моменти часу (тобто є процесом авторегресії першого порядку або $MA(1)$). Процеси такі як C є процесом авторегресійного рухомого середнього або $ARMA(1,1)$.

Цей простий приклад ілюструє, як дві ендогенні моделі, Y та C , можна зобразити у вигляді одновимірної моделі з використанням винятково у термінах їхніх власних попередніх значень та випадкових похибок. Усе вищесказане можна також записати у вигляді системи ендогенних змінних, Y та C . Звичайно, якщо змінити порядок змінних та додати ендогенні змінні та значення інших змінних у попередній момент часу, то зміняться й одновимірні зображення.

ARIMA-моделі є зручним інструментом середньотермінового прогнозування окремих часових рядів. Дослідження зосереджуються на розробленні апарату моделювання кількох часових рядів за допомогою системи рівнянь *ARIMA*-процесів, що дає змогу включати взаємозворотні зв'язки між показниками та їхніми лаговими значеннями.

Системи, що складаються лише зі змінних, які залежать одна від одної, а також від лагових значень усіх змінних моделі, дістали назву векторних авторегресійних моделей (vector autoregressive). У цих моделях не намагаються відокремити структуру економіки, відсутній розподіл змінних на екзогенні та ендогенні. Тому *VAR*-моделі зазвичай використовують для прогнозування. За допомогою можна аналізувати взаємозалежність між змінними та встановлювати їхню структуру.

Прикладом побудови простої VAR-моделі є зумовлення відсоткових ставок (R_t) і відсоткової зміни грошової маси (M_t).

$$\begin{cases} R_t = \beta_{10} + \beta_{11}M_{t-1} + \beta_{12}R_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ M_t = \beta_{20} + \beta_{21}M_{t-1} + \beta_{22}R_{t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

Головною відмінністю цієї моделі є симетрія змінних, з'являються по обидва боки кожного рівняння. Таке подання є структурною формою VAR-моделі. Як і у разі симуляційних рівнянь, структурну форму VAR-моделі завжди можна привести до стандартної форми, тобто виразити всі ендогенні змінні через зовнішні та предетерміновані змінні.

Означення стандартної VAR(p)-моделі. VAR-моделлю стандартної форми називається стандартною VAR-моделлю. В загальній формі досліджують m змінних, кожен з яких спостерігали протягом T періодів. Приведена векторна авторегресійна модель p -го порядку може бути записана системою рівнянь:

$$\begin{aligned} y_{i,t} = & c_i + a_{i1}^{(1)} y_{1,t-1} + a_{i2}^{(1)} y_{2,t-1} + \dots + a_{im}^{(1)} y_{m,t-1} \\ & + a_{i1}^{(2)} y_{1,t-2} + a_{i2}^{(2)} y_{2,t-2} + \dots + a_{im}^{(2)} y_{m,t-2} + a_{i1}^{(p)} y_{1,t-p} \\ & + a_{i2}^{(p)} y_{2,t-p} + \dots + a_{im}^{(p)} y_{m,t-p} + \varepsilon_{i,t}, \quad i = \overline{1, m}; \end{aligned}$$

де i — номер змінної,

$a_{i,j}^k$ — коефіцієнти моделі,

$\vec{\varepsilon}_i$ — векторні процеси «білого шуму».

Для спрощення запису введемо нові позначення:

$$Y_t = \begin{pmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \\ \dots \\ y_{m,t} \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{pmatrix}, \quad A_j = \begin{pmatrix} a_{1,1}^{(j)} & a_{1,2}^{(j)} & \dots & a_{1,m}^{(j)} \\ a_{2,1}^{(j)} & a_{2,2}^{(j)} & \dots & a_{2,m}^{(j)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1}^{(j)} & a_{m,2}^{(j)} & \dots & a_{m,m}^{(j)} \end{pmatrix}$$

При цьому припускається, що ряди Y_{it} , стаціонарні з постійною дисперсією та математичне сподівання, значення яких не змінюються з періодом часу. У разі нестационарних часових рядів їх нестационарність усувається операцією різниць. Інакше оцінені коефіцієнти виявляються хибними, а похибка регресії (*estimated error*) випадкові величини $\varepsilon_{i,t}$ є «білим шумом», але корелюють.

За аналогією з *ARIMA*-процесами, які завжди можна представити у вигляді процесів ковзної середньої, вектор-авторегресію (2.5.8) можна перетворити на *VMA* (стандартному вигляді записують як:

$$Y_t = M + H_0 \vec{\varepsilon}_t + H_1 \vec{\varepsilon}_{t-1} + H_2 \vec{\varepsilon}_{t-2} + \dots, (2.5.9)$$

де H_0 — одинична матриця, а кожна матриця коефіцієнтів

$$H_\tau = \begin{pmatrix} h_{11}^{(\tau)} & h_{12}^{(\tau)} & \dots & h_{1n}^{(\tau)} \\ h_{21}^{(\tau)} & h_{22}^{(\tau)} & \dots & h_{2n}^{(\tau)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{n1}^{(\tau)} & h_{n2}^{(\tau)} & \dots & h_{nn}^{(\tau)} \end{pmatrix},$$

Практична побудова *VAR* (p)-моделі передбачає такі

- 1) визначення порядку (p) моделі;
- 2) оцінювання параметрів;
- 3) побудову прогнозу;
- 4) аналіз функції імпульсних відгуків (аналіз реакції системи на одиничний імпульс).

декомпозицію дисперсії.

Визначення порядку *VAR* (p)-моделі є першим етапом побудови. Основне питання полягає у визначенні кількості змінних у системі, кількості лагів p для кожної змінної. При включенні лагів із великою кількістю лагів систему, важко оцінити й аналізувати змінних одна на одну. Разом із тим, невелика кількість лагів призводить до неправильної оцінки моделі. Незважаючи на невизначеність стосовно параметра p треба пам'ятати,

де \hat{V} — коваріаційна матриця залишків у разі застосування моделі з p лагів, $|\hat{V}|$ — детермінант коваріаційної матриці.

Тоді вибір p_{\max} здійснюють таким чином. Спочатку обчислюють значення $AIC(p)$ для всіх $p = 0, 1, \dots, \left\lfloor \frac{n}{m^2} \right\rfloor$, де $\lfloor \cdot \rfloor$ позначають цілу частину числа. За величину p_{\max} обирають ту, для якої $AIC(p)$ мінімізується.

Ще однією можливістю вибору p_{\max} є застосування критерію χ^2 . Нехай модель має s рівнянь, кожне з яких має p_1 лагів змінних, без констант. Спочатку визначимо параметри моделі та визначник коваріаційної матриці похибок D_1 . Зменшимо кількість лагів до p_2 і знайдемо відповідне значення D_2 . Після цього обчислимо статистику

$$\chi^2 = (n - p_1) \ln \frac{D_1}{D_2}, \quad (2.5.11)$$

Якщо $\chi^2 < \chi_{s^2(p_1-p_2)}^2$, то обираємо модель із меншою кількістю лагів.

На жаль, цей критерій може лише визначити, яка кількість лагів краща, але не дає змоги визначити оптимальну кількість лагів. Застосування цього методу необхідно перевіряти всі значення p від 0 до $\frac{n}{m^2}$.

Оцінювання VAR-моделей. Загальна кількість коефіцієнтів, які потрібно оцінити у VAR (p)-моделі виду (2.5.7), у якій присутні $m + p \cdot m^2$ параметри (коефіцієнти вектора C , матриць A_1, A_2, \dots, A_p). Для спрощення процесу знаходження коефіцієнтів введемо позначення:

$$W = [C : A_1 : A_2 : \dots : A_p] \quad \text{— матриця розміру } m \times (p \cdot m^2 + 1)$$

у моделі.

Оскільки існує m рівнянь, то необхідно застосувати. Однак зазначимо, що це можливо, оскільки кількість кожного рівняннi системи однакова. Якщо це не так, тодi основi МНК неможлива. В такому разi VAR-модель не можна оцiнювати методом уявно непов'язаних регресiй (SUR), що забезпечує

Для оцiнювання коефіцієнтiв структурної форми коефіцієнтами приведеної форми потрібно розв'язати питання, яке формулюється як завдання певних обмежень. Так, система в матричній формi буде точно ототожненою, якщо на один iз параметрiв накладено обмеження; якщо обмеження накладено бiльш як на один параметр, система переототожненою.

Прогнозування на основi VAR-моделей. Завдяки VAR-моделей можна отримати одночасно прогнози багатьох взаємопов'язаних економiчних показникiв. Зазвичай, передбачення майбутнiх значень збурень здійснюють, як i у випадку ARMA-моделей, iз мiнiмальною помилкою.

Нагадаємо, що пiд час прогнозування можливі помилки, пов'язані з різницею мiж дійсними та оцiненими коефіцієнтами. Якщо використовують для прогнозу, та пов'язані з iгноруванням випадкових величин (майбутнiх збурень). Класично зважають лише на величину помилок, тому пiд час прогнозування намагаються мiнiмізувати помилку.

Як i раніше, позначимо прогноз Y_t у перiод часу $t + \tau$. При цьому $\tau \geq 1$ є прогнозовим перiодом, або перiодом прогнозу. Відповідно помилки прогнозу дорiвнюють: $e_{t+\tau} = Y_{t+\tau} - \hat{Y}_{t+\tau}$, що значення помилок можуть бути як вiд'ємними, так i додативними, використовують поняття мiнiмуму середнього квадрата помилки. Відповідно, оптимальним є прогноз, за якого мiнiмізується середнє значення помилок прогнозу, тобто обирається таке прогнозове значення $\hat{Y}_{t+\tau}$, при якому

мiнiмізується $M(e_{t+\tau}^2) = M\{(Y_{t+\tau} - \hat{Y}_{t+\tau}(\tau))^2\}$. Зауважимо, що помилка прогнозу є випадковою величиною, ми мiнiмізуємо математичне сподiвання

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.5.14)$$

Для спрощення виключимо з (2.5.14) вектор A_0 і отримав

$$Y_t = A Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.5.15)$$

Таким чином, якщо дійсні значення за VAR (1)-моделлю в період часу $(t+1)$: $Y_{t+1} = A Y_t + \varepsilon_{t+1}$, то відповідно прогнозові значення в період $(t+1)$:

$$Y_t(1) = M(Y_{t+1} | Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1) = A Y_t, \text{ оскільки } M(\varepsilon_{t+1}) = 0.$$

Вектор помилок прогнозу в період часу $(t+1)$ дорівнює $e_{t+1} = Y_{t+1} - Y_t(1) = \varepsilon_{t+1}$.

Вектор дійсних значень за VAR (1)-моделлю в період часу $(t+2)$ дорівнює

$$Y_{t+2} = A Y_{t+1} + \varepsilon_{t+2} = A^2 Y_t + A \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}$$

Прогнозні значення Y у період $(t+2)$ дорівнюють

$$\hat{Y}_t(2) = M(Y_{t+2} | Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1) = A^2 Y_t,$$

Помилки прогнозу в період $(t+2)$ дорівнюють

$$e_{t+2} = Y_{t+2} - \hat{Y}_t(2) = A \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2},$$

Відповідно для періоду $(t+\tau)$ отримаємо:

$$Y_{t+\tau} = A^\tau Y_t + A^{\tau-1} \varepsilon_{t+1} + \dots + A \varepsilon_{t+\tau-1} + \varepsilon_{t+\tau}, \quad (2.5.16)$$

$$\hat{Y}_t(\tau) = M(Y_{t+\tau} | Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1) = A^\tau Y_t. \quad (2.5.17)$$

Помилки прогнозу в період $(t+\tau)$ дорівнюють

$$e_{t+\tau} = Y_{t+\tau} - \hat{Y}_t(\tau) = A^{\tau-1} \varepsilon_{t+1} + \dots + A \varepsilon_{t+\tau-1} + \varepsilon_{t+\tau}$$

одновимірних моделей. Сучасні пакети прикладних програм отримання прогнозів для VAR-моделей вищих порядків із досліджуваних показників.

Імпульсний аналіз. На відміну від ARIMA-моделей змогу проводити економічний аналіз результатів, Звичайно VAR-моделей важко тлумачити, але можна інтерпретувати імпульсних відгуків (*impulse responsible function*) і декомпозиції (*variance decomposition*).

Розглянемо стандартну VMA(∞) — модель (2.5.9).

матриці коефіцієнтів $H_\tau = \begin{pmatrix} h_{11}^{(\tau)} & h_{12}^{(\tau)} & \dots & h_{1n}^{(\tau)} \\ h_{21}^{(\tau)} & h_{22}^{(\tau)} & \dots & h_{2n}^{(\tau)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{n1}^{(\tau)} & h_{n2}^{(\tau)} & \dots & h_{nn}^{(\tau)} \end{pmatrix}$ показує

значення i -ї ендогенної змінної (y_i) залежно від j -го випадкової змінної) τ періодів тому. Таким чином:

$$h_{ij}^\tau \frac{\partial y_{i,t+\tau}}{\partial \varepsilon_{j,t}} = \frac{\partial y_{i,t}}{\partial \varepsilon_{j,t-\tau}} \quad (2.5.20)$$

Вираз h_{ij}^τ як функція від τ називається функцією імпульсного відгуку. За допомогою цієї функції можна досліджувати, який вплив мають значення справляють відповідні шоки в минулому.

Проілюструємо ідею імпульсного аналізу простий VAR(1)-моделі (2.5.13), або у матричному вигляді $Y_t = A_0 Y_{t-1} + \varepsilon_t$ (перетини) спрощення припускаємо, що вектор A_0

За нашим припущенням, у перший період часу ε_{11} зростає, а в наступні проміжки часу знову спадає до нуля; друге збурення зазвичай виникає в наступний період часу. Проаналізуємо ланцюгову зміну Y як реакцію на спричинений зміною першого збурення.

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1,5 \end{pmatrix},$$

$$Y_3 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,42 \\ 0,85 \end{pmatrix},$$

$$Y_4 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,42 \\ 0,85 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,211 \\ 0,38 \end{pmatrix}.$$

Цей процес можна продовжити, відповідно імпульсний процес матиме наступний вигляд:

Імпульсна функція (<i>IRF</i>) від $\varepsilon_1 = (3)$		
Період	y_{1t}	y_{2t}
1	3	0
2	0,9	1,5
3	0,42	0,85
4	0,211	0,38
...

Сучасні програмні пакети надають графічне зображення процесу.

вектором. У попередньому прикладі змінні y_{1t} та y_{2t} є $\vec{\lambda}_t \in CI(1,1)$ та коінтеграційний вектор $\vec{y}_t = (1, -\lambda)$.

Зазначимо такі властивості коінтегрованих змінних:

1) включення сталої до (2.5.21) не дає жодного ефекту;
 2) доведено, що коінтегрованість змінних означає коінтегрованість їхніх логарифмів, тоді як коінтегрованість логарифмів означає коінтегрованість самих змінних (звідси випливає, що для функціональної форми бажано провести окремі дослідження перетворень змінних у коінтегративних співвідношеннях);

3) коінтегрування передбачає, що дві змінні не розходяться, оскільки u , що є мірою розбіжності між y_{1t} та y_{2t} , має нульову «похибку», яка є стаціонарною із нульовим середнім. Це можна записати у вигляді:

$$y_{1t} - \lambda y_{2t} = 0 \quad (2.5.22)$$

і тлумачити як обмежене або рівноважне співвідношення. Динамічний шлях коінтегрованих рядів можна уявити (рис. 5.2.1) як відхилення від довготривалої рівноваги;

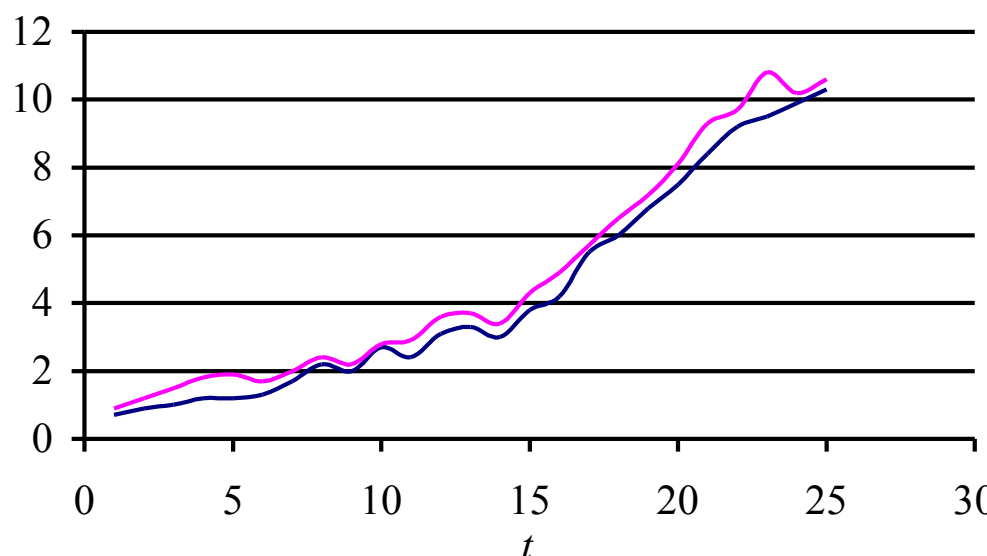


РИС. 5.2.1. КОІНТЕГРАЦІЯ ДВОХ ЧАСОВИХ РЯДІВ

$$\Delta y_{1t} = -\rho_1 u_{t-1} + L(\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}) + d(L)\varepsilon_{1t}, (2.5.23)$$

$$\Delta y_{2t} = -\rho_2 u_{t-1} + L(\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}) + d(L)\varepsilon_{2t}, (2.5.24)$$

де u задається (2.5.21), $d(L)$ є поліномом скінченного порядку, а похибки ε_{1t} та ε_{2t} є сумісними процесами білого шуму, некорельовані за однакових значень t і $|\rho_1| + |\rho_2| \neq 0$.

Остання умова означає, що u трапляється принаймні раз. Справедливість (2.5.23) та (2.5.24) випливає із того, що y_{1t} та y_{2t} є коінтегрованими, їхня різниця є $I(0)$, і тому кожен доданок є $I(0)$.

Моделі коригування похибки широко використовуються, оскільки вони вимагають наявності добре визначеної рівноваги економічної системи, аби швидкість руху змінних у напрямі положення рівноваги була пропорційною відстань системи до положення рівноваги. Отже, коінтеграційна умова (2.5.21) відображає положення рівноваги цієї системи. Величини u_{t-1} вимірює відстань до положення рівноваги в минулому часу. Механізм коригування похибки може з'явитися в ринку за умови, коли очікувані суб'єктами майбутні значення змінних пов'язані з поточною змінною. Зазначимо, що не тільки коінтеграційні умови задовольняють такій моделі, а й дані, породжені *ЕСМ*, коінтегрованими.

Цей результат має велике значення, оскільки пов'язує дві окремі відокремлені області: моделі часових рядів та *ЕСМ*. Якщо моделі є коінтегрованими, то існує їхнє векторне *ARMA*-зображення. У *VARMA*-моделі немає обмежень щодо взаємного руху кількох змінних. Саме коінтеграція дає змогу дослідникові вводити до моделі необхідний зв'язок між змінними, що зумовлює точніше описування динаміки системи.

Побудова й коректне застосування моделей коригування похибки з метою прогнозування передбачає послідовне виконання та

- 1) перевірка рядів на стаціонарність;
- 2) визначення порядку інтеграції кожного ряду;
- 3) тестування рядів на коінтеграцію;

Можна очікувати, що для коінтегрованих змінних значення будуть великим.

Критерій Дікі та Фуллера розглядає залишки \hat{u}_t з (2.5.25)

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \Delta \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.5.26)$$

і потім перевіряє, чи є ρ значимо від'ємним. Для цього використовується таблиця Дікі та Фуллера, і якщо $\hat{\rho}$ є значущим, то $u \in I(0)$ і змінні є коінтегрованими. Коли залишки в (2.5.26) не є білим шумом, можна модифікувати, включивши сталу й додаткові значення $\Delta \hat{u}_t$, поки залишки не стануть «білим шумом» (за розширеним тестом [ADF]). Якщо залишки є стаціонарними, можна дійти висновку, що лінійна комбінація досліджуваних змінних насправді є рівноважною, тобто змінні коінтегрують. Якщо $\hat{\rho}$ дорівнює нулю, це означає одиничний корінь.

Коли встановлено, що дві (або більше) змінні є коінтегрованими, можна обрати модель коригування похибки й оцінити її параметри. Вчені запропонували двоетапну процедуру, в якій на першому етапі оцінюють

оцінок залишків \hat{u}_t за допомогою метода найменших квадратів. Після отримання оцінки параметрів регресії (2.5.25). За наявності коінтегрованих змінних важливо перевірити, чи всі вони є коінтегрованими. Наступна стадія процедури полягає у підстановці оцінок залишків з (2.5.25) у загальну модель корекції похибки (2.5.23) та (2.5.24) і оцінки параметрів цих рівнянь.

Якщо критерії свідчать, що змінні не є коінтегрованими, це означає некоректність теоретичної моделі, зокрема, можливі помилки в визначенні важливими змінними. Для досягнення коінтегрованості можна додати нові змінні. Однак знаходження коінтегрованих змінних має початку перевірки коінтегрованості підмножин цих змінних.

ВВПР — валовий внутрішній продукт у реальному
= ВВП/ІСЦ);

ВВПРС — валовий внутрішній продукт, очищений від

Для побудови моделі коригування похибки для двох

ВВП були використані реальні щомісячні дані.

Виконання завдання передбачає кілька кроків.

Крок 1. *Перевірка виконання передумов коінтеграції*

моделі коригування похибки спершу необхідно перевірити, чи є часові ряди нестационарними однакового порядку. Якщо ні, то до кроку 2. Якщо ні, то неможливо побудувати модель коінтеграції. За допомогою розширеного тесту Дікі-Фуллера можна перевірити, чи є надходження ПДВР є нестационарним рядом, порядком інтеграції дорівнює одиниці, реальні податкові надходження, скориговані (ПДВРС), та реальний ВВПР, скоригований на сезонність, є нестационарними часовими рядами з порядком інтеграції 1. Попередній аналіз часових рядів ПДВ та ВВП (у реальному очищених від сезонності) показав, що вони є нестационарними з порядком інтеграції 1. Отже, передумови для коінтеграції виконані, і потрібно перевірити наявність коінтеграції.

Крок 2. *Перевірка часових рядів на коінтеграцію з використанням тесту Гренджера*. Щоб перевірити часові ряди на коінтеграцію, необхідно оцінити довготривалу залежність між надходженнями від податків (ПДВРС) та ВВП (ВВПРС) звичайним методом найменших квадратів (для реальних та сезонно скоригованих змінних), а потім перевірити модель на стаціонарність.

Оцінене регресійне рівняння залежності між надходженнями від податків (ПДВРС) та ВВП (ВВПРС) методом найменших квадратів є статистично значуще на рівні 0,05 і має вигляд:

$$\text{ПДВРС} = -0,002 + 0,126 \times \text{ВВПРС}$$

Як можна побачити, зростання на 1 млрд грн реального ВВП призводить до зростання надходжень ПДВ приблизно на 126 млн грн.

Щоб дійти висновку стосовно коінтеграції часових рядів, необхідно

Оскільки виявлена наявність коінтеграції між ПДВРС та ВВПРС, оцінити модель коригування похибки для цих змінних залежність перших різниць реальних очищених від сезонних ефектів (ПДВРС) від перших різниць реальних очищених від сезонних ефектів (ВВПРС) та відхилення від довготривалої рівноваги із змінною довготривалої рівноваги. Зазначимо, що в модель включені фіктивні змінні для 1997 року для грудня 1997-го і січня 1998-го років (фіктивні змінні для грудня 1997 року та нуля для решти місяців). Модель похибки має вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta \text{ПДВРС}_t &= -0,4508 \times (\text{ПДВРС}_{t-1} - 0,1023 \times \text{ВВПРС}_{t-1} + 0,00125) \\ &\quad + \Delta \text{ПДВРС}_{t-1} - 0,5691 \times \Delta \text{ПДВРС}_{t-2} - 0,0971 \times \Delta \text{ВВПРС}_{t-1} \\ &\quad + 0,0674 \times \Delta \text{ВВПРС}_{t-2} + 0,00134 \times \text{DUMMY9701} \\ &\quad - 0,0011 \times \text{DUMMY9801} + 0,000316 \times \text{DUMMY9702} \\ \Delta \text{ВВПРС}_t &= -1,635 \times (\text{ПДВРС}_{t-1} - 0,1023 \times \text{ВВПРС}_{t-1} + 0,00125) \\ &\quad - 0,0627 \times \Delta \text{ПДВРС}_{t-1} - 1,2064 \times \Delta \text{ПДВРС}_{t-2} \\ &\quad - 0,5681 \times \Delta \text{ВВПРС}_{t-1} - 0,1444 \times \Delta \text{ВВПРС}_{t-2} + 0,000129 \times \text{DUMMY9712} \\ &\quad + 0,000129 \times \text{DUMMY9801} + 0,0010 \times \text{DUMMY97}. \end{aligned}$$

Використовуючи ці результати, можна визначити три змінні (коефіцієнти нормалізовані таким чином, щоб кожен коефіцієнт при незалежних змінних, дорівнювали одиниці). Прокоментуємо результати й звернемо увагу на окремі моменти.

1. Система стабільна відносно змінної ПДВРС (коefficientи від довготривалої рівноваги (коінтеграційне рівняння) до ПДВРС нестатистично незначущим за відносно низького рівня довіри). ВВПРС є слабко екзогенною, оскільки оцінка її впливу на ПДВРС статистично незначущим за відносно низького рівня довіри.

2. Кількість лагів у прикладних дослідженнях визначається виходячи з максимальних значень Акайк- та Шварц-критеріїв, використовуючи попередню апріорну інформацію щодо прийнятної кількості лагів.

Крок 4. Прогнозування на основі оцінюваної моделі кointеграції
Раз оцінивши модель, можемо використати її для прогнозування майбутніх надходжень. Щоб зробити прогноз, розв'язують модель.

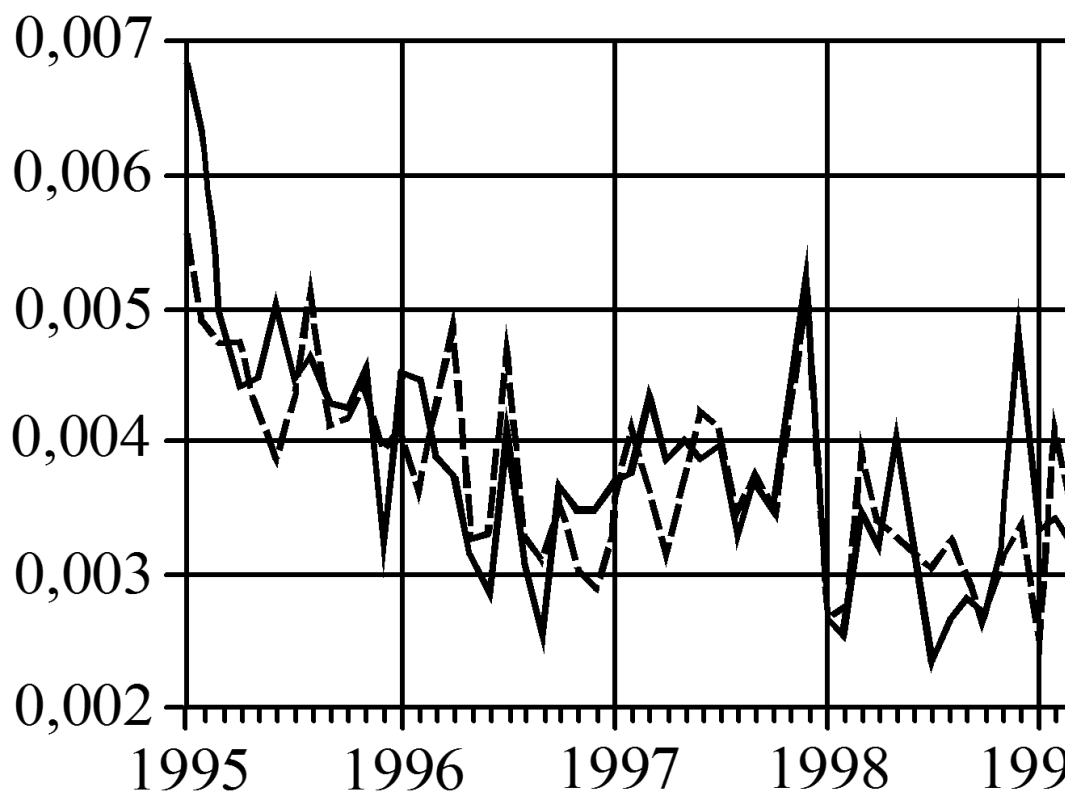


Рис. 2.5.2. Фактичні (—) та прогнозовані (---) значення (в реальному вимірюванні та очищеному від сезонності)

Візуальний аналіз демонструє, що прогнозовані значення (в очищеному від сезонності та в реальному вимірюванні) досить непогано «відображають» фактичні значення. Ці висновки, зроблені на підставі візуального аналізу, можна підтвердити формальними критеріями якості прогнозу.

Під час застосування коінтеграційного методу існують певні проблеми, варто звернути увагу. Перша має статистичну природу й стосується потужності критеріїв перевірки гіпотези стосовно рівності коефіцієнтів. Коли справжнє значення близьке до одиниці, часто дуже велика кількість спостережень. У таких ситуаціях гіпотеза стосовно рівності коефіцієнтів до одиниці приймається, якщо справжнє значення є, скажімо, близьке до одиниці. Разі подальшу інформацію стосовно коінтегрованості рядів можна отримати шляхом перевірки значущості коефіцієнтів при u_{t-1} у рівнянні з помилкою.

Друга проблема стосується вибору залежної та незалежної змінної в коінтеграційній регресії. Якщо y_{1t} та y_{2t} – дві коінтегровані змінні, то

$$y_{1t} - \lambda y_{2t} \quad \text{та} \quad y_{2t} - \frac{1}{\lambda} y_{1t} \quad \text{є} \quad \text{однаково} \quad \text{правильними} \quad \text{з} \quad \text{точки} \quad \text{зору} \quad \text{коінтеграції}$$

використання або y_{1t} або y_{2t} як залежної змінної у разі коінтеграції.

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

1. *ARIMA*-моделі, що це таке?
2. *VAR* -моделі (*vector autoregressive*), що це таке?
3. Практична побудова *VAR* (*p*)-моделі передбачає такі
4. Імпульсний аналіз, що це таке і як він проводиться?
5. Коінтегрування часових рядів, що це таке і як воно з
6. Побудова й коректне застосування моделей кори
метою прогнозування передбачає послідовне викона

Зміст лекції №6 Прогнозування тенденції на осн часових рядів

- 6.1. Прогнозування тенденції часового ряду з
характеристиками.
- 6.2. Прогнозування тенденції часового ряду за аналіз
згладжування.
- 6.3. Прогнозування тенденції часового ряду з
методами.

6.1 Прогнозування тенденції часового ряду з характеристиками

Найпростішим способом прогнозування вважає
визначає прогнозову оцінку від фактично досягнутого р
середнього рівня, середнього приросту, середнього темпу з

Екстраполяція на основі середнього рівня ряду. П
соціально-економічних процесів на основі середнього рівн
значення беруть як середнє арифметичне значення попе
тобто точковий прогноз $\hat{y}_n(\tau)$, зроблений у момент ч
упередження τ , розраховують за формулою:

прогнозований показник дорівнює середньому вибірково. За такого підходу не зважають на те, що окремі значення коливалися навкруги середнього в минулому, і це також майбутньому. Отже, загальна дисперсія включає коливальну дисперсію середньої та коливання індивідуальних значень навкруги середньої.

Вона становить величину $\hat{\sigma}^2 + \frac{\hat{\sigma}^2}{n}$, а інтервал надійності для прогнозу ряду дорівнює:

$$\hat{y}_n(\tau) \pm t_\alpha \hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n}}. \quad (2.6.3)$$

Екстраполяцію за середнім абсолютним приростом виконати в тому разі, коли загальна тенденція розвитку вивчається за допомогою середнього абсолютного приросту.

Прогнозову оцінку $\hat{y}_n(\tau)$ одержують за формулою:

$$\hat{y}_n(\tau) = y_n + \tau \cdot \overline{\Delta y}, \quad (2.6.4)$$

де $\overline{\Delta y}$ — середній абсолютний приріст.

Екстраполяцію за середнім темпом зростання виконати в тому разі, коли є підстави вважати, що загальна тенденція розвитку характеризується експоненціальною кривою. Прогноз на момент часу $t = n$ на період випередження τ , у цьому разі одержують за формулою:

$$\hat{y}_n(\tau) = y_n \cdot \overline{T}_{зр}^\tau, \quad (2.6.5)$$

де $\overline{T}_{зр}$ — середній темп зростання, розрахований за середнім темпом зростання.

Інтервал надійності прогнозу за середнім абсолютним приростом та середнім темпом зростання можна одержати лише тоді, коли вони визначаються за допомогою статистичного оцінювання параметрів лінійної та експоненціальної кривої.

До методів аналітичного згладжування відносять разом із методом найменших квадратів та його модифікаціями основну тенденцію аналітичним методом — означає надійно відслідковувати процесу однакового розвитку впродовж усього часу спостережень. Цих методів важливо обрати оптимальну функцію детермінованої частини (кривої зростання), яка згладжує ряд спостережень y_t .

Регресійний аналіз. Оцінювання параметрів здійснюють на підставі побудови моделі регресії, в якій незалежною змінною є час:

$$y_t = v_t + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (2.6.1)$$

де v_t — функція тренду (крива зростання);

ε_t — невідомі випадкові похибки.

Виходячи з теоретичних міркувань крива зростання виражається будь-якою математичною функцією v_t . Оцінювання параметрів залежності здійснюють за вибірковими спостереженнями. Вибір методу оцінювання залежить від виду кривої зростання та походження випадкових похибок ε_t . Якщо функція v_t лінійна, наприклад, має вигляд алгебраїчного полінома ступеня p :

$$v_t = a_0 + a_1 t + \dots + a_p t^p, \quad (2.6.2)$$

і при цьому довжина часового ряду n суттєво перевищує стандартну довжину часового ряду. Випадкові залишки ε_t мають властивості «білого шуму», тобто:

$$\begin{aligned} M(\varepsilon_t) &= 0, \\ M(\varepsilon_t \varepsilon_{t+k}) &= \begin{cases} \sigma^2, & \text{якщо } k = 0, \\ 0, & \text{якщо } k \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

тоді оцінки \hat{a} параметрів a можна одержати методом найменших квадратів (МНК). МНК-оцінки параметрів лінійної регресії за умови мінімізації суми квадратів відхилень точок вхідного часового ряду y_t від значень \hat{y}_t :

$$S = \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \rightarrow \min$$

— вектор-стовпчик спостережень залежної змінної $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

Побудована модель прогнозу має супроводжуватися інформацією стосовно її точності та адекватності. Як дисперсії та взаємної незалежності випадкових похибок виконується, застосовують узагальнений МНК; модель, у нелінійною за параметрами, потребує техніки статистичних нелінійних моделей регресії тощо.

Для розрахунку в момент часу $t = n$ прогнозової оцінки випередження τ потрібно оцінити параметри лінійного тренду, підставити їх у рівняння тренду (наприклад, (2.6.2)), де $t = n + \tau$.

Методи, розроблені для статистичних сукупностей, визначення інтервалу надійності прогнозу, який залежить від похибки оцінки прогнозованого показника, від часу випередження, від довжини прогнозової бази та обраного рівня значущості.

Наприклад, у разі прямолінійного тренду інтервал надійності U_y має вигляд

$$U_y = \hat{y}_n(\tau) \pm t_\alpha \hat{\sigma}_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n + 2\tau - 1)^2}{n(n^2 - 1)}}, \quad (2.6.6)$$

де τ — період випередження;

$\hat{y}_n(\tau)$ — точковий прогноз на момент часу $n + \tau$;

n — кількість спостережень у часовому ряду (довжина бази);

$\hat{\sigma}_y$ — оцінка стандартної похибки (середньоквадратична)

оцінки \hat{y}_t , $\hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - 2}}$;

t_α — табличне значення критерію Стьюдента для рівня значущості α та ступенів свободи $n - 2$.

Іноді для розрахунку інтервалів надійності прогнозу лінійного тренду застосовують наведену вище формулу в дещо перетвореному вигляді.

здійснюють прогноз; \bar{t} — час, що відповідає середині першого вхідного ряду; підсумок робиться за всіма спостереженнями.

Формула для розрахунку інтервалів надійності тренду, який має вид полінома другого або третього порядку

$$U_y = \hat{y}_n(\tau) \pm t_\alpha \hat{\sigma}_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_\tau^2}{\sum t^2} + \frac{\sum t^4 - 2t_\tau^2 \sum t^2 + nt_\tau^4}{n \sum t^4 - (\sum t^2)^2}}.$$

Аналогічно розраховують інтервали надійності для

які можна звести до лінійної функції.

Розглянутий розрахунок інтервалів надійності при кривих зростання, що ґрунтується на висновках і формулах аналізу, для часових рядів не зовсім правомірний, оскільки, як уже зазначалося, відрізняються від статистичних сукупностей. Оцінювання інтервалів надійності для кривих зростання повинно бути з певною обережністю. Якщо припустити, що випадковий

$(y_{t+\tau} - \hat{y}_t(\tau) = \hat{\varepsilon}_t)$ є стаціонарним часовим рядом, то становитиме

$$y_{t+\tau} - \hat{y}_t(\tau) = \varepsilon_{t+\tau} + b_1 \varepsilon_{t+\tau-1} + b_2 \varepsilon_{t+\tau-2} + \dots + b_{\tau-1} \varepsilon_{t+1}.$$

Звідси

$$MSE = M(y_{t+\tau} - \hat{y}_t(\tau))^2 = (1 + b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_{\tau-1}^2) \sigma_\varepsilon^2.$$

Динамічним мультиплікатором збурення ε_t , тобто показує, на скільки зміниться значення часового ряду

залежно від поточного збурення, є $\frac{\partial y_{t+\tau}}{\partial \varepsilon_t} = b_\tau$. Очевидно,

буде спалати з часом, тому $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\partial y_{t+\tau}}{\partial \varepsilon_t} = 0$

різні тенденції економічних процесів, наприклад, життєвий цикл процес нагромадження капіталу, маркетингові зусилля фірми. У економічній практиці вже здобуто певний досвід і розроблено моделі, які найчастіше використовують у соціально-економічних процесах. Такі криві належать: поліноміальні, експоненціальні, логарифмічні зростання.

Поліноміальні криві зростання можна використовувати для апроксимації (наближення) та прогнозування економічних процесів. Майбутній розвиток не залежить від досягнутого рівня. Прямі криві зростання мають вигляд:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t \quad (\text{поліном першого ступеня}),$$

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (\text{поліном другого ступеня}), \quad (2.6.11)$$

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (\text{поліном третього ступеня}) \text{ тощо}$$

Поліноміальні моделі лінійні за параметрами. Параметри (лінійної, квадратичної, полінома третього ступеня) мають економічне тлумачення: a_1 — лінійний приріст, a_2 — прискорення зростання, a_3 характеризує динаміку прискорення зростання.

Для полінома першого ступеня характерний постійний приріст. Щоб обчислити перші прирости за формулою $\Delta_t^1 = y_t - y_{t-1}$, $t = 1, 2, \dots$ будуть постійними величинами та дорівнюватимуть a_1 .

Якщо перші прирости обчислити для полінома другого ступеня, вони матимуть лінійну залежність від часу і ряд із перших приростів на графіку буде представлений прямою лінією. Другі прирости полінома другого ступеня будуть постійними.

Для полінома третього ступеня перші прирости будуть лінійною функцією часу, другі прирости будуть лінійною функцією часу, треті прирости, які обчислюють за формулою $\Delta_t^3 = \Delta_t^2 - \Delta_{t-1}^2$, будуть постійними величинами.

$$\hat{y}_t = ab^t, \text{ основна форма } b > 0. \quad (2.6.12)$$

$$\hat{y}_t = ae^{\beta t}, \text{ } b \text{ замінюємо на } e^\beta, \text{ де } \beta = \ln(b). \quad (2.6.13)$$

$$\hat{y}_t = a(1-r)^t, \text{ } b \text{ замінюємо на } (1-r), \text{ де } r = b-1. \quad (2.6.14)$$

$$\hat{y}_t = e^{\alpha + \beta t}, \text{ де } a \text{ замінюємо на } e^\alpha, \text{ і } b \text{ на } e^\beta. \quad (2.6.15)$$

$$\hat{y}_t = 10^{\alpha + \beta t}, \text{ де } a \text{ замінюємо на } 10^\alpha, \text{ і } b \text{ на } 10^\beta. \quad (2.6.16)$$

де a й b — додатні числа, при цьому якщо $b > 1$, то функція зростає, а якщо $b < 1$ — спадає.

Усі ці форми використовують на практиці для моделювання економічних процесів, наприклад, форму (2.6.14) найчастіше використовують у фінансах, де r означає норму річного відсотка.

Логарифми ординат простої експоненти лінійно залежать від часу. Наприклад, для функції (2.6.12) $\ln \hat{y}_t = \ln a + t \ln b$, тобто темп зростання ординати постійний для будь-якого моменту часу. Якщо ця крива застосовується для моделювання інфляції, то коефіцієнт b буде характеризувати темп інфляції. Помітимо, що ордината цієї функції змінюється з постійним темпом. Якщо взяти відношення приросту до самої ординати, то отримаємо постійну величину:

$$\frac{\Delta \hat{y}_t}{\hat{y}_t} = \frac{\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}}{\hat{y}_t} = 1 - \frac{1}{b}.$$

Модифікована експонента має вигляд:

$$\hat{y}_t = a + bc^t, \quad (2.6.17)$$

де постійні величини: $b < 0$, $0 < c < 1$, а константа a — це значення функції, тобто значення функції необмежено наближається до величини a . Можуть бути й інші варіанти модифікованої експоненти. На практиці найчастіше трапляється розглянута вище функція, коли на ринку з'являється новий товар, який супроводжується зростанням

$$\hat{y}_t = at^b . \quad (2.6.18)$$

Степенева крива добре згладжує показники, які зростають, якщо $b > 0$, або спадають, якщо $b < 0$. Зокрема, рівняння задає гіперболу, асимптотами якої є вісі координат. Якщо $b = -1$, рівняння задає гіперболу, асимптотами якої є вісі координат, а значення змінних є сталою величиною ($\hat{y}_t \cdot t = a$). В економіці такі криві використовують для зображення різноманітних економічних залежностей. Найвідомішою з них є виробнича функція Кобба-Дугласа. Також застосовуються для зображення кривих байдужості, а також криві різних категорій (так звана крива Торнквіста) тощо.

Гіперболічна крива I типу. Звичайна гіпербола задає

$$\hat{y}_t = a + b/t . \quad (2.6.19)$$

Для цього типу гіперболи за $b > 0$ значення \hat{y}_t зростають з зростанням t і асимптотично наближається до a . Такого типу криві застосовувати для вирівнювання й прогнозування показників, які спадає до певного відмінного від нуля рівня.

За $b < 0$ значення \hat{y}_t додатне, тільки якщо $t > b/a$; збільшення t у цьому випадку і до збільшення \hat{y}_t з асимптотичною межею a . Таким типом гіперболи доцільно зображувати зростаючі показники з насиченням.

Гіперболічна крива II типу. Цей тип гіперболи задає

$$\hat{y}_t = 1/(a + bt) \quad (2.6.20)$$

За $b > 0$ значення \hat{y}_t прагнуть до нуля у разі необмеженого зростання часу t ; за $b < 0$ значення \hat{y}_t прагне до нескінченності, якщо t наближається до $-a/b$.

експлуатації або зміна попиту на товари, що мають межу намоделювання таких процесів використовують так звані зростання, які мають вигляд:

$$\hat{y}_t = e^{a+b/t} \quad (2.6.22)$$

Насправді ця крива має форму S тільки за від'ємних умов, що його абсолютне значення більше за a . Якщо крива має форму S, вона використовується для зображення повних динамічних процесів. Повний цикл таких процесів починається зростання, потім настає фаза бурхливого розвитку і, завершується періодом насичення (тобто асимптотично до величини e^a). Таке чергування фаз властиве багатьом соціальним процесам. Для S-подібної кривої точку перегину, в якій крива досягає максимального значення, знаходять розв'язок рівняння $f''(t) = 0$ — друга похідна за t кривою $f(t)$. Для S-подібної кривої тобто точкою, в якій зростання коефіцієнта нахилу дорівнює нулю, спадом, буде точка $t = -b/2$. Утім, на практиці для опису такої S-подібної кривої використовують більш гнучкі й адекватні логістичну.

Крива Гомперця має такий аналітичний вираз:

$$\hat{y}_t = ab^{c^t}, \quad (2.6.23)$$

де c, b — додатні параметри, причому $c < 1$; параметри функції.

У кривій Гомперця виокремлюють чотири ділянки: на першій функція незначний, на другій — збільшується, на третій ділянку функція постійний, на четвертій — відбувається вповільнення функція необмежено наближається до значення a . В результаті кривої нагадує латинську літеру S. Точкою перегину

називають точку $t_p = \frac{1}{\ln c} \ln\left(-\frac{1}{\ln b}\right)$ зі значенням функції \hat{y}_{t_p} , яке дорівнює $\hat{y}_{t_p} = a$.

У цьому виразі b і c — додатні параметри; a — функції за нескінченного зростання часу.

Якщо взяти похідну від цієї функції, можна побачити зростання логістичної кривої у будь-який момент досягнутому рівню функції й різниці між граничним досягнутим рівнем. Логарифм відношення першого до квадрата її значення (ординати) є лінійною функцією від часу.

Конфігурація графіка логістичної кривої близька до Гомперця, але, на відміну від останнього, логістична крива яка збігається із точкою перегину. Точка перегину дорівнює половині асимптотичного рівня.

Значення \hat{y}_{t_p} у точці перегину дорівнює $\hat{y}_{t_p} = \frac{1}{2}a$.

Метод найменших квадратів і процедури регресії є доцільними для випадку, коли рівняння кривої зростання перетворень можна звести до лінійної регресії. У таблиці 2.6.1 наведено види зростання, які найчастіше спостерігаються в соціологічних дослідженнях, їхні математичні функції \hat{y}_t та перетворення зведення функцій до лінійного вигляду.

Таблиця 2.6.1

ВИДИ КРИВИХ ЗРОСТАННЯ

Основні види кривих зростання	Математична функція	Лінійне перетворення
1	2	3
Лінійна (поліном першого ступеня)	$\hat{y}_t = a_0 + a_1t$	
Квадратична (поліном другого ступеня)	$\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$	

Степенева	$\hat{y} = at^b$	
Гіперболічна крива I типу	$\hat{y} = a + \frac{b}{t}$	
Гіперболічна крива II типу	$\hat{y} = \frac{1}{a+bt}$	
Гіперболічна крива III типу	$\hat{y}_t = \frac{t}{a+bt}$	
Модифікована експонента	$\hat{y} = a + bc^t$	$c =$
Крива Гомперця	$\hat{y} = ab^{c^t}$	
Логістична крива	$\hat{y} = \frac{1}{a+bc^t}$	

Як видно з таблиці 2.6.1, у практиці криволіній широко використовують два види перетворень: логарифмічне та зворотне перетворення $\left(\frac{1}{t}\right)$. При цьому можливі перетворення змінної y , так і незалежної t або обох одночасно. Параметри кривих (Гомперця та логістичної кривої) визначаються скінченними. Їх можна отримати із модифікованої експоненти, так само, як і звичайної лінійної регресії кривої, розглянуті раніше. Криві

Вибір кривої зростання. Правильно встановити ви аналітичної залежності значення показника від часу — завдань. Обрана функція тренду має задовольняти такі умови: бути обґрунтованою; мати якнайменшу кількість параметрів; повинні мати економічне тлумачення; оцінені значення тренду менше відрізнятися від відповідних фактичних спостережень.

Вибір форми кривої для згладжування певною мірою згладжування: інтерполяції або екстраполяції. У першому досягнення найбільшої близькості до фактичних рівнів, а в другому — виявлення основної закономірності розвитку якої можна припустити, що в майбутньому вона збережеться.

В основі вибору кривої лежить теоретичний аналіз економічного явища, зміни якого відображаються часом. При увазі беруть міркування стосовно характеру зростання рівня зростання випуску продукції передбачається у вигляді прогресії, то згладжування відбувається за прямою; якщо геометричній прогресії, то згладжування виконують за функцією.

На практиці під час попереднього аналізу часового ряду правило, дві-три криві зростання для подальшого дослідження трендової моделі часового ряду. Розглянемо проблему згладжування зростання для конкретного часового ряду.

Метод послідовних різниць (Тінтнера). Цей метод використаний для визначення порядку (ступеня) апроксимації, якщо, по-перше, рівні часового ряду складаються лише з тренду та випадкової, і, по-друге, тренд є досить гладеньким, то було згладити поліномом певного ступеня. Алгоритм згладжування ідентичний алгоритму визначення порядку інтеграції нестаціонарності (див. 2.6) і передбачає такі кроки.

1. Розраховують різниці (прирости) до d -го порядку

$$\Delta_t^1 = y_t - y_{t-1};$$

$$\Delta_t^2 = \Delta_t^1 - \Delta_{t-1}^1; \quad (2.6.25)$$

$$s_d^2 = \frac{\sum_{t=d+1}^n (\Delta_t^d)^2}{(n-d)c_{2d}^d}, \quad (2.6.27)$$

де c_{2d}^d — біноміальний коефіцієнт.

3. Порівнюють значення кожної наступної дисперсії тобто розраховують різниці $|s_d^2 - s_{d-1}^2|$, і якщо для будь-якої дисперсії перевищує певної наперед заданої додатної величини, тобто дисперсій однаковий, то ступінь апроксимаційного полінома $d - 1$.

Необхідно зазначити, що для визначення тренду в ер рядках не слід використовувати поліноми дуже великого степені отримані в такий спосіб функції згладжування відображають відхилення, а не детерміновану складову, що суперечить припущенню.

Метод характеристик приросту є універсальним методом попереднього вибору кривих зростання. Він ґрунтується на використанні окремих характерних властивостей кривих, розглянутих у попередньому методі. Наприклад, для інтервалу згладжування $m = 3$ середньої. Наприклад, для інтервалу згладжування $m = 3$ розраховують за формулою:

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3} \quad (2.6.28)$$

причому щоб не втратити перший та останній рівні, їх згладжують за формулами:

$$\bar{y}_1 = \frac{5y_1 + 2y_2 - y_3}{6}, \quad \bar{y}_n = \frac{-y_{n-2} + 2y_{n-1} + 5y_n}{6}. \quad (2.6.29)$$

Далі обчислюють перші середні прирости

$$\bar{\Delta}_t = \frac{\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_{t-1}}{2}, \quad t = 2, 3, \dots, l, n - 1; \quad (2.6.30)$$

другі середні прирости

$$\bar{\Delta}_t^{(2)} = \frac{\bar{\Delta}_{t+1} - \bar{\Delta}_{t-1}}{2}, \quad (2.6.31)$$

а також ряд похідних величин:

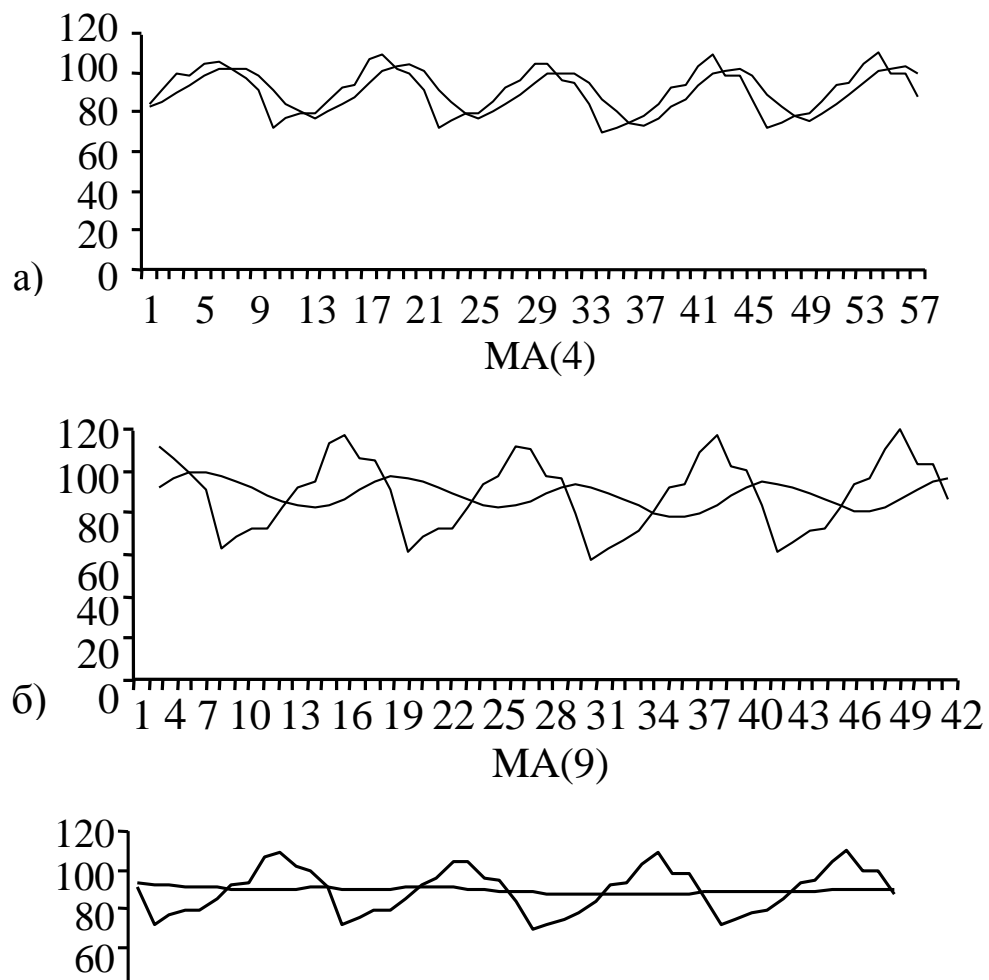
	з часом	
Перший середній приріст $\bar{\Delta}_t$	Майже однаковий	По
$\bar{\Delta}_t$	Змінюється лінійно	П пор
Другий середній приріст $\bar{\Delta}_t^{(2)}$	Змінюється лінійно	По по
$\frac{\bar{\Delta}_t}{y_t}$	Майже однаковий	Пр
$\log \bar{\Delta}_t$	Змінюється лінійно	П
$\log \frac{\bar{\Delta}_t}{y_t}$	Змінюється лінійно	К
$\log \frac{\bar{\Delta}_t}{y_t^2}$	Змінюється лінійно	Л

6.3 Прогнозування тенденції часового ряду за алгоритм

Сутність алгоритмічних методів полягає у використанні фактичних рівнів часового ряду y_t , їхніми згладженими значеннями певним алгоритмом розрахунку оцінюють невідому функцію в будь-якій наперед заданій точці t , не претендуючи при цьому на точність (тобто у вигляді певної формули) представлення функції на базового періоду $t=1,2,\dots,n$. Вони мають механізм налагодження на зміну досліджуваного показника. Завдяки цьому постійно пристосовується до зміни інформації й на основі прогнозової бази відображає тенденцію, що склалася на основі даних. Прогноз отримують як екстраполяцію тенденції поточної бази даних до останнього на даний момент часу.

на одне спостереження, і розрахунок повторюють. Інтервали середньої весь час є однаковими. Таким чином, у кожному інтервалі середня оцінює середню точку цього інтервалу. В процесі часового ряду ковзною середньою участь у розрахунках беруть t спостережень. Чим ширший інтервал ковзання, тим гладшим виглядає згладжена дані, які входять до інтервалу, називають порядком ковзання. Наприклад, якщо в інтервал згладжування входять t значень, то ми маємо ковзну середню t -го порядку, що записується як $MA(t)$.

На рис. 2.6.1 зображено згладжування часового ряду реального ВВП за п'ять років відповідно ковзними середніми 15-го, 12-го та 9-го порядку. Очевидно, що мірою підвищення порядку згладжування зростає гладкість згладженого ряду. Для ковзної середньої 12-го порядку він навіть більш гладкий, ніж для ковзної середньої 15-го порядку. Такий ефект пов'язаний із наявністю сезонних коливань у часовому ряді, причому період сезонних коливань збігається з періодом згладжування.



Вибір інтервалу згладжування залежить від специфіки часового ряду. Окрім того, з його обранням пов'язане питання щодо того, чи кувзнна середня повинна бути ковзною середньою. Розраховані середні дані потрібно розташувати по відношенню до інтервалу згладжування. При цьому якщо m непарне, то середня потрапляє у центр інтервалу згладжування на часовому ряду. Якщо m парне, то розраховану середню розташовують між двома жодними рівнями ряду: вона буде розташована в центрі інтервалу між двома суміжними рівнями. Щоб уникнути цієї незручності, розраховують *центровані ковзні середні (МАС)* цих двох типів середніх.

Нехай непарний інтервал можна представити як $m = 2k + 1$, де k — ціле число. При цьому обирають відповідно до нерівності $k < n/3$ і, як правило, k наближають до $n/6$. Тоді для непарного m ковзна середня обчислюється за формулою:

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{i=-k}^k y_{t+i}}{m}. \quad (2.6.1)$$

Наприклад, ковзна середня 7-го порядку в центрованому вигляді:

$$\hat{y}_t = \frac{y_{t-3} + y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2} + y_{t+3}}{7}$$

$$m = 7, k = 3 \text{ і } 3 < t < n - 2.$$

Якщо m є парним і його можна записати у вигляді $m = 2k$, то ковзна середня обчислюється за формулою:

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{t=t-k+0,5}^{t+k-0,5} y_t}{m} \quad (2.6.2)$$

часового ряду y_t для всіх t , окрім $t=1,2,\dots,k$ та $t=n$, згладжений ряд коротший за початковий на $(m-1)$ визначення згладжених значень \hat{y}_t у k перших і k останніх усього часового ряду можна використати відповідні апроксимаційних поліномів, побудованих, відповідно, за $2k+1$ останніми точками часового ряду $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$.

Оцінка дисперсії ковзної середньої \hat{y}_t дорівнює

$$\hat{\sigma}_{y_t}^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{m}, \quad (2.6.3)$$

де $\hat{\sigma}^2$ — оцінка дисперсії всіх членів вхідного ряду.

Прогнозованому значенню $\hat{y}_n(1)$ на один період випередження останнє згладжене значення \hat{y}_{n-k} , обчислене як ковзна середня парного, і непарного m) за m останніми даними часового ряду. Зазначимо, що згладжене значення \hat{y}_{n-k} у випадку $m=2$ дорівнює прогнозу очікуваного значення показника в майбутньому прогнорований період $n+1$, а й на наступні $m-1$ періоди.

Точніші результати згладжування дає застосування ковзної середньої. Її оцінку \hat{y}_t в середині кожного інтервалу згладжування можна представити поліном p -го ступеня:

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i t^i. \quad (2.6.4)$$

Параметри цього рівняння знаходять за методом найменших квадратів. Ковзну середню в обраному інтервалі визначають як згладжену середню попередніх рівнів, причому ваги спостережень мають неоднакові.

Наприклад, якщо в інтервал згладжування входять m спостережень, тенденцію можна представити поліномом другого ступеня. Тоді середній рівень у взятому інтервалі виражатиме значення \hat{y}_t в середині відліку. За $t=0$ початок відліку, як виходить із формули (2.6.4).

коефіцієнтів w_i , $i = -k, -k+1, \dots, -1, 0$ для різної довжини відрізка (або порядку згладжування $m = 2k + 1$) і порядку апроксимації (3.2.6) наведено в таблиці 2.6.6. Зазначимо, що, по-перше, для додатних i не наводяться, оскільки коефіцієнти симетричні відносно відрізка згладжування, тобто $w_i = w_{-i}$; по-друге, за однакової довжини відрізка згладжування $m = 2p + 1$, ваги w_i у формулі (2.6.4) для ступеня будуть такими самими, що й для поліномів ступеня p (непарного).

**ЗНАЧЕННЯ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ w ЗГЛАДЖУВАННЯ
ВІД ДОВЖИНИ ВІДРІЗКІВ УСЕРЕДНЕННЯ
ТА ПОРЯДКУ АПРОКСИМАЛЬНИХ ПОЛІНОМІВ**

k	p	w_{-k}	w_{-k+1}	...
3	0 або 1	$\frac{1}{2k+1}$	$\frac{1}{2k+1}$...
5	2 або 3	$-\frac{3}{35}$	$\frac{12}{35}$	—
7	2 або 3	$-\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{6}{21}$
9	2 або 3	$-\frac{21}{231}$	$\frac{14}{231}$	$\frac{39}{231}, \frac{54}{231}$
7	4 або 5	$\frac{5}{231}$	$-\frac{30}{231}$	$\frac{75}{231}$
9	4 або 5	$\frac{15}{429}$	$-\frac{55}{429}$	$\frac{30}{429}, \frac{135}{429}$

Метод ковзної середньої набув поширення для прогнозування. Згладжування часових рядів за допомогою ковзної середньої унаочнює визначення виду тренду. За більших значень порядку згладжування згладженого ряду помітно зменшується, але водночас з

У таблиці 2.6.2 наведено динаміку основних індикаторів за дванадцять кварталів: із I кв. 1999-го року по IV кв. 2001-го року наведені дані простою ковзною середньою 4-го порядку (прогноз ІЩ на I кв. 2002-го року).

**ДИНАМІКА ІЩ (%) ТА ОЦІНЮВАННЯ ЗНАЧЕННЯ
ПРОСТОЇ КОВЗНОЇ СЕРЕДНЬОЇ**

Квартали	t	ІЩ	Разом за 4 квартали	Ковзні середні $MA(4)$	Центрована ковзні середні $MAS(2)$
1	2	3	4	5	6
1999 I кв.	1	105,8			
II кв.	2	105,0			
			417,6	104,40	
III кв.	3	101,0			105,125
			423,4	105,85	
IV кв.	4	105,8			106,0875
			425,3	106,33	
2000 I кв.	5	111,6			106,6875
			428,2	107,05	
II кв.	6	106,9			106,825
			426,4	106,6	
III кв.	7	103,9			105,5625
			418,1	104,53	
IV кв.	8	104,0			103,9875
			413,8	103,45	
2001 I кв.	9	103,3			102,8125

3) цю середню вміщуємо в середню дату між II та III. Потім інтервал згладжування зсувається на один період і повторюється розрахунок середньої арифметичної тощо. Як наведено в п'ятому стовпчику таблиці. Як бачимо, довжина інтервалу справді зменшується на $(m - 1) = 3$.

Для наведеного вище прикладу застосування методу середньої 2-го порядку дає змогу розташувати дані за чотирма кварталами спостережень часового ряду.

Прогнозоване значення показника на момент часу $t = 13$ як ковзну середню 4-го порядку для 4-х останніх періодів $y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}$.

$$\hat{y}_{13} = \frac{1033 + 1026 + 98,8 + 1013}{4} = 1015.$$

Різниця між вхідним рядом та прогнозними значеннями є оцінкам похибок прогнозу.

Метод експоненціального згладжування. Метод експоненціального згладжування дає можливість описати такий перебіг процесу, ваги надають останньому спостереженню, а ваги решти спостережень зменшуються геометрично. Одержана в результаті середня більше характеризує процесу наприкінці інтервалу згладжування, ніж на початку. Ця середня *експоненціально зважена середня*. Так, для спостереження наступного значення y_{n+1} має вигляд:

$$\hat{y}_n(1) = \alpha(y_n + (1 - \alpha)y_{n-1} + (1 - \alpha)^2 y_{n-2} + \dots), \quad 0 < \alpha < 1, \quad (2.6.6)$$

де підсумок усіх ваг дорівнює 1, а α — параметр згладжування.

Практичний розрахунок експоненціальної середньої здійснюється за допомогою рекурентною формулою:

$$\hat{y}_t(1) = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t \quad \text{або} \quad \hat{y}_t(1) = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t), \quad (2.6.7)$$

тобто в розрахунку нової експоненціальної середньої береться експоненціальну середню та частку (α) від різниці між спостереженням і його згладженим значенням, тобто похибки прогнозу.

Процедура оцінювання стандартної похибки здійснюватися також за методом експоненціального згладжування. Похибка прогнозу оцінюється як різниця між фактичними значеннями $e_t = y_t - \hat{y}_t$, то замість обчислення суми квадратів знаходження дисперсії застосуємо інший вимір розкиду, середнє абсолютне відхилення похибки (MAD_t). Однорічне експоненціально зважене середнє може бути експоненціальна середня абсолютних похибок прогнозу:

$$MAD_t = \alpha |e_t| + (1 - \alpha)MAD_{t-1}. \quad (2.6.9)$$

Для досить великого класу статистичних розподілів з квадратичного відхилення дещо перевищує значення середнього відхилення і строго пропорційне йому. Константа пропорційності розподілів коливається між 1,2 та 1,3 (для нормального розподілу значення дорівнює $\sqrt{\pi/2} = 1,2533$), тому

$$\hat{\sigma}_{y_t} = 1,25MAD_t. \quad (2.6.10)$$

Використання методу експоненціального згладжування розв'язання трьох питань: вибір постійної згладжування α , вибір рівня згладжування ряду \hat{y}_0 , вибір початкового моменту (довжини бази згладжування). Аналітичного розв'язку поки що наразі не існує, і він навряд чи можливий. Вибір параметрів має ґрунтуватися на експериментальних розрахунках для кожного конкретного випадку по-різному.

Вибір постійної згладжування α . Вибір параметра α є основною та доволі складною проблемою. Для різних значень α прогнозування відрізнятимуться. Якщо значення α близьке до одиниці, то час прогнозування зважають здебільшого на основні спостережень; якщо близьке до нуля то вплив рівнів ряду прогнозу вможливорює врахування попередніх значень.

Для розв'язання практичних завдань часто використовують різноманітні емпіричні процедури. Наприклад, можна вибрати α згладжування α шляхом мінімізації похибок прогнозу, використовуючи останньої третини ряду використовуючи таку ітеративну

Вибір початкового рівня згладжування ряду

початкового рівня згладжування залежить поведінка на послідовності. Найчастіше він або дорівнює значенню першого рівня або береться на рівні середньої арифметичної ряду. Можливо, спеціальними формулами, розробленими Брауном (табл. 2.6.3).

Зазначимо, що чим довший ряд, тим менший вплив початкового рівня згладжування справляє вибір \hat{y}_0 .

Вибір початкового моменту згладжування (табл. 2.6.3). Проблема вибору початкової точки згладжування від проблемою вибору сталої згладжування α . Чим ближче α до поточної, тим менше інформації знадобиться для побудови прогнозу; чим ближче α до 1; чим далі початкова точка до поточної, тим менше буде прогноз до нових даних, і тим ближче α до 0.

Метод експоненціального згладжування застосовується для короткотермінового прогнозування. Для побудови прогнозу потрібно лише початкову оцінку прогнозу, подальші розрахунки будуть автоматично мірою надходження нових даних спостережень. Потрібно обчислювати спочатку. За цим методом втрачаються ані початкові, ані останні рівні заданого часового ряду, на якій ряд обривається. Чутливість експоненціального згладжування середнього з метою підвищення адекватності прогнозної моделі до змін, який момент змінити, якщо зробити іншою величину α .

За даними таблиці 2.6.3 спрогнозувати дохід на душу населення використовуючи метод простого експоненціального згладжування.

Розв'язування. Задамо початкове згладжене значення на рівні 25,21875 %, тобто на рівні середнього значення показу за спостережень, і величину α за двома варіантами: $\alpha = 0,7$ і $\alpha = 0,9$ і прогнозу на II кв. 1999 р. ($\alpha = 0,7$):

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

1. Екстраполяцію за середнім абсолютним приростом (формула).
2. Екстраполяцію за середнім темпом зростання, (проведення).
3. Екстраполяцію за середнім темпом зростання (формула).
4. Модель регресії (формула).
5. Види кривих зростання, перерахувати.
6. Поліноміальні криві зростання, для чого використовуються параметри?
7. Властивості поліноміальних кривих зростання (навести).
8. Експоненціальні криві, для чого використовуються, і формули.
9. Проста експонента (основна формула).
10. Модифікована експонента (формула).
11. Види кривих зростання (перерахувати).
12. Вибір виду кривих зростання, умови.
13. Метод послідовних різниць (Тінтнера), за яких умов застосовується?
14. Метод характеристик приросту, короткий опис.
15. Метод ковзної середньої, короткий опис.
16. Метод експоненціального згладжування, короткий опис.

Зміст лекції №7 Особливості прогнозування трендів

7.1 Методи фільтрації сезонної компоненти часових рядів

7.2. Моделі прогнозування сезонних процесів.

7.1 Методи фільтрації сезонної компоненти часових рядів

Часові ряди з інтервалом менше року (місяць, квартал) містять сезонність. Сезонна компонента s_t має період m : ряди місячних даних; $m = 4$ — для ряду квартальних даних. Відомо, що m кратне n , тобто $n = k \cdot m$, k — ціле число. Оскільки n — кількість місяців або кварталів у році, то k — кількість років.

виокремлювати складові часового ряду, на якому етап виокремлених складових задовільною.

Передусім перевіряють гіпотезу про наявність або відсутність коливань, оскільки часовий ряд не завжди містить сезонну компоненту. Оцінювання впливу сезонності на досліджуваний показник здійснюється економічного (змістовного) аналізу та графічного спостережень за два-три роки. Якщо ступінь коливань незначний, можна використати спеціальні статистичні критерії: автокореляційний, гармонічний тощо. Сутність їх зводиться до перевірки випадковості залишкової компоненти ряду, з якого вилучено сезонну компоненту.

У разі підтвердження існування сезонного компонента проводиться фільтрація сезонної компоненти. Більшість методів фільтрації здійснюється таким чином, що спершу виокремлюють тренд. Визначають рівень часовому ряду тренду і встановити ступінь його гнучкості за допомогою статистичних методів, розглянутих у попередньому розділі. Після виокремлення тренду залишаються сезонна компонента s_t та випадкова ε_t . Розподіл сезонної та випадкової компонент зазвичай вважають за нормальний. Після виокремлення сезонної компоненти, і якщо всі складові залишки мають властивості «білого шуму».

Під час дослідження сезонної хвилі s_t найчастіше припускають, що вона не змінюється з року в рік, тобто: $s_{i+m,j} = s_{ij}$, $i+m \leq k$. Насправді це далеко від дійсності, принаймні для більшості економічних показників. Сезонної хвилі характерна зміна з часом як її розмаху, так і фази. Виникає потреба в аналізі та передбаченні змін сезонної хвилі.

Фільтрація сезонної компоненти за допомогою...

Найпростішим способом, який характеризує коливання рівня показника, є розрахунок питомої ваги кожного рівня в загальному обсязі, або індексу сезонності.

Розглянемо таку модель:

$$y_{ij} = v_{ij} \cdot I_j + \varepsilon_{ij}, \quad (2.7.3)$$

де v_{ij} — «річна» складова (тренд);

I_j — індекс сезонності, або стала пропорційності для j -го року.

$$I_{ij} = \frac{\hat{v}_{ij} + \hat{s}_{ij}}{\hat{v}_{ij}} = \frac{\hat{y}_{ij}}{\hat{v}_{ij}}. \quad (2.7.6)$$

Останнє свідчить про можливість оцінювання рівня s від того, яку модель розглядають: адитивну або мультиплікативну. Цього підходу є те, що він не враховує наявності випадкової тенденції зміни середньорічного рівня й сезонної хвилі.

Метод декомпозиції часового ряду. Загальна процедура побудови адитивної або мультиплікативної моделей майже однакова. Вони виявляють та прогнозують кожну компоненту окремо (етапи), а потім отримують загальний прогноз шляхом певного об'єднання результатів.

Побудову прогнозової адитивної або мультиплікативної моделі здійснюють за таким алгоритмом.

1. Часовий ряд y_t згладжується за методом ковзних середніх.
2. Розраховують різниці між вхідними даними та ковзними середніми, тобто відхилення, які характеризують сезонний вплив.
3. Розраховують оцінки сезонної компоненти \hat{s}_j , де \bar{s}_j її середні значення для кожного періоду j :

$$\bar{s}_j = \frac{\sum_{i=1}^k s_{ij}}{k}, j = 1, 2, \dots, m; \quad (2.7.7)$$

і середнє сезонне значення: \bar{s}

$$\bar{s} = \sum_{j=1}^m \bar{s}_j. \quad (2.7.8)$$

При цьому припускають, що сезонні впливи за весь рік сумарно дорівнюють нулю, тобто $\sum_{j=1}^m \bar{s}_j = 0$ для адитивної моделі та $\sum_{j=1}^m \bar{s}_j = 1$ для мультиплікативної моделі. Якщо ці умови не виконуються, то оцінки сезонної компоненти (\bar{s}_j) коригують.

Для адитивної моделі відкоригована оцінка \hat{s}_j обчислюють за формулою:

Детальніше побудову кожної моделі розглядаємо в наступних розглядах.

Побудувати прогноз ВВП на 2002 рік, користуючись методом аналізу часових рядів. Оцінити ймовірність прогнозу.

У табл. 2.7.1 у стовпчику 3 відображено поведінку ВВП за 1997–2001 роки. Графічний аналіз динаміки ВВП вказує на наявність адитивного або мультиплікативного тренду. Розрахуємо ймовірність прогнозу.

Спочатку розглянемо адитивну модель $Y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$.

Крок 1. Вирівнюємо початкові рівні ряду методом скользящего вікна згладжування 4 (згладжування ефекту квартальної тенденції ряду). Узгодимо згладжені значення із фактичними значеннями за часу, для чого знайдемо середні значення із двох періодів середніх — центровані ковзні середні (ст. 4 табл. 2.7.1).

Крок 2. Знайдемо оцінки сезонної хвилі для кожного року шляхом віднімання від рівнів фактичного ряду (Y_t) центровані середніх (T_t) розрахуємо сезонну й випадкову компоненти (середніми значеннями проведемо в допоміжній таблиці 2.7.1 сезонної складової за формулами (2.7.7—2.7.8). У моделі випадковою компонентою припускається, що сезонні впливи за квартали взаємно погашаються. В адитивній моделі це виражається тим, що значень сезонної компоненти за всіма кварталами має дорівнювати нулю. У цієї моделі маємо: $-4082,96 - 2266,1 + 3202,15 + 2686,04 = 0$.

Визначимо коефіцієнт коригування: $\alpha = -460,88/4 = -115,22$.

Розрахуємо скориговані оцінки сезонної компоненти за допомогою середньою оцінкою та коефіцієнтом коригування: $\hat{s}_j = \bar{s}_j - \alpha$ (ст. 6 табл. 2.7.1).

Крок 3. Вилучимо вплив сезонної компоненти із ряду фактичних значень $y_t - \hat{s}_t = v_t + \varepsilon_t$ (ст. 7 табл. 2.7.1).

Крок 4. Визначимо оцінку тренду \hat{v}_t . Для цього проведемо згладжування ряду $v_t + \varepsilon_t$ за допомогою лінійного

$$MAD = \frac{\sum |e_t|}{n} = 265954; \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum (e_t)^2}{n}} = 317413$$

У цьому випадку *RMSE* становить лише 11 % від середнього значення ВВП, що свідчить про задовільну точність прогнозу.

РОЗРАХУНОК ОЦІНОК КОМПОНЕНТ АДИТИ ДЕКОМПЗИЦІЇ ЧАСОВОГО РЯДУ

Рік, квартал	№ кварталу, <i>t</i>	ВВП, <i>y_t</i>	Центро вана ковзна середня <i>v_t</i>	Сезонна та випадкова КОМПОНЕНТ И <i>y_t - v_t = s_t + ε_t</i>	Оцінка сезонної КОМПОНЕНТИ <i>s_t</i>	<i>y_t - s_t = v_t + ε_t</i>	
<i>I</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	
1995 кв. I	1	8318,0 0	—	—	— 3967,74	12 285,74	9
кв. II	2	10 694,00	—	—	— 2150,89	12 844,89	2
кв. III	3	16 102,00	14 675,25	1426,75	3317,36	12 784,64	7
кв. IV	4	19 402,00	16 618,13	2783,88	2801,26	16 600,74	2
1996 кв. I	5	16 688,00	18 315,75	- 1627,75	— 3967,74	20 655,74	7
кв. II	6	17 867,00	19 748,25	- 1881,25	— 2150,89	20 017,89	2
кв. III	7	22 510,00	20 634,75	1875,25	3317,36	19 192,64	7
кв. IV	8	24 454,00	21 217,00	3237,00	2801,26	21 652,74	2

КВ. 3	15	29 516,00	26 504,88	3011,13	3317,36	26 198,64	8
КВ. 4	16	29 930,00	27 828,88	2101,13	2801,26	27 128,74	3
1999 КВ. I	17	25 284,00	29 693,00	- 4409,00	- 3967,74	29 251,74	8
КВ. II	18	29 731,00	31 690,63	- 1959,63	- 2150,89	31 881,89	3
КВ. III	19	38 138,00	33 580,88	4557,13	3317,36	34 820,64	8
КВ. IV	20	37 289,00	35 692,38	1596,63	2801,26	34 487,74	3
2000 КВ. I	21	33 047,00	38 263,38	- 5216,38	- 3967,74	37 014,74	8
КВ. II	22	38 860,00	41 105,38	- 2245,38	- 2150,89	41 010,89	3
КВ. III	23	49 577,00	43 687,25	5889,75	3317,36	46 259,64	8
КВ. IV	24	48 586,00	45 990,00	2596,00	2 26	45 784,74	3
2001 КВ. I	25	42 405,00	48 296,88	- 5891,88	- 3967,74	46 372,74	9
КВ. II	26	47 924,00	50 735,38	- 2811,38	- 2150,89	50 074,89	4
КВ. III	27	58 968,00	—		3317,36	55 650,64	9
КВ. IV	28	58 703,00	—		2801,26	55 901,74	4
2002 КВ. I	29	47 966,77					
КВ. II	30	51		ПРОГНО			

1995	—	—	1426,75	2783,88
1996	— 1627,75	— 1881,25	1875,25	3237,00
1997	— 3262,00	— 2403,50	2452,88	3801,63
1998	— 4090,75	— 2295,50	3011,13	2101,13
1999	— 4409,00	— 1959,63	4557,13	1596,63
2000	— 5216,38	— 2245,38	5889,75	2596,00
2001	— 5891,88	— 2811,38	—	—
Підсумок за j - й квартал	— 24497,75	— 13 596,63	19212,8 8	16116,2 5
Середня оцінка сезонної компоненти для j -го кварталу, \bar{s}_j	— 4082,96	— 2266,10	3202,15	2686,04
Скоригована оцінка сезонної компоненти, \hat{s}_j	— 3967,74	— 2150,89	3317,36	2801,26

Крок 7. Прогнозування за адитивною моделлю. Прогнозові значення за адитивною моделлю розраховують за формулою:

$$\hat{y}_t = \hat{v}_t + \hat{s}_t \quad (\text{за квартал}), \quad (2.7.10)$$

де тренд обчислюють за рівнянням $\hat{v}_t = 81927 + 150834 \cdot t$, коли t дорівнює прогнозованим кварталам ($t = 29, 30, 31, 32$), а оцінки сезонної компоненти не змінюються. Оцінки прогнозних значень ВВП на чотири квартали 2002 року наведено у табл. 2.7.1, ст. 4.

Не слід забувати: чим віддаленішим є період випередження, тим прогноз менш переконливий. У цьому випадку ми припускаємо, що тенденція, виявлена за ретроспективними даними, поширюється і на майбутній період. Для порівняно невеликих періодів випередження таке припущення справді може бути реальним, однак воно стає менш імовірним, якщо прогноз складають на віддалену перспективу.

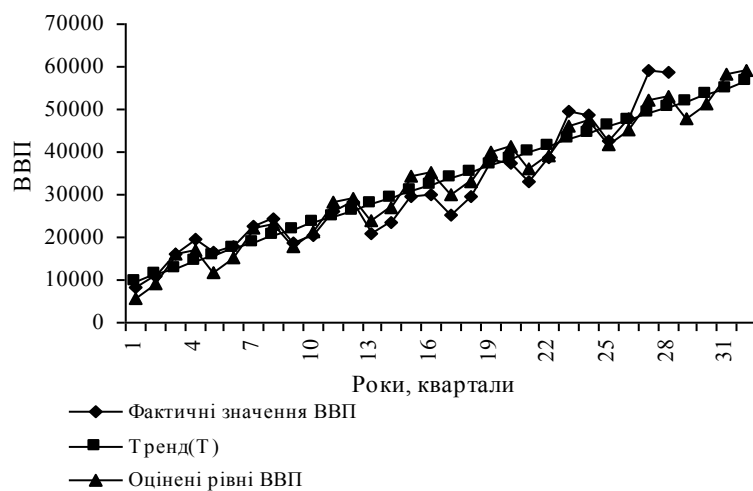


Рис. 2.7.2. Графічний аналіз динаміки ВВП за адитивною моделлю

Розглянемо *мультиплікативну модель* часового ряду ВВП: $y_t = v_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t$.

Крок 1. Вирівнювання початкових рівнів ряду. Власне ця процедура не відрізняється від тієї, що була застосована для адитивної моделі. Так само обчислюють центровані ковзні середні згладженого ряду (ст. 4 табл. 2.7.3).

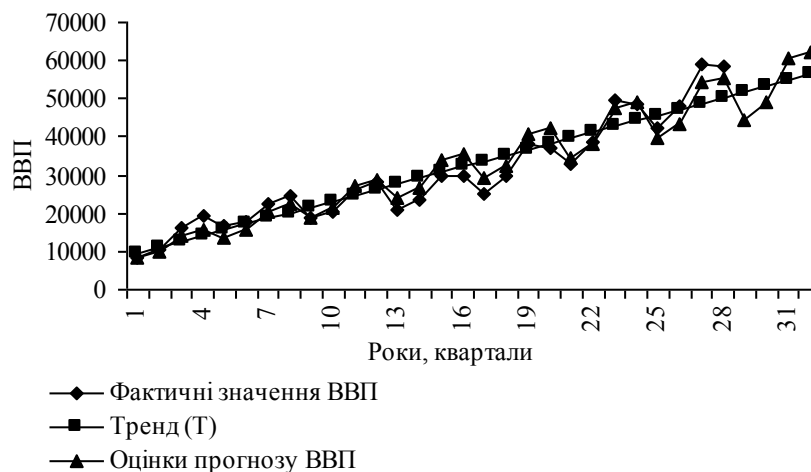


Рис. 2.7.3. Графічний аналіз динаміки ВВП за мультиплікативною моделлю

Крок 2. Знайдемо сезонну та випадкову компоненти для кожного кварталу. Для цього розділимо фактичні рівні ряду (y_t) на центровані ковзні середні (v_t) (ст. 5 табл. 2.7.3). Використаємо ці значення для розрахунку відкоригованої сезонної компоненти, для чого побудуємо допоміжну таблицю 2.7.4. Оскільки значення сезонної компоненти — це частки, а кількість сезонів у році дорівнює чотирьом, необхідно, щоб сума значень сезонних компонент за всіма кварталами теж дорівнювала чотирьом. Якщо ця сума не дорівнює чотирьом, то значення сезонної компоненти коригують. Наприклад, маємо середнє сезонне значення сезонної компоненти, що дорівнює 3,44.

Визначимо коефіцієнт коригування: $\alpha = 4/3,44 = 1,16$.

Розрахуємо скориговані оцінки сезонної компоненти як добуток середніх квартальних оцінок на коефіцієнт коригування: $\hat{s}_j = \bar{s}_j \cdot \alpha$. Оцінки \hat{s}_t зведені в табл. 2.7.3 у ст. 6. У моделях із сезонною компонентою припускається, що сезонні впливи за весь річний цикл взаємопогашаються.

Крок 3. Вилучимо вплив сезонної компоненти з ряду y_t за формулою $y_t : \hat{s}_t = v_t \cdot \varepsilon_t$ (ст. 7 табл. 2.7.3).

Таблиця 2.7.3

РОЗРАХУНОК ОЦІНОК КОМПОНЕНТ АДИТИВНОЇ МОДЕЛІ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ЧАСОВОГО РЯДУ

Рік, квартал	№ кварталу, t	ВВП, y_t	Центрована ковзна середня v_t	Сезонна та випадкова компоненти $y_t : v_t = s_t \cdot \varepsilon_t$	Оцінка сезонної компоненти \hat{s}_t	$y_t : \hat{s}_t = v_t \cdot \varepsilon_t$	\hat{v}_t	$\hat{v}_t \cdot \hat{s}_t$	$e_t = y_t / (\hat{v}_t \cdot \hat{s}_t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1995 кв. I	1	8318,00	—	—	0,86	9635,34	9546,13	8240,99	1,01
кв. II	2	10694,00	—	—	0,92	11614,16	11052,68	10177,00	1,05
кв. III	3	16102,00	14675,25	1,10	1,11	14508,15	12559,22	13938,97	1,16
кв. IV	4	19402,00	16618,13	1,17	1,11	17541,10	14065,77	15557,98	1,25
1996 кв. I	5	16688,00	18315,75	0,91	0,86	19330,92	15572,31	13443,27	1,24
кв. II	6	17867,00	19748,25	0,90	0,92	19404,36	17078,86	15725,74	1,14

КВ. III	7	22 510,00	20 634,75	1,09	1,11	20 281,85	18 585,40	20 627,18	1,09
КВ. IV	8	24 454,00	21 217,00	1,15	1,11	22 108,54	20 091,95	22 223,47	1,10
1997 КВ. I	9	18 728,00	21 990,00	0,85	0,86	21 694,00	21 598,49	18 645,55	1,00
КВ. II	10	20 485,00	22 888,50	0,89	0,92	22 247,63	23 105,04	21 274,48	0,96
КВ. III	11	26 076,00	23 623,13	1,10	1,11	23 494,87	24 611,58	27 315,39	0,95
КВ. IV	12	28 076,00	24 274,38	1,16	1,11	25 383,15	26 118,13	28 888,96	0,97
1998 КВ. I	13	20 983,00	25 073,75	0,84	0,86	24 306,13	27 624,67	23 847,84	0,88
КВ. II	14	23 440,00	25 735,50	0,91	0,92	25 456,89	29 131,22	26 823,22	0,87
КВ. III	15	29 516,00	26 504,88	1,11	1,11	26 594,36	30 637,77	34 003,61	0,87
КВ. IV	16	29 930,00	27 828,88	1,08	1,11	27 059,32	32 144,31	35 554,44	0,84
1999 КВ. I	17	25 284,00	29 693,00	0,85	0,86	29 288,29	33 650,86	29 050,12	0,87
КВ. II	18	29 731,00	31 690,63	0,94	0,92	32 289,20	35 157,40	32 371,96	0,92
КВ. III	19	38 138,00	33 580,88	1,14	1,11	34 362,92	36 663,95	40 691,82	0,94
КВ. IV	20	37 289,00	35 692,38	1,04	1,11	33 712,50	38 170,49	42 219,93	0,88
2000 КВ. I	21	33 047,00	38 263,38	0,86	0,86	38 280,73	39 677,04	34 252,40	0,96
КВ. II	22	38 860,00	41 105,38	0,95	0,92	42 203,70	41 183,58	37 920,70	1,02
КВ. III	23	49 577,00	43 687,25	1,13	1,11	44 669,63	42 690,13	47 380,03	1,05
КВ. IV	24	48 586,00	45 990,00	1,06	1,11	43 925,97	44 196,67	48 885,42	0,99
2001 КВ. I	25	42 405,00	48 296,88	0,88	0,86	49 120,78	45 703,22	39 454,69	1,07

кв. II	26	47 924,00	50 735,38	0,94	0,92	52 047,61	47 209,76	43 469,44	1,10
кв. III	27	58 968,00	—	—	1,11	53 131,06	48 716,31	54 068,24	1,09
кв. IV	28	58 703,00	—	—	1,11	53 072,62	50 222,85	55 550,91	1,01
2002 кв. I	29	44 656,97							
кв. II	30	49 018,18		ПРОГН ОЗ					
кв. III	31	60 756,45							
кв. IV	32	62 216,39							

Крок 4. Визначимо оцінку тренду v_t . Для цього проведемо аналітичне згладжування ряду $v_t \cdot \varepsilon_t$ за допомогою лінійного тренду. Остаточоно отримаємо:

$$\hat{v}_t = 803959 + 150655 \cdot t; R^2 = 0,95; F = \begin{matrix} 11650 \\ 57019 \end{matrix} \quad (2.7.11)$$

Підставляючи в рівняння (2.7.11) значення $t=1,2,\dots,20$, знайдемо теоретичні рівні тренду як для кожного заданого моменту часу, так і для прогнозованого періоду випередження (ст. 8 табл. 2.7.3).

Таблиця 2.7.4

$i \backslash j$	1	2	3	4	Середнє сезонне значення, \bar{s}	Коригу- вальний коефіцієнт, α
1995			1,10	1,17		
1996	0,91	0,90	1,09	1,15		
1997	0,85	0,89	1,10	1,16		
1998	0,84	0,91	1,11	1,08		
1999	0,85	0,94	1,14	1,04		
2000	0,86	0,95	1,13	1,06		
2001	0,88	0,94	0,00	0,00		
Підсумок за j - й квартал	5,19	5,54	6,68	6,65		
Середня оцінка сезон- ної компонент	0,74	0,79	0,95	0,95	3,44	1,16

и для j -го кварталу, \bar{s}_j						
Скоригована оцінка сезонної компоненти, \hat{s}_j	0,86	0,92	1,11	1,11	4,00	

Крок 5. Знайдемо теоретичні рівні ряду за формулою $\hat{v}_t \cdot \hat{s}_t$ (ст. 9 табл. 2.7.3).

Крок 6. Обчислення оцінок похибок здійснюють за формулою $e_t = \hat{y}_t / (\hat{v}_t \cdot \hat{s}_t)$. Їх значення наведені у ст. 10 табл. 2.7.3.

$$MAD = \frac{\sum |e_t|}{n} = 1,01; \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum (e_t)^2}{n}} = 1,02.$$

У цьому випадку $RMSE$ становить лише 0,003 % від середнього вибіркового значення ВВП, що свідчить про дуже високу точність прогнозова моделі.

Оцінки прогнозних значень ВВП на чотири квартали 2002 року наведено в табл. 2.7.3 ст. 4.

Ітераційні методи фільтрації сезонної компоненти. Під час виокремлення (фільтрації) компонент часового ряду за допомогою певних методів неминує постає питання про «чистоту» фільтрації, тобто про ступінь близькості оцінок \hat{v}_t і \hat{s}_t їхніх справжніх значенням v_t , s_t . Слід зазначити, що жоден відомий метод не забезпечує необхідного ступеня чистоти фільтрації для часових рядів різної структури.

Ітераційні методи фільтрації складових часового ряду з'явилися свого часу як результат визнання неможливості виокремлення компонент ряду прямими методами. Основна ідея ітераційних процедур полягає в багаторазовому застосуванні простої ковзної середньої:

$$\hat{y}_t = \frac{y_{t-m/2} + y_{t-m/2+1} + \dots + y_t + \dots + y_{t-m/2-1} + y_{t+m/2}}{m} \quad (2.7.12)$$

та одночасного оцінювання сезонної компоненти в кожному циклі. При цьому перехід від одного кроку ітераційної процедури до іншого може супроводжуватися зміною параметрів ковзної середньої. Якщо формулу для ковзної середньої записати у вигляді

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{\tau=-p}^p w_j y_{t+\tau}}{m'}, \quad m' = 2p + 1, \quad (2.7.13)$$

то під час переходу від однієї ітерації до іншої може відбуватися зміна довжини ділянки ковзання m' і закону зміни вагових коефіцієнтів w_j . У деяких ітераційних методах, окрім того, використовується регресія (як правило, лінійна) вхідного ряду y_t на перетворений на першому кроці ряд $\hat{y}_t \cong v_t$.

Ітераційні методи відзначаються простотою та задовільною «чистотою» фільтрації компонент ряду. Однак усім їм притаманний суттєвий недолік — застосування ковзної середньої призводить до втрати частини інформації на кінцях часового ряду. Розглянемо ітераційний метод Четверикова, який дає змогу виключити вплив сезонних хвиль змінної структури.

Метод Четверикова. Алгоритм застосування методу такий.

Крок 1. Емпіричний ряд y_t вирівнюється ковзною середньою (2.7.12) із періодом ковзання m , тобто беруть $(m + 1)$ членів вхідного ряду. Вагу першого й останнього членів ряду ділять на 2, тобто: $\alpha_{-m/2} = \alpha_{m/2} = 1/2m/2$ членів ряду, що випали з обох його кінців або поновлюються екстраполюванням згладженого ряду, або залишаються незмінними в подальшій роботі. Формується ряд попередньої оцінки тренду $\hat{y}_t = v_t^{(1)}$ і відхилення емпіричного ряду від згладженого:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t, t = \overline{1, n} \text{ або } e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}, i = \overline{1, k}; j = \overline{1, m} \quad (2.7.14)$$

Крок 2. Для кожного i -го року розраховують $\hat{\sigma}_i$ — оцінка середньоквадратичного відхилення, на яку діляться потім окремі місячні (квартальні) відхилення відповідного року:

$$\bar{s}_{ij} = \frac{e_{ij}}{\hat{\sigma}_i}, \quad (2.7.15)$$

де
$$\hat{\sigma}_i = \left[\frac{\sum_{j=1}^m e_{ij}^2 - (\sum_{j=1}^m e_{ij})^2 / m}{m-1} \right]^{1/2}. \quad (2.7.16)$$

Крок 3. На підставі «нормованих» таким шляхом відхилень розраховують попередню середню сезонну хвилю:

$$s_j^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{s}_{ij}}{k}. \quad (2.7.17)$$

Крок 4. Середня попередньо знайдена сезонна хвиля помножується на середньоквадратичне відхилення кожного року та віднімається від емпіричного ряду:

$$v_{ij}^{(1)} = y_{ij} - s_{ij}^{(1)} \hat{\sigma}_i. \quad (2.7.18)$$

Крок 5. Отриманий таким чином ряд із виключеною попередньою сезонною хвилею знову згладжується ковзною середньою (для місячних даних за п'ятьма або сімома точками залежно від інтенсивності дрібних кон'юнктурних коливань і тривалості більших). У результаті отримують нову оцінку тренду $\hat{v}_t^{(2)}$.

Крок 6. Відхилення емпіричного ряду y_t від вирівняного ряду $\hat{v}_t^{(2)}$, отриманого на кроці 5

$$e_t^{(2)} = y_t - \hat{v}_t^{(2)}, \quad (2.7.19)$$

знову піддають аналогічній обробці за кроками 2 та 3 для виявлення остаточної середньої сезонної хвилі.

Крок 7. Видалення остаточної сезонної хвилі виконується після множення середньої сезонної хвилі на KH_i — коефіцієнт напруженості сезонної хвилі:

$$KH_i = \frac{\sum_{j=1}^m e_{ij}^{(2)} \hat{\varepsilon}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \hat{\varepsilon}_{ij}}, \quad (2.7.20)$$

де e_i^2 — згладжені значення ряду, $\hat{\varepsilon}_{ij}$ — розраховані випадкові залишки:
 $\hat{\varepsilon}_{ij} = e_{ij}^{(2)} - s_j$.

**Приклад
2.7.2.**

Застосуємо метод Четверикова для виокремлення компонент часового ряду, наведеного в таблиці 2.7.1.

1. Згладимо часовий ряд y_t ковзною середньою із періодом згладжування $m = 4$. Отриману попередню оцінку тренду $\hat{y}_t = \hat{v}_t^{(1)}$ віднімаємо від початкового ряду: $e_t = y_t - \hat{v}_t^{(1)}$, $t = \overline{3,26}$ або $e_{ij} = y_{ij} - \hat{v}_{ij}^{(1)}$, $i = \overline{1,7}$; $j = \overline{1,4}$.

2. Для кожного року i (за рядком) розраховуємо оцінку середньоквадратичного відхилення $\hat{\sigma}_i$ величини e_{ij} , використовуючи формулу (2.7.16). Значення величин $\hat{\sigma}_i$ наведено в табл. 2.7.5. В обчисленні $\hat{\sigma}_i$ враховували тільки два останні квартали першого року: $m = \overline{7,12}$, а в обчисленні $\hat{\sigma}_7$ — два перші квартали сьомого року.

Таблиця 2.7.5

Рік	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{\sigma}_i$	3272,08	3341,582	4585,675461	4477,209	5159,432	6477,15	6882,067

Ділимо окремі значення кожного кварталу $y_t - v_t = e_t = e_{ij}$ з таблиці 2.7.1 на відхилення відповідного року: $\bar{s}_{ij} = \frac{e_{ij}}{\hat{\sigma}_i}$. Результат заносимо в табл. 2.7.6.

Таблиця 2.7.6

НОРМОВАНИЙ ЗАЛИШКОВИЙ РЯД

Роки	1	2	3	4
1	—	—	0,436	0,851
2	-0,487	-0,563	0,561	0,969
3	-0,711	-0,524	0,535	0,829
4	-0,914	-0,513	0,673	0,469

5	-0,855	-0,378	0,883	0,309
6	-0,805	-0,347	0,909	0,401
7	-0,856	-0,409	—	—
$\hat{s}_j^{(1)}$	-0,771	-0,456	0,666207	0,638012

Останній рядок табл. 2.7.6 є попередніми значеннями середньої сезонної хвилі: $\hat{s}_j^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} e_{ij}}{k}$.

3. Знайдену в п. 2 попередню середню сезонну хвилю помножимо на оцінку середньоквадратичного відхилення кожного року $\hat{\sigma}_i$ і віднімемо від початкового ряду: $\hat{v}_{ij}^{(1)} = y_{ij} - \hat{s}_{ij}^{(1)} \hat{\sigma}_i$. В результаті отримуємо ряд без попередньої сезонної хвилі (табл. 2.7.7).

Таблиця 2.7.7

РЯД БЕЗ ПОПЕРЕДНЬОЇ СЕЗОННОЇ ХВИЛІ ($\hat{v}_{ij}^{(1)}$)

Роки	1	2	3	4
1	—	—	14675,25	16618,12
2	18315,75	19748,25	20634,75	21217
3	21990	22888,5	23623,12	24274,37
4	25073,75	25735,5	26504,87	27828,87
5	29693	31690,63	33580,87	35692,37
6	38263,38	41105,38	43687,25	45990
7	48296,88	50735,38	—	—
$\hat{s}_j^{(2)}$	-0,767	-0,454	0,722784	0,578174

4. Часовий ряд із виключеною попередньою сезонною хвилею знову згладжують ковзною середньою третього порядку й одержують нову оцінку тренду $\hat{v}_{ij}^{(2)}$. Розраховуємо відхилення емпіричного ряду y_i від вирівняного ряду: $e_{ij}^{(2)} = y_{ij} - \hat{v}_{ij}^{(2)}$. (табл. 2.7.8).

Таблиця 2.7.8

Роки	1	2	3	4
1	—	—	—	—
2	-1396,28	-1537,08	2071,781	3163,969
3	-3328,11	-2326,83	2496,534	3755,19

4	- 4053,9	- 2401,44	2652,846	1745,049
5	- 4529,84	- 1950,28	4402,485	1305,344
6	- 5376,8	- 2114,3	6061,31	2612,373
7	- 1396,28	- 1537,08	2071,781	3163,969

5. Отримані значення відхилень знову перераховуємо за п. 2 для виявлення нових значень сезонної хвилі. Одержуємо такі значення:

Квартали	1	2	3	4
$\hat{s}_{ij}^{(2)}$	- 0,767	- 0,454	0,722784	0,578174

Порівнюючи значення коефіцієнтів сезонної хвилі, одержаних на першій та другій ітераціях, можна зробити висновок, що вони несуттєво відрізняються одне від одного.

6. Розраховуємо коефіцієнт напруженості сезонної хвилі в такому порядку: розраховуємо значення залишкової компоненти: $\hat{\varepsilon}_{ij} = e_{ij}^{(2)} - \hat{s}_j^{(2)}$, значення яких наведено в табл. 2.7.9, і, використовуючи співвідношення (2.7.20), розраховуємо величини коефіцієнту напруженості KN_i для кожного року, окрім першого й останнього (для першого й останнього років коефіцієнт напруженості не обчислюють, оскільки після повторного згладжування у них не залишилося спостережень).

Таблиця 2.7.9

Роки	1	2	3	4
1	—	—	—	—
2	- 1395,513246	- 1536,62	2071,058	3163,391
3	- 3327,341996	- 2326,37	2495,811	3754,612
4	- 4053,136996	- 2400,98	2652,123	1744,471
5	- 4529,075746	- 1949,83	4401,762	1304,766
6	- 5376,030746	- 2113,85	6060,587	2611,794
7	-	-	-	-

Одержуємо такі значення коефіцієнтів напруженості сезонної хвилі:

t	1	2	3	4	5	6	7
KH_i	—	1838,548	517,562	– 1750,23	– 282,272	983,0286	—

7. Використовуючи коефіцієнти напруженості сезонної хвилі розраховуємо залишкові значення сезонної компоненти часового ряду (табл. 2.7.10): $\hat{s}_{ij} = \hat{s}_j \cdot KH_i$

Таблиця 2.7.10

Роки	1	2	3	4
1	—	—	—	—
2	– 1409,72	– 834,132	1328,874	1063,001
3	– 396,843	– 234,813	374,0857	299,2409
4	1341,997	794,0626	– 1265,04	– 1011,94
5	216,4334	128,0641	– 204,022	– 163,202
6	– 753,742	– 445,991	710,5176	568,3616
7	–	–	–	–

7.2. Моделі прогнозування сезонних процесів

В основі сезонних моделей прогнозування лежать їхні несезонні аналоги, доповнені засобами відображення сезонних коливань. Сезонні моделі здатні відображати як відносно постійну сезонну хвилю, так і динамічно змінювану залежно від тренду. Перша форма належить до класу адитивних, друга — до класу мультиплікативних моделей.

Моделювання сезонності з використанням множинної регресії. Множинну регресію можна пристосувати для одночасного оцінювання тренду й сезонного чинника. Наприклад, модель, що враховує тренд і сезонність, можна записати у вигляді:

$$y_t = a_0 e^{\lambda t} e^{c_1 q_{1t} + c_2 q_{2t} + c_3 q_{3t}} e^{\varepsilon_t}, \quad (2.7.1)$$

де $a_0 e^{\lambda t}$ — тренд;

$e^{c_1 q_{1t} + c_2 q_{2t} + c_3 q_{3t}}$ — сезонний чинник;

e^{ε_t} — випадкова компонента;

q_{1t}, q_{2t}, q_{3t} — сезонні фіктивні змінні, які набувають значення 1 у певному кварталі та 0 — для решти кварталів.

Логарифм функції (2.7.1) дає тренд-сезонну модель із лінійними параметрами:

$$\ln y_t = \ln a_0 + \lambda \cdot t + c_1 q_{1t} + c_2 q_{2t} + c_3 q_{3t} + \varepsilon_t, \quad (2.7.2)$$

Розглянемо, як відображається процес розкладу сезонного часового ряду за допомогою адаптивних моделей.

Метод Хольта-Вінтерса. Цей метод, на відміну від методу Хольта, окрім лінійного тренду включає ще й сезонну компоненту.

Прогноз на τ кроків уперед для адитивної форми моделі будують за формулою:

$$\hat{y}_t(\tau) = \hat{a}_{0t} + \hat{a}_{1t} \tau + \hat{s}_{t-m+\tau}, \quad (2.7.3)$$

де s — коефіцієнт сезонності;

m — період сезонного циклу (наприклад, за кварталними даними $m = 4$).

Обчислення параметрів моделі виконують за співвідношеннями:

$$\hat{a}_{0t} = \alpha(y_t - \hat{s}_{t-m}) + (1 - \alpha)(\hat{a}_{0t-1} + \hat{a}_{1t-1}), \quad (2.7.4)$$

$$\hat{a}_{1t} = \gamma(\hat{a}_{0t} - \hat{a}_{0t-1}) + (1 - \gamma)\hat{a}_{1t-1}, \quad (2.7.5)$$

$$\hat{s}_t = \beta(y_t - \hat{a}_{0t}) + (1 - \beta)\hat{s}_{t-m}, \quad (2.7.6)$$

де α, β, γ — параметри згладжування (адаптації), ($0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1$).

Мультиплікативна модель аналогічна адитивній моделі з тією лише різницею, що розраховані за лінійною моделлю прогнозові значення коригують шляхом множення їх на сезонні коефіцієнти. Прогноз на τ кроків розраховують за формулою:

$$\hat{y}_t(\tau) = (\hat{a}_{0t} + \hat{a}_{1t} \cdot \tau) \hat{s}_{t-m+\tau}, \quad (2.7.7)$$

а параметри обчислюють за співвідношеннями:

$$\hat{a}_{0t} = \alpha(y_t / \hat{s}_{t-m}) + (1 - \alpha)(\hat{a}_{0t-1} + \hat{a}_{1t-1}), \quad (2.7.8)$$

$$\hat{a}_{1t} = \gamma(\hat{a}_{0t} - \hat{a}_{0t-1}) + (1 - \gamma)\hat{a}_{1t-1}, \quad (2.7.9)$$

$$\hat{s}_t = \beta \cdot y_t / \hat{a}_{0t} + (1 - \beta)\hat{s}_{t-m}. \quad (2.7.10)$$

Для несезонних часових рядів обчислювальні формули спрощують за рахунок виключення сезонної компоненти. За відносно постійної амплітуди сезонної хвилі доцільно використовувати адитивну модель, у разі її зміни відповідно до тенденції середнього рівня — мультиплікативну. Зазначимо, що моделі змішаного типу іноді дають точніший результат, але погано тлумачаться змістовно. Практика показує, що у випадку, коли сезонні коливання процесу великі й не дуже стабільні, мультиплікативна модель дає неточні результати.

У процесі побудови моделі виконують числову оптимізацію параметрів адаптації в межах $[0; 1]$.

Метод Тейла-Вейджа. Цей метод формально пристосований до будь-яких часових рядів, однак найкращі результати він дає лише тоді, коли досліджуваний показник відповідає стохастичному процесу Тейла-Вейджа, тобто тенденція описується експоненціальним трендом із мультиплікативно врахованою сезонністю (тут найважливішим є етап ідентифікації, коли на підставі автокореляційної функції різницевого ряду другого порядку досліджують властивості процесу). Метод передбачає застосування адитивної моделі, обчислювання за якою відносно прості. Тому перед використанням адитивної моделі значення рівнів часового ряду замінюють їхніми логарифмами й тим самим перетворюють експоненціальний тренд на лінійний і водночас — мультиплікативну сезонність на адитивну. В результаті адитивна модель має вигляд

$$y_t = a_{0t} + s_t + \varepsilon_t, \quad (2.7.11)$$

$$a_{0t} = a_{0t-1} + a_{1t}, \quad (2.7.12)$$

де a_{0t} — рівень ряду, після вилучення сезонних коливань;

a_{1t} — адитивний коефіцієнт зростання;

s_t — адитивний коефіцієнт сезонності;

ε_t — білий шум.

Прогноз, зроблений на момент часу t на τ кроків уперед, розраховують за формулою:

$$\hat{y}_t(\tau) = \hat{a}_{0t+\tau} + \hat{a}_{1t} \tau + \hat{s}_{t-m+\tau}, \quad (2.7.13)$$

де «оновлювання» коефіцієнтів на кожному наступному кроці $t+1$ відбувається за допомогою таких розрахунків:

$$\hat{a}_{0t} = \hat{a}_{0t-1} + \hat{a}_{1t-1} + \alpha(y_t - \hat{y}_t), \quad (2.7.14)$$

$$\hat{a}_{1t} = \hat{a}_{1t-1} + \alpha \cdot \beta(y_t - \hat{y}_t), \quad (2.7.15)$$

$$\hat{s}_t = \hat{s}_{t-m} + (1-\alpha)\gamma(y_t - \hat{y}_t), \quad (2.7.16)$$

де α, β, γ — параметри адаптації, ($0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1$).

Метод Харрісона полягає у подвійному застосуванні процедури експоненціального згладжування Брауна. На першому кроці за допомогою ковзної середньої із вхідного ряду вилучають сезонні коливання, а потім до одержаного ряду застосовують метод простого експоненціального згладжування. Далі за відхиленнями від тренду визначають значущі гармоніки, котрі відображають сезонні коливання. На їх підставі розраховують адитивні коефіцієнти сезонності:

$$s_j = \sum_k a_k \cdot \cos(k \frac{2\pi \cdot j}{m}) + b_k \cdot \sin(k \frac{2\pi \cdot j}{m}), \quad (2.7.17)$$

де a_k і b_k — коефіцієнти значущих гармонік k , за якими робиться підсумок.

Параметри дисконтування рівнів, які використовують для побудови поліноміальної й коливальної складових, можуть бути різними. Їхня оптимальна величина визначається методом перебору. Прогнозові оцінки формуються шляхом підсумовування прогнозних оцінок тренду, одержаних за експоненціальною моделлю і сезонною компонентою.

Застосування динамічного фільтру Левандовського. Очевидно, що при малих значеннях сезонних коефіцієнтів вплив випадкового коливання рівня процесу є великим, причому він тим сильніший, чим ближче значення цих коефіцієнтів до нуля. Модель у цьому разі стає неадекватною. Запобігти такому результату можна за допомогою динамічного фільтру Левандовського, згідно з яким величина параметра згладжування α стає (за допомогою додаткового параметра δ) залежною від суттєвості сезонних коливань. Якщо амплітуда коливань сезонних коефіцієнтів досягає чотирьох рівнів, то нове значення параметра згладжування a_1 , визначають як добуток α і δ . Зі збільшенням амплітуди, тобто зі зменшенням величини $h = \frac{s_t}{s_{\max}}$, значення δ лінійно

зменшується за співвідношенням: $\delta = 4h$. Отже, параметр згладжування дорівнюватиме одиниці в разі оброблення звичайних часових рядів і прагнучиме до нуля під час прогнозування рядів зі значною сезонністю.

Авторегресійна модель має вигляд:

$$z_t = a_0 + a_a \cdot z_{t-1} + a_2 \cdot z_{t-2} + \dots + a_p \cdot z_{t-m}. \quad (2.7.18)$$

Ідентифікація порядку d різницевого ряду $z_t, t = 1, \dots, n' = n - d$ виконується за допомогою тих самих засобів, що й для несезонних моделей.

Порядок $AR(p)$ -моделі можна обрати такий, що дорівнюватиме періоду сезонності, тобто $p = m$. У цьому разі її розмірність збігається із розмірністю моделі Вінтерса, параметри моделі набувають змісту індексів сезонності, але визначаються в інший спосіб (МНК). Кількість параметрів можна скоротити за рахунок несуттєвих за величиною впливу коефіцієнтів.

Сезонна модель авторегресії-ковзної середньої (ARIMA $(p,d,q) \cdot (P,D,Q)$) містить сезонні різницеві перетворення (інтегровані ряди), авторегресії та ковзної середньої. В операторному вигляді її записують так:

$$\Delta^d \Delta_s^D a(L) \phi(L^s) y_t = b(L) \theta(L^2) \varepsilon_t, \quad (2.7.19)$$

де Δ_s^D — оператор порядку сезонної різниці: $\Delta_s^D y_t = y_t - y_{t-m}$,

D — порядок інтеграції сезонного ряду;

m — період сезонності;

ϕ — оператор сезонної авторегресії порядку P ;

θ — оператор сезонної ковзної середньої порядку Q ;

p, d, q, Δ_s^d визначено раніше.

Основні кроки з розроблення сезонної моделі збігаються з аналогічними кроками для несезонної моделі.

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

1. Індекс сезонності, для чого використовується?
2. Побудову прогнозової адитивної або мультиплікативної тренд-сезонної моделі здійснюють за таким алгоритмом ... (описати).
3. Ітераційні методи фільтрації, для чого використовуються, основна ідея.
4. Метод Четверикова (коротко описати).
5. Моделювання сезонності з використанням множинної регресії (формульний вигляд).
6. Метод Хольта-Вінтерса (ідея та формульний вигляд).
7. Метод Тейла-Вейджа (ідея, коротко описати).
8. Метод Харрісона (описати).
9. В яких випадках використовується динамічний фільтр Левандовського?
10. Авторегресійна модель (формула).

Зміст лекції №8 Прогнозування на основі багатофакторних регресійних моделей

- 8.1. Економетричні моделі прогнозування.
- 8.2. Прогнозування на основі регресійних моделей.

8.1 Прогнозування на основі багатofакторних регресійних моделей

Істотна відмінність економетричних моделей від моделей часових рядів полягає у тому, що останні описують зміну досліджуваного показника як функцію його попередніх тенденцій, тоді як в основу економетричних моделей покладено економічну теорію, яка встановлює залежність досліджуваного показника від зміни інших показників, зокрема й від стану самого показника в минулому. У деяких випадках обидва типи моделей можуть бути подібними, зокрема якщо тенденція часового ряду моделюється за допомогою кривих зростання, але їхнє тлумачення відрізняється.

Розроблення економетричних моделей із метою прогнозування для будь-якого періоду випередження починають із визначення регресійної моделі. Позначимо через $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt}$ ендogenous змінні, а через $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}$ — екзогенні змінні, де t — спостереження ($t=1, 2, \dots, n$). Ендogenous змінні, які визначаються внутрішньою структурою досліджуваного економічного явища, тобто їхні величини обчислюють на основі економетричної моделі. Екзогенні змінні незалежні від внутрішньої структури економічного явища та їхні величини задаються поза моделлю. Рівняння регресії характеризує кореляційну залежність ендogenous змінної від екзогенних змінних. Виділяють модель (рівняння) парної регресії:

$$y_t = a_0 + a_1 x_t + \varepsilon_t \quad (2.8.1)$$

та множинної регресії

$$y_t = a_0 + a_1 x_{1t} + a_2 x_{2t} + \dots + a_m x_{mt} + \varepsilon_t, \quad (2.8.2)$$

або в матричному запису

$$Y = X \cdot A + \bar{\varepsilon} \quad (2.8.3)$$

де $\bar{\varepsilon}$ — вектор випадкових змінних.

Рівняння регресії передбачає, що існує лише односторонній зв'язок між залежною (ендogenous) змінною y_t та незалежними (екзогенними) змінними $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}$. У лінійному регресійному аналізі розглядають стохастичну залежність випадкової величини від одного (парна регресія) або кількох чинників $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}$ (множинна регресія), яка має такі допущення:

$$M[\varepsilon_i] = 0, M[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0, j \neq i; M[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \sigma_\varepsilon^2, j = i, i = 1, \dots, n. \quad (2.8.4)$$

Для множинної регресії додається також умова лінійної незалежності стовпчиків матриці X .

Якщо кілька змінних $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt})$ є функцією від $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt})$, а X_t , своєю чергою, є функцією від Y_t , взаємозв'язок між Y та x неможливо описати за допомогою лише одного регресійного рівняння. В такому випадку переходять від регресійної моделі з одним рівнянням до регресійної моделі з багатьма рівняннями, серед яких можуть бути рівняння, які включають Y та x як ендogenous та пояснювальні змінні. Модель, що описує таку взаємну залежність між змінними, називають *системою одночасних, або симульативних*

V_i — вектор-стовпчик, складений із лінійних комбінацій випадкових змінних ε_i , присутніх у структурній формі рівнянь.

Рекурсивні системи є окремим випадком симультативної системи рівнянь, в яких матриця A параметрів ендогенних змінних має трикутний вигляд, а випадкові змінні не корелюють між собою. На практиці намагаються спростити взаємозалежні системи та звести їх до рекурсивного виду. Для цього спочатку обирають ендогенну змінну, яка залежить тільки від екзогенних змінних, позначають її y_1 . Потім обирають ендогенну змінну, яка залежить тільки від екзогенних змінних та y_1 , і далі аналогічним чином, обирається кожен наступний показник, який залежить тільки від екзогенних та вже визначених ендогенних змінних.

Лінеаризація нелінійної регресії. Зв'язок між залежною та незалежними змінними не обов'язково може бути лінійним. Використовуючи матриці показників Y та X , можна по черзі випробувати різні види залежності (див. табл. 2.8.2). Для цього кожне із рівнянь регресії шляхом перетворень типу логарифмування або піднесення до ступеня зводять до лінійної моделі. Обирають той вид зв'язку, для якого коефіцієнт детермінації (R^2) ближчий до 1. У табл. 2.8.1 на прикладі парної регресії розглянуто функції, найпоширеніші у практиці економічних досліджень.

Таблиця 2.8.1

ОСНОВНІ ФУНКЦІЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ

Модель	Перетворення	Матриці	
		X	Y
$Y = a + bX$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = a + bX + cX^2$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = a + b/X$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & 1/x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & 1/x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = 1 / (a + bX)$	Піднесення до ступеня (-1)	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/y_1 \\ \dots \\ 1/y_n \end{pmatrix}$
$Y = 1 / (a + b \exp(-X))$	Піднесення до ступеня (-1)	$\begin{pmatrix} 1 & \exp(-x_1) \\ \dots & \dots \\ 1 & \exp(-x_n) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/y_1 \\ \dots \\ 1/y_n \end{pmatrix}$
$Y = a \exp(bX)$	Логарифмування	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \dots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}$

$Y = a + blg(X)$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & \ln(x_1) \\ \dots & \dots \\ 1 & \ln(x_n) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = ab^x c^x$	Логарифмування	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \dots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}$
$Y = a^{b^x}$	Логарифмування	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \dots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}$
$Y = a + b / \ln(x)$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & 1/\ln(x_1) \\ \dots & \dots \\ 1 & 1/\ln(x_n) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = aX^b$	Логарифмування	$\begin{pmatrix} 1 & \ln(x_1) \\ \dots & \dots \\ 1 & \ln(x_n) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \dots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}$
$Y = a + bX + c(X)^{1/2}$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & \sqrt{x_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & \sqrt{x_n} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = X / (a + bX)$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_1/y_1 \\ \dots \\ x_n/y_n \end{pmatrix}$
$Y = a \cdot \exp(b/X)$	Логарифмування	$\begin{pmatrix} 1 & 1/x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & 1/x_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \dots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}$
$Y = a + bX^k$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1^k \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n^k \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$
$Y = a + bX + cX^2 + \dots + dX^k$	Ні	$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \dots & x_1^k \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n \dots & x_n^k \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$

Методи оцінювання регресійних рівнянь та симультивних систем рівнянь. Рівняння множинної лінійної регресії уможливує встановлення статистичного взаємозв'язку досліджуваних показників, та в разі його значущості — визначення аналітичних і прогнозованих оцінок. Оцінки параметрів знаходять методом найменших квадратів (МНК) за умови мінімуму функціонала:

$$(Y - XA)^T(Y - XA) . \quad (2.8.9)$$

МНК-оцінки обчислюють за формулою:

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.8.10)$$

вони є незсуненими, ефективними та консистентними.

Якщо $\hat{Y} = X \hat{A}$ — емпірична апроксимаційна регресія, то елементи вектора $\bar{\varepsilon} = Y - \hat{Y}$ називаються *залишками*. Аналіз залишків дає підстави для висновку стосовно якості побудованого рівняння регресії. Ускладнення методів оцінювання параметрів рівняння регресії й прогнозування залежної змінної зумовлене невиконанням допущень регресійного аналізу. На особливу увагу

заслугують такі порушення, як мультиколінеарність, гетероскедастичність, автокореляція, незалежність між собою випадкових величин та чинників.

Якщо використовувати МНК для оцінювання параметрів рівняння, яке є складовою системи одночасних структурних рівнянь (2.8.4), то одержані оцінки будуть зсуненими й неконсистентними, а статистичні тести — некоректними. Це пояснюється тим, що деякі пояснювальні змінні в правій частині рівняння є ендогенними Y і частково залежать від ε . Тим самим порушується умова класичної регресії, що в рівнянні регресії пояснювальні змінні не корелюють із випадковою змінною ε . Цьому можна запобігти, якщо оцінювати приведену форму моделі. Для рекурсивної системи рівнянь немає потреби в залученні складних методів оцінювання параметрів. Застосування звичайного методу МНК до кожного із рівнянь рекурсивних систем окремо забезпечує консистентні оцінки параметрів.

Не завжди оцінювання приведенної форми моделі вможливує отримання однозначних величин параметрів структурної моделі системи симультивних рівнянь. Це пов'язано із проблемою ідентифікації. Якщо визначення параметрів певного структурного рівняння в системі неможливе, це рівняння *недоототожене* й не може бути оцінене жодними методами. Якщо існують умови, що вможливають однозначну оцінку параметрів, структурне рівняння системи називають *точно ототожненим*. І якщо умов більше, ніж потрібно для однозначної оцінки рівняння, маємо його *переототоження*.

Необхідною і достатньою умовою (умова рангу) для ототожнення певного рівняння в системі з m рівнянь є можливість утворення принаймні одного ненульового визначника порядку $m - 1$ із коефіцієнтів змінних, які входять до системи, але відсутні в такому рівнянні. За умовою рангу загальні принципи ідентифікації окремого рівняння структурної моделі, яка складається з m симультивних рівнянь, формально записують так:

рівняння точно ототожене, якщо $k - k_i = m_i - 1$;

рівняння переототожене, якщо $k - k_i > m_i - 1$;

рівняння недоототожене, якщо $k - k_i < m_i - 1$;

де m — кількість ендогенних змінних у системі;

m_i — кількість ендогенних змінних в i -му рівнянні системи;

k — кількість екзогенних змінних у системі;

k_i — кількість екзогенних змінних в i -му рівнянні.

У разі точно ототожнених рівнянь можна застосувати звичайний метод найменших квадратів (МНК), але для цього систему одночасних структурних рівнянь треба перетворити на приведену форму.

Для оцінювання параметрів системи структурних переототожнених рівнянь застосовують спеціальні методи. Найпоширенішими є двокроковий і трикроковий методи найменших квадратів. Якщо рівняння моделі точно ототожені, то непрямий і двокроковий методи дають однакову оцінку параметрів моделі. Якщо рівняння будуть переототожненими, оцінки відрізнятимуться.

Сутність *двокрокового методу найменших квадратів* (2МНК) полягає в тому, що на першому кроці для кожної ендогенної змінної будують регресії на всі екзогенні змінні, й на основі цих регресій методом найменших квадратів

знаходять теоретичні (оцінені) значення ендogenous змінних y . На другому кроці в кожне структурне рівняння системи замість пояснювальних ендogenous змінних підставляють їхнє теоретичне значення, після чого знову застосовують МНК. Оцінки 2 МНК, на відміну від звичайних МНК-оцінок, є спроможними.

Трикроковий метод найменших квадратів призначений для одночасного оцінювання параметрів усіх рівнянь моделі. Сутність методу полягає в тому, що спочатку застосовують двокроковий метод найменших квадратів. На підставі одержаних оцінок знаходять оцінку для коваріаційної матриці похибок системи рівнянь. На третьому кроці параметри рівнянь системи переоцінюють на основі узагальненого методу найменших квадратів. Трикроковий метод найменших квадратів забезпечує кращу, порівняно із двокроковим методом, асимптотичну ефективність оцінок лише в тому разі, коли залишки, які входять в різні рівняння моделі, корелюють між собою.

Щоб застосувати трикроковий метод найменших квадратів на практиці, необхідне виконання таких вимог:

- 1) усі тотожності, що входять до системи рівнянь, треба виключити, беручись до обчислення оцінок параметрів;
- 2) кожне недоототожене рівняння також треба виключити із системи;
- 3) якщо система рівнянь, що залишилася, має точно ототожені й переототожені рівняння, тоді трикроковий метод оцінки доцільно застосовувати до кожної із цих груп;
- 4) якщо група переототожнених рівнянь має лише одне рівняння, тоді трикроковий метод перетворюється на двокроковий;
- 5) якщо матриця коваріацій для структурних залишків є блоково-діагональною, то вся процедура оцінювання на основі трикрокового методу найменших квадратів може бути застосована окремо до кожної групи рівнянь, які відповідають одному блоку.

Коефіцієнти оцінки впливовості чинників. Апарат кореляційно-регресійного аналізу дає змогу розраховувати різні оцінні коефіцієнти для визначення ступеня впливу певного чинника:

a_j — *коефіцієнт граничної ефективності j -го чинника* — показує, на скільки одиниць свого вимірювання в середньому зміниться y , якщо чинник x_j зросте на одиницю за фіксованого стану решти чинників. Цей коефіцієнт відповідає частинній похідній y за відповідною x_j :

$$a_j = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_j}. \quad (2.8.11)$$

Зазначимо, що за допомогою коефіцієнтів регресії неможливо порівняти вплив чинників на залежну змінну через розбіжність одиниць вимірювання й ступеня коливання.

ξ_j — *частковий коефіцієнт еластичності* — показує, на скільки відсотків у середньому зміниться y , якщо чинник x_j зросте на 1 % за фіксованого стану решти чинників. Коефіцієнтом еластичності користуються для економічного тлумачення нелінійних зв'язків (табл. 2.8.2). Коефіцієнт еластичності обчислюють як

$$E_j = \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}. \quad (2.8.12)$$

ТАБЛИЦЯ 2.8.2

Функція	Формула коефіцієнта еластичності
$y = a + bx$	$E = b(x / y)$
$y = a + bx + cx^2$	$E = (b + 2cx)(x / y)$
$y = a + b / x$	$E = b / (ax + b)$
$y = 1 / (a + bx)$	$E = bx / (a + bx)$
$y = 1 / (a + b)e^{-x}$	$E = bxe^{-x} / (a + be^{-x})$
$y = ae^{bx}$	$E = bx$
$y = a + b \ln(x)$	$E = b/y$
$y = ab^x c^{x^2}$	$E = a(\ln(b)e^x c^{x^2} + 2b^x x e^{x^2} \ln(c))(x/y)$
$y = ab^x$	$E = a \ln(b) e^x (x/y)$
$y = a + b / \ln(x)$	$E = b/(\ln^2(x)y)$
$y = ax^b$	$E = b$
$y = a + bx + c(x)^{1/2}$	$E = (b - c)(x)^{1/2}(x/y)$
$y = x / (a + bx)$	$E = a / (a + bx)$
$y = ae^{b/x}$	$E = b / x$
$y = a + bx^k$	$E = b k x^k / (a + b x^k)$
$y = a_0 + a_1 x' + \dots + a_k x^k$	$E = (\sum_{i=1}^k a_i i x^i) / y$

β_j — *бета-коефіцієнт* або коефіцієнт регресії у стандартизованому вигляді використовують для усунення різниць у вимірюванні та ступені коливання чинників. Коефіцієнт показує, на яку частину величини середньоквадратичного відхилення змінюється середнє значення залежної змінної, коли відповідна незалежна змінна збільшується на одне середньоквадратичне відхилення, а решта незалежних змінних залишаються сталими:

$$\beta_j = \frac{\hat{a}_j \hat{\sigma}_j}{\hat{\sigma}_y}, \quad (2.8.13)$$

де \hat{a}_j — коефіцієнт регресії, який відповідає змінній x_j ,

$\hat{\sigma}_j$ — оцінка середньоквадратичного відхилення j -ї пояснювальної змінної,

$\hat{\sigma}_y$ — оцінка середньоквадратичного відхилення залежної змінної.

Δ_j — *дельта-коефіцієнт* — показує частку впливу кожного чинника в загальній дії усіх чинників, включених до рівняння регресії. Розрахункова формула має вигляд:

$$\Delta_j = (r_j \cdot \beta_j) / R^2; \sum_k \Delta_k = 1; R^2 = r_1\beta_1 + r_2\beta_2 + \dots + r_k\beta_k, (2.8.14)$$

де R^2 — коефіцієнт детермінації; r_{yj} — коефіцієнт парної кореляції між j -м чинником і залежною змінною.

За коректно зробленим аналізом величини дельта-коефіцієнтів додатні, тобто всі коефіцієнти регресії, мають той самий знак, що й відповідні парні коефіцієнти кореляції.

8.2 Прогнозування на основі регресійних моделей.

Прогнозування на основі регресійних моделей передбачає такі етапи.

1. Визначення мети дослідження. Вибір відповідної теорії, яка пояснює поведінку економічної системи. Побудова системи показників, відбір чинників, що справляють найбільший вплив на кожен показник, та розроблення логіко-інформаційної схеми прогнозу. Вибір форми зв'язку показників між собою та відібраними чинниками.

2. Побудова економетричної моделі, тобто відображення теорії у вигляді рівняння регресії або системи рівнянь і тотожностей, яка пов'язує відібрані змінні. Особливо слід зважати на випередження та запізнення впливу змінних у рівняннях, а також на змінні, що містять інформацію про перспективу на майбутнє.

3. Знаходження даних про значення змінних, дотримуючись, за можливості, теоретичних концепцій. Аналіз інформації. В ідеалі потрібні точні дані про всі необхідні змінні.

4. Використання відповідного економетричного методу для оцінювання невідомих параметрів, які входять до рівнянь моделі.

5. Перевірка якості побудованої моделі, яка передбачає, передусім, її відповідність досліджуваному економічному процесу, а також адекватність, точність і прогнозову спроможність.

6. Використання знайденої прийнятної моделі для прогнозу. На підставі рівнянь із оціненими параметрами та прогнозованих екзогенних змінних роблять передбачення потрібних показників, а саме значень ендогенних змінних. Якщо потрібен прогноз на кілька періодів уперед, його можна одержати шляхом послідовності прогнозів на один період. Знайти значення величин екзогенних змінних, від яких суттєво залежить прогноз, можна або на основі одновимірної моделі часових рядів, або використовуючи інші джерела, наприклад іншу економетричну модель або експертні методи.

Як і раніше, позначимо прогноз $y_{t+\tau}$ на період часу $(t+\tau)$ через $\hat{y}_{t(\tau)}$. При цьому $\tau \geq 1$ є періодом випередження, відповідно, помилки прогнозу дорівнюють: $e_{t+\tau} = y_{t+\tau} - \hat{y}_{t(\tau)}$. З огляду на те, що значення помилок можуть бути як від'ємними, так і додатними, використовують поняття мінімуму середнього квадрата помилок (MSE). Відповідно, оптимальним є прогноз, за якого мінімізується середній квадрат помилок прогнозу. Тобто обирають таке

прогнозове значення $\hat{y}_t(\tau)$, за якого мінімізується $M(e^2_{t+\tau}) = M\{(y_{t+\tau} - \hat{y}_{D(\tau)})^2\}$.
 Зауважимо, що, оскільки помилка прогнозу є випадковою величиною, ми мінімізуємо математичне сподівання квадрата помилок. Мінімізація середнього квадрата помилок аналогічна прогнозованому значенню $\hat{y}_t(\tau)$, отриманому як умовне математичне сподівання $y_{t+\tau}$ за заданих усіх спостережень часового ряду до періоду t , тобто $\hat{y}_t(\tau) = M(y_{t+\tau} | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1)$.

Припустимо, що для побудованої моделі виконуються всі допущення лінійної регресії. Тоді за відомими значеннями чинників $\vec{x}_{n+\tau} = (1, x_{1,n+\tau}, \dots, x_{k,n+\tau})$ на період випередження τ незміщена оцінка точкового прогнозу дорівнює:

$$\hat{y}_n(\tau) = \vec{x}_{n+\tau}' \hat{A}. \quad (2.8.15)$$

Якість прогнозу тим вища, чим надійніше оцінено параметри моделі; точніше визначено значення незалежних змінних для періоду випередження прогнозу; точніше виконуються в прогнозованому періоді всі допущення лінійної регресії.

Інтервал надійності прогнозу отримаємо для математичного сподівання залежної змінної y та для її індивідуального значення. Дисперсії величини y будуть у цих випадках різними. Оскільки похибка прогнозу $e_{n+\tau}$ є лінійною функцією нормально розподіленої змінної \hat{A} , то дисперсія математичного сподівання прогнозу дорівнює:

$$\sigma_e^2 = \sigma_\varepsilon^2 \vec{x}'_{n+\tau} (X'X)^{-1} \vec{x}_{n+\tau}. \quad (2.8.16)$$

Виходячи з цього, інтервал надійності математичного сподівання $y_{n+\tau}$ для рівня довіри $1-\alpha$ визначають за формулою:

$$\hat{y}_n(\tau) \pm t_{\alpha/2, n-k-1} \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 \vec{x}'_{n+\tau} (X'X)^{-1} \vec{x}_{n+\tau}}, \quad (2.8.17)$$

де $t_{\alpha/2, n-k-1}$ — визначається з таблиць t -розподілу.

Дисперсія похибки індивідуального прогнозу дорівнює

$$\sigma_{e(i)}^2 = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2 \vec{x}'_{n+\tau} (X'X)^{-1} \vec{x}_{n+\tau} = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \vec{x}'_{n+\tau} (X'X)^{-1} \vec{x}_{n+\tau}) \quad (2.8.18)$$

Відповідно, інтервал надійності для індивідуального значення $y_{n+\tau}$ визначають за формулою:

$$\hat{y}_n(\tau) \pm t_{\alpha/2, n-k-1} \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 (1 + \vec{x}'_{n+\tau} (X'X)^{-1} \vec{x}_{n+\tau})}. \quad (2.8.19)$$

Переваги прогнозування на підставі економетричних моделей увиразнюються завдяки розвитку обчислювальної техніки та програмних продуктів. Завдяки використанню їх можна, по-перше, збільшувати розмірність моделі, глибше розглядати подробиці економічних зв'язків. Важливим є те, що модельні розрахунки не просто вможливають стримання прогнозів за великою кількістю показників, але при цьому показники збалансовані, не суперечать одне одному, взаємопов'язані в систему.

Утім, економетричні моделі не позбавлені недоліків. Як зручний інструмент прогнозування, вони, однак, не розв'язують і не можуть розв'язати його принципівих проблем. Перш за все, моделі не сприяють підвищенню точності прогнозування поворотних точок розвитку. В економетричних моделях припускається, що інституції (закони, ділова практика, економічна політика

тощо) залишаються незмінними в часі, або ж їхні зміни контролюються. Вони більш придатні для екстраполяції вже встановлених тенденцій розвитку, ніж для розпізнавання зміни в них. З цієї причини прогнозування економічного зростання на підставі моделей можливе лише шляхом введення зовнішніх змінних і коригування параметрів.

До того ж, на практиці не завжди можливо сконструювати економетричну модель. По-перше, дослідник може вагатися стосовно вибору відповідної економічної теорії. По-друге, надійних даних про значення змінних, які належать до цієї моделі, може не існувати. З аналізу економічного моделювання й прогнозування зрозуміло, що побудова спроможних прогнозів вимагає не лише коректної економічної теорії, а й правильних рішень на кожному етапі побудови прогнозу. Інакше кажучи, прогнози є комбінацією економічної теорії та мистецтва прогнозиста. Як наслідок, дослідження прогнозів не обов'язково може визначити, який саме варіант економічної теорії є коректним, і не завжди містить достатньо інформації про відмінності між економічними моделями. Може статися, що на точність прогнозу найбільшою мірою впливає передбачення або припущення стосовно майбутніх заходів уряду та значень екзогенних змінних.

Приклад 2.8.1.

Розробити прогноз впливу державної фінансової політики на функціонування економіки країни, використовуючи модель Л. Клейна, яка відображає залежність шести ендогенних змінних від трьох екзогенних змінних (табл. 2.8.3). Дані умовні.

Ендогенні змінні: $C(t)$ — особисте споживання, $W_1(t)$ — заробітна плата, $P(t)$ — прибуток, $I(t)$ — інвестиції, $K(t)$ — основний капітал, $Y(t)$ — національний дохід.

Екзогенні змінні: $W_2(t)$ — державний фонд заробітної плати, $G(t)$ — державні замовлення, $X(t)$ — податок на ділову активність або податок на підприємництво (складаються з податків на продаж, акцизів, податків на майно, сплати ліцензій і мита).

ТАБЛИЦЯ 2.8.3

ВХІДНА ІНФОРМАЦІЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ

Роки(t)	$Y(t)$	$I(t)$	$G(t)$	$C(t)$	$X(t)$	$P(t)$	$W_1(t)$	$W_2(t)$	$K(t)$
1	1203,5	240,8	299,1	795,5	131,9	120,2	683,3	400	1220,8
2	1289,1	219,6	355	862	147,5	137,1	720,1	431,9	1440,4
3	1441,4	277,7	356,9	969	162,2	146,4	740	555	1718,1
4	1617,8	344,1	387,3	1057,6	171,2	150,2	810	657,6	2062,2
5	1838,2	416,8	425,2	1177,8	181,6	168,1	850,3	819,8	2479
6	2047,3	454,8	467,8	1319,8	195,1	174	895,5	977,8	2933,8
7	2203,5	437	530,3	1460,8	224,6	188,3	949,3	65,9	3370,8

8	2443,5	515,5	588,1	1601,2	261,3	196,2	1026,3	1221	3886,3
9	2518,4	447,3	641,7	1693,8	264,4	200,4	1180	1138	4333,6
10	2719,5	502,3	675	1831,8	289,6	222,6	1290,6	1206,3	4835,9
11	3028,5	664,8	735,9	1956	328,2	288,6	1360,6	1379,3	5500,7
12	3234	643,1	820,8	2113,7	343,6	292,1	1500	1441,9	6143,8
13	3437,1	665,9	871,2	2247,3	347,3	300,4	1685,8	1450,9	6809,7
14	3678,7	712,9	924,7	2409,1	368	290	1826	1562,7	7522,6
1	3964,3	765,5	936,3	2655,2	392,7	310	2090	1564,3	8288,1

Розв'язок.

Математична модель задачі має вигляд:

Рівняння функціонування

Функція споживання: $C(t) = f(W(t), P(t), P(t-1))$ або

$$C(t) = a_0 + a_1 (W_2(t) + W_1(t)) + a_2 P(t) + a_3 P(t-1) + U_{1t}. \quad (1)$$

Функція інвестицій: $I(t) = f(P(t), P(t-1), K(t-1))$ або

$$I(t) = b_0 + b_1 P(t) + b_2 P(t-1) + b_3 K(t-1) + U_{2t}. \quad (2)$$

Функція попиту на робочу силу: $W_1(t) = f(Z(t), Z(t-1), T)$ або

$$W_1(t) = d_0 + d_1 Z(t) + d_2 Z(t-1) + d_3 T + U_{3t}, \quad Z(t) = (Y(t) + X(t) - W_2(t)). \quad (3)$$

Тотожності

$$\text{Рівняння національного доходу } Y(t) = C(t) + I(t) + G(t) - X(t). \quad (4)$$

$$\text{Рівняння прибутку } P(t) = Y(t) - W_1(t) + W_2(t). \quad (5)$$

$$\text{Рівняння зміни капіталу } K(t) = K(t-1) + I(t) \quad (6)$$

Розрахунки за моделлю здійснюються у чотири етапи: формування інформаційної бази, оцінювання параметрів моделі, побудова економетричних моделей зв'язку ендогенних змінних, аналіз моделі.

Інформаційна база, окрім усіх вхідних даних, передбачає формуванням додаткових блоків для лагових ендогенних змінних: $Y(t-1)$, $X(t-1)$, $P(t-1)$, $K(t-1)$, $W_2(t-1)$, $Z(t-1)$.

Параметри структурної моделі (1 – 6) можна обчислювати двокроковим або трикроковим МНК, оскільки модель не містить недоототожнених рівнянь. У результаті розрахунків одержуємо таку числову модель задачі:

$$\text{Функція споживання: } C(t) = 36,2 + 0,81(W_2(t) + 0,66W_1(t) + 0,0095P(t) - 0,42P(t-1) + U_{1t}. \quad (7)$$

$$\text{Функція інвестицій: } I(t) = 64,7 + 1,648P(t) - 0,32P(t-1) + 0,037K(t-1) + U_{2t}. \quad (8)$$

$$\text{Функція попиту на робочу силу: } W_1(t) = 52,62 + 1,06Y(t) - 0,83X(t) - 1,104W_2(t) - 0,129Z(t-1) + 13,25T + U_{3t}. \quad (9)$$

$$\text{Рівняння національного доходу: } Y(t) = C(t) + I(t) + G(t) - X(t). \quad (10)$$

$$\text{Рівняння прибутку: } P(t) = Y(t) - W_1(t) + W_2(t). \quad (11)$$

$$\text{Рівняння капіталу: } K(t) = K(t-1) + I(t). \quad (12)$$

Якщо виразити ендogenous змінні через лагові ендogenous й екзогенні змінні та константи, рівняння (7—12) матимуть вигляд:

$$C(t) - 0,81(W_2(t) - 0,0095P(t)) = 36,2 + 0,66W_1(t) - 0,42P(t-1) + U_{1t}. \quad (13)$$

$$I(t) - 1,648P(t) = 64,7 - 0,32P(t-1) + 0,037K(t-1) + U_{2t}. \quad (14)$$

$$W_1(t) - 1,06Y(t) = 52,62 - 0,83X(t) - 1,104W_2(t) - 0,129Z(t-1) + 13,25T + U_{3t}, \quad (15)$$

$$Y(t) - C(t) - I(t) = G(t) - X(t), \quad (16)$$

$$Y(t) - P(t) - W_1(t) = W_2(t), \quad (17)$$

$$K(t) - I(t) = K(t-1) \quad (18)$$

Систему (13—18) можна записати в загальному матричному вигляді:

$$AY = B, \quad (19)$$

де A — матриця, складена із коефіцієнтів за шести ендogenous змінних, Y — вектор невідомих ендogenous змінних, якому відповідає вектор-стовпчик,

B — вектор вільних членів, якому відповідають співвідношення між константами, екзогенними та ендogenous лаговими змінними.

Або в чисельному вигляді:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,8 & 0 & -0,0095 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1,65 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1,0643 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C(t) \\ I(t) \\ W(t) \\ Y(t) \\ P(t) \\ K(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,2 + 0,66W_2(t) - 0,42P(t-1) + U_1 \\ 64,7 - 0,32P(t-1) + 0,037K(t-1) + U_2 \\ 52,62 - 0,826X(t) - 1,104W_2(t) - 0,129Z(t-1) + 13,25t + U_3 \\ G(t) - X(t) \\ W_2(t) \\ K(t-1) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Для розв'язування системи рівнянь (20) необхідно знайти $Y = A^{-1}B$.

У результаті одержимо:

$$\begin{bmatrix} C(t) \\ I(t) \\ W(t) \\ Y(t) \\ P(t) \\ K(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,333 & 3,333 & -2,07 & 3,333 & -5,54 & 0 \\ -0,41 & 0,584 & -1,29 & -0,41 & -0,96 & 0 \\ 4,169 & 4,169 & -2,58 & 4,169 & -6,91 & 0 \\ 3,917 & 3,917 & -3,36 & 3,917 & -6,50 & 0 \\ -0,25 & -0,25 & -0,78 & -0,25 & -0,58 & 0 \\ -0,41 & 0,584 & -1,29 & -41 & -0,96 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \\ B_3(t) \\ B_4(t) \\ B_5(t) \\ B_6(t) \end{bmatrix},$$

Дослідимо вплив трьох фінансових політик уряду на величину національного доходу (табл. 2.8.4). Варіанти політики на кожен рік характеризуються відповідно:

- 1) зниженням податку $X(t)$ на 5 %;
- 2) збільшенням урядового фонду заробітної плати $W_2(t)$ на 5 %;
- 3) збільшенням урядових замовлень $G(t)$ на 5 %.

ТАБЛИЦЯ 2.8.4

РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ЗА МОДЕЛЛЮ

T	$C(t)$	$I(t)$	$W_1(t)$	$Y(t)$	$P(t)$	$K(t)$
Варіант (0) — базовий						
1	1048,908	262,2796	971,4021	1518,687	115,3855	1483,079
2	1019,739	306,4003	830,6135	1520,839	135,2262	1789,479
3	1030,635	322,9850	769,9422	1569,720	142,1680	2112,464
4	1090,010	356,5600	713,8314	1690,170	156,5388	2469,024
5	1140,896	390,4097	654,4602	1804,005	171,7456	2859,433
6	1358,669	414,1272	861,8403	2107,996	180,2058	3273,560
7	1356,929	493,6134	735,7277	2177,343	220,6154	3,767,173
8	1510,584	471,9911	1017,717	2359,875	204,1587	4239,164
9	1673,220	527,0658	1155,779	2585,686	223,6069	4766,229
10	1767,421	010,9697	1140,526	2786,091	266,2648	5377,198
11	1969,857	633,3597	1364,174	3080,416	274,2530	6010,557
12	2196,286	640,8284	1644,174	3361,014	265,9399	6651,385
13	2423,221	698,5046	1831,013	3678,425	284,7124	7349,889
14	2464,201	751,9075	1890,551	3759,709	304,8572	8101,796
Варіант 1 — щорічне зменшення податку на 5 %						
1	1048,908	262,2796	971,4021	1518,687	115,3855	1483,079
2	1016,982	284,4809	827,3281	1504,273	121,9455	1767,559
3	1080,241	309,986	825,0847	1614,887	132,2032	2077,545
4	1129,322	342,4656	757,8390	1724,487	146,8487	2419,965
5	1178,879	374,9634	696,9379	1836,342	161,6046	2794,863
6	1299,756	408,4863	782,9602	2025,142	176,2821	3203,286

7	1381,183	472,8060	764,0480	2193,889	208,8412	3676,106
8	1555,350	450,6725	1067,534	2396,543	191,0082	4126,772
9	1720,381	503,2695	1208,034	2623,531	209,1964	4630,069
10	1818,657	583,8430	1197,186	2826,600	250,1137	5213,943
11	1893,715	581,6225	1260,676	2969,738	267,1624	5795,572
12	2073,237	584,9945	1486,681	3199,532	261,9509	6380,494
13	2271,205	637,3594	1638,927	3483,664	282,0372	7017,849
14	2286,808	684,7725	1667,425	3534,820	303,0949	7702,622
Варіант (2) — щорічне збільшення урядового фонду заробітної плати на 5 %						
1	1048,908	262,2796	971,4021	1518,687	115,3855	1483,079
2	1008,822	311,7385	794,0457	1515,261	138,4653	1794,818
3	993,5362	319,7791	698,1546	1529,415	140,7506	2114,579
4	1078,420	364,5222	664,7143	1686,542	161,0379	2479,102
5	1110,025	399,9937	577,8286	1782,719	178,2011	2679,093
6	1223,264	436,9866	651,8901	1965,951	194,8708	3316,076
7	1295,946	506,1168	616,7321	2128,863	230,0815	3822,185
8	1467,858	484,0327	922,241	2329,190	212,0490	4306,212
9	1635,166	540,0360	1062,513	2560,602	231,4799	4846,246
10	1727,656	625,8885	1037,964	2761,245	275,0265	5472,138
11	1928,180	649,1963	1257,189	3054,577	283,3974	6121,336
12	2155,279	657,0936	1537,772	3336,273	275,0664	6768,433
13	2382,207	716,2516	1719,962	3655,159	294,3564	7494,681
14	2423,802	770,0043	1780,475	3737,406	314,4105	8264,684
Варіант (3) — щорічне збільшення урядових замовлень на 5 %						
1	1048,908	262,2796	971,4021	1516,687	115,3855	1483,079
2	1079,011	299,0019	904,7668	1590,513	130,7462	1782,081
3	1107,473	314,8187	863,6767	1657,791	136,5150	2096,898
4	1175,490	347,4392	817,7704	1787,829	150,2593	2444,329
5	1233,973	386,2238	767,6867	1910,297	164,9110	2824,553
6	1364,083	414,6963	865,0857	2110,979	180,0140	3239,246
7	1451,200	480,6445	853,5477	2288,045	213,4973	3719,884
8	1632,205	457,7111	1166,102	2499,296	195,1940	4177,591
9	1803,357	511,8773	1313,848	2734,205	214,0571	4689,467
10	1907,346	594,1891	1310,744	2946,025	255,9810	5283,649

11	2 ^{24,714}	614,3844	1552,561	3257,338	262,8769	5897,984
12	2360,342	620,4030	1843,402	3548,295	253,9035	6518,383
13	2595,421	676,5427	2040,082	3874,864	272,0814	7194,922
14	2637,403	729,2179	2100,561	3957,081	292,1694	7924,117

Для кожного варіанта окремо обчислюють величину національного доходу й обирають той варіант, де його середня величина за 14 років є максимальною. Перш за все, за моделлю (13—18) розраховують базовий варіант (0 — варіант), а далі послідовно реалізують три політики уряду (табл. 2.8.4), Рівні національного доходу за усіма варіантами політики уряду представлено графічно на рис. 2.8.1.

Таблиця 2.8.4

**ЗНАЧЕННЯ НАЦІОНАЛЬНОГО ДОХОДУ
ДЛЯ ОДЕРЖАНИХ ТРАЄКТОРІЙ**

Роки	Варіант (0)	Варіант (1)	Варіант (2)	Варіант (3)
1	1518,687	1518,687	1518,687	1516,678
2	1520,839	1504,273	1515,261	1590,513
3	1569,720	1614,887	1529,415	1657,791
4	1690,170	1724,487	1686,542	1787,829
5	1804,005	1836,342	1782,719	1910,297
6	2107,996	2025,142	1965,951	2110,979
7	2177,343	2193,889	2128,863	2288,045
8	2859,875	2396,543	2329,190	2499,296
9	2585,686	2623,531	2560,602	2734,205
10	2786,091	2826,600	2761,245	2946,025
11	3080,416	2969,738	3054,577	3257,338
12	3361,014	3199,532	3336,273	3548,205
13	3687,425	3483,664	3655,159	3874,864
14	3759,709	3534,820	3737,406	3957,031
ΣY	33999,98	33452,14	33561,89	35681,11
$Y_{сер}$	2428,57	2389,438	2397,277	2548,650
S^2	591168,1	486533,2	597829,7	675490,5

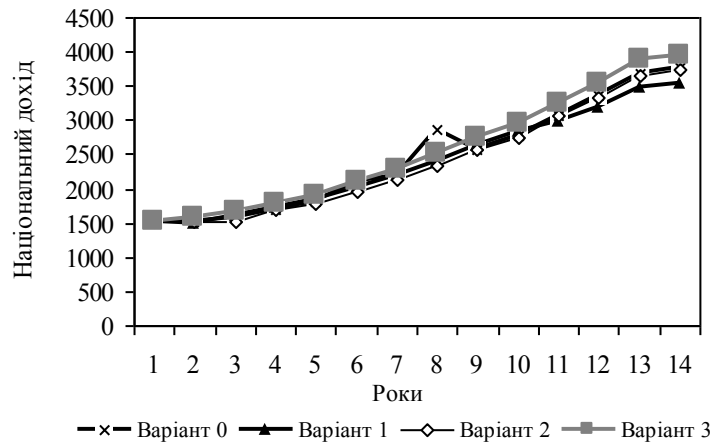


Рис. 2.8.1. Варіанти значень національного доходу стосовно варіантів фінансової політики

Для кожного із варіантів обчислимо середнє значення національного доходу Y і дисперсію σ^2 . Із даних таблиці 2.8.4 видно, що найбільше середнє значення національного доходу $Y(t)$ відповідає третій політиці уряду — збільшенню замовлень на 5 %, При цьому середній максимальний національний дохід дорівнює $Y = 2548,65$, але йому відповідає дисперсія $\sigma^2 = 675480,5$ — найбільша серед решти варіантів, включно з базовим. Отже, з погляду стабільності рівня національного доходу доцільно обрати політику уряду зі зниження податку $X(i)$ на 5 %, тобто варіант 1. Для цього варіанта середній національний дохід дорівнює $Y = 2389,438$ одиниць, але дисперсія $\sigma^2 = 486533,2$ є найменшою серед усіх варіантів.

Завдання для перевірки знань

Дати відповіді на запитання:

9. Дати визначення такому поняттю як *система одночасних, або симультативних регресійних рівнянь*.
10. Навести структурну форму системи одночасних економетричних рівнянь у матричному вигляді.
11. *Рекурсивні системи*, що це таке?
12. *Методи оцінювання регресійних рівнянь та симультативних систем рівнянь*, перерахувати.
13. Сутність *двокрокового методу найменших квадратів (2МНК)*, в чому полягає?
14. *Трикроковий метод найменших квадратів*, призначення та сутність методу.
15. *Коефіцієнти оцінки впливовості чинників*, перерахувати.
16. Які вимоги необхідно виконати для застосування три крокового методу найменших квадратів?

17.Прогнозування на основі регресійних моделей передбачає такі етапи: ..., які саме?

ОСНОВНА РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основні рекомендовані джерела:

1. Горелова В. Л., Мельникова Е. Н. Основы прогнозирования систем. — М.: Высшая школа, 1986.
2. Касьяненко В.О., Старченко Л.В. Моделювання та прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — Суми.: ВТД „Університетська книга”, 2006. — 185 с.
3. Льюис К. Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М.: Финансы и статистика, 1986.
4. Парсаданов Г. А. Планирование и прогнозирование социально-экономической системы: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
5. Присенко Г. В., Равікович Є. І. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 378 с.
6. Присенко Г. В., Равікович Є. І. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 378 с.
7. Касьяненко В.О., Старченко Л.В. Моделювання та прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — Суми.: ВТД „Університетська книга”, 2006. — 185 с.

Додаткові рекомендовані джерела

8. Кугаенко А. А. Основы теории и практики динамического моделирования социально-экономических объектов и прогнозирования их развития. — М.: Вузовская книга, 1998. — 206 с.
9. Парсаданов Г. А. Планирование и прогнозирование социально-экономической системы: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. — 324 с.
10. Кобелев Н. Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей: Учебно-практическое пособие. — М.: ЗАО Финстатинформ, 2000. — 412 с.