УДК 681.3

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ СЕТИ С ЗАДАННЫМ ЧИСЛОМ АБОНЕНТОВ

Егоров Ф.И., Пархуць Л.Т., Хорошко В.А.
Государственный университет
информационно-комуникационных технологий
03110, Киев, ул. Соломенская, 7

В данной статте предложенный алгоритм нахождения оптимальной конфигурации сети с заданным числом абонентов и рассмотрены основные задачи которые сводятся к нахождению подмножества.

Изложенный в [1] алгоритм находит минимальный выходящий T^* для орграфа E в случае, когда задано базовое подмножество $X_0 \subset X$. В некоторых задачах требуется выбрать множество X_0 при условии, что известно лишь число его вершин $\lfloor X_0 \rfloor = p$ т.т. заданное число абонентов сети.

Задача 1. В сильно связном орграфе $G = (X,U), |X| = n$, с принесенными длинами дуг $l(u) > 0$ необходимо найти подмножество, $X_0 \subset X, \lfloor X_0 \rfloor = p(p < n)$ для которого соответствующий минимальный выходящий ли $T^* = (X,U^*), U^* \subset U$, с базой $X_0 \subset X$ является наименьшим.

Как было отмечено в [1], эту задачу также можно решать путем перебора возможных подмножеств $Y \subset C, [Y] = p$ и решение для каждого из них задачи 2, описанную в [1] с $t(G)=Y$. При p, близких к $n/2$, этот метод требует рассмотрения $\left(p^n\right)$ вариантов, что являются очень трудными.

При p = 1 рассматриваемую задачу можно свести к задаче 1, описанную в [1] для некоторого вспомогательного орграфа $G_1=(X_1,U_1)$.Он получается из G путём добавления новой вершины Z *в* качестве корня и новых дуг $V_1,V_2,...,V_n$, исходящих из Z и заходящих в соответствующие вершины $x_i\in X$;длины $l(V_i)=C, i=1,2,....,n$, где $C=\sum_{u\in v} l(u)$. Решая задачу 1, описанную в [1] для орграфа G_1, находим минимальное

(по суме длин дуг) выходящее дерево $T_1^*=(X_1,U_1^*)U_1^*\subset U$, с корнем $z=X_1$. Легко заметить, что выходящее дерево T_1^* содержит ровно одну дугу V_{i0} из множества добавленных дуг $V_1,V_2,....,V_n$. Если из этого дерева удалить V_{i0} вместе с Z, то полученный орграф будет для находимого орграфа минимальным выходящим деревом T^* с корнем в искомой вершине.

Для общего случая (произвольного *p)* не известны хорошие (в смысле алгоритма Эдмонда [1]) алгоритм решения сформулированной задачи. Приведем некоторые исходные данные, на основе которых будет описываться эффективный алгоритм ее решения. Исходным путём дальнейших рассуждений послужат следующие процедуры:

1) приводим алгоритм G по $\sigma_G(\{x\}),\forall_x\in X;$
2) берём $i=0;$
3) находим орграф $\hat{G}^i=(X,\hat{U}^i)$, $\hat{U}^i$ - множество всех полученных выделенных дуг;
4) проверяем, является ли $\hat{G}^i$ сильно связным. Если да, то переходим к пункту 8, в противном случае - к п.5;
5) находим в орграфе $\hat{G}^i$ сильно связные компоненты $\hat{G}_j^i=(\hat{X}_j^i,\hat{U}_j^i), j=1,2....,\hat{g}_i;$
6) проводим орграф G по $\sigma_G(\hat{X}_j^i), j=1,2,....,\hat{g};$
7) заменяем i на $i+1$ и переходим к п.3;
8) процедура окончена.

При проведении этой процедуры может возникнуть вопрос о существовании сильно связной компоненты $\hat{X}_r^i=(\hat{X}_r^i,\hat{U}_r^i)$ такой, что $\sigma\hat{G}_i(\hat{X}_r^i)\neq\phi$, если орграф $\hat{G}^i=(X,\hat{U}^i)$ не является сильно связным

Ответ на этот вопрос дает следующая лемма, которая является аналогом леммы 1.1[1].

Лемма 1. Пусть $G^1=(X_1U^1)U^1\subset U_1$ - произвольный орграф G . Тогда орграф G является сильно связным тогда и только тогда, когда $\sigma G^1(Y)\neq\phi$для любого $Y\subset X$
Доказательство точки ничего ничем не отличается от доказательства леммы 1 в

[1], если только заменить проверку выполнения условия для любого $y \in X / X_0$ существует путь $P(x, y)$ из некоторой $x \in X_0$ в y проверкой условия сильной связности.

Следовательно, если орграф G^i на i - й итерации процедуры не сильно связный, то обязательно существует его сильно связная компонента $\hat{G}^i_r = \left(\hat{X}^i_r, \hat{U}^i_r\right)$

Будем считать, что орграф $\hat{G}^i = \left(X, \hat{U}^i\right)$ при $i = 0$ (т.е. при нулевой итерации) есть орграф $\hat{G}^0 = (X, \phi)$, где каждая вершина представляет собой связную компоненту.

Пусть M - множество всех $\hat{X}^i_j, i = 0,1,2,\dots,k-1; j = 1,2,\dots,\hat{g}_i$, которое образуется в процессе выполнения данной процедуры ($\hat{k}$ - количество ее итераций). Рассмотрим функцию $g : M \to D$, где $g\left(\hat{X}^i_j\right)$ - значение константы приведения по множеству $\hat{X}^i_j$ после выполнения i – й итерации процедуры.

Для произвольного множества $M_1 \subset M$ и любого $Y \subset X$ введём следующие обязанности:

$$N_{M_1}(Y) = \left\{\hat{X}^i_j \in M_1 \middle/ \hat{X}^i_j \cap \hat{Y} \neq \phi\right\};$$

$$R_{M_1}(Y) = \sum_{\hat{X}^i_j \in N_{M_1(Y)}} g\left(\hat{X}^i_j\right)$$

Нетрудно проверить, что для любых $X_1, X_2 \subset X$ и $M_1 \subset M$ справедливы соотношения

$$R_{M_1}(X_1 \cup X_2) = R_{M_1}(X_1) + R_{M_1}(X_2), \qquad \textbf{(2)}$$

$$M_2 = M_1 / N_{M_1}(X_1),$$

где $$R_{M_1}(X_1 \cup X_2) = R_{M_1}(X_1) + R_{M_1}(X_2) - \sum_{X^i_j \in N_{M_1}(\hat{X}_1) \cap N_{M_1}(X_2)} g\left(\hat{X}^j_i\right) \qquad \textbf{(2)}$$

Предположим теперь, что для орграфа G применён алгоритм решения задачи 2 из [1] с $t(G) = X_0$, где X_0- произвольное p- элементное подмножество из X. В

результате прямого хода алгоритма получим множество $A=\{X_j^i\}, i=0,1,2,...,k-1; j=1,2,...,g_i$.

Лемма2. если $A^1=\{X_j^i\in A/f(X_j^i)>0\}$

в $M^1=\left\{X_j^i\in M/\hat{g}\left(\hat{X}_j^i\right)>0\right\}$, то $A^1=M^1/N_{M^1}(X_0)$ (3)

более того, функции *f* и *g* на множестве $M^1/N_{M^1}(X_0)$ совпадают.

Доказательство. Пусть $A_g^1\subseteq A, g=1,2,...,k-1$, где

$A_g^1=\{X_j^g\in A/f(X_j^g)>0\}$, а $M_r^1\subseteq M_1, r=1,2,...,\hat{k}-1$, где

$M_r^1=\left\{X_j^r\in M/\hat{g}\left(\hat{X}_j^g\right)>0\right\}$ иным и словами A_g^i представляет собой множество тех X_j^g, которые образуются непосредственно при проведении ч – й итерации процедуры, в которые не заходят отмеченные дуги $u-\hat{U}^z$, исходящие извне множенства $\hat{X}_j^r$.

Легко заметить, что если на *g*-й интервале прямого хода алгоритма образуется сильно связная компонента, $G_{j_0}^q=\left(X_{j_0}^q,U_{j_0}^q\right)$, для которой $f\left(X_{j_0}^q\right)>0$ т.е. $X_{j_0}^q\in A_q^1$,то соответствующей *q*- й итерации процедуры должны образоваться точно такая же сильно связная компонента, причём $f\left(X_{j_0}^q\right)=q\left(X_{j_0}^q\right)$. Имеет место и обратное: если ч - й итерации процедуры образуется сильно связная компонента $\hat{G}_{j_1}^r=\left(\hat{X}_{j_1}^r,\hat{U}_{j_1}^r\right)$, на содержащая вершин X_0 такая, что $g\left(X_{j_1}^r\right)>0$ т.е. $X_{j_1}^r\in M_r$, **то на соответствующей ч – й итерации прямого хода алгоритма должна образоваться точно такая же сильно связная компонента, причём** $g(\hat{X}_{j_1}^r)=f(\hat{X}_{j_1}^r)$.

Следовательно, $\hat{k}\geq k$ **и**

$A_q^1=M_q^1/N_{M_q^1}(X_0), q=1,2,...,k;$

$M_r^1/N_{M_r^1}(X_0)=\phi, r=k+1,k+2,...,\hat{k}.$

Так как, $A^1=\bigcup_{g=1}^{k}A_g^1$, **а** $M^1=\bigcup_{r=1}^{\hat{k}}M_r^1$, **то** $A^1=M^1/N_{M^1}(X_0)$ **и**

функции *f* и *g* на этом множестве совпадают.

Теорема1. Если $T^* = (X_1 U^*)$- минимальный выходящий ли с базой $X_0 \subset X$ для орграфа G с $t(G) = X_0$, то

$$L_{T^*} = \sum_{\hat{X}_j^i \in M} g\left(\hat{X}_j^i\right) - \sum_{\hat{X}_j \in N_M(X_0)} g\left(\hat{X}_j^i\right). \quad (4)$$

Доказательство. Допустим, что для орграфа G с $t(G) = X_0$ был применен алгоритм решения задачи 2[1]. В результате образовалось множество $A = \{X_j^i\}, i = 0,1,2,\ldots,k; j = 1,2,\ldots,q_i$. Тогда, используя теорему 1 из [1] и лемму 2 (соотношение 3), получим

$$L_{T^*} = \sum_{X_j^i \in A} f(X_j^i) = \sum_{X_j^i \in A^i} f(X_j^i) = \sum_{X_j^i \in M^i / N_{M^i}(X_0)} g\left(\hat{X}_j^i\right) =$$

$$= \sum_{\hat{X}_j^i \in M / N_M(X_0)} g\left(\hat{X}_j^i\right) = \sum_{\hat{X}_j^i \in M} g\left(\hat{X}_j^i\right) - \sum_{\hat{X}_j^i \in N_M(X_0)} g\left(\hat{X}_j^i\right),$$

Что и требовалось доказать.

Из формулы (4) непосредственно следует, что задача 1 сводится к следующей вспомогательной задаче: найти во множестве X количество $X_0^*, |X_0^*| = p$, для которого $R_M(X_0^*)$ максимально.

Теорема2. Пусть $X^0 \subset X, X^0 = \{x_1^0, x_2^0, \ldots, x_p^0\}$ где элементы $x_i^0 \in X^0$ получаются следующим образом: за x_1^0 берем вершину, для которой $R_M(\{x_1^0\}) = \max_{x \in X} R_M(\{x\})$; за x_2^0 - вершину, для которой $R_{M_1}(\{x_2^0\}) = \max_{x \in X \setminus \{x_1^0\}} R_{M_1}(\{x\})$; где

где за x_3^0 - вершину, для которой $R_{M_2}(\{x_3^0\}) = \max_{x \in X \setminus \{x_1^0, x_2^0\}} R_{M_{21}}(\{x\})$; где

$M_2 = M_1 / N_{M_1}(\{x_2\})$ и т.д. за x_p^0 - берём вершину, для которой $R_{M_{p-1}}(\{x_p^0\}) = \max_{x \in X \setminus \{x_1^0, \ldots, x_{p-1}^0\}} R_{M_{p-11}}(\{x\})$; где $M_{p-1} = M_{p-2} / N_{M_{p-2}}(\{x_{p-1}^0\})$. Тогда количество X_0 является оптимальным решением вспомогательной задачи, а следовательно, и задачи 1, т.е. $X_0 = X_0^*$.

Доказательству теоремы предшествует

Лемма3. Пусть $M^1 \in M, Y \subset X$ произвольные множества, а $x \in X$ - произвольная вершина. Тогда в множестве Y существует вершина y такая, что

$$N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(\{y\}) = N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(y)$$

Доказательство. Пусть i_1- наименьшее из тех i, для которых

$X^{i_1}_{j_1} \in N_{M_1}(\{x\}) \cap N_{M_1}(Y)$. Поскольку структура множеств $\hat{X}^i_j \in M^1$ такова, что любые два из них либо не имеют общих вершин, либо одно из них целиком содержится в другом, то

$$N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(Y) = \left\{ X^i_j \in M^1 \middle/ \hat{X}^i_j \cap \hat{X}^{i_1}_{j_1} \neq \phi \right\}.$$

Следовательно,

$$N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(Y) = N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}\left(\hat{X}^{i_1}_{j_1}\right).$$

Легко заметить, что $\forall\ y \in \hat{X}^{i_1}_{j_1}$

$$N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(\{y\}) = N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}\left(\left\{\hat{X}^{i_1}_{j_1}\right\}\right);$$

Вместе с предыдущим равенством получим

$$N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(\{y\}) = N_{M^1}(\{x\}) \cap N_{M^1}(Y).$$

Лемма доказана.

Для доказательства теоремы 2 необходимо ещё одно свойство конечных множеств, которое доказывается леммой 4.

Лемма4. Если Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 - произвольные конечные множества и если $Y_1 \cap Y_3 \subset Y_2 \cap Y_3$, то $Y_1 \cap (Y_3/Y_4) \subseteq Y_2 \cap (Y_3/Y_4)$.

Доказательство леммы очевидно.

Теперь после доказательств Леммы 3 и Леммы 4 можно приступить к доказательству теоремы 2.

Доказательство теоремы2. Пусть $X^*_0 = (x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_p)$ - оптимальное решение вспомогательной задачи; предположим, что $X^*_0 \neq X^0$. Рассмотрим первую из вершин $X^0_r \in X^0$, которая получается согласно правилу, изложенному в теореме, и не принадлежит множеству X^*_0.

Множество X^*_0 представим в виде $X^*_0 = X^0_r \cup X^*_r$, где $X^0_r = \{x^0_i \in X^0 / i < 0\}$, а $X^*_r = X^*_0 / X^0_r$. Берём произвольную вершину $x^*_s \in X^*_r$ и образуем множество

$$Y^*_1 = (X^*_0 / \{x^*_s\}) \cup \{x^0_r\} = X^0_r \cup (X^*_r / \{x^*_s\}) \cup \{x^*_r\}$$

Согласно (1) имеем

$$R_M(X^*_0) = R_M(X^0_r) + R_{M_1}(X^*_r). \qquad (5)$$

где $M_1 = M / N_M(X^0_r)$;

$$R_M(Y^*_1) = R_M(X^0_r) + R_{M_1}\left[(X^*_r / \{x^*_s\}) \cup \{x^0_r\}\right] \qquad (6)$$

Используя соотношение (2) для $R_M(X^*_r)$ **и** $R_{M_1}\left[(X^*_r \setminus \{x^*_s\}) \cup \{x^0_r\}\right]$**, получаем**

$$R_{M_1}(X_r^*) = R_{M_1}(\{x_s^*\}) + R_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_s^*\}) - \sum_{\hat{X}_j^i \in N_{M_1}(\{x_s^*\}) \cap N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_s^*\})} g(\hat{X}_j^i) \quad (7)$$

$$R_{M_1}[(X_r^* \setminus \{x_s^*\}) \cup \{x_z^0\}] = R_{M_1}(\{x_r^0\}) + R_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_s^*\}) - \sum_{\hat{X}_j^i N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(\{X_r^*\} \setminus \{x_s^*\})} g(\hat{X}_j^i) \quad (8)$$

Согласно Лемме 3 в множестве X_r^* существует вершина x_q^* такая, что

$$N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(\{x_q^*\}) = N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(X_r^*) \quad (9)$$

В силу того, что $N_{M_1}(\{x_q^*\}) \subseteq N_{M_1}(\{x_r^*\})$

$$N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(\{x_q^*\}) \subseteq N_{M_1}(\{x_q^*\}) \cap N_{M_1}(X_r^*)$$

Из этого выражения и из (9) вытекает

$$N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(\{x_r^*\}) \subseteq N_{M_1}(\{x_q^0\}) \cap N_{M_1}(X_r^*),$$

т.е.

$$N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap [N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_q^*\}) \cup N_{M_1}(\{x_q^*\})] \subseteq$$
$$\subseteq N_{M_1}(\{x_q^*\}) \cap [N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_q^*\}) \cup N_{M_1}(\{x_q^*\})]$$

откуда на основании леммы 4 получаем

$$N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_q^*\}) \subseteq N_{M_1}(\{x_q^*\}) \cap N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_q^*\}) \quad (10)$$

Таким образом, если взять, $x_s^* = x_q^*$, то в силу полученного соотношения (10) всегда будет выполняться неравенство

$$\sum_{\hat{X}_j^i N_{M_1}(\{x_r^0\}) \cap N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_s^*\})} g(\hat{X}_j^i) \le \sum_{\hat{X}_j^i \in N_{M_1}(\{x_s^*\}) \cap N_{M_1}(X_r^* \setminus \{x_s^*\})}$$

Так, как $R_M(\{x_r^0\}) \ge R_M(\{X_s^*\})$, то с учётом выражений (5) – (8) и (II)
$R_M(X_0^*) \le R_M(Y_1^*)$

Отсюда и из того, что X_0^* является оптимальным решением вспомогательной задачи, следует, что $R_M(X_0^*) = R_M(Y_1^*)$,т.е. Y_1^* - также оптимальное решение для этой задачи.

Если $Y_1^* \ne X^0$ относительно Y_1^* можно провести аналогичные рассуждения? и найти новое решение Y_2^*. Продолжая этот процесс, через некоторое количество шагов получаем множество $Y_1^* = X^0$, которое и будет оптимальным решением вспомогательной задачи, а, следовательно, и задачи 1. Т.е. теорема доказана.
Заметим, что задачу 1 можно решать эффективно и в случае, когда множество X_0^* определяется в некотором подмножестве $Y \subset X, |Y| = P_1 > P$. Правила выбора множества X_0^* при таком ограничении можно получить, если в условиях теоремы 2 заменить *X* на *Y*

Отметим также, что рассмотренная вспомогательная задача является частным случаем другой, более общей, которую удобно формулировать на основании теории гиперграфов [3,4]:задан гиперграф, $\xi = (X, \varepsilon), |X| = n$, где каждому гипер ребру $E_j \subset \varepsilon$ поставлено в соответствие число $g(E_j) \ge 0$; требуется найти подмножество $Y^* \subset X, |Y^*| = p$, для которого $R(Y^*) = \max\limits_{\substack{Y \subset X \\ |Y| = p}} P(Y)$, где $R(Y) = \sum\limits_{\substack{E_i \subset \varepsilon \\ E_i \cap Y \ne \phi}} g(E_i)$.

В самом деле, пара *(X, Y)* определяет гиперграф, а каждому подмножеству $\hat{X}^i_j \in \mathrm{M}$ поставлено в соответствие число $g = (\hat{X}^i_j) \ge 0$. Одного гиперграфа (*X , M)* обладает следующим свойством: любые два гиперграфа либо не имеют общих вершин, либо одно из них вложено в другое. Как было показано (теоремой 2), в этом случае задача решается эффективно. В общем случае, когда гиперграф может и не обладать этим свойством, вряд ли существуют оптимальные алгоритмы ее решения, поскольку нетрудно показать, что ее можно отнести к классу комбинаторных задач, которые рассматриваются в [5].

Наряду с рассмотренной задачей 1 рассмотрим также и задачу 2.

Задача2. В сильно связном орграфе *G* = **(***X*, *U***)**, |ЛГ| = и, каждой дуге $u \in U$ которого приписана длина $l(u) \ge 0$, необходимо найти подмножество $X^1_0 \subset X, |X^1_0| = p$, для которого соответствующий минимальный выходящий лес $T^* = (X, U^*), U^* \subset U$, с базой $X^*_0 \subset X$ является наибольшим.

Как видно из теоремы 1 (выражение 4), эта задача сводится к нахождению подмножества, $X^1_0 \subset X_1 |X^1_0|$, для которого $R_M(X^1_0)$ минимально.

Алгоритм решения этой задачи по существу не будет отличаться от алгоритма решения задачи 1, так как выбор множества j'$_0$cIoсуществляется по аналогии с выбором множества $X^1_0 \subset X$задаче 1. Правило выбора обосновывает являющаяся аналогом теоремы 2 и доказывается почти дословным повторением.

Теорема3. Оптимальное решение $X^1_0 = (x^1_1, x^1_2, \ldots, x^1_p)$ получим следующим образом:

за x^1_1 берем вершину, для которой

$$R_M(\{x^1_1\}) = \min_{x \in X \setminus \{x^1_1\}} R_M(\{x\});$$

за x^1_2 берем вершину, для которой

$$R_{M_1}(\{x^1_2\}) = \min_{x \in X \setminus \{x^1_1\}} R_{M_1}(\{x\}),$$

где $M_1 = M \setminus N_M(\{x^1_1\});$

за x^1_2 берем вершину, для которой

$$R_{M_2}(\{x_3^1\}) = \min_{x \in X \setminus \{x_1^1, x_2^1\}} R_{M_2}(\{x\}),$$

где $M_2 = M_1 \setminus N_{M_1}(\{x_2^1\})$ и т.д.;

за x_p^1 берем вершину, для которой

$$R_{M_{p-1}}(\{x_p^1\}) = \min_{x \in X \setminus \{x_1^1, x_2^1, \ldots, x_{p-1}^1\}} R_{M_{p-1}}(\{x\}),$$

где $M_{p-1} = M_{p-2} \setminus N_{M_{p-2}}(\{x_{p-1}^1\})$.

Может возникнуть вопрос о решении задач 1 и 2 в случае, когда длины *l(u)* могут быть и неположительными. Оказывается, что эти случаи также легко свести к случаям положительных длин дуг, для чего достаточно выполнить то же преобразование, что в [1].

Так же могут возникнуть еще такие задачи: в сильно связном орграфе $G = (x, U)$, $|X| = n$, с приписанными длинами дуг $l(u)>0$ необходимо найти подмножество $Y_0^* \subset X, |Y_0^*| = p$ для которого соответствующий максимальный лес $T^0 = (X, U^0), U^0 \subset U$, с базой Y_0^* является наибольшим *j* об орграфе *G* найти подмножество $T^0 = (X, U^0), U^0 \subset U$, с базой Y_0^1 наименьшим.

Путём замены знаков величин *l(u)* на противоположные первая из этих задач сводится к задаче 1, а вторая - к 2 для случая, когда длины - производные вещественные числа.

На основании полученных теоретических результатов можно предложить алгоритм решения задачи 1(2) и построения соответствующего минимального выходящего леса. Этот алгоритм, так же как и в [1] начинается с формирования простого счетчика CAL и массива MASS. В результате работы алгоритма содержимое счетчика будет соответствовать значению искомого оптимального выходящего леса, а в массиве MASS будут дуги этого леса.

Алгоритм нахождения минимального выходящего леса с учётом оптимального выбора базы с заданным числом вершин или оптимальной конфигурации сети с заданным числом абонентов будет иметь следующий вид.

При этом оговорим, что число абонентов это вершин, а конфигурация сети - минимальный выходящий лес.

Шаг1. Приводим орграф *G* по $\sigma_0(\{x\}) \forall x \in X$, и сумму констант приведения добавляем к счетчику CAL (до начала работы алгоритма содержимое счетчика равно нулю).

Шаг2. Берем $i = 1$.

Шаг3. Всем выделенным дугам $u \subset U$ приписываем машине $a(u) = i$.

Шаг4. Находим орграф $\hat{G}^i = (X, \hat{U}^i)$, где $\hat{U}^i$ - множество всех выделенных дуг.

Шаг5. Проверяем, является ли $\hat{G}_i$ сильно связным. Если да, то переходим к шагу 10, в противном случае - к шагу 6.

Шаг6. Находим сильно связные компонента $\hat{G}_j^i = \left(\hat{X}_j^i, \hat{Y}_j^i \right), j = 1,2,\ldots,\hat{q}_i$ орграфа $\hat{G}^i$.

Шаг7. Приводим орграф, *G* по $\sigma_G\left(\left\{\hat{X}_j^i\right\}\right), j = 1,2,\ldots,\hat{g}_{ij}$ суму констант приведения прибавляем к счетчику CAL.

Шаг8. Новым получаемым выделенным дугам $u \in U$ приписываем метки $\alpha(u) = i + 1$.

Шаг9. Заменим *i* на *i+1* и переходим к шагу 4.

Шаг10. Находим (согласно правилу, изложенному в теореме 2(3)) множество $\alpha(u) = i + 1$, для которого $R_M\left(X_0^*\right)$ максимально ($R_M\left(X_0^{|}\right)$ минимально), и выдается на печать.

Шаг11. Из содержимого счетчика CAL отнимаем величину $R_M\left(X_0^*\right)\left(R_M\left(X_0^{|}\right)\right)$.

Шаг12. Берем множество $Z = X_0^*\left(Z = X_0^{|}\right)$.

Шаг13. среди выделенных дуг и $u \in \hat{U}^{\hat{k}}$, принадлежащих сечению $\sigma_G(X \setminus Z)$, выбираем одну *u*, которая имеет максимальную $\alpha(U)$**.**

Шаг14. находим вершину $x \in X \setminus Z$**,** в которую заходит выбранная дуга *U*.

Шаг15. Дуги г/включаем в массив MASS, а множество *Z* заменяем на *ZU(x)*.

Шаг16. проверяем, имеет ли место *Z = X.* Если да, то переходим к шагу 17, в противном случае - к шагу 13.

Шаг17. Выводим на печать содержимое CAL и MASS.

В качестве выводов следует сделать следующие замечания.

Замечание! Сопоставлять данный алгоритм с алгоритмом решения задачи Д описанной в [1], можно выделить прямой ход (шаг 1 - 9) и обратный (шаг 10-17).

Замечание2. Количество действий, необходимых для реализации изложенного алгоритма, порядка $0\left(k - n^2\right)$, где $k < n$.

Литература

1. *Капустен М.В., Хорошко В.А.* Алгоритм нахождения оптимальной конфигурации сети с заданной базой.// Вюник ДУ1КТ, т.4, №4, 2006. - с. 298 - 308.
2. *Edmonda J.* Optimun branching. - J. res. Nat. buresu atandards. Ser, B, 1967, 71B. №4, p 233 -240.
3. *BergeC.* Graphes et hyper graph. - Paris: Dunod, 1990. - 240.
4. *Зыков А.А.* Гиперграфы. - УМН 1994, т29, №6. - с. 89 - 154.
5. *Карп Р.*/-/.Сводимость комбинаторных проблем.// Кибернетический сборник, 1975, +12, №6. -с. 16-38.