

З точки зору теорії НМ практичний ефект можна очікувати при їх застосуванні в контурі розпізнавання атак (загроз) антивірусів, СВА, антиспамових систем, антикейлогерів та в контурі розпізнавання вразливостей СВВ.

Визначити принципову доцільність застосування одного або декількох типів НМ можливо на основі рекомендацій, наведених в табл. 2. Остаточне рішення про використання конкретного типу НМ повинно бути прийнято після проведення порівняльних експериментів.

#### Список літератури

1. *Ежов А.А., Шумский С.А.* Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. – М.: МИФИ, 1998. – 224 с.
2. *Каллан Р.* Основные концепции нейронных сетей. – М.: Вильямс, 2003. – 288 с.
3. *Шуклін Д. Є.* Моделі семантичних нейронних мереж та їх застосування в системах штучного інтелекту: 05.13.23.. // Дис. ...канд. техн. наук. – Харків, 2003. – 196 с.
4. *Терейковский И.А.* Использование искусственных нейронных сетей в задачах распознавания атак на компьютерные системы. // *Захист інформації*, 2006, №3. – С.57-65 .
5. *Хорошко В.А., Чекатов А.А.* Методы и средства защиты информации. – К.: Изд. Юниор, 2003. – 504 с.
6. *Лукацкий А.В.* Обнаружение атак. – СПб.: БХВ–Петербург, 2003.–624 с.

Надійшла 15.11.2007р.

УДК 004.056.5:519.17

Кобозева А.А., Хорошко В.А.

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ ТЕРРОРИСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

#### Постановка проблемы в общем виде, анализ последних достижений и публикаций

Для возможности использования математических методов и средств вычислительной техники для обработки и анализа информации о произвольном объекте, в первую очередь, необходимо представление данных об объекте на языке математических формул и выражений, т.е. создание его математической модели. В последнее время чрезвычайно активизировалась работа по использованию достижений современной математической науки в области борьбы с различными криминальными организациями, террористическими группами (далее – противником). Активно ведутся поиски эффективных методов моделирования деятельности криминальных групп [1-5], а также формализации анализа структуры этих организаций и результатов применения тех или иных контртеррористических действий при помощи средств вычислительной математики. Однако ни одна, из построенных в [1-5] моделей не является удовлетворительной по тем или иным причинам для решения наиболее традиционных задач, связанных с контртеррористической деятельностью.

В [6] была предложена графовая модель противника со строго обоснованным учетом иерархии группы при помощи использования взвешенного неориентированного графа, что никогда не делалось ранее. Предлагаемая математическая модель успешно использовалась для решения задачи о разрушении моделируемой группировки противника, а также численной оценки ущерба, наносимого противнику посредством контртеррористических действий. Данная графовая модель чрезвычайно перспективна [6]

для решения множества проблем, которые ранее вообще не рассматривались в силу недостатков имевшихся моделей.

### Постановка задачи

В настоящей работе рассматривается задача, связанная с анализом структуры группировки противника и заключающаяся непосредственно в определении в рассматриваемой группировке такого ее члена, положение которого минимизирует затраты, конкретизируемые ниже, на установление связей с остальными членами. Такой человек является «максимально удобным» связующим звеном в группе: распространение любой информации в организации наиболее эффективно, с точки зрения оптимизации затрат, проводить с его помощью, а блокирование такого члена группы замедлит и значительно ослабит деятельность группировки в целом. Кроме того, внедрение агента вместо уничтоженного данного члена криминальной группировки, позволит этому агенту установить контакт со всеми членами группы, используя при этом минимальные совокупные затраты, что повысит вероятность выполнения поставленной перед ним задачи в выделенный ограниченный промежуток времени.

**Целью** данной работы является разработка эффективных методов решения поставленной задачи на основе предложенной в [6] графовой модели противника. В этом случае поставленная задача может рассматриваться как обобщение задачи о размещении пункта обслуживания на сетях (графах), где сумма кратчайших расстояний от искомого пункта до заданных вершин графа должна быть минимальной (оптимальное в указанном смысле место размещения пункта обслуживания называется медианой графа).

Пусть  $G(X, E)$  - взвешенный граф, являющийся моделью криминальной группы, где  $X$  – множество вершин с весовыми коэффициентами  $q(x) \geq 0, \forall x \in X$ , каждая из которых соответствует конкретному члену группы ( $|X| = n$ ), а  $E$  – множество неупорядоченных пар вершин (ребер)  $\langle x, y \rangle, x, y \in X$ , с весовыми коэффициентами  $l(x, y)$ , определяющими временные (или материальные, или суммарные материально-временные) затраты на установление непосредственной связи между индивидуумами, соответствующими вершинам  $x, y$  ( $|E| = m$ ). Заметим, что *совокупные затраты* на установление связи между определенными членами организации будут зависеть не только от времени, но и от того, на какой ступени иерархической лестницы оказываются рассматриваемые индивидуумы (на языке графов - от весовых коэффициентов вершин). Ниже  $l(x, y)$  будем называть *длиной ребра*  $\langle x, y \rangle$ . Пусть  $C(x, z), x, z \in X$ , - простая цепь графа  $G(X, E)$ , соединяющая вершины  $x, z$ . *Длиной*  $C(x, z)$  назовем сумму длин ребер, составляющих данную цепь. *Расстоянием* между вершинами  $x, z \in X$  будем называть длину кратчайшей из простых цепей, соединяющих  $x, z$ , и обозначать  $d(x, z)$  [7]. Таким образом, задача о медиане в графе-модели  $G(X, E)$  заключается в нахождении такой вершины  $x^* \in X$ , для которой

$$F(x^*) = \min_{x \in X} \sum_{y \in X} q(y)d(x, y). \quad (1)$$

Вычислительная сложность решения такой задачи, очевидно, будет зависеть от количества арифметических операций, затрачиваемых на нахождение расстояний  $d(x, y)$ . Одним из наиболее популярных алгоритмов нахождения  $d(x, y)$  является алгоритм Дейкстры [7,8], требующий для нахождения длин кратчайших путей от заданной вершины  $x$  до всех вершин графа  $O(n^2)$  операций. Тогда вычислительная сложность решения задачи (1) будет определяться как  $O(n^3)$ , являясь значительной для графа большой размерности.

В работе предлагается ряд алгоритмов решения задачи (1), позволяющих существенно уменьшить количество арифметических операций для получения окончательного результата.

Использование корневой структуры уровней для решения задачи о медиане графа-модели. Поскольку граф-модель является связным, то количество ребер-связей  $m$  в нем удовлетворяет соотношению [7]:

$$n-1 \leq m \leq \frac{(n-1)n}{2}. \quad (2)$$

Левая часть неравенства (2) отвечает количеству ребер в дереве, правая – в полном графе. Предположим, что количество существующих в группе противника непосредственных связей для каждого из ее членов, а значит и совокупное количество связей, невелико и представляется, как  $m = O(n)$ , что имеет своей целью обеспечение дополнительной скрытности группы. Кроме того, предположим, что большинство ребер имеют равные весовые коэффициенты (большинство связей между непосредственными исполнителями, а также между представителями среднего звена иерархической лестницы реально оценивать с одинаковыми затратами), которые, не ограничивая общности, мы положим для удобства равными единице. Другие весовые коэффициенты  $l(x, y) \in N$ . Пример такой графовой модели представлен на рис.1(а) (здесь рядом с каждым ребром (вершиной) отмечено значение весового коэффициента, внутри вершины – ее номер).

Преобразуем исходную графовую модель  $G(X, E)$  в граф  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  следующим образом:

1) Обозначим множество ребер графа  $G(X, E)$ , для которых  $l(x, y) \neq 1$ ,  $E_d$ . На каждом ребре  $\langle x, y \rangle \in E_d$  введем  $l(x, y) - 1$  дополнительную вершину, что приведет к исчезновению ребра  $\langle x, y \rangle$  и появлению новых дополнительных  $l(x, y)$  ребер. Все введенные новые вершины  $x_{d_1}, \dots, x_{d_p}$  определяют множество  $X_d$ , а новые ребра -  $\overline{E}_d$ . Тогда:

$$X_d \cup X = \overline{X}; \quad E \setminus E_d \cup \overline{E}_d = \overline{E};$$

2) для  $x_{d_i} \in X_d$ ,  $i = \overline{1, p}$ , положим  $q(x_{d_i}) = 0$ . Такой весовой коэффициент приведет к тому, что каждая введенная вершина никак не повлияет на решение задачи (1);

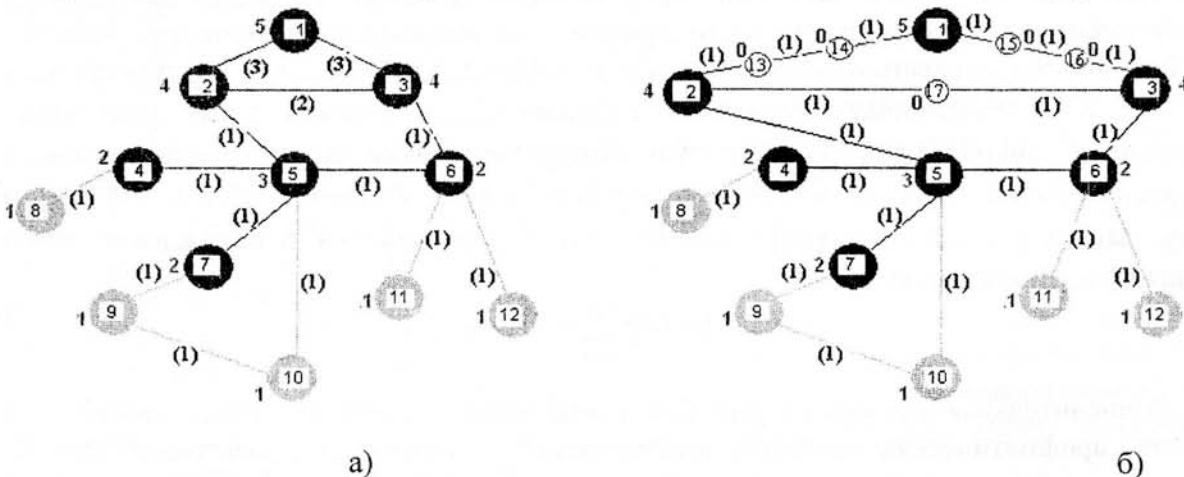


Рис. 1. Пример графовой модели противника (а – первоначальный вид; б – вид после преобразования)

3) для  $\langle x, y \rangle \in \overline{E}_d$  положим  $l(x, y) = 1$ .

Таким образом, все весовые коэффициенты ребер в преобразованном графе  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  равны единице, количество ребер возросло незначительно. Для примера графа-

модели, изображенного на рис.1(а), результат его преобразования  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  представлен на рис.1(б).

Для определения расстояний от произвольной выбранной вершины  $\overline{x} \in \overline{X}$  до любой другой вершины графа  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  построим корневую структуру уровней [9] с корнем в вершине  $\overline{x}$  (для  $\overline{x}=1$  структура представлена на рис.2). Очевидно,  $d(\overline{x}, \overline{y}), \overline{y} \in \overline{X}$ , определяется номером уровня корневой структуры, который содержит  $\overline{y}$ , и в случае, когда  $\overline{x}, \overline{y} \in X$ , получаем, что  $d(\overline{x}, \overline{y})$  в графе  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  равно расстоянию между соответствующими вершинами в графе  $G(X, E)$ . Таким образом, вычислительные затраты для определения всех расстояний от заданной вершины  $\overline{x}$  до остальных вершин графа определяются количеством арифметических операций для построения корневой структуры уровней, которое оценивается как  $2|E|$  [9]. Тогда совокупные вычисления затраты для

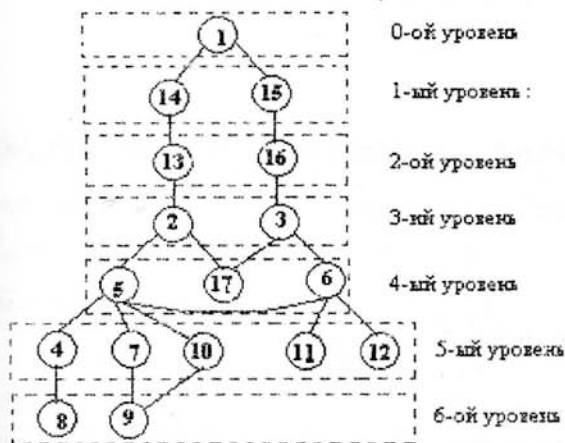


Рис.2. Корневая структура уровней  $\overline{G}(\overline{X}, \overline{E})$  с корнем в узле  $\overline{x} = 1$

весовыми коэффициентами, как предложено выше).

Граф  $G(X, E)$  может быть отображен в линейное пространство  $R_1^{n-1}$  следующим образом. Пусть  $I^{n-1}$  — единичный куб пространства  $R_1^{n-1}$ :  $I^{n-1} = \{z = (z^1, z^2, \dots, z^k, \dots, z^{n-1}) \mid 0 \leq z^k \leq 1, k = \overline{1, n-1}\}$ . Фиксируем произвольную вершину  $x_1$  графа  $G$ . Теперь каждой вершине  $x_i \in X, i = \overline{1, n}$ , поставим в соответствие точку  $z_i$  в пространстве  $R_1^{n-1}$  с координатами

$$z_i = (z_i^1, z_i^2, \dots, z_i^k, \dots, z_i^{n-1}), i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где  $z_i^k$  равно нулю либо единице в зависимости от того, входит или не входит в простую цепь  $C(x_1, x_i)$  ребро  $v_k \in E, k = \overline{1, n-1}$ . Если  $x_i$  и  $x_j$  — смежные вершины графа  $G$ , то соединяем ребром точки  $z_i$  и  $z_j$ . Получаем дерево  $G'$  в пространстве  $R_1^{n-1}$ . Из (3) следует, что различным вершинам графа  $G$  соответствуют при этом различные вершины куба  $I^{n-1}$ , причем смежным вершинам графа  $G$  соответствуют смежные вершины куба  $I^{n-1}$ . Поэтому

решения задачи (1) определяют как  $2|E||X|$  а в силу предположений, сделанных выше, составят  $O(n^2)$  арифметических операций.

**Построение дерева, изоморфного данному, в пространстве  $R_1^{n-1}$ .** Пусть  $R_1^{n-1}$  — нормированное пространство размерности  $n-1$  над полем действительных чисел  $R$  с нормой  $\|x\| = \sum_{i=1}^{n-1} |x^i|$  для любого элемента  $x = (x^1, x^2, \dots, x^{n-1}) \in R_1^{n-1}$ , а графовая модель криминальной группы  $G(X, E)$  представляет из себя дерево (тогда  $|E| = n-1$ ), причем все  $l(x, y) = 1$  (если это не так, вводим дополнительные вершины с нулевыми



каждому ребру  $v_k \in E, k = \overline{1, n-1}$  поставлено в соответствие то ребро  $w_k$  куба  $I^{n-1}$ , концы которого есть образы вершин ребра  $v_k$ .

Следовательно, графы  $G$  и  $G'$  на кубе  $I^{n-1}$  - изоморфны. Каждой вершине  $z_i$  графа  $G'$  припишем тот же вес, что и вершине  $x_i$  графа  $G$ .

Задача нахождения медианы графа  $G$  сведена к задаче о нахождении медианы в пространстве  $R_1^{n-1}$  множества точек.

**Задача о нахождении медианы в пространстве  $R_1^{n-1}$ .** Пусть  $S = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  - система точек из  $R_1^m$ , а  $q: S \rightarrow R^+$ . Рассмотрим функционал

$$f(z) = \sum_{j=1}^n q(z_j) \|z - z_j\| \quad (4)$$

Найдем множество элементов  $z_0$ , которые минимизируют (4), т.е. для которых

$$f(z_0) = \min_z f(z).$$

Пусть  $z = (z^1, z^2, \dots, z^m)$  - некоторая точка пространства  $R_1^m$ . Рассмотрим последовательность разностей  $z^i - z_1^i, z^i - z_2^i, \dots, z^i - z_n^i, i = \overline{1, m}$ .

Положим для каждого  $i = \overline{1, m}$ :

$$I_i^+ = \{j \mid z^i - z_j^i > 0\}; \quad I_i^0 = \{j \mid z^i - z_j^i = 0\}; \quad I_i^- = \{j \mid z^i - z_j^i < 0\}.$$

Имеет место следующая теорема.

**Теорема 1.** Элемент  $z = (z^1, z^2, \dots, z^m)$  пространства  $R_1^m$  будет обращать в минимум функционал (4) тогда и только тогда, когда для каждого  $i = \overline{1, m}$  выполняются условия:

$$\sum_{j \in I_i^+ \cup I_i^0} q(z_j) \geq \sum_{j \in I_i^-} q(z_j); \quad \sum_{j \in I_i^+} q(z_j) \leq \sum_{j \in I_i^0 \cup I_i^-} q(z_j) \quad (5)$$

#### Доказательство

Функционал (4) представим в виде

$$f(z) = \sum_{j=1}^n q(z_j) \|z - z_j\| = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q(z_j) |z^i - z_j^i| = \sum_{i=1}^m f_i(z^i), \quad (6)$$

где

$$f_i(z^i) = \sum_{j=1}^n q(z_j) |z^i - z_j^i|. \quad (7)$$

Таким образом, исходя из соотношения (6), функционал (4) представляется в виде суммы неотрицательных функций  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , одной переменной  $z^i$ , причем все переменные  $z^i, i = \overline{1, m}$ , являются независимыми, а значит минимум функционала  $f(z)$  будет достигаться при минимальных значениях  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , т.е. для минимизации  $f(z)$  достаточно минимизировать каждую из функций (7). Совокупность аргументов, минимизирующих (7), определит координаты точки (точек), минимизирующих (4). Таким

образом, задача оптимизации функции  $m$  переменных  $z^1, z^2, \dots, z^m$  свелась к  $m$  задачам минимизации функции одной переменной.

Покажем, что каждая кусочно-линейная функция (7) выпукла вниз. Воспользуемся для этого определением выпуклой вниз функции [10], проверим, что для  $\forall z^i, \bar{z}^i, \forall \lambda: 0 < \lambda < 1$  имеет место соотношение:

$$f_i(\lambda z^i + (1-\lambda)\bar{z}^i) \leq \lambda f_i(z^i) + (1-\lambda)f_i(\bar{z}^i). \quad (8)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} f_i(\lambda z^i + (1-\lambda)\bar{z}^i) &= \sum_{j=1}^n q(z_j) |\lambda z^i + (1-\lambda)\bar{z}^i - z_j^i| = \sum_{j=1}^n q(z_j) |\lambda z^i + (1-\lambda)\bar{z}^i - \lambda z_j^i - (1-\lambda)z_j^i| \leq \\ &\leq \sum_{j=1}^n q(z_j) (|\lambda z^i - \lambda z_j^i| + |(1-\lambda)\bar{z}^i - (1-\lambda)z_j^i|) = \lambda \sum_{j=1}^n q(z_j) |z^i - z_j^i| + (1-\lambda) \sum_{j=1}^n q(z_j) |\bar{z}^i - z_j^i| = \\ &= \lambda f_i(z^i) + (1-\lambda)f_i(\bar{z}^i), \end{aligned}$$

что доказывает соотношение (8).

Из свойств функций (7), указанных выше (кусочная линейность, выпуклость вниз), очевидно вытекает, что наименьшее значение каждая из этих функций может достигать либо в одной точке  $z_0^i$ , совпадающей с некоторой  $z_j^i$ , либо в бесконечном множестве точек, образующих отрезок  $[z_j^i, z_{j+1}^i]$ .

Без потери общности будем считать, что для данного  $i = \overline{1, m}$  имеет место  $z_1^i \leq z_2^i \leq \dots \leq z_n^i$  (если это не так, то упорядочим эту совокупность и проведем новую нумерацию). Тогда для любого  $z_k^i < z^i < z_{k+1}^i$  (при этом полагаем  $z_0^i = -\infty, z_{n+i}^i = \infty$ ) имеем

$$\frac{df_i(z^i)}{dz^i} = \sum_{j=1}^n q(z_j) \text{sign}(z^i - z_j^i) = \sum_{j=1}^k q(z_j) - \sum_{j=k+1}^n q(z_j). \quad (9)$$

Очевидно, что производная функции  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , не существует в точках  $z^i = z_j^i, j = \overline{1, n}$ , но сама функция  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , в этих точках является непрерывной. Это значит, что точки  $z^i = z_j^i, j = \overline{1, n}$ , являются для  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , подозрительными на экстремум. Предположим, что в некоторой точке  $z_0^i$ , совпадающей с какой-то из точек  $z_j^i, j = \overline{1, n}$ , выполняются условия (5), тогда при переходе через эту точку производная (9) меняет свой знак с минуса на плюс, а это означает, в соответствии с первым достаточным условием локального экстремума функции одной переменной [10], что в  $z_0^i$  функция  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$ , принимает наименьшее значение.

Верно и обратное. Допустим, что функция  $f_i(z^i), i = \overline{1, m}$  принимает минимальное значение в единственной точке  $z_0^i$ . Так как производная (9) меняет свой знак с минуса на плюс при переходе через точку минимума, то из равенства (9) непосредственно вытекает соотношение (5).

**Следствие 1.** Множество точек  $z_0^i$ , обращающих в минимум функцию (7), состоит либо из одного элемента совокупности  $z_j^i, j = \overline{1, n}$ , либо из точек отрезка  $[z_j^i, z_{j+1}^i]$ .

**Следствие 2.** Условия (5) эквивалентны следующим условиям:

$$\sum_{j \in I_1^* \cup I_1^0} q(z_j) \geq \frac{1}{2} Q; \quad \sum_{j \in I_1^*} q(z_j) \leq \frac{1}{2} Q;$$

для каждого  $i = \overline{1, m}$ , где  $Q = \sum_{j=1}^n q(z_j)$ .

**Следствие 3.** Если для какой-нибудь точки  $z_j$  имеет место  $q(z_j) > \frac{1}{2} Q$ , то  $z_j$  является единственной точкой пространства  $R_1^m$  в которой функционал (4) достигает наименьшего значения.

**Следствие 4.** Множество решений  $z_0$  задачи минимизации функционала (4) представляет собой некоторый параллелепипед  $P^t$  пространства  $R_1^m$ , размерность которого удовлетворяет неравенству  $0 \leq t \leq m$ .

**Шаг 1.** Положить в качестве начального приближения  $z_{[\frac{n}{2}]}$ , где  $[\bullet]$  - целая часть аргумента.

**Шаг 2.** Проверить для начального приближения условия (8.5).  
 Если  
 оба условия (8.5) выполнены,  
 то  
 $z_0^i = z_{[\frac{n}{2}]}$ ,  
 переход на шаг 3;  
 иначе  
 если  
 выполнено только первое условие (8.5),  
 то  
 в качестве первого приближения используется точка  $z_{[\frac{n}{2}-1]}^i$ . Решение ищется путем последовательного продвижения влево от точки к точке, пока не выполнится второе условие (8.5). Пусть для этого необходимо  $k$  шагов, тогда  $z_0^i = z_{[\frac{n}{2}-k]}^i$ .  
 Переход на шаг 3;  
 иначе  
 в качестве первого приближения используется точка  $z_{[\frac{n}{2}+1]}^i$ . Решение ищется путем последовательного продвижения вправо от точки к точке, пока не выполнится первое условие (8.5). Пусть для этого необходимо  $i$  шагов, тогда  $z_0^i = z_{[\frac{n}{2}+i]}^i$ .  
 Переход на шаг 3;

**Шаг 3.** Для нахождения всех решений проверить выполнение условий (8.5) для соседних с  $z_0^i$  точек. Возможны случаи бесконечного множества решений:

$$z_{[\frac{n}{2}+i]}^i \leq z_0^i \leq z_{[\frac{n}{2}+i+1]}^i \quad \text{либо} \quad z_{[\frac{n}{2}-(k+1)]}^i \leq z_0^i \leq z_{[\frac{n}{2}-k]}^i$$

Рис.3. Алгоритм последовательного поиска

**Замечание 1.** Рассмотренная выше задача относится к задачам кусочно-линейного программирования, и условия, выраженные теоремой, могут также быть получены из критерия оптимальности задач кусочно-линейного программирования.

**Замечание 2.** Из условия (5) видно, что положение оптимальной точки  $z_0 \in R_1^n$  зависит только от чисел  $q(z_i)$  и порядка элементов последовательности  $z_1^i, z_2^i, \dots, z_n^i$  для каждого  $i = \overline{1, m}$ . А это означает, что нахождение минимума функционала (4) не зависит от метрических соотношений между элементами  $z_1, z_2, \dots, z_n$  пространства  $R_1^n$ .

Некоторые из алгоритмов для решения задачи о нахождении медианы в пространстве  $R_1^{n-1}$  множества точек  $S = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  представлены на рис.3-5, при этом их общий нулевой шаг выглядит следующим образом:

**Шаг 0.** Упорядочить систему чисел  $z_1^i, z_2^i, \dots, z_n^i$  для каждого  $i = \overline{1, m}$  и рассмотреть для данного  $i$  совокупность  $z_1^i \leq z_2^i \leq \dots \leq z_n^i$ .

**Замечание 3.** Самый трудоемкий для всех рассмотренных алгоритмов нахождения медианы в пространстве  $R_1^n$  - нулевой общий шаг, заключающийся в сортировке элементов  $z_1^i, z_2^i, \dots, z_n^i$ , который и определяет общее количество арифметических операций, используемых предложенными алгоритмами. Алгоритмы сортировки  $n$  чисел, основанные на сравнении элементов, имеют вычислительную сложность  $O(n^2)$  операций, а лучшие из них обходятся количеством сравнений  $O(n \log_2 n)$ . Тогда в совокупности нулевой шаг потребует в лучшем случае  $O(mn \log_2 n)$ .

**Основным деревом** графа  $G(X, E)$  назовем дерево  $G_0(X, E_0)$ , являющееся подграфом графа  $G$ . **Минимальное остовное дерево** - это остовное дерево с минимальным общим весом его ребер.

**Шаг 1.** Положить в качестве начального приближения  $\bar{z} = z_{[n/2]}^i$ ,  $ind = n/2$ ,  $p = 1$ .

**Шаг 2.** Проверить для очередного приближения условия (8.5).

Если

оба условия (8.5) выполнены,

то

$$z_0^i = \bar{z},$$

Переход на шаг 3;

иначе

если

выполнено только первое условие (8.5),

то

в качестве очередного приближения используется точка

$$\bar{z} = z_{[ind]}^i, \text{ где } ind = ind - n/2^{p+1}. \text{ Оптимум находится на}$$

сегменте  $[z_{[ind-n/2^{p+1}]}^i, z_{[ind+n/2^{p+1}]}^i]$ .

$p = p + 1$ . Переход на шаг 2;

иначе

в качестве очередного приближения используется точка

$$\bar{z} = z_{[ind]}^i, \text{ где } ind = ind + n/2^{p+1}. \text{ Оптимум находится на}$$

сегменте  $[z_{[ind-n/2^{p+1}]}^i, z_{[ind+n/2^{p+1}]}^i]$ .

$p = p + 1$ . Переход на шаг 2.

**Шаг 3.** Для нахождения всех решений проверить выполнение условий (8.5) для

соседних с  $z_0^i$  точек. Если для соседних с  $z_0^i$  точек не выполняются условия (8.5), то решение  $z_0^i$  единственное.

Рис.4. Алгоритм дихотомии



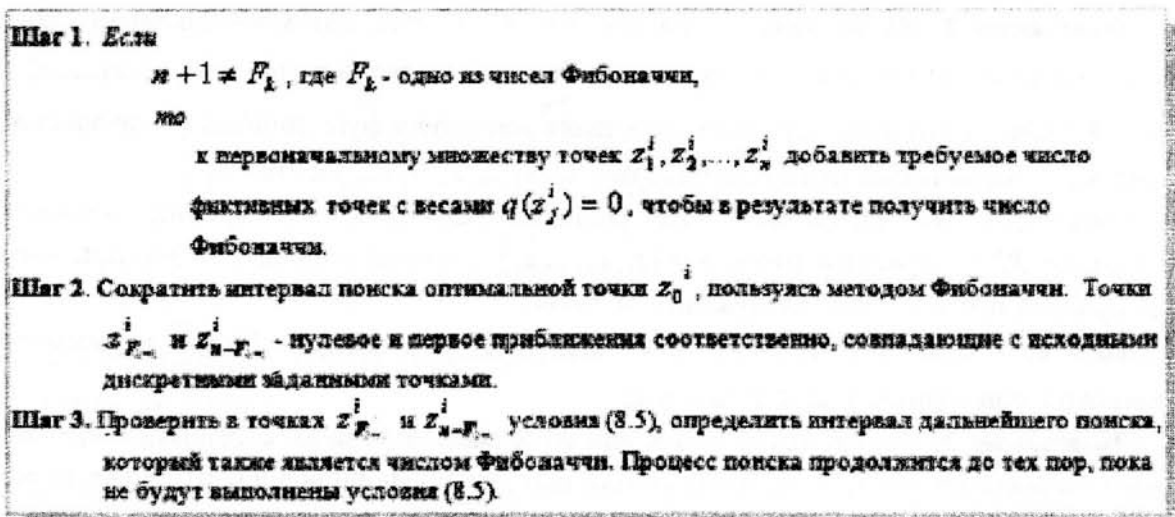


Рис.5. Алгоритм, основанный на числах Фибоначчи

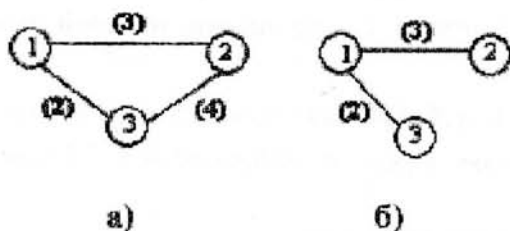


Рис.6. Пример построения подграфа (а – исходный граф; б – минимальное остовное дерево)

Для решения задачи (1) с произвольным взвешенным графом  $G(X, E)$  предлагается предварительно заменить исходный граф на его минимальное остовное дерево  $G_{0_{min}}(X, E_{0_{min}})$ . Конечно, произведенная замена графовой модели приведет к тому, что решение задачи (1) для  $G_{0_{min}}(X, E_{0_{min}})$  может отличаться от решения той же задачи для  $G(X, E)$ . Действительно, рассмотрим для примера граф и его минимальное остовное дерево, представленные на рис. 6. Очевидно  $d(2,3)$ ,

определенное при помощи остоного дерева, будет отличаться от истинного значения  $d(2,3)$  в исходном графе. Однако, как показывает вычислительный эксперимент, проведенный в среде MATLAB более, чем с 50 графами разной размерности, значение  $\min_{x \in X} \sum_{y \in X} q(y)d(x, y)$  для  $G_{0_{min}}(X, E_{0_{min}})$  в большинстве случаев незначительно отличается от

$\min_{x \in X} \sum_{y \in X} q(y)d(x, y)$  для исходного графа  $G(X, E)$ . Поэтому предложенные выше методы решения задачи (1) могут быть использованы как эвристические для произвольных графовых моделей большой размерности после предварительной замены графа на его минимальное остовное дерево. Вычислительная сложность любого из таких эвристических методов будет определяться как  $T + O(n^2)$ , где  $T$  - количество арифметических операций для построения минимального остовного дерева. Очевидно, что для минимизации общих вычислительных затрат порядок  $T$  не должен превосходить двух. Это требование можно обеспечить, используя для построения минимального остовного дерева, например, алгоритм ближайшего соседа [7], вычислительная сложность которого  $O(n^2)$ .

**Выводы**

Использование графовой математической модели криминальной группировки, предложенной в [6], позволяет получить эффективные с точки зрения вычислительных затрат методы для решения различных задач, связанных с анализом структуры рассматриваемой группы противника, а также планирования контртеррористических действий, которые сводятся к решению известных задач на графах. В работе предложены

алгоритмы решения задачи о медиане графа-модели  $G(X, E)$  противника, требующие для своей реализации  $O(|X|^2)$  арифметических операций.

Широко развитый математический аппарат теории графов, существующие эффективные численные методы их обработки позволяют говорить о значительных перспективах использования взвешенного графа в качестве математической модели при дальнейшем анализе деятельности и структуры различных криминальных групп.

#### Список литературы

1. *J. D. Farley*. Breaking al qaeda cells: A mathematical analysis of counterterrorism operations (a guide for risk assessment and decision making). *Studies in Conflict & Terrorism*, 26: 399411, 2003.
2. *Krebs V.E*. Mapping networks of terrorist cells. – *Connections* 24(3). – 2001. – Pp. 43-52.
3. *Carley K.M., Lee J.S., Krackhardt D*. Destabilizing networks. - *Connections* 24(3). – 2001. – Pp.79-92.
4. *J.Shetty, J.Adibi*. Discovering Important Nodes through Graph Entropy. The case of Enron Email Database/ In materials of the Eleventh ACM SIGKDD International Conference on knowledge Discovery and Data Mining.- August 21-24, 2005. – Chicago, IL, USA.
5. *Brams S.J., Mutlu H., Ramirez S.L*. Influence in Terrorist Networks: From Undirected to Directed Graphs. *Studies in Conflict & Terrorism*. – 2006. – 29. – Pp.703-718.
6. *Кобозева А.А., Хорошко В.А.* Использование взвешенного графа при моделировании террористической сети
7. *Иванов Б.Н.* Дискретная математика. Алгоритмы и программы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 288с.
8. *Новиков Ф.А.* Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2006. – 364 с.
9. *Джордж А., Лю Дж.* Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М.: Мир, 1984.- 333 с.
10. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М. Наука, 1969.
11. *Харари Ф.* Теория графов. М.: Мир. - 1973. – 300с.

Надійшла 2.11.2007р.

УДК 004.681.3

Мороз Е.С.

#### СОВРЕМЕННЫЕ СЕТЕВЫЕ АТАКИ И ПРИНЦИПЫ АНОНИМНОСТИ В СЕТИ

Одной из важнейших задач обеспечения нормального функционирования сети Internet является построение сетевой маршрутизации. В Internet маршрутизация осуществляется на сетевом уровне (IP-уровень). Для ее обеспечения в памяти сетевой ОС каждого хоста существуют таблицы маршрутизации, содержащие данные о возможных маршрутах. Каждый сегмент сети подключен к глобальной сети Internet как минимум через один маршрутизатор, а, следовательно, все хосты в этом сегменте и маршрутизатор должны физически располагаться в одном сегменте. Поэтому все сообщения, адресованные в другие сегменты сети, направляются на маршрутизатор, который, в свою очередь, перенаправляет их далее по указанному в пакете IP-адресу, выбирая при этом оптимальный маршрут, используя специальные протоколы маршрутизации: RIP, OSPF и т. д.

Глубокие познания структуры сети и не совершенство протоколов маршрутизации позволяют злоумышленникам осуществлять различные виды сетевых атак. Одной из наиболее известной является типовая удаленная атака "Внедрение в распределенную ВС