

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Національний авіаційний університет**

**Павленко П. М.**

**ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**  
**СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ**

Навчальний посібник

Київ – 2015

УДК 004.942 (076.5)  
ББК Ж102 в 631.0 я 7  
П 12

Автор: *П.М. Павленко*

Рецензенти:

*А.І. Щерба* – канд. ф.-м. наук, проф., зав. каф. прикладної математики Черкаського державного технологічного університету;

*В.В. Гавриленко* – д-р ф.-м. наук, проф., зав. каф. інформаційних систем і технологій Національного транспортного університету;

*С.О. Лук'яненко* – д-р техн. наук, проф., зав. каф. автоматизованого проектування енергетичних процесів і систем Національного технічного університету України (КПІ).

*Гриф надано Міністерством освіти і науки України (лист від \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_\_)*

## **П12 Павленко П.М.**

Основи математичного моделювання систем і процесів: навч. посіб. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2014. – 274 с.

Викладено основні поняття та положення математичного моделювання систем і процесів. Розглянуто загальну методику математичного моделювання для побудови моделей і формалізованого опису систем та процесів. Особливу увагу приділено можливостям сучасних інформаційних технологій з моделювання, аналізу, синтезу та оптимізації процесів і систем.

Для студентів технічних вищих навчальних закладів, аспірантів, інженерів і наукових співробітників під час підготовки та проведення досліджень із систем і процесів.

**УДК 004.942 (076.5)**  
**ББК Ж102 в 631.0 я 7**

**ISBN**

© П.М. Павленко

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	6
<b>УМОВНІ СКОРОЧЕННЯ</b> .....	9
<b>1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СУЧАСНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ</b> .....	11
1.1. Інформаційне середовище технічних систем.....	11
1.2. Роль і місце математичного моделювання в інформаційних технологіях.....	19
1.3. Завдання досліджень технічних систем.....	22
1.4. Методи моделювання технічних систем.....	25
1.4.1. Класифікаційні ознаки методів моделювання технічних систем.....	26
1.4.2. Математичне моделювання технічних систем.....	29
1.4.3. Імітаційне моделювання технічних систем.....	30
1.4.4. Інші види моделювання технічних систем.....	34
1.5. Використання результатів математичного моделювання.....	36
Запитання та завдання для поточного контролю .....	40
Підсумки до розділу 1 .....	40
<b>2. ТЕХНІЧНА СИСТЕМА ЯК ОБ'ЄКТ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ</b> .....	44
2.1. Суть технічної системи .....	44
2.2. Моделі технічних систем.....	48
2.3. Об'єкт моделювання – технічна система.....	55
2.4. Аналіз та класифікація факторів .....	60
2.5. Властивості експериментальних факторів.....	63
2.6. Методи відбору факторів експериментів.....	66
Запитання та завдання для поточного контролю .....	72
Підсумки до розділу 2 .....	73
<b>3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ</b> .....	77
3.1. Класифікація математичних моделей.....	77
3.2. Вимоги до математичних моделей.....	81
3.3. Структурні елементи математичних моделей.....	84
3.4. Параметри математичної моделі.....	87
3.5. Системний підхід до розроблення та аналізу математичної моделі .....	91
3.6. Особливості математичного моделювання об'єктів, засобів та процесу вимірювання .....	94

3.6.1. Математичне моделювання об'єктів вимірювання .....	100
3.6.2. Математичне моделювання засобів вимірювання .....	104
3.6.3. Математичне моделювання середовища та умов вимірювання .....	115
Запитання та завдання для поточного контролю .....	124
Підсумки до розділу 3 .....	125
<b>4. ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ .....</b>	<b>131</b>
4.1. Узагальнені етапи математичного моделювання.....	131
4.2. Способи організації процесу математичного моделювання.....	132
4.3. Послідовність математичного моделювання.....	136
4.4. Постановка задачі математичного моделювання .....	138
4.5. Розроблення концептуальної математичної моделі технічної системи.....	146
Запитання та завдання для поточного контролю .....	151
Підсумки до розділу 4 .....	152
<b>5. СИНТЕЗ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ.....</b>	<b>155</b>
5.1. Задачі синтезу та оптимізації технічних систем і методи їх розв'язання.....	155
5.2. Формалізоване подання процесу синтезу структурних варіантів технічної системи .....	161
5.3. Критерії оптимізації процесу синтезу технічної системи .....	168
5.4. Оптимальний синтез структурних варіантів технічної системи .....	173
Запитання та завдання для поточного контролю .....	182
Підсумки до розділу 5 .....	183
<b>6. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ...</b>	<b>188</b>
6.1. Особливості використання комп'ютерного моделювання в навчальному процесі .....	188
6.2. Аналіз сучасних пакетів прикладних програм математичного моделювання.....	191
6.3. Аналіз сучасних САЕ-систем комп'ютерного моделювання... 6.3.1. Класифікаційні групи систем комп'ютерного моделювання.....	198
6.3.2. Типові задачі комп'ютерного моделювання .....	202

6.3.3. Функціональні можливості сучасних інформаційних систем комп'ютерного моделювання .....	205
Запитання та завдання для поточного контролю.....	215
Підсумки до розділу 6 .....	215
<b>7. ФУНКЦІОНАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ .....</b>	<b>219</b>
7.1. Визначення та базові принципи функціонального моделювання .....	219
7.2. Узагальнена модель виробничого процесу .....	223
7.3. Вибір інструментального засобу функціонального моделювання .....	227
7.4. Сучасні інструментальні засоби функціонального моделювання .....	234
7.5. Приклади функціонального моделювання .....	244
Запитання та завдання для поточного контролю .....	251
Підсумки до розділу 7 .....	252
<b>ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК .....</b>	<b>255</b>
<b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>266</b>
<b>РЕКОМЕНДОВАНІ ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ .....</b>	<b>272</b>
<b>АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК.....</b>	<b>273</b>

## ВСТУП

Досягнення в галузі інформаційних технологій та розвиток методів математичного моделювання дають можливість створювати нові технічні системи, високоефективні технологічні процеси та методи керування ними. Зустрічний розвиток технологій виробництва та систем автоматизації сприяв створенню таких виробничих процесів і систем, як наприклад, розширене виробництво, комп'ютеризоване інтегроване виробництво (СІМ – Computer Integrated Manufacturing), комп'ютерний інженерний аналіз (САЕ – Computer Aided Engineering) та ін.

Створення та експлуатація таких виробництв, технологій та систем на промислових підприємствах є не тільки функцією фахівців з автоматизованого управління та фахівців з інформаційних технологій. Вони потребують різних форм участі майже всіх груп інженерно-технічного та адміністративно-управлінського персоналу підприємств та організацій.

Отже, сучасний інженер, який працює як дослідник чи проєктувальник технічних систем, об'єктів і процесів або як користувач автоматизованих та інформаційних систем, повинен мати глибокі теоретичні й практичні знання з математичного моделювання. Використання сучасних інформаційних технологій з метою моделювання технічних об'єктів, систем і процесів ґрунтується на математичних методах моделювання, які дозволяють моделювати виробничі ситуації, аналізувати наявні види інформації та виробляти оптимальні рекомендації щодо дій, які забезпечують найефективніше досягнення мети.

Різноманітні технічні об'єкти та системи, а також виробничі, технологічні та інші процеси, що їх супроводжують, з погляду подальшої формалізації, алгоритмізації та математичного моделювання надалі будемо називати одним узагальненим терміном – *технічна система*.

Підготовка фахівців на стиці двох наук – прикладної інженерії та розділів прикладної математики – надає майбутнім інженерам можливість приймати оптимальні рішення, підвищувати ефективність їх обґрунтувань та бути провідниками ефективних засобів вирішення сучасних наукових і виробничих завдань.

Упровадження математичних методів у різні інженерні дисципліни дає змогу користуватись новими, як правило, дуже ефективними засобами досліджень, розроблення та виробництва технічних систем. Зростання математичної культури фахівців у відповідних інженерних галузях знань сприяє поглибленому вивченню загальних теоретичних положень та методів розрахунків за допомогою прикладної математики, яку достатньо та доступно висвітлено у виданих навчальних посібниках.

Разом з тим наукова та виробнича практика доводить, що одних математичних знань, на жаль, не достатньо для вирішення того чи іншого наукового або прикладного завдання. У вищому технічному навчальному закладі ще обов'язково потрібно набути теоретичних і практичних навиків із формалізації конкретного завдання, математичного опису необхідної інформації, послідовності математичного моделювання, що потребує опанування методики математичного моделювання та використання отриманих моделей для аналізу, синтезу, розрахунку та оптимізації технічних систем за допомогою сучасних інформаційних технологій.

Сьогодні в науково-технічній та навчальній літературі часто подається різна інтерпретація таких фундаментальних понять, як система, модель, моделювання. Подібна неоднозначність не свідчить про помилковість одних і правильність інших визначень термінів, а відображає залежність предмета розгляду як від галузі функціонування об'єкта, так і від службового призначення та його цілей. Відмітною особливістю запропонованого навчального посібника є спроба автора інтегрувати питання моделювання в завдання, які вирішуються протягом усього життєвого циклу технічної системи за допомогою інформаційних технологій.

Навчальний посібник деякою мірою заповнить прогалину в навчальній літературі з основ математичного моделювання технічних систем для студентів вищих навчальних закладів України. Сучасний інженер повинен використовувати математику не тільки як метод розрахунку, а і як метод мислення, формалізації та формування інформаційних понять. Доповнюючи досвід інженера та його інтуїцію, формалізовані методи математичного моделювання створюють фундаментальну базу для розроблення та експлуатації технічних систем, використання сучасних

інтегрованих автоматизованих систем і значно підвищують якісний рівень підготовки інженерів-механіків.

У більшості технічних спеціальностей навчальним планом передбачено курс «Основи математичного моделювання систем і процесів», який має ознайомити майбутніх інженерів з деякими розділами прикладної математики і навчити їх практичних основ математичного моделювання за допомогою сучасних інформаційних технологій, підготувати студентів до подальшого вивчення базових інженерних дисциплін. Посібник може бути використаний для більшості інженерних спеціальностей, оскільки він майже не відображає специфіки конкретної спеціальності, а містить базову інформацію для навчального етапу вивчення основ математичного моделювання з подальшою «прив'язкою» до специфіки технічних систем конкретної інженерної спеціальності.

У першому розділі розглянуто взаємозв'язок математичного моделювання із сучасними інформаційними технологіями. Вивчаючи цей розділ, треба зрозуміти зміст основних понять і визначень інформаційних технологій та методів моделювання технічних систем. Інформаційний матеріал другого і третього розділів надає можливість студентам систематизувати, класифікувати та формалізувати більшість термінів і понять об'єкта «технічна система» та самих математичних моделей. У четвертому та п'ятому розділі подано систематизовану автором методика моделювання технічних систем, яка застосовувалась автором як у науковій, так і в інженерній практиці. Шостий розділ ознайомлює із практичними можливостями сучасних прикладних пакетів моделювання та САЕ-системами.

Розділи посібника логічно пов'язані між собою, містять основні поняття та визначення, необхідні для вивчення курсу «Математичне моделювання систем і процесів». Список літератури містить науково-технічні книги та навчальні посібники, використані автором і рекомендовані для подальшого поглибленого вивчення.

Автор присвячує навчальний посібник світлій пам'яті свого Вчителя – професора Руденка Петра Олексійовича.



## УМОВНІ СКОРОЧЕННЯ

<b>АСТПВ</b>	– автоматизована система технічної підготовки виробництва
<b>АСУП</b>	– автоматизована система управління підприємством
<b>АСУ ТП</b>	– автоматизована система управління технологічними процесами
<b>ВЗВ</b>	– варіанти задоволення вимог
<b>ІАС</b>	– інтегрована автоматизована система
<b>ІТ</b>	– інформаційні технології
<b>КМВ</b>	– концептуальна модель варіантів
<b>САПР</b>	– система автоматизованого проектування
<b>СВ</b>	– структурні варіанти
<b>СУБД</b>	– системи управління базою даних
<b>API</b>	– Application Programming Interface (прикладний програмний інтерфейс)
<b>ARIS</b>	– Architecture of Integrated Information Systems (група інструментальних засобів IDS Sheer «ARIS»)
<b>CAD</b>	– Computer Aided Design (комп'ютерне проектування)
<b>CAE</b>	– Computer Aided Engineering (комп'ютерний інженерний аналіз)
<b>CALS</b>	– Computer Aided Acquisition and Lifecycle Support (підтримка безперервних поставок і життєвого циклу)
<b>CAM</b>	– Computer Aided Manufacturing (комп'ютерне виготовлення)
<b>CIM</b>	– Common Information Model (спільна інформаційна модель)
<b>CRM</b>	– Customer Relationship Management (керування відносинами з клієнтами)
<b>DFD</b>	– Data Flow Diagrams (моделювання потоків даних)

<b>ER-діаграма</b>	– узагальнена схема взаємодії об'єктів без деталізації послідовності виконання функцій
<b>ERP</b>	– Enterprise Resource Planning (планування та управління підприємством)
<b>eEPC</b>	– Extended Event-driven Process Chain (розширена модель ланцюга процесів, яка керує подіями)
<b>IDEF0</b>	– Function Modeling (методологія функціонального моделювання)
<b>IDEF3</b>	– моделювання потоків робіт
<b>PDM</b>	– Product Data Management (керування даними про виріб)
<b>PLM</b>	– Product Life-cycle Management (керування життєвим циклом виробу)
<b>OLE</b>	– Object Linking and Embedding (технологія поєднання та впровадження об'єктів в інші документи та об'єкти)
<b>SCM</b>	– Supply Chain Management (керування ланцюгами постачань)
<b>UML</b>	– Unified Modeling Language (інструментальний засіб Rational Rose)

# 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СУЧАСНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

## 1.1. Інформаційне середовище технічних систем

За останні двадцять років світове промислове виробництво зазнало низки кардинальних змін. Ці зміни багато в чому зумовлені розвитком інформаційних технологій, що ґрунтуються на сучасних комп'ютерних і комунікаційних засобах. Інтегрованим результатом змін, що відбулися в промисловості, визнано глобалізацію, під якою розуміють інтеграцію регіональної, національної та галузевої економіки [1– 3].

Створені в сучасних умовах інформаційні технології, з одного боку, намагаються наздогнати зростаючі вимоги до них, а з другого – самі є ініціаторами нових ідей. Реалізація цих ідей зумовила появу нових форм промислових виробництв, комплексної автоматизації та інтеграції основних функцій життєвого циклу технічних систем на основі ISO-стандартів та інформаційних технологій.

Комплексна автоматизація проектної діяльності розробників, виробників та експлуатаційників технічних систем базується на використанні сучасних інформаційних і телекомунікаційних технологій та інтегрованих автоматизованих систем (ІАС). Саме використання ІАС дозволяє комплексно автоматизувати дослідницькі, проектні та виробничі процеси. Прикладом такої системи є зображена на рис. 1.1 структурно-функціональна схема автоматизованої системи технічної підготовки виробництва (АСТПВ), розробленням якої автор займався протягом декількох років [3; 4].

Коротко розглянемо історичний ракурс термінології та понять інформаційних технологій.

Важливість комплексного підходу до розроблення технічних систем почали усвідомлювати ще в 70-х роках минулого століття. У 80-х роках ідеї комплексності знайшли відображення у створенні гнучких виробничих систем [5; 6]. Іншим втіленням цих ідей стала концепція єдиної інформаційної підтримки всіх етапів життєвого циклу виробів.

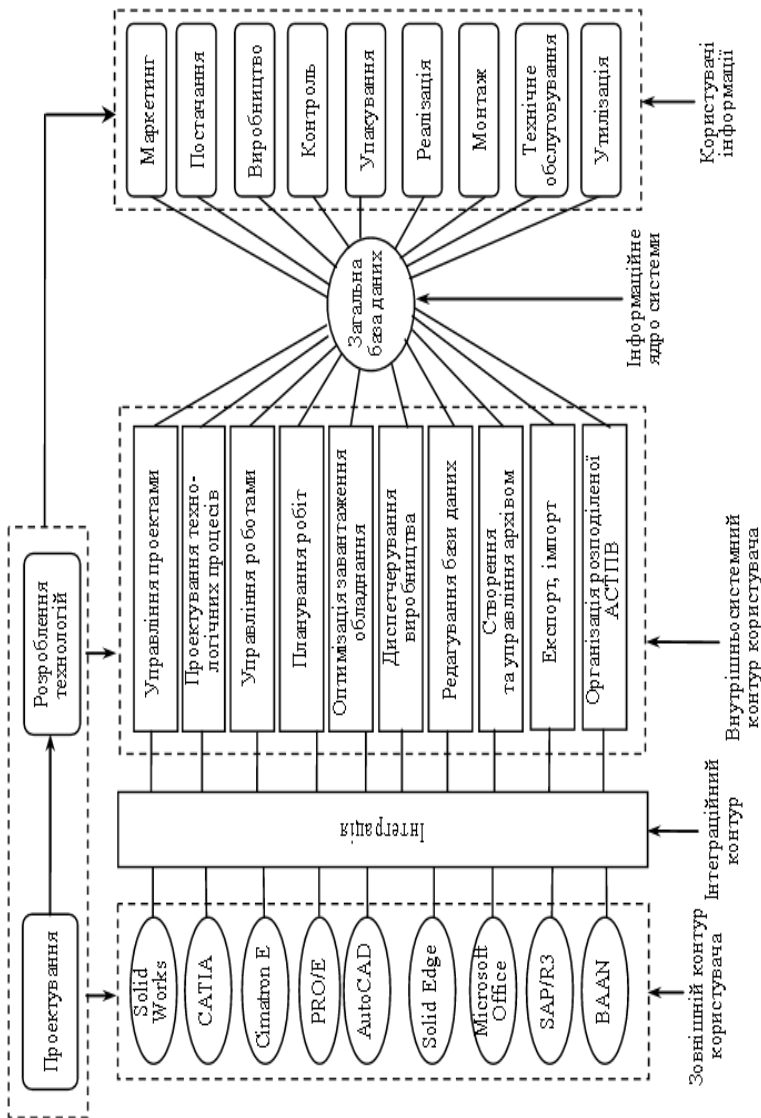


Рис. 1.1. Структурно-функціональна схема інтегрованої АСПП

Поняття життєвого циклу виробів охоплює всі стадії виробу – від вивчення ринку перед проектуванням до утилізації виробу після його використання.

Фахівці з прогнозування розвитку промисловості вже давно передбачали, що процеси розроблення, підготовки виробництва, виготовлення виробу та його експлуатації підпорядковуються одним закономірностям і можуть бути формалізовані. Тобто їх можна об'єктивно розраховувати, моделювати та оптимізувати. Технічно ця можливість стримувалася дефіцитом можливостей комп'ютерів і засобів комунікацій. На організаційному й науковому рівнях досить добре описано лише деякі з процесів, а їх системна інтеграція мала стільки ж видів і форм, скільки самих промислових підприємств.

Комп'ютерно-інформаційна підтримка етапів життєвого циклу виробів знайшла своє відображення в методології та стандартах CALS-технологій [7; 9]. Відповідно до концептуальних положень CALS-технологій реальні виробничі процеси відображаються у віртуальному інформаційному середовищі, у якому опис виробу подано у вигляді повного електронного опису, а середовище його створення та експлуатації – у вигляді систем моделювання процесів. Усі три складові (визначення виробу, середовища його створення й середовища експлуатації) не тільки взаємозалежні, а й безперервно розвиваються впродовж життєвого циклу виробу.

Існують різні розшифрування абревіатури CALS. Методологія CALS зародилася в департаменті оборони США в середині 80-х років. Історію її розвитку детально викладено у деяких вітчизняних та іноземних виданнях [10; 11]. Натепер у технічній літературі (як зарубіжній, так і вітчизняній) під терміном CALS розуміють Continuous Acquisition and Life cycle Support – безперервну інформаційну підтримку життєвого циклу виробу і називають цю підтримку CALS-технологіями. У російській технічній та науковій літературі поряд з терміном CALS використовують рівнозначний російський термін ИПИ (информационная поддержка изделий) [12; 13].

У галузі технічної підготовки виробництва, яка охоплює концептуальні розробки технічних систем, конструкторське проектування і технологічну підготовку виробництва, принципи ИПИ/CALS знайшли своє відображення у створенні провідними

західними розробниками програмних систем, що забезпечують комплексну інформаційну підтримку етапів життєвого циклу виробу на основі концепції PLM (Product Life-cycle Management – управління життєвим циклом виробу). Цими провідними розробниками є компанії Dassault Systemes (Франція), Siemens PLM Software (Німеччина) та компанія PTC (США) [14, 15].

Відповідно до визначення CIMdata, відомого у світі незалежного експерта з проблем PLM [16], «PLM – це стратегічний підхід до ведення бізнесу, що використовує набір сумісних рішень для підтримки загального подання інформації про продукт у процесі його створення, реалізації та експлуатації, у середовищі розширеного підприємства, починаючи від концепції створення продукту до його утилізації – при інтеграції людських ресурсів, процесів та інформації».

На підставі цього визначення можна виокремити три основні вимоги PLM-рішень до розроблення, виготовлення та експлуатації технічних систем:

- можливість універсального, безпечного й керованого засобу управління та використання інформації, що визначає технічну систему та її структурні елементи;
- підтримка цілісності інформації, що визначає технічну систему, протягом усього її життєвого циклу;
- управління та підтримка всіх процесів, які реалізуються під час створення, розподілу й використання інформації.

Концепцію PLM (рис. 1.2) розробив науково-дослідний центр компанії Dassault Systemes [17]. В основу розробки цієї концепції покладено такі вимоги:

***Інтеграція інформації етапів життєвого циклу технічної системи.*** Усі види діяльності та предмети, що являють собою компоненти життєвого циклу технічної системи, мають знайти універсальне інформаційне ядро, що забезпечує єдине подання промислового бізнесу як системи продуктів, процесів, ресурсів та знань. Усі три компоненти повинні ґрунтуватися на єдиній схемі опису (специфікування).

***Асоціативність.*** Між усіма компонентами життєвого циклу технічної системи мають підтримуватися стійкі й керовані причино-наслідкові зв'язки. Будь-який елемент опису продукту, процесу, ресурсу чи знань має зберігати своє походження й умови

існування. Це основний радикальний захід для скорочення витрат на випуск нових, конкурентоспроможних товарів.

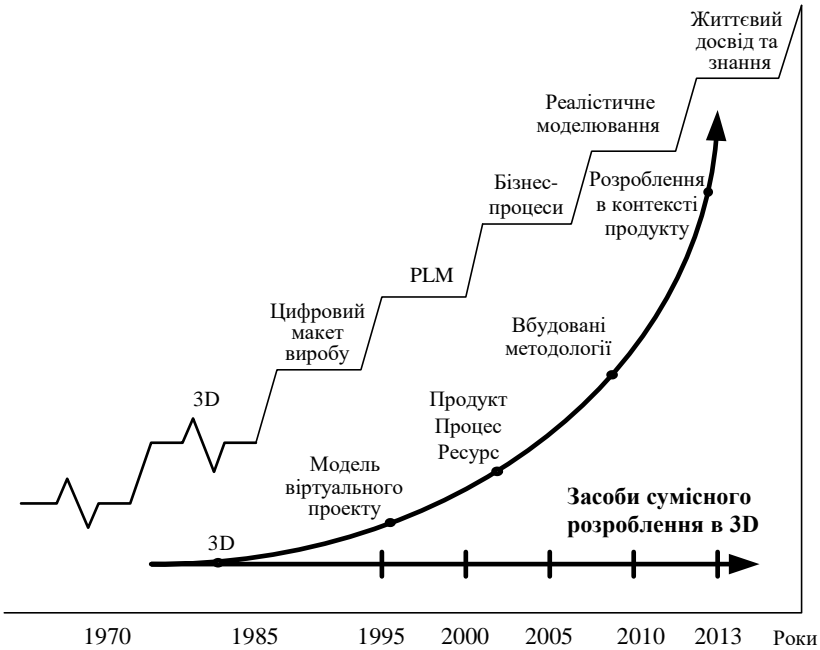


Рис. 1.2. Концепція PLM-рішень для комплексної інформаційної підтримки етапів життєвого циклу виробів

**Сертифікованість.** Електронна модель виробу повинна мати властивості контролепридатності. Інструкція контролю – це вид процесу, специфікований за тими самими законами, що і продукт, і є невід’ємною частиною віртуального проекту виробу. Вона має існувати й діяти на всіх етапах життєвого циклу технічної системи. Дані про виріб повинні розвиватися разом із процедурами контролю, пов’язаними з ними.

**Умовна інваріантність.** Більшість технічних систем має велику кількість версій, модифікацій, варіантів виконання, залежних від певних умов.

### ***Різноманітність засобів надання інформації про систему.***

Оскільки змістовна частина проекту технічної системи в електронному вигляді збільшується і покриває дедалі більше галузей знань, то і подання його має бути селективним, тобто вибіркоvim за певним критерієм. Відповідно до цього структура даних повинна мати ознаки (атрибути) ролі, завдання і рівня допуску користувача.

Оскільки існують стійкі (стандартні) ролі користувачів, то мають бути передбачені відповідні стандартні форми подання проекту:

- інженерна – для розробників;
- презентаційна – для відвідувачів;
- експлуатаційна – для операторів;
- маркетингова – для публікацій та продажу тощо.

Програмні додатки, що працюють з електронним проектом, повинні бути чутливі до ролі, в якій перебуває користувач.

Базовими системами, що забезпечують реалізацію стратегії PLM, є системи класів CAD/CAM/CAE (Computer Aided Design – комп'ютерне проектування / Computer Aided Manufacturing – комп'ютерне виготовлення / Computer Aided Engineering – комп'ютерний інженерний аналіз) та PDM (Product Data Management – керування даними про виріб). Відповідно до концепції Dassault Systemes системи класів ERP (Enterprise Resource Planning – планування ресурсів підприємства), SCM (Supply Chain Management – управління ланцюгами постачань) і CRM (Customer Relationship Management – управління відносинами із замовниками) не належать до засобів підтримки PLM-рішень, а забезпечують разом з PLM ефективне функціонування промислових підприємств.

Базові засоби підтримки PLM-рішень через свою універсальність можуть використовуватися на різних етапах життєвого циклу технічної системи (рис. 1.3).

Найхарактернішим прикладом є CAD-система, яка може застосовуватись як на етапі проектування, так і на етапі технологічної підготовки виробництва під час проектування засобів технологічної оснастки. При цьому CAD/CAM і CAE-системи стають засобами автоматизації виконання різних проектних процедур з розроблення технічних систем, а PDM-



система – засобом для реалізації процесів керування інформацією на всіх етапах життєвого циклу технічної системи (рис. 1.4). Водночас PDM-система є базовим засобом, за допомогою якого реалізується інтегроване інформаційне середовище для всіх етапів життєвого циклу технічної системи.



Рис. 1.3. Схема етапів життєвого циклу технічної системи

Перетворення структури проекту в PDM-системі полягає в тому, що вхідні об'єкти розміщуються (зі збереженням зв'язків між ними) у відповідних їм класах «Складальні одиниці», «Деталі», «Моделі», «Креслення», «Стандартні вироби» та ін.

Відзначимо, що таке перетворення структури проекту (як і формування текстових конструкторських документів) не є «штатною» функцією PDM-системи, а реалізується за допомогою спеціального додатка PDM-системи, а саме – засобами API інтерфейсів (рис. 1.5).

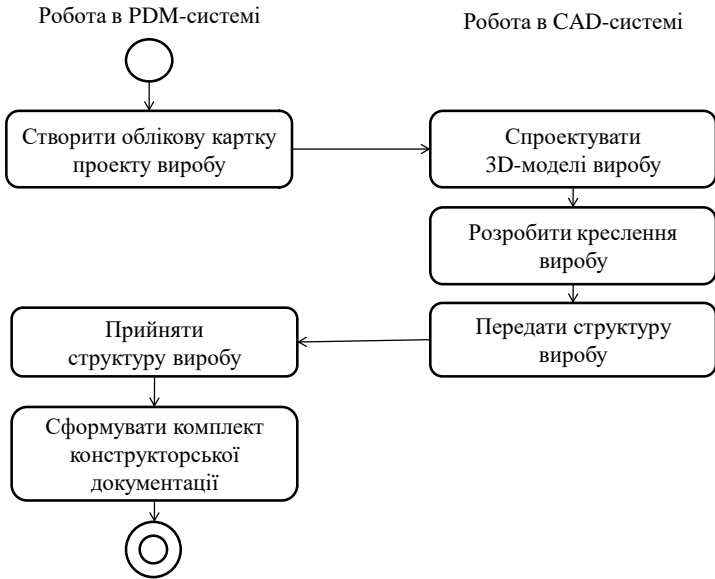


Рис. 1.4. Фрагмент загальної послідовності етапів конструкторського проєктування з використанням PDM і CAD-систем

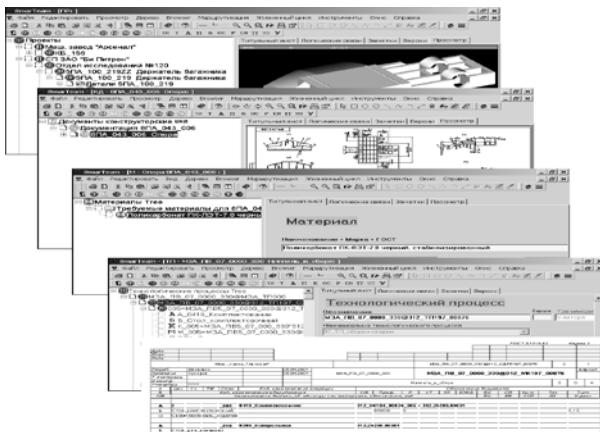


Рис. 1.5. Результати аналізу структури проєкту засобами PDM-системи ENOVIA SmarTeam

## 1.2. Роль і місце математичного моделювання в інформаційних технологіях

У чому ж суть нових інформаційних технологій та які конкретні причини їх виникнення? Основним джерелом системи збирання, передавання, перетворення, зберігання та подання в зручному вигляді різної інформації є комп'ютери. Інформація створюється для використання та навчання людей, які приймають рішення у різних сферах професійної діяльності та в побуті.

Для професійного використання комп'ютера інформацію необхідно подавати у формалізованому вигляді. Тому, інформаційні технології завжди потребують формалізації подання даних. Отже, впровадження нових інформаційних технологій означає «просування» формалізованих методів у нові сфери використання.

Які ж формалізовані засоби дали можливість використовувати інформаційні технології у нових, далеких від математики сферах? Перш за все це мови та системи програмування, системи керування базами даних, засоби подання текстової та графічної інформації, засоби діалогу людини з комп'ютером. Це «зовнішня» причина виникнення нових інформаційних технологій. «Внутрішня» причина – це потреба в розвитку науки, техніки та технологій, тобто в традиційних методах отримання нової інформації.

Наука з давніх часів займається збиранням та обробленням інформації. Наукові методи пізнання – одна з найдавніших інформаційних технологій. Більше того, це найдосконаліші з інформаційних технологій, оскільки наукові методи – це методи якісного перетворення інформації. Але традиційно науковий метод є індивідуальним, повільним методом оброблення інформації на відміну від індустріального методу. Еволюція самої науки потребує нової інформаційної технології.

Потужним стимулятором наукового методу пізнання є використання системного методу, поєднання аналізу та синтезу, використання методів математичного моделювання.

Математичне моделювання з давніх часів використовувалось у фізиці для опису реального світу та методів математичного дослідження моделей, отримання якісних та кількісних властивостей явищ і процесів, що вивчаються. Одночасно культура

математичного моделювання та аналізу поширилась на інші природничі науки, упровадилася в інженерну справу та у відповідні навчальні дисципліни.

Високий рівень формалізації мають математичні абстрактні методи, які добре поєднуються зі схемним зображенням процесів і систем.

Стосовно конкретної модельованої системи, розробнику математичної моделі допомагають лише ті математичні схеми, які пройшли апробацію для певного класу систем і показали ефективність у прикладних дослідженнях на комп'ютері. Ці схеми отримали назву *типових математичних схем* [18].

Уведення поняття «типова математична схема» дозволяє розглядати математику не як метод розрахунку, а як метод мислення, як засіб формулювання понять, що є найбільш важливим для переходу від словесного опису системи до формального подання процесу її функціонування у вигляді деякої математичної моделі. При користуванні типовою математичною схемою дослідник технічної системи передусім повинен цікавитися питаннями адекватності відображення у вигляді конкретних схем реальних процесів у досліджуваній системі, а не можливістю отримання відповіді (результату вирішення) на конкретне питання дослідження.

Наприклад, подання процесу функціонування інформаційно-обчислювальної системи колективного користування у вигляді мережі схем масового обслуговування дає змогу більш повно описати процеси, що відбуваються в системі. Через складні закони розподілу вхідних потоків і потоків обслуговування такі схеми не дозволяють отримувати результати у явному вигляді.

Типову математичну схему визначають як ланку при переході від змістовного до формального опису процесу функціонування технічної системи з урахуванням впливу навколишнього середовища. Тобто при формалізації процесу функціонування технічних систем наявний ланцюжок: *«описова модель – типова математична схема – математична модель»*.

Під час практичного моделювання технічних систем на початкових етапах їх дослідження раціонально використовувати такі типові математичні схеми: диференціальні рівняння, кінцеві та

ймовірнісні автомати, системи масового обслуговування, мережі Петрі та ін.

Типові математичні схеми мають переваги в наочності та простоті за значного зменшення можливостей їх застосування. Так, якщо під час дослідження технічних систем не враховуються випадкові фактори (детерміновані моделі), то в математичному моделюванні застосовуються диференціальні, інтегральні, інтегродиференціальні та інші рівняння. Для моделювання систем, які функціонують у дискретному часі, рекомендують застосовувати математичний апарат і типові математичні схеми теорії кінцевих автоматів. Під час моделювання систем з урахуванням часу (дискретні моделі) та випадкових факторів (стохастичні моделі) застосовують імовірнісні автомати. Для подання таких систем у неперервному часі використовують системи масового обслуговування, а для подання поведінки систем і процесів у реальному часі – імітаційне моделювання [19].

Наведені типові математичні схеми не можуть описати і формально подати всі процеси, які відбуваються у більшості технічних систем. Наприклад, для опису складних інформаційно-вимірjuвальних систем і процесів, що в них відбуваються, перспективним є застосування агрегативних моделей [20; 21].

Агрегативні моделі дозволяють описати певну кількість об'єктів дослідження з відображенням системного характеру цих об'єктів. Саме за агрегативного опису складний об'єкт (технічна система) поділяється на кінцеву кількість частин (підсистем) зі збереженням при цьому зв'язків, які забезпечують взаємодію цих частин.

Очевидно, що для побудови математичних моделей процесів функціонування систем і самих систем (технічних систем) є такі основні типові математичні схеми:

- 1) неперервно-детермінована (математичний апарат – диференціальні рівняння);
- 2) дискретно-детермінована (кінцеві автомати);
- 3) дискретно-стохастична (імовірнісні автомати);
- 4) неперервно-стохастична (системи масового обслуговування, імітаційне моделювання);
- 5) мережева (мережі Петрі, E-мережі та ін.);
- 6) універсальна чи комбінована (агрегативні моделі).

Типові математичні схеми та приклади їх практичного використання під час математичного моделювання в середовищі інформаційних технологій змістовно і в повному обсязі подано в навчальному посібнику [18].

Застосування аналізу під час проектування технічних систем зумовило постановку завдання синтезу системи із заданими можливостями. Проектувальника вже не задовольняє аналіз лише одного варіанта системи, він намагається порівняти різні альтернативи системи, щоб обрати найбільш оптимальну, а це вже спроба розв'язання задачі синтезу. При цьому виникають такі питання:

- де взяти опис багатьох можливих варіантів системи;
- як сформулювати цілі, заради яких створюється система та умови її функціонування;
- як серед усіх можливих варіантів системи знайти «найбільш відповідну поставленому завданню».

Практика підтверджує, що окремі фахівці (інженер, математик, програміст) не можуть самостійно вирішити ці питання. Це потребує сумісного формулювання завдання синтезу технічної системи і її чіткого формального подання, бо інакше не можливе використання математичних моделей.

Таким чином, для постановки та розв'язання завдання синтезу (яке постійно ставиться інженерами для розроблення та використання технічних систем) потрібен системний підхід, тобто необхідні спеціалісти-інженери, які володіють системним аналізом і математичним мисленням.

Під час вирішення дослідницьких, проектних, управлінських та інших завдань у наведеній постановці треба вміти використовувати методи математичного моделювання. Тому стає очевидною ключова роль математичного моделювання у сучасних інформаційних технологіях, які автоматизують процес розроблення, аналізу та експлуатації технічних систем.

### **1.3. Завдання досліджень технічних систем**

Найважливішими для дослідження складних технічних систем є задача аналізу та завдання синтезу. Розв'язуючи задачу аналізу за відомою структурою й відомими параметрами системи, вивчають її

поведінку, тобто досліджують властивості системи та її характеристики. Задача синтезу полягає у з'ясуванні структури й головних параметрів системи за її заданими властивостями. Обидві задачі взаємно обернені, тому їх розв'язують здебільшого спільно, зокрема задачі синтезу як складніші найчастіше розв'язують, використовуючи результати розв'язання задач аналізу.

**Аналіз** – це процес дослідження властивостей, притаманних системі.

**Синтез** – це процес створення функцій та структур, необхідних і достатніх для досягнення певних результатів. Відшукаючи функції, які реалізовує система, знаходять деяку абстрактну систему, про яку відомо лише те, що вона буде функціонувати.

**Результат аналізу** – створення моделі процесів, що відбуваються в складних системах, і встановлення закономірностей, притаманних процесам і системам. Моделі виявляють причинно-наслідкову природу процесів і визначають залежності між їх характеристиками та параметрами систем. Саме в цьому й полягає пізнавальна цінність аналізу. Прикладну цінність зумовлює застосування результатів аналізу для постановки задач синтезу (конструювання), які виникають під час проектування складних систем.

Кожну систему в ієрархії систем можна розглядати в двох аспектах – як елемент широкої системи і як сукупність взаємопов'язаних елементів. Тому аналізувати її можна двома способами – мікроаналізом та макроаналізом.

**Мікроаналіз** – це вивчення і моделювання структури системи та властивостей її елементів. Його часто можна замінювати дослідженням функцій елементів і процесу функціонування системи.

**Макроаналіз** спрямовують на систему загалом – її властивості, поведінку, взаємодію з навколишнім середовищем. Його наслідком є макромодель системи, яку часто розглядають у вигляді «чорної скриньки». Це образне поняття означає, що внутрішня будова системи невідома. Відомі лише зв'язки системи з навколишнім середовищем і зміну на її виходах залежно від вхідних дій. На підставі цього дістають уявлення про властивості й

внутрішню будову системи. Таке дослідження та моделювання називають методом «чорної скриньки».

Зображення реального об'єкта як системи та використання системних понять під час його моделювання є основою принципів дослідження, названих системним аналізом.

**Системний аналіз** передбачає послідовний перехід від загального до часткового, коли в основі розгляду є мета, а досліджуваній об'єкт виділяють з навколишнього середовища. Такий спосіб дає змогу розв'язати проблему побудови складної системи з урахуванням усіх факторів і можливостей, пропорційних їх значущості, на всіх етапах дослідження системи та побудови її моделі. Системний аналіз ґрунтується на розгляді системи як інтегрованого цілого, який розпочинають з головного: формулювання мети функціонування. Використання системного аналізу допомагає не тільки побудувати модель реального об'єкта, а й на її основі вибрати необхідну кількість інформації в реальній системі, оцінити показники її функціонування і завдяки цьому знайти найефективніший варіант побудови та оптимальний режим функціонування реальної технічної системи.

Ефективне розв'язання сучасних завдань моделювання технічних систем можливе тільки за умов загальної методології – системного аналізу. У сучасному автоматизованому виробництві найважливішим інструментом системного аналізу є програмне моделювання в інформаційному середовищі САЕ-систем.

При цьому важливу роль у процесі моделювання відіграє дослідник. Постановка завдання з побудовою змістовної моделі реального об'єкта є творчим процесом і ґрунтується на евристиці. У цьому сенсі не існує формальних шляхів вибору оптимального методу моделювання. Часто немає формальних методів, які дозволяють досить точно описати реальний процес. Тому вибір тієї чи іншої аналогії, вибір того чи іншого математичного апарату моделювання повністю ґрунтується на наявному досвіді дослідника. Помилка дослідника може призвести до хибних результатів моделювання [22; 23].



## 1.4. Методи моделювання технічних систем

Досліджуючи або проектуючи технічну систему, застосовують різні методи моделювання систем. Розглянемо детальніше особливості методів моделювання, які найчастіше використовують.

Залежно від характеру використаного математичного апарату можна виокремити два основні розділи математики – класичну та прикладну.

Методи класичної математики, що включають математичний аналіз і теорію ймовірності, не є основними для використання в наукових дослідженнях і для розв'язання проектних завдань під час аналізу та синтезу технічних систем.

Група методів прикладної математики значно ширша за номенклатурою і частіше використовується інженерами-практиками. Методи, які до неї входять, неоднорідні за складом елементарних розрахунків, способом їх реалізації, використаними прийомами тощо. Їх можна класифікувати таким чином: теорія множин, теорія графів, математична логіка, теорія прийняття рішень, лінійне та оптимальне програмування, теорія розкладів, теорія масового обслуговування, теорія надійності, експертні методи оцінювання та ін.

Вибір методу математичного моделювання безпосередньо залежить від ступеня деталізації об'єкта, закону функціонування елементів системи і зовнішніх дій. Залежно від ступеня деталізації опису складних систем та їх елементів можна вирізнити три основні рівні моделювання:

- 1) структурне моделювання систем із застосуванням моделей і спеціалізованих мов моделювання, теорій множин, алгоритмів, формальних граматик, графів, масового обслуговування, статистичного моделювання;
- 2) логічне моделювання функціональних систем, моделі яких зображують у вигляді логічних рівнянь і будують, застосовуючи дво- або багатозначну алгебру логіки;
- 3) кількісне моделювання (аналіз) принципів схем елементів складальних систем, моделі яких зображують у вигляді систем нелінійних алгебричних або інтегродиференціальних рівнянь і досліджують, застосовуючи методи функціональ-

ного аналізу, теорії диференціальних рівнянь, математичної статистики.

Сукупність моделей об'єкта на структурному, логічному й кількісному рівнях моделювання являє собою ієрархічну систему, яка показує взаємозв'язок різних аспектів опису об'єкта та забезпечує системну пов'язаність його елементів і властивостей на всіх стадіях процесу проектування.

#### ***1.4.1. Класифікаційні ознаки методів моделювання технічних систем***

Однією з основних ознак класифікації видів моделювання є ступінь повноти моделі, за яким розрізняють на повні, неповні та наближені моделі. В основу повного моделювання покладено абсолютну подібність як у часі, так і в просторі. Для неповного моделювання характерна часткова подібність моделі з досліджуваним об'єктом. Наближене моделювання – це приблизна подібність, за якої певні етапи технічної системи зовсім не моделюються [24; 25]. Класифікацію видів моделювання технічних систем у загальному вигляді показано на рис. 1.6.

Залежно від характеру досліджуваних процесів у технічній системі всі види моделювання можна поділити на детерміновані та стохастичні, статичні та динамічні, дискретні, безперервні та дискретно-безперервні.

*Детерміноване моделювання* відображає детерміновані процеси, з яких виключаються будь-які випадкові впливи.

*Стохастичне моделювання* відображає імовірнісні процеси і події. При цьому аналізують можливість реалізації випадкового процесу та оцінюють середні характеристики, тобто набір однорідних реалізацій.

*Статичне моделювання* описує поведінку об'єкта в певний момент часу, а *динамічне* – за весь час.

*Дискретне моделювання* описує дискретні процеси, *безперервне* – відображає безперервні процеси в системах, *дискретно-безперервне* використовується для випадків, де є дискретні та безперервні процеси.



Залежно від форми подання об'єкта технічної системи розрізняють уявне та реальне моделювання. **Уявне моделювання** часто буває єдиним способом моделювання об'єктів, які або практично нереалізовані в заданому інтервалі часу, або існують поза умовами, можливими для їх фізичного створення. Наприклад, на основі уявного моделювання можна проаналізувати багато ситуацій мікросвіту, що не піддаються фізичному експерименту. Уявне моделювання може бути реалізоване у вигляді наочного, символічного та математичного.

За **наочного моделювання** на основі спостережень про реальні об'єкти створюються різні наочні моделі, які відображають явища та процеси, що в них відбуваються.

В основу **гіпотетичного моделювання** дослідником закладається гіпотеза про закономірність перебігу процесу в реальному об'єкті, що відображає рівень знань дослідника про об'єкт і базується на причинно-наслідкових зв'язках між входом і виходом досліджуваного об'єкта. Гіпотетичне моделювання застосовується тоді, коли знань про об'єкт недостатньо для побудови формальних моделей.

**Аналогове моделювання** базується на застосуванні аналогій різних рівнів. Найвищим рівнем є повна аналогія, яку використовують лише для дуже простих об'єктів. Для складніших об'єктів використовують аналогії наступних рівнів, де аналогова модель відображає частину функціонування об'єкта.

Велике значення для уявного наочного моделювання має **макетування**. Уявний макет можна застосовувати тоді, коли в реальному об'єкті відбуваються процеси, які не піддаються фізичному моделюванню або можуть передувати проведенню інших видів моделювання. В основу побудови уявних макетів також покладено аналогії, що ґрунтуються на причинно-наслідкових зв'язках між явищами та процесами в об'єкті. Якщо ввести умовне позначення окремих знаків і певних операцій між ними, то можна реалізувати знакове моделювання. Наприклад, використовуючи операції об'єднання, перетинання та доповнення теорії множин, можна за допомогою окремих символів описати реальний об'єкт.

**Основою мовного моделювання** є тезаурус. Він утворюється з набору вхідних тезаурусів, причому цей набір має бути

фіксованим. Між тезаурусом і звичайним словником існують принципи розбіжності. **Тезаурус** – словник, який виключає неоднозначність, тобто кожному слову може відповідати лише єдине значення, хоча у звичайному словнику одне слово може мати кілька значень.

**Символічне моделювання** – це штучний процес створення логічного об'єкта, який замінює реальний і виражає його основні відношення за допомогою системи знаків чи символів.

#### **1.4.2. Математичне моделювання технічних систем**

Математичне моделювання використовується під час дослідження характеристик процесу функціонування будь-якої системи за допомогою математичних методів (включаючи машинні). Для цього проводять формалізацію цього процесу, тобто будують математичну модель. **Під математичним моделюванням** розуміють процес установавання відповідності математичного об'єкта (математичної моделі) до реального названого та дослідження цієї моделі, що дозволяє отримувати характеристики розглянутого об'єкта. Вид математичної моделі залежить як від природи об'єкта, так і від завдань його дослідження, необхідної ймовірності і точності вирішення цих завдань. Будь-яка математична модель описує реальний об'єкт, але з певним наближенням.

Математичне моделювання з дослідження характеристик процесу функціонування систем поділяють на аналітичне, числове, статистичне, імітаційне та комбіноване.

Для **аналітичного моделювання** характерним є те, що процеси функціонування елементів системи подаються у вигляді функціональних співвідношень (алгебричних, інтегрально-диференціальних, кінцево-різницевих та ін.) або за принципом логіки. Аналітична модель може бути досліджена такими методами:

- аналітичним – намагання отримати в загальному вигляді явні залежності для досліджуваних характеристик;
- числовим – неможливість розв'язання рівнянь у загальному вигляді, намагання отримати числові результати за конкретними початковими даними;

- якісним – можливість без розв'язку в явному вигляді знаходження деяких властивостей розв'язку (наприклад, оцінити стійкість розв'язку).

Найбільш повне дослідження процесу функціонування системи можна провести, якщо відомі залежності, що зв'язують шукані характеристики з початковими умовами, параметрами та змінними системи. Проте ці залежності вдається отримати тільки для порівняно простих систем. Дослідження складніших систем аналітичним методом призводить до значних ускладнень, які важко усунути. Тому у випадку використання аналітичного методу доводиться значно спрощувати вихідну модель, що дозволяє вивчити хоча б загальні властивості системи. Дослідження на спрощеній моделі аналітичним методом дає змогу досягати орієнтовних результатів для отримання точніших даних за допомогою інших методів.

Порівняно з аналітичним **числовий метод** дозволяє досліджувати ширший діапазон класу систем, проте отримані при цьому розв'язки мають індивідуальний характер. Числовий метод найбільш ефективний для застосування програмних засобів.

Іноді, під час дослідження технічної системи можуть задовольняти висновки, отримані внаслідок використання якісного методу аналізу математичної моделі. Такі якісні методи широко застосовують, наприклад, у теорії автоматичного керування для оцінювання ефективності різних варіантів систем керування.

### ***1.4.3. Імітаційне моделювання технічних систем***

Під час **імітаційного моделювання** алгоритм, що реалізує модель, відтворює процес функціонування системи у часі. При цьому імітуються елементарні явища (складові цього процесу) зі збереженням їх логічної структури та послідовності перебігу в часі. Це дозволяє за вихідними даними отримати відомості про стани процесу в певні моменти часу, що дає змогу оцінити характеристики системи.

Основною перевагою імітаційного моделювання порівняно з аналітичним є можливість вирішення більш складних завдань. Імітаційні моделі дозволяють легко враховувати такі фактори, як: наявність дискретних і безперервних елементів, нелінійні

характеристики елементів системи, численні випадкові впливи та інші фактори, що часто створюють труднощі під час аналітичних досліджень.

Натепер імітаційне моделювання – найефективніший метод дослідження складних технічних систем, а часто і єдиний, практично доступний метод отримання інформації із впровадження системи, особливо на етапі її проектування.

Імітаційне моделювання у більшості випадків застосовується для прийняття рішень під час проектування структури складної технічної системи або для пошуку оптимальних значень її параметрів. Можна визначити кілька основних напрямів прийняття рішень за результатами моделювання [24]:

- пошук найбільш оптимальних щодо певного критерію ефективності значень параметрів складних систем керування;
- пошук оптимального значення критерію ефективності технічної системи;
- порівняння альтернативних варіантів структури технічної системи та визначення найбільш придатного;
- моделювання аварійних ситуацій за сценарієм типу «що буде, якщо...».

Попри те, що імітаційне комп'ютерне моделювання є потужним інструментом дослідження систем, його застосування не завжди доцільне. Відомо багато завдань, ефективно розв'язаних за допомогою інших методів. Проте для вищого класу завдань дослідження та проектування систем метод імітаційного моделювання найбільш прийнятний. Його правильне застосування можливе лише за умов чіткого розуміння суті методу імітаційного моделювання та розумного використання в дослідницькій практиці реальних систем з урахуванням особливостей конкретних систем і можливостей їх дослідження різними методами.

Основними критеріями доцільності застосування методу імітаційного комп'ютерного моделювання є:

- відсутність або неприйнятність аналітичних, числових і якісних методів вирішення поставленого завдання;

- наявність достатньої кількості вихідної інформації про модельовану технічну систему для побудови адекватної імітаційної моделі;
- необхідність проведення на основі можливих методів численних обчислень, важко реалізованих навіть спеціальними програмними засобами;
- можливість пошуку оптимального варіанта системи під час її комп'ютерного моделювання.

Основні переваги методу імітаційного моделювання для дослідження складних систем:

- машинний експеримент з імітаційною моделлю досліджує особливості процесу функціонування технічної системи за будь-яких умов;
- застосування програмних засобів в імітаційному експерименті істотно скорочує тривалість випробувань порівняно з натурним експериментом;
- імітаційна модель дозволяє включати результати натурних випробувань реальної системи чи її частин для проведення подальших досліджень;
- імітаційна модель має відому гнучкість варіювання структури, алгоритмів і параметрів модельованої системи, що важливо під час пошуку оптимального варіанта системи;
- імітаційне моделювання складних систем є єдиним практично реалізовним методом дослідження процесу функціонування таких систем на етапі їх проектування.

Основним недоліком машинної реалізації методу імітаційного моделювання є те, що розв'язок, отриманий під час аналізу імітаційної моделі, завжди є локальним, бо відповідає фіксованим елементам структури, алгоритмам поведінки та значенням параметрів технічної системи, початковим параметрам впливів зовнішнього середовища. Тому для повного аналізу характеристик процесу функціонування систем доводиться багато разів відтворювати імітаційний експеримент, варіюючи вихідним завданням. Унаслідок цього збільшуються витрати машинного часу на проведення експерименту з імітаційною моделлю в процесі функціонування досліджуваної технічної системи.



Під час імітаційного моделювання, як і в разі використання будь-якого методу аналізу та синтезу технічної системи, важливим є питання його ефективності. Ефективність імітаційного моделювання може оцінюватись як критерій, у тому числі точністю і достовірністю результатів моделювання, часом побудови та роботи з моделлю, витратами машинних ресурсів (часу і пам'яті), вартістю розроблення й експлуатації моделі. Очевидно, що найбільш точною оцінкою ефективності є порівняння отриманих результатів з реальним дослідженням, тобто моделюванням на реальному об'єкті під час проведення натурального експерименту. Оскільки це не завжди вдається зробити, то статистичний підхід дозволяє з певним ступенем точності за повторюваності машинного експерименту дістати усереднені характеристики поведження системи.

У випадку, коли результати, отримані при відтворенні на імітаційній моделі процесу функціонування технічної системи, є реалізацією випадкових величин і функцій, то для знаходження характеристик процесу потрібно його багаторазове відтворення з подальшим статистичним обробленням інформації. Як метод машинної реалізації імітаційної моделі доцільно використовувати метод статистичного моделювання.

Спочатку був розроблений метод статистичних випробувань. Це числовий метод, який застосовувався для моделювання випадкових величин і функцій, імовірнісні характеристики яких збігалися з розв'язками аналітичних завдань (метод Монте-Карло). Цей прийом стали застосовувати і для машинної імітації під час дослідження характеристик процесів функціонування систем, які зазнають випадкового впливу, тобто з'явився метод статистичного моделювання. Отже, методом статистичного моделювання є метод машинної реалізації імітаційної моделі, а методом статистичних випробувань (Монте-Карло) – числовий метод вирішення аналітичного завдання.

Метод імітаційного моделювання дозволяє вирішувати завдання аналізу складних технічних систем, включаючи оцінювання: варіантів структури системи, ефективності різних алгоритмів керування системою, впливу зміни різних параметрів системи. Імітаційне моделювання може бути основою структурного, алгоритмічного та параметричного синтезу складних систем, коли

потрібно створити систему із заданими характеристиками з певними обмеженнями, що є оптимальними за певних критеріїв оцінювання ефективності.

Під час вирішення завдань комп'ютерного синтезу систем на основі імітаційних моделей, крім розроблення моделювальних алгоритмів для аналізу фіксованої системи, потрібно також розробити алгоритми пошуку оптимального варіанта системи. Надалі в методології комп'ютерного моделювання будемо розрізняти два основні розділи: статику та динаміку, завданнями яких є відповідно вирішення питань аналізу та синтезу систем, заданих моделювальними алгоритмами [26; 27].

***Комбіноване (аналітико-імітаційне) моделювання при аналізі та синтезі систем дозволяє об'єднати переваги аналітичного та імітаційного моделювання.*** Для побудови комбінованих моделей проводиться попередня декомпозиція процесу функціонування об'єкта на відповідні підпроцеси. І там, де це можливо, використовуються аналітичні моделі, де ні – будуються імітаційні моделі. Такий комбінований підхід дозволяє охопити якісно нові класи систем, які не можуть бути досліджені з використанням тільки аналітичного та імітаційного моделювання окремо.

#### ***1.4.4. Інші види моделювання технічних систем***

*Під час реального моделювання досліджують характеристики цілого об'єкта або його частин.* Такі дослідження проводять на об'єктах, що працюють як за нормальних режимів, так і спеціальних – для оцінювання характеристик, які цікавлять дослідників (за інших значень змінних і параметрів, в іншому масштабі часу та ін.).

Реальне моделювання є найбільш адекватним, але його можливості з урахуванням особливостей реальних об'єктів обмежені. Наприклад, проведення реального моделювання автоматизованих систем управління підприємством (АСУП) дозволяє створити таку АСУП (ERP-систему) та провести експерименти з об'єктом управління (підприємством), що в більшості випадків неможливо. Розглянемо різновиди реального моделювання.

**Натурне моделювання** – дослідження на реальному об'єкті з наступним обробленням результатів експерименту на основі теорії подібності. У процесі функціонування об'єкта відповідно до поставленої мети вдається виявити закономірності перебігу реального процесу. Такі різновиди натурального експерименту, як виробничий експеримент і комплексні випробування мають високий ступінь імовірності.

Із розвитком техніки та проникненням углиб процесів, що відбуваються у реальних системах, зростає технічна оснащеність сучасного наукового експерименту. Він характеризується ширшим використанням засобів проведення автоматизації, застосуванням різноманітних засобів оброблення інформації, можливістю втручання людини в процес експерименту. У зв'язку з цим з'явився новий науковий напрям – автоматизація наукових експериментів [28; 29].

Відмінність між експериментом і реальним перебігом процесу полягає в тому, що експеримент може мати критичні ситуації і в ньому можуть визначатися межі стійкості процесу. Під час експерименту у процесі функціонування об'єкта вводяться нові збурювальні фактори і впливи. Один із різновидів – комплексні випробування, які належать до натурального моделювання. При цьому внаслідок повторних випробувань виникають загальні закономірності про надійність виробів, про характеристики якості та ін. У цьому випадку моделювання здійснюється шляхом оброблення й узагальнення відомостей про однорідні явища у групі.

Поряд зі спеціально організованими випробуваннями можлива реалізація натурального моделювання через узагальнення досвіду, нагромаджений під час виробничого процесу (виробничий експеримент). За допомогою теорії подібності тут обробляють статистичний матеріал виробничого процесу й отримують його узагальнені характеристики.

Іншим видом реального **моделювання** є **фізичне**, яке відрізняється від натурального тим, що дослідження проводять на установках, які зберігають природу явищ і мають фізичну подібність. Під час фізичного моделювання задаються характеристики навколишнього середовища і досліджується

поведінка реального об'єкта, його моделі за заданих або створених штучно впливів навколишнього середовища.

Фізичне моделювання може відбуватися в реальному та нереальному (псевдореальному) масштабах (відліку) часу, а також розглядатись без урахування часу. В останньому випадку досліджуються так звані «заморожені» процеси, які фіксуються в заданий момент часу. Найбільшу складність і цікавість щодо точності отриманих результатів, становить фізичне моделювання в реальному масштабі (відліку) часу.

Із погляду математичного опису об'єкта й залежно від його характеру, моделі можна поділити на аналогові (неперервні), цифрові (дискретні) та аналогово-цифрові (комбіновані). *Під аналоговою моделлю розуміють модель, що описується рівняннями із безперервних величин. Під цифровою розуміють модель, яка описується рівняннями із дискретних величин, поданих у вигляді цифр. Під аналого-цифровою розуміють модель, яка може бути описана рівняннями, до яких входять неперервні й дискретні величини.*

Особливе місце в моделюванні займає **кібернетичне моделювання**, у якому фізичні процеси, що відбуваються в моделях, не схожі з реальними процесами. У цьому випадку намагаються відобразити лише певну функцію і розглядають реальний об'єкт як «чорну скриньку», яка має входи і виходи та моделюють зв'язки між входами і виходами.

Найчастіше у разі використання кібернетичних моделей аналізують поведінку об'єкта за різних впливів навколишнього середовища.

Таким чином, в основу кібернетичних моделей покладено відображення інформаційних процесів керування, що дозволяє оцінити поведінку реального об'єкта. Тому для побудови імітаційної моделі потрібно виділити досліджувану функцію реального об'єкта, спробувати формалізувати її у вигляді певних операторів зв'язку між входом та виходом і відтворити на імітаційній моделі, причому на підставі інших математичних співвідношень і, отже, іншої фізичної реалізації процесу.

## 1.5. Використання результатів математичного моделювання

Вітчизняна промисловість нагромадила значний досвід у вирішенні завдань, у яких використовуються математичні методи та комп'ютерні технічні засоби з розроблення нової техніки, проектування технологій, планування та керування технічними системами. Процес упровадження математики в інженерну діяльність інтенсивно проходив в останні 20 років. Існують наукові школи із впровадження математичних методів у прикладні завдання промисловості у США, Франції, ФРН, Росії та Україні, викликаного об'єктивними причинами. Так, розширення масштабів виробництва, поглиблення його спеціалізації, підвищення вимог до якості та надійності продукції, зумовили різке збільшення кількості проектних, управлінських та інших рішень, серед яких належить обирати найбільш оптимальні.

У загальному вигляді математичне моделювання технічних систем застосовується у таких випадках:

- для дослідження технічної системи ще до того, як вона буде спроектована з метою встановлення чутливості характеристик до змін структури та параметрів об'єкта моделювання і навколишнього середовища;
- на етапі проектування технічної системи для аналізу та синтезу різних варіантів системи і вибору такого варіанта, який би задовольняв заданий критерій оцінювання ефективності системи за впроваджених обмежень;
- під час експлуатації технічної системи для отримання інформації, яка б доповнювала результати експлуатації реальної системи та для прогнозування розвитку системи в часі.

Ці випадки відображають загальний підхід до використання математичного моделювання. У реальних навчальних, дослідницьких чи виробничих процесах їх значно більше, вони більш різноманітні за своїми вхідними та вихідними параметрами і характеристиками.

Методи моделювання успішно застосовують під час дослідження інформаційно-вимірювальних систем і комплексів їх проектування, організації роботи виробничих комплексів, аналізу різних аспектів діяльності людини, автоматизованого управління

виробничими та іншими процесами. Моделювання використовують під час проектування, виробництва, впровадження та експлуатації технічних систем, а також на різних рівнях її вивчення – від аналізу роботи елементів до дослідження систем загалом у процесі взаємодії з навколишнім середовищем, тобто на всіх етапах життєвого циклу технічної системи.

Математичне моделювання як альтернатива дослідному (пробному) фізичному експерименту, методу спроб та помилок упроваджується у практику промислового виробництва як досить ефективний та економічно вигідний напрям розвитку та вдосконалення. Наприклад, розроблення автоматизованих вимірювальних комплексів не може обійтись без моделювання таких об'єктів, як деталь, вимірювальний процес, пристрій тощо. При цьому використовується апарат дискретної математики: теорія множин, теорія графів, математична логіка, теорія прийняття рішень, лінійне та динамічне програмування та ін.

Успішно застосовуються на практиці методи математичного програмування, теорії масового обслуговування, мережеві методи планування та управління. Так, методами лінійного програмування оптимізуються рішення від порівняно простих завдань різання листового металу, пошуку оптимальної траєкторії оброблення складних контурів різальним інструментом до складних завдань оптимізації планів дільниці цеху з максимальним завантаженням обладнання тощо.

Значні можливості для вирішення складних завдань промислового виробництва мають методи динамічного програмування, випадкового пошуку та евристичного програмування. Методи теорії масового обслуговування широко застосовують для управління технологічною підготовкою виробництва, забезпечують потрібне завантаження обладнання та виконання робіт в установлені терміни.

Інтенсивний розвиток інформаційних технологій відкриває нові можливості для широкого використання методів теорії ймовірності та математичної статистики, особливо методів кореляційного та дисперсійного аналізів під час проектування технологічних процесів, прогнозування та ін.

Розвиток теорії та практики автоматизованого керування зумовив створення основи для розроблення адаптивних

слідкувальних систем у металообробній галузі. Математичне моделювання системи «верстат – пристрій – інструмент – заготовка» дозволило розробити для таких систем принципові основи автоматизованого керування точністю оброблення, продуктивністю верстатного обладнання тощо.

Утім як у технічних науках, так і в їх практичному втіленні ще багато вузьких «неформалізованих» завдань, які стримують використання таких автоматизованих систем, як систем автоматизованого проектування (САПР), автоматизованих систем управління технологічними процесами (АСУ ТП) та ін. Напевно головним прискорювачем вирішення цих завдань і є використання методів математичного моделювання.

Загальноживаний вираз «Ніколи не починати справу, якщо не знаєш як вести її до заданої мети» інженерно-математичною мовою означає: «Промодельуйте та розрахуйте за допомогою програмних засобів те, що ви отримаєте при вхідних даних, тоді зрозумієте шляхи вирішення завдання».

Використання автоматизованих систем і масове впровадження комп'ютерної техніки на промислових підприємствах суттєво збільшує первинні капіталовкладення та основні фонди.

Виробники і теоретики зазвичай зацікавлені в оцінюванні ефективності цих витрат, терміну їх окупності. Критерії ефективності ґрунтуються на кількісній оцінці якісних характеристик, які відображають відношення досягнутих цілей до витрат. Безпосереднім показником ефективності у цьому випадку може бути значення досягнутого результату, віднесене до суми витрат.

Наприклад, керівнику підприємства запропонували декілька альтернативних замовлень. Як обрати те, яке за мінімальних витрат забезпечить максимум прибутку? Тут потрібно оцінити наявні ресурси, ступінь завантаження підприємства, наявність обладнання та ін. Використання математичного моделювання та інформаційних технологій дозволять за лічені хвилини визначити всі переваги і недоліки запропонованих варіантів та обрати оптимальний. Такі ж конкретні рішення й конкретні ефекти у натуральних та економічних показниках досягаються за допомогою математичного моделювання більшості проектних і виробничих завдань.

## **Запитання та завдання для поточного контролю**

1. Які етапи включає життєвий цикл технічної системи?
2. Що розуміють під концепцією PLM-рішень?
3. Які основні вимоги PLM-рішень до технічних систем?
4. Що таке типова математична схема?
5. Які типові схеми використовуються під час моделювання технічних систем?
6. Що називається синтезом технічних систем?
7. У чому полягає суть системного аналізу?
8. Назвіть основні рівні моделювання.
9. Які є методи моделювання систем?
10. Що розуміють під терміном «математичне моделювання»?
11. У чому полягає суть імітаційного моделювання?
12. Наведіть приклади задач, які можна розв'язати за допомогою імітаційного моделювання.
13. У чому полягають переваги і суть комбінованого виду моделювання?
14. Виконайте критичний аналіз різних видів класифікації моделей та видів моделювання.
15. Як використовуються результати математичного моделювання?

## **ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 1**

### **Необхідно знати:**

1. Застосування інтегрованих автоматизованих систем забезпечує комплексну автоматизацію процесів життєвого циклу технічних систем.
2. Сучасні CALS-технології та PLM-рішення забезпечують інтеграцію автоматизованих систем та створюють єдине інформаційне середовище підприємства чи організації.
3. Ключова роль сучасних автоматизованих системах та інформаційних технологіях належить математичному моделюванню.



4. Інженери, розробники, дослідники та експлуатаційники технічних систем для якісного виконання службових функцій повинні володіти системним аналізом та математичним мисленням.
5. Базовими для дослідження та розроблення технічних систем є завдання аналізу та синтезу, вирішення яких здебільшого взаємозалежне, що потребує їх спільного розв'язання та подальшого застосування результатів.
6. Вибір методу математичного моделювання залежить від ступеня деталізації об'єктів технічної системи, закону функціонування елементів системи та зовнішніх впливів (дій) навколишнього середовища.
7. Будь-яка математична модель описує реальну технічну систему з певним (деяким) наближенням.
8. Вид математичної моделі залежить передусім від природи технічної системи (форми, складу, функцій та ін.), поставлених завдань з її дослідження (аналізування, розроблення) та необхідної ймовірності і точності вирішення цих завдань.
9. Аналітичне математичне моделювання потребує значного спрощення технічної системи та забезпечує тільки встановлення її загальних властивостей.
10. Числове математичне моделювання забезпечує отримання індивідуальних рішень щодо певної технічної системи. Метод ефективний за комп'ютерного моделювання.
11. Імітаційне моделювання є найбільш ефективним методом досліджень складних технічних систем. Його правильне застосування можливе лише за умов чіткого розуміння суті методу імітаційного моделювання та розумного застосування реальних систем з урахуванням їх особливостей і можливостей дослідження.
12. Комбіноване (аналітико-імітаційне) математичне моделювання поєднує переваги обох видів моделювання і дозволяє охопити найбільш складні та якісно нові класи технічних систем.
13. Найбільшу точність отриманих результатів забезпечує фізичне моделювання в реальному масштабі часу.

14. Математичне моделювання є основою для прийняття оптимальних проектних, виробничих та управлінських рішень і забезпечення конкурентоспроможності сучасного промислового виробництва.
15. У чому полягає необхідність та ефективність застосування математичного моделювання?

**Слід запам'ятати:**

1. Визначення та суть базових понять – CALS-технології та PLM-рішення.
2. Основні вимоги PLM-рішень до розроблення, виготовлення та експлуатації технічних систем.
3. Склад та послідовність етапів життєвого циклу технічної системи.
4. Визначення та функціональне призначення базових інтегрованих автоматизованих систем – CAD/CAM/CAE, PDM, ERP, CRM.
5. Правила та послідовність застосування основних типових математичних схем.
6. Визначення понять системного аналізу: «аналіз», «синтез», «результат аналізу», «мікроаналіз», «мікроаналіз».
7. Три основні рівні математичного моделювання: структурне, логічне, кількісне (аналітичне).
8. Принципи побудови та класифікацію методів моделювання технічних систем.
9. Визначення математичного моделювання та його різновиди: аналітичне, числове, статистичне, імітаційне, комбіноване.
10. Основні критерії доцільності застосування методу імітаційного комп'ютерного моделювання.
11. Переваги та недоліки застосування імітаційного моделювання для дослідження складних технічних систем.
12. Визначення та умови застосування таких видів моделювання технічних систем, як реальне, натурне, фізичне, кібернетичне.
13. Загальні випадки доцільного застосування математичного моделювання технічних систем.

### **Треба вміти:**

1. Формулювати базові принципи CALS-технологій та PLM-рішень.
2. Формулювати основні технічні вимоги концепції застосування PLM-рішень.
3. Будувати графік часового розвитку функцій комп'ютерного моделювання (PLM-рішення) за комплексної інформаційної підтримки етапів життєвого циклу виробів.
4. Будувати схему етапів життєвого циклу технічних систем.
5. Визначати умови та послідовність застосування типових математичних схем під час дослідження та проектування складних технічних систем.
6. Застосовувати принципи та базові поняття системного аналізу для дослідження технічних систем.
7. Визначати умови застосування для різних методів моделювання технічних систем та вибрати конкретний метод моделювання.
8. Визначати вид математичного моделювання: аналітичне, числове, статистичне, імітаційне, комбіноване.
9. У загальному вигляді формулювати умови ефективного застосування методів математичного моделювання.

## 2. ТЕХНІЧНА СИСТЕМА ЯК ОБ'ЄКТ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

### 2.1. Суть технічної системи

Одним із сучасних принципів наукової та проектної діяльності розробника є творче ставлення до об'єктів дослідження і проектування і відповідних їм виробничих процесів. Надалі сукупність об'єктів, систем, приладів та процесів їх розроблення, виготовлення та експлуатації будемо називати узагальненим терміном «технічна система». У термін «система» вкладають різні поняття. Але він завжди є підмножиною взаємопов'язаних елементів, виділеною з множини елементів будь-якої природи, відповідно до вимог поставленого завдання.

Суб'єктивний зміст поняття системи полягає в тому, що дослідник, починаючи вивчати певний об'єкт чи групу об'єктів, вибирає для розгляду ті елементи або явища, які, з одного боку, відповідають меті дослідження, а з другого – легше й природніше піддаються аналізу чи синтезу. Об'єктивний зміст поняття системи полягає в тому, що її, як правило, поділяють за просторовою чи функціональною ознакою.

Для того щоб визначити об'єкт як систему, треба мати:

- об'єкт, що складається з множини елементів та їх властивостей, які можна розглядати як єдине ціле завдяки зв'язкам між ними та їх властивостями;
- дослідника, який виконує цілеспрямовану дію (роботу);
- завдання, з погляду розв'язання якої об'єкт виділяється дослідником як система;
- мову, якою дослідник може описати об'єкт, властивості його елементів та зв'язки.

Прикладами систем є:

- 1) сонячна система;
- 2) обчислювальний центр;
- 3) промислове підприємство;
- 4) система лінійних рівнянь;
- 5) інформаційно-вимірювальний пристрій;
- 6) операційна система комп'ютера;
- 7) система управління підприємством.

Системи 1 – 4, що складаються з матеріальних чи абстрактних об'єктів, сформовані за просторовою ознакою, а системи 5 – 7 – за функціональним призначенням. Деякі із цих систем можна описувати двома способами. Так, операційну систему комп'ютера можна задавати як її функціями, так і набором програм, що реалізують ці функції.

Коли систему задають за просторовими ознаками, то здебільшого одночасно проводять і її структурування – виділення двох типів об'єктів – множини елементів та множини зв'язків і співвідношень цих множин. Так, у промисловому підприємстві елементами можуть бути окремі цехи, а зв'язками – матеріальні та інформаційні потоки між ними. У системі лінійних рівнянь елементи – це окремі рівняння, а зв'язки – участь одних і тих самих змінних у різних рівняннях. Структурною одиницею (елементом) підприємства може бути цех, дільниця чи робоче місце. Залежно від цього змінюються й види зв'язків. Окрім того, те, що в одному випадку є видом зв'язку, в іншому може бути видом елемента. Поділ системи на елементи – один із перших кроків у напрямі побудови її формального опису, тобто математичної моделі.

***Елементи** – це частина або компоненти системи, які умовно вважають нероздільними.*

***Властивості** – якості, що дозволяють описувати систему й виділяти її серед інших систем. Вони можуть мати кількісну або якісну міру.*

***Зв'язки** – це те, що з'єднує елементи та їх властивості з іншими елементами. Вважають, що кожен елемент системи з'єднаний зв'язками безпосередньо чи посередньо з будь-яким іншим елементом.*

***Структура системи** – це спосіб організації елементів у системі з певними властивостями та визначенням між ними взаємозв'язків. Структура системи класифікується за такими характеристиками:*

- за кількістю рівнів ієрархії (одно- та багаторівневі);
- за принципом розбиття елементів системи на підсистеми (функціональні та об'єктні);
- за кількістю цілей функціонування (одноцільові, багатоцільові).

Структура та властивості елементів описують індивідуальні характеристики системи і дозволяють розглядати її як цілісне утворення. Елемент належить до системи, оскільки він пов'язаний з іншими її елементами, об'єднаними в єдине ціле для досягнення певної мети. Вилучення із системи елемента чи сукупності елементів неодмінно змінює її властивості, віддаляючи від мети. Цілісність системи полягає в тому, що її властивості якісно можуть відрізнитися від властивостей складових елементів. Наприклад, металорізальний верстат можна зобразити як систему, елементами якої є складальні одиниці, пов'язані між собою. Кожну складальну одиницю верстата можна описати певними властивостями, але жодна з них не має його властивості – оброблювати деталі виробів зніманням стружки. Отже, система – це не сукупність частин, що її утворюють, а цілісне утворення з новими властивостями, притаманними елементам системи.

Систему вважають простою, якщо вона складається з малої кількості елементів або її модель можна зарахувати до розряду простих. Складна система має складну математичну модель із множини взаємозв'язаних елементів та підсистем з різною фізичною природою, які взаємодіють між собою, становлять неподільне ціле і забезпечують виконання системою певної складної функції.

Система згідно з означенням має певну множину елементів. Припускають, що існує множина елементів за межами системи, з якими система взаємодіє, але не є з ними єдиним цілим. Цю множину називають навколишнім середовищем. Елементи, котрі взаємозв'язані з системою, не є частиною її середовища.

Отже, назначаючи об'єкт як систему, дослідник залежно від розв'язуваної проблеми вилучає її із навколишнього середовища, окреслює її межі, визначає вхідні та вихідні зв'язки, з'ясовує фактори, які мають описувати стани системи.

Відносність систем полягає також і в тому, що одну й ту ж сукупність елементів можна розглядати як систему або як частину більшої системи, множину елементів якої можна поділити на кілька підмножин.

Частину системи, утворену з елементів підмножини, називають підсистемою.

Нехай систему  $S$  (рис. 2.1) утворено з елементів 1–12  $\{e_1, e_2, \dots, e_{12}\}$ , пов'язаних між собою. Цю систему можна поділити на три підсистеми, наприклад,  $A, B, C$ .

Підмножину елементів  $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ , що утворюють підсистему  $A$ , можна розглядати як систему, тоді  $B$  і  $C$  будуть елементами навколишнього середовища. Якщо властивості елементів і структура підсистем  $A, B, C$  не є предметом розгляду, то систему можна спростити і розглядати ці підсистеми як елементи системи  $S$ .

Отже, кожен систему можна розглядати як підсистему чи елемент більшої системи або як сукупність елементів, кожен з яких припустимо називати системою.

Звідси випливає ієрархія систем, у якій елементами системи  $i$ -го рівня є системи  $(i+1)$ -го рівня. Наприклад, підприємство можна розглядати як систему, елементами якої є цехи, як сукупність виробничих дільниць, а дільницю – як систему верстатів тощо. Якщо брати за початковий рівень аналізу підприємство, то можна розширювати уявлення про систему не тільки «вниз», а й «угору», що робить цю систему (підприємство) підсистемою, або елементом більшої системи (об'єднання чи холдингу).

Виходячи з проведеного аналізу поняття «система» та системного підходу, введемо визначення терміна «технічна система», який використовуватимемо надалі.

Так, **технічна система** – це цілісний об'єкт (множина взаємопов'язаних об'єктів), у межах якого визначено його функціональне призначення, сформульовано цілі, поставлені перед системою, та визначено показник якості її функціонування, який кількісно визначає мету функціонування.

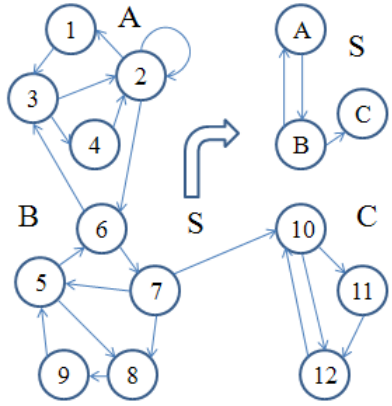


Рис. 2.1. Схема поділу системи на підсистеми

У загальному випадку технічна система як об'єкт моделювання характеризується такими параметрами:

- 1) **вхідні** ( $x_1, x_2, \dots, x_i$ ) – значення можуть бути виміряні (встановлені), але можливості впливу на них з боку системи немає;
- 2) **керувальні** ( $u_1, u_2, \dots, u_n$ ) – чинять безпосередній вплив на технічну систему та дозволяють керувати вихідними параметрами;
- 3) **збурювальні** ( $z_1, z_2, \dots, z_k$ ) – значення змінюються випадково з плином часу та недоступні для зміни дослідником;
- 4) **вихідні** ( $y_1, y_2, \dots, y_j$ ) – характеризують стан технічної системи або результат її функціонування від загального впливу вхідних, керувальних та збурювальних параметрів.

Отже, технічна система матиме такий вигляд, як показано на рис. 2.2.

Відповідно до визначення технічної системи її фізичним змістом є цифро-аналоговий перетворювач. Інший приклад технічної системи – це відділ головного метролога підприємства, до складу якого входять такі підсистеми, як виробнича, управлінська, планова та ін.

Процес вимірювання також можна розглядати як технічну систему, оскільки він має атрибути системи – мету, структуру, параметри та ін.

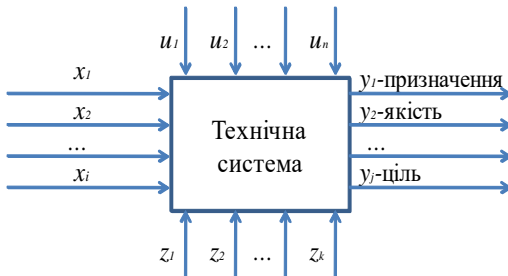


Рис. 2.2. Схема технічної системи

Рівень складності технічної системи визначається задачею, що виконується у кожному конкретному випадку. Задача навчального процесу (використовуючи математичний апарат) – навчитися моделювати технічну систему з метою подальшого керування,

автоматизації та вирішення поставлених завдань.



## 2.2. Моделі технічних систем

Фахівці з розроблення, проектування та експлуатації технічних систем, наприклад, інформаційно-вимірювальних приборів та комплексів, прагнуть досягти конкретної мети. Залежно від цієї мети можуть розглядатись різні співвідношення між самим об'єктом (системою)  $S$  і навколишнім середовищем  $E$ . Тому залежно від мети, яку ставить фахівець, система може формалізуватись по-різному і можуть виникати різні взаємодії цього об'єкта із навколишнім середовищем. Таким чином, система  $S$  є цілеспрямованою множиною взаємозалежних елементів будь-якої природи. Навколишнє середовище  $E$  – множина існуючих поза системою елементів будь-якої природи, які впливають на систему або перебувають під її впливом [18; 30].

Традиційний підхід до вивчення взаємозв'язків між окремими частинами моделі передбачає розгляд їх як відображення зв'язків між окремими підсистемами об'єкта. Такий класичний підхід може бути використаний для створення простих моделей. Процес синтезу моделі  $M$  на основі класичного (індуктивного) підходу показано на рис. 2.3, *a* [18]. Реальний об'єкт, що підлягає моделюванню, розбивається на окремі підсистеми, тобто вибираються початкові дані  $D$  для моделювання і ставляться цілі  $C$ , які відображають окремі складові процесу моделювання. За окремою сукупністю початкових даних  $D$  ставиться мета моделювання окремої складової функціонування системи. На базі цієї мети формується певний компонент  $K$  до майбутньої моделі. Сукупність компонентів об'єднується в модель  $M$ .

Отже, розроблення моделі  $M$  на базі класичного підходу означає об'єднання окремих компонентів в єдину модель. Кожний із компонентів вирішує свої завдання та ізолюваний від інших частин моделі. Тому класичний підхід може бути використаний для реалізації порівняно простих моделей, у яких можливий поділ і взаємно незалежний розгляд окремих складових функціонування реального об'єкта. Для моделі складного об'єкта така роз'єднаність вирішуваних завдань недопустима, оскільки це призводить до значних витрат ресурсів під час реалізації моделі на базі конкретних програмно-технічних засобів.

Можна відзначити два класичні підходи:

- 1) дослідження системи проводиться від часткового до загального;
- 2) модель (система) створюється шляхом об'єднання окремих її компонентів, при цьому не враховується виникнення нового системного ефекту.

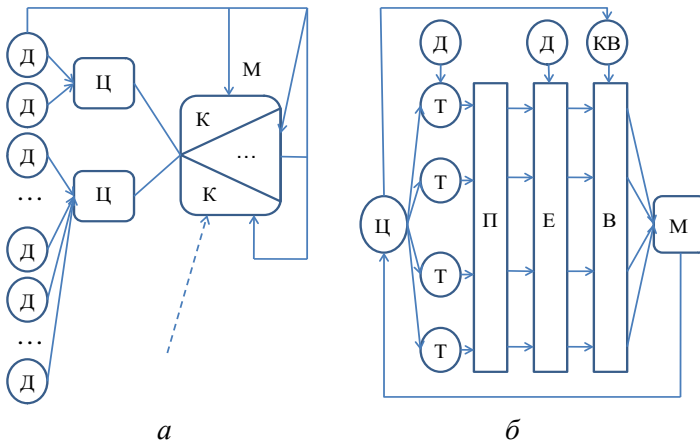


Рис. 2.3. Схеми процесу синтезу моделі на основі класичного (*a*) та системного (*б*) підходів

Із погляду системного підходу створювана модель  $M$  також є системою, тобто  $S' = S'(M)$ , і може розглядатися відносно навколишнього середовища  $E$ . Найпростіші за уявленням моделі ті, у яких зберігається пряма аналогія явища. Застосовують також моделі, у яких немає прямої аналогії, а зберігаються лише закони і загальні закономірності поведінки елементів системи  $S$ . Правильне розуміння взаємозв'язків усередині самої моделі  $M$  і взаємодії її із навколишнім середовищем  $E$  значною мірою визначається тим, на якому рівні перебуває дослідник.

Системний підхід дозволяє вирішити проблему побудови складної системи з урахуванням усіх факторів і можливостей, які пропорційні їх значущості на всіх станах дослідження технічної системи  $S$  і побудови моделі  $M$ . Системний підхід означає, що кожна система  $S$  є інтегрованим цілим навіть тоді, коли вона

складається з окремих роз'єднаних підсистем. Тобто в основі системного підходу лежить розгляд системи як інтегрованого цілого і починається він з формулювання мети функціонування. Процес синтезу моделі технічної системи на базі системного підходу матиме такий вигляд, як показано на рис. 2.3, б. На підставі вихідних даних  $D$ , які відомі з аналізу навколишнього середовища  $E$ , урахування існуючих обмежень, які накладаються на систему, та можливостей їх реалізації, і на основі мети функціонування формулюються вихідні вимоги  $T$  до математичної моделі системи  $S$ . На базі цих вимог формуються деякі підсистеми  $P$  та їх елементи  $E$  і виконується найбільш складний етап синтезу – вибір  $B$ , для чого використовуються спеціальні критерії вибору  $KB$ .

З ускладненням об'єктів моделювання виникла необхідність спостереження за ними з вищого рівня. У цьому випадку дослідник (розробник) розглядає систему  $S$  як підсистему певної метасистеми (системи вищого рангу) і змушений перейти на позиції системного підходу. Це дозволить йому побудувати не тільки досліджувану систему, що вирішує сукупність завдань, але й створювати систему, яка є складовою частиною метасистеми. Наприклад, якщо ставиться завдання проектування АСУП, то з позиції системного підходу слід брати до уваги, що ця система може бути складовою частиною АСУП об'єднання або холдингу.

Системний підхід застосовується в системотехніці у зв'язку з потребою досліджувати великі реальні системи через недостатність, а іноді помилковість прийняття будь-яких локальних рішень. На виникнення системного підходу вплинули зростаюча кількість початкових даних під час розроблення, необхідність урахування складних стохастичних зв'язків у системі та дій навколишнього середовища  $E$ . Усе це змусило дослідників вивчати складний об'єкт не ізольовано, а у взаємодії із навколишнім середовищем, а також разом з іншими системами певної метасистеми.

Поняття системи та моделі взаємопов'язані. Модель являє собою обраний спосіб опису системи. Усім наукам в явній чи неявній формі притаманне поняття моделі (від лат. *modus* – копія, образ, опис), яка відображає подібні ознаки досліджуваних явищ та об'єктів. Кожна дослідницька або проектна діяльність так чи

інакше пов'язана з побудовою моделей. Проект машини, заводу, креслення деталі, макет автомобіля, трактора – це все моделі майбутніх реальних об'єктів. Вивчення явищ, які відбуваються в природі, економічній, політичній, технічній та громадській діяльності людей, також пов'язане з моделюванням.

Поняття моделі ґрунтується на певній подібності двох об'єктів. Проте терміни «подібність» і «об'єкт» вживають у дуже широкому розумінні. Подібність може бути суто зовнішньою, стосуватися внутрішньої структури зовні зовсім неподібних об'єктів або певних рис поведінки об'єктів, які не мають нічого спільного ні за формою, ні за структурою. Поняття подібності застосовують до багатьох матеріальних об'єктів живої та неживої природи, штучних об'єктів, створених людиною, зображень, символів тощо.

Зовнішню подібність (подібність форми) мають такі об'єкти, як автомобіль та його зображення у вигляді рисунка, об'ємної моделі чи комплекту креслень, металевий виливок та його дерев'яна модель. Подібність структури можуть мати система керування державою та її структурна схема; міська водогінна мережа і схема водопостачання. Для систем управління найважливішою схожістю є подібність їх поведінки. Моделювання поведінки ґрунтується на тому факті, що однаково поводитися за певних умов можуть системи, які дуже відрізняються за формою, структурою й фізичною природою наявних у них процесів.

Коли між двома об'єктами можна виявити подібність хоча б у якомусь одному певному розумінні, то між ними є відношення оригіналу й моделі. Це означає, що один з об'єктів можна розглядати як оригінал, а другий – як його модель. Відношення «оригінал – модель» можуть мати не тільки два, але й скільки завгодно об'єктів.

*Моделлю називають відображення на основі подібності з об'єктом його характеристик з метою подальшого його вивчення.*

Модель дозволяє з усієї різноманітності проявів досліджуваного об'єкта вирізняти тільки ті, які необхідні з погляду розв'язування проблеми. Модель – не точна копія об'єкта, а відображення лише певної частини його властивостей. Тому головне завдання моделювання – розумне спрощення моделі, тобто вибір ступеня подібності та об'єкта. Подібність – це взаємно однозначна відповідність між двома об'єктами, коли відомі функції переходу

від параметрів одного з них до параметрів іншого, а математичні описи цих об'єктів можна перетворити на тотожні.

Під час проектування дослідник оперує не з самими об'єктами, а з їх моделями, тому моделювання є апаратом і засобом створення проекту складної технічної системи. У широкому розумінні моделюванням – це процес адекватного відображення найпростіших властивостей досліджуваного об'єкта чи явища з точністю, необхідною для практичних потреб. У загальному випадку моделюванням можна назвати особливу форму опосереднення, яка ґрунтується на формалізованому підході до дослідження системи.

*Отже, моделювання – це процес зображення об'єкта дослідження подібною до нього моделлю і виконання експериментів з нею для отримання інформації про об'єкт дослідження.*

Моделі можна реалізувати як фізичними, так і абстрактними системами. Відповідно до цього є фізичні та абстрактні моделі.

**Фізичні моделі** складаються із сукупності матеріальних об'єктів. Для їх побудови використовують різні фізичні властивості об'єктів, але застосовувані в моделі матеріальні елементи не обов'язково повинні мати таку саму природу, що й досліджуваний об'єкт. Приклад фізичної моделі – макет машини, приладу, споруди, електрична модель об'єкта чи явища. Проте фізичні моделі мають обмежену сферу застосування, бо не для кожного явища та об'єкта можна побудувати аналоги. Варто назвати виробничі процеси, організаційні системи тощо.

**Абстрактна модель** – це опис досліджуваного об'єкта певною мовою. Абстрактність моделі виявляється в тому, що її компонентами є поняття, а не фізичні елементи. Наприклад, словесні описи, креслення, схеми, графіки, таблиці, алгоритми або програми, математичні описи. Абстрактні моделі поділяють на гносеологічні, інформаційні, сенсуальні, концептуальні й математичні.

**Гносеологічні моделі** спрямовано на вивчення об'єктивних законів природи, наприклад, моделі сонячної системи, біосфери, Світового океану, катастрофічних явищ природи.

**Інформаційні моделі** описують поведінку об'єкта – оригіналу, але не копіюють його.

*Сенсуальні – це моделі якихось почуттів, емоцій або моделі, що впливають на почуття людини, наприклад малярство, музика, поезія.*

*Концептуальна – це абстрактна модель, яка виявляє причинно-наслідкові зв'язки, притаманні досліджуваному об'єкту, істотні в межах певного дослідження. Основне її призначення – виявлення набору причинно-наслідкових зв'язків, які необхідно урахувати для отримання потрібних результатів. Один і той самий об'єкт можна подавати різними концептуальними моделями, що їх будують залежно від мети дослідження.*

*Математичною моделлю системи називають її опис формальною мовою, що дозволяє робити висновки про певні риси поведінки цієї системи за допомогою формальних процедур над її описом.*

Оскільки математичний опис не може бути всеохопним та ідеально точним, то математичні моделі описують не реальні системи, а їх спрощені (гомоморфні) моделі. Математична модель має форму функціональних залежностей між параметрами, що їх ураховує відповідна концептуальна модель. Ці залежності конкретизують причинно-наслідкові зв'язки, виявлені в концептуальній моделі, які і характеризують їх кількісно.

Математична мова може бути аналітичною (рівняння), графічною (графіки, структурні схеми, графи), матрицевою і табличною.

Наприклад, графік залежності загасальних синусоїдних коливань від часу є абстрактною моделлю вільних коливань маятника, яка може бути подана графічною мовою опису. Різні досліджувані явища можуть мати однаковий математичний опис. Наприклад, електричний коливальний контур і пружинний маятник описують однаковими рівняннями.

Створюючи модель, дослідник вирізняє її як об'єкт вивчення з навколишнього середовища і буде її формальний опис відповідно до поставленої мети, завдань та наявних можливостей. Надалі він аналізує систему через поведінку, властивості і стан моделі, можливі зміни, дозволені й заборонені форми існування тощо.

### 2.3. Об'єкт моделювання – технічна система

Для загального опису технічної системи зручно користуватись кібернетичним підходом, пов'язаним з поняттям «чорна скринька» (рис. 2.4) [31].

У ролі технічної системи можуть бути фізичні та абстрактні (віртуальні) об'єкти, процеси та ін. Так, процес – це об'єкт, внутрішня будова якого невідома для розгляду системи, а дослідник спостерігає тільки за вхідними й вихідними процесами.

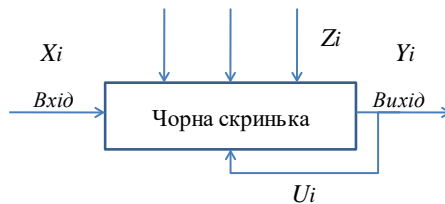


Рис. 2.4. Кібернетична модель технічної системи

Прикладом характерних технічних систем і функцій, які вони виконують, є дві характерні технічні системи (рис. 2.5).

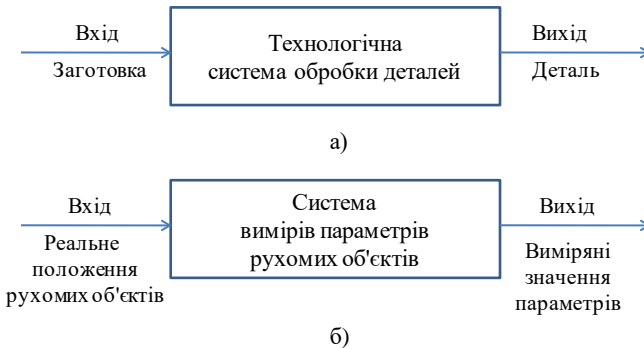


Рис. 2.5. Приклади технічних систем:  
а – оброблювальна система; б – вимірювальна система

Для математичного моделювання показаних на рис. 2.5 технічних систем математична модель повинна мати такі

структурні елементи:

- **обмеження системи** – граничні значення, які накладаються на параметри функціонування технічної системи;
- **цільову функцію**, яка виражає залежність ефекту функціонування технічної системи від регульованого параметра;
- **вхідні параметри** – сукупність вхідних показників процесу, які визначають зміст та властивості технічної системи під час її моделювання;
- **вихідні параметри** – кількісні та якісні показники системи (продуктивність, точність, якість, собівартість), які характеризують функціонування системи та залежать від сумарної дії зовнішніх факторів, вхідних параметрів;
- **керувальні параметри** – чинять пряму дію на нестабільність і дозволяють керувати роботою технічної системи;
- **збурювальні параметри** – постійно вимірювані параметри, які впливають на вихідні параметри.

Під **об'єктом моделювання** розуміють технічну систему, яка підлягає вивченню або оптимізації. Основною властивістю об'єкта дослідження є його складність, яка визначається кількістю станів, у яких може перебувати об'єкт. Різний стан технічної системи відповідає, наприклад, стану вимірювального приладу з визначеними властивостями (точністю, швидкістю та ін.).

Структурну схему об'єкта моделювання показано на рис. 2.6.

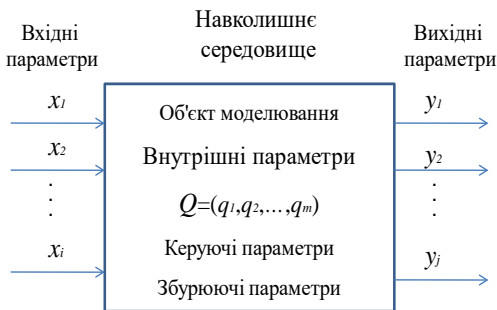


Рис. 2.6. Структурні елементи об'єкта моделювання



У загальному вигляді математична модель об'єкта записується таким чином:

$$Y = F(X, Q),$$

де  $Y$  – вектор вихідних параметрів  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_j)$ ;  $Q$  – вектор внутрішніх параметрів  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ ;  $X$  – вектор зовнішніх (вхідних) параметрів  $X = (x_1, x_2, \dots, x_i)$ .

Потрібно пам'ятати, що будь-який об'єкт не може існувати відособлено, без взаємозв'язку з іншими об'єктами (навколишнім середовищем). Для процесу вимірювання елементами навколишнього середовища є температура, вимірювальний прилад чи система, швидкість руху елементів приладу та ін. Для виконання процесу вимірювання – це вимірювальний пристрій (система), допоміжний інструмент, елементи пристосування та ін.

Важливою характеристикою об'єкта дослідження є його керованість. *Керованим* є такий об'єкт, який дослідник може перемістити в будь-який із станів і підтримувати його протягом певного часу із заданою точністю. Об'єкти, для яких вказана вимога не виконується, є *некерованими*.

Властивість керованості об'єкта дозволяє проводити «активні» експерименти, які полягають у безпосередньому впливі на об'єкт за бажанням експериментатора. «Активний» експеримент найчастіше використовується в лабораторних дослідженнях.

У більшості випадків функціонуючі промислові об'єкти не забезпечують можливості активного впливу. У такій ситуації здійснюється пасивне спостереження за об'єктом і фіксація зацікавлених параметрів без безпосереднього впливу на їх, тобто здійснюється «пасивний» експеримент. Іноді можна досліджувати роботу діючих промислових об'єктів у різних станах, близьких за значенням, тобто експериментатор може «варіювати» об'єкт навколо одного з його станів. Такий експеримент називають активно-пасивним, а планування експериментів на промислових об'єктах – еволюційним.

Важливою властивістю об'єкта дослідження є ступінь відтворення результатів, для оцінювання якої необхідно в одному й тому ж стані об'єкта у різні моменти часу провести декілька серій експериментів, які в плануванні експерименту називають паралельними. Для запобігання впливу на результати різних

похибок, зумовлених з порядком проведення експериментів у серії, номер експерименту призначається випадково.

Для математичного моделювання будемо використовувати математичні моделі об'єкта дослідження. Під математичною моделлю розуміють рівняння, яке пов'язує параметр оптимізації з факторами. Цей вираз у загальному вигляді можна записати так:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k),$$

де  $k$  – кількість факторів;  $f(X)$  – функція відгуку.

Кожний фактор може набувати під час експерименту одне з декількох значень. Такі значення називають рівнями. Фактор може набувати нескінченно багато значень (нескінченний ряд), але на практиці точність, з якою виявляються ці значення, обмежена. Тому можна вважати, що будь-який фактор має певну кількість дискретних рівнів.

Фіксована кількість рівнів факторів (установлення кожного фактора на певний рівень) визначає одне з можливих станів «чорної скриньки». Одночасно це є умови проведення одного з можливих експериментів. Якщо перебрати всі можливі варіанти станів, то отримаємо множину різних станів «чорної скриньки». Це буде можлива кількість різних експериментів.

Щоб визначити кількість різних станів, достатньо кількість рівнів факторів піднести до степеня, що дорівнює кількості факторів  $k$ :

$$N = p^k, \quad (2.1)$$

де  $N$  – кількість станів;  $p$  – кількість рівнів факторів,  $k$  – кількість факторів.

Проте для планування експерименту важливо знати властивості об'єкта дослідження. Розглянемо основні вимоги, які треба брати до уваги. Перша вимога полягає у відтворенні на об'єкті результатів експерименту. Виберемо деякі рівні для всіх факторів і в цих умовах проведемо експеримент. Повторимо його декілька разів через неоднакові проміжки часу та порівняємо значення параметра оптимізації. Розкид цих значень характеризує

відтворення результатів. Якщо він не перевищує заданої величини (вимог до точності експерименту), то об'єкт задовольняє вимогу відтворення, а якщо перевищує – не задовольняє. Будемо розглядати лише такі об'єкти, для яких вимога відтворення виконується.

Планування експерименту передбачає активне втручання в процес і можливість вибору в кожному експерименті потрібних рівнів факторів. Такий експеримент називається активним. Об'єкт, на якому можливий активний експеримент, називають керованим. Це друга вимога до об'єкта дослідження.

Поняття «об'єкт дослідження» потребує точного формального визначення. Для цього запропоновано використовувати кібернетичне поняття «чорної скриньки» – модель об'єкта. Експериментатор, який почав використовувати методи планування експерименту, повинен уміти формулювати завдання в термінах «чорної скриньки».

Входи «чорної скриньки» називаються факторами. Кожен фактор може набувати певну кількість різних значень – рівнів. Сукупність таких рівнів усіх факторів визначає можливий стан «чорної скриньки» та умови одного з можливих експериментів.

Сукупність усіх можливих станів визначає складність «чорної скриньки» та загальну кількість можливих експериментів.

Результати експерименту використовуються для відтворення математичної моделі об'єкта дослідження, що має вигляд рівняння, яке пов'язує параметри оптимізації та фактори. Таке рівняння називають функцією відгуку.

Використання всіх можливих експериментів для створення моделі призводить до абсурдно великої їх кількості. Вибір необхідної кількості експериментів, методів математичного оброблення їх результатів та прийняття рішень є завданням планування експерименту. Однією зі складових цього завдання є планування екстремального експерименту, тобто експерименту, поставленого з метою пошуку оптимальних умов об'єкта, за яких він функціонує. Планування екстремального експерименту – метод вибору мінімальної кількості експериментів, необхідних для пошуку оптимальних умов.

## 2.4. Аналіз та класифікація факторів

Після вибору параметрів оптимізації приступають до вибору засобів впливу на об'єкт дослідження, тобто факторів – незалежних змінних величин, які можуть впливати на об'єкт дослідження.

**Фактором** називають засіб впливу на об'єкт дослідження, тобто змінну величину, яка вимірюється і набуває певного значення у певний момент часу. Кількість факторів для технічних досліджень необмежена, що різко збільшує кількість дослідів і витрат на їх проведення.

Як і параметр оптимізації, кожний фактор має область визначення, схему якої показано на рис. 2.7.

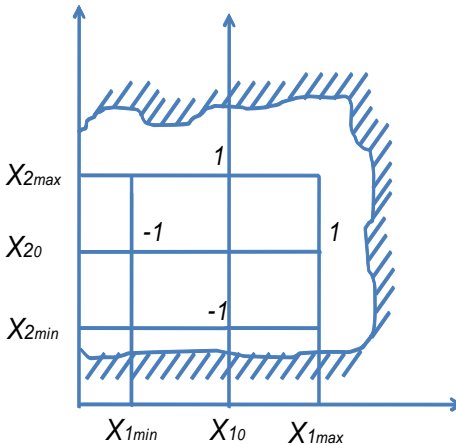


Рис. 2.7. Схематичне зображення області визначення факторів

Будемо вважати, що фактор задано, якщо разом з його назвою вказано область його визначення.

Під областю визначення розуміють сукупність усіх значень, яких може набути цей фактор.

Область визначення може бути безперервною та дискретною. На практиці завдання області визначення факторів, як правило, обмежені. Обмеження можуть мати

принциповий, технічний або техніко-економічний характер.

Принципові обмеження – це такі обмеження, які не можуть бути порушеними ні за яких обставин.

Технічні обмеження попереджають про можливість пошкодження окремих елементів технічної системи. Технічні обмеження визначаються конкретними умовами проведення процесу, наприклад, обладнанням, технологією та ін.

Техніко-економічні міркування враховують витрати на

проведення експериментів або виходять з реальних можливостей конкретного виробництва чи лабораторії (наявність устаткування, інструмента, оснащення, апаратури, характеру досліджуваного процесу).

В області визначення фактор може мати декілька значень, які відповідають кількості його станів. Такі фіксовані значення фактора називаються рівнями варіювання.

У загальному випадку рівнів варіювання може бути скільки завгодно. Вони визначаються постановкою задачі, видом фактора, точністю його фіксування, передбачуваною складністю об'єкта. Тоді загальну кількість різних станів об'єкта чи процесу, що реалізуються при їх дослідженні (загальну кількість експериментів  $N$ ), можна визначити за такою залежністю:

$$N = \prod_{i=1}^k p_i, \quad (2.2)$$

де  $k$  – кількість досліджуваних факторів;  $p_i$  – кількість рівнів варіювання  $i$ -го фактора.

Якщо всі фактори мають однакову кількість рівнів варіювання, тобто  $p_i = p$ , то формула (2.2) набуває вигляду (2.1).

Аналіз цих залежностей показав, що зі збільшенням  $k$  різко зростає загальна кількість серій дослідів  $N$  і збільшуються витрати на їх проведення. Тому, якщо  $k > 10$ , потрібно застосовувати різні статистичні методи з вилучення істотних факторів.

Різниця між двома значеннями фактора називається інтервалом варіювання. Його величина залежить від завдань дослідження і точності вимірювальної апаратури. Надмірне збільшення чи зменшення інтервалу варіювання призводить до ускладнення плану експерименту та зниження ефективності пошуку оптимуму.

Експериментальні фактори – це розмірні величини, що мають різну розмірність та істотно розрізняються за абсолютною величиною. Використання їх під час аналізу результатів експерименту значно збільшує обсяг обчислювальних робіт та ускладнює інтерпретацію знайденої математичної моделі. Тому експериментальні фактори підлягають попередньому кодуванню, що є лінійним перетворенням

досліджуваного факторного простору.

Фактори можна поділити на керовані та некеровані; кількісні та якісні.

Усі змінні, що визначають поведінку і стан досліджуваної технічної системи незалежно від їх фізичного змісту поділяють на групи, як це показано на рис. 2.8.

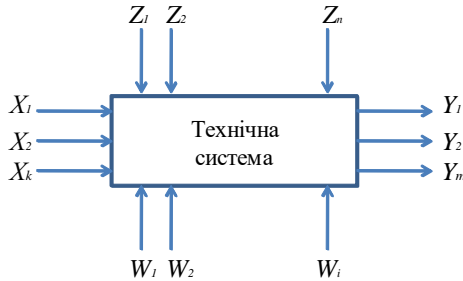


Рис. 2.8. Фактори, що впливають на технічну систему

**Керовані фактори**  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  – за їх допомогою заданий технічний режим реалізується й підтримується сталим протягом необхідного часу. До них належать режими різання у процесі механічної обробки деталі на металооброблювальному верстаті (глибина, подача, швидкість різання), геометричні параметри різального інструменту та ін.

**Некеровані контрольовані фактори**  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$  – які характеризують якість сировини чи проміжних продуктів, можливості технічних систем та підсистем. Вони не припускають цілеспрямованої зміни в ході експерименту. Початкову інформацію про значення цих змінних отримують у процесі попередніх досліджень та лабораторних аналізів. Змінні  $X$  і  $Z$  утворюють єдину групу контрольованих незалежних факторів досліджуваного процесу.

**Некеровані неконтрольовані фактори** ( $W = w_1, w_2, \dots, w_i$ ) – фактори, дію яких не можна врахувати під час експериментів. Під дією цих факторів істотно збільшується розсіювання результатів, тобто знижується точність і спостерігається

безперервна повільна зміна параметрів досліджуваного процесу та об'єкта.

Прикладом некерованого фактора є температура навколишнього середовища. Під час планування експерименту фактори повинні бути керованими.

Залежно від способу опису всі фактори поділяються на кількісні та якісні.

**Кількісні фактори** – це змінні величини, які можна оцінити кількісно, тобто виміряти, зважити.

**Якісні фактори** – це змінні величини, які характеризуються якісними властивостями. До них належать властивості матеріалів вимірювального об'єкта та приладів, охолоджувальної рідини; способи вимірювання, метролог, тип вимірювального приладу чи установки та ін.

Хоча цим факторам не відповідає числова шкала, але в деяких випадках їх можна трансформувати в кількісні, використовуючи умовну порядкову шкалу, числа якої відповідають рівням якісного фактора.

У деяких випадках межа між поняттям якісного та кількісного фактора дуже умовна.

## 2.5. Властивості експериментальних факторів

Експериментальні фактори мають задовольняти певні вимоги, тобто бути керованими, однозначними, сумісними й незалежними.

Керованість гарантує можливість вибору та підтримування потрібного значення експериментального фактора протягом усього дослідження, тобто дає змогу активно й безпосередньо впливати на об'єкт дослідження. Поява некерованих факторів значно збільшує похибку експерименту, створює велике «шумове» поле, спричиняє безперервну зміну досліджуваних факторів, що призводить до тимчасового дрейфу параметра оптимізації. Тому під час дослідження потрібно врахувати й оцінити вплив якомога більшої кількості некерованих контрольованих факторів, що гарантує підвищення якості й точності дослідження.

У процесі досліджень бажано оперувати з однозначними факторами, які характеризують безпосередній вплив на об'єкт, оскільки керувати складними факторами (відношенням довжини

вильоту заготовки до її діаметра або логарифмом будь-якої величини) важче. Проте складні фактори також можуть брати участь в експерименті.

Особливо важливою є вимога сумісності факторів, коли всі потрібні комбінації рівнів досліджуваних факторів можна безпечно реалізувати на практиці. Несумісність факторів зазвичай спостерігається на межах областей їх визначення, а тому усунути її в цих випадках можна лише за рахунок скорочення намічених областей визначення. Якщо несумісність факторів виявляється всередині областей визначення, то для її усунення необхідно розбити цю область на підобласті й розв'язати кілька паралельних завдань.

Вимога незалежності факторів передбачає можливість їх фіксації на будь-якому взятому рівні незалежно від рівнів інших факторів, тобто не повинно існувати лінійної кореляції між факторами. Уведення в експеримент кореляційних факторів, наприклад, сукупності кутів різця в плані ( $\varphi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varepsilon$ ) не сприяє отриманню нової інформації, оскільки один із факторів ( $\varepsilon = 180 - (\varphi + \varphi_1)$ ) не містить жодної додаткової інформації про досліджуваний об'єкт, але збільшує витрати часу й матеріалів. Тому, щоб оцінити наскільки тісний лінійний зв'язок між досліджуваними факторами, можна скористатися кореляційним аналізом.

Отже, фактори – це змінні величини, які відповідають засобам впливу зовнішнього середовища на об'єкт. Вони визначають як сам об'єкт, так і його стан. Вимоги до факторів: керованість та однозначність.

Керувати фактором означає встановити потрібне значення та підтримувати його сталим під час експерименту або змінювати за заданою програмою. У цьому полягає особливість «активного» експерименту. Планування експерименту можливе лише у випадку, коли фактори підпорядковуються рішення експериментатора.

Фактори повинні безпосередньо впливати на об'єкт дослідження. Важко керувати фактором, якщо він є функцією інших змінних, але в плануванні експерименту можуть брати участь складні фактори, такі, як логарифми, співвідношення та ін.

Вимогами до сукупності факторів є сумісність та відсутність лінійної кореляції. Обрана кількість факторів має бути досить



повною. Якщо будь-який значущий фактор пропущено, то це призведе до неправильного визначення умов або до великої похибки експерименту. Фактори можуть бути кількісними та якісними.

Точність фіксування факторів повинна бути високою. Значення точності визначається діапазоном зміни факторів.

Склад і кількість факторів визначає розмірність факторного простору, що вивчається. Тому вибір факторів – дуже відповідальний етап підготовки до планування експерименту. Від удалого вибору залежить успіх оптимізації, отримання достовірних та адекватних результатів.

Так, наприклад, будь-який процес вимірювання потрібно розглядати як складну технічну систему, на яку впливає багато різних факторів. Сила їх впливу на досліджувані вихідні параметри (продуктивність, точність, собівартість) різна й апіорі невідома. Тому в програму досліджень спочатку треба ввести всі фактори, виявлені на етапі аналізу даних з літературних джерел та виробничих даних, які справляють будь-який вплив на вихідні параметри.

Детально вивчити всі ці фактори майже неможливо через потребу проведення великої кількості експериментів та невиправданої витрати часу й матеріалів. Усунення зазначених недоліків потребує попереднього оцінювання сили впливу кожного фактора й формування на цій основі групи найістотніших факторів, які треба всебічно дослідити на подальших етапах.

Інтуїтивний добір істотних факторів досить суб'єктивний і може призвести до помилкових результатів. Тому на етапі попереднього дослідження широко використовуються статистичні методи підбору факторів, до яких належать:

- методи експертних оцінок, які ґрунтуються на статистичному обробленні даних, отриманих в результаті опитування спеціалістів або аналізу наукових досліджень;

- експериментальні методи, за допомогою яких можна оцінити внесок кожного фактора та їх взаємодій за результатами попередньої серії дослідів.

Точність статистичних висновків залежить від обсягу експериментальних робіт, що визначається типом взятого плану, кількістю проаналізованих факторів та їх взаємодій.

На етапі попередніх досліджень найчастіше застосовуються

ненасичені, насичені та наднасичені плани.

Ненасичені плани, для яких кількість степенів вільності  $k > 0$ ,  $k = N - k' > 0$ , де  $N$  – загальна кількість серій дослідів,  $k'$  – кількість значущих коефіцієнтів, дають можливість окремо оцінити значущість усіх досліджуваних факторів та їх взаємодій, але потребують проведення досить великої кількості експериментів.

До цієї групи планів належать різні дисперсійні плани а також повний і частковий факторні експерименти.

Насичені плани ( $k = N - k' = 0$ ) дозволяють оцінити значущість усіх лінійних коефіцієнтів рівняння регресії та потребують постановки такої кількості експериментів, яка строго відповідає кількості оцінюваних лінійних ефектів, включаючи вільний член. До цих планів належать плани Плакетта–Бермана, а також насичені репліки повного факторного експерименту.

Наднасичені плани забезпечують визначення істотних лінійних ефектів та парних взаємодій за від'ємної кількості степенів вільності ( $k = N - k' < 0$ ), тобто коли кількість досліджуваних факторів та їх взаємодій перевищує кількість дослідів. При цьому різко скорочуються витрати на проведення експериментів, але збільшується похибка визначення значущих коефіцієнтів рівняння регресії.

## 2.6. Методи відбору факторів експериментів

Під час відбору факторів потрібно розв'язувати компромісну оптимізаційну задачу, яка впливає з мети розроблення математичної моделі. З одного боку, дослідник прагне розглянути якомога більше факторів, з другого – не можна включати до розгляду всі фактори, оскільки буде отримана дуже складна модель (беруться до уваги найбільш значущі фактори). Відомо три основні методи проведення відсіювальних експериментів:

- 1) метод рангової кореляції;
- 2) метод дисперсного аналізу;
- 3) метод випадкового балансу.

Коротко розглянемо кожен із цих методів.

**Метод рангової кореляції** більш економічний щодо затрат матеріальних і трудових ресурсів, оскільки базується на

систематизації апріорної інформації, яку отримують з літературних довідників та з опитування фахівців. Метод рангової кореляції не потребує виконання натурних чи машинних експериментів, достатньо психологічного експерименту.

Послідовність виконання методу рангової кореляції:

1. Порівняльна оцінка впливу факторів – починається з розроблення анкети опитування фахівців. Уводиться операційне визначення фактора, яке містить абсолютне значення (номінал), розмірність, точність зміни цього фактора, інтервал зміни фактора, наявність інших факторів.
2. Заповнення анкети шляхом очного чи заочного опитування фахівців. Вони розміщують фактори в порядку спадання впливу на технічну систему (ранжування факторів).
3. Систематизація отриманої інформації: перевірка коректності відповідей та заповнення загальної анкети (табл. 2.1).
4. Оброблення результатів:
  - а) за кожним  $j$ -м фактором визначають суму рангів

$$A_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} ,$$

де  $a_{ij}$  – ранг  $j$ -го фактора за думкою  $i$ -го фахівця;  $m$  – кількість фахівців, які були опитані;

Таблиця 2.1

**Оброблення результатів опитування**

Фахівці, які були опитані	Фактори				
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_k$
1. Петренко					
2. Іваненко					
3. Василенко					
...					
$m$ . Симоненко					
Сума рангів $A = \sum a_{ij}$					
Відхилення від середньої суми рангів $\Delta(j) = A_j - T$					
Квадрати відхилень $\Delta(j)^2$					

б) обчислюють середню суму рангів

$$T = \frac{\sum_{j=1}^k A_j}{k},$$

де  $k$  – кількість факторів, включених в анкету;

в) визначають ступінь відповідності думок фахівців за коефіцієнтом конкордації  $W$ :

– для незв'язаних рангів

$$W = \frac{12S}{m^2(k^3 - k)},$$

де  $S$  – сума квадратів відхилень

$$S = \sum_{i=1}^m \Delta_{ji}^2;$$

– для зв'язаних рангів

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} m^2(k^3 - k) - mT},$$

$$T = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (t_{ij}^3 - t_{ij}),$$

де  $t_{ij} - j$ -е число однакових рангів в  $i$ -му ранжуванні.

Коефіцієнт  $W$  відображає ступінь взаємозв'язку ранжованими рядами і має такі властивості: змінюється від 0 до 1. Якщо  $W \rightarrow 0$  – зв'язок між рядами слабкий,  $W = 0$  – зв'язку немає,  $W \rightarrow 1$  – усі ряди проранжовані однаково. Значення  $W$  свідчить про наявність або відсутність зв'язку між думками спеціалістів;

г) перевіряють  $W$  за  $\chi^2$ -критерієм:

$$\chi^2 = m(k - 1)W.$$

Для п'ятивідсоткового рівня значущості та кількості степенів вільності  $f = k - 1$ , де  $f$  – кількість степенів вільності. Розрахункове значення порівнюють з табличним:

$$P = \left(1 - \frac{\alpha}{100}\right) \cdot 100,$$

де  $P$  – імовірність;  $\alpha$  – рівень значущості. У технічних дослідах користуються  $\alpha = 5 - 20\%$ .

Якщо  $\alpha = 5\%$ , то  $P = 95\%$ , якщо  $\alpha = 20\%$ , то  $P = 80\%$ .

Якщо  $\delta^2 < \chi_2^2$ , то  $\chi_2^2$  – табличне значення розподілу, що відповідає рівню значущості  $\alpha$ . За припущеної ймовірності можна констатувати, що існує визначення відповідності думок фахівців відносно ступеня впливу факторів на досліджуваний параметр.

д) визначають відповідність фахівців за кожним фактором.

Для зменшення кількості факторів

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k_i} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i},$$

де  $k_1$  – кількість інтервалів рангу;  $P_i$  – теоретично очікувані частоти для нуль-гіпотези про рівномірне ранжування;  $n_i$  – частоти для факторів, що спостерігаються (кількість рангів, які потрапляють в інтервал).

**Метод дисперсійного аналізу** потребує виконання певних статистичних вимог:

1. Розсіювання параметра оптимізації відбувається за законом нормального розподілу Гауса.
2. Дисперсії, що характеризують розсіювання випадкової змінної у кожній серії, однорідні.

Однорідність дисперсій  $\omega$  перевіряється розрахунком критеріїв та порівнянням його значення з табличним за вибраного рівня ймовірності

$$\omega = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^q a_{n-i+1} \left[ y_{n_i(n-i+1)} - y_{n_i} \right] \right\}^2}{\sum_{i=1}^{n_u} y_{n_0}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n_q} y_{n_i}}{n_u}},$$

де  $a_{n-i+1}$  – коефіцієнт, значення якого задані в таблиці залежності кількості паралельних дослідів та кількості серії дослідів;  $q = n_u / 2$  – за парної кількості паралельних дослідів;  $q = (n_u - 1) / 2$  – за непарної;  $y_{n_i}$  – величини з ранжованої вибірки значень залежної змінної для кожної серії дослідів, тобто  $y_{n_1} \leq y_{n_2} \leq \dots \leq y_{n_n}$ .

Якщо  $\omega_n \geq \omega_{\text{табл}}$  для вибраної ймовірності  $\alpha$ , то гіпотеза приймається, якщо  $\omega_n \leq \omega_{\text{табл}}$ , то гіпотеза відхиляється.

Гіпотезу про однорідність дисперсії при  $n_n = \text{const}$  можна перевірити за допомогою  $G$ -критерію Кохрена:

$$G = \frac{S_{n \max}}{\tau S_n^2}, \quad \tau \rightarrow r,$$

де  $S_n^2$  – дисперсія для кожної  $n$ -ї серії дослідів;  $S_{n \max}^2$  – максимальне значення дисперсії для досліджень.

Просторові дисперсії

$$S_n = \frac{1}{r-1} \cdot \sum_{j=1}^n (y_{n_j} - y_n)^2,$$

де  $y_{n_j}$  – результат вимірювання параметра оптимізації  $n$ -го рядка та  $j$ -го стовпця;  $y_n$  – середнє значення результатів досліджень для  $n$ -го дослідів.

Якщо  $G_{\text{табл}} > G$  і вибрано ймовірність  $\alpha$  та задано кількість дослідів і кількість степенів вільності  $k = n - 1$ , гіпотеза

однорідності дисперсії приймається.

Якщо  $G_{\text{табл}} < G$  гіпотеза однорідності дисперсії не приймається.

Дисперсія на однорідність при  $n_n \neq \text{const}$  перевіряється за критерієм Бартлета.

**Метод випадкового балансу** базується на застосуванні дисперсного аналізу та плануванні експерименту (за спеціальним планом). Фактори мають два рівні: верхній та нижній.

Кількість дослідів не перевищує кількості досліджуваних факторів і значення оцінюють за допомогою  $t$  - критерію Стьюдента.

Визначають важливість дії факторів на параметр оптимізації.

Проводять статистичну оцінку ефективності впливу факторів.

Використовують оцінку середньоквадратичних і середньоарифметичних значень. Для визначення відмінностей між двома дисперсіями обчислюють критерій Фішера:

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}.$$

Якщо  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ , де  $\sigma_1^2$  і  $\sigma_2^2$  – порівнювані дисперсії;  $F$  порівнюють з  $F_{\text{табл}}$ .

Обсяги вибірок  $N_1$  і  $N_2$  беруться до та після використання відповідних дій дослідника. Для перевірки гіпотези про рівність середньоквадратичних значень використовують критерій Стьюдента.

Якщо кількість вимірів більша за 25, то маємо:

$$t_\sigma = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{2N_1} + \frac{S_2^2}{2N_2}}}.$$

Якщо  $t_\sigma > 3$ , то гіпотеза про рівність середньоквадратичних значень відхиляється і дослід вважається ефективним.

## Запитання та завдання для поточного контролю

1. Які складові має технічна система як об'єкт дослідження?
2. Наведіть приклади технічних систем.
3. Поясніть сутність понять «елементи», «властивості» та «зв'язки» технічної системи.
4. За якими характеристиками класифікується структура системи?
5. Поясніть сутність поняття «структура технічної системи».
6. Дайте визначення поняття «технічна система».
7. Назвіть параметри технічної системи.
8. Поясніть сутність параметрів технічної системи.
9. Наведіть схеми процесів синтезу моделей технічних систем на підставі класичного підходу.
10. Наведіть схеми процесів синтезу моделей технічних систем на підставі системного підходу.
11. Наведіть визначення поняття «модель технічної системи».
12. Наведіть визначення поняття «моделювання».
13. Поясніть сутність понять «фізичні» та «абстрактні» моделі.
14. Назвіть види абстрактних моделей.
15. Наведіть визначення поняття «математична модель технічної системи».
16. Наведіть схему кібернетичної моделі технічної системи.
17. Поясніть сутність структурних елементів математичної моделі.
18. Наведіть схему структурних елементів об'єкта математичного моделювання.
19. Поясніть сутність поняття «фактор» як засобу впливу на об'єкт дослідження.
20. Назвіть види факторів та поясніть їх призначення.
21. Наведіть приклади факторів.
22. Назвіть основні вимоги до експериментальних факторів.



23. Поясніть послідовність використання методу рангової кореляції.
24. Поясніть метод дисперсійного аналізу.
25. Поясніть метод випадкового балансу.

## **ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 2**

### **Необхідно знати:**

1. Суб'єктивний та об'єктивний зміст поняття «технічна система».
2. Яким чином проводити системний аналіз та формалізований опис технічних систем.
3. Зміст формалізованого опису параметрів технічної системи як об'єкту подальшого математичного моделювання.
4. Можливості та переваги традиційного (класичного) підходу до розроблення математичних моделей.
5. Особливості та переваги системного підходу до розроблення математичних моделей технічних систем.
6. Взаємозв'язок структурних елементів об'єкта моделювання: вхідних, внутрішніх, керувальних, збудувальних та вихідних параметрів.
7. Особливості вибору засобів впливу (факторів) на технічну систему.
8. Технічні вимоги до експериментальних факторів: керованість, однозначність, сумісність та незалежність.
9. Послідовність застосування методу рангової кореляції під час проведення відсіювальних експериментів.
10. Статистичні вимоги та послідовність застосування методу дисперсійного аналізу під час проведення відсіювальних експериментів.
11. Послідовність застосування методу випадкового балансу під час проведення відсіювальних експериментів.
12. Основи теорії планування експерименту.

### Слід запам'ятати:

1. Визначення структурних складових об'єкта «технічна система»: елементи, властивості, зв'язки, структура системи.
2. Визначення понять «технічна система» та її параметрів: вхідних, керувальних, збурювальних, вихідних.
3. Відмінні особливості традиційного та системного підходів до математичного моделювання.
4. Визначення процесу моделювання, видів моделей, а також самого поняття «математична модель системи».
5. Визначення структурних елементів математичної моделі технічної системи: обмеження системи, цільової функції, вхідних, вихідних, керувальних і збурювальних параметрів.
6. Визначення та особливості застосування керованих і некерованих, кількісних і якісних факторів.
7. Розрахунки з відбору факторів експериментів за методом рангової кореляції.
8. Розрахунки з відбору факторів експериментів за методом дисперсійного аналізу.
9. Розрахунки з відбору факторів експериментів за методом випадкового балансу.
10. Формули:

$V = F(X, Q)$  – загальна математична модель об'єкта моделювання;

$A_j = \sum_{i=1}^m a_{ij}$  – сума рангів кожного  $j$ -го фактора;

$T = \frac{\sum_{j=1}^k A_j}{k}$  – середня сума рангів;

$W = \frac{12S}{m^2(k^3 - k)}$  – ступінь відповідності думок фахівців за

коефіцієнтом конкордації  $W$  для незв'язаних рангів;

$$S = \sum_{i=1}^m \Delta_{ji}^2 \quad - \text{сума квадратів відхилень};$$

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} m^2 (k^3 - k) - mT}, \quad T = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (t_{ij}^3 - t_{ij}) \quad - \text{ступінь}$$

відповідності думок фахівців за коефіцієнтом конкордації  $W$  для зв'язаних рангів;

$$\chi^2 = m(k-1)W \quad - \text{перевірка } W \text{ за } \chi^2\text{-критерієм};$$

$$P = \left(1 - \frac{\alpha}{100}\right) 100 \quad - P - \text{імовірність, } \alpha - \text{рівень значущості};$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k_i} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad - \text{відповідність фахівців за кожним}$$

фактором;

$$\omega = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^q a_{n-i+1} [y_{n_i(n-i+1)} - y_{n_i}] \right\}^2}{\sum_{i=1}^{n_u} y_{n_0}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n_q} y_{n_i}}{n_u}} \quad - \text{однорідність дисперсій } \omega ;$$

$$G = \frac{S_{n_{\max}}}{\tau S_n^2}, \quad \tau \rightarrow r \quad - \text{перевірка гіпотези про однорідність}$$

дисперсії при  $n_n = \text{const}$  за допомогою  $G$ -критерія Кохрена;

$$S_n = \frac{1}{r-1} \sum_{j=1}^n (y_{n_j} - y_n)^2 \quad - \text{просторова дисперсія } S_n ;$$

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad - \text{критерій Фішера};$$

$$t_\sigma = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{2N_1} + \frac{S_2^2}{2N_2}}} \quad - \text{критерій Стьюдента.}$$

## **Треба вміти:**

1. Визначати досліджуваний чи проєктований об'єкт як технічну систему.
2. Проводити формалізований опис параметрів об'єкта «технічна система».
3. Визначати поняття: моделювання, фізична модель, абстрактна, гносеологічна, інформаційна, сенсуальна, концептуальна, математична модель системи.
4. Зображати структурні елементи математичної моделі об'єкта моделювання.
5. Визначати поняття: обмеження системи, цільова функція, вхідні, вихідні, керувальні та збурювальні параметри.
6. Проводити вибір та визначати в ході експериментальних досліджень фактори, що впливають на технічну систему.
7. Застосовувати метод рангової кореляції для відбору факторів експерименту.
8. Застосовувати метод дисперсійного аналізу для відбору факторів експерименту.
9. Застосовувати метод випадкового балансу для відбору факторів експерименту.

## 3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

### 3.1. Класифікація математичних моделей

Математичні моделі будують на підставі встановлених дослідником законів та закономірностей, базуючись на теоріях та методах фундаментальних (фізика, математика, економіка та ін.) і прикладних (інформаційно-вимірювальні системи, гідравліка, інформаційні технології тощо) наук. Математичні моделі можна згрупувати за допомогою трьох основних критеріїв:

- 1) поведінки моделей у часі;
- 2) виду вхідної інформації, параметрів і виразів, які складають математичну модель;
- 3) типу математичного апарату.

Розглянемо детальніше класифікацію видів математичної моделі за кожним із вказаних критеріїв.

*Критерій 1.* Математичні моделі бувають:

- динамічними (час відіграє роль незалежної змінної і поведінка системи змінюється в часі);
- статичними (поведінка системи не залежить від часу);
- квазістатичними (поведінка системи змінюється від одного статичного стану до іншого залежно від зовнішнього впливу).

*Критерій 2.* Якщо елементи математичної моделі встановлені досить точно і поведінку системи можна визначити, то математична модель детермінована, у протилежному випадку – стохастична. Якщо інформація й параметри є безперервними величинами, а математичні зв'язки постійними, то математична модель безперервна, в протилежному випадку – дискретна.

*Критерій 3.* Математичні моделі можуть мати лінійні та нелінійні складові залежно від математичної проблеми:

- рівняння (алгебричні, диференціальні тощо);
- апроксимаційні задачі (інтерполяції, екстраполяції, числового інтегрування та диференціювання);
- задачі оптимізації;
- стохастичні задачі.

Розглянуті математичні моделі зображено на рис. 3.1.

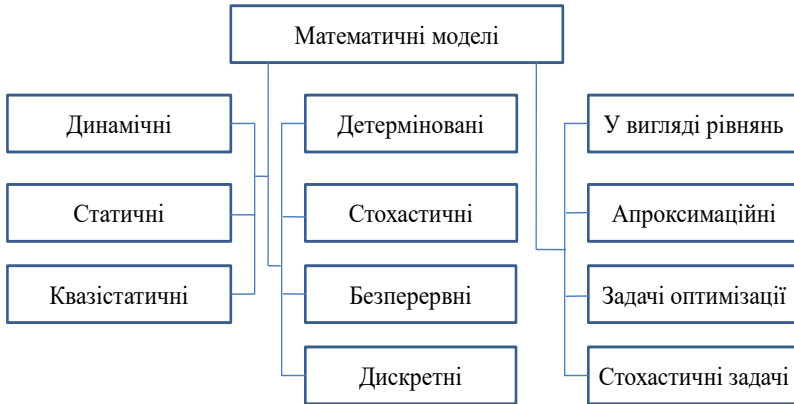


Рис. 3.1. Види математичних моделей

Класифікація в будь-якій галузі знань надзвичайно важлива. Вона дозволяє узагальнити нагромаджений досвід, упорядкувати поняття предметної галузі. Не є винятком у цьому значенні і математичне моделювання. Види математичних моделей за різними ознаками класифікації наведено в табл. 3.1. Класифікація математичних моделей може бути застосована до будь-яких об'єктів. Розглянемо особливості різних видів моделей стосовно об'єкта – технічної системи.

*Математичні моделі на мікрорівні виробничого процесу відображають фізичні процеси.* Наприклад, при вимірюванні під час дій приладу чи людини (структурна частина процесу).

*Математичні моделі на макрорівні виробничого процесу описують в цілому робочі процеси як сукупність дій.*

*Математичні моделі на метарівні виробничого процесу описують такі технічні системи, як вимірювальна лабораторія або ділянка в цілому.*

*Структурні математичні моделі використовують для відображення структурних властивостей об'єктів.* Наприклад, для подання структури технологічного процесу чи операції складання приладів застосовують структурно-логічні моделі [32].

Таблиця 3.1

## Класифікація математичних моделей

Ознаки класифікації	Види математичних моделей
1. Належність до ієрархічного рівня	1. Моделі мікрорівня 2. Моделі макрорівня 3. Моделі метарівня
2. Характер властивостей об'єкта, що відображаються	1. Структурні 2. Функціональні
3. Спосіб подання властивостей об'єкта	1. Аналітичні 2. Алгоритмічні 3. Імітаційні
4. Спосіб отримання моделі	1. Теоретичні 2. Емпіричні
5. Особливості поведінки об'єкта	1. Детерміновані 2. Стохастичні

*Функціональні математичні моделі* призначені для відображення інформаційних, фізичних, часових процесів, що перебігають у працюючому обладнанні, в ході виконання технологічних процесів та ін.

*Аналітичні математичні моделі* є явними математичними виразами вихідних параметрів як функцій від вхідних та внутрішніх параметрів. Аналітичне моделювання ґрунтується на непрямому описі модельованого об'єкта за допомогою набору математичних формул. Мова аналітичного опису містить такі основні групи семантичних елементів: критерії, невідомі дані, математичні операції, обмеження. Найсуттєвіша характеристика аналітичних моделей полягає в тому, що модель не є структурно подібною до об'єкта моделювання. Під структурною подібністю тут розуміється однозначна відповідність елементів і зв'язків моделі елементам і зв'язкам об'єкта моделювання. До аналітичних належать моделі, побудовані на основі апарату математичного програмування, кореляційного, регресійного аналізу. Аналітичні моделі є ефективним інструментом для розв'язання задач оптимізації процесів, які відбуваються в технічних системах, а також для оптимізації та обчислення характеристик самих технічних систем.

Важливою є розмірність конкретної аналітичної моделі. Часто для реальних технічних систем (вимірювальних приладів, комп'ютерних систем) розмірність їх аналітичних моделей така велика, що отримання оптимального розв'язку виявляється дуже складним обчислювальним процесом. Для підвищення обчислювальної ефективності в цьому випадку використовують різні прийоми. Один з них полягає в розбитті задачі великої розмірності на підзадачі меншої розмірності так, щоб автономні розв'язки підзадач в певній послідовності становили розв'язки основної задачі. При цьому виникають проблеми організації взаємодії підзадач, які не завжди виявляються простими. Інший прийом припускає зменшення точності обчислень, за рахунок чого вдається скоротити час розв'язання задачі.

*Алгоритмічні математичні моделі виражають зв'язки між вхідними, вихідними та внутрішніми параметрами у вигляді алгоритму.*

*Імітаційні математичні моделі – це алгоритмічні моделі, які відображають розвиток процесу (поведінка об'єкта дослідження) в часі при задані зовнішніх дій на процес (об'єкт). Наприклад, це моделі систем масового обслуговування, задані в алгоритмічній формі.*

Імітаційне моделювання ґрунтується на описі об'єкта моделювання. Істотною характеристикою таких моделей є структурна подібність об'єкта та моделі. Це означає, що кожному істотному з погляду розв'язуваної задачі елементу об'єкта ставиться у відповідність елемент моделі. При побудові імітаційної моделі описуються закони функціонування кожного елемента об'єкта та зв'язки між ними.

Робота з імітаційною моделлю полягає в проведенні імітаційного експерименту. Процес, що перебігає в моделі в ході експерименту, подібний до процесу в реальному об'єкті. Тому дослідження об'єкта на його імітаційній моделі зводиться до вивчення характеристик процесу, що відбувається в ході експерименту.

Важливою особливістю імітації є можливість керувати масштабом часу. Динамічний процес в імітаційній моделі перебігає в системному часі. Системний час імітує реальний час. При цьому розрахунок системного часу в моделі можна виконувати двома



способами. Перший спосіб полягає в «русі» за часом з постійним кроком, другий – у «русі» за часом від події до події, при цьому вважається, що в проміжках часу між подіями в моделі змін не відбувається.

*Теоретичні математичні моделі створюються в результаті дослідження об'єктів (процесів) на теоретичному рівні. Наприклад, існують вирази для сил різання, які отримані на основі узагальнення фізичних законів. Але вони не прийнятні для практичного використання, оскільки дуже громіздкі та не зовсім адаптовані до реальних процесів оброблення матеріалів.*

*Емпіричні математичні моделі створюються в результаті проведення експериментів (вивчення зовнішніх проявів властивостей об'єкта за допомогою вимірювання його параметрів на вході та виході) та оброблення їх результатів методами математичної статистики.*

*Детерміновані математичні моделі описують поведінку об'єкта з позицій повної визначеності в теперішньому часі і майбутньому. Приклади таких моделей: формули фізичних законів, процеси вимірювання деталей та ін.*

*Стохастичні математичні моделі враховують вплив випадкових факторів на поведінку об'єкта, тобто оцінюють його майбутнє з позицій імовірності тих або інших подій. Приклади таких моделей: опис очікуваних довжин черг в системах масового обслуговування, очікуваних обсягів випуску надпланової продукції виробничою дільницею, точність розмірів у партії деталей з урахуванням явища розсіювання тощо.*

### **3.2. Вимоги до математичних моделей**

**Побудована математична модель технічної системи повинна відповідати таким вимогам:**

- достатній точності;
- адекватності;
- економічності та простоти;
- забезпечуваності необхідної надійності;
- універсальності;
- мати стандартну форму;
- чіткості поставленого завдання;

- обов'язковій вираженості взаємозв'язків і взаємозалежностей у формальному вигляді.

Розглянемо детальніше основні з цих вимог.

**Точність математичної моделі** оцінюється ступенем збіжності значень вихідних параметрів реального об'єкта та значень тих самих параметрів, які розраховані за допомогою моделі.

Припустимо, що властивості об'єкта відображені в математичній моделі оцінюються вектором вихідних параметрів  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ ,  $y_{i,m}$  –  $i$ -й параметр, розрахований за допомогою математичної моделі, а  $y_{i,d}$  – дійсне значення цього параметра.

Тоді відносна похибка математичної моделі за  $i$ -м параметром

$$E_i = \frac{|y_{i,d} - y_{i,m}|}{y_{i,d}} \quad (3.1)$$

За формулою (3.1) розраховуються похибки для кожного вихідного параметра, у результаті вектор похибок  $E = (E_1, E_2, \dots, E_m)$ . У цілому для математичної моделі похибка оцінюється таким чином:

$$\overset{\circ}{A}_{i,i} = \max_3 E_i, \quad 3 = \overline{3, m} \quad (3.2)$$

Наприклад, оцінимо похибку для математичної моделі (3.2). Вектор вихідних параметрів  $Y = (P_X, P_Y, P_Z)$ . Припустимо, що  $E_{PX} = E_1 = 0,05$ ,  $E_{PY} = E_2 = 0,07$ ,  $E_{PZ} = E_3 = 0,03$ , тоді в цілому похибка математичної моделі  $\overset{\circ}{A}_{i,i} = \max_3 E_i = 0,07$ .

**Адекватність математичної моделі** – це її здатність відображати задані властивості об'єкта з похибкою, не більшою від заданої.

Оскільки вихідні параметри моделі є функцією  $Y=F(X,Q)$  від внутрішніх і вхідних параметрів, то і точність моделі залежить від їх значень. Адекватність моделі характерна в обмеженій області зміни внутрішніх і вхідних параметрів. Якщо позначити область

адекватності як  $OA$ , то

$$OA = \{X, Q / E_{i,1} \leq \delta\}, \quad (3.3)$$

де  $\delta$  – задане число.

**Економічність математичної моделі** характеризується витратами обчислювальних ресурсів на її реалізацію. Якщо робота з математичною моделлю виконується вручну, то її економічність визначається витратами робочого часу проектувальника. Якщо модель використовується в автоматизованому проектуванні – витратами машинного часу та пам'яті комп'ютера. Оскільки вказані величини визначаються характеристиками конкретного комп'ютера, то використовувати їх для оцінювання економічності математичної моделі не коректно. Тому економічність самої математичної моделі оцінюють за іншими величинами, а саме:

- середньою кількістю операцій, виконуваних на одне звернення до математичної моделі;
- розмірністю системи рівнянь у математичній моделі;
- кількістю внутрішніх параметрів, використовуваних у моделі та ін.

**Надійність математичної моделі** – забезпечення безпечної роботи з нею, правильність отриманих результатів, оптимального інтервалу розбіжності результатів моделювання з реальними показниками технічної системи.

**Універсальність математичної моделі** характеризує повноту відображення в ній властивостей реального об'єкта. Математична модель відображає не все, а лише деякі властивості реального об'єкта. Наприклад, формули для сил різання не враховують температуру навколишнього повітря, вогкість, економічні параметри та ін.

У протилежному випадку використання універсальних машинних методів оброблення математичної моделі за допомогою комп'ютера ускладнюється.

До математичних моделей ставляться також допоміжні вимоги, серед яких слід виокремити такі:

1. **Обчислюваність** – можливість ручного або за допомогою комп'ютера дослідження якісних і кількісних

*закономірностей функціонування об'єкта (технічної системи).*

2. **Модульність** – відповідність конструкцій моделі структурним складовим об'єкта (технічної системи).
3. **Алгоритмізованість** – можливість розроблення відповідних алгоритму і програми, що реалізовує математичну модель на комп'ютері.
4. **Наочність** – зручне візуальне сприйняття моделі користувачем.

Зазвичай модель виникає як необхідний етап вирішення конкретного завдання. Проте надалі може відбуватися відособлення моделі від завдання і модель починає жити самостійно. Як приклад можна навести сюжет руху з постійною швидкістю, який виникав у людській діяльності так часто, що зрештою відокремився від завдань і став таким, що становить суть фізичного знання, названого «рівномірний прямолінійний рух». Тепер у разі потреби вирішити завдання, пов'язане з рівномірним рухом, користуються цією готовою моделлю процесу. У одних завданнях результатом може виявитися час, у других – пройдений шлях, у третіх – швидкість. Решта параметрів моделі процесу стане початковими даними.

### 3.3. Структурні елементи математичних моделей

За структурою математична модель має такі елементи:

1. **Об'єкт моделювання** – це суцільна технічна система або її складові структурні частини (підсистеми).
2. **Постійні параметри** – величини, які в процесі всього моделювання залишаються незмінними.
3. **Змінні параметри** – величини, значення яких потрібно знайти у результаті розв'язання задачі за допомогою математичного моделювання.
4. **Критерій оптимальності** – показник міри ефективності досліджуваної технічної системи, величина якого при екстремальному значенні цільової функції (максимальному чи мінімальному) визначає оптимальний розв'язок для заданих умов тобто оптимальне значення змінних параметрів моделі.

5. **Обмеження** – області можливих значень змінних умов за заданих конкретних умов технічної системи, що вивчається і для якої знаходиться оптимальний розв'язок.
6. **Цільова функція** пов'язує критерій оптимальності зі змінними та постійними параметрами. У процесі створення моделей відбувається пошук оптимального розв'язку та визначення таких значень змінних параметрів, які надають цільовій функції мінімаксного значення.

Розглянемо для прикладу математичне моделювання процесу вимірювання деталей працівниками відділу технічного контролю механічного цеху приладобудівного підприємства. У загальному вигляді математична модель планування процесу контролю деталей може мати такий вигляд:

$$F = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} d_{11}x_1 + \dots + d_{1m}x_m &\leq b_1; \\ d_{21}x_1 + \dots + d_{2m}x_m &\leq b_2; \\ d_{k1}x_1 + \dots + d_{km}x_m &\leq b_k; \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$x_{ij} \geq 0; \quad i = \overline{1, k}; \quad j = \overline{1, m}, \quad (3.6)$$

де  $F$  – загальна трудомісткість контролю всіх деталей, норма-год.;  $m$  – кількість видів деталей;  $k$  – кількість видів контрольно-вимірювального обладнання;  $d_{ij}$  – норма часу (трудомісткість) на контроль  $j$ -го виду деталей в  $i$ -й групі обладнання, норма-год.;  $x_j$  – кількість деталей  $j$ -го контролюваного виду;  $b_i$  – фонд часу роботи  $i$ -ї групи обладнання, норма-год.

Змінними параметрами в моделі є кількість деталей кожного контролюваного виду. Постійні параметри – це кількість видів деталей  $m$ , кількість груп обладнання  $n$ , норма часу на контроль кожного виду деталей у відповідній групі обладнання  $d_{ij}$  та фактичний час роботи кожної групи контрольно-вимірювального обладнання  $b_i$ .

Критерієм оптимальності в моделі є загальна трудомісткість контролю всіх видів деталей  $F$ .

Вираз (3.4) є цільовою функцією. Обмеженнями в моделі є нерівності (3.5) і (3.6). Так, обмеження (3.6) свідчить про те, що кількість деталей може дорівнювати нулю або бути тільки додатною. Обмеження (3.5) відображає області оптимізації задачі і вказує на те, що трудомісткість контролю усіх видів деталей у відповідній групі обладнання не повинна перевищувати відповідного ліміту часу.

Для побудови математичної моделі найважливішим є правильний вибір параметрів, умов їх обмежень та цільових функцій. Наприклад, для контролю деталей на контрольно-вимірювальному обладнанні основними параметрами є габаритні, точнісні, температурні та інші параметри контрольно-вимірювального обладнання.

Основними обмеженнями є допустимі похибки розмірів, форми та взаємного розміщення оброблюваних поверхонь, а також вимоги до шорсткості поверхні, її твердості та ін.

Цільова функція – це певний узагальнювальний техніко-економічний показник. Він відображає кількісний та якісний впливи кожного з параметрів на критерій оптимальності.

При оптимізації процесу контролю деталей на контрольно-вимірювальному обладнанні цільовою функцією може бути найменша технологічна собівартість, максимальна продуктивність та узагальнений показник найменших зведених затрат. У деяких випадках як цільову функцію можна взяти допустиму точність оброблення, вимірювань та ін.

Отже, можемо сформулювати термін «математична модель технічної системи». **Математична модель технічної системи** – це сукупність математичних об'єктів (чисел, змінних, матриць, множин та ін.) та відношень між ними, яка адекватно відображає властивості, особливості та поведінку технічної системи, що цікавлять інженера, який розробляє або досліджує цю систему.

### 3.4. Параметри математичної моделі

Математична модель приблизно описує властивості досліджуваного об'єкта або технічної системи. За експериментально-статистичного методу отримання математичної моделі, виходячи з апіорної інформації, передбачають вид моделі. А за результатами експериментів, поставленими відповідно до спеціально розроблених планів – матриць планування (активний експеримент), визначають оцінки теоретичних коефіцієнтів регресії.

За такого методу отримання моделей застосовують кібернетичний підхід, використовуючи як модель піддослідного об'єкта «чорну скриньку» (рис. 2.3). Такий підхід найбільш формалізований та математично обумовлений до застосованих методів і потребує меншого часу та витрат для розроблення математичної моделі порівняно з теоретико-аналітичним.

Вибір вихідного параметра (параметра оптимізації) визначає повноту характеристики модельованого об'єкта. Оскільки математична модель лише приблизно описує окремі властивості технічної системи, неможливо і недоцільно розробляти математичну модель на всі випадки в житті.

Залежно від мети моделювання та виду технічної системи вихідні параметри можуть бути різними. Це показники якості деталі, складальної одиниці, машини або технологічного процесу за кожною операцією окремо. Умовно їх можна поділити на економічні, техніко-економічні та статистичні.

До економічних показників можна віднести економічну ефективність використання технологічного процесу, собівартість виробництва виробу, рентабельність, витрати та ін.

Найбільш поширеними техніко-економічними показниками є:

- продуктивність;
- параметри якості продукції (точність, шорсткість, фізико-механічний стан поверхневого шару та ін.);
- кількісні характеристики технологічного процесу (відсоток браку, стійкість різального інструменту та ін.).

Статистичні показники часто використовують під час моделювання точності продукції, що випускається, стабільності

функціонування технічних систем, визначення шорсткості, мікротвердості тощо, тобто як вихідний параметр розглядають статистичну характеристику (дисперсію або математичне сподівання) цього параметра, а не його поточне значення.

Розглянемо вимоги, які ставляться до вихідного параметра (оптимізації) під час розроблення математичних моделей технологічних процесів. Він повинен мати передусім кількісну оцінку, тобто задаватись числовим значенням і вимірюватись за будь-якої зміни технологічного процесу. За неможливості визначення в кількісному вигляді доводиться використовувати ранговий підхід за допомогою суб'єктивних рангових критеріїв (сильно, помірно, слабо, добре, погано та ін.). Параметр має бути:

- статистично ефективним, тобто вимірюватись з найбільшою точністю, що дозволяє скоротити до мінімуму дублювання експериментів;
- інформаційним (універсальним), тобто всебічно характеризувати технологічний процес;
- фізично змістовним, тобто мати можливість досягнення корисних результатів визначеної властивості деталі, складальної одиниці у відповідних умовах процесу. Через технічні труднощі можна використовувати параметри, які дають непряму оцінку. У цих випадках важко інтерпретувати результати;
- однозначним, тобто має максимізуватись або мінімізуватись тільки одна властивість деталі, складальної одиниці або процесу. Вимога однозначності в статистичному змісті полягає в тому, що визначеному набору факторів відповідає тільки одне (з точністю помилки експерименту) значення вихідного параметра оптимізації.

Параметри оптимізації залежно від типу контрольованих параметрів та ознак якості деталей, складальних одиниць або технологічного процесу можуть бути:

- простору та часу (довжина, час, площа, об'єм, лінійна швидкість, кутова швидкість, лінійне прискорення, та ін.);
- механічні (маса, густина, сила, момент сили (пари сил), в'язкість, кінетична в'язкість та ін.);
- теплові (температура, кількість теплоти, тепловий потік,



теплоємність та ентропія, питома теплоємність та ентропія, поверхнева густина теплового потоку, коефіцієнт теплообміну та ін.);

- електричні та магнітні (кількість електрики), електричний заряд, густина електричного струму, лінійна густина електричного струму, об'ємна густина електричного заряду, питомий електричний опір, напруга магнітного поля, магнітний потік та ін.);
- акустичні (звуковий тиск, об'ємна швидкість, акустичний опір, інтенсивність звука та ін.);
- світлові величини енергетичної фотометрії (світловий потік, світлова енергія, світність, освітлення, яскравість та ін.);
- радіоактивність та іонізуюче випромінювання (поглинена доза випромінювання, потужність дози випромінювання, інтенсивність випромінювання та ін.);
- якісні (зовнішній вигляд деталі, складальної одиниці тощо).

Будь-який параметр повинен бути обмежений гранично допустимими значеннями, у яких проводиться оптимізація.

Параметр оптимізації позначають символом « $Y$ » відповідно до визначеного показника деталі, складальної одиниці або вимірювального процесу, усталених одиниць вимірювання.

Під час планування екстремального експерименту дуже важливо визначити параметр, який потрібно оптимізувати (виконати це не так легко, як здається на перший погляд). Мету дослідження потрібно формулювати дуже чітко та допускати кількісну оцінку.

**Параметром оптимізації** називають кількісний вираз характеристики мети дослідження. Бажано, щоб параметрів оптимізації було якомога менше. Проте не слід домагатися зменшити кількість параметрів оптимізації за рахунок повноти характеристики системи.

Параметр оптимізації – це ознака, за якою можна оптимізувати процес. Він повинен бути кількісним, тобто задаватись числовим значенням. Його потрібно вимірювати за будь-якою важливою комбінацією вибраних рівнів факторів. Множину значень, яких може набувати параметр оптимізації, будемо називати областю його визначення. Область визначення може бути неперервною і дискретною, обмеженою та безмежною.

Наприклад, вихід реакції – це параметр оптимізації з неперервною обмеженою областю визначення. Він може змінюватись у проміжку від 0 до 100%. Кількість бракованих виробів, кількість кров'яних тілець у пробі крові – ось приклади параметрів з дискретною областю визначення, яка обмежена знизу.

Уміти вимірювати параметр оптимізації – це означає мати необхідний прилад. У ряді випадків такого приладу може не бути або він надто дорогий. Коли немає способу кількісного вимірювання результату, то користуються засобом, який називають ранжуванням (ранговим підходом). При цьому параметрам оптимізації присвоюються оцінки – ранги за обраною шкалою: двобальною, п'ятибальною і т.д. Ранговий параметр має дискретну обмежену ділянку визначення. У найпростішому випадку ділянка має два значення («так», «ні», «добре», «погано»). Це може відповідати якійсь продукції та браку.

*Ранг* – це кількісна оцінка параметра оптимізації, але вона має умовний (суб'єктивний) характер. У відповідності до якісної ознаки ставиться деяке число – ранг.

Наприклад, необхідно спекти яблуневий пиріг за новим рецептом. Цей процес потребує оптимізації. Мета процесу – виготовлення смачного пирога, але таке формулювання мети не дає можливості почати оптимізацію: треба вибрати кількісний критерій, який характеризує ступінь досягнення мети. Можна прийняти таке рішення: дуже смачний пиріг – оцінка «5», просто смачний – «4» і т.д. Інші приклади рангового підходу: визначення чемпіона світу з фігурного катання чи гімнастики, дегустації напоїв, порівняння виробів мистецтва та ін.

Вимоги до параметрів оптимізації:

1. Параметр оптимізації повинен відображатися одним числом. Іноді це буває природно, як реєстрація показників приладу. Наприклад, швидкість руху машини визначається числом на спідометрі.
2. Кількісною природою параметра оптимізації є однозначність у статичному значенні. Заданому набору значень факторів має відповідати одне з точністю до похибки експерименту значення параметра оптимізації.
3. Оцінювання ефективності. Для успішного досягнення мети дослідження необхідно, щоб параметр оптимізації дійсно

оцінював ефективність функціонування системи. Ця вимога є головною, яка визначає коректність постановки завдання. Уява про ефективність параметра не залишається постійною в ході дослідження. Вона змінюється у міру нагромадження інформації та залежно від досягнутих результатів. Це приводить до послідовного підходу до обрання параметра оптимізації. Мало мати ефективний параметр оптимізації, треба, щоб він був ефективним у статичному змісті.

4. Вимога універсальності або повноти. Під універсальністю параметра оптимізації розуміють його здатність всебічно характеризувати об'єкт. Наприклад, технологічні параметри оптимізації недостатньо універсальні – вони не враховують економіку.

Бажано, щоб параметр оптимізації мав фізичну суть, був простим та легко враховувався. Вимога фізичної суті пов'язана з наступною інтерпретацією результатів експерименту.

### **3.5. Системний підхід до розроблення та аналізу математичної моделі**

Складність технічних систем, що моделюються, значною мірою залежить від різноманіття номенклатури об'єктів вимірювання, наявних вимірювальних приладів і систем та багатьох інших умов. При цьому завжди намагаються використовувати такі технологічні процеси, за допомогою яких можна досягати найбільшої продуктивності праці за найменшої собівартості та високої якості продукції в умовах певного підприємства.

До системного аналізу входять:

1. Постановка задачі, яка включає визначення кінцевих цілей та питання, що потребують вирішення умов, у яких функціонує система, визначення обмежень, що накладаються на умови функціонування системи та ін.
2. Дослідження: визначення, аналіз і узагальнення даних, необхідних для розв'язання задачі, визначення структури системи (проблеми), що аналізується, установлення зв'язків, виявлення методів та дій для розв'язання задачі.
3. Аналіз, що охоплює побудову моделей, вибір критеріїв

ефективності їх використання для передбачення наслідків того, чи іншого курсу дій, зіставлення різних варіантів рішень щодо цих наслідків.

4. Попереднє судження – зводиться до вибору найоптимальніших шляхів досягнення мети, формулювання висновків та розроблення рекомендацій щодо подальших дій.
5. Експериментальна перевірка прийнятих рішень, результатів аналізу.
6. Заключне судження – заключний вибір найоптимальнішого варіанта вирішення завдання на основі експериментальної перевірки результатів аналізу.
7. Реалізація прийнятого рішення, що включає доведення прийнятого рішення до конкретних результатів: креслень, технологій, організаційних заходів тощо.

Із позиції системного підходу послідовність опису будь-якого об'єкта, який вивчається, здійснюється спочатку на рівні властивостей (входів, виходів), потім на рівні складу, і, накінець, на рівні структури.

Модель етапів системного підходу (проблемна ситуація – мета – функція – структура – ресурси) задає обов'язкову послідовність аналізу і синтезу об'єктів, які розглядаються як технічна система.

Системний аналіз слід направляти від кінцевої до початкової стадії проблеми, тобто від вимог до виробу та технології кінцевих етапів виробництва до вимог сировини, напівфабрикатів, вихідних заготовок та ін.

Наприклад, технічна система – сукупність функціонально взаємозв'язаних засобів технологічного оснащення, призначених для виконання в умовах виробництва заданих процесів вимірювання відповідно до вимог технологічної документації. Підсистема – вимірювальний комплекс, пристосування, пристрій. Підсистему можна розбити ще на підсистеми і так далі. Вхідними елементами в технічній системі є параметри, які характеризують точність вимірювання, величина припуску, параметри пристосування (кількість опорних точок, зусилля закріплення, місце прикладання). Наприклад, вхідними параметрами певного вимірювального комплексу для досягнення точності є жорсткість, подача, швидкість та ін.

Під час розроблення та аналізу математичної моделі необхідно враховувати принципи системного підходу:

- 1) пропорційне та покрокове просування по станах створення моделі;
- 2) постійне узгодження інформаційних, ресурсних, надійнісних та інших характеристик;
- 3) контроль співвідношення окремих рівнів ієрархії в системі моделювання;
- 4) цілісність і взаємозв'язок окремих відособлених етапів побудови моделі.

Математична модель повинна відповідати заданій меті її створення, тому її окремі частини потрібно компонувати, виходячи з єдиного системного завдання. Мета може бути сформована якісно, тоді вона буде мати більшу змістовність і тривалий час може відображати об'єктивні можливості моделювання. За кількісного формулювання мети виникає цільова функція, що точно відображає найбільш істотні фактори, що впливають на досягнення поставленої мети.

Системний підхід забезпечує побудову моделей і вирішення системних завдань математичного моделювання, при вирішенні яких синтезуються нові рішення на базі великої кількості вихідних даних і на основі пропозицій різних фахівців. Використання системного підходу в цих умовах дозволяє не тільки побудувати модель реального об'єкта, а на базі цієї моделі вибрати необхідну кількість керувальної інформації в реальних системах та оцінити показники її функціонування. Такий підхід до математичного моделювання дозволяє знайти найбільш ефективний варіант побудови і оптимальний режим функціонування або експлуатації реальної технічної системи.

Під час математичного моделювання необхідно також забезпечити максимальну ефективність отриманої моделі. Ефективність у загальному вигляді визначається як деяка різниця між показниками цінності результатів, отриманих у підсумку експлуатації моделі і витратами на її розроблення та створення.

### 3.6. Особливості математичного моделювання об'єктів, засобів та процесу вимірювання

Специфіка вивчення базових понять та набуття навичок з основ математичного моделювання студентами технічних спеціальностей вищих навчальних закладів, що навчаються за напрямом «Метрологія, вимірювальна техніка та інформаційно-вимірювальні технології», потребує застосування базових понять теорії метрології та вимірювань. Разом з тим ці поняття потрібно розглядати та застосовувати для побудови математичних моделей як об'єктів і засобів вимірювань, так і самого процесу вимірювання.

Основною проблемою моделювання об'єктів вимірювань є вибір таких моделей, які можуть адекватно описувати вимірювані величини (властивості) об'єкта. Важливо відзначити, що адекватність моделі обумовлюється не тільки тими властивостями об'єкта, які потрібно визначити у вимірювальній задачі, а й тими, які можуть впливати на результати вимірювання величини, яку треба знайти.

Побудова адекватних моделей засобів вимірювань дотепер є складним творчим та неформалізованим завданням. Його вирішення потребує високої кваліфікації, досвіду та звичайно інженерної інтуїції. При цьому найчастіше доводиться вирішувати два взаємовиключні завдання: модель повинна адекватно відображати всі властивості засобу вимірювання, необхідні для розв'язання вимірювальної задачі, і водночас бути простою та містити мінімум параметрів.

У більшості практичних інженерних завдань моделі об'єктів вимірювань досить очевидні і, як правило, нескладні. Об'єкт вимірювання характеризується набором властивостей і фізичних величин, які їх описують. *Вимірювана величина* – це фізична величина, яка підлягає визначенню відповідно до вимірювального завдання. Поняття «фізична величина» вважалось достатнім для постановки та вирішення всіх вимірювальних завдань. Однак через ширше застосування вимірювань, ускладнення їх завдань і посилення вимог до точності та достовірності іноді воно не задовольняє потреби в експериментальному визначенні властивостей різноманітних об'єктів.

Планування сучасних вимірювань потребує введення більш конкретних понять, які визначаються метою вимірювань, ніж узагальнене поняття «фізична величина». *На тепер **вимірювана величина** – це параметр (функціонал параметра) моделі об'єкта вимірювань, що відображає ту його властивість, кількісну оцінку якого потрібно отримати під час вимірювань.* Вимірювана величина завжди має розмірність певної фізичної величини, але являє собою її конкретизацію, обумовлену властивостями об'єкта вимірювань.

***Вимірювання** – експериментальна процедура оцінювання властивостей (сукупності властивостей) в якісному та кількісному вираженні.* Це складний процес, у якому взаємодіє ряд його структурних елементів. До них належать: вимірюване завдання, об'єкт вимірювання, принцип, метод і засіб вимірювання та його модель, умови вимірювання (середовище, в якому виконується вимірювання), суб'єкт вимірювання, результат і похибка вимірювання (рис. 3.2). Зі структурної схеми, показаної на рис. 3.2, видно, що процес вимірювання перебігає по двох паралельних гілках. Верхня гілка відповідає реальності, нижня гілка – її відображенню. Елементи обох гілок нерозривно зв'язані між собою та відповідають один одному за типом «реальність – відображення (модель)».

Першим початковим елементом кожного вимірювання є його завдання (мета). ***Завдання будь-якого вимірювання** полягає у визначенні значення обраної (вимірюваної) фізичної величини з необхідною точністю в заданих умовах.* Постановку завдання вимірювання здійснює суб'єкт вимірювання – людина. При постановці завдання конкретизується об'єкт вимірювання, у ньому виділяється вимірювана фізична величина і визначається (задається) необхідна похибка вимірювання.

***Об'єкт вимірювання** – це реальний фізичний об'єкт, властивості якого характеризуються однією або кількома вимірюваними фізичними величинами.* Він має багато властивостей (рис. 3.2) та перебуває у багатосторонніх і складних зв'язках з іншими об'єктами.

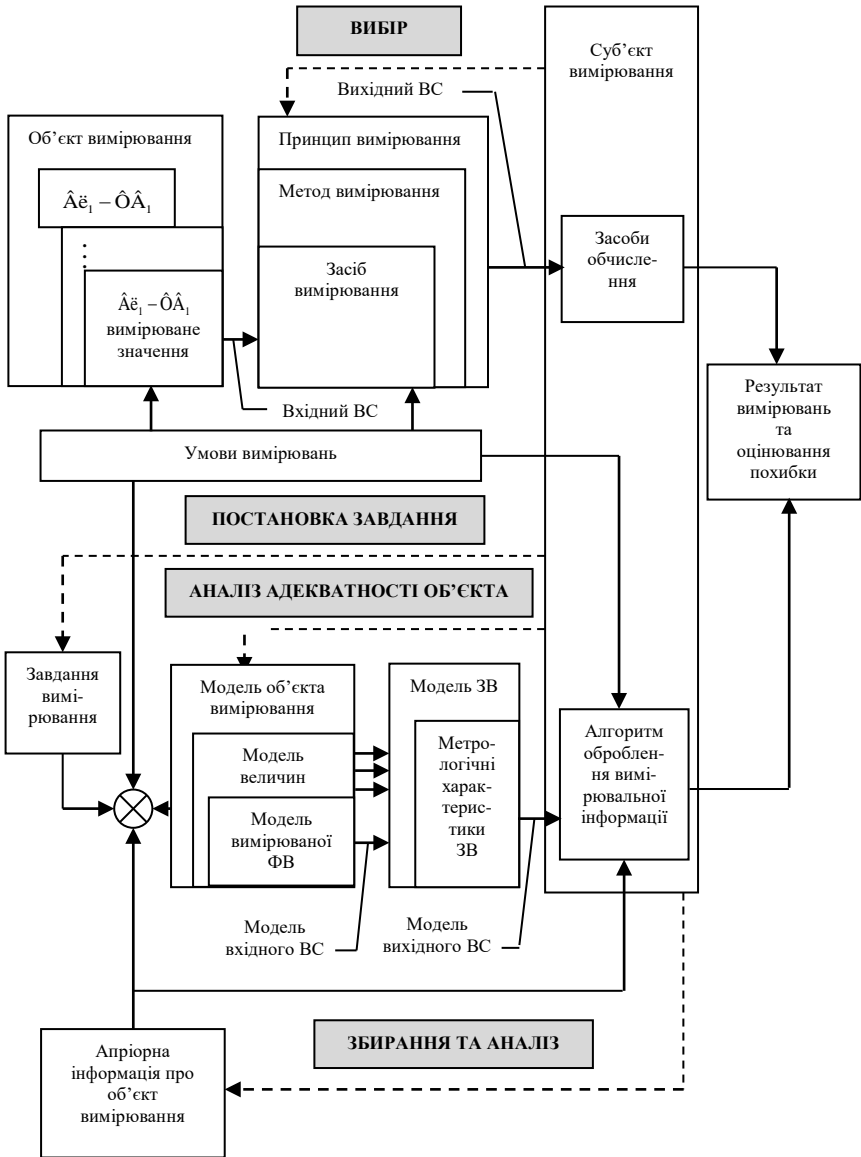


Рис. 3.2. Основні елементи процесу вимірювань:  
 ЗВ – засіб вимірювань; МХ – метрологічні характеристики;  
 ВС – вимірювальний сигнал; ФВ – фізична величина;  
 Вл – властивість



**Суб'єкт вимірювання** – людина – принципово не може уявити об'єкт загалом зі всіма його властивостями і зв'язками. Унаслідок цього взаємодія суб'єкта з об'єктом можлива тільки на основі математичної моделі об'єкта. **Суб'єкт вимірювання** об'єднує обидві гілки процесу вимірювання (реальності та відображення), активно впливає на нього і здійснює:

- постановку вимірювальної задачі;
- збирання та аналіз апіорної інформації про об'єкт вимірювання;
- аналіз адекватності об'єкта вимірювання вибраної моделі;
- оброблення результатів вимірювань.

Вимірювальна інформація, тобто інформація про значення вимірюваної фізичної величини, міститься у вимірювальному сигналі. **Вимірювальний сигнал** – це сигнал, який містить кількісну інформацію про вимірювану фізичну величину. Він надходить на вхід засобу вимірювання, за допомогою якого перетворюється у вихідний сигнал, що має форму, зручну для безпосереднього сприйняття людиною або для подальшого оброблення та передавання. Суб'єкт вимірювання (людина) вибирає принцип, метод та засоби вимірювання.

**Принцип вимірювання** – сукупність фізичних принципів, на яких ґрунтуються вимірювання, наприклад, застосування ефекту Джоузефсона для вимірювання електричної напруги або ефекту Доплера для вимірювання швидкості.

**Метод вимірювання** – це прийом або сукупність прийомів порівняння вимірюваної фізичної величини з її одиницею відповідно до реалізованих принципів вимірювання. Метод вимірювання повинен по можливості мати мінімальну похибку та сприяти виключенню систематичних похибок або переведення їх до розряду випадкових.

Методи вимірювання можна класифікувати за різними ознаками. Відома класифікація за основними вимірювальними операціями [33]. Вона тісно пов'язана з елементарними засобами вимірювання, які реалізують ці операції. Класифікація орієнтована на структурний опис засобів вимірювань і тому важлива для вимірювальної техніки, а також метрології інформаційно-вимірювальних систем.

Для метрологічного аналізу найважливішими є традиційні класифікації, що ґрунтуються на таких ознаках. Перша з них – фізичний принцип, покладений в основу вимірювання. За цією ознакою усі методи вимірювань діляться на електричні, магнітні, акустичні, оптичні, механічні та ін. За другою ознакою класифікації використовують режим взаємодії засобів та об'єкта вимірювань. У цьому випадку всі методи вимірювань поділяються на статичні та динамічні. Третьою ознакою може бути застосований в засобах вимірювання вид вимірювальних сигналів. Відповідно до нього методи діляться на аналогові та цифрові.

Найбільш розробленою є класифікація за сукупністю прийомів використання принципів і засобів вимірювань. За цією класифікацією розрізняють метод безпосереднього оцінювання та методи порівняння (рис. 3.3). Ці усталені назви не зовсім вдалі, оскільки допускають можливість вимірювання без порівняння. Правильним вважається опосередковане та безпосереднє порівняння з мірою [34]. При цьому безпосереднім та опосередкованим порівнянням може бути як у часі, так і з урахуванням фізичної природи вимірюваних величин.

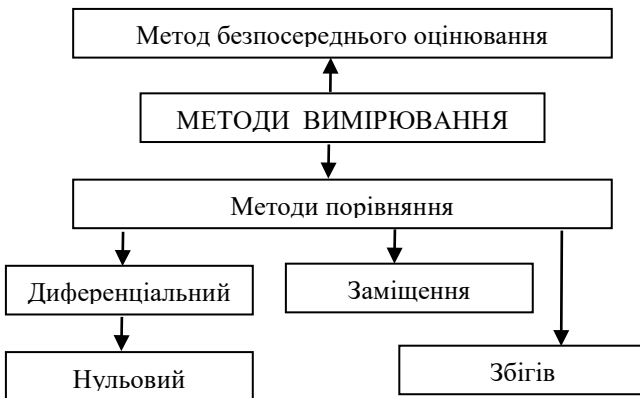


Рис. 3.3. Класифікація методів вимірювання

Суть методу безпосереднього оцінювання полягає в тому, що про значення вимірюваної величини судять за показниками одного (прямі вимірювання) або декількох (непрямі вимірювання) засобів вимірювань, які заздалегідь проградуйовані в одиницях вимірюваної величини або одиницях інших величин, від яких вона залежить. Це найбільш поширений метод вимірювання. Його реалізують більшість засобів вимірювань.

Найпростішими прикладами методу безпосереднього оцінювання можуть бути вимірювання напруги електромеханічним вольтметром магнітоелектричної системи або частоти імпульсної послідовності методом дискретного рахунку, реалізованим в електронно-рахунковому частотомірі.

Іншу групу утворюють методи порівняння: диференційний, нульовий, збігів, заміщення. До них належать усі методи, за якими вимірювана величина порівнюється з величиною, що відтворюється мірою. Отже, відмітною особливістю цих методів порівняння є безпосередня участь засобів у процесі вимірювання.

*Відповідно до **диференційного методу** вимірювана величина  $X$  порівнюється безпосередньо чи опосередковано з величиною  $X_m$ , відтвореною мірою. Значення величини  $X$  залежить від вимірюваної приладом різниці  $\Delta X = X - X_m$  та від відомої величини  $X_m$ , відтвореної мірою. Отже,  $X = X_m + \Delta X$ . Під час диференціального методу проводиться неповне зрівноваження вимірюваної величини. Він поєднує в собі частину ознак методу безпосередньої оцінки і може дати дуже точний результат вимірювання за умови, що вимірювана величина і величина, відтворена мірою, мало відрізняються одна від одної. Наприклад, якщо різниця цих величин становить 1% і вимірюється з похибкою до 1%, то похибка вимірювання шуканої величини зменшується до 0,01% (якщо не враховувати похибку міри).*

Прикладом диференційного методу може бути вимірювання вольтметром різниці двох напруг, з яких одна відома з великою точністю, а друга є шуканою величиною.

***Нульовий метод** є різновидом диференційного методу. Його відмінність полягає в тому, що результуючий ефект порівняння двох величин зводиться до нуля. Це контролюється спеціальним вимірювальним приладом високої точності – нуль-індикатором. У*

цьому випадку значення вимірюваної величини дорівнює значенню, яке відтворює міра. Висока чутливість нуль-індикаторів, а також вимірювання з високою точністю дозволяють отримати малу похибку вимірювання.

Приклад нульового методу – зважування на вагах, коли на одному плечі міститься вантаж, що зважується, а на другому – набір еталонних вантажів. Інший приклад – вимірювання опору за допомогою зрівноваженого моста.

*Метод заміщення* полягає в почерговому вимірюванні приладом шуканої величини і вихідного сигналу міри, однорідного з вимірюваною величиною. За результатами цих вимірювань обчислюється шукана величина. Оскільки обидва вимірювання виконуються одним приладом в однакових зовнішніх умовах, а шукана величина визначається за показаннями приладу, похибка результату вимірювання суттєво зменшується. Оскільки похибка приладу різна в різних точках шкали, найбільшу точність вимірювання матимемо за однакових показань приладу.

Приклад методу заміщення – вимірювання великого електричного активного опору шляхом почергового вимірювання сили струму, що протікає через контрольований і зразковий резистори. Живлення кола під час вимірювань має відбуватися від одного джерела постійного струму. Вихідний опір джерела струму і вимірювального приладу – амперметра повинен бути дуже малим порівняно з вимірюваним опором.

*За методу збігів* різницю між вимірюваною величиною і величиною, що відтворюється мірою, визначають, використовуючи збіг відміток шкал (періодичних сигналів). Цей метод широко застосовується на практиці неелектричних вимірювань, наприклад, є вимірювання довжини за допомогою штангенциркуля з ноніусом. Прикладом застосування цього методу для електричних вимірювань є вимірювання частоти обертання тіла за допомогою стробоскопа.

### **3.6.1. Математичне моделювання об'єктів вимірювання**

Об'єкти вимірювань як матеріальні об'єкти взаємодіють один з одним. Ця взаємодія полягає в тому, що величини, які характеризують властивості об'єкта вимірювання, є взаємо-

залежними. Тому математичні моделі величин, які вимірюють, повинні відображати зв'язки між ними. Наприклад, якщо йдеться про температуру в робочому об'ємі термокамери, то в загальному випадку вона буде залежати від положення точок у робочому об'ємі, тобто буде функцією  $\Theta(x, y, z)$ , де  $x, y, z$  – координати точок у прямокутній системі координат  $Oxyz$ . Аргументом цієї функції є фізичні величини.

Проте величини, що характеризують об'єкт вимірювання та середовище, не є сталими. Вони змінюються з плином часу. Ці зміни також мають відобразитися в математичних моделях, у яких аргументом повинна бути змінна величина – час. Вимірювані величини на часовому інтервалі вимірювання можуть бути: сталими; такими, які повільно чи швидко змінюються; періодичними чи квазіперіодичними; неперервними; імпульсними тощо. Те саме стосується також величин, які характеризують середовище, у якому відбувається вимірювання.

*Математична модель об'єкта вимірювання – це сукупність математичних символів (образів) і відношень між ними, у якій адекватно описано властивості об'єкта вимірювання, якими цікавиться суб'єкт.*

Модель об'єкта вимірювання будується перед вимірюванням відповідно до поставленого завдання на основі попередньої інформації про об'єкт та умови вимірювання. На рис. 3.2 це відображено у вигляді підсумовування відомостей про мету, умови вимірювання та попередню інформацію про об'єкт. Модель об'єкта вимірювання має відповідати таким вимогам:

- похибка, зумовлена невідповідністю моделі об'єкта вимірювання, не повинна перевищувати 10%-ї граничнодопустимої похибки вимірювання;
- складова похибки вимірювання, зумовлена нестабільністю вимірюваної фізичної величини протягом часу, необхідного для проведення вимірювання, не повинна перевищувати 10%-ї граничнодопустимої похибки.

Якщо вибрана модель не задовольняє ці вимоги, то слід перейти до іншої моделі об'єкта вимірювань.

*Ап'іорна інформація, тобто інформація про об'єкт вимірювання, відома до проведення вимірювання, є найважливішим*

*фактором, що обумовлює його ефективність.* Якщо немає повної інформації, вимірювання виконати неможливо, оскільки невідомо, що потрібно виміряти, а отже, не можна вибрати необхідні засоби вимірювань. За наявності апріорної інформації про об'єкт у повному обсязі (за відомого значення вимірюваної величини) вимірювання проводити не потрібно. Зазначена інформація визначає досягнуто точність вимірювань та їх ефективність.

Вимірювана величина визначається як параметр моделі, а її значення, яке можна було б отримати в результаті абсолютно точного експерименту, береться як дійсне значення цієї величини. Ідеалізація, прийнята під час побудови моделі об'єкта вимірювання, спричиняє невідповідність параметра моделі досліджуваній властивості об'єкта. Цю *невідповідність* називають *граничною*. Зазвичай на практиці через складності оцінювання граничну невідповідність намагаються зробити дуже малою.

Мета побудови моделі об'єкта вимірювання – виявлення конкретної фізичної величини, що підлягає визначенню. Слід говорити не про модель об'єкта вимірювання взагалі, а про модель його вимірюваної властивості або вимірюваної фізичної величини.

Модель об'єкта вимірювання необов'язково повинна бути математичною. Її характер має визначатися видом і властивостями об'єкта вимірювань, а також метою вимірювань. Моделлю може бути будь-який наближений опис об'єкта, який дозволяє виділити параметр моделі (або функціонал параметрів), що є вимірюваною величиною та відображає ту властивість об'єкта вимірювання, яку необхідно оцінити для вирішення вимірювальної задачі. Модель повинна досить добре відображати дві групи властивостей об'єкта вимірювань: ті, що визначаються під час вимірювання, і ті, що впливають на результат вимірювання.

Розглянемо приклади.

1. Об'єкт вимірювання – поршень вантажопоршневого манометра. Мета вимірювання – визначення ефективної площі поршня.

Апріорна інформація полягає в тому, що поперечний переріз поршня незначно відрізняється від кола. Відповідно до цієї інформації за модель поршня беремо прямий циліндр, поперечний переріз якого близький до кола. Ефективну площу поршня іноді визначають за середнім діаметром його поперечного перерізу.

Відповідно до мети вимірювання як параметр моделі (вимірюваної величини) беремо середній діаметр поперечного перерізу поршня. Значення вимірюваної величини в цьому випадку можна виразити функціоналом вигляду

$$d = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b d(a_i),$$

де  $d(a_i)$  – діаметр, що має кутову координату  $a_i = 30(i-1)$ , тобто функцію аргумента  $a_i$ , виражену в градусах.

2. Об'єкт вимірювання – змінна напруга. Мета вимірювання – оцінювання потужності, яка може бути виділена в навантаження.

До проведення вимірювань (апріорна інформація) відомо, що змінна напруга є періодичною і має форму, близьку до синусоїдної. У зв'язку з цим як модель береться функція синуса, а як параметр (вимірювана величина) – його середньоквадратичне значення, яке визначається за формулою

$$U = U_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

де  $U_m$  і  $\omega$  – амплітуда та колова частота синусоїдної напруги відповідно.

Якщо апріорної інформації про форму напруги немає, то моделлю напруги може бути, наприклад, довільна періодична функція  $u(t)$ . Тоді значення вимірюваної величини має бути виражене функціоналом вигляду

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt},$$

де  $T$  – період функції.

### 3.6.2. Математичне моделювання засобів вимірювання

Метод вимірювання реалізується в засобі вимірювання – технічному засобі, що застосовується під час вимірювання, який має нормовані метрологічні властивості. Під **засобом вимірювання** розуміють *технічний засіб, призначений для вимірювань, який дозволяє вирішувати вимірювальне завдання шляхом порівняння вимірюваної величини з одиницею або шкалою фізичної величини.*

Засіб вимірювань є узагальненим поняттям, що об'єднує найрізноманітніші конструктивно закінчені пристрої, яким властива одна з ознак:

- отримання сигналу (його показання), що містить інформацію про розмір (значення) вимірюваної величини;
- відтворення величини заданого (відомого) розміру.

Технічні засоби об'єднано за цими ознаками тільки з міркувань доцільності загального метрологічного аналізу, зручності викладу і регламентації метрологічних вимог та правил, єдиних для всіх видів засобів вимірювання.

Сучасні засоби вимірювань будуються із застосуванням елементів цифрової обчислювальної техніки та є цифровими засобами вимірювань. Їх характерною відмінністю є те, що вони:

- 1) вимірюють величини у дискретні моменти часу, які утворюють послідовність  $t_n, n = 1, 2, \dots, i$ ;
- 2) результати вимірювань є не постійними, а квантовими (дискретними) за значенням величинами.

Вимірювана величина та результат вимірювання виражаються відповідними послідовностями  $\delta(t_n), Y(t_n), n = 0, 1, \dots$ . При цьому значення членів випадкової послідовності  $Y(t_n), n = 0, 1, \dots$  є квантовими (дискретними).

Далі розглянемо математичні моделі вимірювальних приладів двох типів – аналогових та цифрових засобів вимірювання. Застосовуючи засоби вимірювання, дуже важливо знати ступінь відповідності вихідної вимірювальної інформації до істинного значення величини, що визначається. Для її встановлення введемо правило, за яким потрібно нормувати метрологічні характеристики всіх засобів вимірювання. **Метрологічні характеристики** – це



*характеристики властивостей засобів вимірювання, які впливають на результат вимірювань і його похибки та призначені для оцінювання технічного рівня та якості засобів вимірювання, а також для визначення результатів вимірювань і розрахункової оцінки характеристик інструментальної складової похибки вимірювань.*

Засіб вимірювання входить до обох гілок структури вимірювання (див. рис. 3.2). На практиці він взаємодіє з об'єктом вимірювань, у результаті чого з'являється вхідний (для засобу вимірювання) сигнал і відгук на нього – вихідний сигнал, що підлягає обробленню з метою знаходження результату вимірювання та оцінювання його похибки. Засіб вимірювання описується моделлю, необхідною для ефективного оброблення дослідних даних. Ця модель являє собою сукупність його метрологічних характеристик.

Засоби вимірювання можуть бути елементарними (міри, пристрої порівняння, вимірювальні перетворювачі) та комплексними (вимірювальні прилади, які реєструють і показують, системи, вимірювально-обчислювальні комплекси).

Під час вимірювання засоби вимірювання взаємодіють із середовищем, об'єктом вимірювання як матеріальним об'єктом та вимірюваною величиною, яка характеризує об'єкт вимірювання [33; 34]. Найбільш повною математичною моделлю засобів вимірювання є динамічна модель – вагова функція  $w(t) = kw_0(t)$ .

Нормована вагова функція  $w_0(t)$  відображає динамічні властивості засобів вимірювання (інерційні, дисипативні тощо). Дія середовища та об'єкта вимірювання на функцію  $w_0(t)$  незначна і нею можна знехтувати. Дія на коефіцієнт чутливості  $k$  величин, які впливають та характеризують середовище, виражається через відхилення

$$\Delta k_c = \sum_{j=1}^n \beta_j \Delta \rho_j,$$

де  $\Delta \rho_j = \rho_j - \overline{\rho_{j0}}$ ,  $j = 1, n$  – відхилення величин, які мають вплив від номінальних значень.

Результат вимірювання взаємодії засобів вимірювання з об'єктом вимірювання можна отримати за допомогою введення додаткового відхилення коефіцієнта чутливості та адитивного збурення на вході та виході засобів вимірювання.

Результати отриманих висновків зображено в узагальненій структурній схемі формування результату вимірювання з використанням аналогового засобу вимірювання (рис. 3.4).

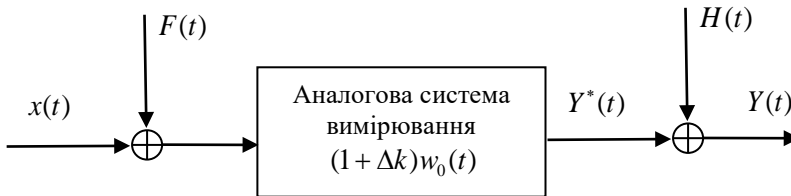


Рис. 3.4. Структурна схема отримання результату вимірювання засобами аналогової системи:

$x(t)$  – вимірювана величина;  $F(t)$  – узагальнене адитивне випадкове збурення, що діє на вході засобів вимірювання;  $\Delta k$  – узагальнене відхилення коефіцієнта чутливості засобів вимірювання;  $H(t)$  – узагальнене адитивне випадкове збурення, що діє на виході засобів вимірювання

Складовими узагальненого збурення  $F(t)$  можуть бути: вплив середовища на об'єкт вимірювання, а саме – на вимірювану величину та ефект взаємодії засобів вимірювання з об'єктом вимірювання.

Складовими узагальненого відхилення  $\Delta k$  є відхилення, зумовлені виробничо-технологічними факторами, величинами, які справляють вплив і характеризують середовище, та ефектами взаємодії засобів вимірювання з об'єктами вимірювання.

Складовими узагальненого збурення  $H(t)$  можуть бути внутрішні шуми засобів вимірювання біля його виходу, ефекти заокруглення результатів вимірювання, дія середовища на результат вимірювання, ефекти взаємодії засобів вимірювання з

об'єктом вимірювання, суб'єктивні похибки оператора, який виконує заміри.

Система рівнянь, яка відповідає структурній схемі формування результату вимірювання (рис. 3.4), має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= Y^*(t) + H(t); \\ Y^*(t) &= (1 + \Delta k) \int_0^t w_0(\tau) [x(t - \tau) + F(t - \tau)] d\tau = y_x(t) + Y_1(t), \end{aligned} \right\} (3.7)$$

де  $\hat{o}_o(t) = (1 + \Delta k) \int_0^t w_0(\tau) x(t - \tau) d\tau$  – мультиплікативна складова результату вимірювання;

$Y_f(t) = (1 + \Delta k) \int_0^t w_0(\tau) F(t - \tau) d\tau$  – адитивна складова результату вимірювання, зумовлена узагальненим збуренням  $F(t)$ , що діє на вході засобів вимірювань;

$H(t) = Y_h(t)$  – адитивна складова результату вимірювання, зумовлена узагальненим збуренням, що діє на виході засобів вимірювань.

Об'єднавши обидва рівняння (3.7), отримаємо

$$Y(t) = y_x(t) + Y_f(t) + Y_h(t).$$

Отже результат вимірювання складається з трьох характерних складових, зумовлених:

- 1) вимірюваною величиною;
- 2) узагальненим збуренням на вході;
- 3) узагальненим збуренням на виході.

У сучасному світі інформаційних технологій і систем виконується дуже багато вимірювань різних характеристик складних технічних систем, які часто функціонують в екстремальних умовах (наприклад, системи контролю безпеки

автономних електростанцій, інформаційно-вимірювальні системи аерокосмічної техніки та ін.). Для таких систем особливу практичну значущість мають завдання із забезпечення малих похибок результатів вимірювань. Ці завдання вирішуються завдяки широкому застосуванню цифрових засобів вимірювань, основу яких становлять аналого-цифрові та цифро-аналогові перетворювачі.

Багатоваріантність завдань проектування цифрових засобів вимірювань з використанням аналого-цифрових перетворювачів та великі витрати на відпрацювання і перевірку робочих версій обумовлюють використання сучасних математичних методів моделювання. У праці [35] детально характеризуються галузі застосування аналого-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів, специфіку яких можна визначити за значенням основних електричних і конструктивних параметрів, що значно спрощує роботу з проектування цифрових засобів вимірювання. Однак, незважаючи на це, істотним недоліком, з яким стикаються різні виробники цифрових засобів вимірювання, є відсутність єдиного математичного апарату, що забезпечує можливість оцінювання виконання вимог щодо похибки результатів вимірювань розрахунковим шляхом за мінімального обсягу експериментального матеріалу [33]. До того ж вирішення цього завдання з кожним роком ускладнюється, оскільки виникають додаткові фізико-технологічні, експлуатаційні та економічні обмеження у виробництві мікроелектроніки. Зокрема, дані з прогнозованого скейлінгу параметрів [36] інтегральних схем за період 2009-2010 рр., включаючи цифро-аналогові та аналого-цифрові перетворювачі, змінилися так: напруга живлення зменшилася з 0,9 до 0,6 В; розкид напруги живлення не перевищив 40 мВ; тактова частота збільшилася з 2,5 до 3,0 ГГц і т. ін.

Тому необхідно розробити математичні моделі цифрових засобів вимірювання, до складу яких входять різні цифрові пристрої, такі як дволанковий аналого-цифровий перетворювач послідовного наближення з наступним обробленням та застосуванням отриманих даних.

Наведемо приклад розроблення математичної моделі цифрового засобу вимірювання з дволанковим аналого-цифровим перетворювачем поступових наближень. На цьому прикладі розглянуто

побудову математичної моделі цифрового засобу вимірювання з дволанковим аналого-цифровим перетворювачем послідовного наближення, що адекватно відображає властивості цифрового засобу вимірювання з урахуванням взаємного впливу метрологічних та експлуатаційних характеристик.

Відомо [33], що *математичною моделлю засобів вимірювання є математичний опис його особливостей і властивостей, що впливають на результат вимірювання.*

У процесі розроблення моделей вважається, що особливості та властивості засобу вимірювання визначаються динамічними шумовими параметрами внутрішніх елементів і схемотехніки. При цьому динамічні властивості засобу вимірювання враховуються оцінюванням його інерційності за допомогою визначення тривалості перехідних процесів до моменту часу  $T_r$  (рис. 3.5), коли прилад починає працювати в сталому (стійкому) режимі. На рис. 3.5 зображено нормовану вагову функцію  $w_0(t)$ , за допомогою якої можна отримати наочне уявлення про тривалість перехідного процесу в цифровому засобі вимірювання.

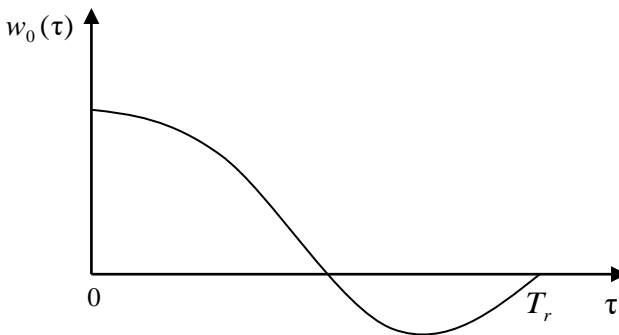


Рис. 3.5. Нормована вагова функція  $w_0(\tau)$  засобу вимірювання

У теорії вимірювань поряд з нормованою ваговою  $w_0(\tau)$  та перехідною  $h_0(t)$  функціями як динамічних математичних моделі аналогових засобів вимірювання застосовуються три види моделей.

Але якщо їх застосування не має особливих проблем для відображення властивостей аналогових засобів вимірювання, то при вирішенні аналогічного завдання для цифрових засобів вимірювання виникають труднощі, пов'язані з отриманням  $w_0(\tau)$  і  $h_0(t)$  у дискретній формі подання. Крім того, особливі труднощі виникають під час оцінювання взаємного впливу метрологічних та експлуатаційних характеристик. Розглянемо на прикладі розроблюваної моделі цифрові засоби вимірювання з аналого-цифровим перетворювачем послідовного наближення та як частково усуваються зазначені труднощі.

Основний внесок у формування похибок цифрового засобу вимірювання роблять аналогові вимірювальні та аналого-цифрові перетворювачі. Спрощену структурну схему цифрового засобу вимірювання зображено на рис. 3.6.

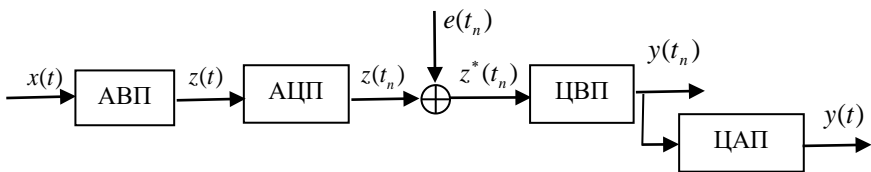


Рис. 3.6. Структурна схема цифрового засобу вимірювання:

АВП – аналоговий вимірювальний перетворювач; АЦП – аналого-цифровий перетворювач; ЦВП – цифровий вимірювальний перетворювач; ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач

За структурною схемою (рис. 3.6) до аналогової частини цифрового засобу вимірювання входять аналоговий вимірювальний та аналого-цифровий перетворювачі. За допомогою аналогового вимірювального перетворювача вимірювана величина  $x(t)$  перетворюється у величину  $z(t)$ , яка є входною для аналого-цифрового перетворювача. Математична модель аналогового вимірювального перетворювача (без урахування адитивної

похибки) записується як лінійне диференціальне рівняння вигляду [33]

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i z(t)}{dt^i} = k_1 \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \quad (3.8)$$

де  $a_i, i = \overline{0, n}; b_j, j = \overline{0, m}$  – постійні коефіцієнти, де  $a_0 = b_0 = 1; k_1$  – коефіцієнт чутливості аналогового вимірювального перетворювача.

Застосовувати співвідношення (3.8) для моделювання процесів функціонування аналогового вимірювального перетворювача дуже незручно та складно. Така ж ситуація виникає у разі застосування подібних моделей інших складових частин цифрових засобів вимірювання. Зокрема, у процесі побудови моделей аналого-цифрового перетворювача та цифрового вимірювального перетворювача потрібно враховувати їх коефіцієнти чутливості  $k_2$  і  $k_3$  відповідно. Тому для спрощення було створено узагальнену модель цифрового засобу вимірювання [33], за якою результат вимірювання в дискретній формі має вигляд

$$y(t_n) = k \sum_{\xi=0}^{r-1} w_{0\xi} x(t_{n-\xi}), \quad (3.9)$$

де  $k = k_1 k_2 k_3$  – коефіцієнт чутливості цифрового засобу вимірювання;  $r = r_1 + r_3 - 1; r_1, r_3$  – кількість інтервалів перетворення аналогового вимірювального перетворювача та цифрового вимірювального перетворювача відповідно.

Рівняння (3.9) розглядається як основне результуюче співвідношення математичної моделі цифрового засобу вимірювання. За допомогою цього рівняння виконується операторне перетворення вимірюваної величини  $x(t_{n-\xi})$  (поданої у вигляді послідовності) у результат вимірювання  $y(t_n)$ .

Коефіцієнти  $w_{0\xi}, \xi = \overline{0, r-1}$  називають **нормованими ваговими коефіцієнтами** цифрових засобів вимірювання, а їх

упорядковану сукупність – **нормованою дискретною ваговою функцією**. Вона спільно з коефіцієнтом чутливості є опорною математичною моделлю цифрових засобів вимірювання у формі дискретної вагової функції, тобто  $kw_{0\xi}$ ,  $\xi = \overline{0, r-1}$  [33].

Важливою властивістю нормованої дискретної вагової функції є те, що кожна сума співмножників правої частини рівняння (3.9) дорівнює одиниці. Отже, справедливим буде

$$\sum_{\xi=0}^{r-1} w_{0\xi} = 1 \quad (3.10)$$

Поведінку нормованої дискретної вагової функції цифрових засобів вимірювання залежно від часу показано на рис. 3.7.

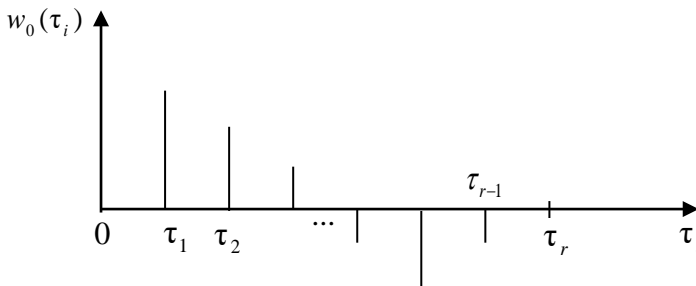


Рис. 3.7. Графічне зображення нормованої дискретної вагової функції цифрових засобів вимірювання

З урахуванням фізичної сутності особливий інтерес становить поведінка нормованої дискретної вагової функції залежно від похибки цифрового засобу вимірювання і тривалості часу експлуатації. Для цього формально збільшимо об'єкт дослідження, перейшовши від спрощеної структурної схеми цифрового засобу вимірювання (рис. 3.6) до його подання у вигляді інерційного чотирипольсника, процес функціонування якого можна описати за допомогою відповідних метрологічних характеристик (рис. 3.7).



Будемо вважати, що основним елементом цифрового засобу вимірювання, формалізовано виконаного у вигляді інерційного чотириполносника, є аналого-цифровий перетворювач послідовного наближення. Будь-який аналого-цифровий перетворювач послідовного наближення можна розглядати як багатовимірний набір однорозрядних двійкових квантувачів [33]. Це дозволяє застосовувати відому дволанкову модель однорозрядного двійкового квантувача для оцінювання результатів вимірювань цифрових засобів вимірювання з урахуванням інерційних властивостей аналого-цифрового перетворювача послідовного наближення.

Дволанкова модель аналого-цифрового перетворювача послідовного наближення в першому наближенні враховує інерційні властивості цифрового засобу вимірювання. До її складу входять цифро-аналоговий перетворювач і компаратор напруг, які подаються як послідовно включені ланки першого порядку зі сталими часу  $\tau_0$  <sup>3</sup>  $\tau_k$  [34]. Передаточна функція моделі має вигляд

$$W(p) = \frac{1}{(p\tau_0 + 1)(p\tau_k + 1)}. \quad (3.11)$$

Застосуємо обернене перетворення Лапласа до рівняння (3.11), вважаючи що  $\tau_0 = \tau_k$

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} (1 + t - \tau_0) \quad (3.12)$$

Функція  $w(t)$  є ваговою функцією дволанкового аналого-цифрового перетворювача послідовного наближення. Ураховуючи рівень формалізації задачі для моделі (3.9), за допомогою співвідношення (3.12) визначимо значення нормованих вагових коефіцієнтів  $w_{0\xi}$ ,  $\xi = 0, r - 1$  цифрового засобу вимірювання.

Для побудови математичної моделі на підставі співвідношень (3.9), (3.10) запишемо коефіцієнт чутливості цифрового засобу вимірювання у вигляді  $k=1/q$ , де  $q$  – розмір одиниці величини, що відтворюється цифровим засобом вимірювання. Відомо [33; 34], що основні особливості формування результату вимірювання враховуються через визначення значення  $q$ , а саме:

$$\frac{[x]}{[x_0]} = q \neq 1, \quad (3.13)$$

де  $[x]$  – одиниця величини, яку відтворює цифровий засіб вимірювання з урахуванням адитивної та мультиплікативної складових похибки;  $[x_0]$  – величина державного еталона.

Вираз (3.13) є математичною моделлю одиниці величини, що відтворюється цифровим засобом вимірювання. Найбільш раціональні операції визначення відношення  $\frac{[x]}{[x_0]}$  розглянуто у

праці [33].

За допомогою опорної моделі (співвідношення (3.9), (3.10)) оцінну модель для визначення вагової функції цифрового засобу вимірювання – інерційного чотириполосника з аналого-цифровим перетворювачем послідовного наближення, отримаємо як

$$w(t_n) = kw_0(t_n), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (3.14)$$

$$\text{де } w_0(t_n) = \begin{cases} \sum_{\xi=0}^n w_{0\xi} = 1 & \text{їдї} \quad n \leq r-1, \\ = 0 & \text{їдї} \quad n > r-1. \end{cases}$$

Розрахунки адекватності залежності вагової функції цифрового засобу вимірювання із дволанковим аналого-цифровим перетворювачем послідовного наближення виконувалися із застосуванням співвідношень (3.10) – (3.14) для випадку вимірювання постійної напруги 0,1В (дійсного значення) за таких вихідних даних: роздільна здатність проектованого цифрового

засобу вимірювання становить  $D=0,01\text{мкВ}$ ; похибка вимірювання постійної напруги для відповідного піддіапазону змінюється від  $\pm 0,05\% \pm 3D$  до  $\pm 0,5\% \pm 3D$ ; стала часу ланок першого порядку  $\tau_0 = 1\text{с}$ .

Результати розрахунків, отримані із застосуванням основних співвідношень запропонованої математичної моделі, свідчать про адекватне відображення існуючих залежностей між основними характеристиками і параметрами цифрових засобів вимірювання. У розробленій математичній моделі основна увага приділена оцінюванню вагової функції для встановленого рівня формалізації подавання об'єкта дослідження.

Подальші перспективи застосування отриманої математичної моделі пов'язані з вирішенням завдань з обґрунтування граничних значень різних параметрів і синтезу цифрових засобів вимірювання із заданими характеристиками.

### ***3.6.3. Математичне моделювання середовища та умов вимірювання***

Процес вимірювання завжди реалізується в конкретних умовах (середовищі), які характеризуються такими параметрами, як температура, тиск, вологість та ін. Крім того, у робочих умовах вимірювання існують детерміновані та випадкові збурення, які накладаються на вимірювану величину (збурення на вході засобів вимірювання) або на результат вимірювання (збурення на виході засобів вимірювання) або на те й те одночасно. Ці величини впливають на засіб вимірювання, на вимірювану величину, на об'єкт вимірювання та безпосередньо на результат вимірювання. Результат вимірювання залежить від робочих умов вимірювання.

Сукупність величин, які характеризують робочі умови вимірювання, ділиться на чотири групи:

1. Кліматичні величини (температура, вологість, тиск та ін.).
2. Електричні та магнітні величини (постійний і змінний струми та напруга, постійні та змінні магнітні поля тощо).
3. Величини, які характеризують механічний вплив на об'єкт вимірювання (вібрації, ударні навантаження та ін.).

4. Величини, які характеризують газовий склад атмосфери (наприклад, радіоактивне випромінювання).

Під час вимірювання важливу роль відіграють **умови вимірювання** – сукупність величин, які чинять вплив та описують стан навколишнього середовища і засоби вимірювань. **Впливова величина** – це фізична величина, яка не вимірюється даними засобами вимірювання, але впливає на його результати.

Зміна умов вимірювання призводить до зміни стану об'єкта вимірювання. Це в свою чергу визначає вплив умов вимірювання на виділену і через неї на вимірювану величину і відхилення значення дійсної величини від тієї, що була визначена при формуванні вимірювальної задачі. Вплив умов вимірювання на засоби вимірювання позначається на зміні його метрологічних характеристик. *Частина похибки вимірювання, яка виникає унаслідок зміни умов, називається додатковою похибкою.*

Відповідно до встановлених для конкретних ситуацій діапазонів значень впливових величин розрізняють нормальні, робочі та граничні умови вимірювань. **Нормальні умови вимірювань** – це умови, за яких впливові величини мають нормальні значення або значення в межах нормальної області. **Нормальна область значень впливової величини** – це область значень, у межах якої зміною результату вимірювань під зумовленою впливовою величиною, можна знехтувати відповідно до встановлених норм точності. Нормальні умови вимірювань задаються у нормативно-технічній документації на засіб вимірювання. За нормальних умов визначається основна похибка засобу вимірювання. Номінальні значення фізичних величин, які мають вплив за нормальних умов наведено в табл. 3.2 [34].

**Робочими** називають **умови вимірювання**, за яких величини, що впливають, перебувають у межах своїх робочих областей. Робоча область значень впливової величини – це область, у межах якої нормується додаткова похибка або змінюються показання засобів вимірювання. Граничні умови вимірювань – це умови, які характеризуються екстремальними значеннями вимірюваної та впливової величин, які засоби вимірювання можуть витримати без руйнувань і погіршення їх метрологічних характеристик.

Кінцевою метою будь-якого вимірювання є його результат – значення фізичної величини, отриманої її вимірюванням. Результат

вимірювання подається іменованим або неіменованим числом. За необхідності з результатом вимірювань наводять дані про умови вимірювань.

Таблиця 3.2

**Номінальні значення фізичних величин, які чинять вплив за нормальних умов**

№ з/п	Величина, яка впливає	Значення
1	Температура для всіх видів вимірювання; °С (К)	20 (273)
2	Тиск навколишнього повітря для вимірювання іонізуючих випромінювань, теплофізичних, температурних, магнітних, електричних вимірювань, вимірювань тиску та параметрів руху, кПа (мм рт. ст.)	10 (750)
3	Тиск навколишнього повітря для лінійних, кутових вимірювань, вимірювань маси, сили світла і вимірювань в інших областях, крім зазначених у п. 2, кПа (мм рт. ст.)	101,3 (760)
4	Відносна вологість повітря для лінійних, кутових вимірювань, вимірювань маси, вимірювань у спектроскопії, %	58
5	Відносна вологість повітря для вимірювань електричного опору, %	55
6	Відносна вологість повітря для вимірювань температури, сили, твердості, змінного електричного струму, іонізуючих випромінювань, параметрів руху, %	65
7	Відносна вологість повітря для всіх видів вимірювань, крім зазначених у п.п. 4, 6, %	60
8	Густина повітря, кг/м <sup>3</sup>	1,2
9	Прискорення вільного падіння, м/с <sup>2</sup>	9,8
10	Магнітна індукція (Тл) та напруженість електричного поля (Вм) для вимірювань параметрів руху, магнітних та електричних величин	0
11	Магнітна індукція та напруженість електростатичного поля для всіх видів вимірювань, крім зазначених у п. 10	відповідає характеристикам поля Землі в

		географічному районі
12	Частота живильної мережі змінного струму, Гц	50±1
13	Середньоквадратичне значення напруги живильної мережі змінного струму, В	220±10

Використовуючи термін «результат вимірювання», слід вказати, яких показників він стосується: показників засобів вимірювання, виправленого або не виправленого результату, усереднених результатів декількох вимірювань. Варто зазначити, що **виправленим результатом вимірювань** називається отримане за допомогою засобів вимірювання значення величини та уточнене через уведення в нього необхідних поправок на дію передбачуваних систематичних похибок.

Якість вимірювань характеризується точністю, достовірністю, правильністю, збіжністю, відтворюваністю, а також розміром допустимих похибок. **Точність вимірювання** – характеристика якості вимірювання, що відображає близькість до нуля похибки його результату. Точність вимірювання є величиною якісною. Висока точність вимірювання відповідає малим похибкам і навпаки. Іноді точність кількісно оцінюють оберненою величиною модуля відносної похибки. Наприклад, якщо похибка становить 0,001, то точність дорівнює 1000. Однак кількісна оцінка точності поширення не набула.

**Достовірність вимірювань** визначається ступенем довіри до результату вимірювання та характеризується ймовірністю того, що істинне значення вимірюваної величини перебуває в зазначених межах. Ця ймовірність називається довірчою.

**Правильність вимірювань** – це характеристика вимірювань, що відображає близькість до нуля систематичних похибок результатів вимірювань.

**Збіжність результату вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї самої величини, виконуваних повторно одними й тими ж методами та засобами вимірювань, в одних і тих самих умовах. Збіжність вимірювань відображає вплив випадкових похибок на результат вимірювання.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї ж величини, отриманих у різних місцях різними методами і засобами вимірювань, різними операторами, але зведених до одних і тих же умов.

Кількісна близькість вимірюваного та істинного значень вимірюваної величини описується похибкою результату вимірювань. **Похибка результату вимірювання** – це відхилення  $\Delta \tilde{O}$  результату вимірювання  $X_{\text{дв}}^i$  від істинного значення  $\tilde{O}_{\text{зп}}^i$  вимірюваної величини, що визначається за формулою  $\Delta \tilde{O} = \tilde{O}_{\text{дв}}^i - \tilde{O}_{\text{зп}}^i$ .

Істинне значення та результат вимірювання належать і до гілки реальностей (див. рис. 3.2), і до гілки відображень (моделей). Унаслідок принципової неадекватності будь-якої моделі відображеної реальності неможливо, оперуючи реальними об'єктами і засобами вимірювання в реальних умовах, забезпечити тотожність отриманого результату та дійсного значення вимірюваної величини. Отже, принципово не можна точно визначити похибку вимірювання, оскільки введенням у результат поправки можна знайти дійсне значення.

Результат вимірювання та оцінювання його похибки знаходяться суб'єктом вимірювання за допомогою обчислювальних засобів (гілка реальності), що працюють за певним алгоритмом оброблення вимірювальної інформації (моделна гілка).

Як приклад розглянемо спочатку вплив робочих умов вимірювання на засоби вимірювання. У математичній моделі засобів вимірювання, поданої у формі вагової функції  $k w_0(t)$ , коефіцієнт чутливості  $k$  залежить від розміру одиниці величини, що відтворюється засобами вимірювання, а нормативна вагова функція відображає інерційні, дисипативні та інші властивості засобів вимірювання. У статистичному режимі вимірювання впливом інерційних властивостей засобів вимірювання можна знехтувати. Тому в цьому режимі першочергове значення має вплив середовища на коефіцієнт чутливості засобів вимірювання.

У динамічному режимі вимірювання вплив нормованої вагової функції на результат вимірювання є істотним. Та як показує досвід

технічних вимірювань, за незначних відхилень величин (які характеризують робочі умови вимірювання) від номінальних значень їх вплив на значення параметрів нормованої вагової функції не значне. Тому цим впливом можна знехтувати.

Як приклад розглянемо математичну модель впливу середовища на коефіцієнт чутливості засобів вимірювання.

Нехай коефіцієнт чутливості засобів вимірювання є задана диференційована функція коефіцієнтів чутливості перетворювачів, які є складовими засобів вимірювання і формують результати вимірювання. Позначимо її як

$$k = k(k_1, \dots, k_m), \quad (3.15)$$

де  $k_i, i = \overline{1, m}$  – коефіцієнт чутливості  $i$ -го перетворювача.

Вигляд функції (3.15) залежить від способу з'єднання перетворювачів у засобах вимірювання.

Нехай  $k_i = k_{i0} + \Delta k_i, i = \overline{1, m}$ , де  $k_{i0}$  – номінальне значення,  $\Delta k_i$  – відхилення від номінального значення коефіцієнта чутливості  $i$ -го перетворювача. Тоді отримаємо

$$k = k(k_{i0} + \Delta k_1, \dots, k_{m0} + \Delta k_m) = k_0 + \Delta k, \quad (3.16)$$

де  $k_0 = k(k_{i0}, \dots, k_{m0})$  – номінальне значення коефіцієнта чутливості засобів вимірювання;  $\Delta k$  – відхилення величини  $k$  від номінального значення, зумовлене відхиленнями  $\Delta k_i, i = \overline{1, m}$ .

Знайдемо вираз для відхилення  $\Delta k$ . Для цього подамо функцію (3.16) рядом Тейлора відносно номінальних значень аргументів, у яких обмежимося тільки лінійними членами для відхилень.

У результаті отримаємо



$$\Delta k = \sum_{i=1}^m \frac{\partial k}{\partial k_i} \Delta k_i = \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta k_i, \quad (3.17)$$

де  $\gamma_i = \left. \frac{\partial k(k_1, \dots, k_m)}{\partial k_i} \right|_{\substack{k_i=k_{i0} \\ i=1, m}}, \quad i = \overline{1, m}$  – частинні похідні функції (3.16).

Відхилення  $\Delta k_i, i = \overline{1, m}$  зумовлюється двома групами факторів:

- 1) виробничо-технологічними факторами, тобто похибками технології виготовлення перетворювачів;
- 2) відхиленнями величин, які характеризують робочі умови вимірювання від їх номінальних значень. Сумарний вплив цих груп факторів подамо у вигляді

$$\Delta k_i = \Delta k_{i\bar{i}} + \Delta k_{i\bar{i}\bar{i}}, \quad (3.18)$$

де  $\Delta k_{i\bar{i}}, i = \overline{1, m}$  – відхилення, зумовлені першою групою факторів,  $\Delta k_{i\bar{i}\bar{i}}, i = \overline{1, m}$  – відхилення, зумовлені другою групою факторів.

Складову  $\Delta k_{i\bar{i}\bar{i}}$  виразимо через відхилення від номінальних значень величин, що утворюють другу групу факторів. Для цього застосуємо рівняння зв'язку

$$k_i = k_i(\rho_1, \dots, \rho_n), \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.19)$$

де  $\rho_j, j = \overline{1, n}$  – величини, що впливають на коефіцієнти чутливості перетворювачів.

Нехай  $\rho_j = \rho_{j0} + \Delta \rho_j, j = \overline{1, n}$ ; застосувавши попередню процедуру, отримаємо

$$\Delta k_{i\bar{n}} = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta p_j, \quad (3.20)$$

де  $\alpha_{ij} = \left. \frac{\partial k_i(p_1, \dots, p_n)}{\partial p_j} \right|_{\substack{p_j = p_{j0} \\ j=1, n}}, \quad i = \overline{1, n}$  – частинні похідні функції (3.19).

Підставивши вирази (3.18) і (3.20) у рівняння (3.17), отримаємо

$$\Delta k = \sum_{i=1}^m \gamma_i (\Delta k_{i\bar{n}} + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta p_j) = \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta k_{i\bar{n}} + \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^n \gamma_i \alpha_{ij}) \Delta p_j = \Delta k_i + \Delta k_{\bar{n}}$$

де  $\Delta k_i = \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta k_{i\bar{n}}$  – відхилення коефіцієнта чутливості засобів вимірювання, зумовлене виробничо-технологічними факторами;

$\Delta k_{\bar{n}} = \sum_{j=1}^n \beta_j \Delta p_j$  – відхилення коефіцієнта чутливості засобів вимірювання, зумовлене відхиленнями від номінальних значень величин, які впливають на коефіцієнти чутливості перетворювачів,

що входять до складу засобів вимірювання;  $\beta_j = \sum_{i=1}^m \gamma_i \alpha_{ij}, \quad j = \overline{1, n}$

– коефіцієнти, що виражають ступінь впливу відхилень  $\Delta p_j, \quad j = \overline{1, n}$  на відхилення коефіцієнти чутливості перетворювачів, що входять до складу засобів вимірювання.

Перейдемо від відхилення коефіцієнта чутливості до відхилення розміру одиниці величини, відтвореної засобами вимірювання.

$$k = \frac{1}{q}$$

Використовуючи залежність  $k = \frac{1}{q}$ , отримаємо

$$\Delta k = -\frac{1}{q^2} \Delta q \Big|_{q \approx 1} \approx -\Delta q \quad \Delta q = -\Delta k = \Delta q_i + \Delta q_{\bar{n}}, \quad \text{або}$$

$$\Delta q_i = -\Delta k_i$$

де  $\Delta k_i$  – відхилення розміру одиниці величини, що відтворюється засобами вимірювання, зумовлене виробничо-

$$\Delta q_{\bar{n}} = -\Delta k_{\bar{n}}$$

технологічними факторами;  $\Delta k_{\bar{n}}$  – відхилення розміру одиниці величини, зумовлене відхиленнями  $\Delta \rho_j$ ,  $j=1, n$ .

Очевидно, що  $k_0 = 1$ . Тоді  $k = 1 + \Delta k = 1 + \Delta k_i + \Delta k_{\bar{n}}$  вплив робочих умов вимірювання виражається через складову  $\Delta k_{\bar{n}}$ .

Розглянемо вплив середовища на об'єкт вимірювання. Цей вплив цікавить лише тому, що він змінює вимірювану величину, яка характеризує об'єкт вимірювання. Прикладом впливу середовища на вимірювану величину через об'єкт вимірювання є зміна довжини металевого стрижня при відхиленні робочої температури від її номінального значення. Нехай  $l$  – довжина стрижня. Вплив відхилення температури середовища, у якому проводиться вимірювання, на значення величини  $l$  у лінійному наближенні визначається виразом

$$l = l_0 + \alpha_{\Theta}(\Theta - \Theta_0) = l_0 + \Delta l_1$$

де  $l_0$  – довжина стрижня за номінального значення температури;  $\alpha_{\Theta}$  – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу, з якого виготовлений стрижень;  $\Theta$  – температура середовища;  $\Theta_0$  – номінальне

$$\Delta l_1 = \alpha_{\Theta}(\Theta - \Theta_0)$$

значення температури;  $\Delta l_1$  – відхилення довжини стрижня.

Розглянемо ще одну властивість середовища – запиленість. Частинки пилу, осідаючи на торцеві поверхні стрижня, утворюють шар товщиною  $\delta$  і збільшують довжину стрижня, тобто

$$l = l_0 + 2\delta = l_0 + \Delta l_2,$$

де  $\Delta l_2 = 2\delta$ .

Якщо під час зміни одночасно спостерігається відхилення від номінального значення робочої температури та запиленість, то отримаємо

$$l = l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2.$$

Отже, вплив середовища на об'єкт вимірювання полягає в адитивному збуренні, прикладеному до входу засобів вимірювання.

### **Запитання та завдання для поточного контролю**

1. Назвіть основні критерії, за якими групують математичні моделі.
2. Які є види математичних моделей?
3. Наведіть класифікацію математичних моделей.
4. У чому полягає суть аналітичних математичних моделей?
5. У чому полягає суть імітаційних математичних моделей?
6. Назвіть вимоги до математичних моделей технічних систем?
7. Як оцінюється точність математичної моделі?
8. Як оцінюється адекватність математичної моделі?
9. Назвіть структурні елементи математичної моделі.
10. Що таке цільова функція математичної моделі?
11. Наведіть визначення математичної моделі технічної системи.
12. Назвіть вихідні параметри (оптимізації) моделювання.
13. У чому полягає суть системного підходу до математичного моделювання?
14. Назвіть принципи системного підходу до математичного моделювання.
15. Для яких завдань розробляють математичні моделі?
16. Поясніть сутність понять «математична модель об'єкта і засобу вимірювання» та «процес вимірювання».

17. Наведіть визначення понять «вимірювання» та «вимірювальна величина».
18. Наведіть структурну схему процесу вимірювання.
19. Які дії здійснює суб'єкт вимірювання під час самого вимірювання?
20. Назвіть методи вимірювання.
21. Назвіть принципові відмінності математичного моделювання аналогової та цифрової системи вимірювання.
22. Якими параметрами характеризується якість вимірювання?
23. Наведіть приклади математичного моделювання об'єкта вимірювання.
24. Наведіть приклади математичного моделювання засобу вимірювання.
25. Наведіть приклади впливу робочих умов вимірювання на процес вимірювання.

### **ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 3**

#### **Необхідно знати:**

1. Як формуються критерії побудови математичних моделей.
2. Відповідні ознаки класифікації математичних моделей технічних систем.
3. Як задовольняються (оцінюються) технічні вимоги до математичних моделей технічних систем: точність, адекватність, економічність, надійність, універсальність, обчислюваність, модульність, алгоритмізованість, наочність.
4. Вимоги до структурних елементів математичних моделей та типовий приклад математичної моделі.
5. Від чого залежить та як встановлюються вихідні параметри математичної моделі.
6. Послідовність математичного опису технічних систем із позиції системного аналізу: постановка завдання, дослідження, аналіз, попереднє судження, експериментальна перевірка прийнятих рішень та

отриманих результатів, заключне судження, реалізація прийнятого рішення.

7. Чотири базові принципи системного підходу до розроблення та аналізу математичних моделей технічних систем.
8. Специфіку та особливості математичного моделювання об'єктів вимірювання.
9. Специфіку та особливості математичного моделювання засобів вимірювання.
10. Специфіку та особливості математичного моделювання процесу та умов вимірювання.
11. Взаємозв'язки основних елементів процесу вимірювання відповідно до рис. 3.2: об'єкта, суб'єкта, засобу вимірювання, умов та процесу вимірювання.
12. Відмінності та застосування методів вимірювання.
13. Особливості математичного моделювання об'єктів вимірювання з урахуванням технічних вимог до похибки вимірювання.
14. Як проводити математичне моделювання об'єктів вимірювання; конкретні приклади математичного моделювання.
15. Послідовність отримання результатів вимірювання засобами аналогової системи.
16. Математичне моделювання аналітичних засобів вимірювання (урахування характерних складових – вимірювальної величини, узагальненого збурення на вході та виході).
17. Послідовність отримання результатів цифровим засобом вимірювання.
18. Особливості математичного моделювання цифрових засобів вимірювання.
19. Приклад математичного моделювання аналого-цифрового перетворювача послідовного наближення.
20. Яким чином враховуються при математичному моделюванні робочі умови вимірювання.
21. Особливості та послідовність математичного моделювання середовища та умов вимірювання.

22. Приклади побудови математичних моделей впливу середовища та умов вимірювання.

**Слід запам'ятати:**

1. Математичні моделі, які можна побудувати за трьома основними критеріями.
2. Класифікацію математичних моделей.
3. Визначення виду математичних моделей: мікро-, макро- та метарівня, структурних, функціональних, аналітичних, алгоритмічних, імітаційних, теоретичних, емпіричних, детермінованих, стохастичних.
4. Послідовність та зміст розрахунку основних вимог до математичних моделей – точності та адекватності.
5. Визначення понять: точність математичної моделі, її адекватність, економічність, надійність, універсальність, обчислюваність, модульність, алгоритмізованість, наочність.
6. Склад та визначення структурних елементів математичної моделі: об'єкт моделювання, постійні та змінні параметри, критерій оптимальності, обмеження, цільова функція.
7. Основні групи вихідних параметрів математичної моделі технічної системи: економічні, техніко-економічні та статистичні.
8. Конкретні приклади параметрів оптимізації технічної системи.
9. Визначення параметра оптимізації математичної моделі.
10. Склад етапів системного аналізу технічних систем.
11. Принципи системного підходу до розроблення та аналізу математичних моделей технічних систем.
12. Базові визначення напряму «Метрологія, вимірювальна техніка та інформаційно-вимірювальні технології»: вимірювальна величина, вимірювання, завдання, об'єкт та суб'єкт вимірювання, вимірювальний сигнал, принцип та метод вимірювання.
13. Структурну схему елементів процесу вимірювання, їх взаємозв'язок та взаємний вплив на результат вимірювання.

14. Класифікаційні ознаки метрологічного аналізу методів і засобів вимірювання.
15. Визначення понять, пов'язаних із класифікацією методів вимірювань: метод безпосереднього оцінювання, диференційний метод, нульовий метод, метод заміщення та метод збігів.
16. Визначення поняття «математична модель об'єкта вимірювання».
17. Методику математичного моделювання засобів аналогової системи вимірювання.
18. Методику математичного моделювання цифрових засобів вимірювання.
19. Чотири групи величин, що характеризують робочі умови процесу вимірювання.
20. Визначення базових понять, що характеризують процес вимірювання: умови вимірювання; впливова величина; додаткова похибка; нормальні умови вимірювання; нормальна область значень впливової величини; робочі умови вимірювання; точність, достовірність і правильність вимірювання; збіжність і відтворюваність результатів вимірювання; похибка.
21. Методику (послідовність) математичного моделювання впливу середовища на об'єкт вимірювання.
22. Формули:

$$E_i = \frac{|y_{\hat{n},i} - y_{i\bar{a}}|}{\hat{\sigma}_{\bar{a}}} \quad \text{– точність математичної моделі;}$$

$$\hat{A}_{i,i} = \max_s E_i, \quad s = \overline{3, m};$$

$$OA = \{X, Q / E_{i,i} \leq \delta\} \quad \text{– адекватність математичної моделі;}$$

$$F = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max,$$

$$d_{11}x_1 + \dots + d_{1m}x_m \leq b_1;$$

$$d_{21}x_1 + \dots + d_{2m}x_m \leq b_2;$$

$$d_{k1}x_1 + \dots + d_{km}x_m \leq b_k,$$

$$x_{ij} \geq 0; \quad i = \overline{1, k}; \quad j = \overline{1, m} \quad \text{– загальний вигляд математичної}$$



моделі;

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= Y^*(t) + H(t); \\ Y^*(t) &= (1 + \Delta k) \int_0^t w_0(\tau) [x(t - \tau) + F(t - \tau)] d\tau = y_x(t) + Y_1(t), \end{aligned} \right\}$$

$Y(t) = y_x(t) + Y_f(t) + Y_h(t)$  – приклад математичної моделі отримання результату засобами аналогової системи вимірювання;

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i z(t)}{dt^i} = k_1 \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}$$
 – математична модель аналогового вимірювального перетворення;

$$y(t_n) = k \sum_{\xi=0}^{r-1} w_{0\xi} x(t_{n-\xi})$$
 – узагальнена математична модель цифрового засобу вимірювання;

$w(t_n) = kw_0(t_n), \quad n = 0, 1, \dots$  – оціночна модель для визначення вагової функції цифрового засобу вимірювання (на прикладі інерційного чотириполюсника з аналого-цифровим перетворювачем послідовного наближення);

$$\Delta k = \sum_{i=1}^m \gamma_i (\Delta k_{i\bar{i}} + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta \rho_j) = \sum_{i=1}^m \gamma_i \Delta k_{i\bar{i}} + \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \gamma_i \alpha_{ij} \right) \Delta \rho_j = \Delta k_{\bar{i}} + \Delta k_{\bar{n}}$$

– математична модель відхилення від номінального значення коефіцієнта чутливості  $i$ -го перетворювача залежно від умов і середовища вимірювання.

### Треба вміти:

1. Розрізняти та виділяти за відповідними критеріями види математичних моделей технічних систем.

2. Виконувати розрахунок точності та адекватності математичних моделей відповідно до формул (3.1) – (3.3).
3. Розрізняти та виділяти відповідно до визначень структурні елементи математичних моделей: об'єкт моделювання, постійні та змінні параметри, критерій оптимальності, обмеження, цільову функцію.
4. Відповідно до конкретних умов аналізу досліджуваної чи проєктованої технічної системи визначати параметри оптимізації її математичної моделі.
5. Проводити системний аналіз модульованих технічних систем з урахуванням рекомендованої послідовності аналізу та принципів системного аналізу.
6. Формулювати постановку завдання вимірювання, збирати та аналізувати вимірювальну інформацію, аналізувати адекватність моделі об'єкта вимірювання та моделі засобів вимірювання відповідно до структурної схеми елементів процесу вимірювання (рис. 3.2).
7. Проводити класифікацію засобів та методів вимірювання згідно з базовими ознаками метрологічного аналізу.
8. Виконувати математичне моделювання об'єктів вимірювання.
9. Виконувати математичне моделювання аналогових засобів та систем вимірювання.
10. Виконувати математичне моделювання цифрових засобів вимірювання.
11. Визначати нормальні, робочі та граничні умови вимірювання.
12. Визначати якісні параметри вимірювання: точність, достовірність, правильність, збіжність результату, відтворюваність результатів вимірювань, похибку результату вимірювань.
13. Виконувати математичне моделювання впливу середовища та умов вимірювання на об'єкт вимірювання.

## **4. ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

### **4.1. Узагальнені етапи математичного моделювання**

Єдиної концепції розроблення математичних моделей немає та і не може бути через різноманітність завдань і ситуацій, що виникають, напрямів, математичних методів та шляхів їх вирішення. Якість моделі значною мірою визначається творчими здібностями та уявою як окремого інженера, так і всього колективу інженерів.

Інтуїція, знання, досвід та інші інтелектуальні здібності не піддаються чіткому алгоритмуванню, проте відіграють головну роль у процесі побудови моделі. Тому неможливо написати конкретну інструкцію чи підручник з побудови моделей, адже це творчий, індивідуальний процес кожного дослідника та інженера. Якби такий підручник був написаний, то він швидше обмежував би творчі можливості, ніж їх розвивав.

Утім, незважаючи на різноманіття технічних систем і широкі можливості моделювання на сучасних персональних комп'ютерах, можна виділити основні закономірності переходу від побудови концептуальної математичної моделі об'єкта моделювання до проведення комп'ютерного моделювання технічних систем та подальшого оброблення результатів моделювання.

Аналіз нагромадженого досвіду побудови моделей та проведення комп'ютерного моделювання дозволяють виділити вимоги до математичної моделі та розробити загальну рекомендаційну послідовність дій. До математичних моделей технічних систем ставлять такі основні вимоги [23; 24]:

1. Повнота моделі має надавати користувачу можливість отримання вичерпних характеристик системи із заданою точністю та достовірністю.

2. Процес розроблення та реалізації моделі технічної системи повинен зводитись до мінімальних затрат часу.

3. Структура моделі має складатись із блоків, що зручно у випадку перебудови моделі.

4. Гнучкість системи повинна дозволяти відтворювати різні ситуації у разі зміни її структури, алгоритмів і параметрів моделі.

5. Інформаційне забезпечення процесу моделювання має надавати можливість ефективної роботи моделі з базами даних пакетів прикладних систем та спеціалізованих САЕ-систем.

6. Програмні й технічні засоби повинні забезпечувати швидке створення комп'ютерної моделі та зручну роботу дослідника з нею.

Загальна схема математичного моделювання технічних систем включає такі основні узагальнені етапи:

1. Схематизація реальних процесів, що відбуваються в технічній системі, визначення їх (її) структури, складу дій та операцій з метою постановки завдання.

2. Теоретичний аналіз елементарних операцій та побудова концептуальної моделі системи для знаходження залежності між вхідними та вихідними величинами.

3. Побудова математичної моделі технічної системи (за необхідності програмування) та комп'ютерне моделювання.

4. Експериментальна перевірка отриманих результатів та коригування математичної моделі з метою коригування моделі та отримання достовірних результатів моделювання.

5. Аналіз та подання результатів моделювання технічної системи.

Загалом послідовність етапів математичного моделювання залежить від складності технічної системи, досвіду дослідника, багатьох інших причин та зумовлена, у першу чергу,

використанням допоміжних інструментів – комп’ютера та розрахункових пакетів прикладних програм або САЕ-систем.

Розглянемо більш детально способи організації процесу математичного моделювання, від якого і залежить вибір тих чи інших етапів та підетапів моделювання.

#### **4.2. Способи організації процесу математичного моделювання**

Математичне моделювання є методом дослідження технічних систем шляхом побудови їх математичних моделей з подальшим аналізом та дослідженням цих моделей. Разом із тим використання сучасних мов програмування, персональних комп’ютерів та інформаційних технологій значно розширило можливості математичного моделювання.

Тому можна виділити три типові способи організації процесу математичного моделювання. Перший – «традиційний», ґрунтується на побудові математичної моделі з подальшим її аналізом та аналітичним дослідженням.

Для технічних систем, простих за структурою і процесом функціонування, побудова математичної моделі з подальшим її дослідженням є достатньою умовою для отримання результатів моделювання. Дослідник, під час аналізу моделі, у кожному ітераційному циклі порівнює показники отриманої моделі з їх допустимими значеннями. За умови невиконання обмежень проводиться вибір нових параметрів та коригування моделі, після чого цикл дослідження повторюється. Схему «традиційного» математичного моделювання матиме вигляд, як на рис. 4.1.

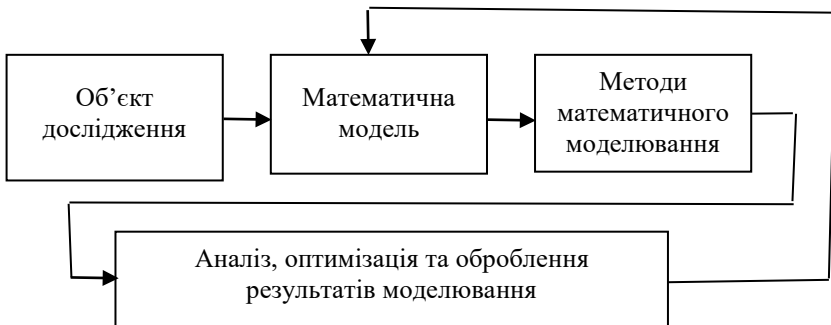


Рис. 4.1. Загальна схема процесу «традиційного» математичного моделювання

Процес моделювання за цією схемою реалізується для тих технічних систем, для яких були відомі основні закони їх функціонування та які зберігаються під час переходу від моделі до реального об'єкта моделювання. Ці закони (знання) дозволяють апріорно задати типовий клас моделей, що використовуються, та звести завдання дослідження до знаходження параметрів моделі за експериментальними даними.

Принципова зміна схеми організації процесу математичного моделювання відбувається при переході до аналізу (дослідження) технічної системи для малодосліджених об'єктів, де сама структура і клас моделей можуть і повинні уточнюватись під час дослідження. При цьому структура математичної моделі не може бути задана апріорі, а тому й не може використовуватись існуючий типовий клас моделей або пакет прикладних програм.

Тому другим типовим способом організації процесу математичного моделювання вважатимемо спосіб, за якого дослідник, незважаючи на великий арсенал математичних алгоритмів та прикладних програм, самостійно займається розробленням комп'ютерних програм.

Для цього він повинен знати мову програмування, мати навички програмування, проектувати структуру програми, а також програмувати, тестувати й налагоджувати програми.

Схему типового способу організації математичного моделювання з використанням комп'ютера як інструментального засобу показано на рис. 4.2.

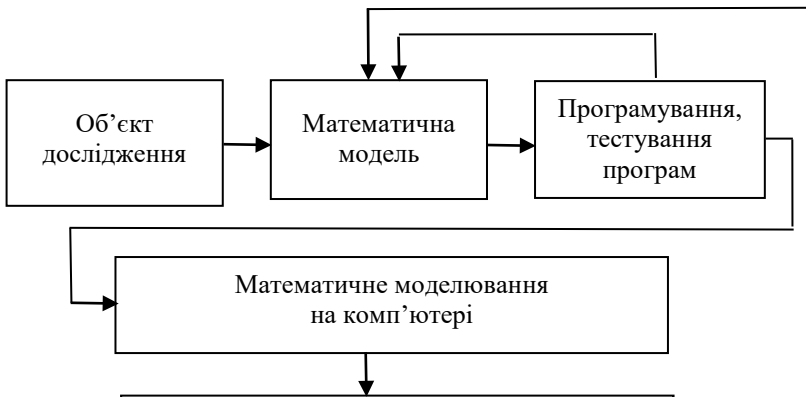


Рис. 4.2. Загальна схема процесу математичного моделювання з використанням комп'ютера

Дослідник у процесі математичного моделювання може використовувати сучасні інформаційні технології для проведення багатоваріантних досліджень, що залежать від різних керувальних факторів та впливу факторів навколишнього середовища. З алгоритмічного погляду організація моделювання – це процес математичного оброблення вихідних даних з метою отримання певного набору результатів. Процес дослідження складних динамічних об'єктів (зміна стану та просторового положення в часі) може потребувати проведення багато параметричних та ітераційних (що повторюються) розрахунків за незмінного вигляду отриманих математичних моделей. Саме для таких розрахунків розроблено велику кількість пакетів прикладних програм математичного моделювання та розрахункових САЕ-систем.

Істотною особливістю таких пакетів прикладних програм та систем є те, що в них більшість або всі допоміжні параметри математичних моделей можуть бути без (або ж принципово не мають) фізичної інтерпретації.

Третій типовий спосіб організації процесу математичного моделювання з використанням пакетів прикладних програм та САЕ-систем ілюструє рис. 4.3.

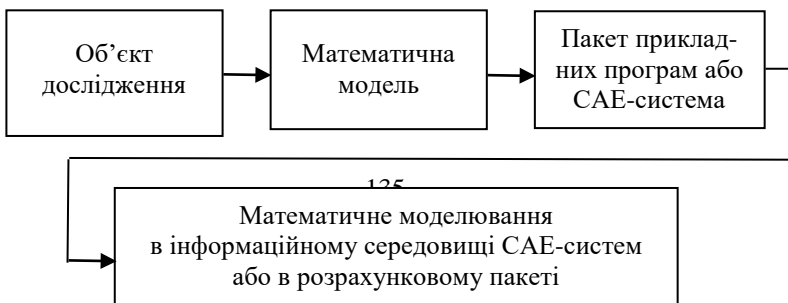


Рис. 4.3. Загальна схема процесу математичного моделювання з використанням розрахункових комп'ютерних програм або САЕ-систем

Наведені схеми організації процесу математичного моделювання є узагальненими і не містять всієї сукупності можливих дій дослідника. Такій сукупності дій (етапів та підетапів) можна надати вигляду формалізованої загальної методики математичного моделювання технічних систем як послідовність із семи етапів.

### **4.3. Послідовність математичного моделювання**

Процес математичного моделювання є творчим ітераційним процесом, який починається з відомої інформації про об'єкт моделювання та продовжується доти, доки не буде отримана модель, адекватна вимогам поставленого завдання.

Весь комплекс робіт із математичного моделювання відповідно до наведених вище загальних схем, можна поділити на етапи та підетапи:

1. Постановка задачі.
  - 1.1. Отримання, аналіз та встановлення вимог до початкової інформації про об'єкт моделювання.
  - 1.2. Визначення структури та параметрів технічної системи.
  - 1.3. Декомпозиція технічної системи.



- 1.4. Аналіз отриманої інформації, висування гіпотез та прийняття припущень.
- 1.5. Формулювання завдання моделювання технічної системи.
- 1.6. Підготовка технічної інформації (документації) за етапом 1.
2. Розроблення концептуальної математичної моделі.
  - 2.1. Установлення параметрів і змінних математичної моделі.
  - 2.2. Установлення основного змісту моделі.
  - 2.3. Обґрунтування критеріїв оцінювання ефективності технічної системи.
  - 2.4. Визначення процедур апроксимації.
  - 2.5. Опис концептуальної математичної моделі.
  - 2.6. Перевірка достовірності концептуальної моделі.
  - 2.7. Підготовка технічної інформації (документації) за етапом 2.
3. Побудова та аналіз математичної моделі технічної системи.
  - 3.1. Побудова логічної схеми математичної моделі.
  - 3.2. Отримання математичних співвідношень.
  - 3.3. Перевірка достовірності та адекватності моделі технічної системи.
  - 3.4. Використання розрахункового пакета прикладних програм чи САЕ-систем для комп'ютерного моделювання згідно з етапом 5 або виконання робіт із програмування моделі згідно з етапом 4 з переходом до шостого етапу.

Для нескладних математичних моделей перехід до виконання підетапів 3.5, 3.6 та етапу 6.
  - 3.5. Тестування моделі параметрами та змінними даними.
  - 3.6. Підготовка технічної інформації (документації) за третім етапом.
4. Програмування математичної моделі.
  - 4.1. Розроблення плану виконання робіт із програмування моделі.
  - 4.2. Побудова схеми програми.
  - 4.3. Програмування математичної моделі.

- 4.4. Тестування отриманої програми налагодження та перевірка достовірності вихідних даних.
- 4.5. Математичне моделювання за допомогою комп'ютера.
- 4.6. Підготовка технічної інформації (документації) за четвертим етапом.
5. Комп'ютерне моделювання в середовищі розрахункових пакетів прикладних програм або САЕ-систем.
  - 5.1. Визначення початкових умов моделювання технічної системи.
  - 5.2. Задання граничних умов моделі технічної системи.
  - 5.3. Опис поведінки технічної системи на основі фундаментальних законів (щодо предметної області дослідження).
  - 5.4. Знаходження числового, аналітичного та інших розв'язків системи вихідних рівнянь, що визначають математичну модель.
  - 5.5. Підготовка технічної інформації (формування звіту про роботу) за етапом 5.
6. Експериментальна перевірка моделі та оптимізаційні експерименти.
  - 6.1. Планування експерименту з моделлю системи.
  - 6.2. Установлення відповідності критеріям оптимізації системи.
  - 6.3. Оцінювання похибок та ефективності функціонування об'єктів і процесів системи.
  - 6.4. Підготовка технічної інформації (документації) за етапом 6.
7. Аналіз та інтерпретація результатів моделювання технічної системи.
  - 7.1. Комплексний аналіз результатів моделювання.
  - 7.2. Подання результатів моделювання.
  - 7.3. Підведення підсумків моделювання та підготовка заключних рекомендацій.
  - 7.4. Підготовка загальної інформації (документації) за результатами математичного моделювання.

Загальна методика математичного моделювання включає наведені вище етапи та підетапи, які можуть використовуватись послідовно, ітераційно чи одночасно. У разі отримання нової або

додаткової інформації про об'єкт дослідження потрібно виконати її аналіз і в разі потреби переглянути отримані раніше результати.

Більшість етапів загальної методики математичного моделювання в достатньому обсязі розкриті в підручниках та навчальних посібниках [18 – 27]. Утім вважаємо за необхідне більш детально розкрити такі слабоформалізовані етапи моделювання, як: постановка задачі; концептуальне моделювання; експериментальна перевірка моделі та оптимізаційні експерименти, а також надати коротку інформацію щодо інших етапів і підетапів математичного моделювання.

#### **4.4. Постановка задачі математичного моделювання**

На вибір математичної теорії та методу моделювання впливає передусім постановка завдання та наявність вхідних даних. Не дарма вважають, що правильно поставлене завдання – це вже половина його вирішення. Тому спочатку розглянемо суть самого поняття «завдання».

Для вирішення будь-якого завдання спочатку потрібно зрозуміти ситуацію, що склалася, поставити та чітко сформулювати питання, на які потрібно отримати відповіді після моделювання. Для цього потрібно з'ясувати суть завдання та необхідність та необхідність його вирішення методом математичного моделювання.

Розгляд умов, що спричиняють виникнення завдання, дозволяє виділити деякі з них за характером ситуацій, у яких перебуває дослідник:

1. Є один або декілька кінцевих результатів, яких прагнуть досягти внаслідок вирішення технічного питання.
2. Існує дві чи більше стратегій досягнення потрібних результатів, які мають неоднакову ефективність при досягненні заданої мети.
3. Існує сумнів щодо того, яка стратегія є найкращою, тобто оптимальною.

Інакше кажучи, завдання виникає тоді, коли суб'єкту (технічній системі чи процесу) потрібно реалізувати задану мету та існують деякі шляхи її досягнення. Кожен з них характеризується різною

ефективністю, причому невідомо, яким конкретним шляхом реалізувати мету та вибрати стратегію.

Залежно від знань про характер вхідних даних або результату прийняття рішення існують три типи задач:

1. **Детерміновані задачі.** Виникають у ситуаціях, коли кожна стратегія приводить до єдиного результату.

2. **Імовірнісні задачі** (задачі з ризиком). Унаслідок їх розв'язання можуть бути отримані різні результати, імовірності досягнення яких відомі або можуть бути оцінені.

3. **Задачі в умовах невизначеності.** Виникають у ситуаціях, коли невідомо, які результати можуть бути отримані. Тому не можна порівняти ймовірності з результатами.

Наведемо приклади цих типів задач та їх комбінацій, що виникають в інженерній практиці.

1. Державне науково-технічне об'єднання має 25 підприємств і щорічно одержує бюджетне фінансування на закупівлю обладнання. Кожний директор підприємства складає заявку на необхідне йому обладнання. Як правило, сума бажаного ними фінансування набагато вища від виділеної. Задача полягає в тому, щоб знайти спосіб вибору із загальної заявки тієї номенклатури обладнання, яка найбільш необхідна та яку потрібно закупити.

2. Підприємству потрібно виконати важливе замовлення до певного терміну. Але згідно з раніше затвердженим планом робоче обладнання підлягає профілактиці та ремонту, які можуть затягнутись на невизначений термін. Є декілька варіантів досягнення результату роботи в заданий термін: відмовитись (на певний термін) від профілактичних робіт; провести профілактику згідно з планом чи в обмеженому обсязі. Але ступені ризику (ймовірності) досягнення кінцевого результату різні, різні їх економічні та стратегічні наслідки.

3. Заплановано впровадити у виробництво вимірювальних комплексів новітні методи механічної обробки полімерних матеріалів. Проте невідомо, якої якості заготовки будуть постачатись спеціалізованим підприємством. Можливо, необхідність в механічній обробці буде зведена до мінімуму чи зовсім не буде потрібною. Треба за три місяці до підписання контракту вибрати конкретні методи обробки та заказати обладнання й інструмент. Невизначеність з обсягами робіт вносить

умови невизначеності в процес вибору рішення про вкладення коштів у розвиток виробництва.

**Постановка задачі** включає, насамперед, формулювання питань, на які потрібно отримати відповіді під час моделювання та детальне викладення ситуації, що склалась (проблеми, умови завдання, обмеження). Знання того, що саме невідомо і про що потрібно дізнатися, не тільки дозволяє сформулювати задачу, але й визначає напрям та методи її розв'язання.

Постановка задачі повинна включати сукупність основних шляхів її розв'язання, але не повинна обмежувати ініціативу дослідників під час пошуку та вибору ними оптимального напрямку дій. Такий підхід припускає можливість використання дослідником математичної моделі для розв'язання інших (найчастіше обернених) задач з тими ж вихідними даними (або атрибутами моделі), тобто передбачає можливість удосконалення моделювання.

На етапі постановки задачі потрібно отримати відповіді на питання й виконати такі роботи:

1. Підготувати перелік питань, на які треба відповісти наприкінці моделювання.

2. Вивчити ситуацію (існуючі процеси в сукупності чи поагрегатно та ін.).

3. Сформулювати перелік вхідних, вихідних та керувальних параметрів і збурювальних впливів.

4. Сформулювати виробничі дані для основного (початкового) варіанта.

5. З'ясувати чи достатньо даних для основного (початкового) варіанта. Якщо ні, то провести виробничі (лабораторні) дослідження або використати додаткові (експериментальні) дані літературних джерел.

6. Вибрати:

- цільову функцію;
- вхідні та вихідні змінні;
- обмеження.

7. Увести умовні позначення всіх атрибутів майбутньої моделі.

8. Визначити та описати структурні складові (компоненти) технічної системи.

9. Виявити зв'язки та описати поведінку параметрів (змінних)

у межах компонентів системи або встановити співвідношення між ними у вигляді функціональних залежностей.

10. У разі потреби (певній структурній складності) провести декомпозицію технічної системи.

*Декомпозиція системи (або розбиття задачі на підзадачі) проводиться для складних систем у випадку, коли побудова набору співвідношень між характеристиками системи є неможливою або складною.* Тому систему доводиться ділити на елементи, математичний опис яких можна виконати.

Конкретного способу спрощення (ускладнення) моделі не існує, але є основні принципи. Це:

- компроміс між повнотою, трудомісткістю побудови моделі та складністю експериментування з нею;
- відповідність точності окремих елементів моделі точності вихідних даних для моделювання;
- поділ процесів моделювання на послідовні незалежні етапи;
- точне відтворення одних частин системи і спрощене відтворення інших;
- вилучення окремих частин системи із заміною їх еквівалентними випадковими впливами;
- організація послідовності моделей зростаючої складності з перевіркою збіжності результатів.

Процес декомпозиції моделі потрібно розглядати як процес мінімізації її складності, тобто як розв'язання мінімізаційної задачі на етапі підготовки математичної моделі:

$$L \Rightarrow \min \Rightarrow D^*, \quad D \in \{D\},$$

де  $L$  – складність декомпозиційної системи (задачі);  $D$  – операція декомпозиції;  $\{D\}$  – множина припустимих варіантів декомпозиції;  $D^*$  – оптимальна декомпозиція, яка мінімізує  $L$ .

Таким чином, мета декомпозиції моделі полягає у спрощенні попереднього синтезу (постановки задач) моделі об'єкта «розщепленням» її на простіші елементи.

Під час проведення теоретичного аналізу об'єкт ділиться на скінченну кількість підсистем, які у свою чергу діляться на дрібніші аж поки не стануть достатньо простими для вивчення та

математичного опису. Вони і будуть елементами опису складного об'єкта. Оскільки складний об'єкт ділиться зі збереженням зв'язків між виділеними елементами, то математична модель складного об'єкта складатиметься з математичних моделей елементів і математичних моделей зв'язків між ними.

Опишемо математично процес декомпозиції. Так,  $S_0$  – технічна система, що декомпонується, то після застосування до  $S_0$  декомпозиції  $D_0$  отримаємо множину підсистем  $S_1, S_2, \dots, S_n$ . Отримані підсистеми розчленовуються на підсистеми нижчого рівня, тобто  $S_i$  розбивається на  $S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{im}$  і т.д. Кожна підсистема допускає декомпозицію процесів, котрі, у свою чергу, можуть розділитись на функції, тобто кожний процес може бути поданий у вигляді вектора:

$$MF_{ij} = \{MF_{ij1}, MF_{ij2}, \dots, MF_{ijm}\},$$

де  $MF_{ijm}$  –  $i$ -та функція  $j$ -го процесу;  $m$  – кількість процесів.

Розглянемо приклад (рис. 4.4), який відображає методичні проблеми, що виникають унаслідок поділу об'єкта для його математичного опису.

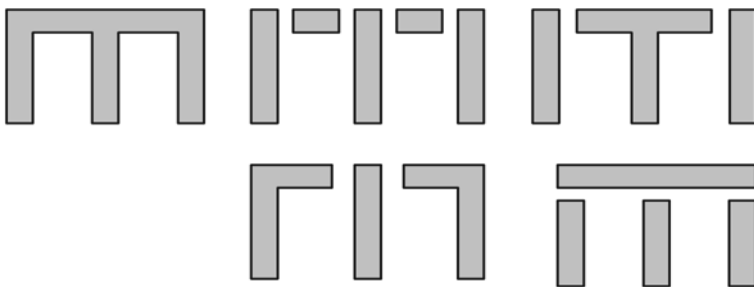


Рис. 4.4. Варіанти розділення декомпозиції об'єкта

Опис кожного способу розділення матиме такий вигляд:

- три паралельні бруски, розділені двома короткими поперечинами, що трохи відстають від країв об'єкта;
- два паралельні бруски, розділені тавром, що трохи відстає від країв об'єкта;
- два дзеркально симетричні елементи, що мають профіль швелера;
- три паралельні бруски, з'єднані зверху однією поперечиною, що трохи відстає зверху.

Звідси можна зробити такі висновки:

1) виділення більш складних елементів для опису і моделювання об'єкта дослідження ускладнює їх опис, але спрощує опис зв'язків між ними і навпаки;

2) декомпозиційний об'єкт можна використовувати як елемент для опису і моделювання більш складних технічних систем.

Таким чином, математичне моделювання технічних систем ґрунтується на реальних процесах, які відбуваються в них під час функціонування. Їх ділять на елементарні дії або операції, які описуються простими математичними залежностями, що встановлюють зв'язок між вхідними та вихідними впливами.

Через складність процесів функціонування реальних технічних систем можна будувати математичні моделі, які описують лише їх основні характеристики. Для математичного опису елементів технічної системи становлять інтерес ті з їх властивостей, які безпосередньо впливають на властивості всієї технічної системи. На всіх етапах моделювання (виділення простих елементів, визначення їх зв'язків) математичний опис об'єкта спрощують шляхом прийняття певних припущень.

При моделюванні технічної системи на етапі декомпозиції потрібно виявити фактори, що мають значний вплив на характер функціонування системи. Так, наприклад, для моделювання технологічного процесу складання вимірювального приладу на основі технологічної схеми механоскладального виробництва потрібно:

- скласти інформаційну схему, в якій приблизно дотримувався б матеріальний баланс;
- подати у вигляді переліку пунктів обчислювальні блоки, що входять до схеми;
- записати наближені моделі (які надалі повинні відповідати



реальному технологічному режиму) для елементів, моделей яких не існує серед типових математичних схем.

**Аналіз отриманої інформації, висування гіпотез та прийняття припущень.** Проведення аналізу забезпечує отримання кількісних та якісних вхідних даних, необхідних для подальшої формалізації та вирішення цієї задачі. Ці дані допомагають зрозуміти суть задачі та методи її розв'язання. Аналіз інформації про систему та її навколишнє середовище дозволяє оцінити наявність чи відсутність апріорних (апріорно до досліду, незалежно від досліду, завідомо) та експериментальних даних, а також вибрати методи і засоби попереднього оброблення інформації.

Від якості вхідної інформації про об'єкт моделювання та організації її аналізу істотно залежать адекватність отриманої моделі та достовірність результатів моделювання.

Гіпотези на етапі постановки задачі необхідні для заповнення прогалин у розумінні суті задачі дослідником. Також висуваються гіпотези щодо можливих результатів моделювання технічної системи, справедливості яких перевіряється при проведенні як традиційного, так і комп'ютерного моделювання.

Припущення передбачає, що деякі дані невідомі або їх не можливо отримати. Припущення можуть також висуватись щодо відомих даних, але які не відповідають установленим раніше вимогам до вхідної інформації про об'єкт моделювання.

У цілому припущення дають досліднику додаткову можливість для спрощення майбутньої математичної моделі відповідно до вибраної загальної схеми процесу математичного моделювання (див. рис. 4.1 – 4.3). При висуванні гіпотез та припущень ураховуються такі фактори:

- обсяг отриманої інформації для розв'язання;
- необхідність поділу задачі на підзадачі, для яких недостатньо інформації;
- обмеження ресурсів часу для розв'язання задачі;
- очікувані результати моделювання.

Слід зазначити, що на етапі концептуального моделювання (етап 2) досліднику бажано переглянути прийняті раніше гіпотези і припущення та прийняти щодо них остаточне рішення.

**Формулювання задачі моделювання технічної системи.** Формально задача моделювання ставиться перед дослідником ще

до початку математичного моделювання. Сам етап 1 призначений для уточнення суті задачі та формалізованого її подання на базі вхідної інформації про технічну систему та опису впливу навколишнього середовища.

Тобто формулювання задачі моделювання технічної системи на цьому етапі подібне до розроблення технічного завдання на проектування (виготовлення) промислового виробу. Так, розроблення технічного завдання завжди є необхідним етапом проектних робіт. Воно потребує певного часу для аналізу вхідної інформації, її уточнення та коригування. Важливим є те, що основу технічного завдання повинен розробляти (формулювати) замовник цього проекту (роботи) за участю безпосереднього виконавця. Таким чином, і дослідник (інженер) повинен уточнювати постановку задачі та її формалізований опис з керівником (замовником) процесу математичного моделювання.

Результатом формулювання задачі мають бути формалізований опис вхідних даних, існуючих обмежень на вхідні та вихідні параметри технічної системи та подана в загальному вигляді цільова функція математичного моделювання.

***Підготовка технічної (звітної) інформації (документації) за етапом 1.*** Цей підетап завершує кожний етап і є обов'язковою умовою успішного проведення математичного моделювання. Потреба в коригуванні процесу моделювання, можлива участь інших дослідників (інженерів) у цьому процесі зумовлюють необхідність документування проміжних результатів моделювання.

По завершенні етапу 1 складають детальний технічний звіт цього етапу, котрий містить детальний формалізований опис постановки задачі математичного моделювання технічної системи за відповідними вимогами.

#### **4.5. Розроблення концептуальної математичної моделі технічної системи**

Концептуальність як система поглядів на процеси досліджень та розроблення технічних систем властива й математичному моделюванню їх предметної галузі. Тому сукупність таких моделей

називають концептуальною математичною моделлю предметної галузі технічних систем.

Побудова концептуальної моделі відповідає переходу від описового подання знань до їх формального подання декларативною мовою, яка допускає єдину інтерпретацію. Після формалізованої постановки задачі дослідник (або колектив розробників) може виконувати підетапи етапу 3. Але математичне моделювання технічних систем, наприклад складних сучасних інформаційно-вимірювальних комплексів, виробничих процесів промислових підприємств, сучасних приладів із вбудованими мікросхемами та інших систем безумовно потребує проведення робіт відповідно до етапу 2 (етапу концептуального моделювання).

Концептуальне моделювання використовують у тих випадках, коли технічна система не може бути описана кількісними характеристиками, які дозволили б описати закономірності її функціонування чи розроблення у вигляді аналітичних залежностей.

Розглянемо детальніше методологічні аспекти цього виду моделювання. Концептуальна модель разом з описом структури технічної системи (об'єкта дослідження процесів як функціонування об'єкта, так і процесів оброблення інформації), способів взаємодії структурних елементів відображає такі властивості, як належність технічної системи до певного типу та її кількісні характеристики. Тому, крім поділу елементів моделі на об'єкти та відношення між ними, можна виділити клас атрибутів (властивостей), які вступають з елементами моделі (інформаційними об'єктами та процесами) у бінарні (взаємно однозначні) відношення, які можуть бути описані функціонально.

Таким чином, концептуальна математична модель технічної системи містить такі компоненти:

- множину елементів моделі (об'єктів і процесів);
- відношення, які задаються над множиною елементів моделей;
- множину атрибутів об'єктів і відношень;
- множину функцій (функціональних відношень між інформаційними об'єктами, процесами та їх атрибутами).

Два перші компоненти утворюють схему об'єктів і процесів технічної системи, а два інші – моделі атрибутів і кількісні характеристики.

Формалізацію концептуальної математичної моделі можна подати кортежем

$$S_{kmm} = \langle P, O, I_p, H_i, I_n, O_{ut}, S \rangle, \quad (4.1)$$

де  $P = \{p_i\}$  – множина процесів оброблення інформації;

$O = \{o_j\}$  – множина інформаційних об'єктів (даних);

$H_p, H_o$  – відношення ієрархії інформаційних об'єктів;

$I_n : P \rightarrow B(o)$  – відповідність  $I_n$  множини вхідних інформаційних об'єктів  $B(o)$  множині процесів  $p$  ( $I_n$  – інформаційна відповідність «вхідні інформаційні об'єкти процесу – процес»);

$O_{ut} : P \rightarrow B(o)$  – відповідність «процес – вихідні інформаційні об'єкти» множини вхідних інформаційних об'єктів  $B(o)$  множині процесів  $P$ ;

$\delta : P \rightarrow B(D), \{p_m\} = s\{p_i\}$  – відношення проходження процесів (відповідність підмножини вхідних інформаційних процесів  $B(p)$  множині  $P$  на цю множину, де  $\{p_m\}$  – множина процесів, виконання яких має строго передувати виконанню певного процесу  $p_i (p_m \in S(p_i))$ ;

$S = \{s_k\}$  – множина компонентів концептуальної математичної моделі;

$i = \overline{1, \dots, I}; j = \overline{1, \dots, J}; m = \overline{1, \dots, M}; k = \overline{1, \dots, K}$  – лічильники індексів.

Формалізація (4.1) відображає суть концептуального моделювання як процесу, під яким розуміють певне перетворення  $(i_n, O_{ut})$  вхідної підмножини об'єктів (даних про них) на іншу підмножину, яку називають вихідною.

Під час побудови концептуальної математичної моделі процес розглядають як декларативне подання задачі, ров'язання якої полягає в описі причинно-наслідкових зв'язків щодо виробленого в предметній галузі перетворення інформації.

Кожен із перерахованих компонентів концептуальної математичної моделі має свою семантичну інтерпретацію – декларативну чи процедурну. Взаємна несуперечність цих видів інтерпретації дозволяє їх сумістити і використовувати перший для побудови опису об'єктів предметної галузі, а другий – для отримання на їх основі процедурних специфікацій і самих алгоритмів.

Кожній трійці «вхідні об'єкти процесу – процес – вихідні об'єкти процесу» можна поставити у відповідність вираз

$$I_{n(p_i)} \xrightarrow{p_i} O_{ut(p_i)}.$$

Цей вираз означає відповідність процедурного процесу  $p_i$  відношення  $O_{ut(p_i)}$  відношенню  $I_{n(p_i)}$ . Відповідність  $p_i$  є відношенням обчислюваності під час ров'язання задачі, яке може розглядатись у двох аспектах: як аксіома обчислюваності для процесів нижнього рівня ієрархії та як теорема обчислюваності для процесів проміжної ієрархії, доказом існування якої є одна з умов коректності моделі, що перевіряється в процесі аналізу розв'язності концептуальної математичної моделі.

Поданою формалізацією процесу концептуального математичного моделювання показано суть інформаційних процесів із формалізованого опису структурних елементів математичної моделі та функціональних відношень між ними. Такі інформаційні процеси відбуваються згідно з підетапами, описаними в підрозд. 4.3. Розглянемо коротко особливості організації концептуального моделювання.

**Установлення параметрів і змінних моделі.** Метою цього підетапу є уточнення та остаточне встановлення всіх вхідних та вихідних даних з оціненням впливу всіх параметрів і змінних моделі на процес функціонування досліджуваних структурних елементів технічної системи та їх функціональних процесів. Опис кожного параметра і змінної повинен мати такий вигляд:

- визначення і коротка характеристика;
- установлене позначення та одиниця вимірювання;
- діапазон змін;
- місце застосування в математичній моделі.

Отримавши елементи, атрибути і функції моделі та зв'язок між ними, можна встановити основний зміст математичної моделі. На цьому кроці етапу часто застосовують апроксимацію (наближення) – математичний метод, який полягає в заміні одних математичних об'єктів іншими, близькими до оригіналу та простішими. Процедура апроксимації дозволяє досліджувати числові характеристики та якісні властивості технічної системи. При цьому задача математичного моделювання спрощується до вивчення простіших об'єктів (наприклад, характеристики яких легко розрахувати та властивості яких вже відомі). Так, у теорії чисел вивчаються діофантові наближення – наближення ірраціональних чисел до раціональних. Для наближеного обчислення інтеграла застосовується формула прямокутників (формула трапецій) або більш складна квадратурна формула. При цьому фактично відбувається наближення підінтегральної функції ступеневою функцією або вписаною ламаною. Для обчислення значень складних функцій часто застосовують розрахунок значень відрізка ряду, що апроксимують функцію.

Надалі на другому етапі в загальному вигляді формулюються можливі критерії оцінювання ефективності технічної системи (вартісні, часові, функціональні та ін.). Завершується цей етап описом отриманої концептуальної моделі технічної системи, перевіркою достовірності та підготовкою необхідної інформації (документації для цього етапу).

Розглянемо інші етапи загальної методики. Етапи 3 та 4 достатньо формалізовані та описані в навчальній літературі [18 – 24]. Етап 5 – комп'ютерне моделювання в середовищі розрахункових пакетів прикладних програм або САЕ-систем подано в шостому розділі пропонованого навчального посібника.

Крім того, у посібнику (розділ 5) наведено теоретичне і методологічне обґрунтування задач синтезу та оптимізації досліджуваних технічних систем. Задачі синтезу та оптимізації технічної системи виникають як на концептуальному етапі 2, так і

на інших (етапи 3 – 6). Ці задачі складні та неоднозначні. Автор наводить своє бачення цих задач щодо початкового (другого) етапу моделювання, бо їх обґрунтування та рекомендації до виконання майже не подаються в навчальній літературі [18 – 27].

Щодо завершальних етапів (6 і 7) математичного моделювання варто зауважити таке. Розробляється план проведення експериментів з моделлю для досягнення поставлених цілей. Основна мета планування експериментів – вивчення поведінки модельованої системи за найменших витрат під час експериментів. Зазвичай проводять такі експерименти:

- порівнюють середні значення і дисперсії різних альтернатив;
- визначають важливість урахування впливу змінних та обмежень, які накладаються на ці змінні;
- визначають оптимальні значення із множини можливих значень змінних.

Проведення експериментів планують для пошуку незначущих факторів. У випадку оптимізації будь-якого числового критерію формулюють гіпотези щодо вибору оптимальних варіантів структур модельованої технічної системи або режимів її функціонування, визначають діапазон значень параметрів (режимів функціонування) моделі, у межах якого знаходиться оптимальний розв'язок. Визначають кількість реалізацій та час прогону моделі кожної реалізації. Проводять екстремальний експеримент, за результатами якого знаходять оптимальне значення критерію та відповідні значення параметрів. Для оцінювання точності стохастичних моделей будують довірчі інтервали для отриманих вихідних змінних.

Далі аналізують та оцінюють результати. Наводять результати комп'ютерних експериментів у вигляді графіків, таблиць, роздруківок, а також визначають якісні та кількісні оцінки результатів моделювання. Для наочності моделі використовують анімацію. Обговорюють процес створення моделі та її достовірність, щоб підвищити рівень довіри до неї.

За отриманими результатами формулюють висновки з проведених досліджень і визначають рекомендації щодо використання моделі та прийняття рішень.

Наведені етапи моделювання взаємопов'язані, а сама методика створення моделі ітераційна. Це пояснюється тим, що після виконання кожного етапу перевіряється правильність і достовірність моделі, і у випадку невідповідності моделі об'єкта повертається до попередніх етапів з метою коригування та підстроювання моделі. Залежно від характеру внесених змін повертаються до попереднього етапу або до більш ранніх етапів.

На останньому етапі моделювання документально оформлюють усі результати дослідження та готують програмну документацію для використання їх під час розроблення поточних і майбутніх проектів [24].

### **Питання та завдання для поточного контролю**

1. Які основні вимоги до математичних моделей технічних систем?
2. Назвіть основні етапи математичного моделювання.
3. Наведіть загальну схему процесу традиційного математичного моделювання.
4. Наведіть загальну схему процесу математичного моделювання із застосуванням комп'ютера.
5. Наведіть загальну схему процесу математичного моделювання з використанням розрахункових комп'ютерних програм або САЕ-систем.
6. Обґрунтуйте переваги та недоліки застосування типових способів організації процесу математичного моделювання.
7. Назвіть узагальнені типи дослідницьких завдань та їх приклади.
8. Поясніть сутність етапу «постановка задачі математичного моделювання».
9. У чому полягає мета та принципи декомпозиції технічної системи?
10. Назвіть складові концептуальної математичної моделі.
11. Що розуміють під апроксимацією математичної моделі?
12. Які задачі розв'язують на етапі 3 математичного моделювання?
13. Назвіть задачі етапу «програмування і тестування математичного моделювання».



14. Поясніть сутність етапу «експериментальна перевірка математичного моделювання та оптимізаційні експерименти».
15. Поясніть коротко задачі етапів загальної методики математичного моделювання технічних систем.

## **ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 4**

### **Необхідно знати:**

1. Основні вимоги до математичних моделей технічних систем.
2. Відмінності та специфічні особливості трьох типових способів організації процесу математичного моделювання.
3. Узагальнену методику математичного моделювання технічних систем.
4. Суть та склад робіт, які потрібно виконати на етапі «Постановка задачі» математичного моделювання технічної системи.
5. Умови та принципи кваліфікованого виконання процесу мінімізації складності технічної системи (декомпозиція).
6. Порядок виконання робіт етапу «Розроблення концептуальної математичної моделі технічної системи».
7. Структурні складові концептуальної математичної моделі технічної системи.
8. Формалізоване подання концептуальної математичної моделі.
9. Процедуру апроксимації (наближення) математичної моделі.
10. Особливості виконання етапів 3 – 7 запропонованої методики математичного моделювання технічної системи.

### **Слід пам'ятати:**

1. Узагальнені етапи математичного моделювання технічних систем.

2. Три типові способи (схеми) організації процесу математичного моделювання.
3. Усі 7 етапів та 38 підетапів узагальненої методики математичного моделювання.
4. Три типи задач, які ставляться досліднику технічної системи залежно від характеру вихідних даних або результату прийняття рішення: детерміновані задачі, імовірнісні задачі та задачі в умовах невизначеності.
5. Визначення понять: постановка задачі та декомпозиція технічної системи.
6. Перелік робіт, які потрібно виконати на етапі постановки задачі математичного моделювання.
7. Принципи спрощення математичної моделі (декомпозиції технічної системи).
8. У яких випадках необхідно виконувати роботи другого етапу методики математичного моделювання технічної системи.
9. Структурні складові формалізованого опису (подання) концептуальної математичної моделі.
10. Суть процесу концептуального моделювання та семантичну інтерпретацію структурних компонентів концептуальної математичної моделі.
11. Послідовність застосування процедури апроксимації математичної моделі.
12. Зміст та призначення завершальних етапів 6 і 7 методики математичного моделювання технічної системи.
13. Структурні схеми – рис. 4.1 – 4.3.

### **Треба вміти:**

1. Будувати типові схеми організації процесу математичного моделювання: традиційну, із застосуванням комп'ютера та розрахункових комп'ютерних програм або САЕ-систем.
2. Застосовувати методику математичного моделювання відповідно до вибраної типової схеми організації процесу математичного моделювання технічної системи.

3. Визначати поняття: постановка задачі та декомпозиція технічної системи.
4. Виконувати всі роботи етапу «постановка задачі».
5. Формалізовано описувати структурні складові концептуальної математичної моделі технічної системи: множину елементів моделі; відношення, які задаються над множиною елементів моделей; множину атрибутів об'єктів і відношень; множину функцій.
6. Правильно трактувати опис причинно-наслідкових зв'язків перетворення інформації в побудованій (розробленій) концептуальній математичній моделі.
7. Застосовувати проектну процедуру математичної апроксимації до структурних складових і числових характеристик та якісних властивостей технічної системи.
8. Виконувати роботи завершальних етапів 6 і 7 методики математичного моделювання технічної системи.

## **5. СИНТЕЗ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

### **5.1. Задачі синтезу та оптимізації технічних систем і методи їх ров'язання**

Використання математичних моделей в інженерній практиці (дослідницькій, вимірювальній, розрахунковій, технологічній та ін.) дозволяє забезпечити ефективність та якість розробок за рахунок всебічного аналізу процесів та об'єктів, що вже діють або розробляються. За допомогою комп'ютерних інформаційних систем і прикладних програм математичного моделювання інженер за короткий термін може розглянути декілька варіантів технічних рішень і з наперед заданою ймовірністю вибрати найкращий.

Залежно від складності задачі та глибини проникнення в її структуру існують такі основні методи використання отриманих моделей: аналіз, розрахунок, синтез та оптимізація. Методи аналізу та розрахунку допускають використання менш точної моделі, але більш потрібної для практики. Тому під час створення моделей доводиться ров'язувати суперечливу задачу. З одного боку,

потрібно розробити модель, на якій найпростіше отримати числові зв'язки, а з другого боку – забезпечити максимально можливу точність (об'єктивність) моделі. З метою спрощення моделі використовують такі прийоми, як виключення змінних, зміна характеру змінних, зміна функціональних співвідношень між змінними (наприклад, лінійна апроксимація), зміна обмежень (їх модифікація, поступове введення обмежень в умову задачі).

Моделі, будучи ефективним засобом дослідження реальних об'єктів, дозволяють знайти принципово нові стратегії розвитку технічної системи та її вдосконалення.

Так, алгоритми, методики та програми аналізу й розрахунку технічних систем з розвитком комп'ютерних інформаційних технологій стали дуже популярними та доступними для дослідників і студентів [20; 22; 25; 26]. У розділі 6 коротко описані функціональні можливості САЕ-систем інженерного аналізу та певних пакетів прикладних програм математичного моделювання, які є ефективними для виконання конкретних розрахунків параметрів технічної системи.

Разом з тим використання отриманих моделей для задач синтезу та оптимізації дуже трудомістке та недостатньо описане в навчальній літературі. Пояснюється це труднощами формалізації методів синтезу технічних систем, які в основному створені з використанням евристичних прийомів і великими обчислювальними витратами, потрібними для успішного розв'язання задач синтезу. Останнім часом із розвитком інформаційних технологій створені ефективні алгоритми оптимізації, які значно зменшують витрати на пошук зв'язків та розширення взаємодії дослідників з комп'ютером для розв'язання задач синтезу технічних систем.

Задачі синтезу розв'язуються за два етапи. *Перший етап спрямований на створення структури технічної системи, називають **структурним синтезом**, другий – на пошук параметрів її структури, за якими об'єкт функціонуватиме за дії всіх дестабілізуювальних факторів, – **параметричним синтезом**.*

Структурний синтез набагато складніший за параметричний. Він займає особливе місце в загальному процесі дослідження та розроблення об'єктів різного виду і виконується в першу чергу.

**Структурний синтез** складається з трьох основних підетапів: генерації або пошуку варіанта, прийняття рішення щодо його придатності або непридатності, а також щодо продовження або припинення подальшого пошуку варіантів. Робота інженера на етапі структурного синтезу має творчий характер, а отримані розв'язки в багатьох випадках можуть розглядатися як винаходи. Пояснюється це надзвичайною різноманітністю структур, невизначеним обсягом врахованих вихідних даних і факторів, великим обсягом евристики.

Відмітною рисою структурного синтезу є дискретний характер, тому структурна (дискретна) оптимізація є складовою будь-якого структурного синтезу. Значний розвиток методів структурної (дискретної) оптимізації дасть змогу успішно застосовувати математичні методи для задач структурного синтезу.

**Мета параметричного синтезу** – визначити область працездатності в просторі внутрішніх і вихідних параметрів та який об'єкт правильно функціонуватиме протягом необхідного терміну за наявності дестабілізуювальних факторів. Параметричний синтез дає можливість уточнити та остаточно визначити технічне завдання на об'єкт, яке до цього мало ескізний характер. Пошук оптимальних параметрів знайденої структури в області працездатності з формалізованими критеріями оптимальності та обмеженнями є завданням наступного етапу роботи дослідника чи розробника – параметричної оптимізації.

Етапи проведення структурного синтезу технічних систем:

1. Формалізувати структурний аналіз, тобто визначити різноманітність типових структурних елементів за конкретного набору яких може бути визначена структура технічної системи. Наприклад, структурним базисом лабораторії вимірювальних приладів та пристроїв є типовий набір приладів та засобів, необхідних досліднику (інженеру, студенту) для виконання найрізноманітніших видів контролю режимів роботи приладів, а саме:

- вольтметри постійного та змінного струму;
- амперметри постійного та змінного струму;
- двоканальний осцилограф;
- мультиметр;
- цифрові та аналогові вимірювачі;

- логічний аналізатор;
- функціональний генератор;
- генератор слова;
- логічний аналізатор.

Опис елементів структурного базису охоплює моделі елементів, які використовуються для формування математичної синтезованої структури.

2. Формалізувати структурні зв'язки, тобто визначити обмеження на можливості з'єднань елементів структурного базису в синтезованій структурі. Результат формалізації може бути зображений у вигляді орієнтованого графу, ребра якого є можливими з'єднаннями або матрицями допустимих зв'язків або набору парних сполучень.

3. Формалізувати структурну або цільову функцію. Структурні функції, крім структурних елементів, можуть мати цілу систему функцій (обмежень), пов'язаних зі складністю структури або затратами на її функціонування, що значно ускладнює формалізацію цього етапу. Якщо звичайні цільові функції формалізуються за допомогою узагальнених критеріїв оптимальності, то структурні функції можна описати за допомогою числення (алгебри), заснованого на певному алфавіті. Використовуючи операції над словами цього алфавіту, отримуємо в явному вигляді залежність функції від структури.

4. Формалізувати вихідне завдання на структуру технічної системи. Цей процес істотно залежить від проведення трьох попередніх етапів формалізації, а також від використаного методу синтезу. Чим досконаліший метод синтезу, тим меншим за обсягом буде попереднє розроблення вихідного завдання.

За рівнем складності всі задачі структурного синтезу можна поділити на три групи.

До *першої групи складності належать найпростіші задачі, в яких вибір структури однозначний або отримується з кінцевої множини варіантів, які піддаються повному перегляду та порівнянню за прийнятий час.* Повний перелік варіантів структури в цьому випадку задається в інформаційному забезпеченні проектів технічних систем у вигляді каталогів типових варіантів, наприклад, перелік типових компонентів технічних систем, використаних для синтезу будь-якої технічної системи.

*Друга група складності охоплює задачі, для яких неможливим є безпосереднє перебирання варіантів. Синтез таких задач знижує рівень складності ще на стадії формування вихідних даних. Це унеможлиблює вироблення принципово нового варіанта структури. Припустимим є застосування методів спрямованого перебирання.*

*Третя група складності включає задачі, сформовані на застосуванні теорії евристичних рішень, яка використовується у випадках, коли вихідної інформації недостатньо для отримання точного розв'язку. Такі методи важко піддаються формалізації і поки не набули широкого практичного застосування в синтезі технічних систем. Тому для розв'язання задач третьої групи складності потрібна активна участь дослідника (розробника) у процесі проектування, яка реалізується в діалоговому режимі обміну інформацією між людиною та комп'ютером. Прикладом задачі цієї групи є проектування функціональної схеми діагностичного комплексу з величезним переліком використовуваних елементів. При цьому створюється множина варіантів пристрою, які розрізняються кількістю елементів та їх структурними зв'язками.*

Для полегшення синтезу задач третьої групи складності намагаються формалізувати евристичні прийоми, використані у процесі творчості, які можуть стати основою каталогу творчих прийомів для подальшого застосування проектів технічних систем. Це прийоми поділу об'єкта на частини, зміщення в одне ціле окремих елементів об'єкта, перенесення розв'язку з іншої області техніки, спрощення елементів або їх з'єднання, зміна умов роботи та навколишнього середовища, прийоми кількісних змін тощо.

Крім зниження рівня складності задачі структурного синтезу та зменшення кількості розглянутих варіантів унаслідок ціле-спрямованого перебирання, ще одним з підходів до розв'язання задач синтезу є використання спрощених математичних моделей об'єктів, які дозволяють прискорити аналіз об'єкта на етапі розглядуваного варіанта структурного синтезу.

Для чіткого розв'язання задачі структурного синтезу потрібне повне перебирання усіх варіантів структури технічної системи. Однак це можливо лише для задач, що належать до першої групи складності. Для більш складних задач треба скоротити кількість спроб перебирання, що здійснюється завдяки ієрархічному підходу

до дискретного синтезу. Ієрархічний підхід полягає в поділі всього складного процесу синтезу на кілька рівнів, на кожному з яких синтезується певний ранг складної системи. Наприклад, під час синтезу автоматичної лінії контролю вимірювальних приладів на першому рівні синтезується структурна схема, на другому рівні – функціональні зв'язки між структурними блоками, на третьому рівні – функціональна схема та конструкції блоків, на четвертому рівні – найдрібніші функціональні та конструктивні одиниці – елементи.

Найефективнішим методом розв'язання задач структурного синтезу є метод гілок і меж, який добре пристосований для розв'язування задач ієрархічного виду [37; 38]. Іншим поширеним підходом до розв'язання задач структурного синтезу є послідовні еволюційні алгоритми, створені на поступовому нарощуванні структури від першого основного елемента додаванням нових елементів [39]. Послідовні методи, що належать до класу евристичних і потребують активної участі людини (у формі діалогового режиму спілкування з комп'ютером), як правило, не дають змоги отримати оптимальну структуру, зате вони більш економічні, оскільки не потребують багатократного перерахунку багатьох варіантів структури.

Прикладами задач, розв'язуваних у процесі синтезу структури технічної системи за допомогою послідовних алгоритмів, є задачі трасування промислового робота, розміщення обладнання та компонування всіх елементів автоматичних ліній.

Параметричний синтез об'єктів з неперервно змінюваними параметрами ґрунтується на методах, які є основою і для параметричної оптимізації. Основна відмінність цих двох процесів полягає в тому, що для параметричного синтезу об'єкт ще не достатньо вивчений, немає достовірної інформації про вигляд цільової функції, її диференційовності, наявність і вид обмежень на внутрішні та вихідні параметри, характер взаємозв'язків між параметрами. Ці причини значно ускладнюють вибір ефективного методу оптимізації та підбір його правильних параметрів, наприклад, початкової точки та початкового кроку пошуку. Внаслідок цього для параметричного неперервного синтезу найбільш придатними є методи випадкового пошуку. Серед детермінованих – методи нульового порядку, що не потребують



обчислення похідних цільової функції. Вони є найменш критичними для вибору параметрів і дозволяють досить ефективно знаходити якщо не оптимальні, то досить прийнятні розв'язки з реальними затратами.

У цьому випадку, коли не всі елементи проектного об'єкта характеризуються неперервними параметрами, застосування неперервних методів оптимізації для параметричного синтезу стає неможливим. У процесі синтезу структури технічних систем часто треба враховувати дискретні шкали дозволених номіналів, наприклад, транспортерів конвеєрів автоматичних ліній роботів, у яких геометричні розміри активних елементів значно розрізняються тощо. Задачі параметричного синтезу такого виду розв'язуються методами дискретного математичного програмування.

Якщо частина параметрів об'єкта є неперервною, а частина має дискретний характер, то задача параметричного синтезу розв'язується методами часткового дискретного програмування. Задачі дискретного структурного параметричного синтезу є значно складнішими від задач математичного програмування. Тому для розв'язання задачі дискретного синтезу потрібні більш складні програми, створені за евристичними методами потребують значних обчислювальних витрат, які важче піддаються формалізації.

Структурному синтезу піддаються: об'єкт вимірювання, набір вимірювальних дій, типи та характеристики транспортних засобів тощо. Усі ці моделі генерують альтернативні варіанти технічних рішень і дозволяють виконати оптимальний відбір технічних засобів, необхідних для виконання технічного завдання. Подальшою системною задачею є реалізація алгоритму функціонування та компонування технічних засобів з метою отримання заданої продуктивності на визначеному раніше наборі технологічного і транспортного обладнання.

Розроблення оптимальної структурної схеми технічної системи і багатоваріантний аналіз отримуваних розв'язків дозволяє враховувати надійність проектного варіанта. Реалізація алгоритму моделювання підетапів системного синтезу дозволяє отримати оптимальне технічне рішення за кількома критеріями, що регламентують якість та ефективність проектного технічної системи. У навчальній літературі для студентів технічних вищих

навчальних закладів достатньо висвітлено математичні методи та алгоритми розглянутого вище структурного і параметричного синтезу технічних систем. Утім майже немає інформації про структурний синтез технічних систем на ранніх етапах їх моделювання. Тому автор нижче пропонує один із можливих варіантів синтезу структур технічних систем на етапі концептуального математичного моделювання.

## **5.2. Формалізоване подання процесу синтезу структурних варіантів технічної системи**

*Однією з найбільш складних і слабоформалізованих задач у процесі концептуального моделювання є задача генерації та вибору структурних варіантів (СВ). Вихідними її даними є сукупність вимог до технічної системи і набір структурних моделей. Задача генерації та вибору СВ полягає в генерації вихідної множини СВ і виборі оптимального варіанта за багатьма критеріями. Будь-який СВ у вихідній множині повинен задовольняти всі вимоги до системи, а оптимальний – бути найкращим за сукупністю критеріїв. Основою для генерації є часткові варіанти задоволення вимог (ВЗВ) до технічної системи, що описують конкретні способи модифікації (чи створення) компонентів системи. Крім вибору єдиного СВ, часто потрібно оцінити найбільш значущі показники (вартість, складність реалізації та ін.). Проте повністю формалізувати процес генерації СВ натепер не вдається. Тому обраний СВ треба розглядати як базовий і надати особі, що приймає рішення, додаткову можливість самостійного вибору СВ. Це доцільно робити на множині не домінуючих (парето-оптимальних) [40; 41] варіантів.*

Для оптимізації задачі генерації та вибору СВ необхідно знизити трудомісткість генерації множини варіантів, підвищити кількість різноманітних варіантів, що генеруються, знизити вимоги до відповідної кваліфікації розробників. Потрібно також забезпечити можливість знижувати трудомісткість операцій генерації та вибору СВ (у міру нагромадження досвіду). Тому операції генерації та вибору СВ мають бути формалізовані.

Основою побудови моделі варіантів технічної системи є *ідея*, в якій для задоволення кожної вимоги до системи потрібна модифікація (створення) відповідних компонентів. У загальному випадку для кожної вимоги таких варіантів задоволення може бути декілька. Кожен варіант може задовольняти одну або кілька вимог до технічної системи і припускати модифікацію одного або декількох компонентів. Кілька ВЗВ можуть потребувати модифікації одного й того ж компонента. Графічно це зображено на рис. 5.1. Деякі ВЗВ можуть бути взаємовиключними (реалізація одного виключає можливість реалізації іншого).

Тоді СВ будуть являти собою деяку підмножину множини варіантів задоволення вимог, таку, щоб задовольнялися всі вимоги до конкретної технічної системи. У загальному випадку буде існувати кілька СВ. Найоптимальніший з них вибиратиметься за сукупністю критеріїв: задоволення вимог до технічної системи, вартості реалізації СВ, обсягу модифікації компонентів. Для цього кожен ВЗВ оцінюється відповідними показниками.

Множина одиничних вимог зазвичай становить десятки пунктів. Тому потрібно згрупувати їх і структурувати у вигляді дерева вимог (рис. 5.2, а). На нижньому рівні розміщуються поодинокі вимоги, які об'єднуються у вимоги вищого рівня – комплексні вимоги. Як комплексні вимоги найвищого рівня доцільно використовувати загальносистемні вимоги. Кожній одиничній вимозі (у дереві) ставляться у відповідність ВЗВ.

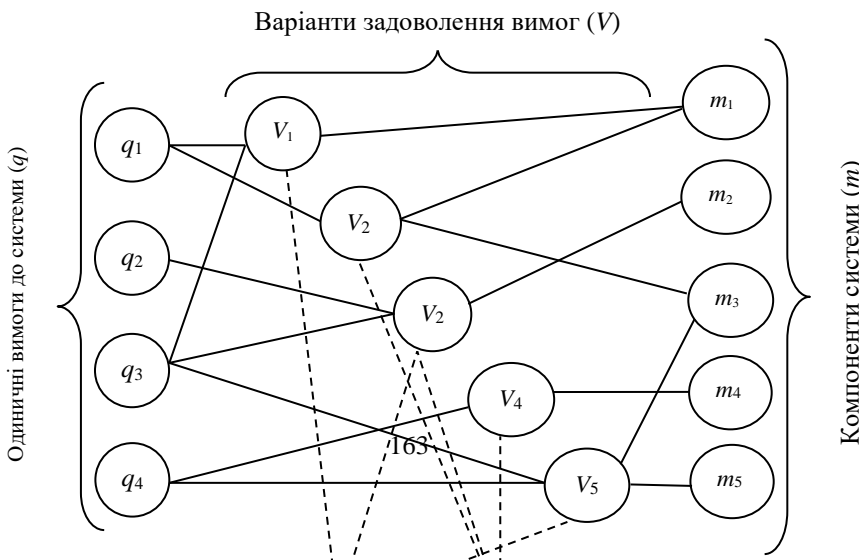


Рис. 5.1. Структурна схема моделі варіантів технічної системи:

Аналогічно до дерева вимог групується і структурується множина компонентів технічної системи (рис. 5.2, б).

Оскільки основу для моделі варіантів становить сукупність вимог і структурні моделі, то доцільно оцінювати СВ за критеріями задоволення вимог і модифікації (компонентів). Для особи, яка приймає рішення, також важливим є критерій вартості реалізації проектного варіанта. Варіанти задоволення вимог необхідно оцінювати за однойменними показниками. Це дозволяє формалізувати обчислення значень критеріїв СВ на основі показників ВЗВ.

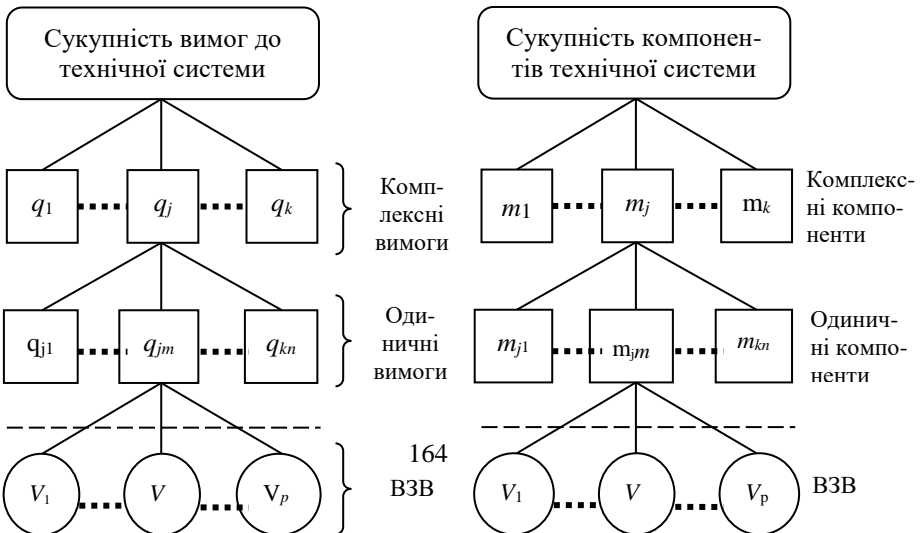


Рис. 5.2. Древа вимог до компонентів:  
 $a$  – дерево вимог до технічної системи;  $b$  – дерево компонентів

Формально концептуальну модель варіантів (КМВ) можна представити кортежем у такому вигляді:

$$S_{kmv} = \langle Q, V, M, R \rangle,$$

де  $Q = \{q_j \mid j = 1..J\}$  – множина вимог до технічної системи;

$V = \{v_j \mid i = 1..I\}$  – множина варіантів задоволення;

$M = \{m_k \mid k = 1..K\}$  – множина компонентів системи;

$R = \{r_s \mid s = 1..S\}$  – множина взаємозв'язку між елементами  $\{Q, V, M\}$  моделі.

Виділяють такі види відношень:

–  $r_{VQ}(V, Q)$  – відношення «ВЗВ – вимога» (кожен кортеж цього відношення визначає задоволення ВЗВ вимоги до системи);

–  $r_{VM}(V, M)$  – відношення «ВЗВ – компонент» (визначає компонент технічної системи, що вимагають модифікації чи створення для реалізації ВЗВ);

–  $r_{VV}(V, V)$  – відношення «ВЗВ – ВЗВ» (визначає взаємовиключні ВЗВ);

–  $r_{QQ}(Q, Q)$  – відношення групування вимог до технічної системи;

–  $r_{MM}(M, M)$  – відношення групування компонентів технічної системи.

Формалізовано КМВ описується за допомогою множин  $\{Q, V, M\}$ , а також:

– булевих матриць суміжності

$VQ = \|vq_{ij}\|$ ,  $VM = \|vm_{ik}\|$ ,  $QQ = \|qq_{it}\|$ ,  $MM = \|mm_{ks}\|$ , що описують відповідні відношення в  $R$ ;

– векторів показників ВЗВ  $E = \|e_{ij}\|$ ,  $W = \|w_{ik}\|$ ,  $C = \|c_i\|$  (задоволення вимог модифікації компонентів, вартості відповідно);

– векторів пріоритету вимог  $\mu = \|\mu_\delta\|$  і обсягу компонентів технічної системи  $\pi = \|\pi_\delta\|$ .

Позначимо множину одиничних вимог до технічної системи  $Q_E \subset Q$ , а множину проектних варіантів  $A = \{A_l | l=1..L\}$ . Кожному СВ  $A_l$  ставиться у відповідність певна унікальна множина ВЗВ  $a_l$ , що задовольняє всі вимоги до системи і не містить взаємовиключних ВЗВ:

$$A_l \rightarrow a_l \subseteq V : ((\forall v_i \in a_l, \forall q_i \in Q_E)[vq_{ij} = 1]) \wedge ((\forall v_i, v_k \in a_l)[vn_{ik} = 0])$$

Графічне зображення КМВ показано на рис. 5.3.

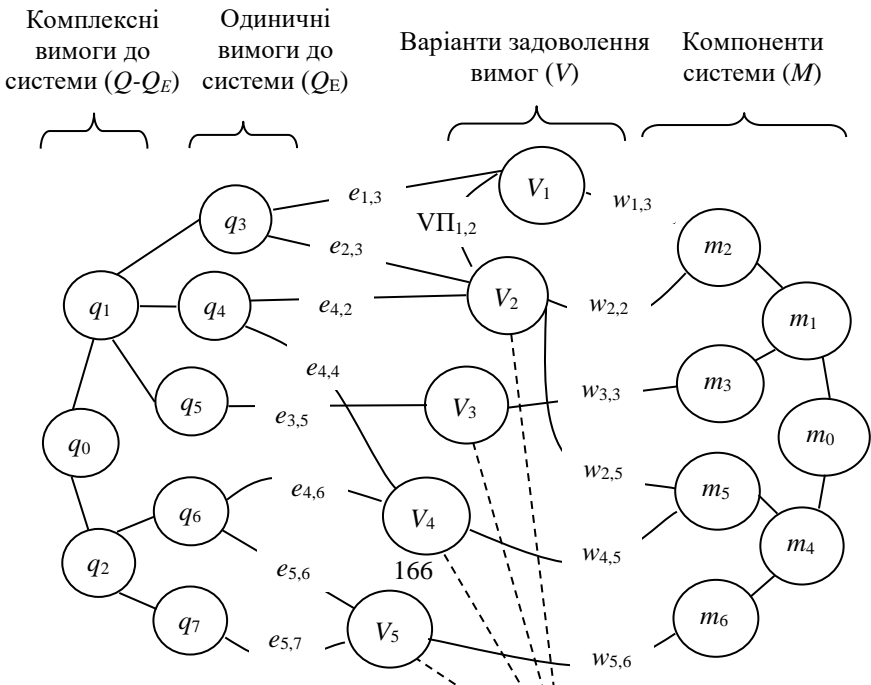


Рис. 5.3. Графічне зображення концептуальної моделі варіантів

Розроблена КМВ має обмеження. Варіанти задоволення вимог у складі моделі повинні бути незалежними. Отримувач оцінки інтегральних критеріїв мають суб'єктивну основу (оскільки побудовані на основі експертних оцінок показників ВЗВ). Хоча вплив цієї особливості дещо знижується зі зростанням кількості статистичних випробувань. Можна припустити, що якість оцінок інтегральних критеріїв у разі використання КМВ буде вищою, ніж у разі оцінювання варіантів експертними методами, оскільки експертам простіше оцінювати часткові варіанти задоволення конкретних вимог до технічної системи, ніж цілі проектні варіанти.

Крім того, розроблена КМВ має додаткову властивість інваріантності. Термін «інваріантність» трактується як незалежність (у певних межах) розробленої моделі варіантів системи від основних умов задачі вибору варіантів технічної системи. Ця властивість проявляється як незмінність загального вигляду КМВ для широкого спектру конкретних технічних систем і як незалежність від методів генерації та вибору варіантів.

Концептуальна модель варіантів має властивість інваріантності стосовно:

- виду технічних систем;
- видів структурних моделей, що використовуються для опису технічних систем;
- способу пошуку рішення (методом розв'язання оптимізаційної задачі);
- методів оцінювання показників ВЗВ;
- методів генерації структурних варіантів.

Розроблена модель варіантів немає явної залежності від певного виду структурних моделей. Така структурна модель має уможливити:

- моделювання технічної системи в цілому (формалізованою мовою);
- декомпозицію системи на компоненти;
- відображення структури технічної системи (взаємозв'язки між компонентами).

Для вибору варіанта на основі КМВ може використовуватися широкий спектр формальних методів. Операція вибору в цій моделі зводиться до багатокритеріальної задачі прийняття рішення, яка розв'язується різними способами (наприклад, методами математичного програмування). Можливе також зведення операції вибору до задачі багатовимірної оптимізації.

Не залежить КМВ і від способу отримання вихідних оцінок показників варіантів. Для цієї моделі не є важливими: отримані оцінки в результаті аналізу нагромадженої статистики або сформовані експертними методами. Бажано, щоб ці оцінки були досить об'єктивними. Конкретний метод їх отримання не має принципового значення. Замість експертних методів можуть використовуватися інші (наприклад, метод функціонально-вартісного аналізу).

У КМВ немає обмеження на частину методів генерації ВЗВ. Без істотної зміни загального вигляду КМВ може бути доповнена іншими показниками варіантів. Наприклад, явними оцінками часу реалізації варіанта, що дозволить складати плани реалізації технічної системи. У КМВ можна також ввести зв'язки між компонентами, що відображають взаємодію компонентів.

Таким чином, розроблена КМВ може використовуватись широким колом фахівців під час дослідження, аналізу та створення технічних систем. Робота з такою моделлю може проводитися на різних рівнях і з різних точок зору на технічну систему. Ця модель не ставить жорстких обмежень щодо використання засобів структурного моделювання, а також методів вибору структурних варіантів.

Разом з тим отримано тільки якісні функціональні залежності. Необхідно формалізувати критеріальні оцінки і довести КМВ до кількісних залежностей. Тобто потрібно сформулювати та

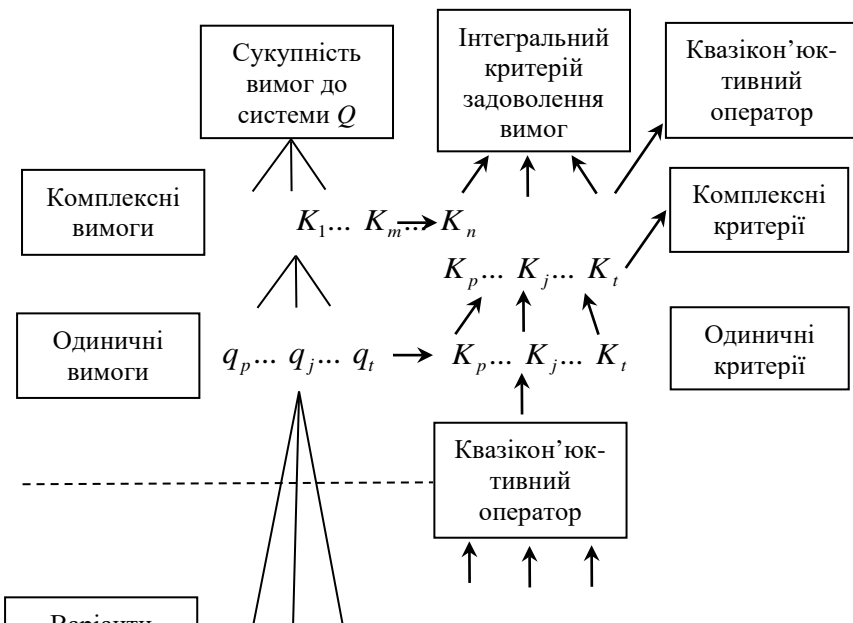


формалізувати задачу оптимізації технічної системи на етапі концептуального математичного моделювання.

### 5.3. Критерії оптимізації процесу синтезу технічної системи

Кількісні залежності для оптимізації технічної системи на цьому етапі отримати складно. Водночас, формуючи ВЗВ, можна задати критерії задоволення вимог, критерії модифікації компонентів та критерії вартості. Тобто можна встановити (формалізувати) кількісні залежності для подальшого використання в задачах оптимізації структури технічної системи.

Так, на основі дерева вимог до технічної системи будується дерево критеріїв задоволення цих вимог, що схематично показано на рис. 5.4. Кожній вимозі відповідає критерій задоволення цієї вимоги, а інтегральним буде критерій задоволення всіх поставлених вимог. Тобто структура взаємозв'язків цього дерева критеріїв ідентична структурі взаємозв'язків дерева вимог. Дерево критеріїв доповнюється функціональними зв'язками для інтегральної оцінки задоволення вимог певним варіантом, яка обчислюється за допомогою операторів агрегування. Отже, дерево критеріїв дозволяє оцінити варіант за характеристикою задоволення сукупності поставлених вимог.



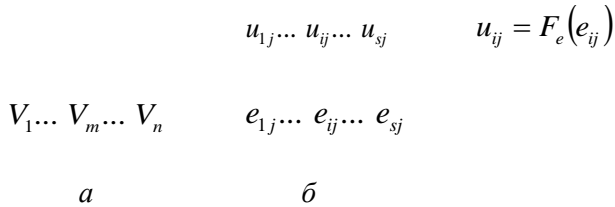


Рис. 5.4. Побудова дерева критеріїв задоволення вимог: *a* – вихідне дерево вимог; *б* – дерево критеріїв задоволення вимог

Вимоги до технічної системи мають різну значущість, тому для кожної вимоги визначається пріоритет  $\mu_j$ . Його кількісне значення визначається експертними методами і задається за допомогою лінгвістичної змінної [39] з метою спрощення роботи експертів. На основі пріоритетів вимог обчислюються ваги критеріїв  $\tilde{\mu}_j \in (0,1)$  крім інтегрального. Сума ваг критеріїв – безпосередніх нащадків будь-якого критерію повинна дорівнювати одиниці. Вага  $j$ -го критерію задоволення вимоги до технічної системи обчислюється за формулою

$$\tilde{\mu}_j = \frac{\mu_j}{\sum_{i \in I(j)} \mu_j}, \quad (5.1)$$

де  $I(j)$  – множина безпосередніх нащадків того самого критерію, який є батьківським для  $j$ -го критерію.

Показник задоволення  $i$ -м ВЗВ  $j$ -ї вимоги  $e_{ij}$  зручно вимірювати у відсотках (значення 100% відповідає повному задоволенню вимоги). Фізичні одиниці вимірювання цього показника переводяться у відносні за допомогою функції переходу  $F_E(x)$ . Дерево критеріїв задоволення вимог використовується для оцінювання об'єктів одного типу за одним показником

(задоволення вимоги), тому можна використовувати єдину функцію переведення. Ця функція повинна бути зростаючою монотонною. Оскільки для оцінювання задоволення вимоги не настільки важливі зміни цього показника в областях високих і низьких значень, обрано гаусівську функцію переходу (задається функцією нормального розподілу). Робочий інтервал аргумента  $F_E(x)$  заданий від  $x_{\min} = 0$  до  $x_{\max} = 100$ . Виходячи з цих умов, визначаються значення параметрів функції нормального розподілу:  $m = 50$ ,  $\sigma = 50/3$ . Таким чином, відносне значення показника задоволення  $i$ -м ВЗВ  $j$ -ї вимоги  $\tilde{e}_{ij}$  обчислюється за формулою.

$$\tilde{e}_{ij} = F_E(e_{ij}) = N(e_{ij}, m, \sigma).$$

У загальному випадку часткових варіантів задоволення однієї і тієї самої вимоги може бути кілька. Показники таких ВЗВ агрегуються у відповідний одиничний критерій за допомогою оператора. Оскільки для великого значення такого критерію достатньо також великого значення показника хоча б одного з ВЗВ, то обрано квазідиз'юнктивний оператор.

Значення одиничного критерію задоволення  $j$ -ї вимоги  $h_E(q_j)$  обчислюється за формулою

$$h_A(q_j) = \frac{1}{n_E^j} \sum_{i=1}^I vq_{ij} \varphi_E^{-1}(\tilde{e}_{ij}), \quad (5.2)$$

де  $n_E^j$  – нормувальний коефіцієнт  $n_E^j = \sum_{i=1}^I vq_{ij}$ ;  $\varphi_A(\delta)$  – генерувальна функція  $\varphi_E(x) = x^2$ .

Агрегування комплексних та інтегрального критеріїв задоволення вимог у технічну систему проводиться квазікон'юнктивним оператором, оскільки для великої корисності СВ важливим є високий ступінь задоволення всіх вимог з генерувальною функцією  $\varphi_E(x) = \sqrt{x}$ .

Структурний варіант оцінюється за інтегральним критерієм модифікації аналогічно оцінюванню за критерієм задоволення вимог. Проте є відмінності в способі відображення

нерівнозначності компонентів, вигляді генерувальної функції, вигляді функції переходу та вигляді оператора агрегування.

Дерево критеріїв модифікації компонентів технічної системи будується на основі дерева компонентів. Нерівнозначність компонентів відображається через присвоєння кожному компоненту певного показника «обсягу». Обсяг компонента оцінюється за допомогою експертних методів на підставі лінгвістичної змінної [44]. Для переведення якісних значень у кількісні зручно використовувати відповідну шкалу.

На основі показників обсягу компонентів технічної системи  $\pi_k$  визначаються ваги критеріїв модифікації компонентів  $\tilde{\pi}_k$ . Обчислення виконується як і у випадку з критерієм задоволення вимог, тільки за іншими деревами (замість дерева вимог і дерева критеріїв вимог відповідно дерево компонентів і дерево модифікації компонентів) і замість пріоритетів вимог використовуються показники обсягу компонента.

Показник обсягу модифікації  $i$ -м ВЗВ  $k$ -го компонента системи  $w_{ik}$  зручно вимірювати у відсотках. Значення 100% відображає необхідність повністю переробити компонент (фактично, створити заново). Під час створення нового компонента показник обсягу модифікації можна припускати рівним 100%. Перехід від фізичних одиниць вимірювання цього показника до відносних здійснюється за допомогою функції переходу  $F_w(x)$ . Робочий інтервал аргумента

$F_w(x)$  задано від  $x_{\min} = 0$  до  $x_{\max} = 100$ . У міру збільшення значення показника модифікації його внесок в ефективність СВ зменшується. Функція  $F_w(x)$  має бути спадною монотонною.

Несуттєві зміни цього показника в області низьких значень, але його внесок досить різко зростає в області високих значень. Тому вибрана функція  $F_w(x) = 1 - F'_w(x)$ , де  $F'_w(x)$  – опукла вниз

функція вигляду  $F'_w(x) = \frac{1}{1-e}(1 - e^{-x/x_{\max}})$ . Таким чином, відносне значення показника модифікації  $i$ -м ВЗВ  $k$ -го компонента

технічної системи  $w_{ik}$  обчислюється за формулою

$$\tilde{w}_{ik} = F_W(w_{ik}) = 1 - \frac{1}{1-e} (1 - e^{w_{ik}/w_{\max}}).$$

Значення одиничного критерію модифікації  $k$ -го компонента  $h_W(m_k)$  обчислюється за формулою:

$$h_W(m_k) = \frac{1}{n_W^k} \sum_{i=1}^l v m_{ik} \varphi_W^{-1}(\tilde{w}_{ik}), \quad (5.3)$$

де  $n_W^k$  – нормувальний коефіцієнт  $n_W^k = \sum_{i=1}^l v m_{ik}$ ,  $\varphi_W(x)$  –

генерувальна функція  $\varphi_W(x) = \sqrt{x}$ .

Агрегування комплексних та інтегрального критеріїв обсягу модифікації компонентів (як і для критерію задоволення вимог) проводиться квазікон'юнктивним оператором (оскільки ефективніший СВ, що має низький інтегральний обсяг модифікації компонентів з генерувальною функцією  $\varphi_E(x) = \sqrt{x}$ .

Структурний варіант за критерієм вартості оцінюється простіше, ніж за двома попередніми. Показник вартості  $i$ -м ВЗВ  $c_i$  може вимірюватися в грошових одиницях (або в людино-годинах). Робочий інтервал аргумента функції переходу  $F_C(x)$  для показника вартості заданий від  $x_{\min} = \min(c_i)$  до  $x_{\max} = \max(c_i)$ . Вибрана лінійна функція переходу має вигляд  $F_C(x) = (x_{\max} - x)/(x_{\max} - x_{\min})$ . Велике значення критерію вартості  $i$ -го ВЗВ  $\tilde{c}_i$  досягається за низького значення показника вартості  $c_i$ .

Для великого значення інтегрального критерію вартості СВ необхідне велике значення критеріїв вартості всіх ВЗВ, що входять у такий СВ. Тобто достатньо одного дорогого ВЗВ у складі СВ, щоб визнати такий варіант досить дорогим. Тому значення інтегрального критерію вартості  $l$ -го СВ  $h_C(A_l)$  обчислюється за допомогою квазікон'юнктивного оператора за такою формулою:

$$h_{\bar{N}}(A_l) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I r_v(i, l) \varphi_c^{-1}(\tilde{c}_i), \quad (5.4)$$

де  $\varphi_c(x)$  – генерувальна функція  $\varphi_c(x) = \sqrt{x}$ ,  $r_v(i, l)$  – індикаторна функція вигляду  $r_v(i, l) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } v_i \in a_l; \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$

#### 5.4. Оптимальний синтез структурних варіантів технічної системи

Для прийняття рішення про синтез нової структури технічної системи і для вибору структурних варіантів необхідно визначити:

- 1) граничні СВ для технічної системи;
- 2) оптимальний СВ;
- 3) множину недомінуючих СВ (парето-оптимальну множину).

Граничні СВ (з максимальним задоволенням вимог, з мінімальною модифікацією компонентів, з мінімальною вартістю) становлять великий інтерес, дозволяючи оцінити загальні параметри проекту. Малоімовірно, що такі граничні СВ будуть реалізовані. Як результат вибору варіантів необхідно отримати один СВ, оптимальний за сукупністю трьох критеріїв. Через складність вибору варіанта знайдений СВ слід вважати базовим. Необхідно надати особі, яка приймає рішення, можливість самостійної оцінки і вибору СВ на підставі неформальних способів. Такий СВ слід шукати серед множини недомінуючих СВ (у парето-оптимальній множині). Використовуючи формальний опис КМВ можна формально поставити ці завдання.

Використовуючи позначення множини ВЗВ, що входять в  $l$ -й СВ,  $a_l$  інтегральних критеріїв задоволення вимог  $H_E(a_l)$ , модифікації компонентів  $H_w(a_l)$  вартості реалізації  $H_C(a_l)$  можна сформулювати вимоги для пошуку граничних СВ:



цього вектора  $A_l \leftrightarrow x^l, a_l \leftrightarrow x^l$ , що описує склад ВЗВ у структурному варіанті.

Вимога непорожньої множини ВЗВ у складі  $l$ -го СВ можна записати як  $\sum_{i=1}^l \tilde{\sigma}_i^l > 0$ . Умова задоволення  $l$ -м СВ  $j$ -ї вимоги набуває

вигляду  $\sum_{i=1}^l \tilde{\sigma}_i^l v q_{ij} > 0$ , а задоволення всіх вимог  $-\prod_{j=1}^J \sum_{i=1}^l \tilde{\sigma}_i^l v q_{ij} > 0$ .

Випадок, коли у складі  $l$ -го СВ немає взаємовиключних ВЗВ, можна подати як  $\sum_{i=1}^l \sum_{y=1}^l v n_{ij} \tilde{\sigma}_i^l x_y^l > 0$ .

Множина СВ утворюється множиною конфігурацій  $\tilde{X} = \{x^t\}$ , що задовольняють вимоги допустимості:

$$\sum_{i=1}^l x_i^t > 0, \prod_{j=1}^J \sum_{i=1}^l \tilde{\sigma}_i^l v q_{ij} > 0, .$$

Умови граничних розв'язків задачі вибору структурного варіанта  $(A^E, A^W, A^C)$  можна записати в такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} A^E : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^E &\Rightarrow H_E(x^E) > H_E(x^t) \text{ або } H_E(x^t) \rightarrow \max ; \\ A^W : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^W &\Rightarrow H_W(x^W) > H_W(x^t) \text{ або } H_W(x^t) \rightarrow \max ; \\ A^C : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^C &\Rightarrow H_C(x^C) > H_C(x^t) \text{ або } H_C(x^t) \rightarrow \max . \end{aligned} \right\}$$

Умови пошуку оптимального СВ  $A^*$  можна подати у вигляді

$$A^* : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^* \Rightarrow Z(x^*) > Z(x^t)$$

або  $Z(x^t) \rightarrow \max$ , де  $Z(x^t)$  – критерій оптимальності СВ і визначається за формулою

$$Z(x^t) = a_E H_E(x^t) + a_W H_W(x^t) + a_C H_C(x^t).$$



Таким чином, умову формування парето-оптимальної множини СВ  $A_{\text{П}}$  можна записати таким чином:

$$A_{\text{П}} = \{A_s\} : (\forall x^s, x^t \in \tilde{X}) [(H_E(x^s) \geq H_E(x^t)) \vee (H_W(x^s) \geq H_W(x^t)) \vee (H_C(x^s) \geq H_C(x^t))].$$

Склад СВ може бути описаний вектором булевих змінних  $x = (x_1, x_2, \dots, x_I)$ . Для отримання множини СВ необхідно згенерувати всі можливі конфігурації вектора  $x$  (по суті всі можливі поєднання нулів і одиниць у всіх позиціях вектора) і виключити з них такі, які містять взаємовиключні ВЗВ і задовольняють не всі вимоги.

Найбільш простий алгоритм генерації множини СВ може бути розроблений за методом простого перебирання [45]. Вектор  $x$  подібний до бітового вектора тієї ж розмірності або бінарного числа, що містить таку саму кількість розрядів. У такому випадку складати конфігурації можна покроковим збільшенням такого двійкового числа на одиницю. Недоліком такого алгоритму є велика кількість конфігурацій ( $2^I - 1$ ), які щоразу потрібно переглядати.

Тому розроблено евристичний алгоритм синтезу СВ. Основою цього алгоритму є розщеплення вектора  $x$  на два вектора, що не перетинаються між собою. Для кожного з них формується множина допустимих конфігурацій, які потім об'єднуються (у конфігурацію вектора  $x$ ). Поліпшення досягається за рахунок:

- виключення завчасно непридатних конфігурацій ВЗВ;
- покрокової процедури складання конфігурації вектора  $x$  з конфігурацій двох таких векторів (що дозволяє обривати генерацію некоректних конфігурацій на ранніх стадіях).

Вектор  $x$  розщеплюється на два вектори  $x_I$  і  $x_N$ :  $x_I \cup x_N = x$ ,  $x_I \cap x_N = 0$ . Змінні вектора  $x_I$  відповідають ВЗВ, які задовольняють більше ніж одну якусь вимогу  $(\forall x_I \in x_N) \left[ \sum_{j=1}^J vq_{ij} > 1 \right]$ .

Змінні вектори  $x_N$  навпаки відповідають ВЗВ, що задовольняють

більше ніж одну вимогу. Якщо позначити через  $X_l = \{x_l^t\}$  множину всіх конфігурацій вектора  $x_l$ , через  $X_N = \{x_N^t\}$  множину всіх конфігурацій вектора  $x_N$ , то  $X = \{x^t\} = X_l \times X_N$ . Зі скороченням вихідних множин конфігурацій векторів  $x_l$  і  $x_N$  до допустимих множин  $\tilde{X}_l \subseteq X_l, |\tilde{X}_l| \leq |X_l|, \tilde{X}_N \subseteq X_N, |\tilde{X}_N| \leq |X_N|$ , відповідно отримуємо  $|\tilde{X}_l \subseteq \tilde{X}_N| \leq |X|$ .

Евристичний алгоритм працює таким чином. Спочатку формуються два вектори  $x_l$  і  $x_N$ , потім формується множина взаємовиключних ВЗВ, що містяться у векторі  $x_N$ . Із його врахуванням формується множина допустимих (не містять взаємовиключних ВЗВ) конфігурацій вектора  $x_n (\tilde{X}_N \subseteq X_N)$ . Для кожної конфігурації  $x_N^t \in \tilde{X}_N$  викликається процедура «деформування» вектора  $x$ . У ній для кожної вимоги (починаючи з першого і закінчуючи  $J$ -м) формується вектор ВЗВ, що задовольняють тільки цю вимогу. Потім формується множина допустимих (що не містять взаємовиключних ВЗВ) конфігурацій такого вектора. Якщо досягнута остання  $J$ -а вимога, то поточна конфігурація вектора  $x$  додається в множину  $\tilde{X}_N$ . Якщо дотримується умова задоволення  $j$ -ї вимоги системи, то здійснюється перехід до наступної вимоги ( $j+1$ ) і викликається ця ж процедура «деформування» з поточною конфігурацією частини вектора  $x$ .

Порівняння продуктивності алгоритмів показало середньостатистичну перевагу в п'ять-шість разів продуктивності евристичного алгоритму над алгоритмом простого перебирання.

Із погляду практичної реалізації оптимального синтезу СВ технічної системи пропонується практична методика. Методика синтезу і вибору СВ повинна мати певний набір кроків, щоб із вхідної множини даних створити результуючу інформацію, яка використовуватиметься на подальших етапах проектування.

Вхідними даними для цієї методики є:

- сукупність вимог до технічної системи з оцінками пріоритету;
- структурні моделі технічної системи з оцінками обсягу її компонентів;
- перелік ВЗВ (з оцінками за показниками задоволення вимог, вартості, обсягу модифікації компонентів технічної системи).

Результатами застосування цієї методики є:

- множина СВ;
- оцінки проекту створення технічної системи (максимальне задоволення вимог, мінімальна вартість, мінімальний обсяг модифікації компонентів технічної системи);
- оптимальний СВ;
- парето-оптимальна множина СВ.

Оптимальний синтез СВ концептуального математичного моделювання технічної системи включає такі етапи:

- 1) первинне наповнення КМВ (дерево вимог до системи, дерево компонентів технічної системи);
- 2) уведення ВЗВ, прив'язка їх до вимог і компонентів;
- 3) генерація та оцінювання СВ (формальними способами);
- 4) аналіз граничних СВ;
- 5) вибір найкращого СВ.

Розглянемо дії, які виконуються на кожному з етапів оптимального синтезу і структурних варіантів. Технології нагромадження вимог до технічних системи і побудови структурних моделей натепер добре опрацьовані [18; 46], тому операція первинного наповнення концептуальної моделі структурних варіантів може бути ефективно автоматизована. Операція додавання варіантів задоволення вимог також має технологію їх генерації [44; 45]. Операція оцінки ВЗВ побудована на основі експертних методів [47; 48]. Операції генерації та вибору СВ формалізовані і можуть бути ефективно автоматизовані. Зазвичай операція наповнення та використання варіантів задоволення вимог для генерації та вибору структурного варіанта має ітеративний характер. Більше того, на підставі результатів застосування КМВ можуть коригуватися вихідні вимоги до технічної системи.

Операція первинного наповнення призначена для створення у КМВ дерева вимог до технічної системи і дерева компонентів. Черговість створення цих дерев істотної ролі не відіграє. Вони становлять основу для подальшого наповнення КМВ варіантами задоволення вимог, для генерації та оцінювання проекту структурних варіантів технічної системи. Операція може виконуватися ітераційно (у декілька прийомів).

Дерева вимог до технічної системи зручно створювати на основі документа типу «Специфікації вимог» [46]. При цьому в КМВ мають бути занесені унікальний ідентифікатор, назва, пріоритет вимоги до технічної системи. Вершина дерева вимог до технічної системи в КМВ (вузол, батьківський для всіх вимог верхнього рівня) вводиться штучно і призначена для уніфікації операцій агрегування критеріїв по дереву вимог (комплексним критерієм найвищого рівня і є інтегральний критерій). Для випадку проведення експрес-аналізу створення технічної системи доцільно обмежитися групами вимог.

Дерево компонентів технічної системи зручно створювати на основі структурних моделей. Вид таких моделей істотної ролі не відіграє; важливо, що з їх допомогою можна провести декомпозицію. Натепер широко застосовуються [18; 42] функціональна, інформаційна та об'єктно-орієнтована моделі. У КМВ необхідно відобразити відношення ієрархії (вкладеності) компонентів технічної системи. Для випадку проведення експрес-аналізу доцільно обмежитися головними підсистемами технічної системи.

Зазвичай вкладеність компонентів технічної системи властива функціональним, а іноді об'єктно-орієнтованим та інформаційним моделям. В інформаційних моделях всі компоненти розміщуються на одному рівні. Відношення взаємодії компонентів у КМВ не відображаються. У неї мають бути занесені: унікальний ідентифікатор, найменування, обсяг компонента. Обсяг компонента технічної системи також оцінюється експертними методами.

Пріоритет вимоги оцінюється експертними методами на основі методу лінгвістичних змінних [37; 43; 49]. Для цього в КМВ вводиться шкала, яка ставить у відповідність якісним значенням пріоритетів кількісні значення. У більшості випадків зручно користуватися лінійною шкалою, що узгоджується з рекомендаціями,

наприклад [49]. Аналогічним чином у КМВ вводиться шкала для оцінювання обсягу компонента.

Генерація ВЗВ є найбільш складною і найменш формалізованою операцією в складі процесу створення технічної системи. Кількість і якість ВЗВ значною мірою залежить від досвіду та інтелектуального рівня виконавця процедури. Для генерації ВЗВ доцільно скористатися методами інженерної творчості, що дозволяють підвищити інтелектуальний потенціал розробників, зокрема, методом морфологічного ящика (Цвіккі) [50], оскільки ідеї цього методу лягли в основу КМВ [41; 42]. Слід також зазначити, що КМВ не залежить від конкретних методів, застосовуваних для генерації ВЗВ.

Синтезовані ВЗВ пов'язують одиничні вимоги з одиничними компонентами. Аналіз несумісності доцільно проводити серед ВЗВ, що потребують модифікації одних і тих же компонентів. Крім того, несумісними можуть бути ВЗВ, в основу яких покладено взаємовиключні концепції. Виявити такі варіанти формальними методами досить складно [39].

Показники синтезованих ВЗВ оцінюються експертними методами [37; 49]. Кожен ВЗВ необхідно оцінити за показниками вартості та показниками: задоволення вимог до технічної системи (для кожної вимоги, що задовольняється), модифікації компонентів технічної системи (для кожного компонента, що модифікується). Вартість ВЗВ може оцінюватися в будь-яких одиницях, наприклад, у грошових одиницях чи людино-годинах. Показники задоволення вимог до технічної системи і модифікації компонентів технічної системи оцінюється у відсотках. В останньому випадку оцінка 100% означає необхідність повністю переробити компонент технічної системи або створити новий. Від експерта вимагається вказати три значення показника: мінімальне, максимальне і найбільш імовірне. Для оцінювання показників ВЗВ доцільно залучати (як експертів) провідних фахівців.

Що стосується вимог до технічної системи, то доцільно вводити в КМВ не всі вимоги із специфікації, а обмежитися деяким рівнем (наприклад, комплексними вимогами найнижчого рівня). Щодо функціональних компонентів технічної системи доцільно обмежитися рівнем підсистем і великих структурних модулів. Зі збільшенням кількості вимог до технічної системи, компонентів

технічної системи в КМВ виникає потреба у великій кількості різноманітних ВЗВ, кожен з яких необхідно оцінити за трьома показниками. Це приводить до збільшення часу, необхідного для побудови КМВ, і до зниження її переваг щодо експрес-аналізу технічної системи. Але для технічної системи середнього рівня КМВ зазвичай містить близько 20 – 30 одиничних вимог і близько 40 – 50 компонентів технічної системи, що не є великою складністю.

Операції первинного наповнення КМВ можуть бути оптимізовані шляхом використання шаблонів. Кожен шаблон являє собою КМВ, у яку введено типові вимоги до технічної системи, типові компоненти технічної системи, типові ВЗВ, а також зв'язки між ними. За такого підходу наповнення КМВ зводиться до коригування складу чи рідше структури вимог, компонентів, ВЗВ і до подальшого оцінювання ВЗВ. Таким чином, можна поступово створити базу даних шаблонів КМВ.

Операції генерації СВ на основі КМВ достатньо формалізовані і можуть бути ефективно автоматизовані. Звичайна послідовність така: проводиться перша генерація СВ. При цьому переконуються в наявності оцінок для всіх показників усіх ВЗВ. Проводиться аналіз граничних СВ (з максимальним задоволенням вимог до технічної системи, мінімальною вартістю, мінімальної модифікацією компонентів). Унаслідок такого аналізу можуть бути виявлені неправильні оцінки показників ВЗВ. Могуть бути скориговані вимоги до технічної системи і їх пріоритети, оцінки обсягу компонентів технічної системи.

Потім задаються ваги інтегральних критеріїв, коефіцієнт ризику і вибирається оптимальний СВ. Зазвичай виконується декілька ітерацій, у ході яких коригуються ваги і коефіцієнт ризику. Під час ітерацій також можуть бути скориговані вимоги до технічної системи, їх пріоритети, а також оцінки обсягу компонентів.

Якщо в результаті вибору на основі такого загального критерію оптимальності не вдається вибрати задовільний СВ (з якихось причин найкращий СВ не влаштовує), аналізується парето-оптимальна множина СВ. Один з цих структурних варіантів береться за основу і допрацьовується неформальними методами. У будь-якому випадку вибраний СВ слід розцінювати як базовий, що потребує уточнення та доопрацювання. Вибір одного з СВ дозволяє

досить чітко визначити концептуальну математичну модель технічної системи.

### **Запитання та завдання для поточного контролю**

1. Поясніть сутність етапів синтезу технічних систем.
2. Що потрібно виконати для розв'язання задач структурного синтезу?
3. У чому полягає мета параметричного синтезу технічних систем?
4. Назвіть приклади задач із застосуванням параметричного синтезу технічних систем.
5. Наведіть приклади задач із застосуванням структурного синтезу.
6. Як поділяють задачі структурного синтезу за рівнем складності?
7. Назвіть математичні методи розв'язання задач синтезу та оптимізації технічних систем.
8. Поясніть сутність формалізованого подання процесу синтезу структурних варіантів технічної системи.
9. Назвіть та обґрунтуйте використання елементів концептуальної моделі структурних варіантів технічної системи.
10. Назвіть властивості та функціональні можливості концептуальної моделі структурних варіантів технічної системи.
11. Опишіть критерії оптимізації процесу синтезу технічних систем.
12. Назвіть необхідні умови для оптимального синтезу технічних систем.
13. Що є вхідними даними для практичної реалізації (методики) оптимального синтезу технічної системи?
14. Що є результатом застосування методики оптимального синтезу технічної системи?
15. Назвіть етапи практичної реалізації методики оптимального синтезу технічної системи на етапі концептуального математичного моделювання технічної системи.

## ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 5

### Необхідно знати:

1. Умови, необхідні для застосування розроблених математичних моделей: аналіз, розрахунок, синтез та оптимізація.
2. Призначення та склад етапів структурного синтезу технічної системи.
3. Мету та призначення параметричного синтезу технічних систем.
4. Послідовність розв'язання задач структурного синтезу.
5. Особливості задач структурного синтезу за рівнем складності.
6. Ефективні математичні методи для задач структурного синтезу.
7. Ефективні математичні методи для розв'язання задач параметричного синтезу технічних систем.
8. Ідею побудови математичної моделі варіантів технічної системи для генерації та вибору її структурних варіантів.
9. Послідовність та особливості побудови концептуальної моделі варіантів технічної системи.
10. Варіанти застосування концептуальної моделі варіантів технічної системи.
11. Формулювання та формалізація задачі кількісної оптимізації технічної системи на етапі концептуального математичного моделювання?
12. Послідовність формування критеріїв оптимізації процесу синтезу технічної системи: критерії задоволення вимог, критерії модифікації компонентів, критерії вартості.
13. Умови, які необхідно визначити для проведення оптимального синтезу структурних варіантів технічної системи.
14. Послідовність використання евристичного алгоритму синтезу структурних варіантів технічної системи.
15. Вхідні та вихідні дані методики синтезу та оцінки структурних варіантів при концептуальному математичному моделюванні технічної системи.



16. Етапи реалізації методики оптимального синтезу структурних варіантів технічної системи.
17. Результати застосування методики оптимального синтезу структурних варіантів технічної системи.

**Слід запам'ятати:**

1. Етапи та особливості структурного синтезу при аналізі та дослідженні технічних систем.
2. Визначення понять «структурний» та «параметричний синтез».
3. Послідовність розв'язання задач структурного синтезу технічних систем.
4. Три групи задач структурного синтезу залежно від рівня їх складності.
5. Мету та послідовність розв'язання задач параметричного синтезу технічних систем.
6. Математичні методи, які ефективно розв'язують задачі структурного та параметричного синтезу технічних систем.
7. Приклади задач, які розв'язуються у процесі синтезу структури технічної системи.
8. Концептуальну модель варіантів технічної системи.
9. Можливості використання концептуальної моделі варіантів технічної системи.
10. Критерій задоволення проектних вимог до технічної системи.
11. Критерій модифікації компонентів технічної системи.
12. Критерій оцінювання вартості структурних варіантів технічної системи.
13. Методику проведення оптимального синтезу та оцінювання структурних варіантів технічної системи на етапі концептуального математичного моделювання: первинне наповнення КМВ; уведення ВЗВ, прив'язка їх до вимог і компонентів; генерація та оцінювання СВ; аналіз граничних СВ; вибір найоптимальнішого СВ.
14. Формули:

$S_{kmv} = \langle Q, V, M, R \rangle$  – концептуальна модель варіантів технічної системи;

$$h_E(q_j) = \frac{1}{n_E} \sum_{i=1}^I v q_{ij} \Phi_E^{-1}(\tilde{e}_{ij})$$

– одиничний критерій

задоволення  $j$ -ї вимоги;

$$h_W(m_k) = \frac{1}{n_W} \sum_{i=1}^I v m_{ik} \Phi_W^{-1}(\tilde{w}_{ik})$$

– одиничний критерій

модифікації  $k$ -го компонента;

$$h_C(A_l) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I r_v(i, l) \Phi_C^{-1}(\tilde{c}_i)$$

– інтегральний критерій

вартості;

$$A^E : H_E(a^E) = \max_A H_E(a_l);$$

$$A^W : H_W(a^W) = \max_A H_W(a_l);$$

$$A^C : H_C(a^C) = \max_A H_C(a_l)$$

– вимоги для пошуку

граничних структурних варіантів;

$$A_{\text{ПО}} = \{A_s\} \subseteq A : (\forall A_s, A_l \in A) [(H_W(a_s) \geq H_W(a_l)) \vee (H_E(a_s) \geq H_E(a_l)) \vee (H_C(a_s) \geq H_C(a_l))]$$

– умова формування парето-оптимальної множини структурних варіантів;

$$A^E : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^E \Rightarrow H_E(x^E) > H_E(x^t) \text{ або } H_E(x^t) \rightarrow \max;$$

$$A^W : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^W \Rightarrow H_W(x^W) > H_W(x^t) \text{ або } H_W(x^t) \rightarrow \max;$$

$$A^C : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^C \Rightarrow H_C(x^C) > H_C(x^t) \text{ або } H_C(x^t) \rightarrow \max$$

– умови граничних розв'язків задачі вибору структурного варіанта ( $A^E, A^W, A^C$ );

$A^* : \forall x^t \in \tilde{X}, x^t \neq x^* \Rightarrow Z(x^*) > Z(x^t)$  – умови пошуку оптимального структурного варіанту  $A^*$  ;

$$A_{ПО} = \{A_s\} : (\forall x^s, x^t \in \tilde{X}) [(H_E(x^s) \geq H_E(x^t)) \vee (H_W(x^s) \geq H_W(x^t)) \vee (H_C(x^s) \geq H_C(x^t))]$$

– умова формування парето-оптимальної множини структурного варіанта  $A_{ПО}$  .

15. Рисунок 5.1 – 5.4.

### Треба вміти:

1. Визначати поняття «структурний та параметричний синтез».
2. Формалізувати (проводити опис послідовності розв'язання) задачі структурного та параметричного синтезу технічних систем.
3. Будувати концептуальну модель варіантів заданої (певної) технічної системи.
4. Установлювати математичні залежності для оптимізації технічної системи на етапі концептуального математичного моделювання: критерій задоволення проектних вимог, критерій модифікації компонентів технічної системи, критерій оцінювання вартості структурних варіантів технічної системи.
5. Формулювати парето-оптимальні множини структурних варіантів технічної системи.
6. Використовувати розроблений евристичний алгоритм синтезу структурних варіантів технічної системи.
7. Використовувати практичну методику синтезу та оцінювання структурних варіантів на етапі концептуального математичного моделювання технічної системи.

## **6. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ**

### **6.1. Особливості використання комп'ютерного моделювання в навчальному процесі**

Методика математичного моделювання містить етап 5 «Комп'ютерне моделювання в середовищі розрахункових пакетів програм або САЕ-систем» (див. підрозділ 4.2). Сучасне навчання не можливо уявити без використання програмних і технічних засобів. Певною мірою це стосується і курсу «Математичне моделювання систем і процесів», який вивчають більшість студентів технічних вищих навчальних закладів.

Сьогодні існує значна кількість пакетів прикладних програм математичного моделювання та навчальних версій САЕ-систем, спрямованих на реалізацію математичного моделювання задач аналізу, розроблення та дослідження різноманітних технічних систем. Обираючи той чи інший програмний продукт, необхідно враховувати такі фактори:

- зручність та швидкість доступу до даних;
- легкість освоєння, зручний інтерфейс користувача;
- інтерактивна та швидка графіка;
- спрощені інструменти аналізу із застосуванням широкого математичного оброблення даних і графічних залежностей;

- формування вихідних документів, які можуть бути використані для опублікування;
- автоматизація процесу оброблення даних для вирішення завдань підвищеної складності тощо;
- спрямованість на вирішення питань майбутньої спеціальності студентів;
- наявність у програмі вбудованих віртуальних контрольно-вимірювальних приладів;
- наявність засобів моделювання як аналогових, так і цифрових блоків;
- можливість створення на базі програми обчислювально-вимірювальних комплексів.

Застосування комп'ютерного моделювання в навчальному процесі під час аналізу, розроблення та дослідження технічних систем має істотні переваги [51]. Головними перевагами є такі:

1. Дослідження роботи компонентів схеми в різних режимах.
2. Вибір рівня складності об'єкта дослідження (від дослідження окремих елементів і підготовлених схем до самостійного проектування та розроблення схеми, пошуку несправних елементів тощо).
3. Можливість планування і перевірки стратегії та методики вимірювального експерименту.
4. Можливість виконання експериментів на новітній елементній базі.
5. Можливість проведення температурних досліджень моделей цифрових вимірювальних приладів.
6. Аналіз впливу пошкоджень на роботу різних елементів схеми.
7. Формування масивів експериментальних даних, їх транспортування в інші середовища математичних розрахунків для виконання ретроспективного, статистичного аналізу тощо.
8. Можливість дистанційного виконання лабораторних досліджень, що особливо актуально для організації заочної та дистанційної форм навчання.
9. Можливість запам'ятовування, зберігання та аналізування великих масивів експериментальних даних.

10. Можливість багатократного повторення експериментальних досліджень в ідентичних умовах проведення експерименту.

11. Швидкий темп засвоєння обсягів нової інформації.

Організаційні переваги використання комп'ютерного моделювання в навчальному процесі:

1. Можливість організації фронтального виконання лабораторних робіт у режимі подання лекційного матеріалу, що особливо важливо в умовах навчання за кредитно-модульною системою.
2. Уніфікація лабораторних досліджень, що проводяться в межах різних дисциплін.
3. Можливість ґрунтовної перевірки якості виконання курсових і дипломних проектів та робіт.
4. Висока економічна ефективність підготовки нових лабораторних циклів.

Працюючи за комп'ютером, слід розрізнити технічну процедуру вирішення поставленого завдання та його суть. Не можна зводити постановку завдання та його вирішення лише до програмованих процедур: запису або подання математичної моделі у формі, зручній для використання в інтегрованому комплексі прикладних програм, введення моделі в комп'ютер, вибору числового методу вирішення, виходячи з міркувань реального досягнення точності та часу вирішення, реєстрації та ін. Утім людина, дотримуючись формального підходу, часто вважає, що її завдання «повинне вирішуватись» і згодом розчаровується у можливостях інформаційних систем.

Де помилка? Як її знайти? Чи коректно поставлене завдання? Відповіді на ці питання містить фізичний підхід, за якого комплекс або система, яка проектується, подається у вигляді сукупності заданих фізичних елементів, агрегатів, підсистем. Комплекс або система діляться на частини, для яких відомі точні розв'язки або експериментальні характеристики, а поєднання цих частин в моделі формують нові залежності. Модель аналізується і коригується за частинами за допомогою постановки додаткових експериментів у системах, які можна аналізувати окремо.

Для отримання достовірних результатів необхідно поєднати процес моделювання з фізичним змістом задачі, щоб переконатися

в правильності отриманих результатів або знайти докази неправильної постановки задачі і знати, де шукати помилку.

Отже, моделювання на комп'ютері – не формальна процедура, а експериментальний пошук. Тому можна говорити про мистецтво моделювання як про мистецтво експерименту.

Істотно спростити спілкування з комп'ютером дозволяє використання універсальних пакетів прикладних програм та інтегрованих середовищ САЕ-систем.

Формалізація задач синтезу та аналізу вимірювально-обчислювально-керувальних систем і комплексів, а також використання числових методів вирішення задач дає змогу застосовувати добре вивчені прийоми вирішення та стандартне (універсальне) математичне забезпечення комп'ютера. Використання комп'ютера підвищує ефективність наукових досліджень, дозволяє моделювати складні технічні системи.

Сучасні програми числового моделювання систем та процесів стають дедалі більш автоматизованими, полегшуючи користувачу процес постановки і вирішення широкого класу складних завдань. Ще більший ефект надають можливості якісного візуального подання результатів.

## **6.2. Аналіз сучасних пакетів прикладних програм математичного моделювання**

Для розв'язання задач із дослідження аналізу та розроблення технічних систем, їх елементів та параметрів, а також внутрішніх і зовнішніх процесів популярними серед дослідників є такі пакети прикладних програм моделювання, як MathCAD, Simulink, MatLab, LabView, Electronics Wordbench, System View та ін.

Надзвичайна простота інтерфейсу MathCAD (розробник – компанія Mathsoft, США) зробила його одним із найпопулярніших математичних пакетів. Він надає користувачу широкий набір інструментів для реалізації графічних, аналітичних і числових методів розв'язання математичних задач на комп'ютері. Виконуючи рутинні чи нескладні операції, пакет дозволяє самостійно виконати громіздкі обчислення, розв'язати змістовні задачі, набути та закріпити навички з розв'язанням прикладних задач.

**MathCAD** – це математично орієнтована універсальна система комп'ютерної математики, призначена для автоматизації розв'язання масових математичних задач у різних галузях науки і техніки. Назва системи походить від двох слів – Mathematics (математика) і CAD (Computer Aided Design – системи автоматичного проектування або САПР). Тому цілком правомірно вважати MathCAD математичними САПР [52].

MathCAD – це програмний засіб або середовище для виконання на комп'ютері різноманітних математичних і технічних розрахунків, що надає користувачу інструменти для роботи з формулами, числами, графіками й текстами та забезпечене простим в освоєнні графічним інтерфейсом.

Крім числових та аналітичних обчислень, вони блискуче вирішують складні оформлювальні завдання, які ледве вдається вирішити популярним текстовим редакторам або електронними таблицями. За допомогою MathCAD можна, наприклад, готувати статті, книги, дисертації, наукові звіти, дипломні й курсові проекти, що складаються не тільки з текстів, але й зі складних математичних формул, із вишуканим графічним поданням результатів обчислень і багатьма «живими» прикладами. Застосування бібліотек і пакетів розширення забезпечує професійну орієнтацію MathCAD на будь-яку галузь науки, техніки й освіти.

Ця система забезпечує справжню інтеграцію з іншими математичними, графічними та офісними системами. Для цього до її складу входить спеціальний системний інтегратор MathConnex.

У середовищі MathCAD доступні більше сотні операторів і логічних функцій, призначених для числового і символьного вирішення технічних проблем різної складності. До складу MathCAD входять:

- велика бібліотека вбудованих математичних функцій;
- інструменти побудови графіків різних типів;
- засоби створення текстових коментарів та оформлення звітів;
- конструкції, подібні до програмних конструкцій мов програмування, що дозволяють писати програми для вирішення завдань, які неможливо чи дуже складно розв'язати стандартними інструментами пакета;



- зручно організована інтерактивна система отримання довідки та оперативної підказки;
- засоби обміну даними з іншими windows-додатками через механізм OLE (Object Linking and Embedding – зв'язок і впровадження об'єктів);
- засоби переадресації готових робочих документів електронною поштою або через Інтернет у вигляді, показаному на екрані.

Під час проектування MathCAD ставилась мета – створити потужний, гнучкий та простий в користуванні засіб для проведення інженерних розрахунків.

Основною відмінністю MathCAD від інших програмних засобів цього класу є те, що математичні вирази на екрані комп'ютера подаються в загально прийнятній математичній нотації і мають такий вигляд, як в оригіналі. Записавши у звичній формі математичний вираз, можна виконати з ним найрізноманітніші символні або числові математичні операції, а також забезпечити обчислення текстовими коментарями, ілюстраціями, побудованими в інших додатках, та отримати повний звіт про виконані обчислення.

Характерним представником цих систем також є MatLab (розробник компанія MathWorks, США) [53].

Система **MatLab** – це сучасний програмний засіб, який є інформаційним середовищем для числового моделювання, розрахунків і розроблення алгоритмів аналізу та візуалізації даних. Це продукт високої якості, що містить обчислення, візуалізацію і програмування в зручному вигляді, де завдання та їх вирішення виражаються у формі, близькій до математичного. MatLab складається з п'яти основних частин:

1. Мова MatLab. Мова матриць високого рівня з керуванням потоками, функціями, структурами даних, уведенням-виведенням і особливостями об'єктно-орієнтованого програмування, що дозволяє створювати нескладні програми та більш складні додатки.

2. Середовище MatLab. Набір інструментів і пристосувань, з якими працює користувач або програміст MatLab. Воно містить засоби для керування змінними в робочому просторі MatLab,

уведенням і виведенням даних, а також створенням, контролем і налагодженням файлів та додатків MatLab.

3. Керована графіка. Графічна система MatLab, що містить команди для візуалізації дво- і тривимірних даних, оброблення зображень, анімації та ілюстрованої графіки.

4. Бібліотека математичних функцій. Велика колекція обчислювальних алгоритмів від елементарних функцій, таких, як сума, синус, косинус, комплексна арифметика до більш складних, таких як обіг матриць, знаходження власних значень, функції Бесселя, швидке перетворення Фур'є.

5. Програмний інтерфейс. Бібліотека, що дозволяє писати програми мовами програмування Сі та Фортран, взаємодіючи з MatLab. Вона також містить засоби для виклику програм з MatLab (динамічний зв'язок).

Крім названих частин, у MatLab є доповнення Simulink – супутня програма, що є інтерактивною графічною системою для моделювання складних нелінійних динамічних та вбудованих систем. Це середовище, яке дозволяє моделювати процес за допомогою блоків діаграм на екрані та їх маніпуляції. Simulink працює з лінійними, нелінійними, неперервними, дискретними та багатовимірними системами.

Головна перевага системи MatLab полягає в тому, що в ній реалізовані численні ефективні математичні алгоритми майже практично для всіх галузей інженерної діяльності. Програмні засоби цього типу у вітчизняній літературі називають *універсальними математичними пакетами або системами*.

Система **LabView**, розроблена фірмою «National Instruments» (США), є системою автоматизованого проектування, що має засоби для створення віртуальних обладнань різного призначення, отриманих як у режимі реального часу від фізичного об'єкта, так і у вигляді файлів. Ця фірма існує понад 25 років і є лідером з розроблення інструментальних засобів моделювання контрольно-вимірювальної техніки [54].

Основним принципом побудови систем збирання, оброблення та керування на базі обладнання та програмного забезпечення фірми «National Instruments» є можливість перетворення персонального комп'ютера у вимірювальний комплекс із необхідними метрологічними характеристиками.

Конфігурувати вимірювальні комплекси в системі LabView можна як від датчиків і виконавчих механізмів (вимірювальна частина), так і від оброблення даних (вимірювальна частина). Дуже важливо, що алгоритм оброблення сигналів і для першого, і для другого підходу є одним і тим самим.

Поява програми LabView дозволила істотно спростити та зробити універсальним комплекс об'єкт – вимірювання. З'явилась можливість на основі датчика, аналого-цифрового перетворювача та відповідних програмних засобів виконувати функції множини вимірювальних пристроїв різного призначення, а також функції оброблення результатів вимірювань. Усе це в сукупності є характерною рисою так званого віртуального приладу. Запис великих масивів даних дає змогу запам'ятовувати результати експерименту, що дозволяє виконувати ретроспективний аналіз, статичне оброблення та ін.

LabView – система з великою кількістю бібліотек для розширеного аналізу сигналів. Програмування в LabView виконується графічно, тобто без звичного текстового опису алгоритму мовою програм високого рівня. Сама програма LabView повністю відкрита, дозволяє отримати доступ до будь-якого компонента всередині її.

Як універсальна система програмування програма LabView має величезні бібліотеки для роботи з периферійним зовнішнім обладнанням, засобами оброблення, аналізу та подання даних. На базі LabView можлива навіть побудова засобів дистанційного навчання.

Система жорсткого реального часу LabView Real Time застосовується в системах збирання/оброблення інформації/керування, коли потрібен жорсткий детермінізм і коли звичайні операційні системи не можна застосовувати.

Вимогам навчального процесу також відповідає пакет прикладних програм Electronics Wordbench (розроблення фірми Interactive Image Technology (США)) [51]. Досвід використання пакета прикладних програм Electronics Wordbench свідчить про правильність зробленого вибору. Цей пакет програм як інструмент пізнання має важливу особливість – сприяє підвищенню зацікавленості студентів питаннями технічної творчості, більш глибокому розумінню ідеології побудови цифрових вимірювальних

приладів, принципів перетворення вимірювальних сигналів, методів оцінювання метрологічних показників приладів тощо.

Пакет прикладних програм **Electronics Wordbench** містить значну бібліотеку електронних компонентів і дозволяє складати й досліджувати принципові схеми аналогових та цифрових вимірювальних приладів необмеженої складності. Лабораторія віртуальних вимірювань приладів та пристроїв, яку пропонує це середовище до послуг дослідника, забезпечує можливість виконання найрізноманітніших видів контролю режимів роботи приладів. До складу віртуальної лабораторії включено такі прилади та засоби: амперметри постійного та змінного струму; вимірювач амплітудно-частотних та фазочастотних характеристик; вольтметри постійного та змінного струму; генератор слова; двоканальний осцилограф; логічний аналізатор; мультиметр; функціональний генератор.

Вимогам до вибору програмного продукту найбільше відповідають інструментальні засоби аналізу даних і технічна графіка (Data Analysis and Technical Graphics Software), яка відрізняється від електронних таблиць та відповідного програмного забезпечення широким набором засобів аналізу даних і побудови графіків, можливістю роботи з різними типами та великими масивами даних, а також підвищеною продуктивністю за рахунок автоматизації нескладних завдань. Одним із прикладів такого інструментального засобу є пакет Origin – програмний продукт фірми OriginLab Corporation (розробник США).

Програмний продукт Origin є одним з найпоширеніших засобів графічного зображення табличних даних. Пакет Origin дозволяє не просто будувати графіки та оформлювати їх відповідно до вимог користувача і дозволяє виконувати потужне математичне оброблення даних: шукати залежності в зміні отриманих даних; проводити числове диференціювання та інтегрування; здійснювати інтерполяцію та екстраполяцію; виконувати статистичне оброблення даних та необхідні їх перетворення безпосередньо у самому програмному середовищі тощо.

Origin є простим і прозорим у використанні під час формування та зберігання баз даних, їх математичного аналізу та графічного зображення. Це сприяло його широкому застосуванню вченими та

інженерами промислово розвинених країн світу, які працюють у різних галузях науки і техніки.

Origin має всі необхідні інструменти для виконання аналітичних обчислень, включаючи математичний і статистичний аналіз, отримання даних при обчисленні математичних виразів, форматування графічних залежностей тощо. Для того щоб зробити процес аналізу більш ефективним, Origin підтримує більшість поширених форматів для імпорту даних, а також дозволяє експортувати отримані графіки й таблиці в ряд форматів: PDF, EPS, WMF, TIFF, JPEG, GIF та ін. Origin забезпечує оптимізацію робочого процесу зберігання даних і документів як аналіз шаблонів для повторного використання. З більш ніж 70 вбудованих типів графіки Origin дозволяє створювати та налагоджувати графіки друкарської якості відповідно до певних вимог (рис. 6.1). При цьому у графіці підтримується більшість популярних 2D- та 3D-типів.

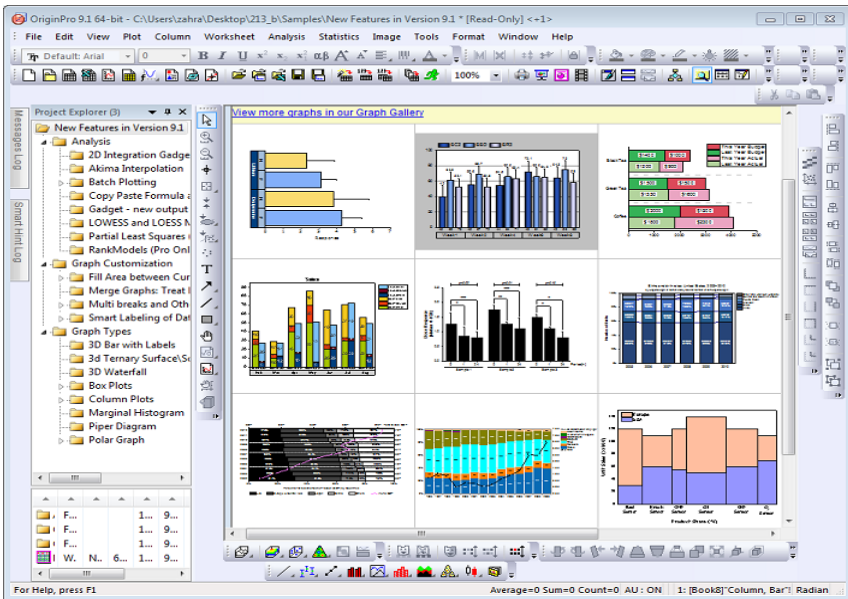


Рис. 6.1. Приклад використання інструментального засобу Origin для побудови різноманітних графіків

Origin має дві вбудовані мови програмування C та LabTalk: C – основна компільована мова, LabTalk – мова сценаріїв. Їх спільне застосування автоматизує аналіз даних, їх математичне і статистичне оброблення; побудову графіків. Злагоджена робота в Origin забезпечується відповідним інтегрованим середовищем розроблення (IDE), Code Builder, що дозволяє описувати та налагоджувати свій код. Origin сумісна з MathLab та MathCad. Передбачено також інтеграцію із системами збирання даних LabView, DasyLab, LabWindows та ін. Origin також є сервером автоматизації для користувачів VB, C++, C# та LabVIEW. У наукових лабораторіях провідних країн світу інструментальні засоби Origin впроваджено як стандарт, згідно з яким обробляються дані, отримані під час проведення наукових досліджень.

### **6.3. Аналіз сучасних CAE-систем комп'ютерного моделювання**

#### ***6.3.1. Класифікаційні групи систем комп'ютерного моделювання***

Історія розвитку CAE-систем починається ще з 60-х років, коли Івану Сазерленду (США) в 1963 р. удалося підключити дисплей з можливостями CRT (традиційний тип проєкторів) та обчислювальними здатностями комп'ютера. Процес створення системи для моделювання механічних частин технічних систем став можливий завдяки використанню світлового пера [55].

Пізніше Сазерленд і Девід Еванс заснували фірму Evans і Sutherland Computer Corporation (E & S), яка стала однією з лідерів на ринку САПР у галузі графічних робочих станцій. Водночас наприкінці 60-х років минулого століття на арені з'явилися й інші фірми (GE, DEC, IBM, CalComp та ін.), які почали створювати устаткування і програмне забезпечення для цієї галузі.

Першою твердотільною системою комп'ютерного моделювання



Рис. 6.2. Комп'ютерне моделювання на графічній робочій станції (60-ті роки XX ст.)

вважають SynthaVision, випущену компанією MAGI (США) [55]. Чарльз Істман разом з Максом Генріоном розробили програмне забезпечення для вирішення завдань планування простору.

Кевін Вейлер з Істманом опублікували статтю про використання операторів Ейлера для геометричного моделювання.

MCS, ANSYS, Applicon, SDRC, Autotrol, United Computing, McAuto, Intergraph, Autodesk, Bentley Systems, MicroControl Systems, Computervision, Dassault Systems, Miscellaneous, CalComp є найрезультативнішими компаніями, які зробили внесок в інтенсивний розвиток комп'ютерного моделювання та інженерних розрахунків [56].

Слід особливо відзначити результативність та ефективність розробників компанії MCS Software Corporation (США), яка в 2013 р. відзначила свій 50-літній ювілей. Аналітики вважають, що саме компанія MCS справила величезний вплив на розвиток галузі та 70 відсотків сучасних CAE-систем мають її ідеї [57].

У 70-х роках XX ст. увага приділялася здебільшого системам автоматизованого креслення, оскільки стало зрозуміло, що проектування можна реалізувати машинними засобами.

У 80-ті роки комп'ютери стають доступними багатьом великим і малим компаніям. З'являється також 3D-моделювання, спочатку це було тільки поверхневе моделювання, за якого інженер визначав виріб сім'єю поверхонь.

Можливості систем на той час визначалися характеристиками наявних графічних апаратних засобів. В основному використовувалися графічні термінали, що підключалися до мейнфреймів або до міні-ЕОМ типу PDP/11. Переважно використовувались комп'ютери компаній CDC та IBM.

На початку 90-х років розробники САЕ-систем використовували комп'ютери на базі RISC-процесорів. Вони працювали під керуванням ОС Unix і були значно дешевшими за мінімашини та мейнфрейми.

Так було створено передумови для розроблення САЕ-систем ширшого застосування.

Сучасні комп'ютерні системи з інженерних розрахунків або САЕ-систем дозволяють моделювати як окремі технічні системи, так і їх елементи та процеси. Різноманітність фізичних процесів, суб'єктивність у постановці задач аналізу, у підходах до формалізації та алгоритмізації процесів і елементів систем, у виборі методів моделювання та інші причини зумовили створення багатьох спеціальних методик, алгоритмів, комп'ютерних програм і систем, призначених для розв'язання задач інженерного аналізу та математичного моделювання.

За даними аналітиків Міжнародної консалтингової компанії CIMdata [56] обсяг промислового ринку САЕ-систем у 2011 р. зріс на 77,1% порівняно з докризовим 2008 р. – з 2,275 до 4,029 млрд дол. США. Зростання частки ринку САЕ свідчить про наявне підвищення значущості і використання інструментів комп'ютерного моделювання, аналізу та розрахунків для отримання якісних результатів у процесі розроблення, виготовлення та експлуатації сучасних промислових виробів.

Можна умовно виділити три основні групи сучасних систем комп'ютерного моделювання.



Рис. 6.3. Комп'ютерне моделювання на базі RISC-процесорів (90-ті роки XX ст.)



1. Системи повнофункціонального інженерного аналізу, що мають потужні засоби, великі сховища типів для мереж кінцевих елементів, а також різних фізичних процесів. У них передбачені власні можливості для моделювання геометрії. Крім того, є можливість імпорту через промислові стандарти Parasolid, ACIS та ін. Повнофункціональні CAE-системи позбавлені асоціативного зв'язку з CAD. Тому, якщо під час роботи виникає потреба змінити геометрію, то користувачу доведеться заново імпортувати геометрію та вводити дані для розрахунку. Найвідомішими подібними системами цієї групи є ANSYS і MSC.NASTRAN.

2. Системи інженерного аналізу, що вбудовані у «важкі» CAD/CAM/CAE і мають значно менш потужні засоби аналізу. Вони асоціативні з геометрією, тому відстежують зміни моделі. Розрахункові дані структуровані та інтегровані в загальну систему проектування в інтегровані CAD/CAM/CAE-системи. До них належать Pro / MECHANICA для Pro / ENGINEER, NX CAE для Simens PLM Software, Extensive Digital Validation CAE для I-deas, SIMULIA, DELMIA, CATIA для CATIA.

3. Спеціалізовані системи інженерного аналізу, що не мають потужних розрахункових можливостей і зберігають дані у власних форматах. Деякі з них вбудовуються в CAD-системи, інші зчитують геометрію з CAD. До перших належать COSMOS / Works, COSMOS / Motion, COSMOS / FloWorks для SolidWorks, до других – visualNastran та ін.

Різні види аналізу, що виконуються в комп'ютерних системах першої, другої та третьої груп, ґрунтуються на класичних інженерних підходах до розроблення математичних моделей поведінки виробу в умовах різних впливів. При кінцево-елементній постановці задачі моделювання досліджувана галузь попередньо розбивається на обмежену множину кінцевих елементів, зв'язаних між собою кінцевою кількістю вузлів. Шуканими змінними рівнянь математичних моделей є переміщення, повороти, температура, тиск, швидкість, потенціали електричних або магнітних полів. Ці змінні визначають степені вільності вузлів. Їх конкретний зміст залежить від типу (фізичної природи) елемента, зв'язаного з вузлом. Наприклад, у задачах аналізу на міцність для кожного елемента, з урахуванням степенів вільності його вузлів, можуть бути сформовані матриці мас, жорсткості (чи теплопровідності) та

опору (чи питомої теплоємкості). *Множину степенів вільності, що визначає стан усієї системи в поточний момент часу, називають хвильовим фронтом*, який може розширюватись чи звужуватись залежно від того, як невідомі змінні вводяться до сукупності чи виводяться з неї. Після проходження хвильового фронту через усі елементи та врахування всіх шуканих змінних можна аналізувати отримані результати і будувати гіпотезу про поведінку досліджуваної технічної системи.

Фрагмент комп'ютерного моделювання в інформаційному середовищі сучасної CAE-системи показано на рис. 6.4.

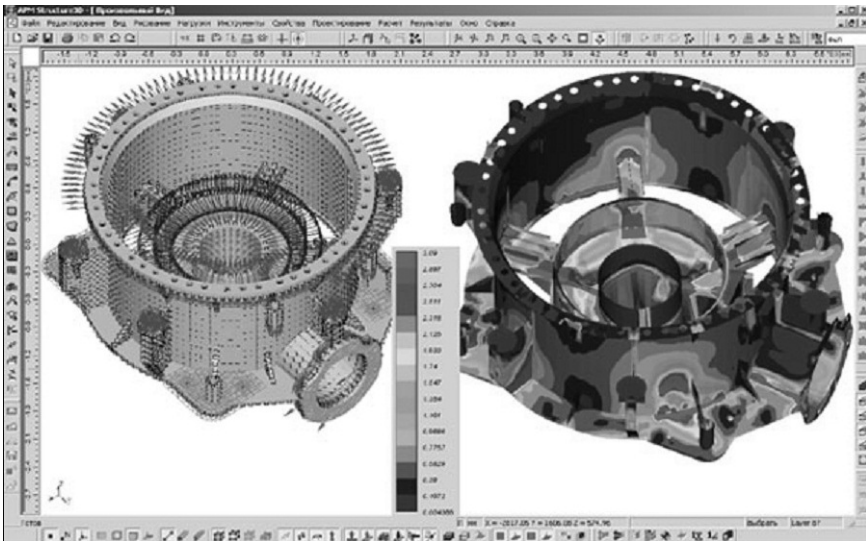


Рис. 6.4. Комп'ютерне моделювання в інформаційному середовищі CAE-систем WinMachine

### 6.3.2. Типові задачі комп'ютерного моделювання

Інженерні розрахункові задачі, як правило, є типовими, тобто можуть класифікуватись. Наведемо коротку класифікацію типових задач, що розв'язуються за допомогою комп'ютерного моделювання [55 – 57].

**Конструкційні задачі:**

- статичний і динамічний аналіз конструкцій з урахуванням нелінійного поведіння матеріалів, включаючи повзучість, великі пластичні деформації, значний вигин, надластичність, нагромадження залишкової деформації за циклічного навантаження, мінливі умови контакту;
- визначення власних мод і резонансних спектрів вимушених коливань, а також зміщень і напружень за відомими вібраційними спектрами;
- динамічний аналіз перехідних процесів і точний динамічний аналіз, що моделює великі деформації в тих випадках, коли значущими стають сили інерції – ударне навантаження, дроблення, швидке формування і т.ін.;
- контактні задачі (поверхня – поверхня, вузол – поверхня, вузол – вузол, стрижень – стрижень);
- задачі втрати стійкості конструкцій.

#### **Теплові задачі:**

- стаціонарні та нестаціонарні задачі теплофізики з урахуванням теплопровідності, конвекції, випромінювання;
- урахування контактних термічних опорів, теплових ефектів під час фазових перетворень.

#### **Гідрогазодинамічні задачі:**

- стаціонарні та нестаціонарні задачі гідрогазодинаміки;
- розрахунок ламінарних і турбулентних течій стисливої і нестисливої рідин з урахуванням в'язкості, перехід від ламінарного до турбулентного;
- моделювання задач з урахування вимушеної та природної конвекції, теплообміну випромінюванням, міжфазового теплообміну;
- моделювання ньютонівських та нен'ютонівських рідин;
- задачі зовнішньої аеродинаміки, дозвуковий і надзвуковий режими;
- моделювання багатофазних течій. Моделі кавітації, конденсації, течії з твердими частинками, газовими бульбашками, краплями рідини;
- задачі розрахунку оптимальних систем охолодження електронних пристроїв;

- моделювання потоків рідин і газів у задачах переробної промисловості (оброблення полімерів, заповнення форм, високотемпературне формоутворення);
- моделювання потоків у системах опалення, вентиляції, кондиціонування в офісах, на заводах, на стадіонах та в інших громадських місцях; моделювання потоків повітря, теплоперенесення, поширення забруднювачів у системі вентиляції;
- лінеаризований аналіз;
- розрахунок в'язкопружних / в'язкопластичних відгуків.

### **Електростатичні та електромагнітні задачі:**

- статичний і низькочастотний електромагнітний аналіз пристроїв, що працюють з джерелами постійного струму, струмами низької частоти, низькочастотними перехідними сигналами;

Типові задачі:

- a) розрахунок трансформаторів, двигунів, пускачів:
  - розрахунок обчислюваних параметрів: щільності магнітного потоку, інтенсивності поля, магнітних сил і моментів, опору, індуктивності, вихрових струмів, втрат потужності;
  - високочастотний електромагнітний аналіз пристроїв;
  - розрахунок генерувальних електромагнітних хвиль;
- б) розрахунок мікрохвильових і високочастотних пасивних компонентів, хвилеводів, коаксіальних конекторів;
  - визначення електричних полів, порушуваних зарядом або різницею потенціалів;
- в) розрахунок високовольтних пристроїв, ліній електропередач;
  - розрахунок мікроелектромеханічних систем;
  - моделювання електромагнітного поля;
  - розрахунок електромагнітних перешкод, електромагнітної сумісності;
  - моделювання цілісності сигналу;

- г) розрахунок електронних систем, електромеханічних систем, системи зв'язку, радіолокаційних станцій (наземних, авіаційних, морського базування).

### **Загальні задачі**

Потребують залучення декількох модулів одночасно або послідовно, коли розрахункові результати одного модуля використовуються в наступному модулі як навантаження.

Наприклад:

- визначення термічних напруг (термічний і конструкційний);
- розрахунок п'єзоелектричних ефектів (електричного і конструкційного);
- розрахунок акустики (аеродинамічної та конструкційної);
- розрахунок індукційного нагріву (магнітного і термічного);
- розрахунок параметрів електронагрівальних систем (електричний і термічний аналіз);
- розрахунок параметрів електродвигунів (електростатичний і конструкційний аналіз);
- моделювання взаємодії потоку рідини / газу та розрахунок конструкцій (спряження гідродинамічних розрахунків і розрахунків на міцність);
- лінеаризований аналіз.

### **Нестационарний нелінійний динамічний аналіз:**

- моделювання складних, нелінійних явищ, які є результатом процесів, що породжують деформації;
- моделювання нелінійної динаміки твердих тіл, рідин і газів та їх взаємодії.

### **6.3.3. Функціональні можливості сучасних інформаційних систем комп'ютерного моделювання**

Коротко розглянемо функціональні можливості комп'ютерного моделювання систем кожної групи, які найчастіше застосовуються на українських підприємствах і в навчальному процесі технічних університетів та інститутів.

До *першої групи* входять універсальні CAE-системи: ANSYS (США), MSC Software (США), SAMTECH (Бельгія), ABAQUS (Франція) та ін.

**ANSYS** – універсальна CAE-система кінцево-елементного аналізу, яка впродовж останніх 30 років є світовим лідером у галузі комп'ютерного моделювання та кінцево-елементного розв'язання лінійних і нелінійних, стаціонарних і нестаціонарних просторових задач механіки деформованого твердого тіла і механіки конструкцій (включаючи нестаціонарні геометрично і фізично нелінійні задачі контактної взаємодії елементів конструкцій), задач механіки рідини та газу, теплопередачі і теплообміну, електродинаміки, акустики, а також механіки зв'язаних полів.

Система ANSYS – це гнучкий і надійний засіб проектування та аналізу. Особливістю програмної системи є файлова сумісність усіх членів сімей ANSYS для всіх використовуваних платформ. Багатоцільова спрямованість системи (реалізація в ній засобів для опису відгуку або реакції складної системи на впливи різної фізичної природи) дозволяє використовувати одну й ту саму модель для вирішення таких пов'язаних завдань, як міцність за теплових навантажень, вплив магнітних полів на міцність конструкції, тепломасоперенесення в електромагнітному полі. Як новачкам, так і досвідченим користувачам ця система пропонує безперервно зростаючий перелік розрахункових засобів, який дозволяє:

- урахувати різноманітні конструктивні нелінійності;
- розкрити загальний випадок контактної взаємодії для просторових тіл складної конфігурації;
- урахувати великі (кінцеві) деформації, переміщення і кути повороту;
- виконати багатопараметричну оптимізацію в інтерактивному режимі;
- аналізувати вплив електромагнітних полів;
- розв'язати задачі гідро- та аеродинаміки.

Фірмою Ansys Inc. (США) розроблено сім'ю програм аналізу. Основною багатоцільовою системою цієї сім'ї є ANSYS/Multiphysics. Додатком до неї є створена підмножина автономних спеціалізованих пакетів, яка збільшує можливості основної системи. Серед них можна виокремити:

- ANSYS/Mechanical – розв'язання задач міцності, теплопередачі та акустики. Розрахунок та оптимізація конструкції, визначення переміщень, напружень, зусиль,

тиску і температур можна виконати за допомогою цього пакета;

- ANSYS/Structural – аналіз міцності виробу, що проектується, з урахуванням геометричних і фізичних нелінійностей, нелінійної поведінки кінцевих елементів і втрати стійкості;
- ANSYS/LinearPlus – спрощена версія пакета ANSYS/Mechanical, призначена для вирішення задач лінійної статички, динаміки та стійкості конструкції;
- ANSYS/Thermal – може використовуватись для аналізу теплових стаціонарних і нестаціонарних процесів;
- ANSYS/PrePost – призначений для побудови кінцево-елементної мережі на стадії підготовки задачі та оброблення результатів розв'язання до потрібного вигляду.

Розглянемо функціональні можливості комп'ютерного моделювання основних CAE-систем фірми **MSC Software**.

**MSC / NASTRAN** для Windows – це система інженерних розрахунків, що ґрунтується на методі кінцевих елементів. Геометричні моделі для **MSC / NASTRAN** можна формувати як за допомогою внутрішнього препроцесора системи, так й імпортувати з будь-якої іншої CAD-системи. **MSC / NASTRAN** для Windows має прямий інтерфейс із системою твердотільного параметричного моделювання SolidWorks. Крім того, система може працювати з готовими кінцевоелементними моделями, створеними за допомогою інших систем інженерних розрахунків і переданих у **MSC / NASTRAN**.

**MSC. PATRAN** є інтегровальним середовищем і графічною оболонкою для MD Nastran, MSC Nastran, Marc, Dytran, Sinda та інших звичайних елементних систем аналізу. Patran забезпечує імпорт геометричних моделей з CAD-систем, створення розрахункових моделей, запуску їх на розрахунок, графічне зображення та оброблення отриманих результатів. Patran за допомогою повністю керованого графічного інтерфейсу та інтерактивної довідкової системи забезпечує ефективне вирішення завдань зі створення розрахункової моделі та оброблення результатів. Patran містить функції створення та модифікації геометричних моделей, у тому числі твердотільне моделювання (включаючи булеві операції), створення серединних поверхонь,

автоматичне розпізнавання і параметризацію отворів, заокруглень і фасок. Patran надає великий набір можливостей для завдання навантажень, граничних умов, властивостей матеріалів та елементів, параметрів розрахунку, а також для візуалізації, оброблення та перетворення результатів рахунки. Є також можливість запуску розрахунку (у тому числі віддаленого і в гетерогенних комп'ютерних мережах, включаючи багатопроцесорні режими роботи), відстеження та контролю процесу вирішення завдань. Функції «Групи», «Списки», «Суперелементи», «Області» та інші дозволяють створювати й обробляти повнорозмірні детальні моделі складних виробів (літака, автомобіля тощо), що становлять мільйони кінцевих елементів. Ці функції, так само як і стандартні інтерфейси Patran, широко використовуються у разі ведення міжнародних проектів кількома компаніями або організації робіт на розподілених робочих місцях, якщо великі проекти ведуться у межах одного підприємства.

**MSC.DYTRAN** – аналіз високонелінійних швидкоплинних динамічних процесів. Зіткнення конструкцій з руйнуванням, потрапляння предметів в авіадвигун, обрив лопатки, вибухи, штампування металу та ін.

**MSC.MARC** – комплексний нелінійний аналіз конструкцій та вирішення складних завдань термоміцності.

**MSC.FATIGUE** – нові методи аналізу ресурсу та довговічності. Утома, поява і ріст тріщин, оптимізація конструкції за критерієм довговічності.

**MSC.CFDesign** – газо- та гідродинаміка в середовищі MSC.NASTRAN. Завдання стікання рідини та газу з урахуванням теплових процесів.

**MSC.Digmat** – унікальний програмний комплекс для нелінійного багаторівневого моделювання та розрахунків актуальних характеристик композиційних матеріалів.

**MSC.Astran** – програмний комплекс для аналізу виникнення, поширення та поглинання шуму в закритих порожнинах і відкритому просторі, які виникають унаслідок механічного коливання конструкції або за наявності турбулентної течії газу.

**MSC.Working Model** – модуль розроблений фірмою MSC / Working Knowledge (відділення американської компанії MSC / Software Corporation). Цей модуль призначений для проведення



експрес-аналізу міцності і динамічних характеристик виробу, а також вирішення завдань оптимізації. Він являє собою складову частину комплексу, що об'єднує, крім MSC / Working Model, такі модулі:

- Working Model Motion – кінематика і динаміка механізмів;
- Working Model Studio – анімація та фотореалістичні зображення;
- Working Model View – оброблення та візуалізація даних з CAD/CAE систем;
- Working Model 4D – спільне вирішення завдань динаміки механізмів і міцності;
- MSC.Working FEA – розрахунки на міцність у пакетах AutoCAD, SolidWorks і SolidEdge;
- MSC.NVII\_Manager – комплексний аналіз акустики, вібрації та стійкості автомобіля;
- MSC.AMS – пре- і постпроцесор для моделювання конструкції автомобіля;
- MSC.Flight Loads&Dynamics – комплексний аналіз аеропружних, динамічних і міцнісних характеристик літальних апаратів;
- MSC.MVISION – дані про властивості матеріалів.

**MSC.Adams** (США) – програмний комплекс для віртуального моделювання складних машин і механізмів. Adams використовується для розроблення та вдосконалення конструкцій фактично всього, що рухається, – від простих механічних та електромеханічних пристроїв до автомобілів і літаків, залізничної техніки і космічних апаратів і т.ін. За допомогою Adams можна швидко створити повністю параметризовану модель виробу, будуючи її безпосередньо в препроцесорі або імпортуючи з найбільш поширених CAD-систем. Задавши зв'язки компонентів моделі, приклавши навантаження, визначивши параметри кінематичного впливу і запустивши розрахунок можна отримати дані, повністю ідентичні результатами натурних випробувань системи. Отже, про роботу виробу уяляють ще до початку розкroєння металу або відливання пластика для виготовлення дослідного зразка.

Користувачеві доступні:

- визначення параметрів виробу, що визначають його працездатність і точність;
- ідентифікація зіткнень компонентів машини, визначення габаритних розмірів простору, необхідного для її рухомих частин;
- визначення рівня діючих навантажень, необхідної потужності приводів;
- оптимізація параметрів виробу.

Adams розрізняє:

- широкий набір видів кінематичних зв'язків, пружних і дисипативних ланок, навантажень, кінематичних впливів;
- дружній, інтуїтивно зрозумілий інтерфейс. Якщо відомі інші програмні засоби CAE, то можна освоїти роботу з Adams;
- повна параметризація віртуальних моделей – будь-які параметри прототипу можуть бути пов'язані функціонально залежністю, модифікація розміру моделі автоматично змінює її конфігурацію тощо;
- ефективні засоби візуалізації результатів моделювання, включаючи анімацію та побудову графіків.

Компанією Samtech (Бельгія) у співпраці з лабораторією аерокосмічних технологій Льежського університету розроблено універсальну систему аналізу **SAMCEF**, усі розрахункові модулі якої зв'язані з єдиним графічним пре- і постпроцесором BACON.

Універсальна комплексна система **SAMCEF** має модульну структуру, включаючи:

- THERNL – нелінійний температурний аналіз стаціонарних і перехідних режимів, розрахунок задач електропровідності, конвекції, випромінювання; дослідження електричних і теплових явищ, пов'язаних з ударом блискавки чи іскровим розрядом;
- ASEF – лінійний статичний аналіз з урахуванням нелінійних умов;
- SPECTRAL – розрахунок випадкових характеристик руйнувань від утомленості, що ґрунтується на спектральному аналізі;
- REPDYN – аналіз перехідних, гармонічних і сейсмічних процесів;

- STABI – визначення умов втрати стійкості конструкції;
- DYNAM – розрахунок частот пружних систем.

Серед додаткових розробок цієї фірми можна виділити такі функціонально незалежні програмні модулі:

- FOURIER – лінійний статичний аналіз задач Фур'є;
- MECANO/STRUCTURE – нове програмне середовище, що відкриває можливості спільного нелінійного аналізу структури та піддатливості елементів механізмів. Уперше було використано для дослідження авіаційної та космічної техніки;
- ROTOR – унікальний інструмент динамічного аналізу обертальних механізмів;
- BOSS/QUATTRO – пакет, призначений для оптимізації роботи програмного середовища SAMCEF та ін.

**ABAQUS** (Dassault Systèmes, Франція) – кінцево-елементний комплекс загального призначення для проведення багатоцільового інженерного аналізу. ABAQUS дозволяє розраховувати складний нелінійний напружено-деформований стан технічних споруд та оцінювати їх міцність і стійкість з урахуванням багатофакторного навантаження (сейсмічного, теплового, вибухового та ін.). Системи можуть моделюватися з урахуванням впливу попереднього навантаження з одночасним розрахунком контактних взаємодій і моделюванням руйнувань.

Перевагою цього програмного комплексу також є наявність великої кількості нелінійних моделей матеріалів, що дозволяє ефективно та з великою точністю вирішувати завдання, які містять ці типи матеріалів, з урахуванням їх реологічних властивостей.

Серед розв'язуваних за допомогою ABAQUS завдань слід відзначити:

- розрахунок міцності й довговічності конструкцій під впливом довільного за часом навантаження з урахуванням пластичного стану;
- оптимізацію конструкцій до зміни параметрів (наприклад, можна оптимізувати геометрію конструкції за напруженнями, що виникають у конструкції за заданих навантажень);
- розрахунок конструкцій на статичні, динамічні, сейсмічні й вітрові навантаження, а також на поєднання комбінацій

навантажень (багатофакторність навантажування);

- розрахунок тріщиноутворення і концентраторів напружень;
- завдання з прогресуючого руйнування.

Особливістю ABAQUS є можливість використання власних підпрограм, що дозволяє створювати свої моделі поведінки різних матеріалів, кінцеві елементи і типи навантажень.

ABAQUS є надійною, якісною системою із зручним інтерфейсом. Наявність вбудованої мови програмування PYTHON дозволяє створювати власні графічні оболонки, адаптовані для вирішення конкретних типів завдань. Програмний комплекс ABAQUS може застосовуватися на всіх обчислювальних платформах, включаючи багатоядерні обчислювальні системи та кластери.

До *другої групи* належать системи, що об'єднують процеси проектування та аналізу в єдиний комплекс, наприклад, CAD/CAM/CAE – CATIA v6 (Франція) та ін. Під час їх використання не виникає труднощів зі створення складної та математично точної моделі виробу, бо вони мають найпотужніші засоби геометричного моделювання. Організація обміну між підсистемами конструювання та аналізу непомітна для користувача. Обидві підсистеми взаємодіють з однією базою даних або мають внутрішні формати даних. Склад різних видів аналізу обмежений порівняно зі складом універсальних програм, і в основному призначений для вирішення таких завдань, як структурний аналіз, лінійний статичний аналіз, модальний аналіз, аналіз (поздовжніх) деформацій, тепловий аналіз, аналіз стійкого стану (електропровідність, лінійна конвекція) та ін.

*Третю групу* систем складають спеціалізовані системи комп'ютерного моделювання. До них можна віднести пакет MSC.SuperForge (фірма MSC, США), призначений для об'ємного моделювання процесів штампування і кування. Результати аналізу можуть бути використані для проектування оснастки і технологічних процесів. Крім американської фірми MSC, визнаними лідерами в галузі моделювання процесів штампування і кування є американська компанія SFTS (система DEFORM), французька компанія TRANVALOR (система FORGE) і російська фірма «Квантор-Софт» (система Qform).

**COSMOS / Works** (розробник – компанія Structural Research &

Analysis Corporation, США) – кінцево-елементний комплекс, спеціально розроблений для спільного використання із системою твердотільного параметричного моделювання SolidWorks. Комплекс – це відкрита система модулів, призначених для вирішення завдань міцності, стійкості, динаміки конструкцій, а також завдань оптимізації, гідродинаміки і магнітного випромінювання. Функціональні можливості комплексу можуть бути доповнені за допомогою спеціалізованих модулів: Assemblies – розрахунок складних складань; OPTSTAR – оптимізація та аналіз чутливості; Translators – перетворення звичайних елементних форматів; Dynamic Designer / Motion – моделювання руху; COSMOS / HFS Suite – розрахунок високочастотних електромагнітних полів; COSMOS / Flow та FlowPlus – газо- та гідродинаміка.

**DesignWorks** – це комплекс повністю інтегрованих у SolidWorks систем інженерних розрахунків, розроблених фірмою CADSI (США). DesignWorks становить три самостійні програмні продукти: DesignWorks / Motion – для кінематичного аналізу складань, створених в SolidWorks; DesignWorks / Structure – для розрахунків на міцність; DesignWorks / Thermal – для теплових розрахунків.

**Part Adviser** – це перший програмний продукт із розроблюваної MoldFlow Corporation (США) серії програм Plastic Adviser. Part Adviser може швидко перевіряти будь-які деталі, отримані за допомогою лиття пластмас під тиском, на максимальну відповідність умовам виробництва. Систему створено на основі ньютонівського неізотермічного математичного вирішувача, що враховує реальну поведінку пластмаси у процесі лиття під тиском. Разом із системою поставляється база даних матеріалів, яка включає понад 4000 різних полімерів, що застосовуються в усьому світі.

У галузі розроблення програмних середовищ інженерного аналізу значних результатів досягнуто російськими фірмами. Наведемо приклади пакетів і фірм-розробників та перелік основних завдань, які вирішують за їх допомогою:

**Euler** (розробник – фірма АвтоМеханіка, Росія) – динамічний аналіз багатокомпонентних механічних систем;

**ИСПА** (розробник – фірма АЛЕКСОФТ, Росія) – розрахунок та аналіз на міцність;

**ПОЛІГОН** (розробник – ЦНДІ матеріалів, Росія) – відпрацювання найбільш важливих технологічних параметрів ливарних процесів не на реальному литві, а на його моделі, програмно реалізованому на персональному комп'ютері. «Полігон» призначена для моделювання процесів затвердіння, визначення раковин і макропористості, мікропористості, розвитку деформацій для прогнозу кристалізаційних тріщин, формування та розрахунок будь-яких критеріїв якості для прогнозу структури, ліквіацію, механічних властивостей та ін.

**РИМАН** (розробник – фірма ПроПроГрупа, Росія) – розрахунок та аналіз напружено-деформованого стану конструкції, вирішення пружних і пластичних завдань, штампування та ударних напруг;

**АРМ WinMachine** (розробник – НТЦ АПМ, Росія) – комплексне програмне забезпечення для розрахунку та автоматизованого проектування деталей машин, механізмів, елементів конструкцій і вузлів. Вона призначена для інженерів і конструкторів, зайнятих розробленням нового і модернізацією існуючого механічного устаткування. АРМ WinMachine складається з таких підсистем: розрахунку зубчастих, черв'ячних, ремінних ланцюгових передач з можливістю автоматичної генерації креслень елементів передач; розрахунку і проектування з'єднань деталей машин та елементів конструкцій, комплексного розрахунку всіх типів різьбових, зварних, клепаних з'єднань і з'єднань деталей обертання; розрахунку, аналізу і проектування валів та осей; розрахунку неідеальних підшипників кочення; розрахунку та проектування пружин та інших пружних елементів машин; розрахунку та проектування кулачкових і мальтійських механізмів; розрахунку та проектування важільних механізмів довільної структури; розрахунку та аналізу радіальних і наполегливих підшипників, що працюють в умовах рідинного і напіврідинного тертя; розрахунку неідеальних передач поступального руху, гвинтових передач ковзання, кулько-гвинтових і планетарних гвинтових передач; розрахунку і проектування плоских ферменних конструкцій методом кінцевих елементів; розрахунку напружено-деформованого стану плоских

деталей методом кінцевих елементів; розрахунку та проектування балкових елементів конструкцій; розрахунку напружено-деформованого стану тривимірних рамних конструкцій; розрахунку та проектування пластинчастих, оболонкових і стрижневих конструкцій, а також їх довільних комбінацій; модуль зберігання та редагування стандартних та інформаційних даних, необхідних для функціонування кожної з перерахованих вище підсистем. Система застосовується у навчальному процесі багатьох технічних університетів України та Росії.

У навчальному посібнику розглянуто САЕ-системи, які найчастіше застосовується для комп'ютерного моделювання технічних систем (об'єктів та процесів) інженерами на виробництві, науково-дослідними і навчальними інститутами та університетами. Більшість фірм-розробників передає навчальні версії своїх систем за незначну суму або безкоштовно. Послідовність комп'ютерного моделювання в інформаційному середовищі конкретної САЕ-системи специфічна, і, як правило, детально подана в інструкціях користувача. Засвоюється як самостійно, так і під час навчання фахівцями консалтингових фірм, які займаються впровадженням та супроводом САЕ-систем.

### **Запитання та завдання для поточного контролю**

1. Назвіть переваги використання комп'ютерного моделювання в навчальному процесі.
2. Опишіть функціональні можливості та склад модулів MathCAD.
3. Назвіть основні частини MathLab.
4. Опишіть переваги та функціональні можливості LabView.
5. Назвіть переваги пакета прикладних програм Electronics Wordbench.
6. Опишіть переваги та функціональні можливості Origin.
7. Опишіть основні групи сучасних систем комп'ютерного моделювання.
8. Наведіть класифікацію типових завдань комп'ютерного моделювання.
9. Опишіть функціональні можливості універсальної САЕ-системи ANSYS.

10. Назвіть CAE-системи фірми MSC Software.

## **ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 6**

### **Необхідно знати:**

1. Як проводиться вибір інформаційних систем для навчального процесу?
2. У чому переваги застосування комп'ютерного моделювання в навчальному процесі?
3. Функціональні можливості та переваги застосування пакетів прикладних програм математичного моделювання: MathCAD, Simulink, MathLab, LabView, Electronics Wordbench, Origin.
4. Історичний шлях, пройдений дотепер інформаційними системами комп'ютерного моделювання.
5. За якими ознаками та функціональними можливостями виділено три групи сучасних систем комп'ютерного моделювання.
6. Які типові інженерні та дослідницькі завдання можуть вирішуватись засобами сучасних інформаційних систем комп'ютерного моделювання.
7. Особливості комп'ютерного моделювання інструментальними засобами CAE-системи ANSYS.
8. Особливості комп'ютерного моделювання інструментальними засобами основних CAE-систем фірми MSC Software: NASTRAN, PARTRAN, Adams.
9. Особливості універсальної CAE-системи SAMCEF.
10. Особливості CAE-системи ABAQUS.
11. Особливості CAD/CAM/CAE-системи CATIA.
12. Особливості спеціалізованої CAE-системи APM Win Machine.

### **Слід запам'ятати:**

1. Фактори вибору інформаційних систем для навчального процесу.



2. Переваги застосування комп'ютерного моделювання в навчальному процесі.
3. Призначення та склад пакета прикладних програм MathCAD.
4. Призначення та склад пакета прикладних програм MathLab.
5. Призначення та склад пакета прикладних програм LabView.
6. Призначення та склад пакета прикладних програм Electronics Wordbench.
7. Призначення та склад пакета прикладних програм Origin.
8. Три основні групи сучасних систем комп'ютерного моделювання та їх представників (CAE- та CAD/CAM/CAE-систем).
9. Склад типових конструкційних завдань, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
10. Склад типових теплових завдань, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
11. Склад типових гідрогазодинамічних задач, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
12. Склад типових електростатичних та електромагнітних завдань, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
13. Склад типових завдань нестационарного нелінійного динамічного аналізу, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
14. Склад загальних завдань, що вирішуються за допомогою комп'ютерного моделювання.
15. Функціональні можливості CAE-системи комп'ютерного моделювання ANSYS.
16. Функціональні можливості CAE-систем комп'ютерного моделювання фірми MSC Software: NASTRAN, PARTRAN, Adams.
17. Функціональні можливості CAE-системи комп'ютерного моделювання SAMCEF.
18. Функціональні можливості CAE-системи комп'ютерного моделювання ABAQUS.
19. Функціональні можливості CAD/CAM/CAE-системи комп'ютерного моделювання CATIA.

20. Функціональні можливості CAE-системи комп'ютерного моделювання APM Win Machine.

**Треба вміти:**

1. Виконувати математичне моделювання інструментальними засобами не менше як одного з базових макетів прикладних програм – MathCAD, MathLab, LabView, Electronics Workbench, Origin.
2. За назвою основних CAE- та CAD/CAM/CAE-систем визначати їх належність до певної класифікаційної групи сучасних систем комп'ютерного моделювання.
3. Формулювати типові дослідницькі та інженерні завдання, які можуть вирішуватись в інформаційному середовищі CAE- та CAD/CAM/CAE-систем засобами комп'ютерного моделювання.
4. Виконувати комп'ютерне моделювання інструментальними засобами не менше як однієї з навчальних версій універсальної або спеціалізованої CAE-системи чи універсальної CAD/CAM/CAE-системи.

## **7. ФУНКЦІОНАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ**

### **7.1. Визначення та базові принципи функціонального моделювання**

Функціональне моделювання як складова математичного моделювання поведінки систем і процесів, що їх супроводжують, широко застосовується на практиці серед фахівців з упровадження інформаційних технологій і систем на виробництві. Розроблені міждержавні (у межах СНД) стандарти та документи з використання цього виду моделювання [58; 59]. Утім у навчальній літературі цей вид моделювання подано недостатньо. Упровадження інформаційно-вимірjuвальних діагностичних та інших процесів потребує дослідження та аналізу існуючих виробничих процесів саме за допомогою інструментальних засобів функціонального моделювання.

Так, практика управління підприємством потребує постійного аналізу процесів, які відбуваються на виробництві. У різні періоди часу при інтенсивному, планомірному та динамічному розвитку підприємства застосовувались і застосовуються методи масового обслуговування, мережевого планування, оптимізації, структурного аналізу та багатьох інших. Функціонально-структурне моделювання використовувалось до процесів оброблення деталей, тобто до процесів, які мають фізичну природу. У процесі становлення вітчизняної економіки (особливо за радянських часів) не виникало потреби у структуруванні проблем та оптимізації

прийняття рішень, оскільки отриманий прибуток становив не «проценти», а «рази» [58].

Із розвитком конкуренції керівників підприємств уже не задовільняла модель окремих виробничих процесів, вони потребували діяльності всього підприємства, тобто сукупності інтеграційних процесів виробничо-господарської діяльності [58]. Термін «виробничий процес» став відображати вартісну характеристику управлінської діяльності, почав застосовуватись у контексті до моделі діяльності підприємства, яка виявляє всі механізми та принципи взаємозв'язків різних підсистем одного виробництва. Виникла необхідність у побудові моделей, які б на різних періодах життєвого циклу розвитку підприємства трансформувалась з початкової «як є» («as is») в нормативну «як повинно бути» («to be») з метою оптимізації її діяльності у відповідності до змін навколишнього середовища.

Функціональне моделювання є важливим елементом концептуального аналізу під час опису виробництва (моделі «як є» та «як повинно бути»). Розроблення цих моделей дозволяє ґрунтовно дослідити природу виробничих процесів, виявити ключові відносно мети виробництва процеси, провести на цій базі реструктуризацію старих і розробити нові процеси.

Однією зі складових («непомітною» для користувачів) моделі виробничих процесів є методологічна база, що становить інтерес не тільки для розробників. Знання базових принципів та визначень, які стосуються моделювання, має велике значення для замовників та користувачів інструментального засобу функціонального моделювання та для студентів, які вивчають основи математичного моделювання. Ці знання визначають загальне уявлення про можливості та обмеження моделі, дозволяють не тільки виконувати роль пасивного користувача, але й формулювати постановки завдань на подальший розвиток моделі. Складно очікувати об'єктивної оцінки та повноти використання можливостей моделі виробничих процесів від користувачів, які не мають хоча б загальних уявлень про системний аналіз, процесний підхід, базові принципи моделювання тощо. Тому потрібно навести загальні дані про предметну галузь функціонального моделювання.

*Функціональне моделювання – процес моделювання функцій об'єкта шляхом створення наочного структурованого*

зображення, яке показує, що, як і ким робиться в межах функціонування об'єкта та об'єктів, які поєднують ці функції з урахуванням наявної інформації.

Функціональні моделі можна класифікувати за різними критеріями, наприклад:

- **формальні** – використовують загальновідомі правила, нотації і засоби та **неформальні**;
- **кількісні** – дозволяють проводити оцінку і перевірку;
- **якісні** – призначені для розуміння поведінки і структури моделі;
- **описувальні** – призначені тільки для розуміння людиною;
- **виконуючі** – дозволяють досліджувати поведінку об'єкта та використовувати отримані результати для прийняття рішень про об'єкт.

Прикладами якісних та описувальних моделей є:

- **текстові**, які використовують одну з формальних граматики (наприклад, форми Бекуса) або звичайний текст;
- **візуальні**, які подані у вигляді діаграм з відповідною нотацією.

Навіть ескізне зображення структури чи ходу виробничого процесу, не обов'язково у відповідності до якогось стандарту, також може розглядатись як модель. Тільки б воно могло бути застосоване в потрібному контексті для аналізу чи обговорення проблеми.

Прикладами кількісних моделей можуть бути математичні моделі, які описуються системами рівнянь [59; 60]. Вирішення питання з управління в простішому випадку може бути знайдено в аналітичній формі, у складнішому – у застосуванні різних числових методів. Дуже часто застосовуються електронні таблиці, за допомогою яких можуть проводитись дослідження типу «а що – якби». Залежно від застосованих засобів ці моделі можуть бути тими, що виконують, або тими, що описують.

Динамічно виконувані моделі будуються з використанням спеціалізованих програмних або програмно-технічних засобів і дозволяють досліджувати поведінку описуваних ними об'єктів у різних зовнішніх умовах. Моделі останнього типу належать до найскладніших і часто застосовуються на етапі вибору архітектури складних систем із багатьма елементами та зв'язками, особливо

коли поведінка елементів описується нелінійною або випадковою функцією. Хоча розроблення таких моделей та проведення досліджень потребують відповідних витрат часу та ресурсів у багатьох випадках їх застосування економічно обґрунтоване, а в окремих випадках, пов'язаних з військовими, космічними, ядерними та іншими подібними об'єктами, – єдиний можливий варіант.

**Загальні принципи моделювання.** Перед тим, як навести опис основних функціональних методів моделювання, сформулюємо загальні принципи та особливості, які потрібно враховувати у процесі побудови моделі.

**Принцип здійсненності.** Створювана модель передусім повинна забезпечувати досягнення поставлених цілей. До того, як почати збирати інформацію про об'єкт, потрібно чітко визначити обмеження області моделювання, мету та кількісні показники їх досягнення. «Моделювання заради моделювання» зазвичай створює негативне ставлення до проекту на підприємстві, знижує лояльність керівництва.

**Принцип інформаційної достатності.** Без повної інформації про досліджуваний об'єкт побудова його моделі неможлива. За наявності всієї інформації моделювання не потрібне. Існує критичний рівень апріорних відомостей про об'єкт, із досягненням якого доцільно переходити від етапу нагромадження інформації про об'єкт до етапу побудови моделі.

У цьому випадку формуються умови для виконання такої суттєвої вимоги, як адекватність моделі, а саме – досягнення потрібного балансу між детальністю та користувацькими якостями моделі.

**Принцип множинності моделі.** Створювана модель повинна відображати ті властивості реального об'єкта, які впливають на вибрані показники ефективності. Із застосуванням будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі області дійсності. Для детальнішого дослідження реального об'єкта потрібен ряд моделей, які дозволяють різнобічно та з різною деталізацією відображати процес, що розглядається.

**Принцип агрегування.** У більшості випадків складну модель можна подати у вигляді сукупності блоків (підсистем), для адекватного опису яких застосовуються стандартні схеми. Маючи

добре структуровані, відносно незалежні блоки нижнього рівня, з'являється можливість доволі гнучко перебудовувати модель залежно від зміни вимог під час проекту, пропонувати на вибір особі, яка приймає рішення, різні варіанти побудови моделі, лише перегруповуючи блоки та змінюючи взаємозв'язки між ними.

**Принцип відсікання.** Досліджувана галузь, як правило, має кілька ізольованих компонентів, внутрішня структура яких досить прозора або безпосередньо не стосується проекту. У цьому випадку її місце в моделі займає умовний порожній блок, для якого визначаються тільки важливі вхідні та вихідні інформаційні потоки. Це застосовується під час визначення меж області моделювання та розмежування пріоритетів у ній. Він дозволяє скоротити обсяг і тривалість моделювання, проте може негативно позначитися на адекватності моделі.

## 7.2. Узагальнена модель виробничого процесу

На відміну від опису організації на основі ієрархічної функціональної структури, яку складно оцінити об'єктивно, опис виробничих процесів дозволяє точно визначити цілі, досліджувані характеристики (у тому числі динамічні) та кінцеві результати кожного виду діяльності [58]. Виробничі процеси визначають проходження потоків робіт незалежно від ієрархії та меж підрозділів підприємства, які їх виконують. За таких обставин побудова моделі виробничих ресурсів націлена на вирішення таких завдань:

1. Виявлення об'єктивної структури виробничих процесів.
2. Оптимальне розподілення виявлених функцій за структурними підрозділами і виконавцями та їх автоматизація з урахуванням обмежень на ресурси.

*Кожний виробничий процес характеризується:* чітко визначеними у часі початком та кінцем; зовнішніми інтерфейсами, які пов'язують його з іншими виробничими процесами всередині підприємства або описують вихід у навколишнє середовище; послідовністю виконання функцій та правил їх виконання. Для кожної функції, що входить до виробничого процесу, визначено місце в загальній послідовності робіт, виконавець, умови ініціації, час та вартість виконання [58].

Будь-який виробничий процес можна подати як упорядковану сукупність сутностей (робочих об'єктів, ресурсів, організаційних одиниць), функцій (дій) та подій (рис. 7.1).

**Робочий об'єкт** – це сутність, над якою здійснюється певна дія (перетворення, оброблення, формування тощо). Робочі об'єкти можуть бути матеріальними (сировина, матеріали, напівфабрикати, готові вироби, послуги); фінансовими (платежі, перерахування тощо); інформаційними (документи: замовлення, накладні, рахунки тощо).

Робочі об'єкти є динамічними сутностями, що періодично виникають у виробничих процесах (купуються, виробляються, формуються), перетворюються в інші об'єкти та видаляються з виробничих процесів (передаються на зберігання).

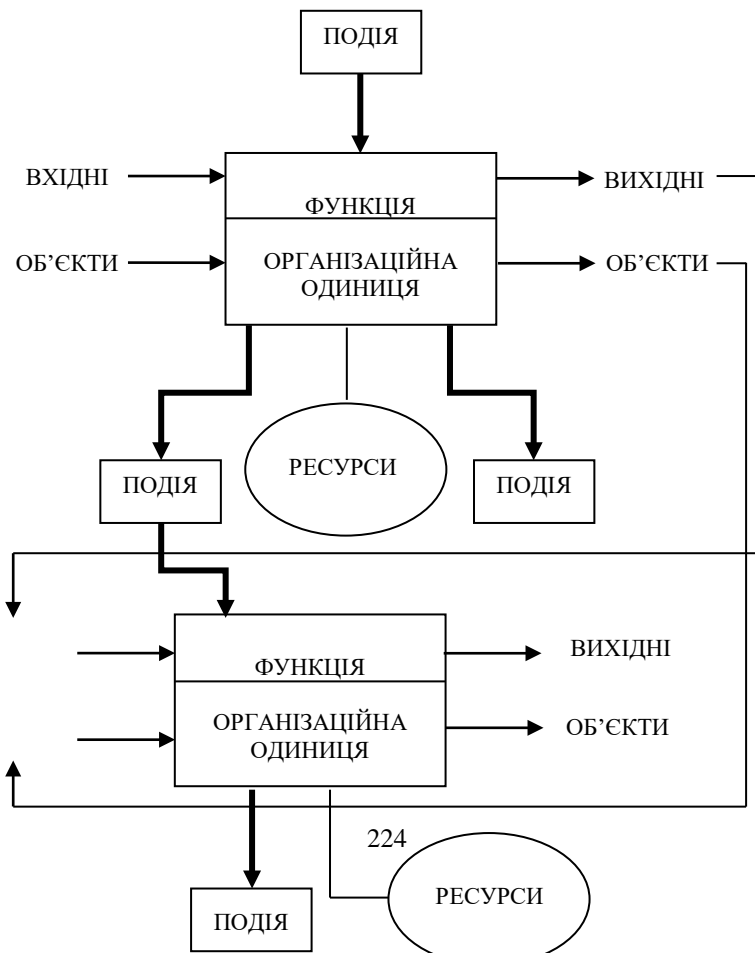




Рис. 7.1. Функціональна узагальнена модель виробничого процесу

**Ресурси** – це сутності (суб'єкти), за допомогою яких здійснюються виробничі процеси. Наприклад, обладнання, запаси на складі, гроші на рахунку, нормативно-довідкова інформація (класифікатори) та ін.

Ресурси, як і робочі об'єкти, можуть динамічно змінювати свій стан. Проте, на відміну від робочих об'єктів, вони застосовуються в системі протягом декількох циклів виробництва, тобто наявні в системі постійно і в цьому сенсі є статичними.

Розподіл сутностей на робочі об'єкти чи ресурси залежить від застосування у виробничому процесі. В одному процесі сутність може бути робочим об'єктом (підприємство самостійно ремонтує обладнання), а в іншому ця сутність застосовується як ресурс (обладнання використовують для виготовлення виробів).

**Організаційні одиниці** (підприємства, підрозділу, персоналу, окремі виконавці) – це окремий вид ресурсів, яким є об'єднання людей, яке використовує інші ресурси для виконання виробничих процесів. Один і той самий підрозділ підприємства може застосовуватись для виконання в декількох виробничих процесах. Наприклад, відділ збуту бере участь у збуті товару, у формуванні виробничих замовлень і надає інформацію в маркетинговий відділ для проведення досліджень ринку, прийняття стратегічних рішень, надає облікову інформацію для управління фінансовими ресурсами. І навпаки, в одному й тому ж процесі бере участь велика кількість організаційних одиниць. Наприклад, у підборі та управлінні кадрами бере участь не тільки відділ кадрів, але й виробничі підрозділи, фінансовий відділ, дирекція підприємства.

**Функція** (дія, операція) перетворює вхідні робочі об'єкти у вихідні або модифікує їх. Послідовність взаємопов'язаних за входами та виходами функцій становить дає виробничий процес.

Функція виробничого процесу може породжувати робочі об'єкти будь-якого виду (матеріальні, грошові, інформаційні). Функція може бути подана однією дією чи сукупністю дій, яка може організовуватись у вигляді ієрархії. Згідно з останнім твердженням кожній функції може відповідати процес, у якому підфункціям відповідають свої підпроцеси, і так далі, поки кожна з підфункцій не буде являти собою недекомпоновану послідовність дій.

Із позиції інформатизації функції класифікують на такі:

- автоматичні (off-line) – виконуються програмними засобами без участі людини (складання стандартних звітів, виконання розрахунків тощо);
- інтерактивні (on-line) – виконуються програмними засобами та людиною в діалозі (реалізація нестандартних запитів, налагодження на особливості ситуації та ін.);
- експертні – виконуються людиною на основі рекомендацій (команд), підготовлених програмними засобами;
- неавтоматизовані – виконуються людиною без використання програмних засобів.

**Подія.** У сукупності дій для кожної функції можливі альтернативні та циклічні послідовності залежно від різних умов перебігу процесу. Ці умови пов'язані з подіями, що відбуваються у навколишньому середовищі чи в самих процесах (замовлення може бути прийнято, відмовлено або відправлено на коригування), які змінюють стан об'єктів, ресурсів, організаційних одиниць. Тобто *подія фіксує факт завершення функції та появу нового стану об'єкта чи нового об'єкта*. Нові стани об'єкта (об'єкти) обумовлюють виконання нових функцій, які утворюють нові об'єкти і так далі, поки не буде завершено виробничий процес. Тоді послідовність подій становить конкретну реалізацію виробничого процесу.

Кожна подія може описуватись і як інформаційна, і як процедурна. Інформаційна подія являє собою повідомлення, яке фіксує сам факт виконання певної функції, зміну стану чи появу нового об'єкта. Процедурна подія викликає виконання інших функцій. Тому для кожного об'єкта повинен задаватись опис викликів інших функцій. Отже, події виконують управлінську роль для виконання функцій виробничих процесів та визначають напрям

матеріальних, інформаційних і фінансових потоків залежно від конкретної ситуації.

Узагальнена модель виробничого процесу відображається на рівні інформаційних процесів за допомогою кількох видів моделей: ER-діаграм (сутність – зв'язок) для баз даних, функціональних ієрархій, діаграм потоків даних та діаграм потоків подій для процедур. Так визначення класів робочих об'єктів, ресурсів, організаційних одиниць становлять основу ER-діаграм [59; 60]. Ієрархії функцій виробничих процесів визначають ієрархію програмних процедур. Діаграми потоків даних встановлюють інтерфейси програмних процедур з базами даних, вхідними та вихідними формами інформації, а діаграми потоків подій визначають виконання управління переходами між процедурами [61].

### **7.3. Вибір інструментального засобу функціонального моделювання**

Натепер для проведення моделювання виробничих процесів існує досить багато методологій та відповідних програмних засобів, більшість з яких мають вузьку направленість використання [58; 59; 62; 63]. Так, методології функціонального моделювання (діаграми потоків даних, структурні діаграми процесів) орієнтовані на відображення послідовності функцій, у яких складно виокремити конкретні альтернативи процесів і не простежується схема взаємодії об'єктів. ER-моделі навпаки відображають тільки узагальнену схему взаємодії об'єктів без деталізації послідовності виконання функцій.

Методології об'єктно-орієнтованого підходу відображають об'єкти, функції та події, за яких об'єкти ініціюють виконання конкретних процесів. Найбільшу перспективу пропонують комплексні методології моделювання виробничих процесів, наприклад, ARIS-технологія [64], яка дозволяє залежно від цілей аналізу виробничих процесів вибирати адекватні моделі [65; 66]. Архітектуру ARIS-технології показано на рис. 7.2.

Одним із найважливіших етапів вирішення завдань побудови моделі виробничих процесів є вибір інструментального середовища.

Для автоматизації моделювання процесів сформувався певний клас програмних засобів. Найбільш відомими є такі програмні засоби, як ARIS, Software Architect, BPWin (нова назва – AllFusion Process Modeler) та інші, хоча в більшості випадків стандартних графічних пакетів типу Microsoft Visio, текстового редактора та електронної таблиці буває достатньо [67].

Обов'язковою рекомендацією для здійснення вибору є дотримання принципу врахування всіх вхідних факторів, пов'язаних із вирішенням завдання з побудови моделі виробничих процесів підприємства. Ці фактори відображають два види потреб:

- **внутрішньої** – потреби та можливості підприємства, пов'язані з побудовою моделі виробничих процесів;
- **зовнішньої** – можливості сучасних інструментальних засобів.

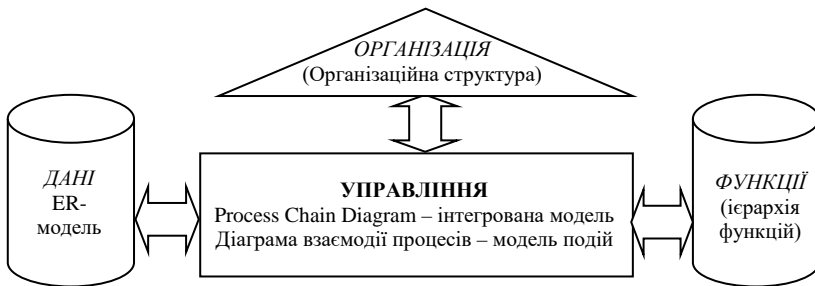


Рис. 7.2. Архітектура технології функціонального моделювання інструментальними засобами ARIS

До **основних внутрішніх факторів**, що впливають на вибір інструментального середовища моделювання, належать:

- виробнича необхідність;
- бюджетні обмеження;
- рівень поточного опрацювання завдань з моделювання та оптимізації;
- рівень підготовки персоналу;
- попередні вкладення коштів;
- характеристики програмно-апаратних засобів.

**Виробнича необхідність.** Безсумнівно, що постановка завдання з моделювання визначає необхідний функціонал інструментального середовища. Очевидно, що за інших параметрів не потрібно придбати інструментальне середовище з надлишковим для вирішуваного завдання функціоналом. Наприклад, якщо не планується імітаційне моделювання, то і придбавати цей модуль не потрібно.

Для якісного обґрунтування виробничої необхідності конфігурації засобів моделювання необхідно:

- 1) чітко сформулювати всі «виробничі» постановки завдань з моделювання;
- 2) визначити під кожну постановку завдання необхідний функціонал з моделювання, який повинен підтримуватись інструментальним середовищем моделювання;
- 3) узгодити (зіставити) функціонал з моделювання можливих до використання інструментальних засобів (модулів інструментальних засобів).

**Бюджетні обмеження.** Вартість інструментальних засобів різних виробників може істотно розрізнятись. При цьому бюджетні кошти підприємства, пов'язані з вибором інструментального середовища, будуть визначатись не тільки початковими інвестиціями на її купівлю, але й наступними витратами на технічну підтримку, навчання персоналу, можливу модернізацію програмно-апаратної платформи, потенційний «апгрейд» та ін.

**Рівень поточного опрацювання завдань з моделювання та оптимізації.** Цей фактор значною мірою пов'язаний з фактором виробничої необхідності і визначається такими ключовими обставинами:

- 1) проведеними (реалізованими) в моделі виробничих процесів рівнями деталізації самих виробничих процесів та їх базових компонентів;
- 2) сформульованою метою з подальшою деталізацією моделей виробничих процесів та їх базових компонентів;
- 3) розробленими підходами, включаючи алгоритмічні розв'язки з оцінювання стану виробничих процесів та їх оптимізації.

Рівень складності залучених засобів моделювання повинен відповідати рівню зрілості (культури) підприємства, а саме – рівню

опрацювання та формалізації поточних проблем виробничих процесів підприємства. Зрозуміло, що за відсутності або недостатнього опису моделей виробничих процесів немає необхідності шукати функціонал, який буде реалізований на наступних етапах, наприклад, функціонально-вартісний аналіз, імітаційне моделювання та ін.

**Рівень підготовки персоналу.** Цей фактор часто не враховується замовником. Особливо критичний він для тих підприємств, які розраховують на самостійне розв'язання завдань моделювання виробничих процесів. При всій зрозумілості користувацького інтерфейсу, засобів розроблення потрібна спеціальна та загальносистемна підготовка виконавців робіт з моделювання та навчання користувачів. Як правило, чим більше можливостей в інструментальному середовищі, тим вищі вимоги до технічного персоналу та користувачів. Зрозуміло, що за наявності істотних фінансових обмежень на навчання персоналу, стислі терміни впровадження системи за значної тривалості процесу навчання, організаційних проблем з підбором спеціалістів або ж розширенням штату «людська» проблема може стати основною перешкодою на шляху впровадження потрібного для підприємства інструментального середовища моделювання.

**Попередні вкладення коштів.** Можлива ситуація, коли на підприємстві вже проводились роботи з моделювання виробничих процесів і відповідно були здійснені окремі вкладення. Такі вкладення можуть бути пов'язані з купівлею програмного забезпечення і технічних засобів, навчанням технічного персоналу, користувачів, оплатою технічної підтримки, створенням спеціальних додатків та ін. Не менш важливими за фінансові витрати є обставини, пов'язані з нагромадженням великого масиву інформації («знань») у форматах інструментального середовища, яке використовувалося раніше.

**Характеристики програмно-апаратних засобів.** Чим складніше інструментальне середовище моделювання, тим воно складніше з погляду вимог до загальносистемних програмно-апаратних засобів. Під час вибору інструментального середовища моделі необхідно оцінити:

- вимоги до технічних засобів;
- вимоги до загальносистемного програмно забезпечення;

- вимоги до телекомунікаційного забезпечення;
- можливості із забезпечення інформаційної безпеки;
- кількість місць установлення користувацьких додатків.

Можуть існувати такі постановки завдань, коли для їх реалізації потрібні не одна, а кілька програмних засобів підтримки процесу моделювання. Підбір декількох програмних засобів визначається оптимальністю розв'язання складових частин поставленого завдання. Така ситуація може скластися у разі потреби використовувати декілька різнопрофільних засобів у процесі дослідження різних аспектів одного й того самого об'єкта. Наприклад, під час постановки завдання аналізу структури та поведінкової (динамічної) складової модельованого процесу потрібно бути передбачити використання як мінімум двох класів програмних засобів (модулів):

- формалізованого опису статичної структури виробничого процесу;
- динамічного аналізу (імітаційного моделювання).

Тому правильною є постановка завдання «Формування єдиного корпоративного середовища моделювання, яке передбачає використання декількох програмних засобів (профілю засобів) моделювання виробничих процесів».

Не менш важливим, ніж вибір інструментального середовища, є визначення етапності впровадження комплексу програмного забезпечення для побудови моделей виробничих процесів, оскільки це істотно впливає на ефективність інвестицій.

Загальним принципом є забезпечення організаційно-технологічної готовності підприємства до приймання спеціалізованого програмного забезпечення. Така готовність визначається такими умовами:

- детальним рівнем опрацювання постановок актуальних завдань із побудови моделей та встановленою відповідністю зі специфікацією закупівель програмного забезпечення;
- узгодженістю характеристик програмно-технічної платформи з вимогами запланованих до впровадження програмних засобів, підтримки процесу моделювання;
- достатньою компетенцією технічного персоналу;
- достатнім рівнем підготовки користувачів;

- завершеністю прийняття проектних рішень щодо можливостей інтеграції інструментального середовища та запланованих до побудови на її основі моделей в корпоративну інформаційну систему підприємства.

Своєчасність упровадження програмних засобів з урахуванням готовності підприємства дозволяє забезпечити максимально раціональне використання фінансових ресурсів та зниження витрат на реалізацію проекту. Основою для вибору найбільш потрібного для підприємства інструментального засобу є знання ринку сучасних технологій моделювання.

Одним із перших та основних етапів з опису виробничих процесів підприємства є вибір методів та засобів моделювання. Натепер на ринку програмного забезпечення існує багато інструментальних засобів, призначені для моделювання виробничих процесів. В основу кожного з них покладено певну методологію.

Існують різні підходи до відображення моделі виробничих процесів, серед яких виділяють структурно-алгоритмічний та об'єктно-орієнтований підходи. Головним структуроутворювальним елементом структурно-алгоритмічного підходу є функція (дія) в об'єктно-орієнтованому підході – об'єкт.

**Структурно-алгоритмічний підхід.** Основними блоками моделі для використання цього підходу є функції (процедури). Моделлю є побудована послідовність функцій з їх декомпозицією на складові частини. На вхід кожної функції надходять дані, на виході отримують результати її виконання та необхідні для цього ресурси – працівники, обладнання, інформаційні системи та ін. Цей підхід охоплює методологію IDEF. Інструментом, що реалізує цю методологію, є BPWin.

Перевагою структурно-алгоритмічного підходу є наочність та зрозумілість подання виробничих процесів на різних рівнях абстракції, що особливо важливо на стадії впровадження розроблених виробничих процесів у підрозділах підприємства. Істотним недоліком функціонального підходу є суб'єктивність деталізації операцій і, як наслідок, велика трудомісткість в адекватній побудові виробничих процесів [68; 69].

**Об'єктно-орієнтований підхід** передбачає використання об'єктів – сутностей, які визначаються ідентичністю, станом і



поведінкою. Моделлю є всебічний опис об'єкта дослідження. Вона має опис: організаційної структури підприємства, структури інформаційних систем, операційних та регламентуючих документів. У процесі моделювання відповідно до об'єктно-орієнтованого підходу створюється єдина база даних об'єктів моделі, завдяки чому відстежуються взаємозв'язки між об'єктами.

Об'єктно-орієнтований підхід передбачає спочатку виділення класів об'єктів, а потім визначення тих дій, у яких вони беруть участь. При цьому розрізняють:

- **пасивні об'єкти** (матеріали, документи, обладнання), над якими виконуються дії;
- **активні об'єкти** (організаційні одиниці, конкретні виконавці, інформаційні підсистеми), які виконують дії.

Такий підхід уможливорює об'єктивне виділення операцій над об'єктами та вирішення завдань доцільності існування самих об'єктів. Недоліком об'єктно-орієнтованого підходу є менша наочність конкретних процесів для осіб, які приймають рішення. Разом з тим виявлені операції для наочності, надалі можна подавати у вигляді функціональних діаграм.

Загальна вимога, яка ставиться до середовища моделювання, – це необхідність враховувати постійну змінюваність розроблених моделей, що зумовлено низкою об'єктивних обставин:

- появою нових внутрішніх регламентів взаємодії, зміни зовнішнього середовища – вимоги клієнтів до наданих послуг або товарів, активності конкурентів тощо;
- модернізацією та появою нових автоматизованих процедур, зумовленими розвитком інформаційних систем;
- поетапною деталізацією окремих підпроцесів (початковою недостатньою алгоритмізацією окремих процедур діяльності підприємства);
- оптимізацією моделей (показників, які розраховуються та критерії їх оцінювання).

Отже, спроектована на інструменті моделювання архітектура базових компонент моделі має бути такою, щоб з мінімальними витратами забезпечити додавання нових підпроцесів, розширення складу атрибутів, можливість побудови метамodelей та комплексних моделей в умовах істотних відмінностей між рівнями деталізації опису моделей, які входять до загальної сукупності.

До характеристик, які можуть бути використані для узгодження можливостей інструментальних засобів моделювання, належать:

- наявність та зручність реалізації ієрархічного підходу;
- підтримка різних рівнів абстракції;
- формальна мова та система позначень;
- інтеграційні можливості;
- засоби аналізу;
- методологічна база;
- наявність прототипів формалізованих виробничих процесів, які можна використовувати в різних предметних галузях.

Вибір інструментального середовища моделювання має супроводжуватись або відбуватись у контексті вибору методик моделювання виробничих процесів підприємства. Виходячи з цього, вибір інструментального середовища передбачає такі роботи (включаючи відповідне документування результатів):

- обґрунтування складу методів моделювання з урахуванням складу та особливостей системоутворювальних елементів виробничих процесів;
- визначення загальних вимог до засобів розроблення моделей процесів;
- виконання порівняльного аналізу сучасного ринку інструментальних засобів моделювання та вибір оптимального варіанта.

Побудова функціональних моделей є складним процесом не тільки з технологічної, але й з організаційної точки зору. Модель виробничого процесу – це близько 20% проектного бачення, а на 80% – важка праця, у тому числі організаційна з реалізації проектного бачення. З іншого боку, не потрібно впадати в крайність і перебільшувати складність. Принципово важливо розуміти, що, отримуючи якісно спроектовані та «наповнені» актуальною інформацією моделі виробничих процесів, підприємство отримує істотні переваги.

#### **7.4. Сучасні інструментальні засоби функціонального моделювання**

Методологіями, які підтримують об'єктно-орієнтований підхід, є методологія ARIS (група інструментальних засобів IDS Sheer

«ARIS») та методологія UML (інструментальний засіб Rational Rose). Методологія UML в основному орієнтована на розроблення програмного забезпечення. ARIS застосовують для опису виробничих процесів підприємства та забезпечує можливість оцінювання процесів за заданими параметрами (з погляду часу та вартості їх виконання) [69; 70].

На вітчизняних авіабудівних, суднобудівних і машинобудівних підприємствах для моделювання та аналізу виробничих процесів широко застосовують такі інструментальні засоби моделювання: Rational Rose, Oracle Designer, AllFusion Process Modeller (BPWin) та AllFusion ERwin Data Modeler (ERWin), ARIS, Power Designer [59; 60; 67; 68]. За кордоном, окрім вище наведених, активно застосовуються System Architect, Ithink Analyst, ReThink та ін. Розглянемо можливості інструментальних засобів моделювання, що застосовуються та добре зарекомендували себе на підприємствах України.

**BPWin/ ERWin** – розробник компанія Computer Associates International, Inc. (США). Входить до п'ятірки провідних виробників програмного забезпечення, пропонує засоби моделювання, резервного копіювання, управління інфраструктурою підприємства (мережею, серверами тощо). Пакет прикладних програм BPWin ґрунтується на методології IDEF і призначений для функціонального моделювання та аналізу діяльності підприємства [59]. Функціональна модель IDEF0 відображає функціональну структуру об'єкта, тобто дії, які він виконує та зв'язки між цими діями.

Можливості **BPWin**:

- підтримує відразу три стандарти нотації – IDEF0 (функціональне моделювання), DFD (моделювання потоків даних) та IDEF3 (моделювання потоків робіт);
- дозволяє оптимізувати процедури на підприємстві;
- повністю підтримує методи розрахунку собівартості за обсягом господарської діяльності (функціонально-вартісний аналіз);
- дозволяє полегшити сертифікацію на відповідність стандартам якості ISO 9000;

- інтегрований з ERWin (для моделювання баз даних), Paradigm Plus (для моделювання компонентів програмного забезпечення) та ін.;
- інтегрований із засобами імітаційного моделювання Arena;
- має власний генератор звітів;
- дозволяє ефективно маніпулювати моделями – об'єднувати їх та розділяти;
- має широкий набір засобів документування моделей, проектів.

ERWin – це засіб концептуального моделювання баз даних. Використовується під час моделювання та створення баз даних довільної складності на основі діаграм «сутність – зв'язок». Натепер ERWin є найбільш популярним пакетом моделювання даних завдяки підтримці широкого спектру систем керування базами даних різних класів [67]. Можливості **ERWin**:

- підтримує методологію структурного моделювання SADT та нотації: стандартну IDEFX – для ER-діаграм моделей даних, IE та спеціальну Dimensional – для проектування сховищ даних;
- підтримує пряме (створення баз даних на основі моделі) та зворотне (генерація моделі за існуючою базою даних) проектування для 20 типів систем керування базами даних. Реляційні та спеціалізовані системи керування базами даних призначені для створення сховищ даних;
- інтегрований із засобами Computer Associates для підтримки всіх стадій розроблення інформаційних систем, CASE-засобами Oracle Designer, Rational Rose та ін.;
- дозволяє повторно використовувати компоненти створених раніше моделей;
- можлива спільна робота групи проектувальників над однією моделлю (за допомогою AllFusion Model Manager);
- дозволяє переносити структуру баз даних (не самі дані) із системи керування базами даних одного типу в систему керування базами даних іншого;
- дозволяє документувати структуру баз даних.

**Oracle Designer** – розробка компанії Oracle (США). Набір інструментальних засобів Oracle Designer пропонує інтегроване розв'язання для розроблення прикладних систем корпоративного

рівня для Web і клієнт-серверних додатків. Oracle Designer бере участь у кожній фазі життєвого циклу розроблення програмного забезпечення – від моделювання виробничих процесів до їх упровадження [62; 64]. Метою Oracle Designer є збирання даних про потреби користувачів та автоматизація побудови гнучких графічних додатків. Інструментальні засоби побудовані на базі загальновідомих методик, які охоплюють весь життєвий цикл розроблення та дозволяють користувачам будувати моделі звичним для них способом. Засоби концептуального проектування Oracle Designer містять:

- ER-діаграми (діаграми інформаційної структури предметної галузі у вигляді об'єктів та їх взаємозв'язків);
- діаграми функціональної ієрархії, що описують функції, які виконує система;
- діаграми потоків даних, які циркулюють на підприємстві.

Такі моделі є інформаційною необхідністю в зручному та наглядному для сприйняття вигляді, що робить їх продуктивним засобом комунікації між проектувальниками та користувачами для уточнення постановки завдання. Будь-які зміни у виробничих процесах можуть бути внесені в моделі та буде згенеровано модифікований додаток, який базуватиметься на нових схемах виробничих процесів. Oracle Designer автоматично створює звіти, які містять усю інформацію про проект і можуть бути використані як набір документів, що відображає поточний стан проекту.

**Rational Rose** – розробка компанії IBM (США). IBM Rational Rose входить до складу пакета прикладних програм IBM Rational Suite, призначена для моделювання програмних систем із застосуванням широкого кола інструментальних засобів і платформ. Rational Rose є одним з провідних інструментів візуального моделювання в програмній індустрії завдяки повноцінній підтримці мови UML та багатомовній підтримці командної розробки. Інструментальний засіб повністю підтримує компонентно-орієнтований процес створення інформаційних систем. Інтеграція Rational Rose з Rational RequisitePro дозволяє на базі візуальної моделі розробити повний набір вимог, які необхідно реалізувати під час створення кінцевої моделі. Інтеграція Rational Rose з Rational TestManager дає змогу створювати сценарії тестування на базі візуальної моделі [70].

**Power Designer** – розробка компанії Sybase (США). Компанія Sybase із дня заснування традиційно є провідним постачальником інформаційних технологій на світовому ринку фінансових інститутів. Технології Sybase використовують 90% компаній світового ринку цінних паперів, 60% світових банків та 68% компаній Wall Street [65]. Power Designer є комплексним вирішенням для моделювання та розроблення додатків і виробничих процесів для підприємств, які потребують швидкого, послідовного та ефективного щодо витрат підходу.

Остання версія продукту Power Designer має нові можливості в моделюванні виробничих процесів, об'єктному моделюванні, яке базується на UML і підтримує як традиційні, так й нові технології моделювання в межах одного розвинутого графічного середовища. Це дозволяє значно скоротити витрати і час реалізації проекту, який повинен функціонувати на різних платформах та в інструментальних середовищах.

**ARIS** – розробка компанії IDS Sheer AG (Німеччина). Натепер спостерігається тенденція інтеграції різних методів моделювання та аналізу систем, яка проявляється у формі створення інтегрованих засобів моделювання. Одним із таких засобів є ARIS, розроблений німецькою фірмою IDS Sheer. Система ARIS – це комплекс засобів аналізу та моделювання діяльності підприємства. Її методичну основу становить сукупність різних методів моделювання, які відображають різні погляди на досліджувану систему. ARIS підтримує чотири типи моделей, які відображають різні аспекти досліджуваної системи:

- 1) організаційні моделі – структура системи, тобто ієрархія організаційних підрозділів, посад, конкретних осіб, зв'язки між ними, а також територіальна прив'язка структурних підрозділів;
- 2) функціональні моделі – демонструють ієрархію цілей, поставлених перед фахівцями із сукупністю дерев функцій;
- 3) інформаційні моделі – відображають структуру інформації, необхідної для реалізації всієї сукупності функцій системи;
- 4) моделі управління – забезпечують комплексний погляд на реалізацію виробничих процесів у межах системи.

Для побудови перерахованих типів моделей застосовують власні методи моделювання ARIS і різні відомі методи та мови

моделювання (ER та UML) [63; 66; 70]. ARIS не накладає обмежень на послідовність побудови вказаних вище типів моделей. Моделі в ARIS є діаграмами, елементами яких є різні об'єкти – *функція, подія, структурний підрозділ, документ* та ін. Між об'єктами встановлюються різні зв'язки. Кожному об'єкту відповідає певний набір атрибутів, які дозволяють ввести додаткову інформацію про конкретний об'єкт. Значення атрибутів можуть застосовуватись для імітаційного моделювання або вартісного аналізу.

Основна нотація ARIS – eEPC (extended Event-driven Process Chain – розширена модель ланцюга процесів, яка керує подіями). Нотація eEPC розширює можливості IDEF0, IDEF3 та DFD, маючи всі їх переваги та недоліки. Порівняльний аналіз нотацій ARIS, IDEF0 та IDEF3 наведено в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

**Порівняння нотацій моделювання процесів отримання даних**

№ з/п	Порівняльний критерій	ARIS	IDEF0	IDEF3
1	Принцип побудови діаграм /логіка процесу	Часова послідовність виконання процедур	Принцип домінування	Часова послідовність виконання процедур
2	Опис процедур процесу	Об'єкт на діаграмі	Об'єкт на діаграмі	Об'єкт на діаграмі
3	Вхідний документ	Використовується окремий об'єкт для опису («документ»)	Стрілка зліва, стрілка справа	Немає (може бути відображений в моделі лише прив'язкою об'єкта-коментаря)
4	Вхідна інформація	Використовується окремий об'єкт для опису («клас-тер», «технічний термін»)	Стрілка зліва, стрілка зверху	Немає (може бути відображений в моделі лише прив'язкою об'єкта-коментаря)

5	Вихідний документ	Використовується окремий об'єкт для опису («документ»)	Стрілка справа	Немає (може відобразитись у моделі лише прив'язкою об'єкта-коментаря)
---	-------------------	--	----------------	---

*Продовження табл. 7.1*

№ з/п	Порівняльний критерій	ARIS	IDEF0	IDEF3
6	Вихідна інформація	Використовується окремий об'єкт для опису («клас-тер», «технічний термін»)	Стрілка справа	Немає (може відобразитись у моделі лише прив'язкою об'єкта)
7	Виконавець процедури	Використовується окремий об'єкт для опису («позиція», «організаційна одиниця»)	Стрілка знизу	Немає (може відобразитись у моделі лише прив'язкою об'єкта)
8	Обладнання	Використовується окремий об'єкт для опису	Стрілка знизу	Немає (може відобразитись у моделі лише прив'язкою об'єкта)
9	Керування процедурою	Немає. Може відобразитися як символ логіки	Стрілка зверху	Тільки часова послідовність виконання процедур та логіка процесу
10	Контроль виконання процедур	Немає. Може відобразитися вказівкою вхідного документа	Стрілка зверху	Немає
11	Зворотний	Немає. Може	Стрілка	Немає



	зв'язок керування, контроль	відобразитися символами логіки	зверху	
--	-----------------------------	--------------------------------	--------	--

У системі ARIS є внутрішня база даних, яка дозволяє перевіряти модель на суперечливість, цілісність, проводити верифікацію моделі. ARIS – єдиний інструментальний засіб, орієнтований на опис процесів, де наявні різні погляди на систему, яку можна оцінити і розглянути з різних боків, чого немає в інших програмних продуктах.

Порівняння функціональних можливостей систем наведено в табл. 7.2.

*Таблиця 7.2*

**Порівняння функціональних можливостей інструментальних систем моделювання**

<b>№ з/п</b>	<b>Можливості / Інструментальне середовище</b>	<b>ARIS Toolset 7.0</b>	<b>BPWin 4.0</b>
1	Стандарт, який підтримується	Частково – DFD, ERM, UML	DFD, IDEF0, IDEF3
2	Система зберігання даних моделі	Об'єктна база даних	Моделі зберігаються у файлах
3	Обмеження на розмір бази даних	Немає	Немає
4	Спроможність групової роботи	Є, використовується ARIS Server	Є, використовується Model Mart
5	Обмеження на кількість об'єктів на діаграмі	Немає	Від 2 до 8
6	Формат подання моделей	Не регламентується	Стандартний бланк IDEF з можливістю його вимкнення
7	Зручність роботи з побудови моделей	Складна панель керування. Є вирівнювання об'єктів, є undo	Проста панель. Не вирівнюються об'єкти, немає undo

8	UDP-властивості об'єктів, які визначає користувач	Велика, проте обмежена кількість властивостей і кількість типів	Кількість UDP необмежена. Кількість типів обмежена
---	---	---	--

*Продовження табл. 7.2*

№ з/п	Можливості / Інструментальне середовище	ARIS Toolset 7.0	BPWin 4.0
9	Можливість аналізу вартості процесу	Є можливість використання ARIS ABC	Спрощений аналіз вартості за частотою використання в процесі. Можливість експорту в Easy ABC
11	Складність розроблення нестандартних звітів	Складно	Просто
10	Генерація звітів	Створення звітів на основі стандартних та налагодженим користувачем макросів Visual Basic	RPT Win. Можливість візуального налагодження звітів, включаючи розрахунок за формулами з використанням UDP

За останні п'ять років ARIS упевнено лідує серед засобів моделювання. Для функціонального моделювання виробничих процесів на підприємстві доцільно використовувати залежно від поставленої мети, один із інструментальних засобів – ARIS Toolset 7.0 або BPWin 4.0. Основне призначення кожного інструментального засобу серед багатьох інших:

- для моделювання баз даних – Erwin, Power Designer та Rational Rose;
- для моделювання компонентів додатків – Oracle Designer, Power Designer та Rational Rose;

- для моделювання виробничих процесів – BPwin, ARIS та Rational Rose.

Порівняння функціональних можливостей та якостей інструментальних середовищ, призначених для моделювання виробничих процесів, наведено в табл. 7.3.

Таблиця 7.3

**Порівняльний аналіз за базовими функціями**

<b>№ з/п</b>	<b>Функціональні можливості, середовище</b>	<b>ARIS</b>	<b>BPWin</b>	<b>Rational Rose</b>
1	Стандарт, який підтримується	eEPC (розширення IDEF3), ERD, UML, власні методи в іншій нотації, у якій реалізований основний зміст методів IDEF, DFD	IDEF0, IDEF3, DFD	UML
2	Моделювання діаграм різних типів	+	+/-	+/-
3	Функціонально-вартісний аналіз	+	+	+/-
4	Імітаційне моделювання	+	+/-	-
5	Можливість декомпозиції об'єкта	+	+	+
6	Оформлення проектної документації: генерація технологічних та робочих інструкцій	+	+/-	+
7	Зберігання моделей діяльності підприємства	+	+/-	+/-
8	Контроль та забезпечення цілісності проектних	+	+/-	+

	даних			
9	Ведення бібліотеки типових виробничих моделей	+	+/-	+/-
10	Можливість групової роботи	+	+	+

*Продовження табл. 7.3*

№ з/п	Функціональні можливості, середовище	ARIS	BPWin	Rational Rose
11	Простота освоєння продукту	складно	просто	складно

Примітка. У табл. 7.3 використано позначення:  
«+» – так; «+/-» – часткова реалізація, яка потребує доопрацювання іншими інструментальними засобами; «-» – ні.

## 7.5. Приклади функціонального моделювання

Функціональна модель за своєю суттю є первинним елементом у загальній структурі моделі виробничої архітектури підприємства. Саме на цьому рівні виконується початковий збір реакцій моделі виробничого процесу на вхідні події та наступне формування інтегральних оцінок. Тому під час проектування функціонального компонента необхідно передбачити задання такого переліку параметра та атрибутів, за якого будуть забезпечені:

- відображення взаємозв'язку з усіма компонентами моделі, які є чутливими до подій, що оброблюються (зміна у складі вхідних/вихідних документів; перелік інтегрованих автоматизованих систем; перелік посадових осіб та ін.) у межах формування «оточення» функції;
- порядок урахування основних компонентів моделі (людей, систем) на часові та вартісні витрати виробничих функцій;
- відображення часових і вартісних витрат на виконання виробничих функцій;
- відношення послідовного/паралельного виконання функцій порівняно з іншими функціями.

Важливою є формалізація механізму врахування впливу ключових ресурсів на терміни виконання виробничих функцій. Від застосованої виробничої системи (рівня автоматизації) якості компетенцій залежать вартісні та часові показники виконання функцій.

Під час проектування механізму розрахунку часу та вартості виконання виробничих функцій доцільно дотримувати таких етапності та логіки:

- визначення початкових часових і вартісних характеристик виробничих функцій;
- розроблення переліку спеціалізованих алгоритмів для врахування впливу якісно-кількісного складу персоналу, що визначають коефіцієнти перерахунку початкових (поточних) значень вартості та часу виконання виробничих функцій;
- розроблення переліку спеціалізованих алгоритмів для врахування впливу якісно-кількісного складу інтегрованих автоматизованих систем, що визначають коефіцієнти перерахунку початкових значень вартості та часу виконання виробничих функцій.

Ураховуючи можливість використання різних логік та алгоритмів для розрахунку впливу людських і технічних ресурсів на виконання виробничих функцій, доцільно створювати бібліотеку модулів розрахунку часових і вартісних витрат з урахуванням визначеного оточення функції.

Коротко розглянемо особливості функціонального моделювання технічних систем і процесів інструментальними засобами IDEF та ARIS.

**IDEF.** Застосування цього інструментального засобу підвищує модульність та загальну гнучкість моделі архітектури виробничої моделі. Фактично з'являється можливість постійного збільшення варіантів розрахунку вартісних і часових характеристик виробничих функцій без необхідності «заходження» всередину змодельованої виробничої логіки процесу.

Обов'язковим етапом проектування функціональної моделі є систематизація виробничих функцій. На цьому етапі виконують детальний аналіз виробничих функцій щодо виявлення фактів їх дублювання та надлишковості в поточній версії виробничого

процесу. За результатами аналізу потрібно сформувати беззбитковий базисний набір виробничих функцій, що дозволить описувати виробничий процес з рівнем деталізації, достатньої для розв'язання оптимізаційної задачі.

Потрібно забезпечити глобальне використання та ідентифікацію в межах усіх підпроцесів і процедур загальної моделі архітектури виробничих процесів. Це потребує формування процесно-орієнтованої системи класифікації та кодування виробничих функцій. На етапі формування моделі «як є», як і на етапі формування моделі «як повинно бути», треба дотримуватись адміністративної політики щодо нових функцій.

Розроблення функціональної моделі починається з побудови загального опису процесу, що виконується у вигляді діаграми нульового рівня або контекстної діаграми (рис. 7.3).

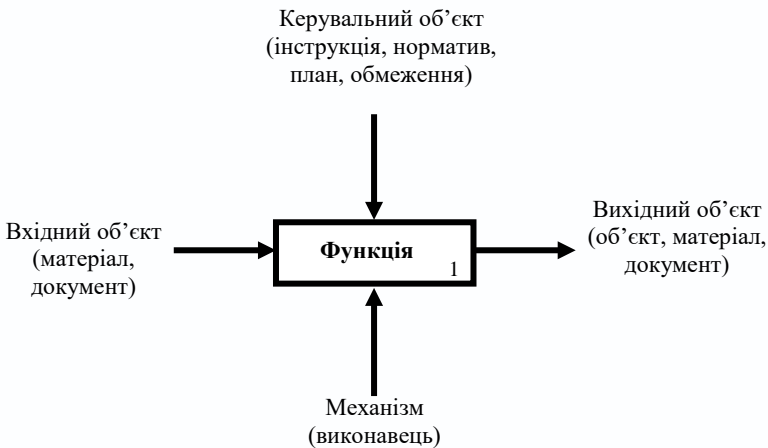


Рис. 7.3. Контекстна діаграма загального опису модельованого процесу

На цьому рівні весь процес розглядається як один функціональний блок з усіма його об'єктами, що оброблюються. На діаграмі також відображається мета структурного аналізу (скорочення термінів на виконання процесу та витрат або підвищення якості обслуговування тощо) та точка зору, з позиції

якої розглядається модель (дирекція, відділ інформатизації, економічний відділ та ін.).

Діаграми наступних рівнів деталізують функції процесу кожного попереднього рівня (рис. 7.4). Так, функціональний блок A0 декомонується на сукупність взаємопов'язаних підфункцій A1, A2, A3, .... А кожний функціональний блок першого рівня може бути декомпонований на сукупність підфункцій, наприклад, A2 на A21, A22, A23, A24 ... і так доти, доки на останньому рівні не отримаємо елементарні дії. На кожному рівні рекомендовано розміщувати не більше 6 функціональних блоків. Кількість рівнів декомпозиції не обмежена.

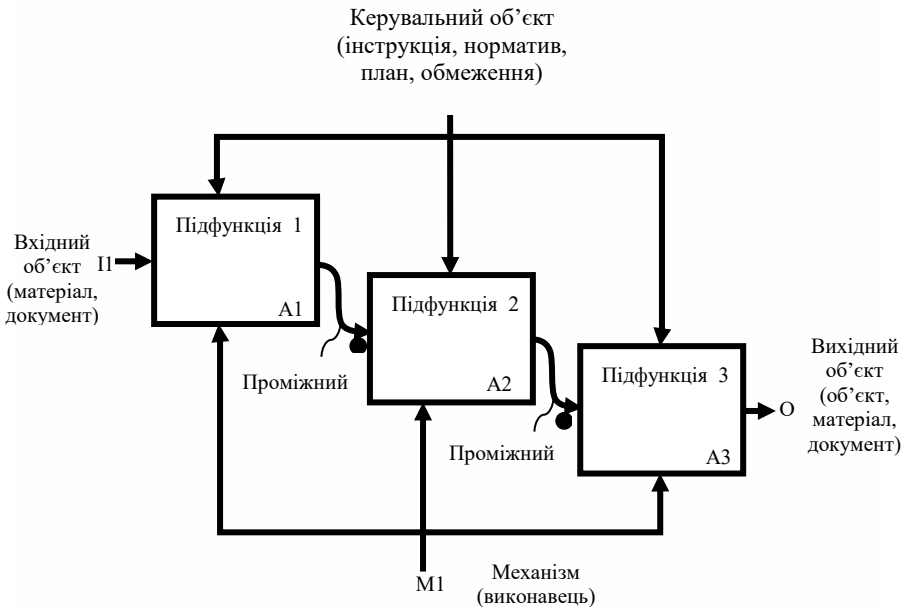


Рис. 7.4. Декомпозиція функціонального блока A0

Традиційно для структурного аналізу виробничих процесів достатньо 2 – 3 рівнів декомпозиції, наступні рівні декомпозиції

потрібні для алгоритмізації інформаційних процесів та розроблення інструкцій для виконавців виробничих процесів.

**ARIS.** Нотація EPC методології ARIS за своєю суттю є розширенням методології IDEF3 за рахунок використання такого поняття, як подія (event). Під подією будемо розуміти той факт, що інформаційному об'єкту (наприклад, замовлення) присвоюється пов'язаний з виробничим процесом статус (наприклад, «отримано»), який керує або впливає на подальше виконання виробничого процесу. Події можуть «переключати» виробничі функції, тобто передавати керування від однієї функції до іншої, а також бути результатом виконання функцій. На відміну від виробничих функцій, які мають деякий час виконання, події відбуваються миттєво. Діаграма EPC являє собою упорядкований граф подій та виробничих функцій.

Як приклад використання методології ARIS та нотації EPC розглянемо дослідження процесу перетворення перетворювача код-напруга за матрицями R-2R [51]. Перетворювач код-напруга можна використовувати для отримання вхідного сигналу змінного струму. При цьому як джерело опорної напруги необхідно використовувати джерело змінного струму, частота якого має бути узгоджена з параметрами операційного підсилювача та перемикачів. Принципову схему перетворювача код-напруга зображено на рис. 7.5. Функціональну модель даного процесу дослідження цифро-аналогового перетворювача, яку побудовано в інструментальному середовищі ARIS, показано на рис. 7.6.

Оскільки події визначають, який стан або відношення буде переключати функцію та який стан визначатиме кінець її виконання, початкові і кінцеві вузли на діаграмах EPC завжди є подіями. Змінений статус інформаційного об'єкта може стосуватися або першої появи цього об'єкта (наприклад, «Запит на проведення досліджень цифро-аналогового перетворювача»), або модифікованого стану, який відображається використанням різних атрибутів.

Одна подія може ініціювати виконання одночасно декількох виробничих функцій, і навпаки, у результаті виконання функції можуть виникнути кілька подій. Такі розгалуження та цикли оброблення інформації за допомогою операторів, основні елементи



моделювання процесів згідно з методологією ARIS відображено на рис. 7.7.

Наприклад, на рис. 7.6 використовуються два оператори «ТА», перший з яких поєднує функції і означає, що подія «Вимірювання характеристик перетворення та вхідного опору даного перетворювача» викликає виконання одразу двох функцій «Визначення впливу похибок резисторів на точність перетворювача» та «Визначення похибок опору зворотного зв'язку суматора». Другий оператор «ТА» поєднує події та означає, що функція «Дослідження перетворювача у режимі масштабного перетворювача» не почне виконуватись, поки не закінчатся обидві функції: «Визначення впливу похибок резисторів на точність перетворювача» та «Визначення похибок опору зворотного зв'язку суматора».

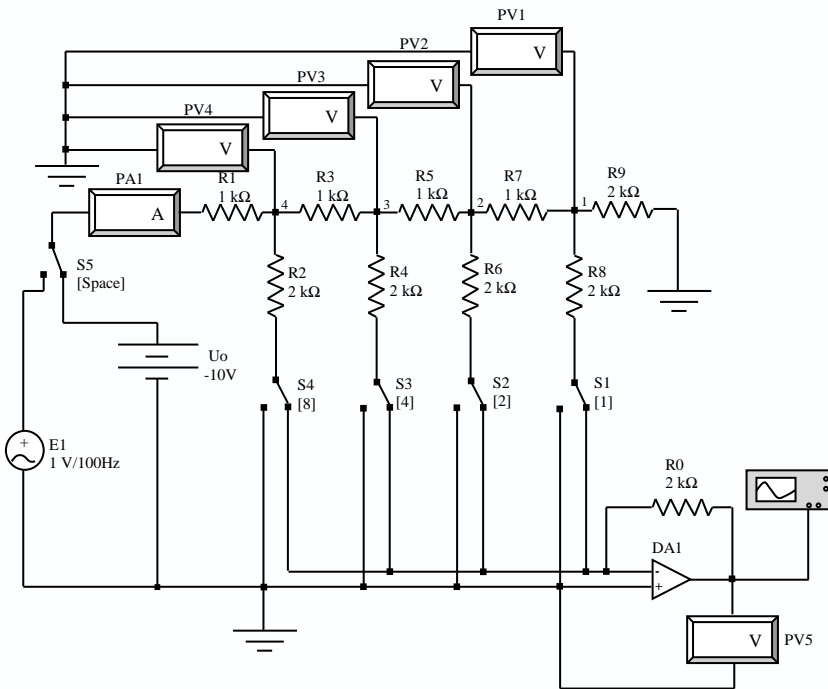


Рис. 7.5. Принципова схема перетворювача код-напряга

Оператори не тільки відображають графічні зв'язки між елементами моделі, але й визначають логічні зв'язки між відповідними об'єктами.



Рис. 7.6. Функціональна модель процесу дослідження цифро-аналогового перетворювача на резистивних матрицях R-2R

Рис. 7.7. Основні елементи та оператори моделювання процесів у нотації EPC

Використання того чи іншого оператора не завжди допустиме: події на відміну від функцій не приймають рішення, тому перемикальна подія не повинна бути пов'язана результуючими виробничими функціями операторами «АБО» або «Виключне АБО».

Для побудови діаграм виробничих процесів є методологія ARIS, в якій застосовується розширення нотації EPC – extended EPC (eEPC). В eEPC, окрім розглянутих вище об'єктів – функцій, подій, зв'язків (стрілок) та операторів, використовуються такі об'єкти:

- організаційна одиниця (organizational unit) потрібна для позначення різних організаційних ланок підприємства;
- документ (document) відображає реальні носії інформації, наприклад паперовий документ;
- прикладна система (application system) потрібна для позначення реальної прикладної системи, яку використовують для виконання функції;
- кластер інформації (cluster) використовується для побудови моделей даних та характеризує дані як набір сутностей та зв'язків між ними.

Важливо пам'ятати, що використання великої кількості різних об'єктів значно збільшує розмір моделі та ускладнює її. Тому згідно з методикою математичного моделювання (див. розділ 4) потрібно використовувати процедури декомпозиції технічних об'єктів і систем.

Подана в цьому підрозділі інформація розкриває тільки загальні основи функціонального моделювання. Існуючі навчальні посібники та інша методична література допоможе освоїти і використовувати на практиці ті чи інші інструментальні засоби функціонального моделювання [68 – 71].

### **Запитання та завдання для поточного контролю**

1. Поясніть призначення та можливості функціонального моделювання.
2. З яких структурних елементів (сутностей) складається виробничий процес при його функціональному моделюванні?
3. Які фактори впливають на вибір інструментального середовища функціонального моделювання?
4. Назвіть можливості функціонального моделювання інструментальними засобами IDEF.
5. Назвіть функціональні можливості інструментального середовища моделювання BPWin/ ERWin.
6. Які типи моделей застосовуються при функціональному моделюванні в ARIS?
7. Назвіть функціональні можливості інструментального середовища моделювання ARIS.

## **ПІДСУМКИ ДО РОЗДІЛУ 7**

### **Необхідно зрозуміти:**

1. Можливості та призначення інструментальних засобів функціонального моделювання.
2. Базові принципи функціонального моделювання: реалізованості, інформаційної достатності, множинності моделі, агрегування, відсікання.
3. Завдання, яке може вирішити функціональне моделювання.
4. Як будується узагальнена модель виробничого процесу?
5. Внутрішні та зовнішні фактори, які впливають на вибір інструментального засобу функціонального моделювання.
6. Суть та переваги структурно-алгоритмічного підходу до функціонального моделювання.
7. Суть та переваги об'єктно-орієнтованого підходу до функціонального моделювання.
8. Функціональні можливості інструментального засобу (середовища) BPWin/ERWin.
9. Послідовність побудови контекстної діаграми загального опису, що моделюється відповідно до методології IDEF.

10. Функціональні можливості інструментального засобу (системи) ARIS.
11. Побудова діаграми (моделі) в ARIS.
12. Порівняльний аналіз інструментальних засобів (систем) функціонального моделювання (табл. 7.1 – 7.3).
13. Функціональну модель процесу дослідження цифрово-аналогового перетворювача (рис. 7.5 – 7.6).

**Слід запам'ятати:**

1. Базові визначення функціональне моделювання; види моделей формальні, неформальні, кількісні, якісні, описувальні, виконуючі, текстові, візуальні.
2. Визначення понять: робочий об'єкт, ресурси, організаційні одиниці, функція, подія.
3. Основні внутрішні фактори, які впливають на вибір програмного засобу функціонального моделювання: виробничу необхідність, бюджетні обмеження; рівень поточного опрацювання завдань з моделювання та оптимізації; рівень підготовки персоналу; попередні вкладення коштів; характеристики програмно-апаратних засобів.
4. Технічні вимоги до загальносистемних характеристик програмно-апаратних засобів інструментального середовища функціонального моделювання.
5. Функціональні можливості, переваги та недоліки структурно-алгоритмічного підходу до відображення функціональної моделі.
6. Функціональні можливості, переваги та недоліки об'єктно-орієнтованого підходу до відображення функціональної моделі.
7. Функціональна модель IDEF0 відображає функціональну структуру об'єкта тобто дії, які він виконує та зв'язки між цими діями.
8. BPWin підтримує три стандартні нотації – IDEF0 (функціональне моделювання), DFD (моделювання потоків даних), IDEF3 (моделювання потоків робіт).
9. ERWin – засіб концептуального моделювання баз даних.

10. ARIS підтримує чотири типи моделей: організаційні, функціональні, інформаційні та моделі управління.
11. Основні елементи та оператори моделювання процесів у нотації EPC інструментального засобу функціонального моделювання ARIS.
12. Послідовність побудови функціональних моделей процесів дослідження, аналізу, розроблення в інструментальному середовищі ARIS із застосуванням нотації EPC.

**Треба вміти:**

1. Будувати функціональну модель узагальненого виробничого процесу, описуючи сукупність робочих об'єктів, ресурсів, організаційних одиниць, функцій (дій) та подій.
2. Виконувати функціональне моделювання процесів дослідження, аналізу, розроблення, експлуатації в одній із навчальних версій сучасного інструментального засобу (системи) функціонального моделювання.

## ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

**Абстрактна модель** – це опис досліджуваного об'єкта певною мовою.

**Адекватність математичної моделі** – її здатність відображати задані властивості об'єкта з похибкою, не більшою від заданої.

**Алгоритмізованість** – можливість розроблення відповідних алгоритму і програми, що реалізовує математичну модель на комп'ютері.

**Алгоритмічні математичні моделі** – виражають зв'язки між вихідними параметрами і вхідними та внутрішніми параметрами у вигляді алгоритму.

**Аналіз** – це процес дослідження властивостей, притаманних системі.

**Аналітичне моделювання.** Процеси функціонування елементів системи подаються у вигляді функціональних співвідношень (алгебричних, інтегрально-диференціальних, кінцево-різницевих та ін.) або за принципом логіки.

**Аналітичні математичні моделі** – математичні вирази вихідних параметрів як функцій від вхідних та внутрішніх параметрів.

**Аналогова модель** – модель, що описується рівняннями з неперервних величин.

**Аналого-цифрова модель** – описується рівняннями, до яких входять неперервні та дискретні величини.

**Аналогове моделювання** – ґрунтується на застосуванні аналогій різних рівнів. Найвищим рівнем є повна аналогія, яка використовується тільки для дуже простих об'єктів.

**Апроксимація.** Наближене відтворення одних математичних об'єктів за допомогою інших (наближене відображення складної функції за допомогою однієї або кількох простіших).

**Безперервне моделювання** – відображає неперервні процеси в системах.

**Відтворюваність результатів вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї і тієї самої величини, отриманих у різних місцях, різними методами і засобами вимірювань, різними операторами, але зведених до одних і тих самих умов.

**Властивості** – якості, що дозволяють описувати систему та виділяти її серед інших систем. Вони можуть мати кількісну або якісну міру.

**Впливова величина** – це фізична величина, яка не вимірюється засобами вимірювання, але впливає на їх результати.

**Гіпотези.** Наукові припущення, зроблені для пояснення певних явищ дійсності. Визначають невідомі закономірності у системі або постановку завдання. За відсутності інформації висувають гіпотези щодо можливих результатів, які потім перевіряють експериментально.

**Гіпотетичне моделювання.** Дослідником враховується гіпотеза про закономірність перебігу процесу в реальному об'єкті, що відображає рівень знань дослідника про об'єкт і ґрунтується на причинно-наслідкових зв'язках між входом і виходом досліджуваного об'єкта.

**Гносеологічні моделі** – спрямовані на вивчення об'єктивних законів природи, наприклад, моделі сонячної системи, біосфери, Світового океану, катастрофічних явищ природи.

**Гранична невідповідність** – це коли ідеалізація, прийнята під час побудови моделі об'єкта вимірювання, зумовлює невідповідність параметра моделі досліджуваній властивості об'єкта.

**Декомпозиція технічної системи** (розбиття завдання на підзадачі). Проводиться для складних систем у випадку, коли побудова набору співвідношень між характеристиками системи є неможливою або складною.

**Детерміновані завдання** – виникають у ситуаціях, коли кожна стратегія приводить до єдиного результату.

**Детерміноване моделювання** – відображає детерміновані процеси, з яких вилучаються будь-які випадкові впливи.

**Детерміновані математичні моделі** – описують поведінку об'єкта з позицій повної визначеності в теперішньому і



майбутньому часі.

**Динамічне моделювання** – описує поведінку об'єкта за весь час його моделювання.

**Дискретне моделювання** – описує дискретні процеси.

**Дискретно-неперервне моделювання** – використовують для випадків, де є дискретні та неперервні процеси.

**Дисперсія** – числова характеристика розподілу ймовірностей випадкової величини  $X$ , яка характеризує міру розсіювання випадкової величини відносно її математичного сподівання та визначається за формулою  $D(X) = \sigma_x^2 = M(x - M(X))^2$ .

**Достовірність вимірювань** – визначається ступенем довіри до результату вимірювання та характеризується ймовірністю того, що істинне значення вимірюваної величини перебуває в зазначених межах. Таку ймовірність називають довірчою.

**Економічність математичної моделі** – витрати обчислювальних ресурсів на її реалізацію.

**Елементи** – це частина або компоненти системи, які умовно вважають нероздільними.

**Емпіричні математичні моделі** – створюються в результаті проведення експериментів (вивчення зовнішніх проявів властивостей об'єкта за допомогою вимірювання його параметрів на вході та виході) та оброблення їх результатів методами математичної статистики.

**Завдання в умовах невизначеності** – виникають у ситуаціях, коли невідомо, які результати можуть бути отримані.

**Засіб вимірювання** – це технічний засіб, призначений для вимірювань, який дозволяє вирішувати вимірювальне завдання шляхом порівняння вимірюваної величини з одиницею фізичної величини.

**Збіжність результату вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї і тієї самої величини, виконуваних повторно одними й тими самими методами та засобами вимірювань, в одних і тих же умовах. Збіжність вимірювань відображає вплив випадкових похибок на результат вимірювання.

**Зв'язки** – це те, що з'єднує елементи та їх властивості з іншими елементами. Кожен елемент системи з'єднаний зв'язками безпосередньо чи опосередковано з будь-яким іншим елементом.

**Змінні параметри** – величини, значення яких потрібно знайти шляхом розв'язання задачі за допомогою математичного моделювання.

**Імітаційне моделювання.** Алгоритм, що реалізує модель, відтворює процес функціонування системи у часі. Метод конструювання моделі системи та проведення експериментів на моделі. Істотними особливостями цього виду моделювання є опис структури модельованої системи, застосування засобів відтворення функціонування (поведінки) системи на моделі, відображення властивостей середовища, у якому функціонує досліджувана система.

**Імітаційні математичні моделі** – це алгоритмічні моделі, які відображають розвиток процесу (поведінка об'єкта дослідження) у часі при заданні зовнішніх дій на процес (об'єкт).

**Імовірнісні задачі** (з ризиком) – при розв'язанні яких можуть бути отримані різні результати, ймовірності досягнення яких відомі або можуть бути оцінені.

**Інформаційні моделі** – описують поведінку об'єкта – оригіналу, але не копіюють його.

**Керовані фактори**  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ . За їх допомогою заданий технічний режим реалізується та підтримується сталим протягом потрібного часу.

**Кібернетичне моделювання** – несхожість фізичних процесів, що відбуваються в моделях, з реальними процесами.

**Кількісні фактори** – це змінні величини, які можна оцінити кількісно, тобто виміряти, зважити.

**Комбіноване (аналітико-імітаційне) моделювання** – під час аналізу та синтезу систем об'єднує переваги аналітичного та імітаційного моделювання.

**Комп'ютерне моделювання** – реалізація процесу моделювання за допомогою комп'ютера. Важливою особливістю комп'ютерного моделювання є його **інтерактивність** – наявність можливості втручання користувача в процес моделювання та впливу на його результати. Вона забезпечується узгодженістю дій користувача та

моделі, яка відтворює об'єкти реального середовища або гіпотетичні події та процеси.

**Концептуальна модель** – це абстрактна модель, яка виявляє причинно-наслідкові зв'язки, притаманні досліджуваному об'єкту, істотні в межах певного дослідження.

**Критерій оптимальності** – показник міри ефективності досліджуваної технічної системи, величина якого за екстремального значення цільової функції (максимального чи мінімального) визначає оптимальний розв'язок для заданих умов, тобто оптимальне значення змінних параметрів моделі.

**Макроаналіз** – спрямовується на систему загалом – її властивості, поведінку, взаємодію з навколишнім середовищем.

**Макетування.** Уявний макет застосовується тоді, коли у реальному об'єкті відбуваються процеси, які не піддаються фізичному моделюванню або можуть передувати проведенню інших видів моделювання.

**Математичне моделювання** – процес установаження відповідності математичного об'єкта (математичної моделі) до реально названого та дослідження цієї моделі з метою отримання характеристики розглянутого об'єкта.

**Математична модель об'єкта вимірювання** – це сукупність математичних символів і відношень між ними, у якій адекватно описано властивості об'єкта вимірювання, якими цікавиться суб'єкт.

**Математична модель системи** – опис формальною мовою, що дозволяє робити висновки про певні риси поведінки цієї системи за допомогою формальних процедур з її описом.

**Математична модель технічної системи** – це сукупність математичних об'єктів (чисел, змінних, матриць, множин та ін.) та відношень між ними, яка адекватно відображає властивості, особливості та поведінку технічної системи, що цікавлять інженера, який розробляє або досліджує цю систему.

**Математичні моделі на макрорівні виробничого процесу** – описують у цілому технологічні процеси як сукупність технологічних операцій.

**Математичні моделі на метарівні виробничого процесу** – описують такі технологічні системи, як ділянки, цехи та підприємство в цілому.

**Математичні моделі на мікрорівні виробничого процесу** – відображають фізичні процеси, що відбуваються, наприклад, при різанні металів на рівні технологічного переходу (структурна частина операції).

**Метрологічні характеристики** – це характеристики властивостей засобів вимірювання, які впливають на результат вимірювань і його похибки, призначені для оцінювання технічного рівня та якості засобів вимірювання, а також для визначення результатів вимірювань і розрахункової оцінки характеристик інструментальної складової похибки вимірювань.

**Мікроаналіз** – це вивчення й моделювання структури системи та властивостей її елементів. Його часто можна замінити дослідженням функцій елементів і процесу функціонування системи.

**Метод випадкового балансу** ґрунтується на застосуванні дисперсного аналізу та плануванні експерименту.

**Метод дисперсійного аналізу.** Однорідність дисперсій  $\omega$  перевіряється розрахунком критеріїв та порівнянням його значення з табличним за вибраного рівня достовірності

$$\omega = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^q a_{n-i+1} [y_{n_i(n-i+1)} - y_{n_i}] \right\}^2}{\sum_{i=1}^{n_u} y_{n_0}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n_q} y_{n_i}}{n_u}},$$

де  $a_{n-i+1}$  – коефіцієнт, значення якого задані в таблиці залежності кількості паралельних дослідів та кількості серії дослідів;  $q = n_u / 2$  – за парної кількості паралельних дослідів;  $q = (n_u - 1) / 2$  – за непарної;  $y_{n_i}$  – величини із ранжованої вибірки значень залежної змінної кожної серії дослідів, тобто  $y_{n_1} \leq y_{n_2} \leq \dots \leq y_{n_n}$ .

**Метод рангової кореляції** – ґрунтується на систематизації апріорної інформації, яку отримують із літературних довідників та з опитування фахівців. При ньому не потрібно виконувати

натурні чи машинні експерименти, достатньо психологічного експерименту.

**Мовне моделювання.** В основі лежить тезаурус, який утворюється з набору вхідних тезаурусів, причому цей набір має бути фіксованим.

**Модель** – це відображення на основі подібності з об'єктом його характеристик з метою подальшого його вивчення.

**Моделювання** – це процес зображення об'єкта дослідження подібною до нього моделлю і виконання експериментів з нею для отримання інформації про об'єкт дослідження.

**Модульність** – відповідність конструкції моделі структурним складовим об'єкта (технічної системи).

**Надійність математичної моделі** – забезпечення безпечної роботи з нею, правильність отриманих результатів, прийняттого інтервалу розбіжності результатів моделювання з реальними показниками технічної системи.

**Наочність** – зручне візуальне сприйняття моделі користувачем.

**Наочне моделювання** – на основі спостережень про реальні об'єкти створюються різні наочні моделі, які відображають явища та процеси, що в них відбуваються.

**Натурне моделюванням** – проведення дослідження на реальному об'єкті з наступним обробленням результатів експерименту на основі теорії подібності.

**Некеровані контрольовані фактори**  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ . Характеризують якість сировини або проміжних продуктів, можливості технічних систем та підсистем.

**Некеровані неконтрольовані фактори** ( $W = w_1, w_2, \dots, w_i$ ). Їх дію не можна врахувати під час експериментів.

**Нормальна область значень впливової величини** – це область значень, у межах якої зміною результату вимірювань під дією впливової величини можна знехтувати відповідно до встановлених норм точності.

**Нормальні умови вимірювань** – це умови, за яких впливові величини мають нормальні значення або значення в межах нормальної області.

**Об'єкт моделювання** – це суцільна технічна система або її складові структурні частини (підсистеми).

**Об'єктно-орієнтований підхід** – передбачає використання об'єктів – сутностей, які визначаються ідентичністю, станом та поведінкою.

**Обмеження** – області можливих значень змінних умов за заданих конкретних умов технічної системи, що вивчається і для якої знаходиться найкраще (оптимальне) рішення.

**Обчислюваність** – можливість ручного або за допомогою комп'ютера дослідження якісних і кількісних закономірностей функціонування об'єкта (технічної системи).

**Організаційні одиниці** (підприємства, підрозділу, персоналу, окремі виконавці) – це окремих вид ресурсів, які являють собою об'єднання людей, яке використовує інші ресурси для виконання виробничих процесів.

**Перевірка достовірності (верифікація).** Процес визначення того, що модель (виконувана імітація) точно відтворює детальний концептуальний опис, прийнятий розробником. Перевірка достовірності також оцінює ступінь відповідності моделі або імітації змісту та проводиться з використанням методів програмування.

**Постановка завдання** – це формулювання питань, на які потрібно отримати відповіді під час моделювання та докладне викладення ситуації, що склалась (проблеми, умови завдання, обмеження).

**Постійні параметри** – величини, які в процесі всього моделювання залишаються незмінними.

**Похибка** – це відхилення  $\Delta \tilde{O}$  результату вимірювання  $X_{\text{аді}}$  від істинного значення  $\tilde{O}_{\text{зн}}$  вимірюваної величини, що визначається за формулою  $\Delta \tilde{O} = \tilde{O}_{\text{аді}} - \tilde{O}_{\text{зн}}$ .

**Правильність вимірювання** – це характеристика вимірювання, що відображає близькість до нуля систематичних похибок результатів вимірювань.

**Реальне моделювання.** Досліджують характеристики цілого об'єкта або його частин.

**Результат аналізу** – створення моделі процесів, що відбуваються у складних системах, і закономірностей, притаманних процесам і системам.

**Ресурси** – це сутності (суб'єкти), за допомогою яких здійснюються виробничі процеси.

**Робочий об'єкт** – це сутність, над якою виконується певна дія (перетворення, оброблення, формування тощо).

**Сенсуальна модель** – це модель якихось почуттів, емоцій або моделі, що впливають на почуття людини (наприклад, малярство, музика, поезія та ін.).

**Символічне моделювання** – це штучний процес створення логічного об'єкта, який замінює реальний і виражає його основні відношення за допомогою системи знаків чи символів.

**Системний аналіз** – передбачає послідовний перехід від загального до часткового, коли в основі розгляду є мета, а досліджуваний об'єкт виділяють з навколишнього середовища.

**Синтез** – це процес створення функцій та структур, необхідних і достатніх для досягнення певних результатів. Відшукуючи функції, які реалізує система, знаходять деяку абстрактну систему, про яку відомо лише те, що вона буде функціонувати.

**Стандартність математичної моделі** – необхідність використання відповідного математичного апарату, що дозволяє застосовувати його для групи однотипних технічних систем.

**Статичне моделювання** – описує поведінку об'єкта в певний момент часу.

**Структурно-алгоритмічний підхід** – основними блоками моделі при використанні цього підходу є функції (процедури).

**Стохастичне моделювання** – відображає імовірнісні процеси й події. Аналізують можливість реалізації випадкового процесу та оцінюють середні характеристики, тобто набір однорідних реалізацій.

**Стохастичні математичні моделі** – враховують вплив випадкових факторів на поведінку об'єкта – оцінюють його майбутнє з позицій імовірності тих чи інших подій.

**Структура системи** – спосіб організації елементів у системі з певними властивостями та визначенням між ними взаємозв'язків.

**Структурні математичні моделі** – використовуються для відображення структурних властивостей об'єктів.

**Тезаурус** – словник, який унеможливує неоднозначність, тобто кожному слову може відповідати лише єдине значення, хоча у звичайному словнику одне слово може мати кілька значень.

**Теоретичні математичні моделі** – створюються в результаті дослідження об'єктів (процесів) на теоретичному рівні.

**Технічна система** – цілісний об'єкт (множина взаємопов'язаних об'єктів), у межах якого визначено його функціональне призначення, сформульовані цілі, поставлені перед системою, та визначено показник якості її функціонування, що кількісно визначає мету функціонування.

**Типові математичні схеми.** Стосовно конкретної системи, що моделюється, розробнику математичної моделі допомагають лише ті математичні схеми (типові), які апробовані для певного класу систем і показали свою ефективність у прикладних дослідженнях на комп'ютері.

**Точність вимірювання** – характеристика якості вимірювання, що відображає близькість до нуля похибки його результату.

**Точність математичної моделі** – оцінюється ступенем збігу значень вихідних параметрів реального об'єкта та значень тих самих параметрів, які розраховані за допомогою моделі.

**Універсальність математичної моделі** – характеризує повноту відображення в ній властивостей реального об'єкта.

**Уявне моделювання** – часто єдиний спосіб моделювання об'єктів, які або практично нереалізовані в заданому інтервалі часу, або існують поза умовами, можливими для їх фізичного створення. Може реалізовуватись у вигляді наочного, символічного і математичного.

**Фактор** – це засіб впливу на об'єкт дослідження (змінну величину), що вимірюється та набуває певного значення у певний момент часу.

**Фізичні моделі** – складаються із сукупності матеріальних об'єктів.

**Фізичне моделювання.** Дослідження проводять на установках, які зберігають природу явищ і мають фізичну подібність.

**Функція** (дія, операція). Перетворює вхідні робочі об'єкти у вихідні або модифікує їх.

**Функціональне моделювання** – процес моделювання функцій об'єкта, шляхом створення наочного структурованого зображення, яке показує, що, як і ким робиться в межах функціонування об'єкта та об'єктів, що з'єднують ці функції, з урахуванням наявної інформації.



**Функціональні математичні моделі** – призначені для відображення інформаційних, фізичних, часових процесів, що відбуваються в працюючому обладнанні в ході виконання технологічних процесів та ін.

**Цифрова модель** – описується рівняннями із дискретних величин, поданих у вигляді цифр.

**Цільова функція** – пов'язує критерій оптимальності зі змінними та постійними параметрами. У процесі створення моделей відбувається пошук оптимального рішення та визначення таких значень змінних параметрів, які надають цільовій функції мінімаксного значення.

**Числовий метод** – дозволяє досліджувати широкий діапазон класу систем, проте отримані при цьому розв'язки мають індивідуальний характер.

**Якісні фактори** – це змінні величини, які характеризуються якісними властивостями.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Норенков И.П.* Информационная поддержка наукоемких изделий. CALS-технологии / И.П. Норенков, П.К. Кузьмик. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 320 с.
2. *Павлов В.В.* CALS-технологии в машиностроении (математические модели) / В.В. Павлов. — М.: Изд-во МГТУ «Станкин», 2002. — 187 с.
3. *Павленко П.М.* Автоматизовані системи технологічної підготовки розширених виробництв. Методи побудови та управління: моногр. / П.М. Павленко. — К.: Книжк. вид-во НАУ, 2005. — 280 с.
4. *Автоматизація* технічної підготовки виробництва: навч. посіб. / П.М. Павленко, Є.І. Яблочников, Ю.А. Буренников, Л.Г. Козлов — Вінниця: ВНТУ, 2006. — 114 с.
5. *Энгельке У.Д.* Как интегрировать САПР и АСТПП. Управление и технология / Пер. с англ.; под ред. Д.А. Корягина. — М.: Машиностроение, 1990. — 320 с.
6. *Компьютерно-интегрированные* производства и CALS-технологии в машиностроении: учеб. пособие / Т.А. Альперович, В.В. Баранов, А.Н. Давыдов и др.; под ред. Б.И. Черпакова. — М.: ГУП «ВИМИ», 1999. — 512 с.
7. *CALS в авиастроении* / А.Г. Братухин, Ю.С. Давыдов, Ю.С. Елисеев и др. — М.: Изд-во МАИ, 2000. — 304 с.
8. *Дмитров В.И.* Аналитический обзор международных стандартов ISO 10303 STEP / В.И. Дмитров, Ю.М. Макаренков // САПР и графика. — 1997. — № 11. — С. 6—11.
9. *Smith J.M.* CALS. An introduction to CALS: The Strategy and the Standards / J.M. Smith. — Dublin: The Cromwell Press Ltd, 1990. — 143 p.
10. *Управление* жизненным циклом продукции / А.Ф. Колчин, М.В. Овсянников, А.Ф. Стрекалов, С.В. Сумароков; под ред. А. Пальчикова. — М.: Анахарсис, 2002. — 304 с.

11. *Jari S. CALS / S. Jari.* — Stockholm: Magnusson Torbjorn Holm, 1996. — 182 p.
12. *Интеграция* данных об изделии на основе ИПИ/CALS-технологий / А.Ф. Колчин, Ю.Г. Коган, М.В. Овсянников и др. — М.: Европ. центр по качеству, 2002. — Ч. 1. — 174 с.
13. *Автоматизация* производственных процессов в машиностроении / Н.М. Капустин, П.М. Кузнецов, А.Г. Схиртладзе и др.; под ред. Н.М. Капустина. — М.: Высш. шк., 2004. — 415 с.
14. *Информационно-вычислительные системы* в машиностроении. CALS-технологии / Ю. М. Соломенцев, В. Г. Митрофанов, В. В. Павлов, Л. В. Рыбаков. — М.: Наука, 2003. — 292 с.
15. *Law A.M. Simulation Modeling and Analysis / A.M. Law, W.D. Kelton.* — New York: McGraw-Hill Publishing Co, 2000. — 3-rd edit. — 560 p.
16. *Hay D.C. Requirments Analysis: From Business Views to Architecture / D.C. Hay.* — NJ: Prentice Hall, 2003. — 596 p.
17. *Лягушкин А.* От программных продуктов к отраслевым решениям / А. Лягушкин // САПР и графика. — 2008. — №4. — С. 54—58.
18. *Советов Б.Я.* Моделирование систем. Практикум: учеб. пособие для вузов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. — М.: Высш. шк., 1998. — 224 с.
19. *Томашевський В.М.* Імітаційне моделювання систем і процесів: навч. посіб. / В.М. Томашевський. — К.: ІСДО, 1994. — 124 с.
20. *Самарский А.А.* Математическое моделирование: идеи, методы, примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 2-е изд. — 316 с.
21. *Гліненко Л.К.* Основи моделювання технічних систем: навч. посіб. для студ. ВНЗ / Л.К. Гліненко, О.Г. Сухоносів. — Львів: Бескид Біт, 2003. — 176 с.
22. *Катренко А. В.* Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації: навч. посіб. для студ. ВНЗ / А. В. Катренко. — Львів: Новий світ – 2000, 2003. — 416 с.
23. *Лебідь Р.Д.* Математичні методи в моделюванні систем: навч. посіб. для студ. втузів / Р.Д. Лебідь, І.А. Жуков, М.М. Гузій. — К.: КМУЦА, 2000. — 158 с.

24. *Томашевський В.М.* Моделювання систем: підруч. для студ. ВНЗ / за заг. ред. М.З. Згуровського. — К.: Видавнича група ВНУ, 2005. — 352 с.
25. *Томашевський В.М.* Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання / В.М. Томашевський, О.Г. Жданова, О.О. Жолдаков. — К.: Корнійчук, 2001. — 267 с.
26. *Введение в математическое моделирование: учеб. пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер, О.Б. Наймарк.* — М.: Логос, 2005. — 440 с.
27. *Струтинський В.Б.* Математичне моделювання процесів та систем механіки: підруч. / В.Б. Струтинський. — Житомир: ЖІТІ, 2001. — 611 с.
28. *Основы системного анализа и проектирования АСУ: учеб. пособие / А.А. Павлов, С.Н. Гриша, В.Н. Томашевский и др.; под общ. ред. А.А. Павлова.* — К.: Вища шк., 1991. — 367 с.
29. *Шикин Е.В.* Математические методы и модели в управлении: учеб. пособие / Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. — М.: МГУ «Дело», 2000. — 439 с.
30. *Кузьменко И.В.* Основы моделирования сложных систем: учебн. пособие / Под общ. ред. д-ра техн. наук И.В. Кузьменко. — К.: Вища шк., 1981. — 360 с.
31. *Пальчевський Б.О.* Дослідження технологічних систем (моделювання, проектування, оптимізація): навч. посіб. / Б.О. Пальчевський. — Львів: Світ, 2001. — 232 с.
32. *Шевченко В.В.* Математическое моделирование переходных процессов в электрических цепях и электромеханических системах: учеб. пособие / В.В. Шевченко. — Николаев: НУК, 2004. — 147 с.
33. *Метрология.* Основные понятия и математические модели: учеб. пособие для вузов / Н.Г. Назаров. — М.: Высш. шк., 2002. — 348 с.
34. *Назаров Н.Г.* Измерения: планирование и обработка результатов / Н.Г. Назаров. — М.: Изд-во стандартов, 2000. — 304 с.
35. *Федорков Б.Г.* Микросхеми ЦАП і АЦП: функціонування, параметри, застосування / Б.Г.Федорков, В.А. Телець; під ред. Б.Г. Федоркова. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 320 с.

36. *Иванченко О.В.* Математическая модель цифрового средства измерений с двухзвенным аналого-цифровым преобразователем последовательных приближений / О.В. Иванченко, М.В. Кривонос, Д.Ю. Бирюков // *Вісн. СевНТУ: зб. наук. пр.* — 2011. — Вип. 114/2011. — С. 90–94.
37. *Саати Т.* Принятие решений: метод анализа иерархий / Т. Саати. — М.: Радио и связь, 1993. — 254 с.
38. *Силин В.Б.* Поиск структурных решений комбинаторными методами / В.Б. Силин. — М.: МАИ, 1992. — 216 с.
39. *Дегтярев Ю.И.* Системный анализ и исследование операций: учеб. пособие для вузов по спец. АСОИУ / Ю.И. Дегтярев. — М.: Высш. шк., 1996. — 335 с.
40. *Волкова В.Н.* Основы теории систем и системного анализа / В.Н. Волкова, А.А. Денисов. — СПб.: Изд-во СПб ГТУ, 1999. — 512 с.
41. *Волкова В.Н.* Методы формализованного представления систем: учеб. пособие / В.Н. Волкова, А.А. Денисов, В.Ф. Темников. — СПб.: Изд-во СПб ГТУ, 1993. — 107 с.
42. *Азерман М.А.* Выбор вариантов: основы теории / М.А. Азерман, Ф.Т. Алескеров. — М.: Наука, 1990. — 240 с.
43. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. — М.: Мир, 1976. — 165 с.
44. *Плюта В.* Сравнительный многомерный анализ в эконометрическом моделировании / Пер. с польск. В.В. Иванова. — М.: Финансы и статистика, 1989. — 175 с.
45. *Лесин В.В.* Основы методов оптимизации / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. — М.: Изд-во МАИ, 1998. — 344 с.
46. *Wiegiers K.E.* Software Requirements / K.E. Wiegiers. — Redmond: Microsoft Press, 2003. — 2-nd edition. — 516 p.
47. *Йордон Э.* Структурные модели в объектно-ориентированном анализе и проектировании / Э. Йордон, К. Аргила; пер. с англ. П. Быстров. — М.: ЛОРИ, 1999. — 264 с.
48. *Железнов И.Г.* Сложные технические системы (оценка характеристик): учеб. пособие для техн. вузов / И.Г. Железнов. — М.: Высш. шк., 1984. — 119 с.
49. *Трахтенгерц Э.А.* Компьютерная поддержка принятия решений: науч.-практ. изд. / Э.А. Трахтенгерц. — М.: СИНТЕГ,

1998. — 367 с. — (Серия «Информатизация России на пороге XXI века»).
50. *Мишукаев В.И.* Основы инженерного творчества: учеб. пособие для вузов / В.И. Мишукаев, В.Е. Токарев. — М.: Дрофа, 2005. — 254 с.
  51. *Цифрові вимірювальні прилади.* Комп'ютерний лабораторний практикум: навч. посіб. / В.П. Бабак, В.С. Єременко, Ю.В. Куц, В.М. Мокійчук; за ред. чл.-кор. НАНУ В.П. Бабака. — К.: Книжк. вид-во Націон. авіац. ун-ту, 2006. — 168 с.
  52. *Дьяконов В.П.* VisSim + Mathcad +MATLAB. Визуальное моделирование / В.П. Дьяконов. — М.: СОЛОН-Пресс, 2004. — 384 с.
  53. *Дьяконов В.П.* MATLAB. Обработка сигналов и изображений / В.П. Дьяконов. — СПб.: Питер, 2002. — 297 с.
  54. *Магда Ю.С.* LabVIEW / Ю.С. Магда. — ДМК Пресс, 2012. — 208 с.
  55. *Кунву Ли.* Основы САПР / Ли Кунву. — СПб.: Питер, 2004. — 205 с.
  56. *CAE-технологии* в 2011 году: обзор достижений и анализ рынка. — CAD/CAM/CAE Observer. — № 4 (72). — 2012. — С. 26-27.
  57. *Системные методы* в автоматизации проектирования изделий машиностроения / А.Ф. Тарасов, Г.Б. Билык, П.И. Сагайда и др. — Краматорск: ДГМА, — 2005. — 260 с.
  58. *Методология* функционального моделирования IDEF0. Руководящий документ. — М.: ГОССТАНДАРТ РОССИИ, 2000. — 62 с.
  59. *Тельнов Ю.Ф.* Реинжиниринг бизнес-процессов: учеб. пособие. — М.: Моск. гос. ун-т экономики, статистики и информатики (МЭСИ), 2004. — 116 с.
  60. *Хаммер М.* Реинжиниринг корпорации. Манифест революции в бизнесе / М. Хаммер, Дж. Чампи; пер. с англ. — СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 1997. — 332 с.
  61. *Основы* формальных методов описания бизнес-процессов: учеб. пособие / К.Е. Самуйлов, Н.В. Серебренникова, А.В. Чукарин, Н.В. Яркина. — М.: РУДН, 2008. — 130 с.
  62. *Design/IDEF User's Manual for Microsoft Windows 3.5.* Meta Software Corporation, 1996. — 230 p.

63. Jacobson I., Ericsson M., Jacobson A. The Object Advantage: Business Process Reengineering with Object Technology / I. Jacobson, M. Ericsson, A. Jacobson. //ACM Press. – Addison-Wesley Publishing, 1995. – 137 p.
64. Lucas H.C. Information Technology for Management. Sixth edition. International Editions, 1997. – 714 p.
65. Войнов И.В. Моделирование экономических систем и процессов. Опыт построения ARIS-моделей: моногр. / И.В. Войнов, С.Г. Пудовкина, А.И. Телегин. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002. – 392 с.
66. *ReThink* User's Guide. Version 3.1 Gensym. – 1999. – 317 p.
67. Scheer A.W. Business Process Engineering: Reference Models for Industrial Enterprises. –1995. – 217 p.
68. Репин В.В. Процессный подход к управлению. Моделирование бизнес-процессов / В.В. Репин, В.Г. Елиферов. – М.: РИА «Стандарты и качество», 2004. – 330 с.
69. Черемных С.В. Структурный анализ систем: IDEF-технологии / С. В. Черемных, И. О. Семенов, В. С. Ручкин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 334 с.
70. Шеер А.В. Бизнес-процессы. Основные понятия. Теория. Методы. – М.: Весть–МетаТехнология, 1999. – 282 с.
71. Фаулер М. UML. Основы / М. Фаулер, К. Скотт. – СПб.: Символ-Плюс, 2002. – 270 с.

## РЕКОМЕНДОВАНІ ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

- |   |   |
|---|---|
| <a href="http://www.scs.org/">http://www.scs.org/</a>   | – Міжнародне товариство комп'ютерного моделювання |
| <a href="http://eurosim.cashburn.at/">http://eurosim.cashburn.at/</a>   | – Федерація європейських товариств з моделювання  |
| <a href="http://www.simulation.org.ua/">http://www.simulation.org.ua/</a>   | – український портал з імітаційного моделювання   |
| <a href="http://www.gpss.ru/">http://www.gpss.ru/</a>   | – російський портал з імітаційного моделювання    |
| <a href="http://www.efg2.com/Lab/Library/SimulationAndModeling.htm">http://www.efg2.com/Lab/Library/SimulationAndModeling.htm</a>                                       | – загальні ресурси з моделювання                  |
| <a href="http://www.simulationinformation.com/">http://www.simulationinformation.com/</a>   | – національний центр США з моделювання            |
| <a href="http://www.tbm.tudelft.nl/webstaf/edwinv/SimulationSoftware/Review_Simple.htm">www.tbm.tudelft.nl/webstaf/edwinv/SimulationSoftware/Review_Simple/h<br/>tm</a> | – загальна характеристика пакетів моделювання     |
| <a href="http://ermak.cs.nstu.ru/~shalag/enter.html">http://ermak.cs.nstu.ru/~shalag/<br/>enter.html</a>  | – підручник з моделювання                         |
| <a href="http://yevgeny.nm.ru/institut/model.html">http://yevgeny.nm.ru/institut/<br/>model.html</a>  | – конспект лекцій з дисципліни «Моделювання»      |
| <a href="http://carbon.cudenver.edu/~hgreenbe/glossary/index.php">http://carbon.cudenver.edu/~<br/>hgreenbe/glossary/index.php</a>                                      | – глосарій з математичного програмування          |
| <a href="http://pespmc1.vub.ac.be/ASC/indexASC.html">http://pespmc1.vub.ac.be/ASC/<br/>indexASC.html</a>  | – мережевий словник з кібернетики та систем       |
| <a href="http://www.ntcnvg.ru/up.htm">http://www.ntcnvg.ru/up.htm</a>   | – навчальний посібник з прикладної математики     |
| <a href="http://www.3ds.com/ru">www.3ds.com/ru</a>  | – розробник PLM-рішень                            |
| <a href="http://www.calscenter.com">www.calscenter.com</a>  | – навчальний центр CALS-технологій                |



## АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

- А**  
абстрактна модель, 53  
адекватність математичної моделі, 82  
алгоритмізованість, 84  
алгоритмічні математичні моделі, 80  
аналіз, 23  
аналітичні математичні моделі, 79  
аналогова модель, 36  
аналого-цифрова модель, 36  
аналогове моделювання, 28
- Б**  
безперервне моделювання, 26
- В**  
вимірювання, 95  
відтворюваність результатів  
вимірювань, 118  
властивості, 45  
впливова величина, 115
- Г**  
гіпотетичне моделювання, 28  
гранична невідповідність, 102  
гносеологічні моделі, 53
- Д**  
декомпозиція технічної системи, 96  
детерміновані задачі, 139  
детерміноване моделювання, 26  
детерміновані математичні моделі, 81  
дискретне моделювання, 26
- З**  
задачі в умовах невизначеності, 94  
збіжність результату вимірювань, 118  
зв'язки, 45  
змінні параметри, 84
- І**  
імітаційні математичні моделі, 80  
імовірнісні задачі, 139  
інформаційні моделі, 53
- К**  
керовані фактори, 62  
кібернетичне моделювання, 36  
кількісні фактори, 63  
комбіноване моделювання, 34  
концептуальна модель, 54  
критерій оптимальності, 84
- М**  
макроаналіз, 23  
математичне моделювання, 29  
математична модель об'єкта  
вимірювання, 101  
математична модель технічної  
системи, 86  
математичні моделі на макрорівні, 78  
математичні моделі на метарівні, 78  
математичні моделі на мікрорівні, 78  
метрологічні характеристики, 104  
мікроаналіз, 23  
метод вимірювання, 97

дискретно-неперервне моделювання, 26  
диференційний метод, 99  
достовірність вимірювань, 118

## **Е**

економічність математичної моделі, 83  
елементи, 45  
емпіричні математичні моделі, 81

## **Н**

надійність математичної моделі, 83  
наочність, 84  
наочне моделювання, 28  
натурне моделювання, 35  
некеровані контрольовані фактори, 62  
некеровані неконтрольовані фактори, 62  
нормальна область значень впливової величини, 116  
нормальні умови вимірювань, 116  
нульовий метод, 99

## **О**

об'єкт вимірювання, 95  
об'єкт моделювання, 56, 84  
об'єктно-орієнтований підхід, 232  
обмеження, 85  
обчислюваність, 83  
організаційні одиниці, 225

## **П**

постановка задачі, 91  
постійні параметри, 84  
похибка, 119  
правильність вимірювання, 118  
принцип вимірювання, 97

## **Р**

реальне моделювання, 34  
результат аналізу, 23  
ресурси, 224  
робочий об'єкт, 223

метод випадкового балансу, 71  
метод дисперсійного аналізу, 69  
метод заміщення, 100  
метод збігів, 100  
метод рангової кореляції, 66  
мовне моделювання, 28  
модель, 52  
моделювання, 53  
модульність, 84  
структурно-алгоритмічний підхід, 232  
стохастичне моделювання, 26  
стохастичні математичні моделі, 81  
структура системи, 45  
структурні математичні моделі, 78

## **Т**

тезаурус, 29  
теоретичні математичні моделі, 81  
технічна система, 6, 47  
типові математичні схеми, 20  
точність вимірювання, 118  
точність математичної моделі, 82

## **У**

універсальність математичної моделі, 83  
уявне моделювання, 28

## **Ф**

фактор, 60  
фізичні моделі, 53  
фізичне моделювання, 35  
функція, 225  
функціональне моделювання, 220  
функціональні математичні моделі, 79

## **Ц**

цифрова модель, 35  
цільова функція, 85

## **Ч**

**С**

сенсуальна модель, 54  
символічне моделювання, 29  
системний аналіз, 24  
синтез, 23  
стандартність математичної моделі, 72  
статичне моделювання, 26

числовий метод, 30

**Я**

якісні фактори, 63