

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра економічної кібернетики

Завдання домашньої роботи студентів

з дисципліни

“Оптимізаційні методи та моделі”

для студентів економічних спеціальностей

Київ 2019

Вибір варіантів розрахункових робіт

Номер варіанту контрольної роботи обирається згідно з двома останніми цифрами залікової книжки, або студентського квитка. При чому, якщо цей номер перевищує цифру 50, то номер контрольної роботи визначається наступним чином: від цифри 100 віднімається цифра, що відповідає двома останніми цифрами залікової книжки, або студентського квитка. Наприклад, якщо номер двох останніх цифр залікової книжки відповідає цифрі 48, то студент виконує 48 варіант. В разі, коли номер двох останніх цифр залікової книжки 85, то варіант контрольної роботи обирається наступним чином: $100-85=15$ і студент виконує 15 варіант контрольної роботи.

ТАБЛИЦЯ ВАРІАНТІВ ЗАВДАНЬ

№ варіанта	Номери задач					
0	1.6	2.10	3.4	4.1	5.6	6.6
1	1.3	2.2	3.9	4.2	5.4	6.2
2	1.10	2.8	3.4	4.4	5.3	6.4
3	1.2	2.4	3.3	4.5	5.1	6.8
4	1.4	2.6	3.10	4.7	5.9	6.9
5	1.9	2.5	3.5	4.8	5.7	6.3
6	1.2	2.3	3.9	4.9	5.8	6.1
7	1.5	2.1	3.4	4.6	5.2	6.7
8	1.4	2.9	3.8	4.3	5.5	6.5
9	1.10	2.7	3.3	4.10	5.4	6.10
10	1.8	2.10	3.4	4.2	5.6	6.5
11	1.6	2.1	3.9	4.5	5.10	6.4
12	1.1	2.5	3.2	4.8	5.2	6.6
15	1.8	2.9	3.7	4.3	5.4	6.1
14	1.3	2.7	3.6	4.6	5.9	6.3
15	1.4	2.5	3.1	4.9	5.6	6.7
16	1.6	2.3	3.8	4.1	5.7	6.9
17	1.7	2.2	3.10	4.4	5.3	6.8
18	1.10	2.8	3.1	4.7	5.1	6.5
19	1.4	2.4	3.6	4.8	5.5	6.2
20	1.9	2.6	3.7	4.9	5.3	6.10
21	1.4	2.5	3.9	4.6	5.1	6.6
22	1.7	2.2	3.5	4.3	5.6	6.1
23	1.3	2.8	3.4	4.2	5.4	6.7
24	1.1	2.10	3.9	4.1	5.5	6.2
25	1.6	2.1	3.3	4.4	5.4	6.9
26	1.5	2.3	3.1	4.7	5.9	6.4
27	1.10	2.4	3.5	4.10	5.7	6.3
28	1.1	2.9	3.2	4.2	5.8	6.10
29	1.8	2.7	3.6	4.5	5.5	6.9
30	1.2	2.3	3.5	4.4	5.7	6.3
31	1.5	2.1	3.3	4.9	5.2	6.5
32	1.3	2.5	3.7	4.1	5.1	6.8
33	1.4	2.9	3.9	4.3	5.3	6.3
34	1.4	2.10	3.10	4.2	5.8	6.1
35	1.6	2.6	3.1	4.8	5.9	6.7
36	1.7	2.1	3.1	4.3	5.3	6.5

37	1.10	2.9	3.8	4.6	5.1	6.10
38	1.4	2.7	3.10	4.9	5.5	6.5
39	1.9	2.5	3.1	4.1	5.3	6.4
40	1.4	2.3	3.6	4.4	5.1	6.6
41	1.5	2.2	3.7	4.7	5.6	6.1
42	1.4	2.8	3.9	4.8	5.4	6.3
43	1.10	2.4	3.5	4.9	5.5	6.7
44	1.8	2.6	3.4	4.6	5.4	6.9
45	1.6	2.5	3.9	4.3	5.9	6.8
46	1.1	2.2	3.3	4.2	5.7	6.5
47	1.8	2.8	3.1	4.1	5.8	6.6
49	1.3	2.3	3.5	4.4	5.3	6.3
49	1.4	2.5	3.2	4.7	5.7	6.2
50	1.6	2.7	3.8	4.10	5.2	6.10

ЗАДАЧІ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

ЗАДАЧА 1

Із листів металу розміру $m \times n$ необхідно виготовити N заготовок розміру $m_1 \times n_1$ та M заготовок розміру $m_2 \times n_2$. Скласти модель оптимізації розкрюювання металу за мінімумом загальних відходів.

№ зад.	m	n	N	m_1	n_1	M	m_2	n_2
1.1.	7	14	900	5	6	500	3	4
1.2.	6	14	800	3	5	400	2	4
1.3.	5	15	700	2	4	300	3	3
1.4.	6	15	600	3	4	400	3	5
1.5.	7	16	500	3	5	300	2	4
1.6.	8	17	400	4	6	400	3	5
1.7.	9	18	300	5	7	400	2	4
1.8.	8	19	350	6	8	370	5	7
1.9.	9	20	500	5	7	400	4	6
1.10.	10	20	500	5	6	450	3	5

ЗАДАЧА 2

В столярній майстерні мають в достатній кількості колод довжиною l метрів. Колоди необхідно розпилити на заготовки двох видів: довжиною l_1 та довжиною l_2 метрів відповідно. Кожної подоби необхідно заготовити не менше m та n штук відповідно.

Скласти модель оптимізації розпилювання колод за:

- мінімумом загальних відходів;
- мінімумом числа використаних колод.

№ зад.	l	l_1	l_2	m	n
2.1	4	2	1,5	50	80
2.2	5	3	2	40	70
2.3	6	2,4	1,2	3	50
2.4	6	3	1,8	40	30
2.5	6	2,5	3,2	50	40
2.6	6	3	1,5	40	80
2.7	6	3,4	1,2	50	80
2.8	5	1,2	0,8	40	60
2.9	5	1,4	0,7	30	20
2.10	5	1,6	0,5	40	50

ЗАДАЧА 3

Знайти оптимальний розв'язок задачі цілочисельного лінійного програмування:

3.1.

$$F = 6x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 5 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.2.

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.3.

$$F = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.4.

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.5.

$$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.6.

$$F = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.7.

$$F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 12 \\ 4x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.8.

$$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

3.9.

3.10.

$$F = x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3 \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 - \text{цїлі}$$

ЗАДАЧА 4

Розв'язати задачу дробово-лінійного програмування

4.1.

$$F = \frac{3x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.2.

$$F = \frac{-5x_1 + 4x_2}{-2x_1 - 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.3.

$$F = \frac{5x_1 - 3x_2}{x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 6x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.4.

$$F = \frac{3x_1 - x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.5.

$$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.6.

$$F = \frac{2x_1 - 3x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.7.

4.8.

$$F = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.9.

$$F = \frac{2x_1 - x_2 - 3}{x_1 + 2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$F = \frac{x_1 - 2x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 7 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.10.

$$F = \frac{x_1 + 3x_2}{2 + x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

ЗАДАЧА 5

За методом Лагранжа знайти точку умовного екстремуму функції

5.1.

$$F = 2x_1^2 + x_2^2,$$

$$2x_1 + 3x_2 = 5$$

5.2.

$$F = x_1^2 - x_2^2,$$

$$3x_1 + 4x_2 = 12$$

5.3.

$$F = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2,$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

5.4.

$$F = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 5x_2,$$

$$x_1 + 3x_2 = 6$$

5.5.

$$F = 3x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1 + 1,$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

5.6.

$$F = 2x_1 + 3x_2^2 + x_3^2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

5.7.

$$F = 3x_1^2 + 2x_2^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases}$$

5.8.

$$F = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

5.9.

$$F = 2x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

5.10.

$$F = x_2 - x_1 - 2x_1^2,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 12 \\ -x_1 + 2x_2 = 6 \end{cases}$$

ЗАДАЧА 6

Розв'язати задачу нелінійного програмування графічним методом

6.1.

$$F = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ 10x_1 - x_2 \leq 8 \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.2.

6.3.

$$F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.4.

$$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ x_1x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.5.

$$F = x_1 x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.6.

$$F = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.7.

$$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

6.8.

$$F = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 16 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.9.

$$F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 4 \\ x_1 - 3x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6.10.

$$F = 2x_1 x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$