

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет

МАТЕМАТИКА

Практикум
для іноземних слухачів
підготовчого відділення

Київ 2019

УДК 51:378.+147(076.5)

М 34

Укладач *Т. І. Довгодько* – канд. пед. наук, доц.

Рецензент *В. В. Пахненко* – канд. техн. наук, доц.

Затверджено методично-редакційною радою Національного авіаційного університету (протокол № 4/18 від 13.12.2018 р.).

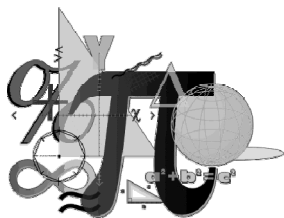
М 34 **Математика:** практикум / уклад. Т. І. Довгодько. – К. : НАУ, 2019. – 64 с.

Практикум містить задачі з математики і вправи різного рівня складності.
Для іноземних слухачів підготовчого відділення.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
I. АРИФМЕТИКА	6
§ 1. Цілі числа. Дії з цілими числами.....	6
§ 2. Ознаки подільності чисел.....	7
§ 3. Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне.....	7
§ 4. Звичайні дроби. Дії над звичайними дробами.....	8
§ 5. Десяткові дроби.....	10
§ 6. Відношення. Пропорції.....	12
§ 7. Відсотки.....	14
II. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ	17
§ 8. Степінь з натуральним і цілим показником.....	17
§ 9. Одночлени. Многочлени.....	19
§ 10. Розкладання многочлена на множники.....	22
§ 11. Алгебраїчні дроби.....	22
§ 12. Корінь n -го степеня.....	24
§ 13. Перетворення ірраціональних виразів.....	26
§ 14. Степінь з дробовим показником.....	28
III. АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ	31
§ 15. Рівняння першого степеня з однією невідомою.....	31
§ 16. Системи лінійних рівнянь.....	33
§ 17. Рівняння з невідомим під знаком модуля.....	35
§ 18. Неповні квадратні рівняння.....	36
§ 19. Повні квадратні рівняння.....	37
§ 20. Теорема Вієта.....	39
§ 21. Розкладання квадратного тричлена на множники.....	39
§ 22. Біквадратні рівняння.....	41
§ 23. Ірраціональні рівняння.....	42
IV. ФУНКЦІЇ. ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ. ГРАФІКИ	45
§ 24. Способи задання функцій. Область визначення і область значень функції. Нулі функції.....	45
V. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ	49
§ 26. Показникова функція.....	49
§ 27. Логарифми та їх властивості.....	50

§ 28. Логарифмічна функція	52
§ 29. Показникові рівняння	52
§ 30. Логарифмічні рівняння	54
VI. ТРИГОНОМЕТРИЯ	55
§ 31. Залежність між тригонометричними функціями одного й того самого кута	55
§ 32. Перетворення тригонометричних виразів	56
§ 33. Тригонометричні рівняння	59
VII. НЕРІВНОСТІ	60
§ 34. Нерівності першого степеня з однією невідомою	60
§ 35. Нерівності другого степеня з однією змінною	61
§ 36. Метод інтервалів	62
§ 37. Показникові нерівності	62
§ 38. Логарифмічні нерівності	63
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	64



ВСТУП

Курс математики на підготовчих факультетах (відділеннях) для іноземних студентів є теоретичним фундаментом природничонаукових, технічних і економічних дисциплін, які вивчаються в університетах України. Важливими, окрім теоретичних знань, є вміння та навички розв'язувати математичні задачі і вправи.

Практикум являє собою збірник математичних вправ і задач, призначений для іноземних слухачів підготовчих факультетів (відділень) інженерно-технічного, економічного та медичного профілів і складених відповідно до навчальних програм з математики та української мови. Його можна рекомендувати як для аудиторних занять, так і для самостійної роботи іноземних слухачів. Мета практикуму – надати їм допомогу в розвитку умінь розв'язувати математичні задачі і вправи шкільного курсу. Робота над виконанням поданих у посібнику вправ дозволить іноземним слухачам систематизувати математичні знання, здобутих на їх батьківщині, нівелювати деякі розбіжності в національних і українських загальноосвітніх програмах з математики; засвоїти математичну термінологію українською мовою та оволодіти науковою математичною лексикою.

Увесь навчальний матеріал практикуму поділено на сім розділів, кожний з яких містить параграфи з великою кількістю вправ різного рівня складності. Спочатку рекомендується виконувати більш легкі завдання, наведені на початку параграфа, а потім (у процесі набуття навичок та вмінь) переходити до більш складних вправ.

Практикум може бути корисним усім, хто бажає повторити основні розділи шкільного курсу математики.

І. АРИФМЕТИКА

§ 1. Цілі числа. Дії з цілими числами

1. Записати і знайти суму чисел:
 - 1) 2 і 56;
 - 2) 3, -8 і 19;
 - 3) -1 , -6 , 0 і 2;
 - 4) 772, 111, 335 і 1000.
2. Записати і знайти добуток чисел:
 - 1) 0 і 1021;
 - 2) 1, -1 і 25;
 - 3) 3, 10, 2 і -4 ;
 - 4) 4, 125, 8 і 10.
3. Записати усі парні числа, що менші ніж 100, але більші ніж 84. Які з них діляться без остачі на 5?
4. Записати усі непарні числа від 120 до 136. Які з них діляться без остачі на 3?
5. Записати частку від ділення:
 - 1) числа 0 на 12;
 - 2) числа 1 на -1 ;
 - 3) числа 15 на 15;
 - 4) числа 1000 на 25.
6. Записати суму числа 8 і частки від ділення числа 125 на число 5.
7. Записати різницю між числом 8 і добутком чисел 3 і 2.
8. Добуток двох чисел дорівнює 28. Один співмножник дорівнює 7. Знайти другий співмножник.
9. Дільник дорівнює 3, частка дорівнює 27. Знайти ділене.
10. Записати суму всіх двозначних цілих чисел, що можна поділити без остачі на 10.
11. Записати за допомогою букв, знаків дій і дужок вирази:
 - 1) добуток суми чисел a і b на число c ;
 - 2) добуток суми чисел a і b на різницю цих чисел;
 - 3) частка від ділення суми чисел m і n на різницю цих чисел;
 - 4) подвоєний добуток чисел a і b ;
 - 5) потроєний добуток чисел x і y ;
 - 6) частка від ділення числа p на подвоєну суму чисел q і r ;
 - 7) добуток подвоєної суми чисел a і b на різницю цих чисел.

12. Виконати дії:

- 1) $35 - 6 \cdot 5 + 20 \cdot 3$;
- 2) $4(3 - 12 \cdot 2) + 15 \cdot 6$;
- 3) $(18 - 3 \cdot 5)4 - 3(25 + 10 : 2)$;
- 4) $1004 : 4 - 251 \cdot 0 + 150 : 50$;
- 5) $(18 - 3 \cdot 6)564 - 365 - 2 \cdot 10$;
- 6) $100 : (25 + 3 \cdot 25 - 90) + 12$.

§ 2. Ознаки подільності чисел

13. Записати окремо числа, що діляться без остачі на 2; 5:
126, 539, 200, 125, 123, 576, 121, 143, 1927, 270, 565, 30271, 50125.

14. Записати окремо числа, що діляться без остачі на 3; 9:
96, 78, 87, 234, 393, 1293, 570, 9810, 24300, 5671, 2006, 20151, 5792.

15. Записати окремо добутки, що діляться без остачі на 2; 5:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $62 \cdot 3 \cdot 17$; | 4) $281 \cdot 32 \cdot 125 \cdot 11$; |
| 2) $13 \cdot 225 \cdot 7$; | 5) $119 \cdot 23 \cdot 15$; |
| 3) $17 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 26$; | 6) $239 \cdot 122 \cdot 97$. |

16. Записати окремо добутки, що діляться без остачі на 3; 9:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $162 \cdot 13 \cdot 710$; | 4) $56 \cdot 11 \cdot 43 \cdot 17$; |
| 2) $31 \cdot 57 \cdot 738$; | 5) $761 \cdot 351 \cdot 25$; |
| 3) $22 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 20$; | 6) $831 \cdot 1561 \cdot 34$. |

§ 3. Найбільший спільний дільник.

Найменше спільне кратне

17. Записати всі прості числа від 1 до 60.

18. Записати всі складені числа від 60 до 90.

19. Записати всі дільники числа:

- 1) 60; 2) 45; 3) 80; 4) 125.

20. Розкласти на прості множники числа:

- | | | |
|---------|---------|----------|
| 1) 52; | 4) 290; | 7) 1080; |
| 2) 78; | 5) 425; | 8) 1176; |
| 3) 105; | 6) 630; | 9) 5400. |

21. Знайти найбільший спільний дільник (НСД) чисел:
1) 12 і 36; 4) 560 і 840; 7) 126, 540 і 630;
2) 28 і 64; 5) 70, 105 і 175; 8) 210, 1260 і 245;
3) 360 і 396; 6) 120, 144, 324; 9) 2120, 3900 і 4500.

22. Написати п'ять чисел, що кратні числу:
1) 3; 3) 5; 5) 10; 7) 25;
2) 4; 4) 8 6) 20; 8) 30.

23. Замінити знак * на цифру, щоб отримати число, кратне числу 3:
1) $5*2$; 3) $56*32$; 5) $997*2$;
2) $71*31$; 4) $18*10$; 6) $100*235$.

24. Знайти найменше спільне кратне (НСК) чисел:
1) 12 і 16; 3) 58 і 145; 5) 84, 98 і 140;
2) 45 і 50; 4) 210 і 350; 6) 108, 216 і 135.

§ 4. Звичайні дроби.

Дії над звичайними дробями

25. Скоротити дробі:

1) $\frac{6}{9}$; 3) $\frac{25}{625}$; 5) $\frac{36}{54}$; 7) $\frac{2700}{4050}$;
2) $\frac{14}{21}$; 4) $\frac{24}{56}$; 6) $\frac{42}{98}$; 8) $\frac{1680}{1890}$.

26. Скоротити дробі:

1) $\frac{7 \cdot 6}{12 \cdot 21}$; 2) $\frac{11 \cdot 25}{15 \cdot 22}$; 3) $\frac{17 \cdot 12 \cdot 56}{51 \cdot 36 \cdot 8}$; 4) $\frac{121 \cdot 19 \cdot 36 \cdot 225}{25 \cdot 11 \cdot 38 \cdot 6}$;
5) $\frac{49 \cdot 77 \cdot 56 \cdot 100}{33 \cdot 70 \cdot 28 \cdot 42}$; 6) $\frac{231 \cdot 177 \cdot 63 \cdot 35}{77 \cdot 59 \cdot 100 \cdot 3}$; 7) $\frac{210 \cdot 85 \cdot 300}{147 \cdot 1000 \cdot 65}$.

27. Записати змішане число як неправильний дріб:

1) $1\frac{2}{3}$; 3) $11\frac{2}{5}$; 5) $20\frac{1}{15}$; 7) $121\frac{1}{2}$;
2) $2\frac{3}{7}$; 4) $7\frac{12}{13}$; 6) $13\frac{5}{12}$; 8) $56\frac{1}{100}$.

28. Записати неправильний дріб як змішане число:

1) $\frac{8}{3}$; 3) $\frac{18}{13}$; 5) $\frac{120}{7}$; 7) $\frac{291}{12}$;

2) $\frac{12}{5}$; 4) $\frac{27}{4}$; 6) $\frac{264}{15}$; 8) $\frac{1002}{81}$.

29. Записати дріб, обернений дробу:

1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{12}{13}$; 3) $\frac{12}{19}$; 4) $\frac{23}{16}$; 5) $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{10}$; 6) $\frac{8}{7} \cdot \frac{16}{21}$; 7) $\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}$.

30. Знайти найменший спільний знаменник дробів:

1) $\frac{11}{18}$; $\frac{7}{24}$ і $\frac{13}{40}$; 2) $\frac{17}{30}$; $\frac{1}{36}$ і $\frac{25}{42}$; 3) $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{4}$ і $\frac{8}{5}$; 4) $\frac{7}{6}$; $\frac{13}{24}$ і $\frac{5}{8}$.

31. Знайти значення виразу:

1) $\left(\frac{51}{60} \cdot \frac{12}{17}\right) : \frac{3}{10}$; 4) $\left(3\frac{1}{12} + 1\frac{5}{12}\right) : 1\frac{1}{2}$;

2) $\left(\frac{12}{95} : \frac{9}{38}\right) \cdot \frac{15}{16}$; 5) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - 1 : 1\frac{1}{9}$;

3) $7\frac{1}{8} : 4\frac{3}{4} \cdot 8$; 6) $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{15}{9} - \frac{10}{6}\right) \cdot 13$.

Відповіді: 1) 2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 12; 4) 3; 5) $\frac{5}{3}$; 6) 0.

32. Виконати дії:

1) $\left(5 + 2\frac{3}{8}\right) \cdot \left(4\frac{1}{6} + 10\right) \cdot \frac{48}{85}$; 2) $\left(5 + 2\frac{3}{8}\right) \cdot \left(4\frac{1}{6} - 3\right) : \frac{49}{16}$;

3) $\frac{5}{22} \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{22} + \frac{3}{11}$; 4) $\frac{9}{56} - \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{1}{2}\right)$;

5) $\left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 - 6\frac{3}{5}\right)$; 6) $1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{4} : \frac{9}{4} \cdot 2\frac{1}{5}$.

Відповіді: 1) 59; 2) $\frac{59}{21}$; 3) $\frac{17}{55}$; 4) $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{1}{7}$; 6) $\frac{11}{7}$.

33. Обчислити:

$$1) \frac{3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{22}{147}}{2 : 3\frac{1}{5} + \left(3\frac{1}{4} : 13\right) : \frac{2}{3} - \left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36}\right) \cdot \frac{18}{65}};$$

$$2) \frac{\left(\left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24}\right) : 1\frac{5}{31} - \frac{3}{52} \left(3\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right)\right) \cdot 1\frac{7}{13}}{\frac{19}{84} : \left(5\frac{13}{42} - 2\frac{13}{28} + \frac{5}{24}\right) + 1\frac{2}{27} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}}.$$

Відповіді: 1) 16; 2) 5.

§ 5. Десяткові дроби

34. Перетворити звичайні дроби в десяткові:

$$1) \frac{2}{5}; 2) \frac{7}{20}; 3) \frac{3}{200}; 4) \frac{321}{400}; 5) \frac{9}{625}; 6) \frac{121}{80}; 7) \frac{18}{50}; 8) \frac{3149}{2500}.$$

35. Виписати звичайні дроби, що є скінченними десятковими:

$$1) \frac{3}{6}; 2) \frac{4}{12}; 3) \frac{25}{15}; 4) \frac{17}{25}; 5) \frac{69}{80}; 6) \frac{11}{30}; 7) \frac{7}{252}; 8) \frac{13}{405}.$$

36. Виконати дії:

$$1) 0,495 \cdot (0,3 : 0,15) + 0,4 : (3,6 : 0,09);$$

$$2) 0,48 + 2 \cdot (3 - 0,6 : (1,5 + 0,35 : (1 - 1,5 \cdot 0,2) + 0,5));$$

$$3) \frac{2 - 0,25 \cdot 0,8}{0,16 \cdot 0,5 + 0,01}; 4) \frac{\left(7,5 + 6\frac{2}{3}\right) \cdot 0,12}{4,5 + \frac{3}{5}};$$

$$5) \left(2,314 - \frac{1}{4}\right) : 0,02 + \left(3\frac{3}{8} + 1,425\right) : 6;$$

$$6) \frac{4\frac{7}{4} : 2 - \left(1 : \frac{1}{25} - 2,5 : \frac{1}{10}\right) \cdot 8\frac{8}{17}}{1\frac{1}{3} : 0,5 + 13\frac{1}{3}} + 6 : 7;$$

$$7) \left(3\frac{3}{5} + 0,25 + 2\frac{3}{4} \right) : \left(28,75 + 92\frac{1}{4} - 15 \right) : 0,0625.$$

Відповіді: 1) 1; 2) 6; 3) 20; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 104; 6) 1; 7) 1.

37. Перетворити звичайний дріб у періодичний десятковий:

$$1) \frac{7}{6}; 2) \frac{25}{12}; 3) \frac{31}{6}; 4) \frac{12}{7}; 5) \frac{21}{9}; 6) \frac{125}{15}; 7) \frac{226}{12}; 8) \frac{144}{11}.$$

38. Перетворити періодичний десятковий дріб у звичайний:

$$1) 0,(4); 2) 0,2(1); 3) 2,(4); 4) 1,12(3); 5) 3,(25); 6) 0,32(41);$$

$$7) 3,2(47); 8) 0,03(56); 9) 10,(125); 10) 4,123(3).$$

39. Обчислити:

$$1) \frac{1}{2} \cdot 0,(3) - 2 \cdot 0,08333\dots; 2) 0,5 + 2,(3) \cdot \frac{9}{7};$$

$$3) -2,75 + 3,(6) \cdot \frac{330}{44} + \frac{123}{27} \cdot 0; 4) 0,1(3) + \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{3}{5} + 29,4 \right).$$

Відповіді: 1) 0; 2) 3,5; 3) 0; 4) $1\frac{2}{15}$

40. Знайти значення виразу:

$$1) \frac{0,8333\dots - 0,4(6)}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{1,125 + 1,75 - 0,41(6)}{0,59};$$

$$2) \frac{\left(\frac{5}{8} + 2,708333\dots \right) : 2,5}{(1,3 + 0,7(6) + 0,(36)) \cdot \frac{110}{401}} \cdot \frac{1}{2};$$

$$3) \frac{\left(2\frac{38}{45} - \frac{1}{15} \right) \div 13\frac{8}{9} + 3\frac{3}{65} \cdot 0,(26)}{(18,5 - 13,777\dots) \cdot \frac{1}{85}} \cdot 0,5;$$

$$4) \frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1666\dots + 0,125}{0,(3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25};$$

$$5) \frac{\left(0,666\dots + \frac{1}{3}\right) : 0,25}{0,12333\dots : 0,0925} + 12,5 \cdot 0,64 ;$$

$$6) \left(16\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{18}{33} + 2,2 \cdot (0,(24) - 0,(09)) + \frac{2}{11}.$$

Відповіді: 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1; 3) 9; 4) 1; 5) 11; 6) 2.

41. Округлити число $\alpha = 1232,67351$ з точністю до:

1) десятих; 2) сотих; 3) тисячних.

42. Округлити число $\alpha = 123,3576$ з точністю до:

1) десятих; 2) сотих; 3) тисячних.

§ 6. Відношення. Пропорції

43. Знайти відношення:

1) 103,5 км до 14 км; 2) 1,5 км до 500 м; 3) 80 см до 5 м;

4) 3 м до 150 см; 5) 72 до 216; 6) $\frac{1}{24}$ до $\frac{1}{6}$ 7) 3,5 до 14;

8) $5\frac{1}{4}$ до $12\frac{16}{17}$; 9) 16 до 15 з точністю до тисячних;

10) 2 до 7 з точністю до сотих;

11) 1,5 до 2,3 з точністю до тисячних;

12) 16 до 17 з точністю до десятих.

44. Замінити відношення дробових чисел відношенням цілих чисел:

$$1) \frac{2}{3} : \frac{3}{5}; \quad 4) \frac{1}{2} : 2,5; \quad 5) \frac{1}{4} : \frac{5}{21} : \frac{7}{18};$$

$$2) \frac{11}{12} : \frac{5}{24}; \quad 5) 3,06 : \frac{4}{7}; \quad 6) 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6} : 1\frac{5}{24};$$

$$3) 4\frac{4}{5} : 3\frac{3}{7}; \quad 6) 6\frac{1}{2} : 5,3; \quad 7) \frac{7}{18} : 2\frac{5}{24} : \frac{7}{72}.$$

45. У скільки разів число a більше ніж b :

1) $a=10, b=4$; 2) $a=12,3, b=3$; 3) $a=\frac{10}{3}, b=\frac{5}{6}$;

4) $a=17\frac{1}{2}, b=5$; 5) $a=2,333\dots, b=\frac{1}{3}$; 6) $a=4,1, b=2\frac{13}{14}$.

46. Яку частину число a складає від числа b :

1) $a=2, b=4$; 2) $a=1,2, b=12$; 3) $a=\frac{2}{3}, b=4$;

4) $a=2\frac{1}{5}, b=11$; 5) $a=0,3, b=3$; 6) $a=10, b=10000$.

47. Чи правильна пропорція:

1) $4:14=14:49$;

4) $2,25:9=0,3:2$;

2) $24:3=36:4$;

5) $10,2:0,66=0,85:0,055$;

3) $4\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}=27:21$;

6) $24\frac{3}{5}:3=\frac{5}{6}:\frac{5}{246}$.

48. Скласти пропорцію з рівності:

1) $15\cdot 42=18\cdot 35$;

4) $25\cdot 0,18=1,5\cdot 3$;

2) $55\cdot 54=45\cdot 66$;

5) $12,5\cdot 4=20\cdot 2,5$;

3) $2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{2}{7}=\frac{5}{7}\cdot \frac{9}{2}$;

6) $2\frac{1}{2}\cdot 0,9=\frac{4}{15}\cdot \frac{135}{16}$.

49. Скласти пропорцію з чисел:

1) 0,4; 0,32; 0,8 и 0,16;

4) 16; 24; 54 і 36;

2) 11; 4; 16 і 44;

5) 14,4; 1,6; 6 і 54;

3) $\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{3}{8}$ і $\frac{3}{10}$;

6) 7,5; $5\frac{1}{4}$; $1\frac{9}{16}$ і 25,2.

50. Розв'язати пропорцію:

1) $1,2:\frac{2}{5}=x:0,5$;

5) $1,8:z=0,9:\frac{1}{5}$;

2) $x:\frac{5}{7}=4,5:1\frac{2}{7}$;

6) $\frac{3}{4}:1,5=\frac{3}{8}:b$;

$$3) \frac{5}{9} : x = \frac{1}{8} : 3\frac{3}{4}; \quad 7) 3,5 : x = 0,8 : 2,4;$$

$$4) 3\frac{1}{2} : 0,4 = x : 1\frac{1}{7}; \quad 8) \frac{1}{6} : 2\frac{1}{3} = 3\frac{1}{4}x : 1,3.$$

51. Знайти x з пропорції:

$$1) \frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{0,016 : 0,12 + 0,7}{x};$$

$$2) \frac{\left(4 - 3,5 \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)\right) : 0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}};$$

$$3) \frac{0,125x}{\left(\frac{19}{24} - \frac{21}{40}\right) \cdot 8\frac{7}{16}} = \frac{\left(1\frac{28}{63} - \frac{17}{21}\right) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02};$$

$$4) \frac{x}{10,5 \cdot 0,24 - 15,15 : 7,5} = \frac{9 \cdot \left(1\frac{11}{20} - 0,945 : 0,9\right)}{1\frac{3}{40} - 4\frac{3}{8} : 7};$$

$$5) \frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 : 14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} : 2\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{1}{5}}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}.$$

Відповіді: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 5; 4) 5; 5) 25.

§ 7. Відсотки

52. Записати відсотки числом:

- 1) 5 %; 2) 20 %; 3) 47 %; 4) 100 %;
5) 7,6 %; 6) 0,37 %; 7) 1 %; 8) 200%.

53. Записати число у відсотках:

1) 0,5; 2) 3,12; 3) 0,06; 4) 1,17; 5) $\frac{3}{10}$; 6) $2\frac{27}{100}$;

7) $\frac{3}{25}$; 8) $2\frac{3}{5}$; 9) 1; 10) 10; 11) 100; 12) $1\frac{2}{3}$.

54. Знайти:

1) 4 % від 50; 4) 32 % від 12,5; 7) 10,5 % від 100;
2) 12 % від 160; 5) 6,25 % від 64; 8) 0,5 % від 1,25;
3) 30 % від 2000; 6) $11\frac{3}{4}\%$ від $5\frac{2}{47}$ 9) 2,12 % від $12\frac{3}{4}$.

55. Знайти число, якщо:

1) 4 % його дорівнюють 75; 2) 15 % його дорівнюють 1,35;
3) 0,8 % його дорівнюють 5; 4) 120 % його дорівнюють 25;
5) $16\frac{2}{3}\%$ його дорівнюють 2,5;
6) 5 % його дорівнюють $\frac{10}{7}$.

56. Знайти x , якщо:

1) $7\% \cdot x = 182$; 2) $60\% \cdot x = 32$; 4) $1\frac{2}{3}\% \cdot x = 4,75$;
5) $7,5\% \cdot x = 3,3$; 6) $2,5\% \cdot x = 0,15$; 7) $11,5\% \cdot x = 0,116$;
8) $120\% \cdot x = 24,4$; 9) $500\% \cdot x = 1550$; 10) $0,17\% \cdot x = 0,51$.

57. Знайти відсоткове відношення чисел:

1) 1 до 4; 2) 3 до 5; 3) 5 до 2; 4) 12,5 до 50; 5) 3,2 до 1,28;
6) 0,35 до $\frac{7}{24}$; 7) 0,(3) до $\frac{2}{9}$; 8) 1,(8) до $\frac{17}{81}$;
9) 2,1(6) до 4,69(4).

58. Знайти число, якщо його 25 % дорівнюють 45 % від числа 640 000.

Відповідь: 1152000.

59. Скільки відсотків число a складає від числа b :

1) $a = 5, b = 10$; 2) $a = 12, b = 24$; 3) $a = 3,5, b = \frac{1}{4}$;

4) $a = 1\frac{3}{5}, b = 5\frac{1}{4}$; 5) $a = \frac{1}{4} + 0,75, b = 15 + 3\frac{3}{4}$.

Розв'язати задачу і обрати правильну відповідь

60. Додатні числа a і b такі, що число a складає 50 % від числа b . Скільки відсотків число b складає від числа a ?

А) 25 %; Б) 50 %; В) 100 %; Г) 200 %.

61. Додатні числа a і b такі, що число a складає 160 % від числа b . Скільки відсотків число b складає від числа a ?

А) 60 %; Б) 80 %; В) 62,5 %; Г) 64,5 %.

62. Ціна книги змінилась з 120 грн до 150 грн. На скільки відсотків збільшилась ціна книги?

А) на 25 %; Б) на 30 %; В) на 20 %; Г) на 24 %.

63. Скільки грамів солі треба додати до 800 г 12-відсоткового розчину солі, щоб отримати 20-відсотковий розчин?

А) 56 г; Б) 60 г; В) 80 г; Г) 64 г.

64. Який відсоток цукру у розчині, якщо 600 г такого розчину містить 27 г цукру?

А) 5 %; Б) 4,5 %; В) 4 %; Г) 3,5 %.

65. Скільки відсотків солі у розчині, якщо 700 г такого розчину містить 112 г солі?

А) 15 %; Б) 16 %; В) 17 %; Г) 18 %.

66. Як зміниться звичайний дріб, якщо його чисельник збільшити на 50 %, а знаменник зменшити на 50 %?

А) не зміниться; В) зменшиться у 4 рази;

Б) збільшиться у 2 рази; Г) збільшиться у 3 рази.

67. Банк сплачує своїм клієнтам 8% річних. Скільки грошей треба покласти у банк, щоб через рік отримати 1200 грн прибутку?

А) 10000 грн; Б) 12000 грн; В) 15000 грн; Г) 18000 грн.

68. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо його сторону збільшити на 10%?

А) на 100 %; Б) на 40 %; В) на 21 %; Г) на 10 %.

69. Організм дорослої людини на 70 % складається з води. Скільки води в організмі людини масою 75 кг?

А) 50 кг; Б) 52,5 кг; В) 46 кг; Г) 38 кг.

70. Студент прочитав 138 сторінок, що складає 23 % від усіх сторінок книги. Скільки сторінок у книзі?

А) 276; Б) 414; В) 600; Г) 230.

71. 80 іноземних студентів підготовчого відділення будуть навчатися в Національному авіаційному університеті. Вони становлять 80 % від кількості всіх студентів підготовчого відділення. Скільки іноземних студентів навчаються на підготовчому відділенні?

А) 95; Б) 100; В) 110; Г) 80.

II. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

§ 8. Степінь з натуральним і цілим показником

72. Прочитати степінь і знайти її значення (усно):

$$4^2, 2^3, 3^4, 1^{10}, (-5)^4, (-10)^3, \left(\frac{1}{6}\right)^2, \left(\frac{7}{8}\right)^0, (1,2)^1, \left(1\frac{1}{2}\right)^4.$$

73. Спростити вираз:

$$1) x^2 \cdot x^5; 2) x^2 \cdot x^5 \cdot x^6; 3) (-a^2)^3; 4) -x^2 \cdot x^3; 5) (a^2 \cdot a^3)^4; \\ 6) ((m^2)^3)^4; 7) (b^6 \div b^4)^3; 8) (z^4)^3 \div (z^2)^4; 9) x^{m+2} \cdot x^{m-1}.$$

74. Знайти значення виразу:

$$1) 2^2 \cdot 2^3; 2) (-3)^2 \cdot (-3)^3; 3) 12^6 \div 12^5; 4) (-1)^6 \cdot (-3)^{-3} \cdot 9^2; \\ 5) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \div (2^2)^3; 6) 64 \div 2^3 \cdot \frac{1}{16}; 7) 2\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2; 8) \left(3\frac{2}{5}\right)^2 \div \left(\frac{17}{5}\right)^3.$$

75. Обчислити:

$$1) \frac{12^5}{2^3 \cdot 4^4}; \quad 3) \frac{2^8 \cdot 7^9}{14^{10}} \cdot \frac{26^5 \cdot 2^{10}}{13^6 \cdot 8^4}; \quad 5) \frac{7^{30} - 7^{29}}{7^{29} - 7^{27}}; \\ 2) \frac{(5^2)^3 \cdot 125}{625}; \quad 4) \frac{10^6}{2^5 \cdot 5^7} \div \frac{12^2}{2^3 \cdot 3^4}; \quad 6) \frac{8^6 \cdot 64^4 \cdot 16^7}{128 \cdot 32^5 \cdot (4^3)^6}.$$

Відповіді: 1) 121,5; 2) 3125; 3) $\frac{2}{91}$; 4) 1,8; 5) $\frac{49}{8}$; 6) 4.

76. Записати дріб як степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{1}{8}, \frac{1}{64}, \frac{16}{25}, \frac{2}{3}$; 2) 0,1; 0,01; 0,000001; 0,125; 0,0081.

77. Обчислити:

1) $(-9)^0$; 2) 3^{-1} ; 3) $(-4)^{-2}$; 4) 1^{-23} ; 5) $(-5)^{-3}$; 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$;

7) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$; 8) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 9) $(0,5)^{-4}$; 10) $(1,333\dots)^{-2}$.

78. Знайти значення виразу:

1) $3^{-3} \cdot 3^7 \cdot 3^{-5}$; 2) $5^{-5} \div 5^{-7}$; 3) $9^{-2} \cdot 27^2$; 4) $16^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-6}$;

5) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \div \left(\frac{5}{4}\right)^7$; 6) $\frac{5^{-2} \cdot 25^4}{625}$; 7) $2^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-10} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$;

8) $\left(2^{-4} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-7} \cdot 16^{-3} \cdot 64^{-1}\right) \div \left(\frac{3^4}{27^{-5}} \cdot \frac{9^2}{81^{-3}}\right)$;

9) $\frac{\frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{(0,5)^{-1} + 5} + \frac{9^{-2} + (0,75)^{-4} \cdot (-0,5)^2 - (2,7)^{-1}}{(0,3)^0 - 12 \cdot 3^{-3}}$.

Відповіді: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 25; 3) 9; 4) 16; 5) $\frac{16}{25}$; 6) 25; 7) 2,5; 8) 1,5; 9) $\frac{16}{9}$.

79. Записати число у стандартному вигляді, назвати його порядок:

1) 384; 2) 12; 3) 0,012; 4) $\frac{1}{2}$; 5) 0,4; 6) 134,5; 7) 1,003; 8) $\frac{125}{1000}$; 9) $\frac{3}{5}$.

80. Число молекул газу в 1 см^3 за температури 0°C і тиску 760 мм рт. ст дорівнює 27 000 000 000 000 000 000. Записати це число в стандартному вигляді.

§ 9. Одночлени. Многочлени

81. Які з наданих виразів є одночленами:

- 1) $\frac{2x^{-2}y}{3}$; 2) $-5abc^3$; 3) $\frac{8mn}{3}$; 4) $\frac{2ad}{b}$; 5) $-3d$;
6) $\left(2 + \frac{3}{2}\right)s^3pt^2$; 7) $\frac{fd}{c}$; 8) $st^3u \cdot 12$; 9) $-\frac{23}{4}$; 10) $-n$.

82. Записати одночлен у стандартному вигляді, назвати його коефіцієнт і степінь:

- 1) $12m^2 \cdot 10n$; 2) $\frac{2}{5}ab \cdot 5a^2b^3$; 3) $x^3 \cdot \frac{3x}{5} \cdot 15xy$; 4) $15m^2n^3mn^2$;
5) $(-3ab) \cdot \left(-\frac{2}{3}ba^3\right) \cdot \frac{2}{5}b$; 6) $abc^2 \cdot 0,1a \cdot \frac{10}{3}bc$.

83. Піднести до степеня одночлен:

- 1) $(3a^3bc^2)^4$; 2) $\left(1\frac{1}{2}m^5n^3\right)^2$; 3) $(0,1x^m y^3 z)^4$; 4) $\left(-\frac{3}{2}a^4bc^5\right)^3$.

84. Спростити вираз:

- 1) $(-6a^3b^2c) \cdot 2a^2bc^2$; 4) $(-5x^{n+1}) \cdot (-2x^3)$;
2) $3a^n \cdot (-5a^2)$; 5) $2,4k^2b^4 \cdot (-0,5k^3)$;
3) $\left(1\frac{1}{4}a^2b^2c^2d\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}a^3bc^3\right)$; 6) $\left(-\frac{2}{3}a^{n-1}b^2\right) \cdot \left(\frac{9}{4}a^{n+1}b^{k-2}\right)$.

85. Поділити:

- 1) $\left(-\frac{2}{5}x^5y^3z^2\right) \div \left(-\frac{1}{2}x^2yz\right)$; 4) $\left(-1\frac{3}{4}a^4b^2c^5\right) \div \left(\frac{4}{7}a^3b^2c\right)$;
2) $\left(\frac{3}{4}a^3b^5c^2\right) \div \left(-1\frac{1}{2}ab^2c\right)$; 5) $\left(\frac{x^8y^{3n}z^{2m}}{5}\right) \div \left(\frac{x^7y^n z^m}{25}\right)$;
3) $0,4m^7n^5k^4 \div (-0,5m^6n^2k^3)$; 6) $1,2x^{n-1}y^5 \div (0,3x^{n+1}y^2)$.

86. Визначити степінь многочлена:

- 1) $3x^2yz^3 + x^5yz^2$; 2) $-5a^2b + 4a$;
3) $2a + 3b + 1$; 4) $2x - 3x^2 + 4$.

87. Помножити одночлен на многочлен:

1) $2xy(2x^2 - 5xy + y^2)$;

2) $-3ax^2(-2a^2x + 5a^2x^2 - 5ax^3 + 3x^4)$;

3) $1\frac{1}{3}ab\left(\frac{3}{4}a^2b - 1\frac{1}{2}ab^2 - \frac{5}{6}b^3\right)$;

4) $(2,25x^2 - 1,5xy + 2,5y^2) \cdot (-2,4xy)$;

5) $-1\frac{1}{2}k^2 \cdot \left(0,5k^2p - 1\frac{1}{4}kp + 0,2p^2\right)$;

6) $(15a^{x+11} - 10a^x) \cdot \frac{x}{5}$;

7) $8d^{n-1} \cdot \left(0,5d^{n+1} - \frac{3}{4}d\right)$;

8) $-6x^m y^m \cdot \left(-0,3x^{2-m} - \frac{1}{2}y^{4-m}\right)$.

88. Розкрити дужки і звести подібні:

1) $(12a - 6x) - (6a - 5x)$; 2) $-(12x^3 + 5xy) + (10xy - x^3)$;

3) $(4a^2 - 2ax - y^2) - (-a^2 + x^2 - 2ax) + (3a^2 - ax + y^2)$;

4) $3a - (2x - (6a - (x - y) + x + (a + 8y - xy)))$.

89. Помножити многочлен на многочлен:

1) $(4x^2 - 1)(x^2 + 3)$; 2) $(5ab^2 + 4b^3)(3ab^3 - 4a^2)$;

3) $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y)$;

4) $(x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + 4y^3)(2x + 3y)$;

5) $\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}z\right)\left(\frac{1}{3}b - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}c\right)$;

6) $(1,44p^2 + 0,6pq + 0,25q^2)(1,2p - 0,5q)$.

90. Виконати дії:

1) $(m^2 - mn) \div m - (n^2 - mn) \div n - (m - n)$;

- 2) $8 \cdot \left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (-15x^2 + 5x) \div (-5x) + (-3x + 2)$;
 3) $4(4t^2 - 4t + 1) \left(0,5t + \frac{1}{4}\right) + (2t^6 - t^5) \div \left(-\frac{1}{4}t^3\right)$;
 4) $\left(\frac{2}{5}(a - 3b)(a + 3b) - \frac{1}{6}(2a - 1,5b)(3a + 6b)\right) \div \frac{1}{4}b$.

Відповіді: 1) $m - n$; 2) $6x - 7$; 3) $1 - 2t$; 4) $-2,4\frac{a^2}{b} - 8,4b - 5a$.

91. Виконати дії за допомогою формул скороченого множення:

- 1) $(2 + a)^2$; 2) $(x - 0,4)^2$; 3) $(5x - 2y)^2$; 4) $(a^2 + 1)^2$;
 5) $(c^3 - 1)^2$; 6) $\left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)^2$; 7) $\left(2\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}y\right)^2$;
 8) $\left(\frac{3}{4}a^2 - 0,5b^3\right)^2$; 9) $(a^n + b^m)^2$; 10) $\left(\frac{1}{2}a^{n-1}b^2 - a^{n+1}\right)^2$;
 11) $(5x^3 - 2y^{n-1})^2$; 12) $(c - 3d)^3$; 13) $(a^2 + b^2)^3$;
 14) $(0,2m - 0,1n)^3$; 15) $(a + 1)(a^2 - a + 1)$;
 16) $(3a - 4)(9a^2 + 12a + 16)$; 17) $(n + 0,5)(n^2 - 0,5n + 0,25)$;
 18) $\left(\frac{a}{2} - 2b\right)\left(\frac{a^2}{4} + ab + 4b^2\right)$; 19) $(2a + 3)(2a - 3)$;
 20) $(6a^3 + 5b^2)(5b^2 - 6a^3)$; 21) $((x - 2)(x + 2))^2$;
 22) $(x + 2)^2 - (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$.

92. Записати тричлен у вигляді квадрата двочлена:

- 1) $x^2 + 2x + 1$; 2) $4a^2 + 4ab + b^2$; 3) $n^2 - 6mn + 9m^2$;
 4) $25y^2 + 20xy + 4x^2$; 5) $a^6 - 26a^3b^2 + 169b^4$;
 6) $\frac{x^2}{36} - \frac{xy}{9} + \frac{y^2}{9}$; 7) $0,64x^2 - 8xy + 25y^2$.

§ 10. Розкладання многочлена на множники

93. Розкласти на множники багаточлен способом групування:

- 1) $5a(x+y) - x - y$; 2) $x(a+y) + ay + y^2$;
3) $x^2 - 2x - xy + 2y$; 4) $ax^2 - cx^2 - cx + ax - a + c$;
5) $2x^3 - 3x^2y - 4x + 6y$;
6) $12a^2y - 6ayc + 3ac^2 - 6a^2yc - c + 2ay$.

94. Розкласти на множники многочлен способом винесення за дужки спільного множника:

- 1) $5x^2 - 10xy + 5y^2$; 2) $x^4 + 3x^3 - x^2$; 3) $3a^2x - 6ax^2 + 9ax$;
4) $x^2(a-2) + y(2-a)$; 5) $(a+x)^3 - a(a+x)^2$;
6) $-16x^2y^3z - 44x^2y^2z^2 + 4x^2yz^3$.

95. Розкласти на множники многочлен за допомогою формул скороченого множення:

- 1) $a^2 - 16$; 2) $9x^2 - 64y^2$; 3) $-4 + 169x^4y^{18}$; 4) $a^9 - 8$;
5) $x^3 + 27$; 6) $343m^6n^9 - 0,027t^3p^{21}$.

96. Розкласти на множники:

- 1) $2a - a^2 - 6b + 9b^2$; 2) $81x^2 - 49x^2y^2 + 144xy + 64y^2$;
3) $a^4 + 4a^2 - 5$; 4) $a^3 - 3a + 2$; 5) $x^8 + x^4 + 1$; 6) $a^4 + a^2 - 2$;
7) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$; 8) $15x^3 + x^2 - 2x$;
9) $y^2 - 10y + 25 - 4x^2$; 10) $49a^2 - 9x^2 + 30xy - 25y^2$.

§ 11. Алгебраїчні дробі

97. За яких значень змінної дріб: а) не існує; б) дорівнює нулю:

- 1) $\frac{x-1}{x}$; 2) $\frac{a+3}{a-3}$; 3) $\frac{25-n}{16-n^2}$; 4) $\frac{16+x^2}{(2-x)(3+x)}$; 5) $\frac{x}{x^2+4}$.

98. Скоротити дріб:

- 1) $\frac{5x - 25x^2}{5x}$; 4) $\frac{10t^2 + 2t}{3 + 15t}$; 7) $\frac{y^3 - 27}{6y - 18}$;

$$2) \frac{2m-14n}{3m-21n}; \quad 5) \frac{z^6-z^4}{z-z^3}; \quad 8) \frac{ax+ay+2x+2y}{a^2-4};$$

$$3) \frac{a^2-36}{4a-24}; \quad 6) \frac{x^2-81}{x^2+18x+81}; \quad 9) \frac{12s^3-12}{6+6s^2+6s}.$$

99. Виконати дії:

$$1) \frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}; \quad 5) \frac{3a^2+3ab+3b^2}{4a+4b} \cdot \frac{2a^2-2b^2}{9a^3-9b^3};$$

$$2) \frac{5-5a}{(1+a)^2} \div \frac{10-10a^2}{3+3a}; \quad 6) \frac{5x^2-10xy+5y^2}{2x^2-2xy+2y^2} \div \frac{8x-8y}{10x^3+10y^3};$$

$$3) \frac{2a+2b}{3a-3b} \div \frac{6a+6b}{5a-5b}; \quad 7) \frac{a^2-5a+6}{a^2+7a+12} \cdot \frac{a^2+3a}{a^2-4a+4};$$

$$4) -\frac{(a+b)}{(b-a)^2} \cdot \frac{3(a-b)^2}{4(a+b)^2}; \quad 8) \frac{x^2+2x-3}{x^2+3x-10} \cdot \frac{x^2+7x+12}{x^2-9x+14}.$$

Відповіді: 1) $\frac{a^2(a-b)}{a+b}$; 2) $\frac{3}{2(1+a)^2}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{-3}{4(a+b)}$;

5) $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{25(x-y)(x+y)}{8}$; 7) $\frac{a(a-3)}{(a+4)(a-2)}$; 8) $\frac{(x-1)(x-7)}{(x+4)(x+5)}$.

100. Спростити вираз:

1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right) \cdot \left(1-\frac{3a^2}{1-a^2}\right)$; 2) $\left(\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{2x-1}{2x+1}\right) \cdot \frac{4x}{10x-5}$;

3) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right) \cdot \frac{4a^2-4}{3}$;

4) $\left(\frac{5a}{a+x}+\frac{5x}{a-x}+\frac{10ax}{a^2-x^2}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+x}+\frac{x}{a-x}-\frac{2ax}{a^2-x^2}\right)$;

5) $\left(\frac{b}{a^2+ab}-\frac{2}{a+b}+\frac{a}{b^2+ab}\right) \cdot \left(\frac{b}{a}-2+\frac{a}{b}\right)$;

6) $\left(\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{xy}+\frac{1}{x^2}\right)$;

7) $\left(\frac{3a}{1-3a}+\frac{2a}{3a+1}\right) \cdot \frac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2}$;

$$8) \left(\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a} \right) : \left(\frac{x+a}{a} - \frac{x-a}{x} \right);$$

$$9) \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) : \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right);$$

$$10) \left[\frac{p^2-q^2}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p^2}{q} - \frac{q^2}{p} \right) \right] : \frac{p-q}{p};$$

$$11) \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+y} \cdot \left(\frac{x+y}{3x} - x - y \right) \right] : \frac{x-y}{x};$$

$$12) \left(\frac{2x^2y + 2xy^2}{7x^3 + x^2y + 7xy^2 + y^3} \cdot \frac{7x+y}{x^2-y^2} + \frac{x-y}{x^2+y^2} \right) \cdot (x^2 - y^2).$$

Відповіді: 1) $\frac{1-a}{1-2a}$; 2) $\frac{10}{2x+1}$; 3) $6\frac{2}{3}$; 4) 5; 5) $\frac{1}{a+b}$; 6) $x+y$;

7) $\frac{1-3a}{2(1+3a)}$; 8) $\frac{ax}{x^2-a^2}$; 9) 1; 10) $\frac{p}{p+q}$; 11) $\frac{2x}{x-y}$; 12) $x+y$.

§ 12. Корінь n -го степеня

101. Які з наданих чисел є ірраціональними:

$$-3; 6; \sqrt{8}; -1\frac{1}{3}; \sqrt[3]{9}; \sqrt{225}; \sqrt[3]{27}; \sqrt[3]{30}?$$

102. За яких значень змінної існує вираз:

$$1) \sqrt{x}; 2) \sqrt{x^2+8}; 3) \sqrt{(x+2)^2}; 4) \sqrt[4]{x+2}; 5) \sqrt[3]{x}?$$

103. Добути корінь:

$$1) \sqrt{25 \cdot 64}; 2) \sqrt[3]{64 \cdot 125}; 3) \sqrt[3]{-100 \cdot 0,27}; 4) \sqrt{75 \cdot 48};$$

$$5) \sqrt[6]{4 \cdot 16}; 6) \sqrt{2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{11}}; 7) \sqrt{\frac{36}{49} \cdot \frac{196}{225}}; 8) \sqrt[3]{25 \cdot 135};$$

$$9) \sqrt[3]{16 \cdot 18 \cdot 27}; 10) \sqrt[3]{2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 25}; 11) \sqrt[6]{17^2 - 15^2};$$

$$12) \sqrt[4]{313^2 - 312^2}; 13) \sqrt{4410000}; 14) \sqrt[3]{343 \cdot 256 \cdot 16}.$$

104. Знайти значення виразу:

- 1) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$; 2) $\sqrt[5]{-2} \cdot \sqrt[5]{16}$; 3) $\sqrt{160} \cdot \sqrt{250}$; 4) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,1}$;
5) $\sqrt{\sqrt{65} + 7} \cdot \sqrt{\sqrt{65} - 7}$; 6) $\sqrt[4]{\sqrt{95} - \sqrt{14}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{95} + \sqrt{14}}$;
7) $\sqrt[5]{2\sqrt{17} + 10} \cdot \sqrt[5]{-2\sqrt{17} + 10}$; 8) $\sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{12 + 4\sqrt{5}}$.

105. Добути корінь з дробу:

- 1) $\sqrt{\frac{49}{64}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; 3) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{-2}{64}}$; 5) $\sqrt[3]{\frac{1}{16}}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$.

106. Обчислити:

- 1) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$; 2) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$; 3) $\sqrt[5]{\sqrt{4}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{256}}$; 4) $\sqrt{\sqrt{12}} \cdot \sqrt[4]{\frac{27}{4}}$;
5) $\sqrt[3]{\sqrt{243}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[3]{9}}$; 6) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{64}}}{\sqrt[6]{2}}$; 7) $\frac{\sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[4]{2^3 \cdot \sqrt[3]{2}}}$; 8) $\frac{\sqrt[9]{16 \cdot \sqrt{4}}}{\sqrt[6]{8 \cdot \sqrt[3]{2}}}$.

107. Привести корені до спільного показника та обчислити:

- 1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{27}$; 2) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{27}$; 3) $\sqrt[4]{32} : \sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[5]{m^4} : \sqrt[15]{m^2}$;
5) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$; 6) $\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{5 + 2\sqrt{6}}$.

108. Винести множник з-під знака кореня:

- 1) $\sqrt{12}$; 2) $\sqrt[3]{54}$; 3) $\sqrt[5]{1215}$; 4) $\sqrt[4]{162}$; 5) $\sqrt[3]{16a^4b^6c^3}$;
6) $\sqrt[5]{m^6n^7}$; 7) $\sqrt{0,72}$; 8) $\frac{3}{14}\sqrt{10\frac{8}{9}}$.

109. Внести множник під знак кореня:

- 1) $5\sqrt{5}$; 2) $3\sqrt[3]{2}$; 3) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{64}$; 4) $-2\sqrt[6]{\frac{1}{32}}$; 5) $10\sqrt[4]{0,24}$;
6) $-3\sqrt[5]{\frac{1}{3}}$; 7) $ab\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$; 8) $x\sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^2}}$; 9) $\frac{a}{b}\sqrt[n+1]{\frac{b^{n+1}}{a^{n+1}}}$.

110. Довести подібність коренів:

- 1) $\sqrt[3]{24}$ і $\sqrt[3]{81}$; 2) $\sqrt{216}$ і $\sqrt{\frac{3}{8}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ і $\sqrt[4]{0,1875}$;

$$4) \sqrt{3} \text{ і } \sqrt{75}; 5) \sqrt[4]{\frac{1}{27}} \text{ і } \sqrt[4]{0,1875}; 6) \sqrt[4]{\frac{1}{125}} \text{ і } \sqrt[4]{\frac{80}{81}}.$$

§ 13. Перетворення ірраціональних виразів

111. Виконати дії та спростити:

$$1) \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{3}; 2) \frac{5+3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}-1}{6};$$

$$3) \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5} - \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{15};$$

$$4) \frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{5}+1}{3} - \frac{\sqrt{6}-3\sqrt{5}-2}{6} - \frac{4\sqrt{6}+5\sqrt{5}-1}{12}.$$

Відповіді: 1) $\frac{7+\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$; 3) $\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$;

4) $\frac{13-3\sqrt{6}-4\sqrt{5}}{24}.$

112. Спростити вираз:

$$1) \sqrt{4-2\sqrt{3}}; 2) \sqrt{6\sqrt{2}+11}; 3) \sqrt{7-2\sqrt{6}}; 4) \sqrt{4\sqrt{3}+7};$$

$$5) \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}; 6) \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}};$$

$$7) \sqrt{12-2\sqrt{11+4\sqrt{7}}}; 8) \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}};$$

$$9) \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}; 10) \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}.$$

Відповіді: 1) $\sqrt{3}-1$; 2) $3+\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{6}-1$; 4) $2+\sqrt{3}$; 5) 2; 6) 2;
7) $\sqrt{7}-1$; 8) 1; 9) 1; 10) 2.

113. Звільнити знаменник дробу від ірраціональності:

$$1) \frac{14}{\sqrt{7}}; 2) \frac{12}{\sqrt[3]{3}}; 3) \frac{40}{\sqrt[3]{10}}; 4) \frac{a}{\sqrt[3]{a}}; 5) \frac{1}{\sqrt{a+b}}; 6) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a-b}};$$

$$7) \frac{2}{2+\sqrt{2}}; 8) \frac{12}{3-\sqrt{3}}; 9) \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}; 10) \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$\begin{aligned}
 &11) \frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}; \quad 12) \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}; \quad 13) \frac{\sqrt{10}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{10}+\sqrt{3}}; \\
 &14) \frac{n}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}; \quad 15) \frac{n}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}; \quad 16) \frac{6}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}}; \quad 17) \frac{1}{\sqrt[3]{2}+1}; \\
 &18) \frac{4}{2-3\sqrt[3]{2}}; \quad 19) \frac{n}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}; \quad 20) \frac{6}{\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{4}}.
 \end{aligned}$$

114. Скоротити дріб:

$$\begin{aligned}
 &1) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}; \quad 3) \frac{\sqrt[3]{x}-9}{\sqrt[6]{x}+3}; \quad 5) \frac{\sqrt[6]{9n}-\sqrt[6]{3n^2}}{\sqrt[3]{n}-\sqrt[3]{3}}; \\
 &2) \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}; \quad 4) \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}-\sqrt{x}}; \quad 6) \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}.
 \end{aligned}$$

115. Спростити вираз:

$$\begin{aligned}
 &1) \left(\frac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1 \right); \\
 &2) \left(\sqrt{a} + \frac{ab^2+c}{\sqrt{ab^2+c}} \right) : (b\sqrt{a} + b\sqrt{ab^2+c}); \\
 &3) \left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}} - \frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}} \right) : \frac{4m\sqrt{m^2-n^2}}{n^2}; \\
 &4) \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}} \right); \\
 &5) \left(\frac{\sqrt[4]{x}+3}{\sqrt[4]{x}-3} + \frac{\sqrt[4]{x}-3}{\sqrt[4]{x}+3} \right) : \frac{27+3\sqrt{x}}{9-\sqrt{x}}; \\
 &6) \frac{5\sqrt[10]{y}}{3+\sqrt[10]{y}} + \frac{\sqrt[10]{y}-6}{3\sqrt[10]{y}+9} : \frac{6\sqrt[10]{y}-\sqrt[5]{y}}{135}; \\
 &7) \left(\frac{8\sqrt[8]{a}}{7+\sqrt[8]{a}} - \frac{15\sqrt[8]{a}}{\sqrt[4]{a}+49+14\sqrt[8]{a}} \right) : \frac{41+8\sqrt[8]{a}}{\sqrt[4]{a}-49} + \frac{7\sqrt[8]{a}-49}{7+\sqrt[8]{a}};
 \end{aligned}$$

$$8) \frac{(a^2 - b^2)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}}.$$

Відповіді: 1) $\sqrt{1-x}$; 2) $\frac{1}{b}$; 3) 1; 4) $\frac{\sqrt{a}}{a}$; 5) $-\frac{2}{3}$; 6) $\frac{5(\sqrt[10]{y}-3)}{\sqrt[10]{y}}$;

7) $\sqrt[8]{a}-7$; 8) $a-b$.

§ 14. Степінь з дробовим показником

116. Записати степінь с дробовим показником у вигляді кореня:

1) $5^{\frac{1}{2}}$; 3) $4^{\frac{1}{3}}$; 5) $(mn)^{\frac{4}{5}}$; 7) $(a+b)^{1,5}$;

2) $3^{\frac{5}{6}}$; 4) $17^{-\frac{2}{3}}$; 6) $mn^{\frac{3}{2}}$; 8) $a^{\frac{2}{5}} - b^{2,5}$.

117. Записати корінь у вигляді степеня з дробовим показником:

1) $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[3]{a^2}$; 3) $\sqrt[5]{7^{-2}}$; 4) $\sqrt[12]{64}$; 5) $\sqrt[4]{(2+x)^3}$.

118. Обчислити:

1) $25^{\frac{1}{2}}$; 4) $32^{\frac{1}{5}}$; 7) $8^{\frac{2}{3}}$; 10) $\left(12\frac{1}{4}\right)^{1,5}$;

2) $8^{\frac{1}{3}}$; 5) $625^{-\frac{1}{4}}$; 8) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$; 11) $0,0004^{-1,5}$;

3) $81^{\frac{3}{4}}$; 6) $64^{\frac{2}{3}}$; 9) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-0,5}$; 12) $(0,008)^{\frac{2}{3}}$.

119. Знайти значення виразу:

1) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}}$; 5) $2^{\frac{5}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{3}}$;

2) $5 \cdot 5^{\frac{3}{4}} \cdot \left(5^{-\frac{9}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$; 6) $(\sqrt[3]{16})^{\frac{9}{2}}$;

3) $3^{0,4} \cdot 9^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{0,7}$; 7) $\left(8 \cdot 2^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} : \sqrt[8]{2}$.

4) $(\sqrt[3]{9})^{\frac{9}{2}}$; 8) $\left(81^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{3}\right) : \left(9^{0,3} \cdot 27^{\frac{1}{6}}\right)$.

120. Обчислити:

$$1) 4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{-\frac{3}{4}} \cdot 32^{-\frac{4}{5}} \cdot 2^3; 2) 27^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} - \frac{2}{3};$$

$$3) 3^{\frac{4}{3}} \cdot 9^2 \cdot 27^{-\frac{5}{6}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} : 81^{\frac{1}{3}}; 4) 5^{\frac{4}{5}} \cdot 125 \cdot 25^{-0,4} \cdot 5^2 : 5^3 \frac{1}{2};$$

$$5) (0,64)^{0,5} \cdot 7^0 \cdot (0,027)^{\frac{2}{3}} : 9^{-0,5} \cdot 16^0 : (0,25)^{-1,5} - \frac{19}{125};$$

$$6) \left((5\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} - 81^{-0,25} \right) \cdot \left((5\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} + 81^{-0,25} \right);$$

$$7) 27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{32}\right)^{-0,6} - (0,01)^{-0,5};$$

$$8) \left(81^{\frac{2}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right) : \left(9^{\frac{3}{10}} \cdot 27^{\frac{1}{6}} \right); 9) \left(27^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{2}{5}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{4}};$$

$$10) \left((0,25)^{-\frac{3}{2}} + 27^{\frac{4}{3}} + \sqrt{1000^{\frac{2}{3}}} - (0,02)^{-1} \right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$11) \left(\frac{9^{\frac{4}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}}{27^{-\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{27^{\frac{5}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{6}{5}} \cdot 81^{\frac{1}{16}}} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$12) \left(\frac{9^{0,8} \cdot 3^{-0,6}}{27^{\frac{4}{3}} \cdot 81^{-\frac{3}{4}}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^{1,7} \cdot 8^{0,1}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{-\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Відповіді: 1) 1; 2) $53\frac{1}{3}$; 3) 1; 4) 1; 5) $-0,125$; 6) $-\frac{16}{225}$; 7) 7; 8) 3;

9) 6; 10) $\frac{1}{7}$; 11) $\frac{1}{9}$; 12) 4.

121. Розкласти на множники:

- 1) $(ax)^{\frac{1}{3}} + (ay)^{\frac{1}{3}}$; 4) $24^{\frac{1}{2}} + 12^{0.5}$;
2) $m - m^{\frac{1}{2}}$; 5) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} + x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$;
3) $2 + 2^{\frac{1}{2}}$; 6) $25 \cdot 2^{\frac{1}{4}} + 2 \cdot 5^{0.5}$.

122. Скоротити дріб:

- 1) $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} + b^{\frac{1}{2}}}$; 4) $\frac{m^{\frac{5}{8}} + 5m^{\frac{1}{4}}}{m - 25m^{\frac{1}{4}}}$;
2) $\frac{x^{0.5} - 3}{x - 9}$; 5) $\frac{c + c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + d}{c^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}}$;
3) $\frac{z-8}{\frac{2}{z^3} + 2z^{\frac{1}{3}} + 4}$; 6) $\frac{14^{\frac{1}{5}} + 2^{\frac{1}{5}}}{28^{\frac{1}{5}} + 4^{\frac{1}{5}}}$.

123. Виконати дії:

- 1) $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^2$; 2) $\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right)^2$; 3) $\left(m^{-\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{3}}\right)^2$; 4) $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)^2$;
5) $\left(2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}}\right)$; 6) $\left(a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + 3b^{-1}\right)$;
7) $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{7}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{12}}\right)$; 8) $\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}\right)$.

124. Спростити вираз:

- 1) $\frac{x + x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{1}{10}}y^{\frac{1}{10}} + 4x^{\frac{1}{5}}} \cdot \frac{16x^{\frac{1}{5}} + 8x^{\frac{1}{10}}y^{\frac{1}{10}} + y^{\frac{1}{5}}}{xy^{\frac{1}{5}} - x^{\frac{1}{5}}y}$;

$$2) \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{2b}{b-a} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}; \quad 3) \frac{t^{\frac{1}{6}} - 1}{2t^{\frac{1}{6}} - 6} - \frac{1}{t^{\frac{1}{6}}} - \frac{3(t^{\frac{1}{6}} - 1)}{2t^{\frac{1}{3}} - 6t^{\frac{1}{6}}};$$

$$4) \frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}; \quad 5) \frac{m-n}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}} - \frac{m^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}}{m-n};$$

$$6) \frac{x-1}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+1}{x^{1,5}-1} + \frac{2}{x^{-0,5}};$$

$$7) \left(\frac{9m^{\frac{1}{8}}}{m^{\frac{1}{8}} - 8} + \frac{7m^{\frac{1}{8}}}{m^{\frac{1}{4}} - 16m^{\frac{1}{8}} + 64} \right) : \frac{9m^{\frac{1}{8}} - 65}{m^{\frac{1}{4}} - 64} - \frac{8m^{\frac{1}{8}} + 64}{m^{\frac{1}{8}} - 8};$$

$$8) \left(\frac{3z^{\frac{1}{10}}}{z^{\frac{1}{10}} + 5} - \frac{8z^{\frac{1}{10}}}{25 + 10z^{\frac{1}{10}} + z^{\frac{1}{5}}} \right) : \frac{3z^{\frac{1}{10}} + 7}{z^{\frac{1}{5}} - 25} + \frac{5z^{\frac{1}{10}} - 25}{z^{\frac{1}{10}} + 5}.$$

Відповіді: 1) $\frac{1}{y^{\frac{1}{5}} \cdot (x^{\frac{2}{5}} - y^{\frac{2}{5}})}$; 2) 1; 3) $(t^{\frac{1}{6}} - 3) \div (2t^{\frac{1}{6}})$; 4) $(ab)^{\frac{1}{3}}$;

5) $(mn)^{\frac{1}{2}}$; 6) $x+1$; 7) $m^{\frac{1}{8}} + 8$; 8) $z^{\frac{1}{10}} - 5$.

III. АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

§ 15. Рівняння першого степеня з однією невідомою

Розв'язати рівняння:

125.

1) $8x - 2 = 3x + 3$;

3) $7x + 31 = 2x - 19$;

2) $x + 3 = 10x - 3$;

4) $5z - 9 = 7z - 13$.

126.

1) $11x - 8 = 5x + 4$;

3) $19 - x = 100 - 10x$;

2) $20 - 2x = x - 1$;

4) $9x - 5 = 5 - 9x$.

127.

$$1) \frac{1}{2} + 2x - \frac{3}{5}x = 2 + \frac{3}{2}x - \frac{2x}{5};$$

$$2) 9 + x + 1\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}x + 4 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{5} - \frac{6}{5}x;$$

$$3) 2\frac{1}{3}x + 1 - \frac{7x}{2} = x - 5\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{5}x;$$

$$4) 1\frac{1}{5}x + 2\frac{1}{2}x = -\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}.$$

Відповіді: 1) 5; 2) $-2\frac{2}{11}$; 3) 30; 4) $-\frac{11}{36}$.

128.

$$1) 3 + 2,25x + 2,6 = 0,4x + 5 + 2x;$$

$$2) 0,75x - 2x = 9 + 0,6x - 0,5x;$$

$$3) 5,76 + 4,8x - 0,05x = 6,99x - 1,995x + 5,13;$$

$$4) 5x + 3,48 - 2,35x = 5,381 - 2,9x + 10,42.$$

Відповіді: 1) 4; 2) $-6\frac{2}{3}$; 3) $2\frac{4}{7}$; 4) 2,22.

129.

$$1) 10x + 2(7x - 2) = 5(4x + 3) + 3x;$$

$$2) 12y - 7(y + 4) = 26 - 4y;$$

$$3) 8(3u - 2) - 13u = 5(12 - 3u) + 7u;$$

$$4) 4z - 3(20 - z) = 6z - 7(11 - z);$$

$$5) 13t - 8(3t - 2) = -7t - 5(12 - 3t);$$

$$6) 2(2x + 3) = 8(1 - x) - 5(x - 2);$$

$$7) 17(2 - 3v) - 5(v + 12) = 8(1 - 7v);$$

$$8) 7(2x - 1) - 6(11 - x) = 3(x + 4).$$

Відповіді: 1) 19; 2) 6; 3) 4; 4) $2\frac{5}{6}$; 5) 4; 6) $\frac{12}{17}$; 7) \emptyset ; 8) 5.

130.

$$1) (x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 4)^2;$$

- 2) $(x-5)^2 = (x+5)(x+2) - 3(4x-3)$;
 3) $4(x-2) - (2x-5)(x-3) = 12 - 2(x-1)^2$;
 4) $(6x-3)(2x+1) + (3x-1)^2 - 5(2x+1)^2 = (1-x)^2$.

Відповіді: 1) 8; 2) 1,2; 3) 3; 4) $-\frac{1}{3}$.

131.

- 1) $5(x-1)^2 - 2(x+3)^2 = 3(x+2)^2 - 7(6x-1)$;
 2) $2(3x-72,5) + (x-6)^2 = 2x^2 + (x+5)^2 - 2(x+7)^2$;
 3) $(x-4)^3 + 3(x+1)^2 = (x-3)^3 + 101$;
 4) $(x+1)^3 - (x-1)^3 = 6(x^2 + x + 1)$.

Відповіді: 1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) $-\frac{2}{3}$.

132.

- 1) $\frac{2x}{3} + \frac{5x}{2} = 19$; 5) $\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$;
 2) $\frac{4x}{9} - \frac{5x}{12} = 1$; 6) $\frac{5-t}{8} = \frac{18-5t}{12}$;
 3) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} = 13$; 7) $\frac{1-9z}{5} = \frac{3z+19}{8}$;
 4) $\frac{x-3}{3} = 4$; 8) $\frac{4y+33}{21} = \frac{y+17}{14}$.

Відповіді: 1) 6; 2) 36; 3) 9; 4) 15; 5) 10; 6) 3; 7) -1; 8) -3.

§ 16. Системи лінійних рівнянь

133. Розв'язати систему рівнянь способом підстановки:

- 1) $\begin{cases} x = 2 + y, \\ 3x - 2y = 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 3 + 2y, \\ 5x + y = 4; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 5x - 4y = 8; \end{cases}$
 4) $\begin{cases} y = 2 - 4x, \\ 8x + 3y = 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 3; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2y = 23; \end{cases}$

$$7) \begin{cases} 2x + 5y = 15, \\ 3x + 8y = -1; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 4x - 5y = 3; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{3y}{4} = 18, \\ \frac{7x}{3} - \frac{5y}{8} = 16; \end{cases} \quad 10) \begin{cases} \frac{y+x}{3} = 2y - 5, \\ 3y - \frac{y-x}{5} = 16; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} \frac{1-3y}{3} - \frac{1-2x}{2} = \frac{5}{6}, \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 4; \end{cases} \quad 12) \begin{cases} \frac{x+3}{4} + 4 = \frac{y+1}{3}, \\ \frac{y-1}{4} - 2 = \frac{x+1}{3}. \end{cases}$$

Відповіді: 1) (5;3); 2) (1;-1); 3) (4;3); 4) (0,25;1); 5) (3;4); 6) (3;4); 7) (125;-47); 8) (7;5); 9) (9;8); 10) (10;5); 11) (4;3); 12) (5;17).

134. Розв'язати систему рівнянь способом алгебраїчного додавання:

$$1) \begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 9; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 5y = 7, \\ x - 3y = -1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x + 3y = -1, \\ x - 3y = 4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + 5y = 25, \\ 4x + 3y = 15; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 6x - 7y = 40, \\ -2x + 5y = -8; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 7x - 3y = 15, \\ 5x + 6y = 27; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 12x + 16y = -1, \\ 3x + 4y + 2 = 0; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 3(x - 5y) - 1 = 6 - 2x, \\ 3(x - y) - 7y + 4 = 0; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 5(3x + y) - 8(x - 6y) = 200, \\ 20(2x - 3y) - 13(x - y) = 520; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2(3x - 2y) + 1 = 7x, \\ 12(y + x) - 15 = 7x + 12y; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3(x + y) - 7 = 12x + y, \\ 6(y - 2x) - 1 + 45x = 0. \end{cases}$$

Відповіді: 1) (4;3); 2) (2;1); 3) $(\frac{1}{2}; -1\frac{1}{6})$; 4) (0;5); 5) (9;2);
 6) (3;2); 7) немає розв'язків; 8) (4,4;1,72); 9) (21;1); 10) (3;-0,5);
 11) $(-\frac{1}{3}; 2)$.

135. Розв'язати систему рівнянь способом визначників:

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{cases} 3x + 5y = 4, \\ 7x - 3y = 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7x - 3y = 15, \\ 5x + 6y = 27; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 15x + 23y + 10 = 0, \\ 3x + 4y + 2 = 0; \end{cases} \\
 4) \begin{cases} x + y + z = 6, \\ x + y = 5, \\ y + z = 0; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 2x + y - 4z = 7, \\ 3x - 2y + 2z = 22, \\ x - 3y + 3z = 12; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x - 4y - z = 9, \\ 3x + y - 2z = 8, \\ 4x + y + z = 0; \end{cases} \\
 7) \begin{cases} x + y + z = 3, \\ x + 2y - z = 2, \\ x - y + 7z = 3; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y + z = 2, \\ -x + y + z = 4; \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 3x - y + 2z = 1, \\ x + 2y + z = 4, \\ 2x + y + z = 2. \end{cases}
 \end{array}$$

Відповіді: 1) (0,5;0,5); 2) (3;2); 3) $(-\frac{2}{3}; 0)$; 4) (5;0;1); 5) (6;-1;1);
 6) (1;-1;3); 7) (7;-3;-1); 8) (1;2;3); 9) $(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{9}{4})$.

§ 17. Рівняння з невідомим під знаком модуля

Розв'язати рівняння:

136.

$$\begin{array}{ll}
 1) |x+1|=2; & 4) |2x-3|+6=4; \\
 2) 5|x-3|=15; & 5) |x|-|x+6|=6; \\
 3) |x-3|-x=4; & 6) |2x-3|-|x+2|=4x+5.
 \end{array}$$

Відповіді: 1) -3; 1; 2) 0; 6; 3) -0,5; 4) \emptyset ; 5) $(-\infty; -6]$.

137.

$$\begin{array}{ll}
 1) |x+5|=10-x; & 4) |x+3|+|2x-1|=8;
 \end{array}$$

$$2) |3x+1|+x=9; \quad 5) |x+3|+|5-2x|=2-3x;$$

$$3) |x-3|+2|x+1|=4; \quad 6) |5-x|+|x-1|=10.$$

Відповіді: 1) 2,5; 2) -5; 2; 3) -1; 4) $-\frac{10}{3}$; 2; 6) -2; 8.

§ 18. Неповні квадратні рівняння

Розв'язати рівняння:

138.

$$1) x^2 + 12x = 0; \quad 4) 9x^2 + 361 = 0; \quad 7) 4,3 - 6y^2 = 2,8;$$

$$2) 6x^2 - 216 = 0; \quad 5) 67 - 6z^2 = 43; \quad 8) 79x - 7x^2 = 16;$$

$$3) 5x^2 + 30x = 0; \quad 6) \frac{9}{4} - \frac{2}{9}x^2 = 2\frac{1}{8}; \quad 9) 7\frac{1}{4} - \frac{3}{5}y^2 = 3\frac{1}{2}.$$

139.

$$1) 4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x; \quad 3) -5x + 12x^2 = 7x + 9x^2;$$

$$2) 5x^2 - 13x = 7x^2 - 8x; \quad 4) 8,5x - 2x^2 = 3x^2 + 3,5x.$$

140.

$$1) x(x-15) = 3(108-5x);$$

$$2) 2(17-2x) - 62 = 47 - x(3x+4);$$

$$3) (x-7)(x+3) + (x-1)(x+5) = 102;$$

$$4) 10(x-2) - (5x-1)(1+5x) = -19.$$

141.

$$1) \frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} = 3; \quad 5) \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} = 2\frac{2}{3};$$

$$2) \frac{74-x^2}{12} + \frac{3x^2-11}{8} = 10; \quad 6) \frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9};$$

$$3) \frac{9x^2-5}{4} + \frac{8x^2-3}{5} = 2; \quad 7) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3};$$

$$4) 3\frac{5}{9} + \frac{20-x^2}{18} = \frac{13x^2-4}{12}; \quad 8) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}.$$

§ 19. Повні квадратні рівняння

Розв'язати рівняння:

142.

1) $10x^2 - 3x - 1 = 0$;

4) $3x^2 + 2x - 8 = 0$;

2) $3x^2 + 11x + 6 = 0$;

5) $25x^2 + 60x + 36 = 0$;

3) $4x^2 - 17x - 15 = 0$;

6) $5x^2 - 8x + 3 = 0$.

Відповіді: 1) $-0,2; 0,5$; 2) $-3; -\frac{2}{3}$; 3) $-0,75; 5$; 4) $-2; \frac{4}{3}$;

5) $-1,2$; 6) $0,6; 1$.

143.

1) $(3x-1)(x+2) = 20$;

2) $(x-4)(4x-3) = -3$;

3) $(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24$;

4) $(x+5)^2 + (x-2)^2 - (x-7)(x+7) = 11x + 20$.

Відповіді: 3) $8; -3$; 4) \emptyset .

144.

1) $\sqrt{2}z^2 + 4\sqrt{3}z - 2\sqrt{2} = 0$;

3) $\frac{x\sqrt{5}}{2x-\sqrt{5}} = \frac{2x}{x\sqrt{5}-3}$;

2) $y^2 + 2(\sqrt{3}+1)y + 2\sqrt{3} = 0$;

4) $\frac{2x}{\sqrt{3}-5} = \frac{x\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}$.

Відповіді: 1) $\sqrt{2}(-\sqrt{3} \pm 2)$; 2) $-3 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3}$; 3) $\sqrt{5}; 0$.

145.

1) $\frac{3x-7}{x+5} = \frac{x-3}{x+2}$;

4) $\frac{3x+1}{x+2} = \frac{5x+3}{x+5}$;

2) $\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3x+3}{7-x}$;

5) $\frac{4-x}{4x-3} = \frac{2x-2}{7-x}$;

3) $\frac{15-4x}{3x+1} = \frac{5-x}{2x-1}$;

6) $\frac{x-6}{x-12} = \frac{5}{6} + \frac{x-12}{x-6}$.

Відповіді: 1) $1; 0,5$; 2) $2; -\frac{11}{7}$; 3) 2 ; 4) $1; 0,5$; 5) $2; -\frac{11}{7}$; 6) $8,4; 24$.

146.

$$1) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12};$$

$$2) \frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-1} = \frac{1}{x-4} - \frac{2}{x-3};$$

$$3) \frac{1}{x-9} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x+18} + \frac{1}{x-10};$$

$$4) \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-7}.$$

Βιθνοβιθι: 1) $\frac{2}{3}$; -3; 2) 2,5; 5; 3) 12; 8,25; 4) 10; 5,2.

147.

$$1) \frac{13-x}{3+x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{3}{x+3} - \frac{2}{3-x};$$

$$2) -\frac{3-2x}{5-x} + 1 = \frac{3}{3-x} - \frac{3+x}{x+1};$$

$$3) \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0;$$

$$4) \frac{1}{4x+8} = \frac{20x+1}{4x^2-16} - \frac{7-5x}{x^2-4x+4};$$

$$5) \frac{x+36}{x^3-1} = \frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2-x+16}{x^2+x+1};$$

$$6) \frac{1}{x^3-x^2+x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{x^2+10x}{x^4-1} - \frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1};$$

$$7) \frac{5}{x^2-4} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-3x+2} - \frac{20}{x^2+3x+2};$$

$$8) \frac{1}{x^3+8x^2+32x+64} - \frac{9x}{x^3-64} + \frac{6}{x^2-16} = 0.$$

Βιθνοβιθι: 1) 5;6; 2) 2; -9;3) 3; 5) $-\frac{7}{9}$;2; 6) 4; 7) 1,4;3;8) $-\frac{23}{3}$.

§ 20. Теорема Вієта

148. Скласти зведене квадратне рівняння з коренями x_1 і x_2 :

- 1) $x_1 = 3$ і $x_2 = 1$; 5) $x_1 = 4 - \sqrt{3}$ і $x_2 = 4 + \sqrt{3}$;
2) $x_1 = -4$ і $x_2 = -5$; 6) $x_1 = a + b$ і $x_2 = a - b$;
3) $x_1 = -8$ і $x_2 = 11$; 7) $x_1 = 2a - b$ і $x_2 = a - 2b$;
4) $x_1 = \sqrt{2}$ и $x_2 = \sqrt{3}$; 8) $x_1 = \frac{a-b}{a+b}$ и $x_2 = 1$.

149. Розв'язати рівняння за допомогою теореми Вієта:

- 1) $x^2 + 2x - 15 = 0$; 4) $x^2 + 11x + 28 = 0$;
2) $x^2 + 7x + 10 = 0$; 5) $x^2 + 7x + 12 = 0$;
3) $x^2 - 2x - 15 = 0$; 6) $x^2 - 3x - 28 = 0$.

150. Рівняння $x^2 + 2x + m = 0$ має корені x_1 і x_2 . За якого значення m :

- 1) різниця коренів рівняння дорівнює 6?
2) сума квадратів коренів рівняння буде дорівнювати 34?
3) різниця квадратів коренів рівняння буде дорівнювати 30?
4) один з коренів рівняння буде у два рази більшим від другого кореня?

151. Не розв'язуючи рівняння $x^2 - 2x - 5 = 0$, обчислити:

- 1) суму квадратів його коренів;
2) різницю квадратів його коренів;
3) суму кубів його коренів;
4) різницю кубів його коренів.

152. Числа x_1 і x_2 – корені квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$. Виразити через p і q :

- 1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^3 - x_2^3$; 3) $x_1^2 - x_2^2$; 4) $x_1^3 + x_2^3$.

21. Розкладання квадратного тричлена на множники

Розкласти на множники такі тричлени:

153.

- 1) $x^2 - 4x - 60$; 3) $x^2 - 4x + 3$;
2) $x^2 - 10x + 9$; 4) $x^2 - 2x - 35$.

154.

- 1) $z^2 - z - 56$; 3) $5x^2 + 17x - 126$;
2) $u^2 - u - 12$; 4) $3x^2 + x - 4$.

155.

- 1) $x^2 - mx - 6m^2$; 3) $5x^2 - 4 + x$;
2) $x^2 + ax - 2a^2$; 4) $2x^2 - 3 - x$.

156.

- 1) $4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4$;
2) $4x^2 - 20ax + 9a^2$;
3) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab$;
4) $(a^2 - b^2)x^2 - 4abx - (a^2 - b^2)$.

157. Скоротити дріб:

- 1) $\frac{a^2 + 6a - 91}{a^2 + 8a - 105}$; 5) $\frac{4x^2 - 13x + 3}{x^2 - 7x + 12}$;
2) $\frac{2a^2 + 8a - 90}{3a^2 + 36a + 105}$; 6) $\frac{2x^2 - 7x + 6}{3x^2 + 3x - 6}$;
3) $\frac{a^2 - 9ab + 14b^2}{a^2 - ab - 2b^2}$; 7) $\frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 - 13x + 36}$;
4) $\frac{2a^2 - ab - 3b^2}{2a^2 - 5ab + 3b^2}$; 8) $\frac{x^2 + 16 - 17x}{49 - 50x + x^2}$.

158. Скоротити дріб:

- 1) $\frac{a^2 - 5a - 24}{a^2 + 2a - 3}$; 3) $\frac{2b^2 - 4b - 6}{3b^2 - 12b + 9}$;
2) $\frac{3x^2 + 10 - 11x}{(5-x)^2 - 8x^3}$; 4) $\frac{27x^2 - 6x - 1}{27x^3 + 21x^2 - 7x - 1}$.

§ 22. Біквдратні рівняння

Розв'язати рівняння:

159.

$$\begin{array}{ll} 1) x^4 - 10x^2 + 9 = 0; & 3) x^4 + x^2 - 30 = 0; \\ 2) x^4 - 5x^2 + 6 = 0; & 4) x^4 - 29x^2 + 100 = 0. \end{array}$$

Відповіді: 1) ± 1 ; ± 3 ; 2) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\sqrt{3}$; 3) $\pm\sqrt{5}$; 4) ± 2 ; ± 5 .

160.

$$\begin{array}{ll} 1) x^4 - 17x^2 + 16 = 0; & 3) x^4 - 48x^2 - 49 = 0; \\ 2) x^4 - 50x^2 + 49 = 0; & 4) x^4 - 5x^2 - 36 = 0. \end{array}$$

Відповіді: 1) ± 1 і ± 4 ; 2) ± 1 і ± 7 ; 3) ± 7 ; 4) ± 3 .

161.

$$\begin{array}{ll} 1) 3x^4 - 28x^2 + 9 = 0; & 3) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0; \\ 2) 2x^4 - 19x^2 + 9 = 0; & 4) 3x^4 - 7x^2 + 2 = 0. \end{array}$$

Відповіді: 1) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$; ± 3 ; 2) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; ± 3 ; 3) $\pm 0,5$; ± 1 ; 4) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\pm\sqrt{2}$.

162. Розв'язати рівняння відносно x :

$$\begin{array}{l} 1) a^2b^2x^4 - b^4x^2 = a^4x^2 - a^2b^2; \\ 2) x^4 - 25x^2 + 25m^2 = m^2x^2; \\ 3) 4x^4 + a^2 = x^2 + 4a^2x^2; \\ 4) x^4 + 9n^2 = n^2x^2 + 9x^2. \end{array}$$

Відповіді: 1) $\pm\frac{a}{b}$; $\pm\frac{b}{a}$; 2) ± 5 ; $\pm m$; 3) $\pm a$; $\pm\frac{1}{2}$; 4) ± 3 ; $\pm n$.

163. Розв'язати рівняння способом заміни змінної:

$$\begin{array}{l} 1) (x^2 - 5x)^2 - 30(x^2 - 5x) - 216 = 0; \\ 2) \frac{3x}{x^2 + x - 5} + \frac{x^2 + x - 5}{x} = 4; \\ 3) \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = -2,5; \\ 4) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4,5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0; \end{array}$$

$$5) (x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 = 55;$$

$$6) x^4 + 10x^2(x+5) - 11(x+5)^2 = 0;$$

$$7) (x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680;$$

$$8) 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9;$$

$$9) x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40.$$

Відповіді: 1) $-4; 2; 3; 9$; 2) $\pm\sqrt{5}; 1 \pm \sqrt{6}$; 4) $1; 2; \frac{1}{2}$; 5) $-4; 2$;

6) $\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$; 7) $-1; 12$; 8) $2; \frac{1}{2}$; 9) $1 \pm \sqrt{19}$.

§ 23. Ірраціональні рівняння

Розв'язати рівняння:

164.

$$1) \sqrt{x} = 10; \quad 3) \sqrt[3]{x+2} = 3; \quad 5) \sqrt[4]{x+1} = -3;$$

$$2) \sqrt{x-2} = 4; \quad 4) \sqrt[4]{x-3} = 2; \quad 6) \sqrt{x} = 2-x.$$

Відповіді: 1) 100; 2) 18; 3) 25; 4) 19; 5) $x \in \emptyset$; 6) 1.

165.

$$1) \sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1;$$

$$2) \sqrt{x-1} + \sqrt{x+5} = 2;$$

$$3) \sqrt[3]{2x+7} = \sqrt[3]{3x-3};$$

$$4) \sqrt[3]{25 + \sqrt{x-4}} = 2;$$

$$5) \sqrt[3]{x+2} = 3\sqrt[3]{x-1};$$

$$6) (x-3)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 2x - 6.$$

Відповіді: 1) $-\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 10; 4) 3; 5) $\frac{29}{28}$; 6) 0; 3; 5.

166.

$$1) \sqrt{2x-3} - \sqrt{x+3} = 0; \quad 4) \sqrt{x-6} = \sqrt{4-x};$$

$$2) \sqrt{x+1} = x-1; \quad 5) \sqrt{x} = \sqrt{x^2-2};$$

$$3) \sqrt{x^2+x-1} = \sqrt{x}; \quad 6) \sqrt{x+4} = \sqrt{x^2+5x-1}.$$

Відповіді: 1) 6; 2) 3; 3) 1; 4) $x \in \emptyset$; 5) 2; 6) 1.

167.

$$1) \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8; \quad 4) \sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0;$$

$$2) \sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2; \quad 5) \sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2;$$

$$3) \sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0; \quad 6) \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6.$$

Відповіді: 1) 10; 2) 34; 2; 3) 9; 4) 1; 5) -1; 3; 6) -1.

168.

$$1) \sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = \sqrt{3x+19};$$

$$2) \sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12};$$

$$3) \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x+4} - \sqrt{4x-3};$$

$$4) \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12} - \sqrt{x+1}.$$

Відповіді: 1) 2; 2) 8; 7; 3) 1; 4) -1.

Розв'язати рівняння способом заміни змінної:

169.

$$1) 2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 3 = 0; \text{ (виконати заміну } \sqrt[3]{x} = t)$$

$$2) \sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt[4]{x-3};$$

$$3) \sqrt{x^3+8} + \sqrt[4]{x^3+8} = 6;$$

$$4) \sqrt{x-2} + 2\sqrt[4]{x-2} = 3;$$

$$5) 2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 18 = 0;$$

$$6) 3\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[8]{x+1} = 4.$$

Відповіді: 1) 1; $-\frac{27}{8}$; 2) 19; 84; 3) 2; 4) 3; 5) 64; 6) 0.

170.

$$1) x^2 + \sqrt{x^2-9} = 21;$$

Указівка. $(x^2 - 9) + \sqrt{x^2 - 9} - 12 = 0$, заміна $\sqrt{x^2 - 9} = t, t > 0$.

$$2) 3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2;$$

Указівка.

$$3x^2 + 15x + 3 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2,$$

заміна $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = y, y > 0$.

$$3) \sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 - 3x = 7;$$

$$4) 2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3 = 0;$$

$$5) x^2 + \sqrt{x^2 + 20} = 22;$$

$$6) x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}.$$

Відповіді: 1) $\pm 3\sqrt{2}$; 2) $-5; 0$; 3) -1 ; 4) $-\frac{9}{2}; 3$; 5) ± 4 ; 6) $-2; 6$.

171.

$$1) \sqrt[5]{(5x+2)^2} - \frac{16}{\sqrt[5]{(5x+2)^2}} = 6;$$

$$2) \frac{4}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x+3}}{5} = 2;$$

$$3) \sqrt[7]{\frac{5-x}{x+3}} + \sqrt[7]{\frac{x+3}{5-x}} = 2;$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} + \sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}} = 2,5;$$

$$5) \sqrt{\frac{x+3}{2x-1}} - \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} = \frac{5}{2};$$

$$6) \sqrt{\frac{2x}{x+1}} - \sqrt{\frac{2(x+1)}{x}} = 1.$$

Відповіді: 1) $-\frac{2}{5}(\sqrt[3]{4}+1)$; 6) 2) 8; 27; 3) 1; 4) $-\frac{1}{511}$; 2.

172. Розв'язати рівняння за допомогою формул:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$

1) $\sqrt[3]{8x+4} - \sqrt[3]{8x-4} = 2;$

2) $\sqrt[3]{2+11x} + \sqrt[3]{2-11x} = 4;$

3) $\sqrt[3]{3+2x} - \sqrt[3]{2x+1} = 2;$

4) $\sqrt[3]{76+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{76-\sqrt{x}} = 8;$

5) $\sqrt[3]{5x+7} - \sqrt[3]{5x-12} = 1;$

6) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2.$

Відповіді: 1) $\pm \frac{1}{2}$; 2) $x \in \emptyset$; 3) -1 ; 4) 2401; 5) -3 ; 4; 6) 9.

IV. ФУНКЦІЇ. ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ. ГРАФІКИ

§ 24. Способи задання функцій.

Область визначення і область значень функції.

Нулі функції

173. Функцію задано таблицею:

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
y	17	5	2	1	2	5	10	17

1) Знайти: $f(-1)$, $f(0)$, $f(3)$.

2) Задати цю функцію аналітично і знайти $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(5)$.

174. Задано функції:

$$1) f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{якщо } -\infty < x \leq -2, \\ 4-x^2, & \text{якщо } -2 < x \leq 2, \\ x-2, & \text{якщо } 2 \leq x < \infty; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{якщо } x > 0, \\ 1, & \text{якщо } x \leq 0; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x+6, & \text{якщо } x < -2, \\ x^2 - x - 2, & \text{якщо } |x| \leq 2, \\ 0, & \text{якщо } x > 2; \end{cases} \quad 4) f(x) = \begin{cases} 1,5x+3, & \text{якщо } x < 0, \\ 3-2x, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

Яким способом задано функції? Знайти:

$$f(5), f(0), f(-3), f(3), f(2), f(-2), f(1,5), f(8), f(-1), f(1).$$

175. Знайти область визначення функції:

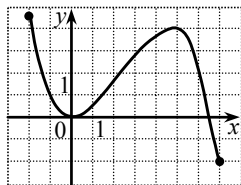
$$1) y = \frac{x+1}{x}; 2) y = \frac{1}{x-2}; 3) y = \frac{2}{x^2+2}; 4) y = \frac{5x}{3}; 5) y = \sqrt{x};$$

$$6) y = \sqrt{-x}; 7) y = \frac{x}{|x|}; 8) y = \frac{\sqrt{x^2}}{1+\sqrt{x^2}}; 9) y = \frac{x-2}{\sqrt{x}(x^2+x-2)}.$$

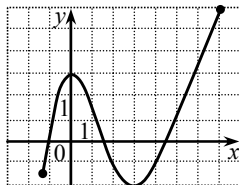
176. Визначити координати точок перетину графіка функції з осями координат:

$$1) y = 5x - 4; 2) y = (x-5)(x+3); 3) y = \frac{2x+4}{3x-1}; 4) y = \frac{-5}{x}.$$

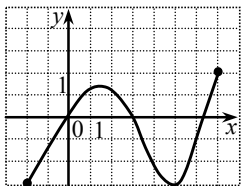
177. За наданим графіком функції ($a, б, в, г$) знайти:



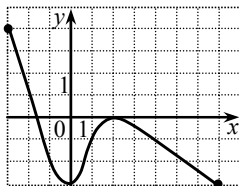
a



$б$



$в$



$г$

- 1) область визначення і область значень функції;
- 2) проміжки зростання і спадання функції;
- 3) нулі функції;

4) проміжки, на яких функція набуває додатних (від'ємних) значень;

5) координати точки перетину графіка з віссю ординат.

178. Установити парність чи непарність функції:

1) $y = x^4$; 2) $y = x^5$; 3) $y = -3x^2$; 4) $y = x^7 + 2x^3$; 5) $y = x|x|$;

6) $y = (x-3)^2 - (x+3)^2$; 7) $y = \frac{x}{x^2-4}$; 8) $y = \sqrt{x^2}$; 9) $y = \sqrt[3]{x^2}$.

179. Знайти нулі (корені) функції:

1) $y = 2x - 1$; 2) $y = 5 - 2x^2$; 3) $y = x^2 + 5x + 6$; 4) $y = \frac{x-1}{x+2}$;

5) $y = x^2 - 2|x| - 3$; 6) $y = \sqrt{2x-3}$; 7) $y = \frac{x^2-4}{x+2}$; 8) $y = 8$.

180. Графік функції $y = 5x^2 - 4x + 1$ проходить через точку з абсцисою 3. Визначити ординату цієї точки.

181. Графік якої з функцій симетричний відносно початку координат? Відповідь пояснити.

1) $y = x^4$; 2) $y = x^3 - 1$; 3) $y = x^3 - x$; 4) $y = x^3 - x - 1$.

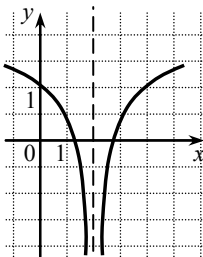
182. Графік якої з функцій симетричний відносно осі ординат? Відповідь пояснити.

1) $y = x + 3$; 2) $y = x^2 + 1$; 3) $y = (x+1)^2$; 4) $y = x^3 + 2$.

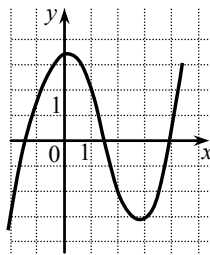
183. На якому рисунку (а, б, в, г) показано графік:

1) парної функції; 2) непарної функції;

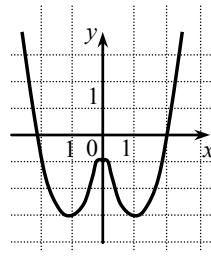
3) ні парної, ні непарної функції? Відповідь пояснити.



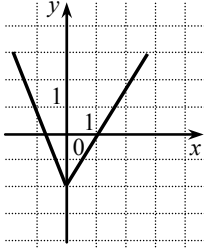
а



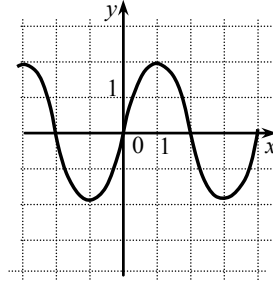
б



в



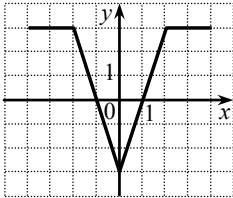
з



д

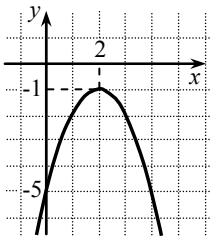
§ 25. Графіки функцій

184. На рисунку показано графік функції $y = f(x)$. Побудувати:



- 1) $y = -f(x)$; 2) $y = f(x+3)$;
- 3) $y = f(x-2)$; 4) $y = f(x)+3$;
- 5) $y = f(x-2)+3$; 6) $y = f(x+2)-3$.

185. На рисунку показано графік функції



- 1) $y = f(-x)$; 2) $y = f|x|$;
- 3) $y = |f(x)|$; 4) $y = |f|x||$;
- 5) $y = -|f|x||$; 6) $y = f|x|+2$;
- 7) $y = |f|x|+2|$; 8) $y = |f(x-1)|$;
- 9) $y = |f|x-1||$; 10) $y = |f|x-1|+2|$.

186. Побудувати графік функції:

- 1) $y = 2x - 1$; 3) $y = |2x - 1|$; 5) $y = \frac{3x+1}{2}$;
- 2) $y = 2|x| - 1$; 4) $y = |2|x| - 1|$; 6) $y = -\left| \frac{3x+1}{2} \right|$.

187. Побудувати графік функції:

- 1) $y = x^2 - 2x + 5$; 4) $y = -x^2 - 2x + 3$; 7) $y = |x^2 - 6|x| + 7|$;

2) $y = -x^2 + 3x + 1$; 5) $y = x^2 - 6|x| + 7$; 8) $y = x - 2x|x|$;
 3) $y = 2x^2 - 4x - 3$; 6) $y = |x^2 - 6x + 7|$; 9) $y = |(x-2)^2 - 4|$.

188. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{1}{x-1}$; 3) $y = -\frac{2}{x}$; 4) $y = \frac{-2}{x} + 1$;

5) $y = \frac{x+2}{x-1}$; 6) $y = \frac{x+1}{x-1}$; 7) $y = \frac{4x+1}{2x-3}$; 8) $y = \frac{4x+1}{3-2x}$;

9) $y = \left| \frac{2x-3}{x-2} \right|$; 10) $y = \left| \frac{|x|-1}{|x|-3} \right|$; 11) $y = \left| \frac{|x|-3}{|x|+4} \right|$; 12) $y = \left| \frac{|x|+3}{|x|-4} \right|$.

189. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{x-2}{|x^2-5x+6|}$; 3) $y = \frac{|x^2+5x+6|}{x+3}$;

2) $y = \frac{x-2}{|x^2-6x+8|}$; 4) $y = \frac{|2x^2-5x+2|}{2x-1}$.

Використовуючи графік, визначити:

- а) область визначення і область значень функції;
- б) нулі функції;
- в) проміжки зростання і спадання;
- г) проміжки, на яких функція набуває додатних і від'ємних значень.

V. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ

§ 26. Показникова функція

189. Побудувати графік функції:

1) $y = 2^x$; 3) $y = 2^x - 1$; 5) $y = 2^{x+1}$; 7) $y = 2^{|x|}$;

2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$; 6) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$; 8) $y = |2^x - 1|$.

190. Графік функції $y = a^x$ проходить через точку $A(x_0, y_0)$.

Чому дорівнює a , якщо:

1) $x_0 = 2, y_0 = 4$; 3) $x_0 = 16, y_0 = 2$; 5) $x_0 = 2, y_0 = \frac{1}{16}$;

2) $x_0 = 16, y_0 = 2$; 4) $x_0 = \frac{1}{2}, y_0 = 4$; 6) $x_0 = 3, y_0 = \sqrt[3]{3}$.

191. Чи належить графіку функції $y = 5^{x-3}$ точка:

1) $A(0,5)$; 2) $M(3,0)$; 3) $K\left(1, \frac{1}{25}\right)$; 4) $N(6,6)$.

192. Порівняти значення виразів:

1) $5^{2,4}$ і $5^{2,31}$; 4) $0,22^{-2}$ і $\sqrt[3]{1}$;

2) $0,2^{0,4}$ і $0,2^{0,02}$; 5) 1 і $\left(\frac{\pi}{8}\right)^{\frac{1}{2}}$;

3) $\left(\frac{3}{5}\right)^{0,4}$ і $\left(\frac{3}{5}\right)^{0,5}$; 6) $(\sqrt{3}-1)^{-3}$ і $(\sqrt{3}-1)^{-2}$.

193. Порівняти числа p і n :

1) $5^p > 5^n$; 2) $1,2^p < 1,2^n$; 3) $\left(\frac{1}{5}\right)^p > \left(\frac{1}{5}\right)^n$; 4) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^p > \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$;

5) $(\sqrt{2}-1)^p > (\sqrt{2}-1)^n$; 6) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^p < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$.

§ 27. Логарифми та їх властивості

194. Обчислити:

1) $\log_2 16$; 2) $\log_3 \frac{1}{81}$; 3) 13 ; 4) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; 5) $\log_{0,2} 0,04$;

6) $\log_2 16$; 7) $\log_{\sqrt{7}} 1$; 8) $\log_2 16$; 9) $\lg 100$; 10) $\lg 0,0001$; 11) $\ln e$;

12) $\ln \sqrt[3]{e}$; 13) $\log_4 32$; 14) $\log_9 27$; 15) $\log_4 32$; 16) $\log_{0,5} 64$.

195. Знайти значення виразу:

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\log_5 \log_2 32$; | 7) $\log_{0,2} \frac{1}{125}$; | 13) $49^{\frac{1}{2\log_9 7}}$. |
| 2) $\log_3 2 - \log_3 54$; | 8) $\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$; | 14) $2^{\log_4 9}$; |
| 3) $\log_2 5 + \log_3 \frac{8}{5}$; | 9) $\log_4 \log_3 \sqrt{81}$; | 15) $9^{\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{49}}$; |
| 4) $\log_3 8 + 3\log_3 \frac{9}{2}$; | 10) $\log_{\sqrt{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$; | 16) $10^{1+\lg 9}$; |
| 5) $\log_7 196 - 2\log_7 2$; | 11) $\frac{\lg 27}{\lg 3}$; | 17) $3^{\frac{1}{\log_8 27}}$; |
| 6) $\log_{\frac{1}{27}} 3 + 3\log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}$; | 12) $\frac{\log_4 0,0001}{\log_4 10}$; | 18) $49^{\frac{1}{2\log_9 7}}$. |

196. Знайти значення виразу:

- 1) $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 9$; 2) $\log_{\sqrt{5}} 3 \cdot \log_9 2 \cdot \log_8 25$;
- 3) $\left(2^{2+\frac{1}{\log_3 2}} + 25^{\frac{1}{2\log_3 5}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}$; 4) $3 \cdot 7^{\frac{2}{\log_{\sqrt{2}} 7} + \frac{1}{3} \log_7 8} - 3\log_9 \sqrt[4]{9\sqrt[3]{9}}$;
- 5) $\sqrt[3]{36^{\log_6 64}} \cdot \log_{0,1} 10$; 6) $3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$.

Відповіді: 1) 2; 2) 1; 3) 4; 4) 11; 5) -16; 6) 8.

197. Обчислити:

1) $\log_2 16$, якщо $\log_2 16 = a$; 2) $\lg 64$, якщо $\log_4 125 = a$.

198. Виразити через m і n $\log_{30} 8$, якщо $m = \log_{30} 3$, $n = \log_{30} 5$.

Відповідь: $3(1 - m - n)$.

§ 28. Логарифмічна функція

199. Побудувати графік функції:

1) $y = \log_2 x$; 4) $y = \log_2 x + 2$; 7) $y = |\log_2 x|$;

2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; 5) $y = \log_{\frac{1}{2}} x - 3$; 8) $y = |\log_2 |x||$;

3) $y = -\log_2 x$; 6) $y = \lg_2(x + 2)$; 9) $y = 2^{\log_2 x}$.

200. Графік функції $y = \log_a x$ проходить через точку $A(x_0, y_0)$. Чому дорівнює a , якщо:

1) $x_0 = 0,0001, y_0 = -2$; 2) $x_0 = 8, y_0 = 2$; 3) $x_0 = 10, y_0 = -1$.

201. Чи належить графіку функції $y = \log_2 x$ точка:

1) $C(8, 2)$; 2) $M(4, 2)$; 3) $K(2, 3)$; 4) $N(-8, 3)$.

202. Порівняти з нулем:

1) $\log_3 15$; 2) $\log_{30} 1,5$; 3) $\log_2 \frac{7}{8}$; 4) $\log_{\frac{25}{31}} \frac{5}{8}$; 5) $\log_{\frac{4}{7}} 8$;

6) $\log_\pi 3$; 7) $\ln 3$; 8) $\lg e$.

203. Порівняти m і n , якщо:

1) $\log_{2,5} m \leq \log_{2,5} n$; 2) $\log_{0,5} m \geq \log_{0,5} n$; 3) $\log_{\sqrt{3}} m > \log_{\sqrt{3}} n$.

204. Порівняти з одиницею основу логарифма, якщо:

1) $\log_a 8,5 > \log_a 7,1$; 2) $\log_a \frac{5}{6} > \log_a \frac{7}{8}$.

§ 29. Показникові рівняння

205. Розв'язати рівняння:

1) $3^x = \frac{1}{81}$;

6) $2^{x+2} \cdot 5^x = 400$;

2) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{x+4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1-3x}$;

7) $\left(\frac{35}{12}\right)^x \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-x} = \frac{9}{49}$;

3) $(0,2)^{2-x} = 5^{\frac{1-2}{x}}$;

8) $4^x \cdot 5^{x-1} = 0,2 \cdot 20^{3-2x}$;

4) $(10^{x-6})^{x-5} = 100$;

9) $(2^{x-2})^{x+4} = 0,5^x \cdot 4^{x-4}$;

5) $\sqrt{2^x \cdot 7^x} = 14$;

10) $2^{3x} \cdot \sqrt[3]{64^{x-1}} = 256$.

Відповіді: 1) -4; 2) 2,5; 3) 2;1; 4) 7;4; 5) 2; 6) 2; 7) -2;
8) -1; 9) -1;0; 10) 2.

206. Розв'язати рівняння методом винесення за дужки спільного множника:

1) $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$; 2) $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$;

3) $2 \cdot 16^x - 3 \cdot 2^{4x-1} + 7 \cdot 4^{2x-2} = 120$;

4) $5^{2x-1} - 5^{2x} + 2^{2x+2} + 2^{2x} = 0$;

5) $(0,2)^{2x-1} + 4 \cdot (0,2)^{2x-2} - (0,2)^{2x-3} = -0,8$;

6) $2^{3x} + 28 \cdot 5^{3x-2} + 2^{3x-1} - 5^{3x-1} = 5^{3x} + 2^{3x-2}$.

Відповіді: 1) 2; 2) 3; 3) 1,75; 4) 1; 5) 1; 6) 1.

207. Розв'язати рівняння методом заміни змінної:

1) $3^{2x} - 3^x = 702$; 5) $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$;

2) $4^x + 2^{x+1} = 80$; 6) $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$;

3) $2^{2x+1} + 2^{x+2} - 16 = 0$; 7) $9^{\sqrt{x+1}} - 28 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 3 = 0$;

4) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$; 8) $5^{x-3} + \frac{25}{5^{x-3}} = 26$.

Відповіді: 1) 3; 2) 3; 3) 1; 4) -2; 5) 1; 2; 6) 0; 0,25; 7) 1; 8) 3; 5.

208. Знайти корені рівняння:

1) $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$; 4) $2^{2x+3} - 19 \cdot 6^x - 3^{2x+3} = 0$;

2) $2 \cdot 25^x - 5 \cdot 10^x + 2 \cdot 4^x = 0$; 5) $3 \cdot 9^x - 29 \cdot 6^{x-1} + 2^{2x-1} = 0$;

3) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$; 6) $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 4^{\frac{1}{x}} \cdot 6 = 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}}$.

Відповіді: 1) 0; 1; 2) $\pm \frac{1}{2}$; 3) 0; $\frac{1}{2}$; 4) -1,5; 5) 1; $-2 \log_{1,5} 3$; 6) ± 1 .

§ 30. Логарифмічні рівняння

209. Розв'язати рівняння:

1) $\log_3 x = 4$;

6) $\log_x 81 = 4$;

2) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = -2$;

7) $\log_{\frac{1}{x}} 9 = -2$;

3) $\lg(x^2 + 3x + 4) = \lg 4$;

8) $\log_4(2 \cdot 4^{x-2} - 1) = 2x - 4$;

4) $\log_{2018} \log_3 \log_2 x = 0$;

9) $2 \ln(-x) = \ln(x+2)$;

5) $\lg \lg \log_3 x = 0$;

10) $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.

Відповіді: 1) 81; 2) $\frac{5}{2}$; 3) -3;0; 4) 8; 5) 3^{10} ; 6) 3; 7) 3; 8) 2; 9) -1;10) 0;3.

210. Розв'язати рівняння:

1) $\log_5(3x-11) + \log_5(x-27) = 3 + \log_5 8$;

2) $\lg x + \lg(x+1) = \lg(5-6x) - \lg 2$;

3) $\lg(x+6) - 0,5 \lg(2x-3) = 2 - \lg 25$;

4) $\log_2(4 \cdot 3^x - 6) - \log_2(9^x - 6) = 1$;

5) $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2$;

6) $0,5 \lg(2x-1) + \lg \sqrt{x-9} = 1$;

7) $2 \log_7(x-2) = \log_7(x-10)^2 - 2$; 8) $\frac{2 \lg x}{\lg(5x-4)} = 1$.

Відповіді: 1) 37; 2) $\frac{-4 + \sqrt{26}}{2}$; 3) 6;14; 4) 1; 5) 3; 6) 13; 7) 3; 8) 4.

211. Розв'язати рівняння:

1) $\log_3^2 x - \log_3 x^4 + 3 = 0$;

3) $\lg(10x) \cdot \lg(0,1x) = \lg x^3 - 3$;

2) $\log_5^2 x^3 - 10 \log_5 x + 1 = 0$;

4) $\lg(\lg x) + \lg(\lg x^4 - 3) = 0$.

Відповіді: 1) 27;3; 2) 5; $\sqrt[3]{5}$ 3) 10;100; 4) 10.

212. Знайти корені рівняння:

1) $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 0$;

4) $2 \log_x 27 - 3 \log_{27} x = 1$;

$$2) 2\log_4 x + 2\log_x 4 = 5; \quad 5) \log_2(x-1)^2 - \log_{0,5}(x-1) = 9;$$

$$3) 2\log_x 25 - 3\log_{25} x = 1; \quad 6) \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7.$$

Відповіді: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 2; 16; 3) $25^{\frac{2}{3}}$; 25^{-1} ; 4) 9; $\frac{1}{27}$; 5) 94; 6) 16.

213. Розв'язати рівняння:

$$1) x^x = x; \quad 4) x^{1-\frac{\lg x}{4}} = 10; \quad 7) 100^{\lg(x+2)} = 10000;$$

$$2) x^{\lg x} = 10; \quad 5) x^{2-\frac{\lg x}{2}} = 100; \quad 8) 0,1x^{\lg x-2} = 100;$$

$$3) x^{\lg x+2} = 1000; \quad 6) \lg x^{\lg x} = 1; \quad 9) (0,1)^{-(x^2-5x+8)} = 100.$$

Відповіді: 1) 1; 2) 0,1; 10; 3) 0,001; 10; 4) 100; 5) 100; 6) 0,1; 10; 7) 98; 8) 0,1; 1000; 9) 2; 3.

214. Розв'язати рівняння:

$$1) 4^{\lg x+1} - 6^{\lg x} - 2 \cdot 3^{\lg x^2+2} = 0;$$

$$2) \log_2 \sqrt[3]{4} + \log_8(9^{x+1} - 1) = 1 + \log_8(3^{x+1} + 1);$$

$$3) \lg^4(x-1)^2 + \lg^2(x-1)^3 = 25;$$

$$4) \log_2(2x^2)\log_2(16x) = 4,5\log_2^2 x.$$

Відповіді: 1) 0,01; 2) 0; 3) 11; 1,1; 4) 16; $2^{-0,4}$.

VI. ТРИГОНОМЕТРИЯ

§ 31. Залежність між тригонометричними функціями одного й того самого кута

215. Обчислити значення тригонометричних функцій кута α , якщо:

$$1) \sin \alpha = 0,28 \text{ і } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \quad 3) \operatorname{tg} \alpha = -0,75 \text{ і } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$2) \cos \alpha = -\frac{5}{13} \text{ і } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \quad 4) \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{5}{12} \text{ і } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

216. Спростити вираз:

$$1) \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}; \quad 2) \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha - 1}; \quad 3) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta};$$

$$4) (1 + \sin^2 \beta) \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta - \operatorname{cosec}^2 \beta; \quad 5) \frac{\operatorname{tg}^5 \alpha \cdot \cos^3 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^5 \alpha};$$

$$6) (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2; \quad 7) \operatorname{tg} \gamma + \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma + 1};$$

$$8) (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha + (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha; \quad 9) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha};$$

$$10) \sin^6 \beta + \cos^6 \beta + 3 \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta; \quad 11) \operatorname{ctg} \varphi + \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi};$$

$$12) \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}; \quad 13) \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha;$$

$$14) \left(\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \right).$$

Відповіді: 12) $2|\cos \epsilon \alpha|$; 14) 4, якщо α – кут I або III чверті;
–4, якщо α – кут II або IV чверті.

§ 32. Перетворення тригонометричних виразів

216. Спростити вираз за допомогою формул зведення:

$$1) \sin(360^\circ - \alpha) + \cos(270^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) + \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha);$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha);$$

$$3) 1 + \sin(x - 2\pi) \cdot \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}(\pi - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 2 \cos^2 x;$$

$$4) \sin^2(\pi - x) + \operatorname{tg}^2(\pi - x) \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos(x - 2\pi);$$

$$5) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)\right)^2 + \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)\right)^2;$$

$$6) \frac{\sin(\pi + x) \cdot \cos(1,5\pi - x) \cdot \operatorname{tg}(x - 0,5\pi)}{\cos(0,5\pi + x) \cdot \cos(1,5\pi + x) \cdot \operatorname{tg}(\pi + x)}.$$

Відповіді: 3) $\sin^2 x$; 4) $2\sin^2 x$; 5) 2; 6) $\operatorname{ctg}^2 x$.

217. Спростити вираз за допомогою формул додавання:

$$1) \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta) + \sin\beta \cdot \cos\alpha}; \quad 2) \frac{\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha \cdot \sin\beta}{\cos(\alpha - \beta) - \sin\alpha \cdot \sin\beta};$$

$$3) \frac{\sin 10^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\sin 5^\circ \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cos 5^\circ}; \quad 4) \frac{\sin \frac{\pi}{10} \sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{15} - \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{15}};$$

$$5) \cos 10^\circ + \cos 11^\circ \cos 21^\circ + \cos 69^\circ \cdot \cos 79^\circ;$$

$$6) \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta) + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg}\beta}; \quad 7) \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} - \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}.$$

Відповіді: 1) 1; 2) 1; 3) $-0,5 \operatorname{cosec} 5^\circ$; 4) $-2 \cos 0,1\pi$;

5) $2 \cos 10^\circ$; 7) 2.

218. Спростити вираз за допомогою формул подвійного кута:

$$1) 2 \sin 40^\circ \sin 50^\circ; \quad 2) \frac{\sin \alpha}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad 3) \frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha};$$

$$4) \frac{1 + \sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}; \quad 5) (\sin \beta - \cos \beta)^2 + \sin 2\beta;$$

$$6) 1 - 8 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha; \quad 7) 2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha; \quad 8) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha;$$

$$9) \frac{\sin^2 2\gamma + 4\sin^4 \gamma}{4 - \sin^2 2\gamma - 4\sin^2 \gamma}; \quad 10) \frac{\operatorname{tg} 2\beta}{\operatorname{tg} 4\beta - \operatorname{tg} 2\beta}; \quad 11) \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}.$$

219. Застосовуючи формули подвійного кута обчислити:

$$1) 2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1; \quad 2) 1 - 2\sin^2 15^\circ; \quad 3) \frac{1 - 2\sin 22^\circ 30'}{2\cos^2 15^\circ - 1};$$

$$4) \sin 75^\circ \cos 75^\circ; \quad 5) 4\sin 15^\circ \sin 30^\circ \sin 75^\circ; \quad 6) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}}{4\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}.$$

220. Перетворити в добуток за допомогою формул пониження степеня:

$$1) 1 + \cos 4\alpha; \quad 2) 1 - \cos \frac{\beta}{2}; \quad 3) 1 - \sin \frac{\alpha}{2}; \quad 4) 1 + \sin \frac{\pi}{10}.$$

221. Понизити степінь:

$$1) \cos^2 4\alpha; \quad 2) \sin^2 3\alpha; \quad 3) \cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} + \varphi \right); \quad 4) \cos^2 \left(\frac{\alpha}{6} - \frac{\pi}{14} \right).$$

222. Довести тотожність:

$$1) 2\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = 1; \quad 2) \frac{1 + \cos 8\alpha}{1 - \cos 8\alpha} \operatorname{tg}^2 4\alpha - \cos^2 4\alpha = \sin^2 4\alpha;$$

$$3) 2\sin^2 \frac{\beta}{2} + \cos \beta = 1; \quad 4) \operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha) = \sin 2\alpha.$$

223. Перетворити в добуток за допомогою формул суми і різниці тригонометричних функцій:

$$1) \sin 50^\circ + \sin 20^\circ; \quad 5) \sin 17^\circ + \cos 29^\circ;$$

$$2) \cos 3\alpha + \cos 11\alpha; \quad 6) \cos 40^\circ - \sin 40^\circ;$$

$$3) \sin 5\alpha - \sin 3\alpha; \quad 7) \cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos \alpha;$$

$$4) \cos(30^\circ - \alpha) - \cos(30^\circ + \alpha); \quad 8) \sin 27^\circ - \sin 1^\circ - \sin 17^\circ + \sin 11^\circ.$$

224. Спростити вираз:

- 1) $\frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha + \sin 3\alpha}$; 4) $\frac{\sin \alpha - 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha - 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$;
2) $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$; 5) $\frac{(\sin \alpha + \sin 5\alpha)(\cos 5\alpha - \cos \alpha)}{1 - \cos 6\alpha}$;
3) $\frac{\sin 3\alpha + \cos 2\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin 2\alpha - \cos 3\alpha}$; 6) $\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1 + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$;
7) $\frac{(1 - \sin^2 \alpha)(\sin 4\alpha - \sin 2\alpha)}{\cos \alpha + 2 \cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$; 8) $\frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\sin 2\alpha} \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\cos 2\alpha} + 2$.

Відповіді: 1) $\operatorname{tg} \alpha$; 2) $\operatorname{tg} 2\alpha$; 3) $\operatorname{ctg} 2\alpha$; 4) $\operatorname{tg} 2\alpha$; 7) $\frac{\sin \alpha}{2}$; 8) $2 \cos 2\alpha$.

225. Спростити та обчислити:

- 1) $\frac{1}{\sin \alpha + \sin 3\alpha} + \frac{1}{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha}$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{12}$;
2) $\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\cos 3\alpha} \right) (\cos \alpha + \cos 5\alpha) - 2$, якщо $\alpha = -15^\circ$;
3) $\left(\frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} \right) (1 - \cos 4\alpha)$, якщо $\alpha = -\frac{\pi}{24}$.

§ 33. Тригонометричні рівняння

226. Розв'язати рівняння:

- 1) $\cos x = \frac{1}{2}$; 5) $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$; 9) $4 \sin x \cos x = 1$;
2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 6) $\cos \pi x = -0,5$; 10) $2 \operatorname{ctg}(x - \pi) = -2$;
3) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; 7) $3 \operatorname{tg}(x + 1) - \sqrt{3} = 0$; 11) $2 \cos^2 \frac{x}{4} - 1 = 2$;
4) $\operatorname{ctg} x = 1$; 8) $\operatorname{ctg}(5 - 4x) = -3$; 12) $\cos^2 2x - \sin^2 2x = 1$.

227. Розв'язати рівняння:

- 1) $0,5 \sin 2x + \cos^2 x = 0$; 8) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x$;

- 2) $\sin^2 x - 0,5 \sin 2x = 0$; 9) $-\sin^2 x + \cos^2 x = \cos \frac{x}{2}$;
- 3) $1 + \cos x - 2 \cos \frac{x}{2} = 0$; 10) $\cos 2x - \cos x = \cos 3x$;
- 4) $1 - \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} = 0$; 11) $\sin 6x - 2 \sin 2x = 0$;
- 5) $1 - \cos 4x = \sin 2x$; 12) $\cos 6x + 2 \cos 2x = 0$;
- 6) $1 + \cos x + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = 0$; 13) $3 \sin^2 x + \frac{1}{2 \sin 2x} = 2$;
- 7) $(1 - \cos 4x) \cos 2x = \sin^2 2x$; 14) $4 \sin x - 6 \cos x = 1$;
- 15) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = 0$;
- 16) $3 \sin^2 x - 7 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$;
- 17) $\sqrt{3} \sin^2 2x - 2 \sin 4x + \sqrt{3} \cos^2 2x = 0$;
- 18) $\cos^2 x - 12 \cos x \sin x = 13 \sin^2 x$;
- 19) $8 \cos^4 x + \cos 2x + 4 \sin^2 2x = 3$;
- 20) $2 \cos^2 \frac{x}{2} (1 - \sin x) - \cos^2 x = 0$.

VII. НЕРІВНОСТІ

§ 34. Нерівності першого степеня з однією невідомою

228. Розв'язати нерівності:

- 1) $9x - 15 < 7x - 8$; 6) $|x - 3| > 5$;
- 2) $-3(x + 20) < -20$; 7) $|x + 2| < 8$;
- 3) $-\frac{x}{2} < 3x - \frac{2x + 3}{4}$; 8) $\frac{3 - 2x}{5} + 8 > \frac{5x + 2}{2} - x$;
- 4) $\frac{x - 1}{3} - 2(1 - 4x) > \frac{1}{4}x - \frac{7 - 52x}{6}$; 9) $3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x - 3}{6}$;
- 5) $\frac{1}{2}(3x - 1) + \frac{x}{5} < 7x + 10, 1$; 10) $(x + 1)^2 < (x - 1)^2$.

Відповіді: 4) $x < -2$; 5) $x > -2$; 8) $x < 4$; 9) $x < 2, 25$; 10) $x \in \emptyset$.

229. Розв'язати системи нерівностей:

- 1)
$$\begin{cases} 5(x+1) + 6(x+1) > 9(x+3), \\ 7x - 3(2x+3) > 2(x-18); \end{cases}$$
- 2)
$$\begin{cases} (x-3)(x-4) < (x+1)(x+2), \\ x(x+1) + x(x+2) > (2x-1)(x+3); \end{cases}$$
- 3)
$$\begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4, \\ 5(4-x) + \frac{5}{3}x < 2(4-x); \end{cases}$$
- 4)
$$\begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5}, \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3). \end{cases}$$

Відповіді: 1) $5 < x < 27$; 2) $1 < x < 1,5$; 3) $x > 9$; 4) $x > 0$.

§ 35. Нерівності другого степеня з однією змінною

230. Розв'язати нерівності:

- 1) $x^2 - 5x - 36 < 0$; 6) $(3x+1)(x-2) \leq 6$;
2) $-x^2 + 4,6x - 2,4 < 0$; 7) $(x+3)^2 - (1-2x)^2 \geq 16$;
3) $4x^2 - 12x + 9 > 0$; 8) $-7x^2 + 3x - 1 < 0$;
4) $x^2 - 14x + 49 \geq 0$; 9) $-4x^2 + 4x - 1 \leq 0$;
5) $64x^2 - 16x + 1 \leq 0$; 10) $(6x-5)^2 + (3x-2)(3x+2) > 36$.

231. Розв'язати системи нерівностей:

- 1)
$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ x^2 - x - 30 < 0; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x^2 - 4x - 12 \leq 0, \\ x^2 - 6x - 7 < 0; \end{cases}$$
 3)
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0, \\ x^2 - 6x + 9 > 0; \end{cases}$$
- 4)
$$\begin{cases} x^2 + (\sqrt{11}-3)x - 3\sqrt{11} \leq 0, \\ -x^2 - 1,5x + 7 \geq 0; \end{cases}$$
 5)
$$\begin{cases} (\sqrt{6}-4)x - 4\sqrt{6} + x^2 \leq 0, \\ 0,5x - x^2 \geq -5. \end{cases}$$

§ 36. Метод інтервалів

232. Розв'язати нерівності за допомогою методу інтервалів:

- 1) $(x+1)(x-6)(x-3) \geq 0$; 2) $(1-x)(x+6,8)(2-x) \leq 0$; 3) $x^2 > 3$;
4) $(3-6x)(3x+20)(2x-3)(7-3x) \geq 0$; 5) $(x^2+5x)(x^2-16) \geq 0$;
6) $(x^2-2x)(x^2-4x+3) < 0$; 7) $(x+1)^3(x-1)^2(x-3)^6 \geq 0$.

233. Розв'язати нерівності:

- 1) $\frac{x^2-4x-12}{x-2} \geq 0$; 2) $\frac{x^2-x-12}{x-1} > 0$; 3) $\frac{x-2}{x+2} > \frac{2x-3}{4x-1}$;
4) $\frac{2x^2-4x-6}{4x-11} \geq 2$; 5) $\left| \frac{x+2}{x-3} \right| > 2$; 6) $\left| \frac{x}{x-1} \right| > -2$; 7) $\frac{2x}{1+x^2} \leq 1$;
8) $\frac{2x}{3x+5} \leq 2$; 9) $\frac{x^2-x}{x+3} \geq 1$; 10) $\frac{1}{3x-2-x^2} - \frac{3}{7x-4-3x^2} > 0$.

Відповіді: 1) $[-2; 2) \cup [6; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2) \cup (0, 25; 1] \cup [4; +\infty)$.

§ 37. Показникові нерівності

234. Розв'язати нерівності:

- 1) $4^x \geq 64$; 2) $3^x \leq 81$; 3) $25^{-x} > \frac{1}{5}$; 4) $8^x < 16$; 5) $(0,5)^x < \frac{1}{64}$;
6) $\left(\frac{1}{9}\right)^x < \frac{1}{27}$; 7) $2^{9x-x^2} > 1$; 8) $0,4^{x^2-x-20} > 1$; 9) $(0,2)^{2-x} \leq 5^{\frac{3}{x}}$.

235. Розв'язати нерівності графічно:

- 1) $2^x \geq \frac{1}{2}$; 2) $3^x \leq \frac{1}{9}$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 9$.

236. Розв'язати нерівності методом заміни змінної:

- 1) $9^x - 3^x \leq 6$; 2) $4^x - 6 \cdot 2^{x-1} \geq 4$; 3) $8 \cdot (0,5)^{2x} - 17 \cdot (0,5)^x + 2 \leq 0$;
4) $2^{4x+1} - 9 \cdot 4^x + 4 \leq 0$; 5) $(0,5)^{4x-2} + 9 \cdot (0,25)^x + 2 \leq 0$;
6) $4^x + 4^{1-x} \leq 5$.

§ 38. Логарифмічні нерівності

237. Розв'язати нерівності:

1) $\log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > 1$; 2) $\log_{20}(x+1) + \log_{20} x \leq \log_{20}(2x+6)$;

3) $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_2(2^{x+1} - 2) < 2$; 4) $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 0$.

Відповіді: 1) $\left(\frac{3}{5}; \frac{8}{9}\right)$; 2) $(0; 3]$; 3) $\left(\log_2 \frac{5}{4}; \log_2 3\right)$.

238. Розв'язати нерівності:

1) $\log_3^2 x - 3 \log_3 x > 2$; 2) $\lg^2 x + \lg x^2 + 2 \geq 0$; 3) $\lg^2 x + \lg x^2 \geq 3$;

4) $\log_{0,5}^2(-x) + 0,5 \log_{0,5} x^2 - 2 \leq 0$; 5) $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 \log_9(x-1) > 0$;

6) $\log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - \frac{5}{2}$; 7) $\log_3 x + \log_x 9 > 2$;

8) $(3x-6) \cdot \log_{0,5} x > 0$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Крамор В. С.* Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М. : Просвещение, 1990. – 416 с.
2. *Нелін Є. П.* Математика. Експрес-підготовка. ЗНО-2012 / Є. П. Нелін. – 4-е вид., перероб. і доп. – К. : Літера ЛТД, 2012. – 240 с.
3. *Мерзляк А. Г.* Алгебра і початки аналізу. 10 кл.: збірник задач і контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2011. – 144 с.
4. *Мерзляк А. Г.* Алгебра. 11 кл.: збірник задач і контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – 96 с.
5. *Ушаков Р. П.* Повторювальний курс математики: посібник для учнів серед.закладів освіти / Р. П. Ушаков; за ред. М. Й. Ядренка. – 2-е вид., випр. і доп. – К. : Техніка, 2003. – 591 с.
6. *Гуминская Н. А.* Математика: учеб. пособие для студ.-иностранцев / Н. А. Гуминская. – К. : ИПЦ «Киевский университет», 2007. – 429 с.
7. *Дорохин Д. П.* Сборник задач и упражнений по математике: учеб. пособие для иностр. уч. подгот. отд-ий вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / Д. П. Дорохин, З. Е. Плаксенко, Г. Ф. Бажора. – М. : Высш. шк., 1986. – 248 с.
8. *Система* тренировочных задач и упражнений по математике / А. Я. Симонов, Д. С. Бакаев, А. Г. Эпельман и др. – М. : Просвещение, 1991. – 208 с.
9. *Сборник* задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемский и др.; под ред. М. И. Сканави. – 6-е изд. – М. : ООО «ОНИКС-ЛИТ», 2013. – 608 с.