

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНЕ КОСМІЧНЕ АГЕНТСТВО УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ДП «АНТОНОВ»



МАТЕРІАЛИ

XII Міжнародної
науково-технічної конференції
“АВІА-2015”

28-29 квітня 2015 року

Київ 2015

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНЕ КОСМІЧНЕ АГЕНТСТВО УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ДП «АНТОНОВ»

МАТЕРІАЛИ

**ХІІ МІЖНАРОДНОЇ
НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
“АВІА-2015”**

28-29 квітня 2015 року

КИЇВ 2015

<i>Ю.О. Белоконь, О.С. Воденнікова</i> Розробка інтерметалідних сплавів для деталей ГТД	20.5
<i>К.І. Капітанчук</i> Основні співвідношення термодинаміки реального газу	20.9
<i>В.В.Козлов</i> Контроль технічного стану газотурбінних установок	20.13
<i>П.І. Греков, К.І. Капітанчук, М.П. Андрійшин, Н.М. Андрійшин</i> Дослідження течії газу в екранно-вихлопних пристроях ГТУ методом розрахунку по кінцевих перерізах	20.22
<i>Б.П. Середа, Д.Б. Середа</i> Поверхностное упрочнение деталей газотурбинных двигателей в условиях самораспространяющегося высокотемпературного синтеза	20.26
<i>Е.В. Дорошенко</i> Методика расчета критических режимов течения в решетках аэродинамических профилей	20.30
<i>Ю.М. Терещенко, Е.В. Дорошенко</i> Влияние густоты решетки аэродинамических профилей на режимы «запираания» течения в межлопаточных каналах	20.34
<i>Ю.Ю. Терещенко, П.В. Гуменюк</i> Численный расчет течения в решетках аэродинамических профилей	20.38
<i>Ю.М. Терещенко, М.И. Кинащук</i> Влияние угла установки аэродинамических профилей на режимы «запираания» течения в межлопаточных каналах	20.42
<i>С.О. Дмитрієв, О.В. Попов, В.Е. Потапов</i> Перспективи використання автоматизованих систем діагностування газотурбінних двигунів на основі гібридних генетичних алгоритмів	20.46
<i>Я.А. Петрук, Б.А. Петрук</i> Методы, программа и установка для исследования термоциклической долговечности авиационных жаропрочных сплавов	20.50
<i>Р.О. Билоус</i> Применение поршневых истребителей как оборонительное средство в условиях гибридной войны	20.54
<i>М.М. Мітрахович, М.І. Кисляк</i> Визначення раціональної моделі турбулентності при розрахунках обтікання лопаткового вінця компресора ГТД	20.58
<u>Секція 22. Міське, промислове, цивільне та транспортне будівництво</u>	
<i>С.А.Целовальник, Д.О.Беспалов, О.В.Чемакіна, Г.М.Агєєва</i> Створення та впровадження інноваційної системи «Транспортна модель Києва»	22.1

Основні співвідношення термодинаміки реального газу

Представлено вираз показника ізоентропи, величина якого слабо змінюється у широкому діапазоні тиску і температур однофазної області одно-, дво- та багатомолекулярних газів, що дозволяє інтегрувати диференціальне рівняння термодинаміки і отримати основні співвідношення одновимірної ізоентропійної течії реального газу

Розвиток науки і техніки тісно пов'язаний із використанням засобів вимірювання. Вимірювання, як процес, є одним із способів пізнання природи, допомагає у пошуку наукових відкриттів і впроваджувати їх у нове виробництво та техніку.

Сучасні технології забезпечуються великим арсеналом засобів вимірювання як вітчизняного, так і іноземного виробництва – від найпростіших первинних перетворювачів та приладів до складних автоматичних приборів і систем, які дозволяють проводити контроль технологічних установок та складних виробництв з використанням засобів інформаційно-обчислювальної техніки.

Різноманіття засобів вимірювання потребує правильного їх вибору для виконання відповідної мети. Отже, одним із важливих питань є питання їх метрологічного забезпечення. Крім цього, необхідно приділяти увагу економічній стороні питання, а також уніфікації засобів вимірювання і умов їх експлуатації. Науково-технічний прогрес і появлення нових технологій ставить нові вимоги перед розвитком техніки вимірювання. Це потребує подальшого удосконалення методів і засобів вимірювання, підвищення їх якості, надійності та зменшення собівартості.

Рівняння газової динаміки і таблиці газодинамічних функцій, що використовуються в наш час в інженерних розрахунках, не дають можливість їх використання у широкому діапазоні тиску і температур. Є велика необхідність у розвитку механіки реального газу і створення таблиць газодинамічних функцій для вирішення завдань розрахунку течії різних газів у широкому діапазоні тиску і температур [1].

Диференціальне рівняння термодинаміки у змінних T, ρ у вигляді

$$dq = c_v dT - \frac{T}{\rho^2} \left(\frac{dp}{dT} \right)_\rho d\rho \quad (1)$$

для ізоентропійного процесу приймає вигляд $\left(\frac{dT}{d\rho} \right)_s = \frac{T}{\rho^2 c_v} \left(\frac{dp}{dT} \right)_\rho$. (2)

Введемо позначення [1]: $\chi = 1 + \frac{z}{\rho c_v \eta} \left(\frac{dp}{dT} \right)_\rho$, (3)

де $\chi = [\partial(z\rho)/\partial\rho]_s$ – показник ізоентропи реального газу, (4)

$$z = p/R\rho T \quad - \text{ коефіцієнт стисливості.} \quad (5)$$

З рівнянь (2) та (3) одержимо диференціальне рівняння ізоентропи реального газу при змінних $T, z\rho$, а саме:

$$\left[\partial T / \partial(z\rho)\right]_s = (\chi - 1)T / z\rho. \quad (6)$$

Використовуючи рівняння (5) у диференціальній формі, з рівняння (6) отримаємо диференціальне рівняння ізоентропи при змінних $p, z\rho$.

$$\left[\partial p / \partial(z\rho)\right]_s = \chi\rho / z\rho. \quad (7)$$

Спільне розв'язання рівнянь (6) та (7) призводить до диференціального рівняння термодинаміки у змінних T, p , а саме:

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_s = \frac{\chi - 1}{\chi} \frac{T}{p}. \quad (8)$$

Відмітимо, що за допомогою відомих співвідношень термодинаміки

$$\left(\frac{dp}{dv}\right)_s = \frac{c_p}{c_v} \left(\frac{dp}{dv}\right)_T; \quad \left(\frac{dT}{dv}\right)_s = -\frac{T}{c_v} \left(\frac{dp}{dT}\right)_p$$

і рівнянь (4) та (5) можна вираз (3) перетворити до вигляду

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{p}{c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}. \quad (9)$$

Вираз (9) дозволяє отримати рівняння (8) безпосередньо із рівняння термодинаміки при змінних T, p , а саме:

$$dq = c_p dT - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp.$$

Обчислення на основі даних з термодинамічних властивостей метану, що надані в [2], показали, що як для одноатомного, так і для дво- та багатоатомного газів величина χ доволі повільно змінюється у широкому діапазоні тиску і температури однофазної області.

В результаті інтеграції рівнянь (6), (7) та (8) отримуємо вирази ізоентропи реального газу у всіх варіантах параметрів $T, z\rho, \rho$ у вигляді:

$$\frac{T}{T_1} = \frac{(z\rho)^{\chi-1}}{(z_1\rho_1)^{\chi-1}}; \quad \frac{p}{p_1} = \frac{(z\rho)^\chi}{(z_1\rho_1)^\chi}; \quad \frac{T}{T_1} = \frac{(p)^{\chi-1/\chi}}{(p_1)^{\chi-1/\chi}}. \quad (10)$$

Вирази (10) зв'язані між собою співвідношенням (5), подібно до того, як рівняння ізоентропи ідеального газу - рівнянням Клапейрона.

Введений параметр $z\rho$ є зручним, величина його обчислюється через T і p простою формулою, а саме:

$$z\rho = \frac{p}{RT}.$$

Параметр ρ для формул Пуассона реального газу, навпаки, є незручним. Величина його через T і p обчислюється складною неявною функцією, індивідуальною для кожного газу:

$$\frac{p}{R\rho T} = z(\rho, T).$$

Використовуючи рівняння (5) та (7), можна вираз (4) перетворити до

вигляду $\eta = \frac{1}{\chi RT} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$, звідки отримуємо формулу швидкості звуку для

реального газу $a = \sqrt{\eta \chi RT}$.

Відмітимо, що при $z = 1$, вираз (5) набуває вид рівняння Клапейрона, показник (3) перетворюється у показник ізоентропи ідеального газу $k = c_p/c_v$, вирази (10) приводяться до рівнянь Пуассона і формули швидкості звуку ідеального газу.

Вираз швидкості звуку [3] у вигляді $a = \sqrt{\eta \chi RT} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \frac{c_p}{c_v}}$ дозволяє

отримати придатні для обчислень формули:

$$\eta = \frac{1}{RT} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \frac{c_p}{c_v} - \frac{z}{\rho c_v} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho; \quad \chi = \frac{1}{RT \eta} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \frac{c_p}{c_v}. \quad (11)$$

Часткові похідні і величини теплоємності, що входять до формул (11) можна обчислити для даного газу на основі термічного рівняння у квазівиріальній формі [2, 4], а саме:

$$z = 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j_i} b_{ij} \omega^j \theta^{j_i}; \quad \omega = \frac{\rho}{\rho_{kp}}; \quad \theta = \frac{T}{T_{kp}}, \quad (12)$$

використовуючи формули:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = RT \left[z + \omega \left(\frac{\partial z}{\partial \omega} \right)_\theta \right]; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho = R \rho \left[z - \theta \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_\omega \right];$$

$$c_v = c_p - R - R \theta^2 \int_0^\omega \left(\frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2} \right)_\omega \frac{d\omega}{\omega}; \quad c_p = c_v + \frac{T}{\rho^2} \left(\frac{\partial p / \partial T} \partial \rho \right)_T^2.$$

В сучасній літературі приводяться термодинамічні властивості найбільш поширених газів у широкому діапазоні тиску і температур. За наявності в таблицях термодинамічних властивостей даних по ізобарній теплоємності c_p і приведеному коефіцієнту об'ємного розширення $\tilde{\alpha} = \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$ величина χ

легко розраховується за формулою (9), яка у цьому випадку приймає вигляд

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{p}{c_p \rho T} \tilde{\alpha}}.$$

За відсутності даних по коефіцієнту об'ємного розширення і наявності даних за швидкістю звуку a , ізобарній c_p та ізохорній теплоємності c_v , величина χ визначається за формулою

$$\chi = \frac{1}{1 - \frac{a}{c_p} \sqrt{\frac{c_p - c_v}{T} \frac{c_v}{c_p}}},$$

яка отримується з формули (9) за допомогою відомих співвідношень [2]:

$$c_v = c_p + T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T^{-1}; \quad a^2 = -p^2 \frac{c_p}{c_v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T.$$

Вираз часткової похідної ентальпії має вигляд

$$\left(\frac{\partial i}{\partial v} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v + v \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T. \quad (13)$$

Інтеграція цього рівняння при $T = \text{const}$ призводить до рівняння

$$i = i^0(T) + \int_{\infty}^v \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v + v \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \right] dv. \quad (14)$$

Використовуючи рівняння (12), отримуємо відомий вираз:

$$i = i^0(T) - RT + RTz + RT \int_{\omega}^{\infty} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_{\omega} \frac{d\omega}{\omega}. \quad (15)$$

Величину $i^0(T)$ можна визначити за даними [5].

Зручно представити вираз ентальпії для реального газу у вигляді $i = \alpha RT$.

$$\text{Коефіцієнт} \quad \alpha = \frac{i^0(T)}{RT} + z - 1 + \theta \int_0^{\omega} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_{\omega} \frac{d\omega}{\omega} \quad (16)$$

може бути розрахований за допомогою індивідуального рівняння стану газу, що розглядається, у вигляді рівняння (12).

У таблицях термодинамічних властивостей газів зазвичай надані дані з ентальпії. В цьому випадку коефіцієнт α обчислюється за формулою

$$\alpha = i / RT. \quad (17)$$

Вираз внутрішній енергії для реального газу визначається на основі рівняння (5) в наступному вигляді:

$$u = i - p / \rho = \alpha RT - zRT = (\alpha - z)RT. \quad (18)$$

Висновки

Вираз показника ізоентропії, величина якого слабо змінюється у широкому діапазоні тиску і температур однофазної області багатомірих газів, дозволяє інтегрувати диференціальне рівняння термодинаміки і отримати основні співвідношення одновимірної ізоентропійної течії реального газу.

Список літератури

1. Шехтман А.М. Показатель изоентропии реального газа // ИФЖ, 1984. Т. 46, № 3. С. 516-517.
2. Термодинамические свойства метана / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов и др. – М.: Изд-во стандартов, 1979.
3. Абрамович Г.И. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1976. – с.
4. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – М.: Наука, 1981. – с.
5. Термодинамические свойства индивидуальных веществ / Под ред. В.П. Глушко. – М.: Наука, 1978. (в 4-х томах).