

Національний авіаційний університет
Міністерство освіти і науки України
Національний авіаційний університет
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

БАШИНСЬКА ОЛЬГА ЮРІЇВНА

УДК 624.04 – 027.28 (043.5)

ДИСЕРТАЦІЯ

СТВОРЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ
ВРАХУВАННІ РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЗАЛІЗОБЕТОНУ

05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди
Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ О.Ю. Башинська

Науковий керівник: Барабаш Марія Сергіївна, д.т.н., професор

Київ 2019

Ідентичний за змістом з іншими примірниками дисертації.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради Дубик О.М.

АНОТАЦІЯ

Башинська О.Ю. Створення розрахункових моделей будівельних конструкцій при врахуванні реологічних властивостей залізобетону. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.01 – «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» – Національний авіаційний університет, МОН України, Київ, 2019 р.

Врахування реологічних властивостей бетону є одним із найважливіших етапів при забезпеченні довготривалої та безпечної експлуатації будівель та споруд. До реологічних властивостей відносяться усадка, набухання, повзучість та релаксація. В рамках дисертаційної роботи досліджується саме явище повзучості.

Повзучістю називають помірну деформацію тіла під дією постійного навантаження. Властивістю повзучості характеризуються багато матеріалів. Реальні споруди часто піддаються дії змінних навантажень, що викликають миттєві пружні та пластичні деформації, а також повзучість.

Для дослідження руху середовища у стані повзучості використовують звичайний апарат механіки суцільного середовища, тобто вводять до розгляду тензор напружень, деформацій та швидкостей деформацій. У загальному випадку переміщення точок тіла можуть бути значними у порівнянні із його первинними розмірами. В такому випадку, його деформації повинні бути описані за допомогою тензора кінцевих деформацій, на деформованій поверхні тіла також мають бути задані відповідні граничні умови.

Важливою властивістю бетону є те, що при збільшенні температури оточуючого середовища, модуль пружності матеріалу зменшується. Врахувати зменшення модуля пружності можна за допомогою понижуючих коефіцієнтів. Але у всіх нормативних документах по будівництву сказано, що повного розрахунку та аналізу споруд потрібно враховувати не лише понижуючі коефіцієнти, а й коефіцієнти, що будуть враховувати ефект повзучості, в залежності від зміни температури.

У роботі наведена розробка методики розрахунку залізобетонних конструкцій, розробленої на основі подвійного степеневого закону, із врахуванням впливу високих температур та при розрахунку на вогнестійкість, а також, із врахуванням впливу фізичної нелінійності та реологічних властивостей бетону.

У першому розділі проводиться аналіз роботи залізобетонних конструкцій будівель та споруд при розвитку пластичних деформацій, що наведений у великій кількості робіт спеціалістів в області будівництва, будівельної механіки та механіки твердого деформованого тіла. Розглянуто основні гіпотези та припущення теорії пластичності та повзучості.

Проводиться аналіз роботи матеріалів та конструкцій при розвитку пластичних деформацій та при врахуванні нелінійної роботи матеріалу. Розглянуті відомі роботи фахівців в області дослідження повзучості бетону, та проведено аналіз та порівняння існуючих гіпотез та методів визначення температурних деформацій бетону.

Проводиться аналіз існуючих методів визначення функцій повзучості, а саме моделі пружно-повзучого тіла та моделі, що описана в європейських нормативних документах.

У другому розділі наведені основні припущення та передумови врахування пластичних деформацій бетону. Розглянуті основні рівняння та методи вирішення задачі рівноваги пружно-повзучого середовища. Розглянуто гіпотези, що дозволяють розрахувати ядро інтегрального рівняння Вольтерри, яке описує повні деформації тіла. Ідея опису явища повзучості за допомогою інтегрального рівняння зі змінною верхньою межею мала подальший розвиток, та згодом отримала назву спадкової теорії старіння.

В більшості випадків, при визначенні повних деформацій тіла, використовуючи інтегральне рівняння зі змінною верхньою межею, ядра цього рівняння приймалися залежними від різниці двох аргументів, а саме: часу прикладання навантаження та моменти визначення деформацій. Ця умова виникає із вимоги так званого замкненого контуру, що виражає інваріантність інтегрального співвідношення відносно зміни початку відліку часу.

Основну задачу пружно-повзучого середовища зазвичай формулюють наступним чином. Існує деяке тіло, на його поверхні діють сили або переміщення, або можуть бути задані інші граничні умови. Потрібно визначити деформації або напруження у цьому тілі із врахуванням ефекту повзучості. При вирішенні такої задачі були задані наступні передумови: було відомо модуль миттєвої пружності, та розраховано міру повзучості.

Виведена формула, що дозволяє врахувати вплив зміни температури оточуючого середовища конструкції на її напружено-деформований стан.

Проведено порівняння наведеної формули із експериментальними даними. Середнє значення похибки складає: при постійній підвищеній температурі оточуючого середовища – 9.2% для 53 °С, 6.47% для 75 °С, 5.37% для 23 °С, 7.47% для 71 °С; при змінному значенні температури – 10.07%, 1.94%, 4.98% для трьох досліджуваних зразків відповідно.

Розглянуто приклад розрахунку конструкції мосту в програмному комплексі «ЛІРА-САПР» при врахуванні деформацій повзучості. Проведено аналіз роботи споруди при виникненні пластичних деформацій.

Третій розділ дає достатню оцінку використанню методу скінченних елементів при вирішенні задачі термонапруженого стану. Оскільки, для точного визначення пластичних деформацій конструкції, що залежать від зміни температури, потрібно знати розподілення температури по всій конструкції, а також по перерізі елементів конструкції, то використання методу скінченних елементів є невід’ємною частиною даного аналізу.

В рамках дисертаційної роботи було створено 12 скінченних елементів теплопровідності, та реалізовано 5 видів зовнішнього навантаження для розрахунку задачі теплопровідності. В Програмному комплексі «ЛІРА-САПР» реалізовано модуль, що дозволяє вирішувати стаціонарні та нестаціонарні задачі теплопровідності.

У розділі розглянуті основні передумови створення скінченних елементів, методи виведення матриць жорсткості, конвекції та теплопоглинання. Наведені основні ідеї та методи апроксимації функції вузлових невідомих.

Розглянуто виведення функцій форм для стержневих, плоских та об'ємних скінченних елементів з одним ступенем вільності, які також носять назву симплекс-елементи.

Також розглянуто процес реалізації розрахунку коефіцієнта повзучості при визначенні пластичних деформації конструкції. Даний розрахунок здійснюється методом Ньютона-Рафсона. Так, на кожному кроці визначення невідомих рівняння рівноваги середовища, а саме – переміщень, відбувається перерозрахунок модуля пружності. Якщо задане врахування деформацій повзучості, то в такому випадку, модуль пружності буде визначатися в залежності від коефіцієнта повзучості, що розраховується відповідно до вибраної методики.

А також розглянуто основні формули та реалізацію розрахунку деформацій повзучості, як частину розрахунку фізичної нелінійності споруди через метод скінченних елементів.

У четвертому розділі наведені основні положення визначення деформацій термоповзучості. Розглянуті існуючі методики розрахунку залізобетонних конструкцій із врахуванням температурного впливу.

Наведено формули для математичного моделювання пластичних деформацій бетону із врахуванням зміни температурного режиму експлуатації, проведено порівняння аналітичних результатів із експериментальними даними.

Виконано розрахунок математичних моделей простих споруд в програмному комплексі «ЛІРА-САПР» із використанням різних методик моделювання та розрахунку пластичних деформацій. Проведено порівняння кінематичних характеристик розрахункових схем при різних методах визначення деформацій повзучості.

У п'ятому розділі розглянуто приклад моделювання плити перекриття за авторською методикою. Згідно з наведеною методикою елемент конструкції необхідно поділити на характерні ділянки. Далі потрібно провести теплотехнічний розрахунок конструкції методом скінченних елементів або методом скінченних різниць. В рамках дисертаційної роботи розглядався лише перший метод (скінченних елементів).

На наступному етапі розрахунку необхідно визначити температурні поля конструкції в певний момент часу, що залежить в ступеня вогнестійкості конструкції.

В залежності від визначених температурних ізополей потрібно розрахувати методом інтерполяції понижуючі коефіцієнти для міцністних та деформаційних характеристик бетону та арматури.

Використовуючи понижуючі коефіцієнти необхідно зменшити відповідні характеристики бетону та арматури у характерних ділянках. Таким чином, можна врахувати вплив високих температур на роботу конструкції.

Використовуючи формулу, що виведена у четвертому розділі, необхідно визначити коефіцієнт повзучості, що залежить від зміни температури оточуючого середовища споруди.

Останнім етапом є розрахунок споруди на міцність із врахуванням нелінійної роботи арматури та бетону, та впливу деформацій температуної повзучості, а також аналіз стійкості та міцності конструкції, в результаті розрахунку.

В роботі на прикладі аналітичної моделі плити перекриття побудовано розрахункову скінченно-елементну модель, виконано теплотехнічний розрахунок, визначено зменшені характеристики матеріалів, визначено закон розрахунку деформацій повзучості та проведено статичний розрахунок конструкції на міцність із врахуванням фізично-нелінійної роботи споруди. Проведено порівняння розрахунку автора із розрахунком за методиками, що наведені в нормативних документах, а також порівняння результатів розрахунку із дійсними результатами реальної споруди, що зазнала впливу пожежі.

За результатами дослідження автором розроблено рекомендації щодо розрахунку елементів конструкцій із врахуванням впливу температуної повзучості.

Ключові слова: залізобетонні конструкції, нелінійність, реологічні властивості залізобетону, метод скінченних елементів, вогнестійкість, нестационарна теплопровідність.

SUMMARY

Bashinskaya O.U. Creation of analytical models of construction taking into consideration concrete rheological properties. – *Qualifying scientific work on the rights of manuscripts.*

Thesis for a candidate's degree by specialty 05.23.01 – "Building Constructions" – National Aviation University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2019.

The consideration of rheological properties of concrete is one of the most important stages in ensuring the long-term and safe operation of buildings and structures. Rheological properties include shrinkage, swelling, creep and relaxation. Within the dissertation, the phenomenon of creep is investigated.

Creep is temperate deformation of the body under the action of constant load. The property of creep is characterized for a lot of materials. Real buildings are often subjected to variable loads that cause instant elastic and plastic deformation, as well as creep.

In order to study the motion of the material in creep, ordinary devices of a continuous medium mechanical are used. That is, they are introduced the tensor of voltage, deformation and rapid deformation. In the general case, the displacement of the points of the body may be significant in comparison with its original dimensions. In this case, its deformation must be described by means of the final deformation tensor, and at the deformed body surface must also be given by the corresponding boundary conditions.

An important property of concrete is that when the temperature of the surrounding environment increases, the modulus of elasticity of the material decreases. It's possible to take into account the decrease in the elasticity modulus by using the lowering coefficients. But all construction documents say that full calculation and analysis of structures should be done not only with taking into account the lowering coefficients, but also the coefficients that will take into account the effect of creep, depending on the temperature change.

In the work, the calculation methodology for reinforced concrete structures is represented. The methodology is developed on the basis of a double power law, taking into account the influence of high temperatures and the calculation on fire resistance, as

well as taking into account the influence of physical nonlinearity and rheological properties of concrete.

The first section analyzes the work of reinforced concrete constructions of buildings and structures during the development of plastic deformations, which is resulted in a large number of works of specialists in the field of construction, construction mechanics and mechanics of solid deformed body. The basic hypotheses and assumptions of the theory of plasticity and creep are considered.

An analysis of the work of materials and structures during the development of plastic deformations and the consideration of the nonlinear work of the material is carried out. It considered the well-known works of experts in the field of study of creep of concrete. And also the analysis and comparison of existing hypotheses and methods of determination of temperature deformations of concrete have been carried out.

An analysis of existing methods for determining the functions of creep, namely, the model of elastic-creeping body and model, described in European regulations, is analysed.

In the second section, the main assumptions and preconditions for taking into account plastic deformations of concrete are given. The basic equations and methods of solving the equilibrium problem of elastic-creeping medium are considered. The hypotheses that allow us to calculate the core of the Volterra integral equation, which describes the complete deformation of the body, are considered. The idea of describing the phenomenon of creep with the help of an integral equation with a variable upper limit was further developed, and subsequently became known as the hereditary theory of aging.

In most cases, when determining the full deformations of a body, using the integral equation with variable upper limit, the kernels of this equation were taken depending on the difference between two arguments, namely, the time of applying the load and the moments of deformation determination. This condition arises from the requirement of the so-called closed circuit, which expresses the invariance of the integral relation with respect to the change in the starting time of the time.

The main task of an elastic-creeping environment is usually formulated as follows. There is some body, forces or movements on its surface, or other boundary conditions

can be specified. It is necessary to determine the deformation or tension in this body, taking into account the effect of creep. In solving this problem, the following conditions were set: a module of instantaneous elasticity was known, and the creep rate was calculated.

An analysis of existing methods for calculating plastic deformations of the construction is carried out. The methods of calculating the function and creep coefficient are given. The formula is derived, which allows to take into account the influence of temperature change of the environment of the structure on its stress-strain state.

The comparison of the above formula with experimental data is carried out. The average error value is: at a constant elevated temperature of the surrounding medium: 9.2% for 53 °C, 6.47% for 75 °C, 5.37% for 23 °C, 7.47% for 71 °C; with variable values of temperature - 10.07%, 1.94%, 4.98% for the three samples under study, respectively.

An example of calculation of bridge construction in the software complex "LIRA-SAPR" is considered, taking into account the creep deformations. An analysis of the work of the structure during the occurrence of plastic deformations has been carried out.

The third section gives a sufficient estimation of the use of the finite element method when solving the problem of thermo-stressed state. Since, in order to accurately determine the plastic deformations of a structure dependent on temperature changes, it is necessary to know the temperature distribution throughout the constructions, as well as the section of the elements of the construction, then the use of the finite element method is an integral part of this analysis.

Whithin the dissertation work, 12 finite elements of heat conductivity was created, and 5 different types of external load were used to calculate the heat conduction problem. In the Program complex "LIRA-SAPR" a module is implemented that allows solving stationary and non-stationary heat conduction problems.

The chapter considers the main preconditions for the creation of finite elements, the methods for extracting stiffness matrices, convection and heat absorption. The basic ideas and methods of the approximation of nodal unknown functions are given.

The deduction of functions of forms for bar, plane and three-axial finite elements with one degree of freedom, also called simplex elements, is considered.

Also, the process of implementing the calculation of the creep coefficient in determining the plastic deformation of the structure is considered. This calculation is carried out by the Newton-Raphson method. Thus, at each step of the definition of unknown equations of equilibrium of the environment, namely, of displacements, the recalculation of the elastic modulus is carried out. If the given creep deformation is taken into account, in this case, the elastic modulus will be determined depending on the creep coefficient calculated according to the chosen method.

Also, the basic formulas and the implementation of the calculation of creep deformations are considered as part of the calculation of the physical nonlinearity of the structure through the finite element method.

In the fourth section, the main provisions of the definition of thermocorrelation deformations are given. Existing methods of calculation of reinforced concrete constructions considering the temperature influence are considered.

The formulas for mathematical modeling of plastic deformations of concrete with the account of change of temperature mode of operation are given, the comparison of analytical results with experimental data is carried out.

The calculation of mathematical models of simple structures in the software complex "LIRA-SAPR" with the use of various methods of modeling and calculating plastic deformations is performed. A comparison of the kinematic characteristics of the calculation schemes with different methods for determining the creep deformations is carried out.

In the fifth section, an example of simulation of slabs of overlap according to the author's technique is considered. According to the given method, the structural element must be divided into characteristic areas. Then it is necessary to conduct heat engineering calculations of the construction by finite element method or finite difference method. In the framework of the dissertation work only the first method (finite elements) was considered.

At the next stage of the calculation it is necessary to determine the temperature fields of the design model at a certain point in time, which depends on the degree of fire resistance of the structure.

Depending on the specified temperature isofields, it is necessary to calculate the lowering coefficients for the strength and deformation characteristics of concrete and reinforcement by means of interpolation.

Using the lowering coefficients it is necessary to reduce the corresponding characteristics of concrete and reinforcement in the characteristic areas. Thus, the influence of high temperatures on the work of the structure can be taken into account.

Using the formula derived in the fourth section, it is necessary to determine the coefficient of creep, which depends on the change in the temperature of the environment of the building.

The last step is to calculate the strength of the structure, taking into account the nonlinear operation of the reinforcement and concrete, and the influence of temperature creep deformations, as well as the analysis of the stability and strength of the structure, as a result of the calculation.

In the work on the example of the analytical model of the floor slab, a finite-element model was constructed, a heat engineering calculation was performed, reduced material characteristics were determined, the law of calculating the creep deformation was determined and a static calculation of the structural design for durability was made taking into account the physical and nonlinear work of the structure. A comparison of the calculation of the author with the calculation methods described in the normative documents, as well as comparison of the results of calculations with the actual results of the actual construction, exposed to the fire.

According to the results of the research, the author has developed recommendations for the calculation of structural elements taking into account the influence of temperature creep.

Key words: reinforced concrete structures, nonlinearity, rheological properties of reinforced concrete, finite element method, fire resistance, non-stationary heat conductivity.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Башинская О.Ю. Сравнительный анализ методов численного моделирования пластических деформаций бетона / О. Ю. Башинская, М. С. Барабаш // Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серия : Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. – 2016. – Вып. 91. – С. 32–39.
2. Башинская О.Ю. Решение задачи термползучести бетона методом конечных элементов / О. Ю. Башинская, А.В. Пикуль, М.С. Барабаш // Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. – 2017. - Вып. 99. - С. 22-29.
3. Башинская О. Ю. Математическое моделирование пластических деформаций бетона с учётом изменения температурного режима эксплуатации / О. Ю. Башинская // Проблеми розвитку міського середовища. – 2017. – Вип.1 (17) – С. 35–45.
4. Башинская О.Ю. Численное моделирование циклического температурного режима эксплуатации в ПК «ЛИРА-САПР» / Башинская О.Ю., Барабаш М.С., Пикуль А.В. // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2017. – Вип.67– С. 13-19.
5. Varabash M. Methods of modeling of composite materials and composite structures on «LIRA-SAPR» / Varabash M., Genzerskyi I., Pikul A., Bashynska O. // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – 2017. – № 1(48) – С. 129–137. (Index Copernicus).
6. Барабаш М.С. Моделирование усиления конструкций композитными материалами в ПК «ЛИРА-САПР» / Барабаш М.С., Пикуль А.В., Башинская О.Ю.

// International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2017. – Vol. 13, Issue 1. – С.34-41.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

7. Башинська О.Ю. Обзор существующих методов решения задачи равновесия упруго-ползучей среды / О.Ю. Башинська // II-й міжнародний науково-практичний конгрес «Міське середовище XXI ст. Архітектура. Будівництво. Дизайн»: збірник тез. – Київ, 2016. – С. 137 – 138.

8. Башинська О.Ю. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М.С. Барабаш, О.Ю. Башинська // Робоча програма та тези доповідей науково-практичної конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» . – Київ, 2016. – С. 24.

9. Башинська О.Ю. Построение и анализ расчетных моделей с учетом влияния ползучести / О.Ю. Башинська // I міжн. наук.-практ. конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі»: збірник тез. – Київ, 2017. – С. 23 – 26.

10. Башинська О.Ю. Создание расчетной модели с учетом воздействия огня и влияния ползучести / О.Ю. Башинська // II міжн. наук.-практ. конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі»: збірник тез. – Київ, 2018. – С. 26 – 29.

11. Башинская О.Ю. Учёт деформаций усадки и ползучести в мостовых сооружениях / О.Ю. Башинская // Сборник статей 19-й конференции молодых ученых «Наука - будущее Литвы». Инженерия транспорта и организация перевозок. – С. 120–124.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

12. Барабаш М. С. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М. С. Барабаш, О. Ю. Башинська, Р. М. Запоточний // Містобудування та територіальне планування. – 2016. – №61. – С. 147 – 154.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	16
1.1. Аналіз поведінки матеріалів і конструкцій при розвитку пластичних деформацій.....	16
1.2. Робочі гіпотези теорії повзучості та пластичності.....	20
1.3. Існуючі дослідження повзучості бетону.....	24
1.4. Аналіз існуючих гіпотез та методів визначення температурних деформацій повзучості.....	27
1.5. Висновки до розділу 1.....	29
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ВРАХУВАННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРИ РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЙ.....	31
2.1. Загальні положення.....	31
2.2. Особливості вирішення задачі рівноваги пружно-повзучого середовища.....	35
2.3. Методи чисельного моделювання пластичних деформацій бетону.....	41
2.4. Методики розрахунку коефіцієнта повзучості	52
2.5. Особливості створення розрахункових моделей елементів конструкції при врахуванні реологічних властивостей	54
2.6. Висновки до розділу 2.....	57
РОЗДІЛ 3. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННІ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ.....	59

3.1. Основні передумови використання методу скінченних елементів. Вирішення задачі теплопровідності методом скінченних елементів.....	59
3.2. Математичне представлення скінченних елементів теплопровідності та конвективного теплообміну. Матриця жорсткості та матриця теплопоглинання.....	65
3.3. Вирішення нестационарної задачі теплопровідності.....	69
3.4. Вирішення задачі термоповзучості методом скінченних елементів.....	73
3.5. Висновки до розділу 3.....	78
РОЗДІЛ 4. РОЗРОБКА МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ ТА РОЗВИТКУ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ.....	79
4.1. Загальні положення.....	79
4.2. Математичне моделювання пластичних деформацій бетону із врахуванням зміни температурного режиму експлуатації.....	82
4.3. Визначення міцнісних та деформаційних характеристик при впливі високих температур.....	86
4.4. Чисельне моделювання температурного режиму в ПК «ЛІРА-САПР».....	90
4.5. Висновки до розділу 4.....	94
РОЗДІЛ 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ВОГНЕВОГО ВПЛИВУ ІЗ ВРАХУВАННЯМ В'ЯЗКОПРУЖНОПЛАСТИЧНОЇ МОДЕЛІ БЕТОНУ.....	95
5.1. Загальні положення.....	95
5.2. Алгоритм розрахунку залізобетонного елемента конструкції в умовах вогневого впливу.....	102

5.3. Розрахунок плити перекриття із врахуванням впливу реологічних факторів.....	106
5.4. Результати дослідження	109
5.5. Висновки до розділу 5.....	115
ВИСНОВКИ	116
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	118
ДОДАТКИ.....	131

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ

CE	– скінчений елемент
MSE	– метод скінчених елементів
НД	– нормативні документи
НДС	– напружено-деформований стан
НС	– напружений стан
ПК	– програмний комплекс
$E_{c,d}$	– розрахункове значення модуля пружності бетону
M_d	– згинальний момент
N	– осьова сила
$f_{ck} (R_{bn})$	– характеристична циліндрична міцність на стиск бетону у віці 28 діб
$f_{cd} (R_b)$	– розрахункове значення міцності бетону на стиск
$f_{ctd} (R_{bt})$	– розрахункове значення міцності бетону на розтяг
$f_{yd} (R_s)$	– розрахункова міцність арматури на границі текучості
ε_c	– відносна деформація стиску бетону
ε_{cl}	– відносна деформація стиску бетону при максимальних напруженнях f_c
ε_{cu}	– відносна гранична деформація стиску бетону

Основні умовні позначення вказані відповідно до нормативному документу ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. У дужках вказані позначення по нормативному документу СНиП 2.03.01-84*, що раніше діяв.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Надійність і довговічність бетонних і залізобетонних конструкцій будівель та споруд не може бути забезпечена без урахування важливих особливостей деформування бетону. Реологічні властивості бетону, що, в основному, обумовлені його властивістю повзучості, дуже впливають на напружено-деформований стан конструкції в часі, навіть якщо зовнішнє навантаження не зазнає особливих змін. Так, з плином часу відбувається перерозподіл зусиль між сильно та слабо навантаженими елементами, між арматурою і бетоном в перерізах елементів.

Збільшення переміщень в часі також робить істотний внесок на напружено-деформований стан конструкції, що змінюється з часом. Особливо це позначається на таких конструкціях, як пологі залізобетонні оболонки, для яких зменшення стріли підйому може позначитися на збільшенні зусиль в кілька разів і привести до аварії. Прогнозування тривалого деформування бетону в часі є актуальним, тому що від правильного врахування таких особливостей бетону та залізобетону при проектуванні - залежить надійність і довговічність споруд, а також відповідність споруди пропонованим до неї вимогам.

Необхідно відзначити, що запроектована споруда (крім надійності, безпеки та економічної доцільності) повинна забезпечити функціональну придатність. Визначення функціональної придатності споруд неможливо без правильного прогнозування перерозподілу напружень між бетоном і арматурою, що відбувається внаслідок повзучості бетону.

Діючі норми [36, 67, 83, 102] проектування практично не враховують фактор часу і термін служби в розрахунках несучих конструкцій. Однак, з плином часу залізобетонні конструкції змінюють свої жорсткісні характеристики, зокрема знижується міцність і модуль пружності бетону.

Напруження в арматурі і бетоні слід визначати за розрахунковими діаграмами стану матеріалів виходячи з сумарних відносних деформацій від всіх впливів (включаючи початкові). Звісно, ці деформації розвиваються в процесі

експлуатації конструкції (усадка, повзучість, набухання, попереднє напруження, самонапруження і т.д.).

Процес руйнування, що розвивається в часі, пов'язують з явищем повзучості, внаслідок якого відбувається накопичення пошкоджень. Криву тривалої міцності будують в координатах напруження-час до руйнування для даного значення напруження. У подвійних логарифмічних координатах часто отримують два відрізки прямих. Перша ділянка відповідає руйнуванню при високих рівнях навантажень, друга ділянка відповідає крихкому руйнуванню в результаті накопичення мікротріщин в міжзеренистих утвореннях.

Несуча здатність конструкції, що експлуатується, може бути точно встановлена лише при її руйнуванні, що неприйнятно з практичної точки зору, а руйнівні методи контролю дають лише непряму інформацію про стан об'єкта. Тому важливим моментом стає проведення чисельного експерименту по визначенню дійсного напружено-деформованого стану.

Під час експлуатації бетонні та залізобетонні конструкції постійно піддаються впливам несилового характеру, в результаті яких відбувається зміна напруженого стану і виникають змушені деформації. До вимушених деформацій відносяться деформації, які пов'язані з осіданням опор, штучним перерозподілом зусиль, зміною температури або вологості бетону і т.д. Без урахування впливу цих факторів на напружено-деформований стан - неможливо надійно розрахувати жодну будівлю або споруду.

В результаті порушення термометричної рівноваги конструкції з навколишнім середовищем або при зміні ентальпії, в бетоні постійно виникають температурні деформації. Такий вид деформацій неминучий у багатьох масивних бетонних конструкціях, які в молодому віці в наслідок екзотермії розігріваються (часто їх температура досягає 40°C), а потім повільно остигають (розсіювання накопиченого тепла може відбуватися протягом багатьох років). Безперервні температурні деформації властиві спорудам, що знаходяться на відкритому повітрі і піддаються атмосферним впливам, які носять періодичний характер. Аналогічний вплив на конструкцію мають технологічні цикли, наприклад, в автоклавах,

пропарювальних камерах, гарячих цехах і т.д. Тривалому впливу високих температур піддаються багато залізобетонних споруд спеціального призначення: димові труби, фундаменти під спеціальні печі, бункери для золи та шлаку, кабіни для газів, що відходять і т.д.

Вивчення напружено деформованого стану, що викликаний вимушеними температурними деформаціями, вимагає врахування зміни в часі фізико-механічних властивостей бетону, а також його повзучості.

Останнім часом методи розрахунку будівель і споруд на міцність і жорсткість стрімко розвиваються в напрямку все більш повного врахування дійсних умов роботи конструкції. Справжня робота присвячена дослідженню напружено деформованого стану бетонних і залізобетонних конструкцій при наявності вимушених деформацій з урахуванням повзучості. Вимушені деформації часто з'являються в молодому віці бетону, а їх післядія зберігається тривалий період часу. Основний зміст роботи полягає в розгляді теорії розрахунку споруд на основі розгляду конструкції як ідеального пружно-пластичного тіла. Крім того, наведені основні поняття про розрахунок пружно-в'язких систем, що володіють властивостями змінювати свій напружений стан в часі. У роботі також розглянуто процес математичного моделювання повних деформацій залізобетонних конструкцій при експлуатації в умовах впливу високих температур, або з урахуванням впливу екзотермії при твердінні масивних бетонних конструкцій. Розглянуто процес реалізації температурної функції повзучості в скінченно-елементному методі розрахунку будівель і споруд. Наведено результати верифікації розглянутої функції повзучості шляхом порівняння аналітичних рішень з експериментальними даними, отриманими при різних значеннях зміни температури навколишнього середовища випробовуваних зразків. Особливу увагу приділено теорії тепло- і вологопровідності бетону, інтенсивність яких залежить від температури, а також пружно-миттєвим властивостями тіл, які залежать від віку бетону. Отримані результати дослідження дозволяють більш точно аналізувати напружено-деформований стан конструкцій, що викликаний зміною температури і вологості бетону з урахуванням повзучості.

У деяких випадках під час експлуатації будівельні конструкції піддаються систематичному впливу підвищених і високих кліматичних або технологічних температур. До них відносяться конструкції «гарячих» цехів з підвищеними температурами від 50 до 200 °С, конструкції автоклавів і пропарювальних камер, елементи конструкцій теплових агрегатів піддаються впливу температур вище 200 °С. До аналогічних умов експлуатації відносяться конструкції будівель, які розташовані в районах з сухим і спекотним кліматом, в такому випадку конструкції піддаються циклічному впливу сонячної радіації, яка в денний час досягає 50 °С і вище.

Розрізняють два види нагріву конструкцій: циклічний і стаціонарний. Враховувати обидва види умов експлуатації будівель (при моделюванні і розрахунку міцності і характеристик жорсткості) дозволяють такі програмні комплекси, як Ansys, «ЛІРА-САПР», Code Aster.

Аналіз останніх джерел і публікацій. Грунтуючись на феноменологічних рівняннях механічного стану матеріалу багато вчених намагалися вивести формулу обчислення деформації повзучості і відобразити закон залежності між напруженнями і деформаціями в пружно-повзучому середовищі. До них відносяться Г.Н. Маслов [61], Н.Х. Арутюнян [2], І.Е. Прокопович [60], А.Я. Барашиков [7], А.М. Бамбура [8, 9], А.Б. Голишев [22], О.І. Голоднов [23, 24, 25, 26, 27, 28], Б.Г. Демчина [33], А.Р. Ржаницин [61], О.Я. Берг [18] і багато інших. Великий внесок у розвиток нелінійної теорії повзучості внесли також А.Г. Тамразян [68, 69], А.М. Невілл [55], В.М. Бондаренко [20], П.І. Васильєв [21] та інші.

Відомо, що умови роботи мають значний вплив на властивості будь-якого матеріалу. При дії короткочасних завантажень, значення яких не перевищують розрахункові, бетонні конструкції перебувають в пружному або пружно - пластичному стані. Але при дії тривалих завантажень деформації продовжують рости навіть при постійних напругах. Цей процес називають явищем повзучості.

Іноді деформації повзучості можуть перевершувати пружні в два-три рази. Тому звичайний розрахунок елементів конструкції може представити картину

напружень і деформацій лише в початковий момент дії навантаження. Отже, вивчення і розкриття існуючих методів розрахунку деформації повзучості є актуальним і необхідним для повної оцінки напружено - деформованого стану бетонних і залізобетонних будівель і споруд.

Дослідженню температурних напружень в бетоні присвячені роботи багатьох вчених: С.В. Олександрівського [1], А.В. Бушманова [19], С.Л. Фоміна [73, 74], Ю.А. Отроша [58], Кричевського [49], та інших. Багато сучасних вчених займаються розвитком теорії лінійної і нелінійної повзучості: Ю.Я. Тюкалов [71], В. А. Баженов [97, 98], А. Г. Тамразян [68, 69], С. Г. Есяян [69] і ін. Велика кількість зарубіжних вчених присвячують свої роботи питання термічної повзучості: З. Базант [87 - 96], Р. Венднер [122], М. Хублер [123] і багато інших. Також, написано велику кількість робіт про вплив вологості бетону на швидкість розвитку пластичних деформацій конструкції, до них відносяться роботи. Багато досліджень і публікацій Американського Інституту Бетони (American Concrete Institute) [82] присвячено методикам розрахунку конструкцій з урахуванням термоповзучості.

Мета і завдання дослідження. *Метою роботи є розробка методики розрахунку залізобетонних конструкцій із врахуванням впливу фізичної нелінійності та реологічних властивостей бетону, створеної на основі подвійного степеневого закону, а також із врахуванням впливу зміни температури оточуючого середовища.*

Для досягнення мети в роботі були поставлені та вирішені наступні завдання:

1. Узагальнення результатів дослідження в області визначення характеристик міцності і деформації конструкцій (прогинів та переміщень, характеристик міцності та деформативності матеріалів конструкцій) із врахуванням впливу реологічних властивостей роботи бетону, обґрунтування необхідності проведення дослідження в цій області, визначення передумов та допущень.
2. Отримання аналітичних залежностей, які дозволять врахувати вплив зміни температури оточуючого середовища конструкції на розвиток деформацій повзучості.

3. Розробка методики визначення напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій будівель та споруд із урахуванням фізичної нелінійності бетону.
4. Створення математичної моделі залізобетонних конструкцій із урахуванням додаткових факторів (вплив високих температур, розвиток пластичних деформацій у результаті впливу реологічних властивостей).
5. Розробка алгоритму, який враховує в'язко-пружно-пластичну поведінку бетону для розрахунку скінченно-елементних моделей конструкцій, які знаходяться під впливом високих температур, що змінюються у часі.
6. Порівняльний аналіз результатів розрахунків залізобетонних конструкцій за методом скінченних елементів із отриманими експериментальними даними.

Об'єкт дослідження. Залізобетонні будівельні конструкції, що знаходяться під впливом силових та температурних навантажень.

Предмет дослідження. Характеристики міцності та деформативності будівельних конструкцій при врахуванні реологічних властивостей залізобетону та зміни температури оточуючого середовища.

Методи досліджень. Дослідження напружено-деформованого стану конструкцій базується на сучасних методах опору матеріалів, методах механіки твердого деформівного тіла, теорії пружності та пластичності, теорії залізобетону. Використовується чисельне моделювання роботи конструкції за допомогою методу скінченних елементів в програмному комплексі «ЛІРА-САПР».

Наукова новизна отриманих результатів:

1. Вперше розроблено методику чисельного моделювання залізобетонних конструкцій із урахуванням впливу зміни температури оточуючого середовища на зниження механічних та деформаційних властивостей бетону та арматури.
2. Розроблено алгоритм визначення деформацій конструкції із врахуванням виникнення деформацій повзучості на основі подвійного степеневого закону.
3. Вдосконалено алгоритм визначення функції повзучості, що враховує вплив зміни температури оточуючого середовища, гідратації та абсолютної вологості бетону на залізобетонні конструкції.

4. Отримані аналітичні залежності та розроблена методика розрахунку залізобетонних плит перекриття із врахуванням в'язко-пружно-пластичності бетону та впливу температурних факторів.

5. Набула подальшого розвитку математична модель, яка дозволяє врахувати зміну температури в перерізі елемента та її вплив на розвиток нелінійних деформацій, із врахуванням зниження характеристик міцності та деформативності матеріалу.

Практична цінність отриманих результатів:

- запропоновано методику для проектування будівель та споруд, в яких можуть виникати деформації повзучості;
- виконані чисельні експерименти дозволяють визначити небезпечні фактори, що характеризують можливу зміну умов експлуатації будівлі (збільшення пластичних деформацій або високотемпературні впливи тощо);
- наведені алгоритми розрахунку конструкції можуть бути використані при повторному перерахунку будівель та споруд, що зазнали вогневого впливу;
- результати дослідження можна використовувати при удосконаленні нормативів у рамках забезпечення конструктивної безпеки будівель та споруд у випадку впливу високих або підвищених температур;
- наведено алгоритм визначення параметрів термонапруженого стану, за яких забезпечується подальша безпечна експлуатація залізобетонної конструкції;
- запропоновані рекомендації щодо прогнозування технічного стану будівель та споруд під час їхньої експлуатації, що дають можливість максимально точно визначити ресурс конструкцій.

Особистий внесок здобувача. Більшість отриманих результатів дисертаційної роботи одержані автором самостійно. Окремі наукові результати отримано у співавторстві з науковим керівником і опубліковані у наукових статтях. Особистий внесок здобувача включає визначення мети та завдання виконаних досліджень, загальне виконання робіт, створення розрахункових моделей споруд, чисельне моделювання скінченних елементів для вирішення задачі

теплопровідності, розробку загальної методики розрахунку конструкцій, аналіз експериментальних даних.

За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 12 наукових праць, з яких 1 стаття у закордонному науковому періодичному виданні, та 1 стаття у виданні України, що включене до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus.

В наукових роботах, опублікованих зі співавторами, здобувачу належать:

[1] – теоретичне дослідження існуючих гіпотез визначення функції повзучості, побудова графіків порівняння досліджених методик;

[2] – дослідження процесу реалізації розрахунку пластичних деформацій конструкції при визначенні напруженого стану методом скінченних елементів, побудова графіків порівняння аналітичних та експериментальних даних;

[4] – дослідження процесу знаходження функціоналу термопвзучості, створення розрахункових моделей для порівняння різних методик розрахунку деформацій повзучості;

[5] – створення розрахункових схем конструкцій, виконання розрахунку із врахуванням фізичної нелінійності;

[6] – виконання розрахунків в інженерному калькуляторі «ЕСПРІ», виведення алгоритму розрахунку підсилення конструкцій композитними матеріалами із врахуванням пластичності бетону;

[8, 12] – дослідження методик розрахунку пластичних конструкцій, задання параметрів для розрахунку конструкції моста із врахуванням фізично-нелінійної роботи матеріалу.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертації і отримані результати відповідають актуальним напрямкам науково-технічної політики України відповідно до Постанови Кабінету Міністрів України №409 від 05.05.1997 р. «Про забезпечення надійності і безпечної експлуатації будівель споруд і мереж», від 23.05.2011 №547 «Про затвердження Порядку застосування будівельних норм, розроблених на основі національних технологічних традицій, та будівельних норм, гармонізованих з нормативними документами Європейського Союзу».

Дисертаційна робота виконана на кафедрі комп'ютерних технологій будівництва Національного авіаційного університету у рамках наукових досліджень кафедри за держбюджетною темою № 6/10.01.02 «Комп'ютерне моделювання процесів життєвого циклу об'єктів цивільного та транспортного будівництва» та № 36/10.01.02 «Побудова теорії опору складених залізобетонних конструкцій на основі механіки руйнування залізобетону та її комп'ютерне моделювання».

Апробація матеріалів дисертації. Результати та матеріали дисертаційної роботи доповідалися на конференціях: II міжнародний науково-практичний конгрес «Міське середовище XXI ст. Архітектура. Будівництво. Дизайн», який відбувся 15-18 березня 2016 року в Національному авіаційному університеті, м.Київ; XIX конференція молодих вчених «Наука – майбутнє Литви. Транспортна інженерія. Менеджмент», яка відбулася 6-7 травня 2016 року у Вільнюському технічному університеті Гедиміна, м. Вільнюс, Литва; науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції», яка відбулася 2-3 червня 2016 року в Київському національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ; XIV міжнародна науково-практична конференція «Інноваційні технології життєвого циклу об'єктів житлово-цивільного, промислового і транспортного призначення», яка відбулася 19-23 вересня 2016 року, в м. Кам'янець-Подільський; XII міжнародна науково-технічна конференція «Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація», яка відбулася 18-20 жовтня 2016 року, в м. Полтава; I міжнародна науково-практична конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі», яка відбулася 19-23 вересня 2017 року у КНУБА, м. Київ; науково-практичний семінар щодо підвищення кваліфікації за спеціальністю «Вогнестійкість будівельних конструкцій. Пожежна безпека об'єктів будівництва», що відбувся 24 квітня 2018 року в ДНДІБК, м.Київ; науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції», яка відбулася 24-25 травня 2018 року в Київському

національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ; XVI міжнародна науково-практична конференція «Інноваційні технології життєвого циклу об'єктів житлово-цивільного, промислового і транспортного призначення», що відбулася 4 – 8 вересня 2018 року в с. Брюховичі, Україна; II міжн. наук.-практ. конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі», яка відбулася 26-27 вересня 2018 року у Київському національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ; міжнародна наукова конференція «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения»), що відбулася 27 березня 2019 року в Російській Академії Архітектурних і Будівельних Наук, м. Москва, Росія.

Публікації. Основні наукові результати за темою дисертаційної роботи опубліковані у 12 наукових працях, у тому числі 5 наукових публікацій, у спеціалізованих фахових виданнях, внесених до переліку ВАК України (із них 1 публікація, у виданні, що входить до міжнародних наукометричних баз), 1 публікація у зарубіжному періодичному виданні, 1 стаття, що додатково відображає результати дисертаційного дослідження та 5 публікацій у збірниках праць за матеріалами конференцій.

Структура дисертації. Дисертація складається із анотації, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг дисертації складає 140 сторінок, із них 112 сторінок – основна частина тексту. У тексті міститься 45 графічних ілюстрацій, 6 таблиць, список використаних джерел обсягом 125 найменувань на 13 сторінках, додатки на 10 сторінках.

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ СТАНУ ПИТАННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1. Аналіз поведінки матеріалів і конструкцій при розвитку пластичних деформацій

Відомо, що умови роботи мають значний вплив на властивості будь-якого матеріалу. При дії короточасних завантажень, значення яких не перевищують розрахункові, бетонні конструкції перебувають в пружному або пружно-пластичному стані. Але при дії тривалих завантажень деформації продовжують рости навіть при постійних напруженнях. Цей процес називають явищем повзучості.

Іноді деформації повзучості можуть перевершувати пружні в два-три рази. Тому звичайний розрахунок елементів конструкції може представити картину напружень і деформацій лише в початковий момент дії навантаження. Отже, вивчення і розкриття існуючих методів розрахунку деформації повзучості є актуальним і необхідним для повної оцінки напружено-деформованого стану бетонних і залізобетонних будівель і споруд.

Якщо паралельно з'єднати ідеально в'язкий елемент з ідеально пружним, що підкоряється закону Гука, то отримаємо схему простого нерелаксуючого тіла.

Напруження в цьому тілі дорівнюватимуть

$$\sigma_{\text{Повні}} = \sigma_{\text{В'язкі}} + \sigma_{\text{Пружні}} = E\varepsilon + K\dot{\varepsilon}, \quad (1.1)$$

де σ – напруження; E – модуль пружності; ε – деформації; K – коефіцієнт в'язкості; $\dot{\varepsilon}$ – швидкість деформації.

Ржаніцин А.Р. [61] запропонував рішення для рівняння (1.1) в разі постійного навантаження $\sigma = \text{const}$ у вигляді залежності

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{K}t} \right), \quad (1.2)$$

де t - розглянутий момент часу визначення деформацій.

У разі, якщо рух починається не з нуля, а від деякої розпочатої раніше деформації ε_0 , тоді закон наростання деформацій можна записати у вигляді:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} - \left(\frac{\sigma}{E} - \varepsilon_0 \right) e^{-\frac{E}{K}t}, \quad (1.3)$$

де ε_0 – початкові деформації.

Відомо, що повні деформації матеріалу є сумою деформацій повзучості і миттєвих. В одновимірному випадку їх можна описати рівнянням:

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma_x(t) / E(t) - \int_{t_0}^t \sigma_x(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{E(t)} + C(t, \tau) \right] dt, \quad (1.4)$$

де t_0 – момент прикладання навантаження; $C(t, \tau)$ – міра повзучості.

Дане співвідношення можна розглядати як інтегральне рівняння Вольтерри для функції $\sigma_x(t)$ з ядром:

$$K(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]. \quad (1.5)$$

Для вирішення цього інтегрального рівняння потрібно розглянути задачу про напружений стан твердого тіла, яке знаходиться під дією поверхневих та об'ємних сил, з урахуванням повзучості [10]. В цьому випадку можна записати систему рівнянь рівноваги в наступному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} F_{nx}(t) &= \sigma_x^*(t) \cos(nx) + \tau_{xy}^*(t) \cos(ny) + \tau_{xz}^*(t) \cos(nz); \\ F_{ny}(t) &= \tau_{yx}^*(t) \cos(nx) + \sigma_y^*(t) \cos(ny) + \tau_{yz}^*(t) \cos(nz); \\ F_{nz}(t) &= \tau_{zx}^*(t) \cos(nx) + \tau_{zy}^*(t) \cos(ny) + \sigma_z^*(t) \cos(nz); \end{aligned} \right\}, \quad (1.6)$$

де $F(x, y, z, t)$ і $K(x, y, z, t)$ – вектори поверхневих і об'ємних сил, що діють на задане тіло, і також віднесені до одиниці поверхні.

Оскільки ця система напружень повинна задовольняти звичайні рівняння рівноваги і граничні умови, в яких час t грає роль параметра, то повні напруження в тілі з урахуванням повзучості $\sigma_x^* \dots \tau_{zx}^*$ потрібно визначати через відповідні напруження пружно-миттєвої задачі $\sigma_x^*(t) \dots \tau_{zx}^*(t)$.

Система рівнянь рівноваги (1.6) також дозволяє вирішити задачу про напружений стан тіла, яке знаходиться в стані повзучості і при цьому піддається зміні модуля миттєвої деформації.

Основною проблемою при побудові теорії повзучості є вибір ядра інтегрального співвідношення (1.4), на підставі якого можна отримати рішення задачі пружно-повзучої середовища.

Больцман запропонував теорію, згідно з якою ядро інтегрального рівняння приймають залежно від різниці двох аргументів - часу прикладання навантаження τ і моменту спостереження t . Пізніше ця теорія отримала назву теорії старіння. У своїх роботах він зупинився на ядрі виду:

$$(t-\tau) = \frac{A}{t-\tau}, \quad (1.7)$$

де A – деяка константа, яка залежить від властивостей матеріалу.

Також він запропонував визначати повні напруження і деформації тіла відповідно до наступних виразів:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(0) + \int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau, \quad (1.8)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(0)}{E} + \int_0^t R(t-\tau)\sigma(\tau) . \quad (1.9)$$

Багато авторів, які продовжили розробляти цю теорію, вибирали в якості ядер експоненціальні функції або суму таких функцій, які залежали від різниці аргументів $(t-\tau)$. Дана теорія отримала назву теорії пружної спадковості.

При цьому міру повзучості визначали з наступного співвідношення:

$$C(t-\tau) = C_1[1-e^{-(t-\tau)}] + C_2 [1-e^{-(t-\tau)}] . \quad (1.10)$$

Спираючись на аналітичні узагальнення статично оброблених емпіричних даних про деформації лабораторних зразків, Арутюнян Г.Х. [2] показав, що дана теорія описує картину напружено-деформованого стану тільки в тілах, які знаходяться в старому віці. Також Арутюнян Г.Х. вивів аналітичний вираз закону

зміни модуля миттєвої деформації бетону $E(\tau)$ в часі в вигляді експоненційної залежності:

$$E(\tau) = E_0 [1 - \beta e^{-\alpha \tau}], \quad (1.11)$$

де E_0 – модуль миттєвої пружності, β , α – деякі константи, які залежать від складу і умов твердіння даного бетону.

Ця теорія пізніше отримала назву спадкової теорії старіння.

Існує також багато інших теорій для визначення напружено-деформованого стану конструкції з урахуванням повзучості.

Голишев А.Б. [22] запропонував визначати повні напруження в елементі відповідно до виразу:

$$\sigma_b(t) = \sigma_b \left[1 - \frac{\alpha_s \mu_s (1 + \beta \sigma_b) \varphi_c(t)}{1 + \alpha_s \mu_s [\lambda + 2\beta \sigma_b (\gamma - 1)]} \right], \quad (1.12)$$

де μ_s – відсоток армування, при перевищенні якого в бетоні з'являються тріщини; α_s – відношення модуля пружності арматури і бетону; $\varphi_c(t)$ – характеристика повзучості бетону в момент часу t ;

Багато вчених намагалися знайти точну залежність між умовами експлуатації, складом бетону та величиною граничної функції повзучості.

Берг О.Я. в [18] запропонував визначати граничне значення міри повзучості бетону виходячи із загального виразу:

$$C_m(\tau) = \bar{C}_m(28\tau) \xi_1^{\Pi} \xi_2^{\Pi} \xi_3^{\Pi} \xi_4^{\Pi} \xi_\tau, \quad (1.13)$$

де $C_m(28)$ – граничне значення функції повзучості бетону певного складу в віці на момент завантаження $\tau = 28$ діб; ξ_i^{Π} – безрозмірні коефіцієнти, які враховують відносний вплив на величину деформацій повзучості відповідно до водо-цементного співвідношення, модуля пружності, радіуса перерізу елемента, відносної вологості повітря і віку матеріалу в момент завантаження.

При цьому $C_m(28)$ приймається залежним від величини активності цементного розчину R_c :

$$C_m(28)10^6 = \frac{4150}{150 + R_c}. \quad (1.14)$$

Берг О.Я. [18] вивів формулу для визначення міри повзучості, яка відображає вплив міцності, водо-цементного відношення і витрати води на 1000 л бетонної суміші

$$C_m(28)10^6 = \frac{35AB}{R \left(1 + \frac{150}{R_c}\right)} \left[\frac{(z - 0.5)(1 + z)}{z^2} \right], \quad (1.15)$$

де $z = 1,5 \dots 3,25$; $A = 0,56$; B – витрата води в літрах на 1 м^3 бетонної суміші; R – марочна міцність бетону; R_c – активність цементу;

В сучасних будівельних нормах врахування ефекту повзучості значно спрощено. В СП 63.13330.2012 [64] вплив пружної післядії рекомендують враховувати при допомозі коефіцієнта, що залежить лише від класу бетону і вологості навколишнього середовища.

А в Eurocode 2 [102] деформації повзучості приймають залежними від вологості навколишнього середовища, розміру перерізу, класу бетону, але з урахуванням зміни у часі залежності між напруженнями і деформаціями за експоненціальним законом.

1.2. Робочі гіпотези теорії повзучості та пластичності

В класичній теорії пружності вважається, що напружений стан тіла однозначно визначається його деформацією.

Для однорідного ізотропного матеріалу залежність між компонентами деформацій та напружень при одновісному напруженому стані виражається за допомогою закону Гука.

Якщо деформації являються функцією, що залежить від часу, то для визначеного моменту - напруження визначаються єдиним чином. Але в реальності, для більшості матеріалів, таких, як бетон, не існує однозначної прямої залежності між напруженнями та деформаціями. Такі тіла характеризуються тим, що здатні деформуватися в часі при незмінному напруженому стані, або змінювати свій

напружений стан, навіть коли процес деформації відсутній. Для таких тіл напруження в певний момент часу визначаються не тільки через величину деформацій, але й в залежності від всієї попередньої історії деформування.

Механіка твердого деформівного тіла має справу із феноменологічним описом процесу повзучості, тобто на основі гіпотез, які певним чином формуються на основі макроекспериментів.

Багаточисленні експериментальні дослідження бетону і залізобетону лежать в основі сучасної теорії повзучості [18, 20, 30, 35, 37, 42]. Як і у всіх феноменологічних теоріях, в основі теорії повзучості бетону лежить ряд робочих гіпотез, що являють собою узагальнення результатів експериментальних даних.

Основні гіпотези феноменологічної теорії лінійної повзучості бетону, сформовані та прийняті Г. Н. Масловим [20]:

1. Бетон є однорідним та ізотропним матеріалом.
2. Між діючими напруженнями в бетоні та деформаціями, що викликані цими напруженнями існує лінійна залежність.
3. Абсолютні значення деформацій не залежать від знаку напружень.
4. Для деформацій повзучості можна застосовувати принцип накладання.
5. Деформаційний процес відбувається без інерційного характеру.

Бетон являє собою суміш цементу, піску, щебеню та води, в результаті чого при розгляді відносно малих обсягів можна говорити про ізотропність і однорідність матеріалу. Однак, якщо розглядати відносно великі обсяги матеріалу, коли лінійні розміри конструкції або її елементів значно перевершують розміри компонентів, які є складовими бетону, ми можемо говорити про однорідність і ізотропність з певним ступенем наближеності. Тому не дивлячись на те, що перша гіпотеза досить груба і наближена, без неї неможливе створення будь-якої цілісної феноменологічної реологічної теорії бетону. Експериментальні результати показують, що стосовно кількісних і якісних параметрів феноменологічної теорії повзучості бетону, дана гіпотеза впливає незначно.

Будучи по суті узагальненим законом Гука, друга гіпотеза існує для лінійної теорії в'язкопружності. Дана теорія може мати місце в разі, коли напруження не перевищують певну межу.

Третя гіпотеза також заснована на результатах експериментальних досліджень і не викликає яких-небудь значних протиріч [20].

Четверта гіпотеза найбільш суперечлива, оскільки вона суперечить деяким експериментальним дослідженням [20]. З іншого боку, ця гіпотеза позбавляє дослідників від безлічі математичних ускладнень, при цьому більш строгий підхід не є більш ефективним. Множинний аналіз щодо даної гіпотези показує:

1. Похибка використання даної гіпотези доволі незначна.
2. Феноменологічна теорія повзучості зазнає суттєвого спрощення від четвертої гіпотези, що полегшує можливість застосування в інженерних вишукуваннях.

П'ята гіпотеза вимагає поступової зміни силових впливів на конструкції і їх елементи, що виключає інерційні наслідки [20]. Інакше завдання виходить зі сфери статички і її рішення відноситься до проблем динаміки споруд.

Взагалі, теорія повзучості – це один із найголовніших розділів механіки деформованого тіла, що сформувався лише в останній час і зайняв місце на рівні з такими розділами механіки, як теорія пружності та теорія пластичності. Терміном «повзучість» варто називати усю сукупність явищ, що можна пояснити залежність між напруженнями та деформаціями у часі, явно або через наявність деяких операторів. Властивість повзучості присутня матеріалам різної природи, наприклад метали, пластмаси, гірські породи, бетон, каміння, тощо.

Очевидно, що фізичні механізми повзучості у перерахованих матеріалах абсолютно різні. Більш глибокі дослідження в цій області показують, що і зовнішні форми протікання повзучості схожі лише на перший погляд, різні матеріали потребують різних методів описання феноменологічних явищ [55].

Механіка має справу із феноменологічним описанням явища повзучості, ті або інші вихідні дані формуються на основі макроексперименту [61]. Фізичні уявлення на сучасному рівні розвитку науки приносять механіці скоріше, непряму,

аніж пряму вигоду, тому абсолютно нормальним є виділення механіки повзучості, що оперує за допомогою звичайної механіки суцільного середовища, вводячи, нормальним чином певну кількість нових вхідних параметрів. Ці параметри описують явище, яке можна назвати структурним станом матеріалу, хоча далеко не завжди ми маємо можливість пов'язати між собою ті або інші параметри з реальними особливостями структури, що фіксуються за допомогою фізичних методів.

Теорія повзучості, має справу зі значно більш складними явищами, ніж теорія пружності, а також теорія пластичності. Положення теорії повзучості можна порівняти хіба що з положеннями теорії пластичності тіла, що зміцнюється. І в той, і в іншій області є намір описати весь комплекс властивостей реального тіла, охопивши його деякою єдиною системою рівнянь [77]. Як в пластичності, так і в повзучості, виявляється можливим побудувати різні спрощенні рівняння, що придатні для описання певного обмеженого круга явищ.

Маючи справу із доволі різноманітними матеріалами, та будучи змушеною вирішувати прикладні задачі, теорія повзучості може задовольнятися побудовою наближених схем, що охоплюють дане явище у загальних межах.

На сьогоднішній день, не існує єдиної теорії повзучості, що придатна для всіх матеріалів. Якщо говорити про повзучість бетону, то вона у достатньо великій мірі залежить від віку матеріалу, а з часом відбувається так зване старіння бетону, що спричиняється усадкою, тобто зміною об'єму тіла.

Теорія повзучості розвивалася різними та паралельними шляхами, і до сьогоднішнього дня її важко розглядати як єдине ціле. У двадцятих роках минулого сторіччя з'явився термін релогія, від грецького слова «текти». Так була названа наука, що призвана описувати усі можливі явища текучості, що можуть виникати у твердих тілах. Основою для розвитку цієї роботи послуговували існуючі роботи фізиків та хіміків, що досліджували явища текучості в'язких рідин та дисперсних систем.

Як згодом виявилось, закон Ньютона для таких тіл неможливо використовувати, сили в'язкості залежать від прикладеного напруження

нелінійним чином, а тіла, які мають розглядатися як рідини, мають деякі властивості твердих тіл, а саме пружність, та опір силам зсуву. Основна ідея при бажанні описати такі тіла була в тому, щоб об'єднати властивості пружності та в'язкості та описати їх за допомогою одних і тих же рівнянь, що в окремих випадках перетворюються в рівняння теорії пружності або гідродинаміки вязких рідин.

1.3. Існуючі дослідження повзучості бетону

Необхідно відзначити, що в разі змінного напруження повна деформація повзучості є сумою деформацій, викликаних відповідними прирощеннями напружень. Цей принцип називається принципом накладання і є наслідком лінійного зв'язку «напруження-деформації».

Г. Н. Маслов [20] встановив основні теореми зв'язку завдань теорії пружності і завдань теорії повзучості шляхом отримання рівняння для об'ємного напруженого стану з наступним додаванням до них рівняння рівноваги і умови суцільності. Далі розмова йде про лінійний напружений одновісний стан. Шляхом введення заходів повзучості (що називалася в той період питомою деформацією повзучості, що припадає на одиницю напруження), а також ґрунтуючись на принципі накладення, за Масловим деформація повзучості в довільний момент часу записувалася наступним чином:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} + \sigma_0 C(t) + \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t) - C(\tau) \right] = \int_0^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[-\frac{1}{E(\tau)} - C(\tau) \right], \quad (1.16)$$

де t – момент часу, для якого визначається деформація; t_1 – момент прикладання навантаження; τ – момент додавання елементарного збільшення напруження; $C(t, \tau)$ – міра повзучості (деформація повзучості в момент часу від дії одиничного напруження, прикладеного в момент часу τ).

Основний варіант запису рівняння (1.16) виходить шляхом інтегрування частинами з урахуванням властивостей міри повзучості $C(t, t) = C(\tau, \tau) = 0$.

Подальшим продовженням роботи Г. Н. Маслова займався його учень Н. Х. Арутюнян, що знайшов відображення в багатьох статтях. Основним результатом

стала монографія, яка дала поштовх до подальшого теоретичного і експериментального дослідження бетону і його повзучості.

Теорія пружної спадковості. Основоположником цієї теорії є Л.Больцман:

$$E(t) = E, C(t, \tau) = C(t - \tau). \quad (1.17)$$

Больцман [20] запропонував виразити повні напруження та деформації через ядро інтегрального рівняння $K(t - \tau)$ та його резольвенти $R(t - \tau)$.

Згідно з його теорією, в певний момент часу напружений стан залежить від історії деформування, і навпаки, деформація в певний момент часу залежить від історії напруженого стану (тому і застосовується термін «спадковість»). Його теорії відповідає повна зворотність процесу (тому має місце «пружна спадковість»).

Основною перевагою теорії пружної спадковості є можливість застосування перетворення рівняння Лапласа при вирішенні конкретних завдань.

Теорія старіння. Дана теорія ґрунтується на гіпотезі про «паралельності» кривих повзучості, таким чином міра повзучості у вигляді різниці двох функцій може бути записана у вигляді виразу:

$$C(t, \tau) = C(t, \tau_1) - C(\tau, \tau_1) \equiv C(t) - C(\tau), \quad (1.18)$$

де $C(t)$ – відома крива міри повзучості бетону, завантаженого в віці τ_1 .

У цій теорії час відраховується від моменту завантаження ($\tau_1 = 0$), таким чином тривалість дії навантаження позначається t .

Відповідно до теорії старіння при завантаженні бетону однаковими напруженнями в різному віці відповідні криві деформацій повзучості являються паралельними, тобто паралельними є дотичні до кривих в точках. При повній незворотності є деформації повзучості, що не відповідають експериментальним даним. Проте за допомогою теорії старіння, при правильному її застосуванні, можна досягти з певною похибкою правильного вирішення поставлених завдань.

Невідмінною перевагою теорії старіння, на відміну від теорії пружної спадковості, є те, що в натуральному вираженні (1.19) підінтегральна частина не залежить від t , тому воно може бути зведене з інтегрального рівняння до диференціального першого порядку, а не другого.

Теорія пружноповзучого тіла (спадкова теорія старіння)

Дана теорія одночасно враховує як старіння, так і спадковість матеріалу.

Н. Х. Арутюнян [2] пропонує враховувати два вищезгаданих фактори в вираженні (1.19) шляхом вираження міри повзучості у вигляді:

$$C(t, \tau) = \theta(\tau) f(t - \tau), \quad (1.19)$$

де $f(t - \tau)$ – функція тривалості впливу навантажень; $\theta(\tau)$ – функція старіння – монотонна спадна функція, яка описувала старіння бетону, яка Н. Х. Арутюняном була представлена у вигляді:

$$\theta(\tau) = C_0 + \frac{A_1}{\tau}, \quad (1.20)$$

де C_0 і A_1 – емпіричні коефіцієнти.

Н. Х. Арутюнян [2] запропонував для функції $f(t - \tau)$ наступне експоненціальне вираження:

$$f(t - \tau) = 1 - e^{-\gamma(t - \tau)}, \quad (1.21)$$

де γ – емпіричний коефіцієнт.

Таким чином функція (20) залежить тільки від тривалості дії навантаження.

Вираз для визначення повзучості може бути записано при сукупному розгляді виразів (1.20), (1.21) і (1.22).

Загалом, еволюція розрахунку залізобетонних конструкцій потребує високої уваги до визначення деформацій бетону, як матеріалу. Більш чіткий розрахунок реальних властивостей матеріалів та конструкцій, особливо при більш складних системах, навряд чи був би можливим без використання електронних обчислювальних машин.

Методи розрахунку залізобетонних конструкцій розвивалися в основному за двома напрямками [8, 18, 19, 31, 38, 41, 61]:

- 1) визначення граничної міцності тої або іншої конструкції;
- 2) деформований розрахунок систем.

Обидві задачі розглядалися як у взаємозв'язку, як дві сторони проблеми міцності та деформативності бетону та залізобетону.

Процес досліджень в області міцності та повзучості бетону та залізобетону може бути охарактеризований бажанням створити теорію, що найбільш точно та повно зможе враховувати фізичні особливості процесів, що відбуваються в матеріалі під час його руйнування та деформування у часі.

1.4. Аналіз існуючих гіпотез та методів визначення температурних деформацій повзучості

При оцінці міцності залізобетонних конструкцій, що працюють в умовах високих температур потрібно враховувати з одного боку, можливість недопускання великих деформацій, а з іншого боку, можливість руйнування [21].

Довготривале руйнування бетону та арматури при високих температурах слугує предметом багаточисленних досліджень, у цій області накопичено багато досліджень, проте питання про екстраполяцію даних щодо довготривалого навантаження під дією високих температур не є достатньо дослідженим [25].

Якщо навантаження, що діє – достатньо велике, то повзучість зразків при постійному навантаженні закінчується зазвичай переходом на третю фазу повзучості та призводить до руйнування. Час до руйнування збільшується при зменшенні діючого навантаження [31].

Отримання повних характеристик довготривалої повзучості при всьому діапазоні робочих температур пов'язане з великою кількістю досліджень, що є просто неможливими у виконанні, якщо матеріал призначений для довготривалої експлуатації. Тому є абсолютно нормальним існування багаточисленних намагань щодо створення формул для визначення температурних деформацій повзучості, з врахуванням екстраполяції існуючих досліджень та експериментальних даних [11].

Проте, дослідження, що були проведені з бетонними конструкціями показали, що іноді температура у масивних бетонних конструкціях може сягати 30-40 градусів, що зростає в наслідок екзотермії [34].

Іншою особливістю збільшення температури у масивних спорудах є нерівномірність розподілення, тому поява тріщин стає можливою не лише у випадку статично невизначуваних систем, але і у випадку окремих масивів, у яких є ступені свободи [48].

Одним із різновидів деформацій повзучості є миттєва повзучість. Використовуючи термін «миттєва деформація», пружна або пластична, потрібно враховувати його сенс [81]. Миттєва деформація – це та деформація, що розвивається з такою швидкістю, при якій вплив звичайної повзучості не враховується.

Модуль пружності матеріалу зменшується зі збільшенням температури. Відповідно, при зменшенні модуля пружності, будуть зростати пластичні деформації конструкції. Тому при впливі високих температур на будівлю чи споруду, потрібно враховувати зміну коефіцієнта повзучості в залежності від величини температурного навантаження. Більш зручний спосіб визначення модуля пружності – динамічний, який визначається шляхом визначення власних частот пружних коливань проходження пружної хвилі [75].

Для побудови діаграми миттєвої деформації при високій температурі рекомендується наступна методика. Проводиться серія дослідів на розтяг з постійною швидкістю зміни напружень. Коли напруження досягають певного критичного значення, то деформація починає являти собою суму миттєвої пружно-пластичної деформації та деформації повзучості. При цьому повзучість відбувається зі змінним значенням напружень. Якщо уявити, що із незалежних дослідів на повзучість при постійному напруженні потрібно визначити вигляд функції швидкості і потім проінтегрувати рівняння Вольтерри, то таким чином можна визначити точки, що належать до миттєвої деформації [84].

Досліди на розтяг з постійною швидкістю деформування менш зручні для визначення характеристик матеріалу при високій температурі по ряду причин. Перш за все, при аналізі роботи конструкцій зазвичай відомі режими завантаження, але не режими деформування, тому під час дослідження матеріалу на фіксованих швидкостях навантаження, можливо дослідити тільки той діапазон швидкостей, що цікавить дослідження. По-друге, здійснити дослідження з постійною швидкістю деформації технічно важко.

Одним із різновидів термоповзучості є короткочасна термоповзучість.

За останні роки було надруковано багато робіт, присвячених вивченню явища короткочасної повзучості [73, 88, 91, 99, 101, 107, 111], тобто повзучості, що призводить до накопичення значних деформацій за час кількох десятків або сотень секунд. Очевидно, що дослідження короткочасної повзучості має місце лише при високому рівні температур та напружень у тій області, де зазвичай матеріали не досліджуються. При вивченні даної теорії важливі є наступні обставини:

1. Перша ділянка на кривій повзучості виражена слабо, а часто зовсім відсутня. Спочатку швидкість повзучості постійна, потім вона збільшується і продовжує збільшуватися до моменту розриву.

2. Миттєва пластична деформація, що відбувається в момент прикладання навантаження – дуже велика.

Також важливим є той факт, що існує деяка межа температур та напружень, починаючи з якої повзучість відбувається без зміцнення.

1.5. Висновки до розділу 1

На підставі проведеного огляду зроблено наступні висновки.

1. Досить значний вплив ($\approx 10 \dots 50\%$) на напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій визначають реологічні властивості бетону. При визначенні деформацій повзучості, значне місце відводиться виконанню натурних експериментів, які лежать в основі більшості феноменологічних теорій. Складність виконання таких експериментів полягає у необхідності тривалого спостереження за об'єктом дослідження.

2. Розрахунок пластичних деформацій бетону базується на системі інтегро-диференціальних рівнянь в'язкопружних старіючих тіл. Існує багато гіпотез, що дозволяють виконати розрахунки для ядра інтегрального рівняння Вольтерри для вирішення задачі повзучості.

3. Складність вирішення задач теорії повзучості полягає в знаходженні ядра диференціального рівняння, що описує деформації тіла. Якщо спростовувати інтегральне рівняння деформації, тоді для визначення деформацій повзучості необхідно визначити відповідний коефіцієнт повзучості.

4. Визначення пластичних деформацій є важливим етапом при оцінці безпечної експлуатації будівель та споруд. Тому, важливе місце належить визначенню та натурним обстеженням реального технічного стану конструкцій.

5. При збільшенні температури оточуючого середовища, характеристики бетону та арматури зменшуються і відповідно збільшуються пластичні деформації елементів конструкції. Тому для забезпечення надійної експлуатації будівель та споруд потрібно робити розрахунки із врахуванням залежності коефіцієнту повзучості від температури навколишнього середовища.

6. Відсутні дослідження, які дозволяють розрахувати повні деформації залізобетонних конструкцій, та забезпечити їхню надійну експлуатацію в умовах впливу високих температур та при врахуванні утворення пластичних деформацій.

Наведені висновки зумовлюють постановку наступних задач дослідження.

1. Узагальнити результати дослідження в області визначення характеристик міцності і деформації конструкцій із врахуванням впливу реологічних властивостей та нелінійної роботи бетону, обґрунтування необхідності проведення дослідження в цій області, визначення передумов та допущень;

2. Отримати аналітичні залежності, що дозволить врахувати зміни оточуючого середовища конструкції на вплив розвитку пластичних деформацій;

3. Розробити методіку визначення напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій будівель та споруд із урахуванням фізичної нелінійності бетону;

4. Створити математичну модель залізобетонних конструкцій із урахуванням додаткових факторів (вплив високих температур, розвиток пластичних деформацій у результаті впливу реологічних властивостей);

5. Розробити алгоритм, який враховує в'язко-пружно-пластичну поведінку бетону для розрахунку скінченно-елементних моделей конструкцій, які знаходяться під впливом високих температур зі зміною у часі;

6. Виконати порівняння результатів розрахунків залізобетонних конструкцій за методом скінченних елементів із отриманими експериментальними даними.

РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ВРАХУВАННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРИ РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЙ

2.1. Загальні положення

Реологічні властивості в основному зумовлені явищем повзучості. Відомо, що повзучість бетону є найважливішою властивістю матеріалу, врахування якої доволі необхідне при визначенні деформацій бетонних та залізобетонних конструкцій, а також при статичному розрахунку статично невизначуваних систем.

Не менш важливою властивістю бетону є його фізична нелінійність – тобто нелінійність узагальнених залежностей між деформаціями та напруженнями, що проявляється як при короткочасних, так і при довготривалих навантаженнях, коли процес повзучості завершився та напружено-деформований стан набув стаціонарного характеру.

Найбільш точно описати деформативні властивості бетону дозволяє модель в'язкопружного тіла. Повна відносна деформація такого тіла описується рівнянням (в одновимірному випадку):

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_{\text{упр}}(t) + \varepsilon_{\text{полз}}(t), \quad (2.1)$$

де $\varepsilon_{\text{упр}}(t)$ – пружно-миттєва деформація, що підкоряється закону Гука:

$$\varepsilon_{\text{упр}}(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)}, \quad (2.2)$$

$\varepsilon_{\text{полз}}(t)$ – деформації повзучості:

$$\varepsilon_{\text{полз}}(t) = - \int_{t_0}^t \sigma_x(t') \frac{\partial}{\partial t'} J(t, t') dt', \quad (2.3)$$

де t_0 – момент прикладання навантаження; t – момент часу, для якого визначається деформація; t' – момент прикладання елементарного збільшення напруження; $J(t, t')$ – функція пластичних деформацій (функція повзучості), що відображає деформації

в момент часу t , зумовлені дією осьової сили одиничної інтенсивності, яка додається в момент часу t' .

Так як в інтервалі $t_0 \leq t' \leq \infty$ має місце умова:

$$\frac{\partial J(t, t')}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t'} \left[\frac{1}{E(t')} + C(t, t') \right] \leq 0, \quad (2.4)$$

то деформація повзучості $\varepsilon_{полз}(t)$ завжди буде позитивною, при $\sigma_x(t) > 0$.

При цьому $\frac{1}{E(t')}$ – модуль миттєвої деформації, що відображає пружні деформації в момент часу t' ; $C(t, t')$ – міра повзучості.

У літературі відомі різні пропозиції для аналітичного виразу закону зміни в часі функції повзучості. Найпопулярніші з них - це моделі:

- ACI-209 (American Concrete Institute's Model) [82, 83];
- СЕВ 90 (Comite Euro-International Du Beton Model Code 1990) [100];
- ВЗ (Bazant's Model) [95];
- GL2000 (Gardner and Lockman's Model) [103];
- модель пружно-повзучого тіла, запропонована Н. Х. Арутюняном [2].

У EuroCode prEN 1992-1-1 [102] запропонована формула для врахування впливу повзучості, згідно якої, на деформації пружної післядії впливають такі чинники: температура навколишнього середовища, вік бетону в момент навантаження, розміри перерізу елемента і характеристики бетону. В цьому випадку деформації повзучості можна обчислити за формулою:

$$\varepsilon(\infty, t_0) = \varphi_0(\infty, t_0) \left(\frac{\sigma}{E} \right). \quad (2.5)$$

При цьому коефіцієнт повзучості слід визначати за формулою:

$$\varphi(\tau) = \varphi_0 \left(\frac{T}{T + \beta_N} \right)^{0.3}, \quad (2.6)$$

де τ – кількість діб (вік бетону), по закінченні яких потрібно врахувати вплив повзучості; φ_0 – теоретичний коефіцієнт повзучості, який показує у скільки разів

збільшується деформація за нескінченний час дії навантаження; β_N – коефіцієнт, що залежить від відносної вологості і теоретичного розміру елемента.

Функція старіння $\varphi(\tau)$ неперервна, обмежена і з збільшенням віку матеріалу прагне до постійної C_0 тобто до величини заходи повзучості в старому віці:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi(\tau) = C_0. \quad (2.7)$$

Алгоритм обчислення коефіцієнтів β_N і φ_0 наведено в [3, 5].

За останні десятиріччя вирішено багато конкретних задач класичної теорії пружності, значно продвинуті нелінійна теорія пружності, теорія пластичності та теорія повзучості. На основі цих теорій, а також різних експериментальних методів можна знайти поля напружень та переміщень в тілах складної форми при заданих зовнішніх навантаженнях. І головним питанням виступає наступне: чи буде це тіло міцним достатньо в умовах, що розглядаються?

Добре відомо, що тут виникають великі труднощі. Існує велика розбіжність між, у загальному, точними методами визначення полів напружень та переміщень та подальшими, часто, дуже грубими, оцінками міцності.

Легко показати причини такого положення. Проблема міцності дуже важка. Руйнування тіла залежить від багатьох факторів, що не завжди достатньо відомі хоча б якісно, а іноді взагалі невідомі. Велике значення має структура матеріалу, що може бути складною та нестабільною. Великий вплив зовнішніх навантажень – характеру навантажень, теплового режиму, агресивності середовища, поверхневих ефектів. Реальні матеріали складаються із багаточисленних пошкоджень різних розмірів, починаючи із субмікроскопічних та мікроскопічних ефектів, та закінчуючи крупними порами та магістральними тріщинами. Лише відносно недавно почали успішно розвиватися основи фізичних теорій для кількісної оцінки міцності технічних матеріалів.

Звісно, що дуже велике практичне значення проблеми міцності стимулювало інтенсивне дослідження інженерного характеру. Об'єм цих робіт значно виріс у зв'язку з розвитком нової техніки та створенням нових матеріалів. В основному це

експериментальні роботи по вивченню механічних властивостей матеріалів та міцності елементів конструкції.

Сучасні технічні матеріали мають, як правило, складну та неоднорідну будову. Так, деякі із них являють собою багатокomпонентні сплави, полікристалічні агрегати з міжкристалічними прослойками та різними включеннями. Структура сплавів, що визначається технологією та термічною обробкою, не завжди стабільна. Ще більш складними являються сучасні композитні матеріали, що армовані волокнами, або жорсткими включеннями. Звісно, що міцність матеріалів, дуже неоднорідних в малому, буде нести статистичний характер, будучи звязаною з різноманітними випадковими факторами.

Дефекти решітки, тріщини та пори різного походження та різних розмірів, локальні особливості структури та армування настільки ускладнюють картину, що визначення кількісних характеристик міцності конструкційних матеріалів на атомному рівні являється нереальним. Набагато простіше і реалістичніше можна підійти до встановлення міцнісних характеристик матеріалів, міцнісних прогнозів на основі понять механіки суцільного середовища при врахуванні особливостей структури матеріалів та деяких загальних фізичних аспектів. Подібні схеми мають місце, як правило, лише в обмежених умовах (у відносно вузькому інтервалі температури, при визначених зовнішніх діях і тому подібне). Варто, між іншим, мати на увазі, що достатньо вузькі умови експлуатації типові для більшості технічних проблем. Відмічені особливості роблять зрозумілим великий об'єм досліджень механічних властивостей, що здійснюються методами опору матеріалів.

Матеріали зазвичай розділяються на в'язкі (або пластичні) та хрупкі. В'язкі руйнування відбуваються при великих, а хрупкі – при відносно малих деформаціях. Таке явище, звісно, умовно має сенс лише у певних межах.

Значну роль відіграє час дослідження. Попередні представлення про руйнування як миттєвий процес виявилися несправжніми. Тепер відомо, що руйнування являється процесом, що розвивається у часі, і може відбутися при

різних рівнях напружень. Так, в умовах повзучості варто говорити про час руйнування. Замість межі міцності вводиться межа тривалої міцності – напруження, що призводять до руйнування через визначений термін. В невідомій мірі умовним є представлення про межу втомленості. Варто відмітити, що дані про міцність матеріалів показують деяку залежність від форми та розмірів примірника, тобто ми володіємо даними про міцність примірників, а не матеріалів.

Найбільш точне описання стану бетону в точці та в кінцевому його об'ємі може бути досягнуто створенням такої фізичної теорії, яка не базувалась би на роздільному врахуванні явищ повзучості та нелінійності, а органічно об'єднувала б ці властивості матеріалу.

2.2. Особливості вирішення задачі рівноваги пружно-повзучого середовища

Основну задачу рівноваги пружно-повзучого середовища можна сформулювати наступним чином: дано деяке тіло та відомі деякі сили, що діють на границях цього тіла, або ж відомі інші граничні умови. Потрібно визначити напруження та деформації у цьому тілі із врахуванням повзучості та зміни у часі модуля миттєвої деформації.

Така постановка задачі одразу зобов'язує до того, що для матеріалу даного тіла відомі характеристики повзучості, тобто деякі константи та функції, що знаходяться із досліду. Це можуть бути:

- модуль миттєвої пружності;
- міра повзучості для одновісного напруженого стану;
- міра повзучості для чистого зсуву;
- коефіцієнт поперечного стиску для пружної деформації.

Отримання аналітичного виразу для таких функцій у загальному випадку напруженого стану доволі важке. Тому для побудови теорії повзучості доводиться виходити з дослідних кривих повзучості. При цьому структура аналітичних виразів для вказаних вище характеристик повинна відображати основні властивості процесу повзучості у реальних тілах та не протидіяти результатам

експериментальних досліджень [21]. У той же час теорія повзучості повинна бути такою, щоб можна було на неї розраховувати при рішенні задач звичайними методами математичного аналізу.

Однією із основних задач механіки твердого деформованого тіла є подальше розширення типів досліджуваних тіл, що відображають ті або інші властивості реальних матеріалів. Без сумніву, при цьому дуже важливим є вимога, що гіпотези та ідеї, що вводяться не повинні суперечити загальним законам фізики та добре співпадати з експериментальними даними.

Зазвичай приймається, що напружений стан у точці визначається станом деформацій у цій точці, при чому усі подальші дослідження базуються на припущенням про малість цих деформацій, згідно з яким переміщення елементарних частинок та їх похідні по координатам на стільки малі, що їх квадратами та ступенями, у порівнянні із первинними значеннями можна знехтувати. Тому в теорії пружності і у всіх відомих теоріях пластичності, що не враховують явищ повзучості та релаксації в тілах, механічний стан елемента тіла характеризується тензором напружень, тензором деформацій та тензором швидкості деформації, а механічні властивості матеріалу визначаються співвідношенням між цими тензорами [60].

У найпростішому випадку ідеально пружного тіла це співвідношення між тензором напружень та тензором деформацій виражається узагальненим законом пружності. Ця залежність ускладнюється, якщо від неї вимагати більш-менш повного описання механічних властивостей реальних тіл.

Картина напруженого стану в елементах споруд різко змінюється при впливі на них зусиль, що викликані деформацією. Повзучість матеріалів у цьому випадку відображається не лише на величини деформації елементів, але й на величини напружень, змушуючи їх змінюватися у часі. Тому при дослідженні напруженого стану у спорудах, що знаходяться під впливом зусиль, що викликані деформацією, потрібно спиратися на рівняння теорії повзучості [70].

В теорії повзучості значну роль відіграють принципи відповідності, що дозволяють виразити рішення граничної задачі теорії повзучості однорідно

старіючих тіл через рішення відповідної задачі пружності. Значення принципів відповідності складається в тому, що вони дають можливість конструктивно побудувати рішення для широкого класу задач у формах, що зручні для використання, але також і в тому, що ряд загальних результатів (тобто проблеми існування, єдності та обмеженості рішення, теореми залежності) являється прямим наслідком цих принципів [77]. На принципах відповідності засновані доволі ефективні методи фактичної реалізації рішення задач теорії пружності.

Загалом, теоретична механіка та її підрозділи мають справу з фундаментальними законами і принципами, що описують механічний рух абсолютно твердих і деформованих тіл. Прикладна механіка на основі теорем теоретичної механіки займається побудовою математичних моделей фізичних явищ, формулюванням і рішенням науково-дослідних та інженерних задач. Обчислювальна механіка вирішує специфічні завдання шляхом математичного моделювання за допомогою чисельних методів, реалізованих на цифрових обчислювальних машинах.

Механіка суцільного середовища вивчає тіла на макроскопічному рівні, використовуючи континуальні моделі, в яких мікроструктура гомогенізується за допомогою феноменологічного підходу. Існують дві традиційні галузі застосування механіки суцільного середовища - механіка рідких і твердих тіл; остання включає механіку конструкцій, які, очевидно, виготовляються з твердих тіл. Обчислювальна механіка твердого тіла використовує науково-прикладний підхід, в той час як обчислювальна механіка конструкцій акцентує увагу на технологічних додатках до аналізу і дизайну конструкцій.

Задачі механіки можуть бути поділені на лінійні і нелінійні. Лінійна механіка має справу з проблемами, в яких реакція системи проявляється в причинно-наслідковому сенсі. Наприклад, якщо прикладені зовнішні сили подвоюються, то результуючі переміщення і внутрішні напруження так само подвоюються. У протилежному випадку задачі класифікуються як нелінійні.

В даний час в лінійній механіці твердого тіла метод скінченних елементів є найбільш поширеним, в той час як застосування методу граничних елементів для

вирішення цих задач знаходиться на другому місці. Для нелінійних задач метод скінченних елементів є найбільш ефективним і домінуючим.

Класичний метод скінченних різниць майже повністю втратив своє значення при вирішенні практичних завдань механіки твердого тіла. Це твердження, проте, не вірно для механіки рідини і газів, де різницеві методи до цих пір широко поширені. Метод скінченних різниць, заснований на законах збереження, застосовується для вирішення сильно нелінійних задач механіки рідини і газів. Спектральні методи використовуються в різних областях механіки і засновані на просторово- часовому перетворенні в область, де завдання може бути легко вирішене. Метод вільних сіток - один з нових методів обчислювальної математики і заснований на скінченно-різницевому підході з використанням незалежних сіток, отриманих в результаті застосування скінченно-елементних технологій.

Загалом, на сьогоднішній день для вирішення математичних задач використовуються наступні основні групи методів: аналітичні та чисельні. При використуванні аналітичних методів, рішення задач вдається виразити за допомогою формул. На жаль на практиці це буває достатньо рідко. Основним інструментом для вирішення сучасних інженерних задач є чисельні методи. Вони дозволяють звести рішення задачі до виконання кінцевого числа арифметичних дій. При цьому чисельні методи дозволяють отримати лише наближене рішення з конкретними значеннями параметрів і вихідних даних.

Незважаючи на це чисельні методи незамінні в задачах інженерного аналізу складних конструкцій.

При вивченні більшості фізичних процесів часто властивості об'єкта дослідження описуються функціями не однієї, а кількох змінних величин. Тому при пошуку кількісного опису фізичного явища зазвичай вирішується система диференціальних рівнянь з частковими похідними. Аргументами невідомих функцій таких систем рівнянь є просторові змінні і час.

Тоді диференціальні рівняння з частковими похідними, що описують реальні фізичні моделі називаються рівняннями математичної фізики, а вивчає їх наука математична фізика.

Наведемо кілька класичних прикладів рівнянь математичної фізики. Шуканою функцією в них виступає функція, яка в різних задачах інтерпретується по-різному. У багатьох рівняннях фігурує сума часткових похідних другого порядку, що називається оператором Лапласа.

1. Рівняння Лапласа (рівняння потенціалу)

Це рівняння використовується для математичного опису електростатичних полей, магнітних полей постійних струмів, стаціонарних теплових полей, для розрахунку безвихрової течії ідеальної рідини.

Часто рівняння Лапласа розписують через оператор Лапласа. Функції, що задовольняють рівнянням Лапласа, називаються гармонічними функціями.

2. Рівняння Пуассона (неоднорідне рівняння Лапласа).

Область застосування даного рівняння - задачі електростатики, електронної оптики, теорії пружності тощо.

3. Рівняння теплопровідності (Фур'є).

Дане рівняння описує дифузійні процеси зокрема поширення тепла в деякому тілі. При наявності всередині об'єкта теплових джерел, або поглиначів тепла, рівняння теплопровідності буде неоднорідним.

Диференціальне рівняння з частковими похідними має в загальному випадку нескінченну множину рішень. Тому до нього потрібно додати певні додаткові умови, щоб отримати однозначне рішення. Ці додаткові умови складаються з початкових і крайових (граничних) умов.

Початковими називаються умови, що відносяться до початкового моменту часу, а відповідна задача носить назву початкової або задачі Коші. Крайовими називаються умови, що відносяться до фіксованих значень координат. Зазвичай при формуванні крайових умов координатами виступають граничні точки розглянутого континууму.

Як правило, для рівнянь еліптичного типу, що описують стаціонарні процеси, задаються граничні умови, а для рівнянь параболічного та гіперболічного типів, що моделюють еволюційні процеси, потрібно ставити і граничні початкові умови, що призводять до змішаних задач.

Розглянемо кілька прикладів постановки задач для різних типів рівнянь математичної фізики.

При математичному моделюванні фізичних задач часто доводиться мати справу з диференціальними рівняннями або крайовими умовами, які є нелінійними. У той час як аналітичні методи рішень лінійних рівнянь трансформаційних змін призводять їх до нелінійних диференціальних рівнянь і також працюють. Метод скінченних різниць може бути використано для лінійних рівнянь, і для нелінійних задач.

Для розв'язуваної системи диференціальних рівнянь визначається область, в якій вона справедлива, і накладають на цю область крайові та початкові умови. На даному етапі математична модель замкнута і для практичних значень потрібно знайти рішення для конкретної безлічі числових даних. Проте, точному або аналітичному рішенням піддаються лише рівняння найпростішого виду всередині геометрично тривіальних границь.

Щоб подолати ці труднощі, задачу перетворюють до чисто алгебраїчної форми, що включає тільки основні арифметичні операції. Крім того, така форма задач найбільш зручна при автоматизації процесу вирішення з використанням обчислювальної техніки. Для досягнення цієї мети застосовуються різні види дискретизації безперервного завдання, за допомогою певних диференціальних рівнянь. При такій дискретизації бескінечна кількість чисел, що представляє невідому функцію, замінюється кінцевим числом невідомих параметрів. Такий процес вимагає певної форми апроксимації.

Вирішення таких задач зустрічаються в технічних задачах прикладної механіки за допомогою методу скінченних елементів та вирішується двома методами.

Перший і найбільш поширений полягає в тому, що постулюється варіаційний екстремальний принцип, справедливий для всієї області. При цьому рішення мінімізує деяку величину χ , яка визначається як деякий інтеграл від невідомих величин по всій області. Інтегральна величина χ , являє собою функцію від невідомої функції, і називається функціоналом.

Наприклад, задача визначення поля переміщення в конструкції зводиться до задачі мінімізації повної потенційної енергії, визначеної у вигляді функціоналу від переміщень.

Другий метод дозволяє отримати основні співвідношення методу скінченних елементів безпосередньо з диференціальних рівнянь задачі.

2.3. Методи чисельного моделювання пластичних деформацій бетону

Теорія пружно-повзучого тіла. Об'єднавши теорії старіння і пружною спадковості Н. Х. Арутюнян [2] запропонував у загальному вигляді виражати міру повзучості у вигляді добутку двох функцій:

$$C(t, t') = \varphi(t') f(t - t'). \quad (2.8)$$

При цьому функцію $f(t - t')$ слід апроксимувати сумою експоненційних функцій виду:

$$f(t - t') = \sum_{k=0}^m B_k e^{-\gamma_k(t-t')}, \quad (2.9)$$

де B_k и γ_k – постійні, що підібрані належним чином для даного матеріалу, причому $B_0 = 1$, $\gamma_0 = 0$ и $\gamma_k > 0$.

А функцію $\varphi(t')$ слід представляти у вигляді

$$\varphi(t') = C_0 + \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(t')^k} \quad \text{при } t' > 0, \quad (2.10)$$

де C_0 – граничне значення міри повзучості; A_k – деякі параметри, які залежать від властивостей і умов старіння для даного матеріалу.

При цьому функція $\varphi(t')$ повинна бути монотонно спадною і задовольняти умову

$$\lim_{t' \rightarrow \infty} \varphi(t') = C_0. \quad (2.11)$$

Тоді закон зміни міри повзучості бетону в загальному випадку можна висловлювати у вигляді:

$$C(t, t') = \varphi(t') \left[1 - e^{-\gamma_k (t-t')} \right], \quad (2.12)$$

де

$$\varphi(t') = C_0 + \frac{A_1}{t'}. \quad (2.13)$$

Чисельні значення A_k , B_k , C_0 , γ_k слід підбирати таким чином, щоб отримати близький збіг з експериментальними кривими повзучості розглянутих зразків бетону як в молодому, так і в старому віці.

Модель СЕВ 90. Саме ця модель лежить в основі алгоритму розрахунку деформацій повзучості по Eurocode 2 [102].

Вона підходить для звичайного бетону, межа міцності якого знаходиться в межах від 12 до 80 МПа і експлуатується в умовах відносної вологості від 40 до 100% при середній температурі від 5 до 30 °С. В цьому випадку рекомендується такий вираз для функції повзучості:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + C(t, t') = \frac{1 + \phi(t, t')}{E(t')}, \quad (2.14)$$

Відомо, що основною причиною появи явища повзучості є випаровування капілярної вологи цементу. Найбільш значне випаровування вологи спостерігається в перші 28 днів [117]. Після цього процес висушування бетону значно сповільнюється і може тривати десятки років. У більшості випадків швидкість випаровування вологи пропорційна розміру площі перерізу елемента конструкції.

Функцію пластичних деформацій поперечного перерізу в процесі випаровування вологи можна виразити у вигляді:

$$\bar{J}(t, t') = J(t, t') + \bar{C}_d(t, t'), \quad (2.15)$$

де $\bar{C}_d(t, t')$ – середня величина додаткових пластичних деформацій, що виникають при одночасному прояві деформацій усадки:

$$\bar{C}_d(t, t') = \frac{f_d(t')}{E_0} k_h' \bar{S}(\theta), \quad (2.16)$$

де k_h' – емпірична функція, що відображає зміни вологості навколишнього середовища; $f_d(t')$ – емпірична функція збільшення віку бетону в процесі завантаження; $\bar{s}(\theta)$ – емпірична функція, що враховує розвиток усадки під час θ .

Для того, щоб виконати скінченно-елементний аналіз поведінки залізобетонної конструкції в часі - найважливішим завданням є підбір функції повзучості $J(t, t')$ (або $\bar{J}(t, t')$) та функції усадки $\bar{\varepsilon}_s(t)$. У моделі СЕВ 90, що розглядається, запропоновано такий вираз цих функцій:

$$\bar{J}(t, t') = F_i(t') + \frac{\phi_d \beta_d(t - t')}{E_{C2H}} + \frac{\phi_f \beta_f(t - t')}{E_{C2H}}, \quad (2.17)$$

$$\bar{\varepsilon}_s(t, t_0) = \varepsilon_{S_0} [\beta_S(t) - \beta_S(t_0)], \quad (2.18)$$

де $F_i(t')$ – функція, що враховує миттєві деформації і первинні деформації повзучості в початковий період експлуатації:

$$F_i(t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\beta_S(t')}{E_{C2H}}; \quad (2.19)$$

E_{C2H} – модуль пружності в віці 28 днів; ϕ_d – коефіцієнт, що дорівнює 0.4; ϕ_f – коефіцієнт, що залежить від вологості навколишнього середовища і розмірів перерізу; β_d – функції тривалості впливу навантаження; t_0 – час прояву початку випаровування капілярної вологи; β_f та β_S функції часу:

$$\beta(t') = 0.8 \left(1 - \frac{f_c'(t')}{f_c'} \right). \quad (2.20)$$

Згідно даної теорії коефіцієнт повзучості буде виражатися у вигляді:

$$\phi(t, t_0) = (\phi_0) \cdot \beta_c(t - t_0), \quad (2.21)$$

де ϕ_0 – теоретичний коефіцієнт повзучості, що визначається тільки в межах зворотньої (лінійної) повзучості згідно з формулою:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0). \quad (2.22)$$

Решта коефіцієнтів враховують вплив відносної вологості навколишнього середовища, розмірів перерізу елемента конструкції і міцності бетону:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{\left(1 - \frac{RH}{100}\right)}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} - \beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}}, \quad (2.23)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{\left(0.1 + t_0^{0.2}\right)}, \quad (2.24)$$

$$\beta_c(t - t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.3}}{\left[\beta_H + (t - t_0)\right]^{0.3}}, \quad (2.25)$$

$$\beta_H = 1.5 \cdot \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{1.8}\right] \left(h_0\right) + 250, \quad (2.26)$$

$$\beta_H \leq 1500 \text{ днів.} \quad (2.27)$$

Відмінною особливістю моделі СЕВ 90 від інших моделей, таких як АСІ або ВР Model є те, що для знаходження функції повзучості використовуються не тільки формульні обчислення, але також в Eurocode 2 запропонований графік з шістнадцяти кривих, по якому можна визначити значення коефіцієнта повзучості.

У процесі експлуатації будівель і споруд, якщо відбувається зміна навантажень, під час реконструкції або при зміні структурної схеми будівлі, необхідно збільшити несучу здатність деяких конструктивних елементів. Тому питання щодо збільшення несучої здатності конструкцій є дуже актуальним. Одним з найефективніших інноваційних методів зміцнення залізобетонних конструкцій є застосування композитних матеріалів (армованих полімерами).

Перший композитний матеріал сучасного типу вважається односпрямованим склопластиковим пластиком, створеним в 30-х роках. У 60-х роках у Великобританії були створені вуглецеві волокна, що дало поштовх для розвитку нового покоління композитних матеріалів, які сьогодні дуже використовуються при проектуванні та реконструкції будівель. Внаслідок постійного підвищення інтересу до композиційних матеріалів (армованих полімерів) та композитних

армованих конструкцій останнім часом багато робіт присвячено розробці цього матеріалу: багато робіт, написаних Л. Стороженко [66], Барабаш М. [6], Пікуль А. [16], Башинська О. [16] та ін. Також багато праць були присвячені розробці методів розрахунку залізобетонних конструкцій, зміцнених армованими полімерами. Багато робіт, присвячених цій темі, були створені за кордоном.

Аналіз останніх робіт з розглянутої теми показав, що до теперішнього часу створено багато робіт, присвячених експериментальним дослідженням та аналізу експериментальних даних по зміцненню залізобетонних конструкцій. Але питання про обчислювальне моделювання армованих конструкцій та аналіз їх напружено-деформованого стану все ще досить невизначене.

Дуже важливим є математичне моделювання конструкції методом скінчених елементів з урахуванням роботи системи зміцнення з композитними матеріалами. А також створення алгоритму комп'ютерного моделювання будівельних робіт до і після зміцнення.

Матеріали, що складаються з двох або більше компонентів або фаз, називаються композитними матеріалами. Безперервну фазу називають матрицею, а компоненти називають наповнювачем або підсилюючою фазою. Роль наповнювачів полягає в тому, що вони змінюють властивості безперервної фази в потрібному напрямку. Такі матеріали можуть мати полімерну, металеву або керамічну безперервну фазу. Механічні властивості композитного матеріалу залежать від використовуваної безперервної фази (матриці). Полімерні фази характеризуються відносно низькою міцністю і модулем пружності. Керамічні фази мають високу міцність і жорсткість, але їх недоліком є висока крихкість. Металеві фази характеризуються проміжними значеннями міцності, модулем пружності і більш пластичні, ніж керамічні фази.

Композитні матеріали на основі волокна, які використовуються при реконструкції та зміцненні будівель або споруд, виготовляються з мікрОВОЛОКОН. Вони поєднуються в полімері і утворюються таким чином. Найпоширеніші види ВОЛОКОН: арамід, вуглець і скловолокно. Фізико-механічні властивості

композиційних матеріалів визначаються типом і кількістю використовуваних волокон.

На підставі комп'ютерного та чисельного аналізу напружено-деформованого стану проведено визначення несучої здатності та стійкості будь-якої конструкції.

Тому розглянемо процедуру структурного аналізу в ПК «ЛІРА-САПР» з урахуванням збільшення пропускну здатності елементів.

У разі зміни конструктивної ситуації (це може бути збільшення навантаження на об'єкті, виявлення дефектів в межах будь-яких конструктивних елементів, зміна призначення об'єкта або реконфігурації об'єкта будівництва), перш за все, проводиться статичний аналіз конструкції з урахуванням впливу нових навантажень і деяких змін в елементах. На основі результатів статичного аналізу можна порівняти необхідну арматуру для залізобетонних елементів.

З урахуванням вибраної арматури виконується аналіз структури з урахуванням фізичної нелінійності. В результаті аналізу визначаються пошкоджені конструктивні елементи, в яких з'являються тріщини. Отже, визначаються елементи, які потребують зміцнення.

На наступному етапі конструкції необхідно вибрати параметри волокнистого полімерного матеріалу, який буде підсилювати роботу конструкції. На рисунку 2.1 показано алгоритм розрахунку конструкції із врахуванням повзучості та вибором методу підсилення конструкції.

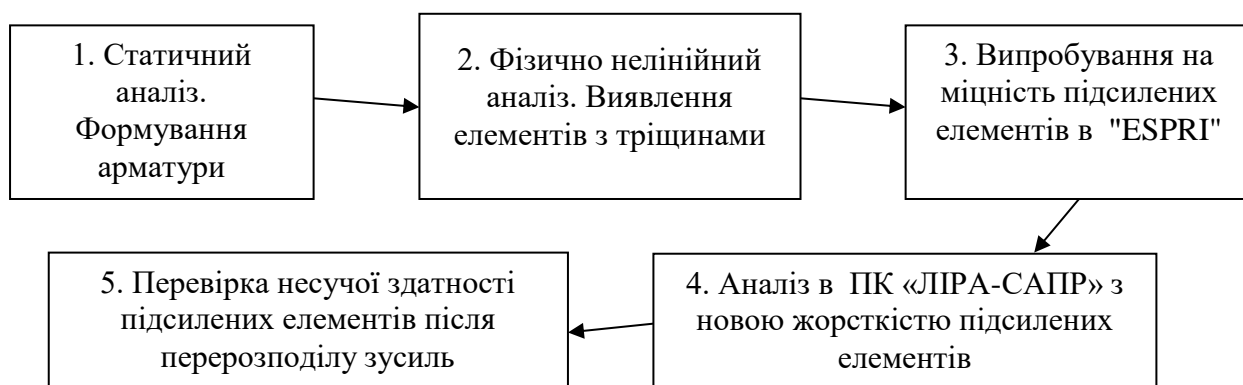


Рис. 2.1. Алгоритм аналізу підсилених конструкцій в ПК «ЛІРА-САПР»

Розглянемо порядок отримання параметрів для моделювання підсилення конструкції в ПК «ЛІРА-САПР» на прикладі рамної аналітичної моделі (рис. 2.2).

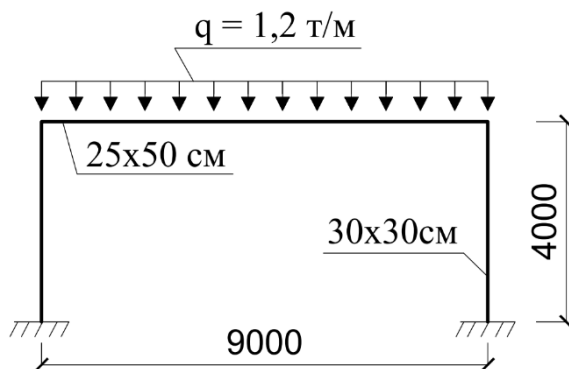


Рис. 2.2. Рамна аналітична модель

Після статичного аналізу для розглянутої аналітичної моделі вибрано відповідне підсилення.

Потім було проведено фізично нелінійний аналіз, в якому були задані відповідні параметри деформації бетону (рис. 2.3) та арматури.

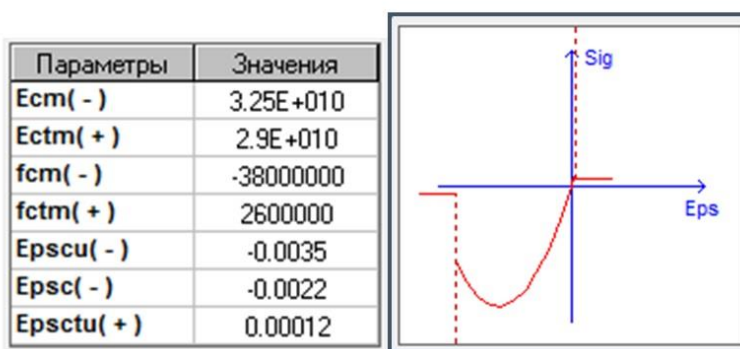


Рис. 2.3. Характеристики нелінійної деформації бетону, Па

Під час фізично нелінійного аналізу були задані параметри для розрахунку деформації конструкції з урахуванням повзучості бетону. Зміна коефіцієнта повзучості в часі була визначена за допомогою 44-го ломаного закону повзучості.

Коефіцієнт повзучості було розраховано за формулами:

$$\varphi(\tau) = \varphi(t') f(t-t'), \quad (2.28)$$

$$\varphi(t') = C_0 + \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(t')^k}, \quad (2.29)$$

$$f(t-t') = \sum_{k=0}^m B_k e^{-\gamma_k(t-t')}, \quad (2.30)$$

де t це момент часу, для якого визначається деформація;

t' – точкою прикладання елементарного приросту напружень;

B_k та γ_k це константи, які залежать від бетону, а також $B_0 = 1$, $\gamma_0 = 0$ та $\gamma_k > 0$.

Значення C_0 – крайнє значення коефіцієнта повзучості; A_k характеристика бетону, яка залежить від властивостей і умов старіння бетону.

Після фізично нелінійного аналізу було отримано схеми напружено-деформованого стану каркаса (рис. 2.4).

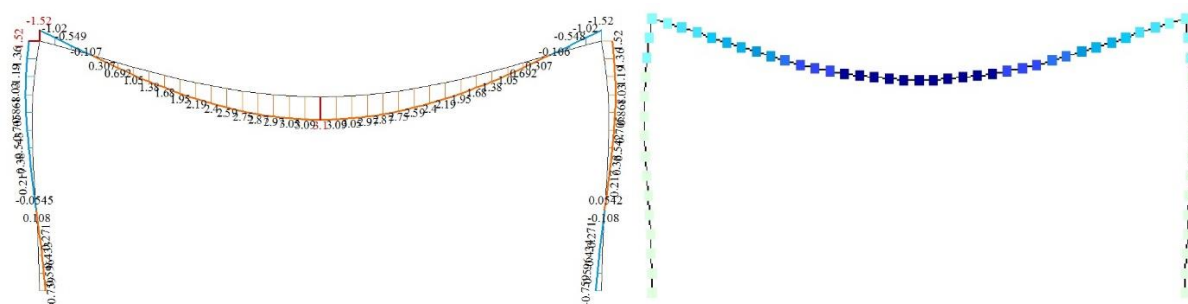


Рис. 2.4. Схеми напружено-деформованого стану

В результаті аналізу було встановлено, що на третьому етапі прояву деформації повзучості тріщини з'являються в деяких елементах аналітичної моделі. На рис.2.5 показані схеми напружень і деформацій усередині поперечних перерізів балки і колони, до і після появи тріщин.

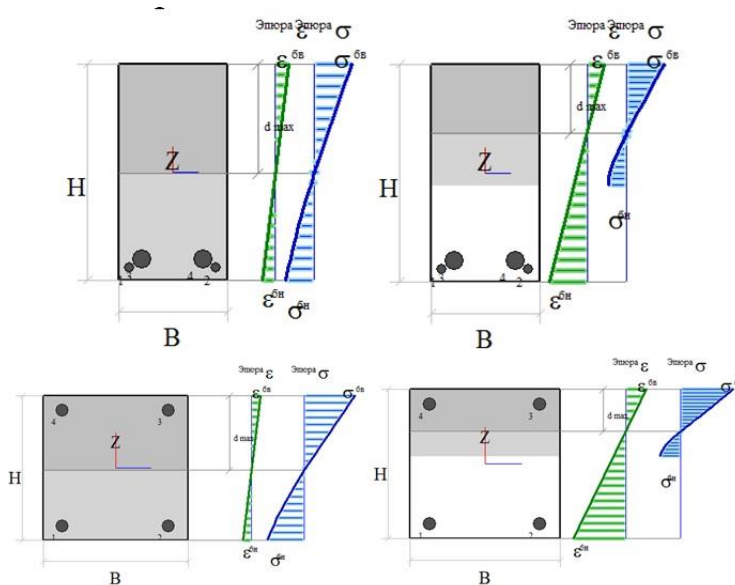


Рис. 2.5. Діаграми напружень-деформацій у перерізах аналітичної моделі

Для зміцнення каркасних елементів, в яких з'явилися тріщини, було підібрано волокнисті полімери Aslan 400 CFRP Laminate з наступними жорсткісними характеристиками:

- товщина моношару: 1,4 мм;
- модуль пружності, E: 131000 МПа;
- міцність матеріалу: 2400 МПа;
- деформація при розриві: 0.0187 %.

Коефіцієнт умов роботи приймався рівним одиниці.

Після відбору композиційного матеріалу для зміцнення, в "ЕСПРІ" було виконано перевірку несучої здатності підсиленого каркасного елемента.

Для підсилених елементів, які працюють на стиск, перевірка несучої здатності виконується за допомогою наступних формул:

- при поздовжньому підсиленні:

$$Ne \leq f_{cd}bx(d - 0,5x) + f_{scd}A_s'(d - a') + f_{fd}A_f a, \quad (2.31)$$

- при зовнішньому підсиленні:

$$Ne \leq f_{cd3}bx(d - 0,5x) + f_{scd}A_s'(d - a'). \quad (2.32)$$

Для елементів, які працюють на згин, перевірка виконується на згинальний момент:

- для прямокутних перерізів:

$$M \leq f_{cd}bx(d - 0,5x) + f_{scd}A_s'(d - a') + f_{fd}A_f a, \quad (2.33)$$

- для таврових перерізів:

$$M \leq f_{cd}bx(d - 0,5x) + f_{cd}(b_f' - b)h_f'(d - 0,5h_f') + f_{scd}A_s'(d - a') + f_{fd}A_f a. \quad (2.34)$$

У формулах (2.31), (2.32), (2.33) та (2.34) використовуються наступні символи:

f_{cd} – проектне значення міцності бетону на стиск;

f_{cd3} – осьове розрахункове значення міцності бетону на стиск;

f_{scd} – проектне значення міцності арматури на стиск;

f_{fd} – розрахункове значення міцності полімерного армування на розтяг;

d – ефективна глибина перерізу;

A_f – площа поперечного перерізу армованого полімерним волокном;

$h_{f'}$ – глибина фланця двотаврового (або таврового) поперечного перерізу у стиснутій зоні;

$b_{f'}$ – ширина фланця двотаврового (або таврового) поперечного перерізу у стиснутій зоні;

b – ефективна глибина перерізу.

Після вибору матеріалу для підсилення та випробування на міцність армованих елементів конструкції отримано зменшену жорсткість підсилених елементів. Для розрахунку аналітичної моделі, з урахуванням нової жорсткості, було змінено тип СЕ №10 на СЕ №210, якому було надано нові знижені характеристики жорсткості.

Одним із найбільш поширених класичних варіантів збільшення несучої здатності конструкції є підвищення його жорсткості, встановлюючи металеву опалубку. Розглянемо приклад розрахунку підсилення колони розглянутої розрахункової схеми, використовуючи металеву опалубку. Для цього замість вибору композиційних матеріалів вибирають розміри металевих кутиків (або пластин), за допомогою яких потрібно зміцнювати елементи конструкції. Перевірку підсилених елементів можна також здійснити за допомогою програми "ЕСПРІ". Для цього, в підпрограмі "Перевірка сталобетонних перерізів колон" (переірази залізобетонних конструкцій) необхідно вибрати перевірку сталобетонних перерізів з металевими кутиками і встановити параметри кутових балок таким чином, щоби вони моделювали металеву опалубку навколо колони.

Перевірка складних (тобто сталезалізобетонних) поперечних перерізів може бути проведена за допомогою граничних станів, а також деформованою моделлю, а також дволінійними і трилінійними діаграмами деформацій, які представлені на рисунку 2.6.

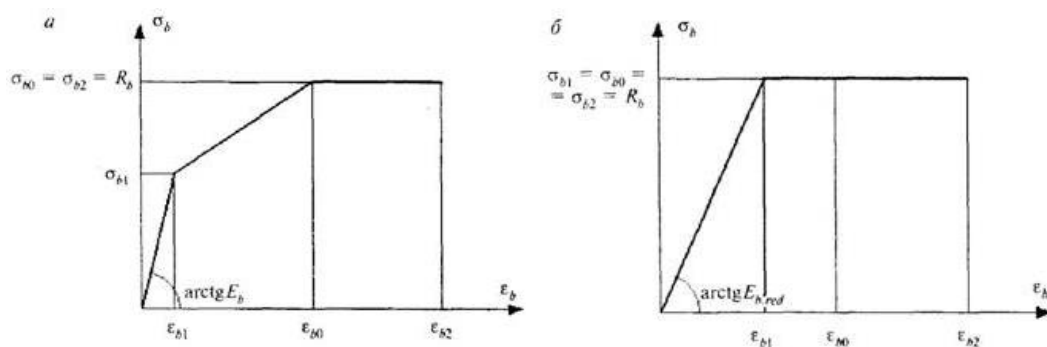


Рис. 2.6. Діаграми деформування сталобетонних елементів

Порівняння напружено-деформованого стану рами на різних стадіях проектування з урахуванням підсилення показано в таблиці 2.1.

Також, в програмі "ЕСПРІ" можна розрахувати інші поперечні перерізи сталобетонних конструкцій, приклади таких, що наведені на рис.2.7.

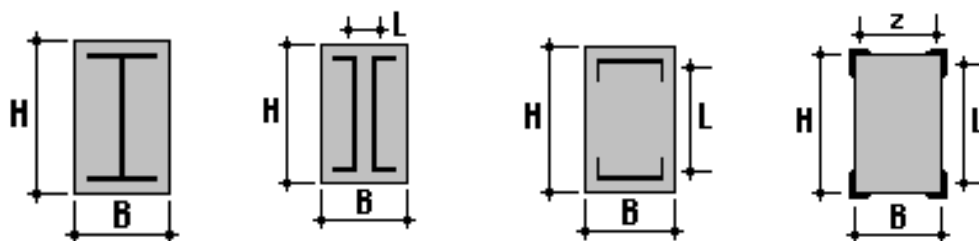


Рисунок 2.7. Типи поперечних сталобетонних конструкцій,
які можна розрахувати в програмі "ESPRI"

Таблиця 2.1

Порівняння зусиль і переміщень рами при різних постановках задачі

	Лінійний розрахунок		Фізична нелінійність		Разом із підсиленням	
	Переміщення вздовж осі Z, мм	Зусилля M_y , т*м	Переміщення вздовж осі Z, мм	Зусилля M_y , т*м	Переміщення вздовж осі Z, мм	Зусилля M_y , т*м
Колона	0	±1,65	-0,1	±1,89	0	±2,06
Балка	-2,8	2,96	-7,6	2,7	-7,3	2,26

Використання армованих полімерів для зміцнення конструкцій дозволяє значно збільшити несучу здатність елементів будівель і споруд. Це також дозволяє нам продовжити термін їх служби, запобігти або усунути надзвичайну ситуацію, виправити помилки конструкції або конструкції, а також найголовніше, що це дозволяє забезпечити надійну роботу і довговічність конструкцій.

2.4. Методики розрахунку коефіцієнта повзучості

Як було сказано в попередніх розділах, для вирішення інтегрального рівняння Вольтерри (1.4), тобто для знаходження повних деформацій конструкції, головною задачею є визначення функції повзучості. Функція повзучості, в свою чергу, складається із суми пружно-миттєвих деформацій та міри повзучості, або її ще називають коефіцієнтом повзучості. В даному розділі наведено порівняння коефіцієнта повзучості, який було розраховано за двома різними методиками, а саме: модель СЕВ 90, та модель пружно-повзучого середовища, що була розроблена Н.Х. Арутюняном [2] із експериментальними даними. Модель СЕВ 90 лежить в основі алгоритму розрахунку повзучості, що наведено в Єврокодi [102].

Одразу можна сказати, що хоча теорія пружно-повзучого тіла враховує більшу кількість властивостей бетону, вона є одночасно більше складною для практичного використання. В той час, як модель СЕВ 90 не залежить від передісторії навантаження конструкції, що є її недоліком.

Нижче представлені графіки (рисунок 2.8 та 2.9) зміни коефіцієнтів повзучості в часі, отриманих експериментально і аналітичним шляхом, відповідно до теорії пружно-повзучого тіла і за моделлю СЕВ 90. Значення експериментальних даних були взяті з [2]. Вони відносяться до бетону, виготовленого на портландцементі при повітряному зберіганні.

Для аналітичного розрахунку по теорії Н. Х. Арутюняна були прийняті наступні значення реологічних параметрів: $C_0 = 8,67 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹ (при $t' = 7$ днів) та $C_0 = 7,2 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹ (при $t' = 14$ днів); $A_1 = 5,68 \cdot 10^{-5}$, МПа⁻¹; $\gamma = 0,026$, сут⁻¹. Параметри для розрахунку по моделі СЕВ 90: $\phi_0 = 3,4$ (при $t' = 7$ днів) и $\phi_0 = 2,5$ (при $t' = 14$ днів); $E_b = 25 \cdot 10^3$, МПа; $\beta_H = 1000$.

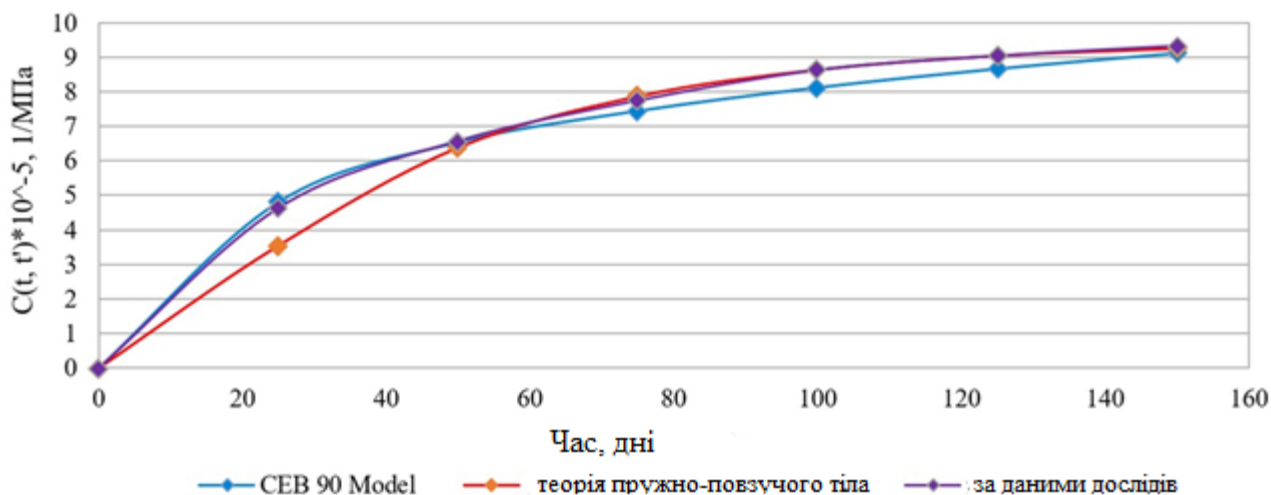


Рис.2.8. Графік зміни міри повзучості $C(t, t')$ у часі при $t'=7$ днів

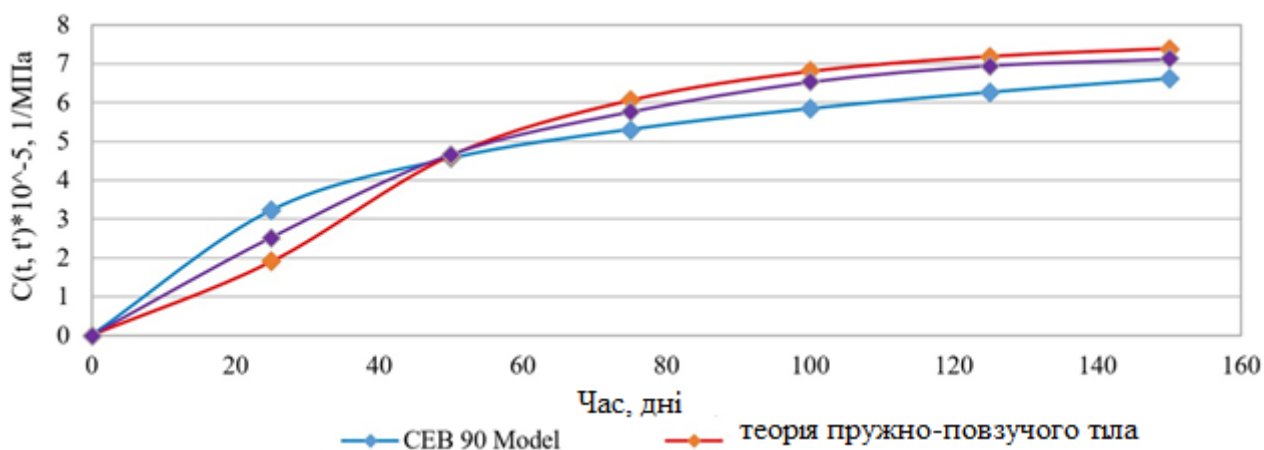


Рис.2.9. Графік зміни міри повзучості $C(t, t')$ у часі при $t'=14$ днів

З графіків видно, що теорія пружно-повзучого тіла більш наближена до експериментальних даних. А на графіку зміни коефіцієнта повзучості при завантаженні зразка на сьомий день ці криві практично збігаються. Це можна пояснити тим, що аналітичне вираження теорії пружно-повзучого тіла було виведено з урахуванням впливу спадковості матеріалу, а також, в ньому враховується більша кількість параметрів, які впливають на характер деформації бетону.

Крива, отримана за моделлю SEB 90, більш наближена до експериментальних даних тільки в початковий період деформації.

2.5. Особливості створення розрахункових моделей елементів конструкції при врахуванні реологічних властивостей

Як приклад розглянемо роботу конструкції залізобетонного моста (рисунок 2.10) з урахуванням деформації пружної післядії згідно з нормами EuroCode prEN 1992-1-1.

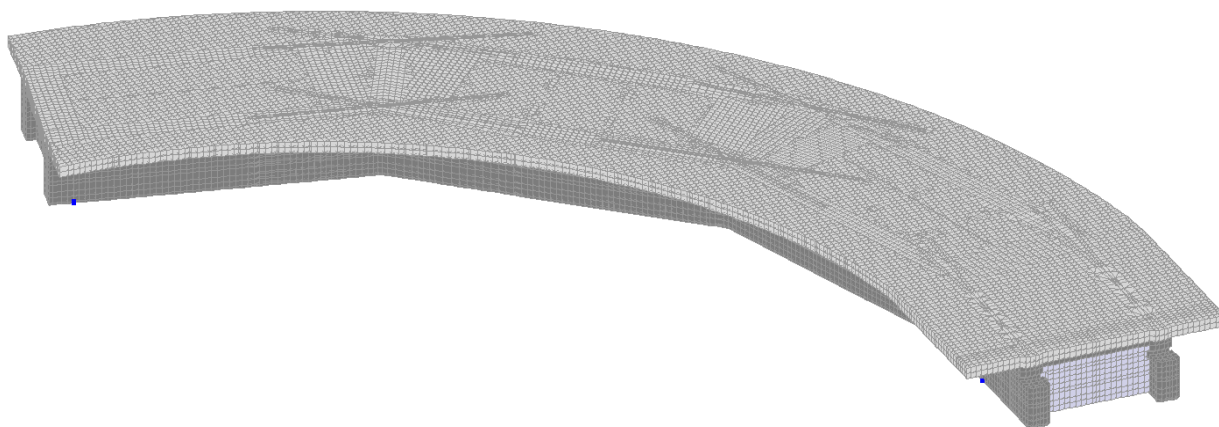


Рис. 2.10. Розрахункова схема мосту

Робота залізобетонних конструкцій носить нелінійний характер. Розрахункова модель моста була побудована за допомогою універсальних просторових ізопараметричних скінченних елементів № 34 і 36 (для моделювання роботи арматурних стержнів) і фізично нелінійних СЕ № 234 і 236 (для моделювання роботи монолітного бетону). Для завдання параметрів нелінійного розрахунку деформування бетону був використаний 15-й експонентний закон.

При розрахунку конструкції з урахуванням повзучості враховуються нелінійні деформації [13]. Для врахування нелінійності в програмному комплексі ЛІРА-САПР був обраний простий кроковий метод з кількістю кроків рівним 30. Для виконання нелінійного розрахунку в програмному комплексі ЛІРА-САПР, з урахуванням статичного закону повзучості в часі (EuroCode prEN 1992-1-1), попередньо обчислюється коефіцієнт повзучості φ_0 і коефіцієнт β_H , які залежать від відносної вологості (RH у %) і умовного розміру перерізу (h_0 в мм).

Порівняння і аналіз результатів розрахунку виконаний по кінематичним характеристикам - переміщення розрахункових характерних точок моста в напрямках «X», «Y», «Z». Результати показані в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Максимальні переміщення моста, мм

Напрямок	Розрахунок у пружній стадії	Розрахунок з урахуванням повзучості				
		28 днів	365 днів	2 роки	10 років	50 років
«X»	4.73	5.68	6.49	6.69	6.86	7.07
«Y»	3.27	3.93	4.5	4.65	4.76	4.91
«Z»	23.1	29	34.1	35.4	36.4	37.7

З таблиці видно, що отримані переміщення за результатами розрахунку з урахуванням повзучості значно вище, ніж при звичайному статичному розрахунку. Згодом вертикальні переміщення починають перевищувати максимально допустимі (в розглянутій конструкції вони складають 30 мм).

Внаслідок появи деформацій повзучості, в бетоні починають змінюватися його фізичні характеристики. Зміна модуля деформації в часі для даної розрахункової схеми показано на рисунку 2.11.

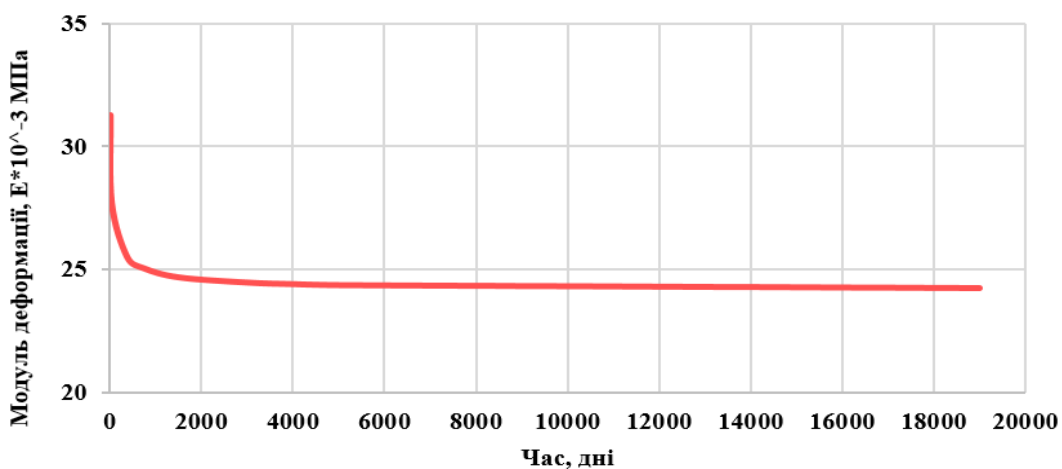


Рис. 2.11. Залежність модуля пружності від часу

Наведений графік показує, що під час старіння бетону його модуль деформації $E(\tau)$ знижується, причому в молодому віці, особливо в перший місяць прикладення навантаження $E(\tau)$ падає значно швидше. Надалі, зі збільшенням віку бетону, швидкість зниження $E(\tau)$ поступово також падає і приблизно через рік дане явище приймає асимптотичний характер, тобто

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} E(\tau) = E_0, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{dE(\tau)}{dt} = 0. \quad (2.35)$$

Роблячи висновки з цього виразу можна говорити, що починаючи з деякого віку $\tau = \tau_0$, модуль деформації бетону $E(\tau_0)$ буде зовсім незначно відрізнятися від граничного значення E_0 . Це свідчить про те, що процес твердіння бетону практично завершився. Тому починаючи з віку $\tau = \tau_0$ бетон можна вважати старим, так як час більше не впливає сильно на зміну величини його модуля деформації. А при всіх значеннях $\tau \geq \tau_0$ матиме місце наступна асимптотична рівність:

$$E(\tau) \approx E_0. \quad (2.36)$$

В результаті зміни фізичних характеристик бетону, починає відбуватися перерозподіл зусиль між складовими елементами конструкції. Зміна напруженого стану в часі в одному з об'ємних кінцевих елементів бетону мостового полотна представлено в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

**Максимальні зусилля в одному зі скінчених елементів мостового
полотна, кН**

Зусилля	Розрахунок у пружній стадії	Розрахунок з урахуванням повзучості				
		28 днів	365 днів	2 роки	10 років	50 років
N _x	-3020	-2360	-2100	-2050	-1990	-1980
N _y	-2850	-2200	-1950	-1910	-1850	-1840

Наведені дані свідчать про появу в бетоні явища релаксації. Оскільки бетон більше не в змозі сприймати навантаження, яку він ніс з моменту прикладення навантаження, то зайві зусилля переходять в арматурні стержні.

Візуалізація даного процесу приведена на рисунку 2.12.

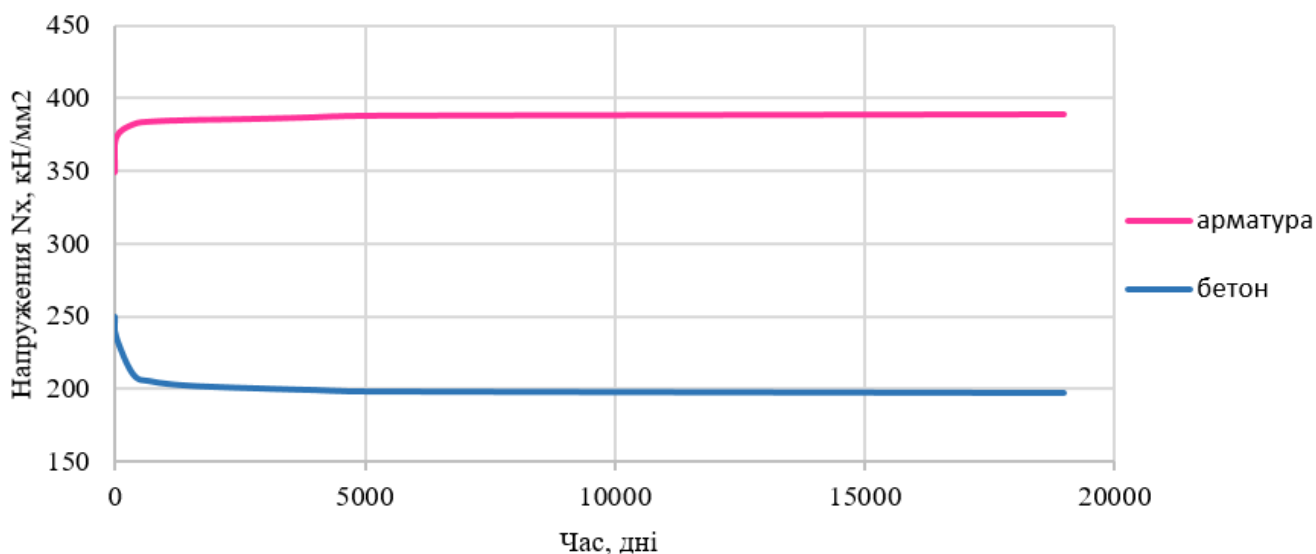


Рис. 2.12. Зміна поздовжніх зусиль з плином часу в бетоні і арматурі

Таким чином, істотні зміни напружено-деформованого стану в бетоні і арматурних стержнях свідчать про недостатність простого статичного розрахунку при проектуванні мостових споруд [14, 4].

2.6. Висновки до розділу 2

У розділі розглянуті основні функціональні залежності для вирішення завдання рівноваги пружно-повзучого середовища. Також проаналізовано роботу мостової конструкції з урахуванням появи ефектів пружної післядії. Побудовано графіки зміни статичних і кінематичних характеристик елементів конструкції.

Використання фізично нелінійних законів деформування, а саме комп'ютерне моделювання ефекту повзучості в задачах розрахунку мостових споруд дозволяє проаналізувати процес зміни їх напружено-деформованого стану в часі. Відзначено збільшення напружень в арматурі з плином часу, в зв'язку з чим рекомендується враховувати явище повзучості при проектуванні мостових конструкцій.

Недостатня оцінка впливу реологічних властивостей бетону в процесі проектування мостів може привести до непридатності конструкції до нормальної експлуатації, а іноді і до аварійних наслідків.

Розглянуті методи визначення деформацій повзучості: модель СЕВ 90 і модель пружно-пластичного тіла. Ці методи дозволяють визначити рівняння для розрахунку коефіцієнта повзучості. Представлено порівняння між коефіцієнтами повзучості, отриманими за розглянутими залежностями з експериментальними даними.

Проведено теоретичне дослідження напружено-деформованого стану конструкції моста при прояві деформацій пружного післядії з використанням аналітичних виразів Н. Х. Арутюняна і моделі СЕВ 90 для діаграм при постійному навантаженні. Побудований графік прогинів конструкції при використанні різних теорій деформування в'язкопружного тіла.

На підставі наведених даних можна сказати, що основним недоліком моделі СЕВ 90 є те, що при розрахунку деформації повзучості практично не залежать від віку матеріалу в момент навантаження, а визначаються, в основному, тривалістю дії зовнішнього навантаження. Значить, ця теорія більше підходить для опису картини напружено-деформованого стану тіл, що знаходяться в старому віці. Також вона не може повністю описати процес зміни напружень і деформацій в спорудах з урахуванням старіння матеріалу.

А також, запропоновано методику зміцнення конструкцій армованими полімерними матеріалами. Розглянуто варіант моделювання підсилення конструкцій металевою опалубкою. Отримано значення напружено-деформованого стану елемента рамної конструкції в межах аналітичної моделі.

Наведено алгоритм розрахунку підсилення конструкції при виникненні пластичних деформацій. Проведено аналіз роботи конструкції, підсиленої композитними матеріалами в інженерному калькуляторі «ЕСПРІ» та в програмному комплексі «ЛІРА-САПР».

Результатом дослідження є оцінка напружено-деформованого стану конструкції при моделюванні її підсилення за допомогою армованого волокна полімеру фізично нелінійною постановкою задачі.

РОЗДІЛ 3

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННІ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ

3.1. Основні передумови використання методу скінченних елементів.

Вирішення задачі теплопровідності методом скінченних елементів

Розглянемо ідею методу скінченних елементів на прикладі простої одновимірної стаціонарної задачі. Приклад простої одновимірної задачі дає можливість відслідкувати поетапно процедуру вирішення методу скінченних елементів на фоні нескладних математичних задач.

Вирішення такої одновимірної задачі може бути отримане з допомогою вдалого аналітичного рівняння. Більшість інженерних задач не піддається аналітичному вирішенню. Більше того, навряд чи доцільно вимагати точного рішення інженерної задачі, оскільки зазвичай не можливо дати гарантію вирішення таких задач.

Для вирішення інженерних задач зазвичай використовують наближені методи чисельного аналізу, що дають результати, точність яких достатньо задовольняє практичні цілі і не перевищує точності вхідних даних.

Область зміни шуканої функції, що знаходиться під дослідженням розділяється на ряд підобластей простої форми. Шукані функції апроксимуються в межах кожної підобласті поліномами таким чином, щоб коефіцієнти апроксимуючих поліномів виражалися через значення шуканих функцій в кінцевому числі так званих вузлових точок підобласті. Підобласть з вибраними вузловими точками називають скінченним елементом. Силова взаємодія між скінченними елементами здійснюється лише у вузлових точках. Визначення шуканих функцій у вузлах сітки скінченного елемента, по суті, являється рішенням задачі. Задача про визначення вузлових значень вирішується за звичай з використанням відповідного варіаційного принципу. Прийняті для шуканих функцій апроксимації зводять задачу про знаходження умов стаціонарності

відповідного функціоналу до задачі про екстремум функції багатьох змінних. Умова екстремуму такої функції являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно значень шуканої функції у вузлах, що по ідеї являється систему головних рівнянь методу скінченних елементів.

При використанні методу скінченних елементів для дослідження напружено-деформованого стану тіл, що деформуються, задача частіше за все вирішується в переміщеннях. В такому випадку для переміщень у межах скінченного елемента будуються апроксимуючі функції, що утворюють кінематично-допустимі поля переміщень у межах всієї області, що досліджується. Вузлові переміщення визначаються на основі варіаційного принципу Лагранжа, який із всіх кінематично-допустимих переміщень виділяє дійсне поле переміщень, тобто поле переміщень, яке задовольняє рівняння рівноваги.

Варіаційне рівняння Лагранжа виглядає:

$$\delta\Pi = 0,$$

де Π – повна потенціальна енергія пружної системи, що складається з потенціальної енергії деформації та потенціальної енергії зовнішніх сил [47, 52].

Варіаційне рівняння Лагранжа призводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно вузлових переміщень, що за своїм фізичним сенсом представляють собою рівняння рівноваги вузлів.

Також цей принцип забезпечує виконання умов рівноваги лише у певних межах. Дійсна рівновага буде мати місце лише тоді, коли роботи всіх внутрішніх та зовнішніх сил на можливих переміщеннях рівні при довільних варіаціях переміщень.

Відомо, що однією із основних ідей методу скінченних елементів є ідея апроксимації неперервної функції переміщень, або в нашому випадку – температури, дискретною моделлю кусочно-неперервних функцій, кожна із яких визначена на скінченному елементі [45].

Для апроксимації зазвичай використовують повні або неповні поліноміальні функції різного порядку. Кількість коефіцієнтів апроксимуючого поліному

визначається кількістю незалежних параметрів або числом свободи скінченного елемента, через які шукана функція однозначно інтерполюється в межах елемента.

Порядок полінома, що інтерполюється, не може бути нижчим за одиницю. Тобто, найпростіша функція апроксимація шуканих функцій в елементі здійснюється лінійним поліномом. Така апроксимація називається симплекс-апроксимацією. А скінченні елементи в такому випадку називають симплекс-елементами.

При вирішенні задачі термопружності необхідно знати розподілення температурного поля. Відповідно, вирішенню задачі термопружності передують рішення відповідної задачі теорії теплопровідності [17]. Задача теорії стаціонарної теплопровідності є граничною задачею математичної фізики, що зводиться до рішення диференціального рівняння теплового балансу в певній області, при відповідних граничних умовах.

Таким чином, для тривимірного випадку крайова задача теорії теплопровідності описується наступним диференціальним рівнянням:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + w = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.1)$$

де $T = T(x, y, z, t)$ – поле температур в області Ω ; K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} – коефіцієнти теплопровідності у напрямках x, y, z ; $w = w(x, y, z, t)$ – сила джерел тепла всередині тіла; ρ – густина матеріалу; c – питома теплоємність матеріалу тіла.

Для вирішення подібної задачі мають бути задані граничні умови. Існує три основних різновиди граничних умов подібної задачі [115, 118, 124]:

1. Гранична умова першого роду, коли на частині поверхні тіла задана стала температура T .

$$T = T(x, y, z, t). \quad (3.2)$$

2. Гранична умова другого роду, коли на частині поверхні тіла задано тепловий потік.

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} l_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} l_z = -q. \quad (3.3)$$

3. Гранична умова третього роду, коли на частині поверхні відбувається конвективний теплообмін.

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} l_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} l_z = -h(T_s - T_b). \quad (3.4)$$

Вирішення такої задачі еквівалентне знаходженню в певний момент часу мінімуму функціоналу. Таким чином, спираючись на варіаційні принципи, потрібно розбити досліджувану область тіла на скінченні елементи, створивши при цьому певну кількість вузлів [39]. Ступенями свободи буде температура у вузлах схеми. Вузлові температури утворюють вектор невідомих.

Розглянемо більш детально граничні умови для задачі теплопровідності. Загалом, теплопровідність - це передача тепла шляхом безпосереднього зіткнення (контакту) частинок тепла з різною температурою. При теплопровідності температура всередині тіла різна і неперервна між дотичними частинками тіла. Миттєве значення температури у всіх точках тіла для будь-якого моменту часу називається температурним полем даного тіла.

Температурне поле може бути змінним (нестационарним) і постійним (стаціонарним) в часі і мати різні значення температури в трьох, двох і одному вимірах простору. Відповідно до цього температурне поле називається трьох-, двох- і одновимірним температурним полем. Температурне поле може бути зображено за допомогою ізотермічних поверхонь і ліній, що з'єднують точки тіла з однаковою температурою.

Найбільш різка зміна температури в тілі має місце в напрямку, перпендикулярному ізотермічних поверхонь. Якщо $\Delta t = t_1 - t_2$ - це нескінченно мала зміна температури між ізотермічними поверхнями (або лініями) в цьому напрямку і Δx - нескінченно мала відстань між ними, то межа відносної температури Δt до відстані Δx називається температурним градієнтом.

Температурний градієнт - це векторна величина, що характеризує ступінь зміни температури на одиницю довжини в напрямку її зростання.

Тепловий потік - це також вектор, напрямком якого протилежний вектору температурного градієнта та збігається з напрямком переносу тепла, а абсолютна величина його виражає інтенсивність теплопередачі.

Тепловий потік (інтенсивність теплопередачі за допомогою теплопровідності) пропорційний температурному градієнту (згідно із законом Фур'є).

За допомогою закону Фур'є і закону збереження енергії процес теплопровідності аналітично зображується у вигляді диференціального рівняння теплопровідності, яке виражає залежність між температурою, часом і координатами елемента тіла.

Шляхом вирішення диференціального рівняння теплопровідності знаходиться температурне поле і тепловий потік всередині тіла у будь-який момент часу, а також кількість тепла, що перемістилася за певний проміжок часу з однієї області тіла в іншу.

Найпростішим випадком теплопередачі за допомогою теплопровідності є стаціонарна теплопередача через плоску однорідну стінку товщиною δ з коефіцієнтом теплопровідності матеріалу λ з постійною температурою t_1 і t_2 на своїх поверхнях.

Конвективна теплопередача має місце в рідинах або газах і представляє собою перенесення тепла рухомими масами рідини або газу.

У звичайному понятті конвективна теплопередача являє собою процес теплопередачі між безпосередньо дотичної поверхнею твердого тіла з рухомою рідиною або газоподібним середовищем. Розрізняють два види конвекції: природну і вимушену.

Природна конвекція викликається наявністю температурного перепаду в рідкому або газоподібному середовищі і пов'язаним з цим зміною щільності за обсягом середовища. Температурний перепад в середовищі обумовлений наявністю джерела тепловиділення в це середовище або теплопоглинання з нього.

Джерелом тепловиділення в повітряне середовище можуть бути гарячі поверхні опалювальних приладів, а теплопоглинання з повітряного середовища

може проводитися внутрішніми поверхнями зовнішніх огорожувальних конструкцій, що мають в зимовий час нижчу температуру, ніж внутрішнє повітря.

При зіткненні з цими поверхнями повітря нагрівається (або охолоджується) і піднімається вгору (або опускається вниз). Його місце займають нові маси повітря, які в свою чергу також піддаються нагріванню або охолодженню. Таким шляхом виникають циркуляційні переміщення маси повітря з однієї частини приміщення в іншу, що викликає конвективний теплообмін між дотичними повітряним середовищем і внутрішньою поверхнею огорожі.

Одним із різновидів зовнішнього навантаження при вирішенні задачі теплопровідності є теплопередача за допомогою випромінювання.

Теплопередача за допомогою випромінювання відбувається від матеріального тіла в повітряне та безповітряний простір незалежно від температури в цьому просторі, причому теплопередача супроводжується перетворенням теплової енергії прикордонного шару тіла в променисту енергію, що поширюється в просторі у вигляді електромагнітних хвиль зі швидкістю світла.

При попаданні на поверхню інших тіл частина променевої енергії відбивається назад в простір, а інша частина її поглинається поверхневим шаром цих тіл і перетворюється на теплову енергію.

Відбита від поверхні тіла промениста енергія, приєднуючись до випромінюваної даними тілом енергії, утворює спільно з останньої ефективно випромінювання, яке в свою чергу зазнає поглинання та відбиття поверхнями інших тіл.

Випускання, поглинання і віддзеркалення променевої енергії тілом, що має температуру понад абсолютного $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, відбувається безперервно і незалежно від температури навколишнього середовища.

В результаті взаємного опромінення і багаторазового відбиття і поглинання випромінюваної енергії між тілами відбувається теплообмін. Залежно від різниці випромінюваної та поглинутої променевої енергії тіла можуть нагріватися і охолоджуватися і тим самим за допомогою випромінювання здійснювати теплопередачу від більш нагрітих тіл до менш нагрітих. При однаковій кількості

випромінюваної та поглинутої променевої енергії тіло знаходиться в тепловій рівновазі і температура його залишається незмінною.

Відповідно до закону Стефана-Больцмана кількість тепла, що випромінюється одиницею поверхні будь-якого тіла за одиницю часу, пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури.

3.2. Математичне представлення скінченних елементів теплопровідності та конвективного теплообміну. Матриця жорсткості та матриця теплопоглинання

Для вирішення задачі стаціонарної та нестаціонарної теплопровідності у програмному комплексі «ЛІРА-САІР» було реалізовано наступні типи скінченних елементів теплопровідності:

1. Скінченні елементи теплопровідності:

- двохвузловий СЕ №1505;
- трьохвузловий СЕ №1508;
- чотирьохвузловий ізопараметричний СЕ №1509;
- ізопараметричний СЕ у формі тетраедра №1514;
- ізопараметричний СЕ у формі піраміди №1512;
- ізопараметричний СЕ у формі паралелепіпеда №1516.

2. Скінченні елементи конвективного теплообміну:

- одновузловий СЕ №1551;
- двохвузловий СЕ №1555;
- трьохвузловий СЕ №1558;
- чотирьохвузловий СЕ №1559.

Також у ПК «ЛІРА-САІР» було реалізовано наступні різновиди зовнішнього навантаження:

1. Стаціонарне навантаження:

- задана температура у вузлі;
- стаціонарний тепловий потік;
- стаціонарний конвективний теплообмін.

2. Нестаціонарні типи навантаження:

- нестационарний тепловий потік;
- конвективний теплообмін;
- променевий теплообмін (тобто радіаційний вплив).

Температура всередині всіх скінченних елементів теплопровідності апроксимується лінійними поліномами, наприклад:

- симплекс-функція для стержневого СЕ теплопровідності:

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y ; \quad (3.5)$$

- поліном для чотирьохвузлового ізопараметричного СЕ:

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy ; \quad (3.6)$$

- симплекс-функція для СЕ у формі тетраедра:

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z . \quad (3.7)$$

Матриця жорсткості елементів теплопровідності записується у вигляді:

$$[K]_e = \int [B]^T [D][B] dV + \int h [N]^T [N] dS . \quad (3.8)$$

де B – матриця градієнтів, для випадку трикутного СЕ можна записати:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_i & B_j & B_k \end{bmatrix} . \quad (3.9)$$

Якщо підставити в дане рівняння функції форми, та продиференціювати його, то отримаємо:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \left[a_a + b_a x + c_a y \right] \frac{1}{2A} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_a \\ c_a \end{bmatrix} . \quad (3.10)$$

Для 4-вузлового СЕ матриця градієнтів має вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} N_a & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} N_a \\ \frac{\partial}{\partial y} N_a & \frac{\partial}{\partial x} N_a \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Проте, при виведенні скінченних елементів з чотирма вузлами виникає необхідність переходу від декартової до ізопараметричної системи координат (локальної системи координат). Такі перетворення аналогічні перетворенням одновимірного елемента в L-координати, та необхідні для встановлення зв'язку між похідними функцій форм по глобальним координатам та похідними тих же самих функцій по локальних координатах [40].

Перетворення локальних похідних в глобальні відбувається за допомогою співвідношення:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} N_a \\ \frac{\partial}{\partial y} N_a \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} N_a \\ \frac{\partial}{\partial \eta} N_a \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

де J – матриця Якобі,

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} x & \frac{\partial}{\partial \xi} y \\ \frac{\partial}{\partial \eta} x & \frac{\partial}{\partial \eta} y \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Отже, вирішення задач методом скінченних елементів зводиться до вирішення системи алгебраїчних рівнянь. Лінійні задачі створюють лінійні системи рівнянь. Кількість рівнянь в таких системах може досягати кількох тисяч, тому

вибір організації алгоритму вирішення системи рівнянь методу скінченних елементів має велике значення для ефективності практичних розрахунків будівель та споруд [43, 51, 54].

Характерною особливістю матриць систем, що розглядаються є те, що вони завжди симетричні, додатні та мають рідке заповнення. Високі порядки, а також властивості розрідженості матриць систем рівнянь методу скінченних елементів роблять неможливим ефективно використання стандартних методів вирішення, що розроблені для повних матриць [57, 62].

Розвиток методу скінченних елементів стимулював появу нових та вдосконалених класичних методів вирішення задач лінійної алгебри з врахуванням процедури дискретизації методу скінченних елементів. Основні тенденції в розвитку методів вирішення великих систем рівнянь з розрідженими матрицями зводяться до використання властивості рідкого заповнення для скорочення числа арифметичних операцій та зменшення часу обміну даними між різновидами пам'яті обчислювальної машини.

Зі зменшенням часу обміну даними тісно пов'язана проблема організації зберігання даних у пам'яті. Література має велику кількість різних пропозицій вирішення цієї задачі [64, 72, 79, 44, 46, 50]. Організація збереження даних та стратегія програмування в основному залежить від вибору методу вирішення системи рівнянь.

Аналіз прямих та ітераційних методів вирішення систем лінійних рівнянь методу скінченних елементів показує, що вони мають різні можливості та потенційні характеристики один перед одним при розгляді більших скінченно-елементних структур.

Прямі методи мають переваги в тому, що кількість арифметичних операцій, що необхідна для отримання рішення, завжди скінченна і може бути оцінена. Їх недолік складається в тому, що вони лише частково використовують властивість рідкого заповнення матриць. У значній мірі цей недолік відчувається при аналізі тривимірних векторних полів.

Використання ітераційних методів дозволяє повністю використовувати властивість розрідженості матриць, оскільки алгоритм цих методів не створює нових ненульових елементів і структура матриці зберігається. Одне із головних хороших якостей ітераційного методу у співпраці з методом скінченних елементів заключається в тому, що вони допускають організацію алгоритма вирішення, при якому опускається операція формування глобальної матриці системи рівнянь методу скінченних елементів [53]. Ця обставина має велике значення при використанні скінченних елементів з великою кількістю ступенів свободи та слугує однією з причин виникнення ітеративних методів при скінченно-елементному аналізі. До недоліків ітераційних методів відноситься погана або повільна зходимость для погано поставлених задач [63, 76].

Погана поставленість матриці системи рівнянь методу скінченних елементів зустрічається в різній мірі та викликана різними причинами. Одна із них – велика розбіжність в жорсткості структурних елементів у неоднорідній конструкції. Незручність ітераційного методу також складається в тому, що для великих задач потрібна велика кількість звернень до периферійної пам'яті обчислювальної машини.

3.3. Вирішення нестационарної задачі теплопровідності

У випадку, коли вирішується нестационарна задача теплопровідності, обов'язково потрібно розраховувати матрицю теплоємності. Матриця теплоємності елементів теплопровідності виглядає:

$$[C]_e = \int \rho c [N]^T [N] dV. \quad (3.14)$$

Якщо мова йде про трикутні скінченні елементи, то для вирішення такого рівняння можна робити заміну функцій форми елемента на так звані L-координати.

Перед формуванням системи рівнянь методу скінченних елементів потрібно побудувати функції форми та розрахувати інтеграли від матричних функцій для кожного скінченного елемента. При цьому розрахунки та непотрібні математичні операції відносились до глобальної системи координат, що викликає багато незручностей. По-перше, для визначення функцій форми потрібно перетворювати

функцію переміщень. По-друге, можлива така ситуація, коли деякі інтеграли від матричних функцій доволі важко розрахувати. Особливо це стосується тривимірних елементів [80].

Введення локальних систем координат дозволяє в значній мірі уникнути вище перерахованих недоліків. Більше того, при використанні локальної системи координат є можливість інтерполювати не лише шукану функцію, але і форму скінченного елемента.

Отже, L-координати, це локальні нормалізовані координати для елементів трикутного або тетрадрального типів.

Двувимірні L-координати визначаються трьома відносними координатами L_1, L_2, L_3 . Кожна координата представляє собою відношення відстані від вибраної точки трикутника однієї із його сторін до висоти, що опущена на цю сторону з протилежної вершини.

З іншого боку, L-координати можна визначати як відношення площ трикутників на які розбито скінченний елемент однією точкою, що знаходиться в центрі, до загальних площі цього елемента. Ці координати також являються лінійно-залежними. Оскільки вигляд цих координат співпадає з виглядом функцій форми трикутного симплекс-елемента, то можна записати:

$$N_i = L_1; N_j = L_2; N_k = L_3. \quad (3.15)$$

та

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{2A}(a_i + b_i x + c_i y); \\ L_2 &= \frac{1}{2A}(a_j + b_j x + c_j y); \\ L_3 &= \frac{1}{2A}(a_k + b_k x + c_k y); \end{aligned} \right\}. \quad (3.16)$$

При розрахунку інтегралів по об'єму або поверхні елементів від матричних функцій краще переходити до таких локальних координат. Тоді елементи підінтегральної матричної функції будуть являти собою степеневі поліноми від

локальних координат. І можна використовувати стандартні формули інтегрування по площі:

$$\int L1^a L2^b L3^c dA = \frac{a!b!c!}{(a+b+c+2)} 2A. \quad (3.17)$$

Або по поверхні двухвимірному симплекс-елемента:

$$\int L1^a L2^b dl = \frac{a!b!}{(a+b+1)} 2A, \quad (3.18)$$

Використочуючи локальні системи координат, матриця теплопоглинання матиме вигляд:

$$P_R = \int \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} R dw = \int \begin{bmatrix} N_i N_i & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j N_j & N_j N_k \\ N_k N_i & N_k N_j & N_k N_k \end{bmatrix} R dw. \quad (3.19)$$

Можна скористатися стандартними формулами для інтегрування L-координат. Тоді отримаємо:

$$P_R = \frac{RA}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Аналогічним чином можна вивести рівняння для всіх вищезгаданих скінченних елементів.

Тривимірні L-координати визначаються чотирма відносними координатами L1, L2, L3, L4. Кожна координата в даному випадку являє собою відношення відстані від вибраної точки тетраедра до однієї із його граней до висоти, опущеної на цю грань з протилежної вершини. По аналогії із двувимірними L-координатами – тривимірні L-координати можна визначити як об'ємні координати, тобто як співвідношення об'ємів тетраедра, на які розбито скінченний елемент, до загального об'єму елемента. Властивості таких L-координат дає можливість представити їх, як функції форми тетраедра, тобто

$$N_i = L1; N_j = L2; N_k = L3; N_p = L4. \quad (3.21)$$

А для знаходження матриці теплопоглинання можна також скористатися готовими формулами інтегрування координат по об'єму:

$$\int L1^a L2^b L3^c L4^d dV = \frac{a!b!c!d!}{(a+b+c+d+3)!} 2V. \quad (3.22)$$

По аналогії з трикутним скінченим елементом, можна записати виведення матриці теплопоглинання для тетрадрального елемента:

$$P_R = \int \begin{bmatrix} L1 \\ L2 \\ L3 \\ L4 \end{bmatrix} [L1 \quad L2 \quad L3 \quad L4] R dv = \frac{RV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Отже, L-координати застосовуються при виведенні матриць жорсткості та теплопоглинання трикутних, тетрадральних елементів та можуть бути використані при розгляді трикутної призми.

Але якщо мова йде про чотирикутні або восьмиузлові ізопараметричні скінченні елементи, то вже L-координатами користуватися звісно неможливо. Тому при розгляді таких елементів використовують інші локальні системи координат, наприклад таких систем координат, які змінюють свої значення вздовж довжини елемента від 0 до 1, або від -1 до 1.

Для визначення квадратичного або лінійного поліному в локальній системі координат для інтерполяції шуканих функцій та встановлення зв'язку між системами координат використовуються одні і ті ж функції форми. Такі скінченні елементи називаються ізопараметричними елементами.

Повна збіжність функцій форм для інтерполяції шуканих функцій та встановлення зв'язку між координатами не є обов'язковою.

Скінченні елементи, для яких порядок функцій форм, що використовуються для інтерполяції форми елемента, нижче ніж поряд функцій форм, що використовуються для інтерполяції шуканих функцій, називаються субпараметричними.

Запишемо деякі із функцій форм елементів теплопровідності із використанням локальних систем координат.

Чотирикутний скінченний елемент першого порядку має чотири вузлові точки, що розташовані в вершинах чотирикутника. Функції форми такого елемента мають наступний вигляд:

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i). \quad (3.24)$$

Шестигранний елемент першого порядку має вісім вузлових точок, що розташовані в вершинах елемента. Функції форми такого елемента виглядають:

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i). \quad (3.25)$$

Для інтегрування функцій форм при визначенні матриць жорсткості або матриці теплопоглинання використовується метод чисельного інтегрування.

Інтеграл від функції однієї змінної можна розрахувати двома основними методами: метод Н'ютона-Котеса та метод Гауса.

При використанні першого методу, спочатку вибираються точки, що зазвичай знаходяться на однаковій відстані одна від одної, в яких розраховуються значення функцій. Потім будується поліном, значення якого співпадають зі значеннями функції в цих точках і потім точно інтегрується.

При використанні другого методу, значення функції розраховується в заданих точках, а так, щоб досягалась можливість максимально точного розрахунку для даної кількості точок. У такому випадку інтегрування здійснюється більш точно. І знову ж таки, підінтегральну функцію виражають у вигляді поліному з n кількістю точок інтегрування.

3.4. Вирішення задачі термоповзучості методом скінченних елементів

У процесі деформування в тілі накопичується енергія, яка обумовлена наявністю внутрішніх сил. Але оскільки точки прикладання зовнішніх сил в процесі деформації переміщуються, то ці сили також здійснюють роботу. З енергетичної точки зору процес деформування тіла - це процес обміну енергіями

двох систем сил - зовнішніх і внутрішніх [35]. Повна потенційна енергія деформованої системи може бути представлена у вигляді:

$$I(u) = \Pi(u) + W(u), \quad (3.26)$$

де $\Pi(u)$ – це потенційна енергія деформації, а $W(u)$ – це робота зовнішніх сил, що визначається у вигляді:

$$W(u) = \int_{\Omega} f \cdot u d\Omega, \quad (3.27)$$

де f – вектор зовнішніх навантажень; u - вектор переміщень.

Областю розгляду функціоналу $w(u)$ є безліч безперервних функцій u , що визначені в області Ω n -мірного евклідового простору.

Потенційна енергія деформації виражається у вигляді рівності:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (DBu)(Bu) d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma(u)\varepsilon(u) d\Omega, \quad (3.28)$$

де D – матриця пружності, що визначає лінійний зв'язок між векторами напружень і деформацій; B – матричний лінійний диференціальний оператор, що допомагає відобразити вектор деформацій $\varepsilon(u)$ через вектор переміщень u .

Необхідною умовою рівноваги будь-якої механічної системи є наявність екстремуму функціоналу повної потенційної енергії $I(u)$, тому основним завданням класичного варіаційного числення є знаходження екстремальних значень функціоналів.

Відповідно до принципу Лагранжа, умовою мінімуму функціоналу є принцип можливих переміщень. Згідно з цим принципом, в будь-якій системі, яка знаходиться в рівновазі, сума робіт зовнішніх сил і відповідних внутрішніх сил на будь-яких можливих варіаціях переміщень дорівнює нулю:

$$a(u, v) + l(v) = 0, \quad (3.29)$$

де $l(v)$ – можлива робота зовнішніх сил; $a(u, v)$ – можлива робота внутрішніх сил; v - вектор можливих переміщень.

Згідно ідеї методу скінченних елементів, для опису деформованого і напруженого стану системи, що розраховується - її дискретизують. Це дозволяє представити можливі роботи зовнішніх і внутрішніх сил у вигляді сум за окремими компонентами (скінченними елементами). Тоді вектор невідомих переміщень u апроксимують вектором вузлових невідомих q . Вузлові невідомі q являються шуканим значенням переміщень у вузлах скінченних елементів. На отриманій дискретній моделі вводиться також система безперервних функцій $\varphi(x)$. Тоді вектор переміщень можна записати у вигляді:

$$u = q \cdot \varphi(x), \quad (3.30)$$

Якщо ввести позначення:

$$k_{i,j} = \int_{\Omega} (B\varphi)^T DB\varphi d\Omega, \quad (3.31)$$

$$p_i = - \int_{\Omega} \varphi^T f d\Omega, \quad (3.32)$$

де $k_{i,j}$ – елементи матриці жорсткості системи $[K]$, а p_i – елементи вектора навантажень $\{P\}$.

Тоді рівняння рівноваги для задач лінійної теорії пружності можна записати в матричному вигляді:

$$[K]\{q\} - \{P\} = 0, \quad (3.33)$$

У механіці твердого тіла складні реологічні явища, такі, як термоповзучість, змушують відмовитися від припущень лінійної пружності.

У фізично нелінійних задачах механічні характеристики матеріалів, які визначаються матрицею пружності $[D]$ (що залежить від досягнутого рівня деформації тіла), є функціями компонентів переміщень:

$$[D] = [D(\{\varepsilon\})] = [D(\{q\})]. \quad (3.34)$$

Оскільки матриця пружності впливає на остаточний вигляд матриці жорсткості, то рівняння рівноваги набирає вигляду:

$$[K(\{q\})] \cdot \{q\} - \{P\} = 0. \quad (3.35)$$

Таке рішення нелінійної задачі носить назву методу змінних жорсткостей. Для вирішення цього рівняння використовують ітераційний метод.

При вирішенні завдань повзучості ітераційні методи застосовуються для кожного приросту часу.

Спочатку вважається, що $\{q\}_0 = 0$, обчислюється $K(\{q\}_0) = K_0$ і визначається $\{q\}_1 = [K_0]^{-1} \{P\}$. Процес повторюється відповідно до формули:

$$\{q\}_n = [K]_{n-1}^{-1} \cdot \{P\}. \quad (3.36)$$

Внаслідок властивостей в'язкопружності в неоднорідних старіючих тілах повна питома деформація в момент часу t буде складатися з суми пружномиттєвої деформації і деформації повзучості. Тому матриця пружності $[D] = [D(\{q\})]$ приймається залежною від коефіцієнта повзучості $\phi(t, t')$, який відображає в'язкопружні властивості матеріалу.

Тоді при вирішенні задачі повзучості компоненти матриці жорсткості приймають вигляд:

$$k_{i,j} = \int_{\Omega} (B\varphi)^T D \{ \phi(t, t') \} B\varphi d\Omega. \quad (3.37)$$

Для вирішення нелінійного рівняння (3.35) використовується метод дотичній лінеаризації (метод Ньютона-Рафсона):

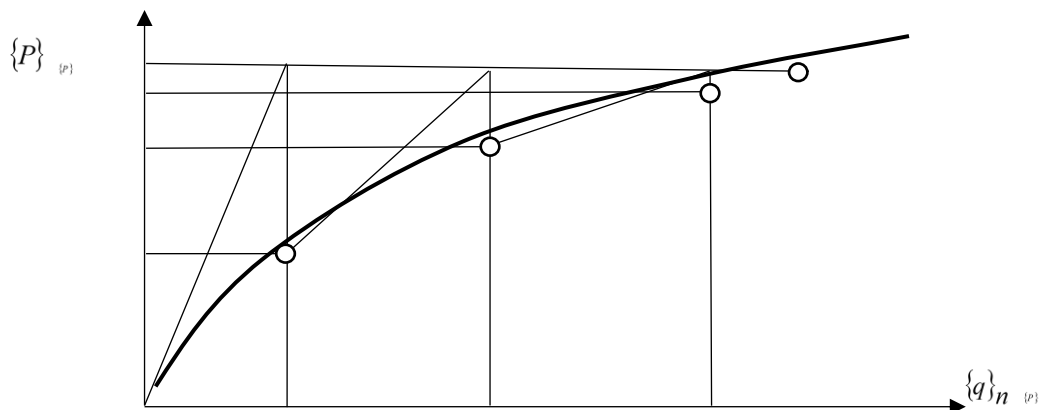


Рис.3.1. Метод Ньютона-Рафсона для вирішення нелінійних задач

Явище термічної в'язкопружності характеризується тим, що швидкість деформації повзучості залежить не тільки від всієї передісторії деформування, а й від температури. Тому при вирішенні такого завдання коефіцієнт повзучості $\phi(t, t')$ є функціоналом, що залежить від функцій часу, температури і зміни деяких хімічних характеристик бетону.

Найбільш наближені результати до емпіричних даних для визначення коефіцієнта повзучості, що залежить від температури, дозволяє отримати подвійний степеневий закон:

$$\phi(t, t') = \phi_T f_W \left((t'_e)^{-m} + \alpha \right) \cdot (t - t')^n . \quad (3.38)$$

Або, в скороченому вигляді:

$$\phi(t, t') = \phi_T \cdot f_W \cdot f(t'_e) \cdot (t - t')^n , \quad (3.39)$$

де ϕ_T – функція температури; f_W – функція абсолютної вологості бетону; t'_e – функція гідратації бетону; α , m , n – деякі параметри бетону, які приймаються рівними: $\alpha = 0.3$, $m = 1/3$, $n = 1/8$; t' – момент прикладення навантаження; t – момент визначення деформацій конструкції.

3.5. Висновки до розділу 3

У розділі показано процес реалізації розрахунку деформацій термоповзучості конструкції за допомогою методу скінченних елементів в програмному комплексі ЛПРА-САПР. Проведено теоретичне дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних елементів з урахуванням повзучості згідно Eurocode [102] і термоповзучості. Виконано порівняння отриманих результатів. Показано, що підвищення температури експлуатації споруди значно впливає на деформації повзучості.

Вивчення напружено-деформованого стану, яке викликане вимушеними деформаціями, вимагає врахування зміни в часі фізико-механічних властивостей бетону і явища повзучості. Особливістю вимушених деформацій є те, що напруження, що викликаються ними, незалежно від їх величини, в результаті прояву повзучості, зазвичай значно збільшуються в часі, навіть в області лінійної повзучості, в той час, як напруження, викликані дією зовнішнього навантаження в цій області практично не змінюються і дія повзучості позначається лише на переміщеннях конструкції.

Також, у розділі розглянуто питання про апроксимацію неперервної функції на окремих елементах. Також показано, як для отримання результатів на окремих елементах складаються кусочно-неперервні функції, що необхідні для апроксимації загальної функції по всій області. Ця множина кусочно-неперервних функцій визначається числовими значеннями вузлових величин. Кінцева ціль такого обчислення складається в отриманні для вузлових величин таких чисельних значень, при яких співвідношення для скінченних елементів точно апроксимують деякий фізичний параметр, а саме температуру у вузлах. На ранній стадії розвитку методу скінченних елементів вузлові значення приймалися мінімізацією інтегральної величини, що пов'язана з фізичним процесом. В задачах механіки деформування тіла, наприклад, мінімізувалася потенціальна енергія тіла. В результаті рівняння, що визначали систему, зводилися до лінеаризованих систем рівнянь рівноваги, які можна вирішити відносно вузлових переміщень.

РОЗДІЛ 4

РОЗРОБКА МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ ТА РОЗВИТКУ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

4.1. Загальні положення

В результаті порушення термометричної рівноваги конструкції з навколишнім середовищем або при зміні ентальпії, бетон зазнає температурних деформацій. Такий вид деформацій неминучий у багатьох масивних бетонних конструкціях, які в молодому віці в наслідок екзотермії розігріваються (часто їх температура досягає 40 °С), а потім повільно остигають (розсіювання накопиченого тепла може відбуватися протягом багатьох років). Безперервні температурні деформації властиві спорудам, що знаходяться на відкритому повітрі і піддаються атмосферним впливам, які носять періодичний характер. Аналогічний вплив на конструкцію мають технологічні цикли, наприклад, в автоклавах, пропарювальних камерах, гарячих цехах і т.д. [68] Тривалому впливу високих температур піддаються багато залізобетонних споруд спеціального призначення: димові труби, фундаменти під спеціальні печі, бункери для золи та шлаку, труби для газів, що відходять тощо.

У розділі розглянуто процес математичного моделювання повних деформацій залізобетонних конструкцій при експлуатації в умовах високих температур, а також з урахуванням впливу екзотермії бетону при твердінні масивних конструкцій. Вперше запропонована формула для обчислення функції повзучості, яка враховує зміну температури експлуатації конструкції. Розроблено універсальну методику для чисельного розрахунку пластичних деформацій залізобетонних конструкцій при впливі високих температур або зміні напружень в результаті термічної дилатації.

Наведено результати верифікації запропонованої функції повзучості шляхом порівняння аналітичних рішень з експериментальними даними, отриманими при

різних значеннях температури навколишнього середовища випробовуваних зразків.

В задачах механіки пружного тіла лінійність завжди являлась наслідком:

- лінійного зв'язку між деформаціями та переміщеннями;
- лінійного зв'язку між напруженнями та деформаціями;

В задачах теорії поля така лінійність була наслідком припущення про незалежність сталей.

Проте, відомо, що більшість практичних та важливих задач не є лінійними, тому узагальнення та вдосконалення чисельних методів, що дозволило б досліджувати такі задачі має значний інтерес. В механіці твердого тіла такі явища як пластичність, повзучість та інші складні реологічні явища змушують нас відмовитися від допущення лінійної пружності.

Так і задачі можливо досліджувати не змінюючи їх постановки, тобто на основі тих же самих основних варіаційних принципів. Якщо знайдено рішення лінійної задачі, то можливо отримати рішення нелінійної задачі за допомогою деякого ітераційного процесу, на кожному кроці якого матеріальні константи підбираються таким чином, щоб задовольняли основні рівняння.

Важливим є той момент, що при вирішенні нелінійних задач, на відміну, від лінійних, часто немає єдиного рішення. Таким чином, знайдене рішення не обов'язково є шуканим. Для отримання найкращої відповіді необхідно використовувати метод малих приростів і чітко уявляти фізичну суть задачі.

При дослідженні впливу високих температур на бетон і залізобетон слід розрізняти:

- 1) дію на конструкцію вогню під час пожежі;
- 2) тривалу дію високих температур на спеціальні залізобетонні споруди.

У даному розділі розглядається тільки вплив високих і підвищених температур на залізобетонні споруди.

Взагалі, дослідженню температурних напружень в бетоні присвячені роботи багатьох радянських вчених: С.В. Олександрівського [1], Н.Х. Арутюняна [2], А.Б. Голишева [22], А.Р. Ржаніцина [61] і багатьох інших. Багато сучасних дослідників

присвячують свої роботи розвитку теорії лінійної і нелінійної повзучості: К.А. Карпентян [41], В. Д. Харлаб [78], А. Г. Тамразян [68], С. Г. Есаян [69] і ін. Розвитком питання про термічну повзучості займаються велика кількість зарубіжних вчених та інститутів: З. Базант [87], Р. Венднер [123], М. Хублер [107], написано безліч дисертацій на розглянуту тему, методикам розрахунку конструкцій з урахуванням термо-повзучості присвячено багато рекомендацій від American Concrete Institute [82] і доповідей від Laboratoire Central des Ponts et Chaussees [100] та інших.

У зв'язку з актуальністю проблеми температурних напружень і деформацій в конструкціях, необхідним є уточнення і вдосконалення існуючих методів розрахунку, які в достатній мірі не можуть враховувати зміну в часі фізико-механічних характеристик бетону.

У звичайних умовах роботи бетонних і залізобетонних конструкцій, бетон постійно піддається впливу зміни температури і вологості, що викликає в ньому температурні деформації. Внаслідок нерівномірного розподілу температурних деформацій по об'єму тіла, а також через обмеження деформацій зовнішніми зв'язками, їх поява супроводжується розвитком напружень. Тому дослідження особливостей температурних деформацій бетону має значне практичне значення.

Під час експлуатації бетонні та залізобетонні конструкції постійно піддаються впливам несилового характеру, в результаті яких відбувається зміна напруженого стану і виникають змушені деформації. До вимушених деформацій відносяться деформації, які пов'язані з осіданням опор, штучний перерозподіл зусиль, зміною температури або вологості бетону, і т.д. Без урахування впливу цих факторів на напружено-деформований стан конструкції неможливо надійно розрахувати бетонні або залізобетонні конструкції, цивільні, гідротехнічні або промислові споруди.

Розділ присвячений дослідженню напружено-деформованого стану бетонних і залізобетонних конструкцій при наявності вимушених деформацій (тих, що виникли в результаті появи температурних напружень).

4.2. Математичне моделювання пластичних деформацій бетону із врахуванням зміни температурного режиму експлуатації

Відомо, що під дією високих температур значний вплив на деформації усадки і повзучості надає зміна відносної вологості бетону. Зі збільшенням температури навколишнього середовища збільшується швидкість гідратації цементу. Зі зменшенням відносної вологості бетону падає і швидкість гідратації. Коли відносна вологість досягає значення 0.3 - процес гідратації практично зупиняється і вважається, що бетон перебуває в старому віці.

Велика кількість зарубіжних досліджень присвячено розвитку питання впливу швидкості гідратації і відносній вологості бетону на величину деформацій повзучості. До них відносяться роботи [86, 104, 110, 105, 109, 114, 121].

В результаті зовнішніх температурних впливів, відсутності термометричної рівноваги з навколишнім середовищем і екзотермії в бетоні виникають температурні поля. В таких умовах процес дифузії тепла у вологому бетоні складається не тільки з теплообміну, але і з масообміну фазових перетворень. В результаті чого, теплові потоки будуть складатися з кондуктивного перенесення тепла (за рахунок теплопровідності) і конвективного (перенесення тепла рідиною, що рухається).

В роботі [125] представлено оптимальну формулу для визначення функції гідратації, яка максимально точно враховує вплив кондуктивного і конвективного теплового потоку в бетоні:

$$t'_e = \int_0^{t'} \beta_T \beta_H dt, \quad (4.1)$$

де β_T – коефіцієнт кореляції температури, β_H – коефіцієнт кореляції відносної вологості бетону.

Формула (4.1) відображає вплив відносної вологості бетону в момент приросту завантаження на швидкість гідратації цементу:

$$\beta_T = \exp \left[\frac{U_h}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right], \quad (4.2)$$

де U_h – енергія активації гідратації, R – газова постійна.

$$\beta_H = \frac{1}{1 + (7,5 - 7,5H)^4}, \quad (4.3)$$

де H – відносна вологість бетону.

$$\phi_T = \phi_0 \exp \left[\frac{U}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right], \quad (4.4)$$

де U – енергія збільшення швидкості повзучості бетону.

У різних джерелах представлені різні емпіричні величини зміни вологості бетону в часі. Тому для реалізації формули (4.4) при визначенні ступеня гідратації бетону на момент приросту навантаження, пропонується універсальний графік, який відображає зміни швидкості гідратації і відповідно відносної вологості в залежності від віку бетону на момент приросту навантаження, що зображений на рисунку 4.1. Цей графік побудований на основі кореляційного аналізу емпіричних даних, взятих з [104, 110, 105].

Вперше подвійний степеневий закон для обчислення температурного коефіцієнта повзучості був запропонований чеським ученим - Зденеком Базантом в [88] і розвинений в багатьох наступних роботах, в тому числі роботи [89, 90, 91, 92, 93]. Але ця залежність підходить лише для конструкцій, які експлуатуються при незмінному значенні високої температури.

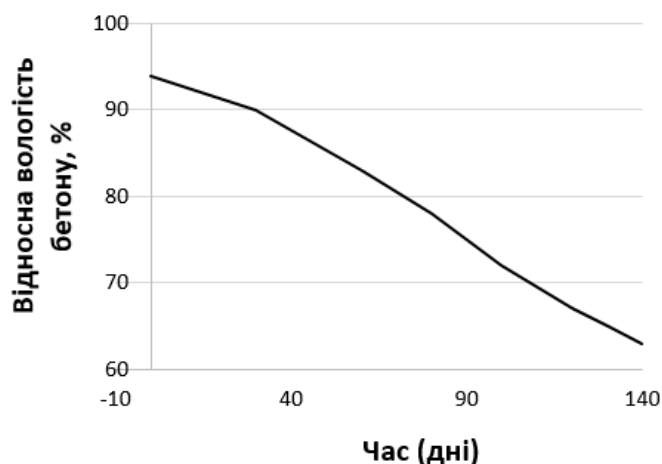


Рис. 4.1. Зміна відносної вологості бетону

У деяких випадках актуальним є визначення деформацій повзучості конструкції з урахуванням зміни температури експлуатації, наприклад, врахування впливу технологічних циклів на виробництві, періодична зміна температури навколишнього середовища або зміна ентальпії масивних бетонних конструкцій [41].

Для вирішення такої задачі припустимо, що функція температури ϕ_T змінюється в часі і відображається у вигляді кусочно-лінійної залежності, тоді позначимо її через $\phi_T(t)$. Далі представимо коефіцієнт повзучості у вигляді наступного функціоналу:

$$\Phi(T, t, t') = \phi_T(t) f_w f(t'_e) (t - t')^n, \quad (4.5)$$

Знайдемо варіацію функціонала $\Phi(T, t, t')$ в деякій точці $t = \tau$ і представимо його у вигляді степенневого функціонального ряду на деякому інтервалі, що містить в собі точку τ :

$$\Phi(T, t, t') = \sum_{t=t'}^{\tau} \phi_T(t) f_w f(t'_e) \left(f^n(t) \right)'_t \Delta t, \quad (4.6)$$

де τ – вік бетону в момент визначення деформацій повзучості.

Для спрощення запису введемо параметр $H(t') = f_w \cdot f(t'_e)$, який буде відображати зміну фізичних характеристик бетону в залежності від моменту прикладання навантаження t' .

Продиференціюємо функцію $f^n(t)$ та запишемо рівняння (19) у вигляді:

$$\Phi(T, t, t') = \sum_{t=t'}^{\tau} \phi_T(t) H(t') n \left(f^{(n-1)}(t) \right) \Delta t. \quad (4.7)$$

Використовуючи цей вираз можна обчислити функцію повзучості в будь-який момент часу, зважаючи на історію зміни температури експлуатації конструкції (або для визначення наслідків екзотермії).

Для верифікації виведеної формули проведемо порівняння коефіцієнтів повзучості, обчислених аналітичним шляхом за формулою (20) зі значеннями коефіцієнтів повзучості, отриманих експериментальним шляхом.

Експериментальні дані були взяті з [90]. Об'єктом дослідження служив призматичний брус, жорстко закріплений по торцях, із заданим температурним режимом. Таким чином, штучно створювалися умови одновимірної температурної задачі.

При проведенні експерименту досліджувалися бетонні блоки з розмірами 25x25x140 см. Кожен блок рівномірно розігрівався до заданої температури без обмежень деформацій. У таблиці 4.1 показано зміну температурного режиму при проведенні випробування.

Заданий температурний режим створювався спеціальною нагрівальною системою з насосом, в якій під час досліду знаходився блок.

Таблиця 4.1

Температурний режим випробовуваних бетонних блоків

№ блоку	Вік до початку розігріву в днях	Розігрів			Охолодження	
		Тривалість в годинах	ΔT в градусах	T_{max} в градусах	Тривалість в годинах	T_{max} в градусах
1	19	49	37,8	57,4	166	34,3
2	21	67,5	42,5	60,5	336	41,8
3	36	48	40	59	204	38

Розрахункові значення модулів деформації блоків рівні: для блоку № 1 $E = 0.35 \cdot 10^5$ МПа , для блоку № 2 $E = 0.375 \cdot 10^5$ МПа , для блоку № 3 $E = 0.347 \cdot 10^5$ МПа . На малюнку 4.2 наведено порівняння емпіричних і аналітичних значень коефіцієнтів повзучості при зміні температури навколишнього середовища бетонних зразків.

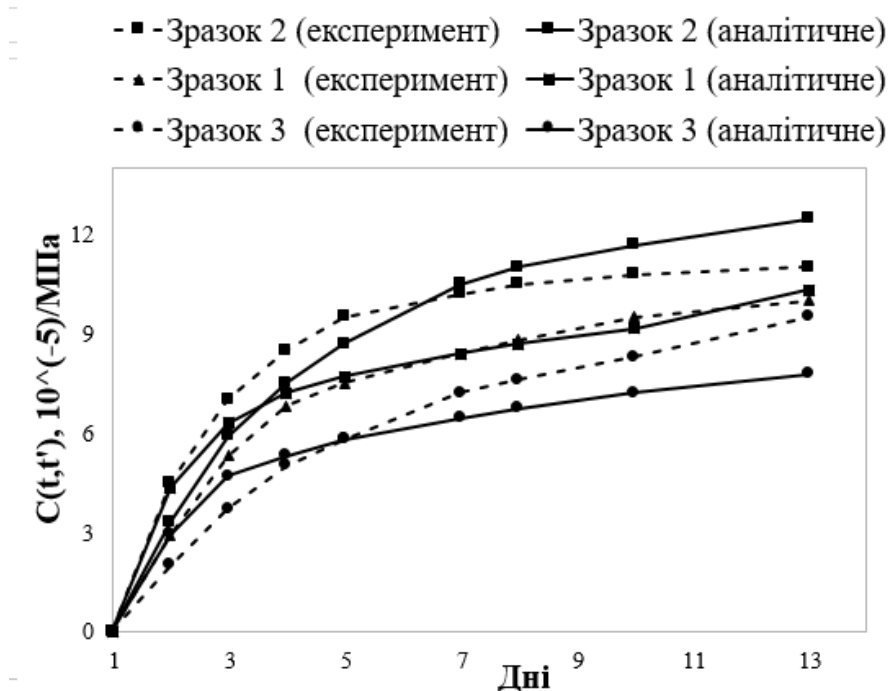


Рис. 4.2. Порівняння аналітичних коефіцієнтів повзучості з емпіричними даними

4.3. Визначення міцнісних та деформаційних характеристик при впливі високих температур

Відомо, що повні напруження бетонної або залізобетонної конструкції $\sigma_x^*(t)$ є сумою миттєвих (пружних) і пластичних напружень. У свою чергу, пластичні деформації складаються з деформацій повзучості, усадки і деформацій, що виникли в результаті термічної дилатації [42].

Отже, повні напруження в бетоні можна описати за допомогою інтегрального рівняння Вольтерри, рішення якого (в одновимірному випадку) записується у вигляді:

$$\frac{\sigma_x^*(t)}{E(t)} = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \frac{\sigma_x(\tau)}{E(\tau)} R(t, \tau) d\tau; \quad (4.8)$$

де $R(t, \tau)$ – спадкова функція бетону другого роду, що представляє міру релаксації матеріалу. Якщо врахувати появу вимушених деформацій (в даній роботі розглядаються тільки температурні вимушені деформації), то поле змін відповідних показників стану матеріалу знаходиться у вигляді виразу [56]:

$$\varepsilon^0(t) = \varepsilon_0 T(t) F(x, y, z) . \quad (4.9)$$

Відповідно до цього, рішення пружно-миттєвої задачі можна записати у вигляді

$$\sigma_x(t) = \alpha \varepsilon_0 T(t) E(t) F_x(x, y, z); \quad (4.10)$$

А повні напруження в тілі можна виразити в наступному вигляді:

$$\sigma_x^*(t) = \bar{\sigma}_x(t) H^*(t, \tau) , \quad (4.11)$$

де $H^*(t, \tau)$ – коефіцієнт приведення пружних напружень до шуканих повних напружень, що знаходяться з урахуванням повзучості.

У європейських і американських джерелах коефіцієнт $H^*(t, \tau)$ замінюють на певну функцію повзучості $J(t, t')$. І в разі дослідження лінійної залежності між напруженнями і деформаціями повзучості, спираючись на принцип суперпозиції, повні деформації конструкції виражають у вигляді:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t, t') d\sigma(t') + \varepsilon^0(t) . \quad (4.12)$$

Це рівняння відображає взаємозв'язок між характеристиками міцності і пластичності бетону, як старіючого пружно-пластичного матеріалу. Де $J(t, t')$ – функція піддатливості матеріалу (функція повзучості). Ця функція відображає повні деформації тіла в момент часу t , які спровоковані одиничним напруженням, що діяло з моменту часу t' :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + C(t, t') = \frac{1 + \phi(t, t')}{E(t')} . \quad (4.13)$$

Великі пошкодження можуть виникнути в статично невизначених бетонних і залізобетонних конструкціях в результаті появи температурних тріщин, викликаних коливаннями температури повітря або з технологічних причин.

Поява температурних деформацій при обмеженні переміщень конструкцій тягне за собою розвиток температурних напружень, що часто супроводжуються появою температурних тріщин.

При підвищенні температури експлуатації бетону, в ньому починають відбуватися певні фізико-механічні зміни.

Найбільш наближені до емпіричних результатів дані дає подвійний степеневий закон для вираження функції повзучості. Функцію повзучості (при підвищених температурах експлуатації) апроксимують подвійним (або бігемінальним) статичним законом:

$$J(T, t, t') = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi_T f_W}{E_0} \cdot ((t'_e)^{-m} + \alpha) \cdot (t - t')^n = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi_T f_W}{E_0} \cdot f(t_e) \cdot (t - t')^n. \quad (4.14)$$

Але ця залежність підходить лише для конструкцій, які експлуатуються при незмінному значенні високої температури.

В деяких випадках актуальним є визначення деформацій повзучості конструкції з урахуванням змінності температури експлуатації або для врахування зміни ентальпії масивних бетонних конструкцій.

Для вирішення цього завдання припустимо, що коефіцієнт температури змінюється в часі і відображається у вигляді кусочно-лінійної залежності через функцію $\phi_T(t)$. Далі представимо функцію повзучості у вигляді:

$$J(T, t, t') = \frac{1}{E_0} + \frac{\Phi(T, t, t')}{E_0}, \quad (4.15)$$

де $\Phi(T, t, t') = \phi_T(t) \cdot f_W \cdot f(t_e) \cdot (t - t')^n$ – це деяка безрозмірна функція, яка залежить від часу і температури експлуатації.

Продиференціюємо функцію в певній точці $t = \tau$ і представимо її у вигляді статичного функціонального ряду на деякому інтервалі, що містить в собі точку τ :

$$\Phi(T, t, t') = \sum_{t=t'}^{\tau} \phi_T(t) \cdot f_W \cdot f(t_e) \cdot (f^n(t))'_t \cdot \Delta t, \quad (4.16)$$

де τ - вік бетону в момент визначення деформацій повзучості.

Використовуючи цей вираз можна обчислити функцію повзучості в будь-який момент часу, з огляду на історію зміни температури експлуатації конструкції (або для визначення наслідків екзотермії).

Для верифікації приведеної формули проведемо порівняння функції повзучості, обчисленої аналітичним шляхом за формулою (4.16) (з урахуванням інтегрування продиференційованої функції $f^n(t)$ у часі) зі значеннями функції повзучості, отриманими експериментальним шляхом.

На сьогоднішній день приведені емпіричні значення функцій повзучості, отриманих при впливі тільки постійно підвищених (або високих) температур, вплив зміни температури експлуатації конструкції в часі в експериментах раніше не обчислювалося. Тому для порівняння аналітичних і емпіричних даних задамо функцію температури у вигляді прямої:

$$\phi_T(t) = T = \text{const}. \quad (4.17)$$

Порівняння отриманих аналітичних рішень з експериментальними даними показані на рисунках 4.3 та 4.4. Експериментальні значення функцій повзучості взяті з [91] (для графіків на рис. 4.3) і з [92] (для графіків на рис. 4.4). Параметри матеріалу були задані наступними:

$$\frac{1}{E_0} = 0.097 \cdot 10^{-6} \text{ psi}, \quad \frac{1}{E_0} = 0.103 \cdot 10^{-6} \text{ psi} \quad (\text{для графіків на малюнках 4.3 та 4.4}$$

відповідно).

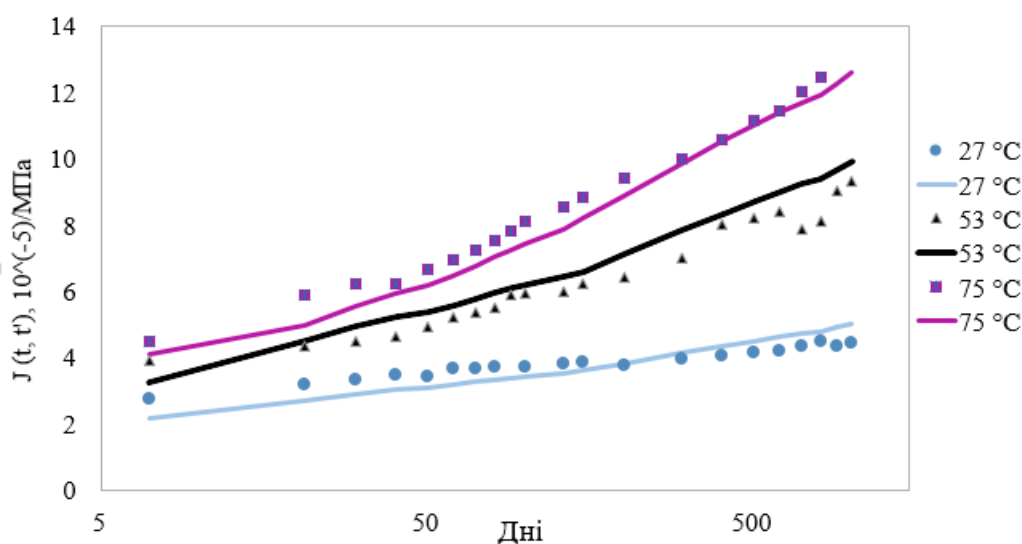


Рис. 4.3. Порівняння експериментальних і аналітичних значень функції повзучості з урахуванням впливу високої температури

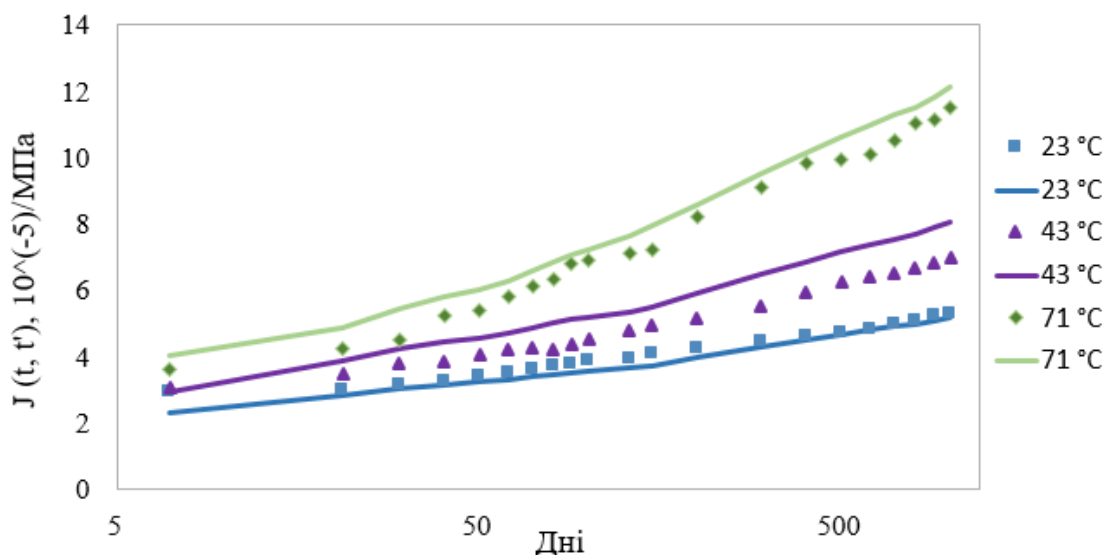


Рис. 4.4. Порівняння експериментальних і аналітичних значень функції повзучості з урахуванням впливу високої температури

4.4. Чисельне моделювання температурного режиму в ПК «ЛІРА-САПР»

Розглянемо приклад чисельного моделювання зміни температурного режиму експлуатації будівель. У програмному комплексі «ЛІРА-САПР» були створені три розрахункові схеми однаковою конфігурації, але з використанням різних методів обчислення напружень і деформацій, з метою дослідження результатів розрахунку в залежності від виду завдання закону деформування схеми і вибору закону повзучості.

При побудові розрахункової схеми №1 були використані універсальні стрижневі скінченні елементи №10 і пластинчасті скінченні елементи №41. При розрахунку розрахункової схеми №2 і №3 враховувалася фізична нелінійність і повзучість бетону, тому для їх створення були використані фізично нелінійні стрижневі й пластинчасті скінченні елементи №210 і №241. У розрахунковій схемі №2 закон повзучості було сформовано згідно з нормами Eurocode, а в розрахунковій схемі №2 3 було задано 54-й кусочно-лінійний закон термоповзучості, для врахування зміни температурного режиму. Для бетону та арматури були задані 25-й і 11-й експоненціальні закони нелінійного деформування відповідно.

Середня температура експлуатації конструкцій в «гарячих» цехах становить 25-35 °C, а в літній час ця температура коливається в межах 30-50 °C. На підставі

цих даних, в якості прикладу було задано такий температурний режим експлуатації конструкції: дев'ять місяців (вересень - травень) конструкція експлуатується при температурі 30 °С, а в літній час температура піднімається до 50 °С.

На рисунку 4.5 наведені ізополі вертикальних переміщень розглянутих розрахункових схем, отриманих на 50-тий день обчислення деформацій повзучості (для розрахункових схем №2 і №3).

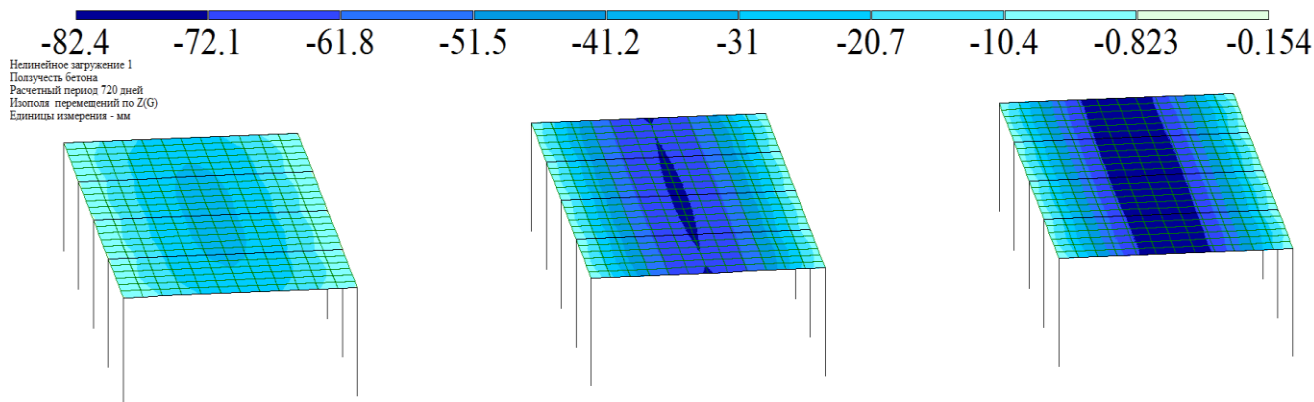


Рис. 4.5. Ізополі вертикальних переміщень розрахункових схем:

а – РС-1; б – РС-2; в – РС-3

На рисунку 4.6 показано порівняння значень максимальних вертикальних переміщень розрахункових схем №1, 2 і 3 при статичному розрахунку (ст. розрахунок) і їх подальша зміна в часі з урахуванням повзучості.

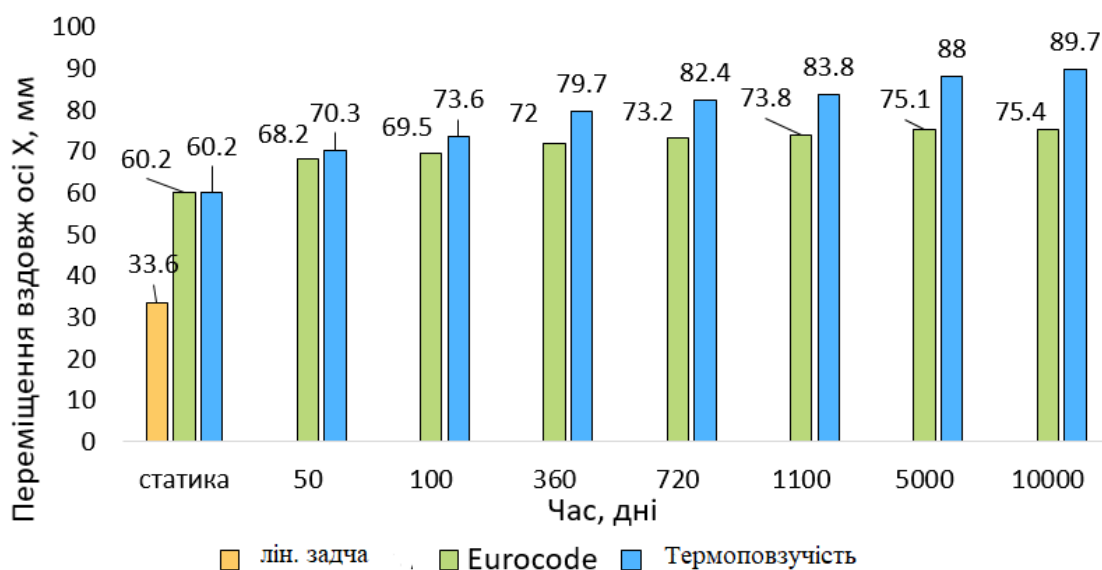


Рис. 4.6. Гістограма максимальних прогинів розрахункових схем

За даними графіка видно, що отримані переміщення за результатами розрахунку з урахуванням впливу температури значно перевищують ті, що були отримані при розрахунку повзучості згідно з європейськими нормами.

Після фізично-нелінійного розрахунку були визначені елементи, в яких виникли тріщини.

Приклад епюр деформацій і напружень в верхніх і нижніх волокнах в перерізі колони з тріщиною в розрахунковій схемі №3 наведено на рисунку 4.7.

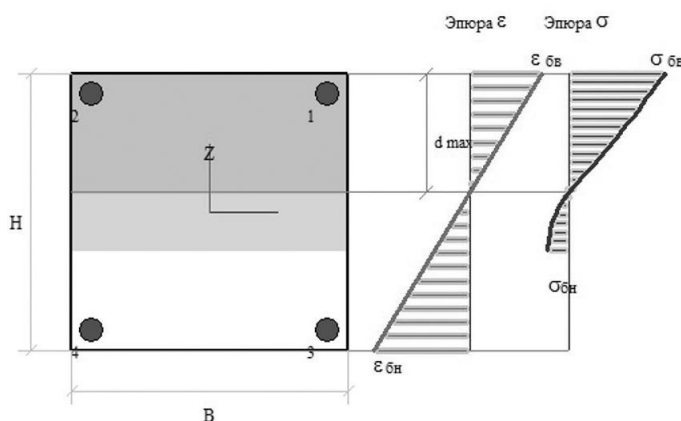


Рис.4.7. Епюри деформацій і напружень в перерізі колони з тріщиною

У таблиці 4.2 наведені значення ширини і глибини розкриття тріщин в одному з пластинчастих кінцевих елементів в РС-2 і РС-3.

Таблиця 4.2

Зміна параметрів тріщини в пластинчастому СЕ

Час	50 днів		1 рік		3 роки		30 років	
	РС-2	РС-3	РС-2	РС-3	РС-2	РС-3	РС-2	РС-3
Ширина розкриття тріщини, мм	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02
Глибина розкриття тріщини, см	5,59	5,85	5,62	5,9	5,64	67,9	5,66	5,96

З таблиці видно, що отримані переміщення за результатами розрахунку з урахуванням впливу температури істотно вище, ніж при розрахунку повзучості згідно Eurocode.

В результаті прояву деформацій повзучості, напруження в залізобетонних елементах починають затухати. На рисунку 4.8 наведено графік релаксації максимальних по модулю напружень в розглянутому залізобетонному перерізі.

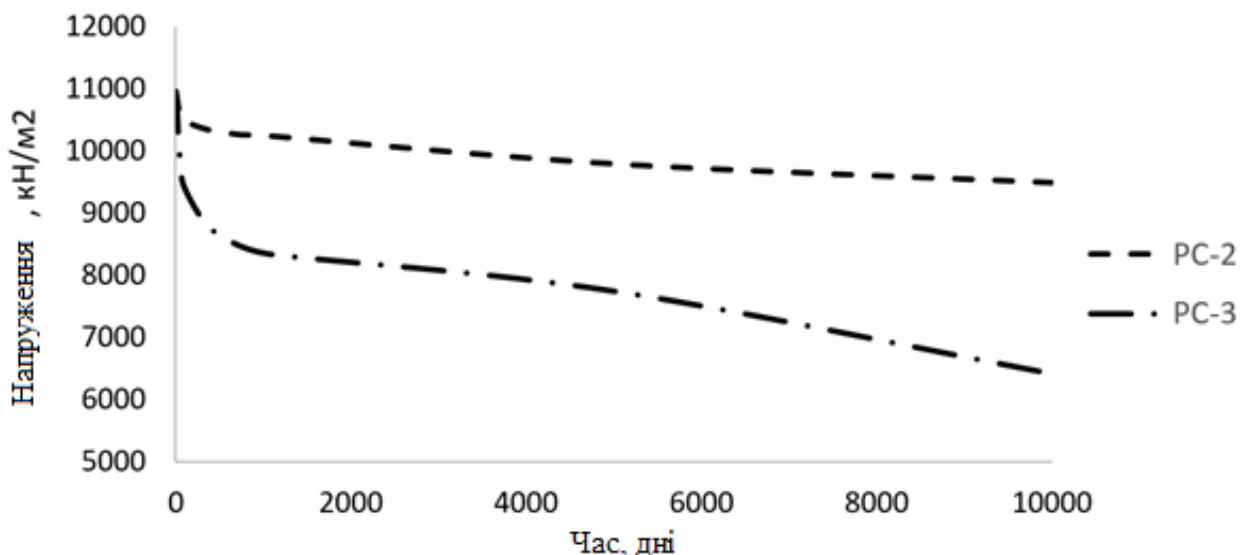


Рис. 4.8. Зміна напружень в перерізі колони

4.5. Висновки до розділу 4

У звичайних умовах роботи бетонні та залізобетонні конструкції постійно піддаються впливу зміни температури і вологості, що викликає в них температурні деформації.

Швидкість деформації повзучості істотно залежить від температури середовища, особливо в момент прикладання навантаження на тіло.

У розділі запропонована формула (4.14), яка дозволяє розрахувати повні деформації конструкції (з урахуванням деформацій повзучості) і яка також дає можливість врахувати історію зміни температури навколишнього середовища конструкції.

Наведена формула враховує вплив на деформації повзучості таких факторів, як швидкість гідратації цементу, зміни відносної вологості, а також зміни теплових потоків в бетоні в залежності від температури навколишнього середовища.

За результатами порівняння емпіричних і аналітичних даних, що показані на малюнку 4.3 та 4.4, можна стверджувати, що запропонована в розділі функція повзучості підходить для визначення повних деформацій при експлуатації конструкції.

Наведені основні рівняння, розроблена методика розрахунку залізобетонних конструкцій на основі вязкопружнопластичної моделі бетону і подвійного степеневого закону термоповзучості. Дана методика підходить для будь-якого температурного режиму експлуатації будівель і споруд в умовах підвищених технологічних або кліматичних температур.

У розділі виконано розрахунок математичних моделей тестових споруд в програмному комплексі «ЛІРА-САПР» із використанням різних методик моделювання та розрахунку пластичних деформацій. Проведено порівняння кінематичних характеристик розрахункових схем при різних методах визначення деформацій повзучості.

Також, у розділі розглянуто приклад чисельного моделювання зміни температурного режиму експлуатації будівель. У програмному комплексі «ЛІРА-САПР» були створені три розрахункові схеми однакової конфігурації, але з використанням різних методів обчислення напружень і деформацій, з метою дослідження результатів розрахунку в залежності від виду задання закону деформування і вибору закону повзучості.

Зміна температури зовнішнього середовища значно впливає на зміну фізико-механічних властивостей бетону. Подвійний степеневий закон (формула 7), дозволяє враховувати вплив зміни температурного режиму експлуатації на напружено-деформований стан конструкції при розрахунку будь-яких цивільних і промислових будівель і споруд.

У звичайних умовах роботи бетонні та залізобетонні конструкції постійно піддаються впливу зміни температури і вологості, що викликає в них температурні деформації. Швидкість деформації повзучості істотно залежить від температури середовища, особливо в момент прикладання навантаження на тіло.

РОЗДІЛ 5

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ВОГНЕВОГО ВПЛИВУ ІЗ ВРАХУВАННЯМ В'ЯЗКОПРУЖНОПЛАСТИЧНОЇ МОДЕЛІ БЕТОНУ

5.1. Загальні положення

Аналіз вогнестійкості конструкцій є одним з найважливіших етапів проектування. У будівельних нормативних документах викладено кілька варіантів аналізу вогнестійкості конструкцій: спрощений, уточнений методи розрахунку і розрахунок з посиланням на табличні дані.

Розрахунок з посиланням на табличні дані є найпростішим способом, коли можна визначити товщину бетонного захисного шару, згідно класу вогнестійкості структури та геометрії перерізу.

Згідно зі спрощеним методом аналізу було прийнято, що бетон при температурах вище 500 °С не може бути врахований при експлуатації конструкції. Тому необхідно визначити розподіл температури по всьому поперечному перерізу кожного елемента. За розподілом температурних полів необхідно виконати розрахунок міцності зменшеного перерізу.

Але вищезазначені типи аналізу мають певні обмеження. Наприклад, розрахунок з посиланням на табличні дані повинен використовуватися тільки для певного рівня навантажень, величин ексцентриситету і гнучкості елементів. Спрощений метод не дає можливості врахувати зміни в характеристиках міцності матеріалів, викликаних підвищенням температури.

У той же час запропонований у дисертації метод аналізу є універсальним для будь-якої математичної моделі і дозволяє враховувати зміни властивостей бетону та армування під час вогневого впливу.

При реалізації аналізу вогнестійкості будівель і споруд, для кожного інженера найважливішим є вибір будівельних правил і нормативних документів. Вибір цих документів залежить від країни, в якій планується будівництво. У будь-якому з таких документів [36, 67, 82] зазначено, що для того, щоб виконати

уточнений метод розрахунку конструкції на вогнестійкість, необхідно перш за все знати, як температура буде розподілятися по всьому поперечному перерізу кожного конструктивного елемента, що піддається впливу вогню. Для виконання поставленого завдання необхідно провести інженерний аналіз теплопередачі методом скінченних елементів [36, 67, 82] або методом скінченних різниць. Виходячи з даних розподілу температури, необхідно враховувати зміну властивостей матеріалу і проводити аналіз міцності. У нормативних документах також зазначається, що при такому підході необхідно враховувати деформації повзучості.

Питання температурних впливів та температурних напружень має велике значення для бетонних конструкцій, оскільки при розрахунках звичайними методами будівельної механіки саме ці напруження досягають найбільших значень.

Одною із відомих методик визначення деформацій споруд при впливі вогню є врахування температурних напружень, що виникають в конструкції. Розглянемо приклад розрахунку споруди на вогневий вплив, при визначенні температурних напружень.

В якості прикладу прийнято кімнату, розміри якої зображено на рис. 5.1, та скінченно-елементна модель зображена на рис.5.2.

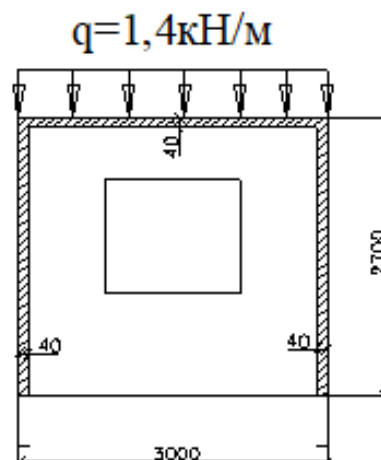


Рис.5.1. Геометрія досліджуваної кімнати

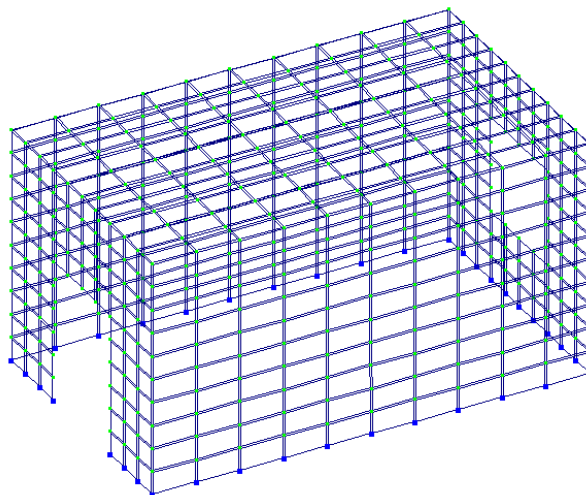


Рис.5.2 Скінченно-елементна модель

Аналіз методів розрахунку бетонних споруд на температурні впливи в пружній стадії показав, що зі збільшенням товщини елемента конструкції, температурні напруження в ньому також збільшуються. Підбираючи товщину елемента таким чином, щоб задовольнити вимоги розрахунку на постійне та корисне навантаження, тобто намагатися увійти в межі допустимих навантажень, часто, тим самим погіршуються умови опору дії температури і в результаті розтягуючі напруження, що отримані по пружному розрахунку значно перевищують допустимі.

У дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук Юрія Отроша [59] наведено результати проведення експерименту щодо визначення наслідків впливу вогню розглянутого фрагменту залізобетонного будинку. Фото експериментального дослідження фрагменту кімнати показано на рис.5.3.



Рис. 5.3. Етапи підпалу та розвитку пожежі кімнати

Під час експерименту, пожежа тривала 6 хвилин. Після 6 хвилин пожежі, полум'я розповсюдилось по всій кімнаті, і його було погашено.

У [59] наведено приклад ручного розрахунку прогинів плити перекриття кімнати при врахуванні температури від вогню. Результати розрахунку показано на рис. 5.4 та 5.5.

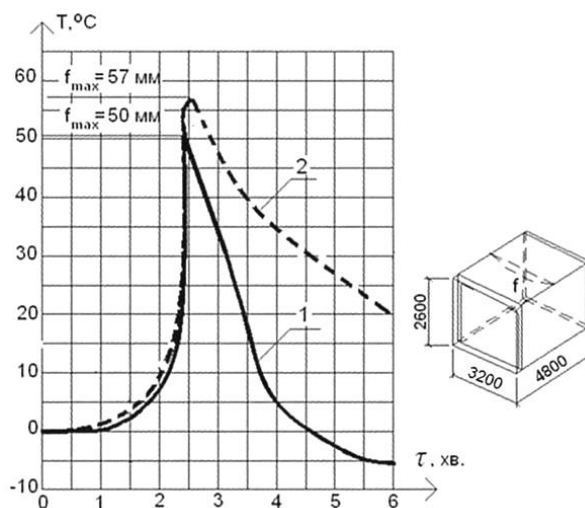


Рис. 5.4. Прогин плити перекриття (1 – визначено за середньою по об'єму температурою; 2 – визначено за стандартною температурною кривою)

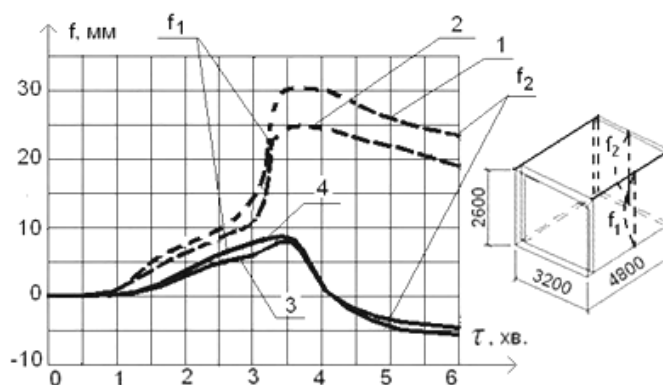


Рис. 5.5. Прогини стін (1, 2 – визначено за середньою по об'єму температурою; 3, 4 – визначено за стандартною температурною кривою)

У програмному комплексі ЛІРА-САПР автором було проведено скінченно-елементний аналіз розглянутої плити досліджуваної кімнати. Розрахунок проводився із врахуванням фізичної нелінійності, при формуванні наступних параметрів, що показані на рисунку 5.6.

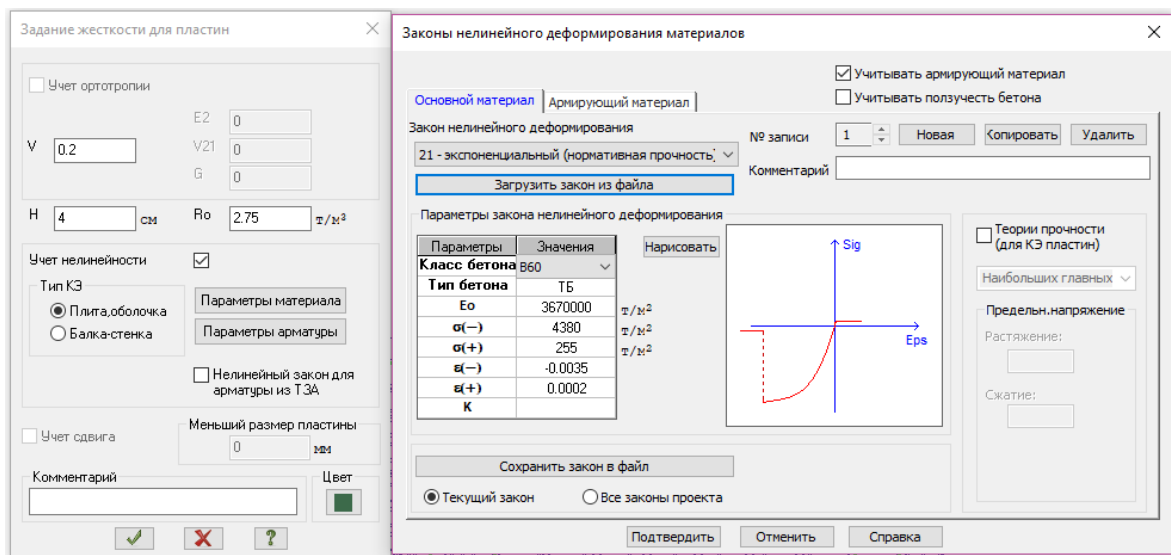


Рис.5.6. Формування закону нелінійних деформацій

Загалом, задача визначення температурних напружень та деформацій у бетонних конструкціях розподіляється на три етапи. До першого етапу відносяться питання, що пов'язані із визначенням температурного режиму в товщі елемента споруди, тобто встановлення тих залежностей, якими можна визначити у будь-який момент часу та для будь-якої точки перерізу значення температури. Таким чином, перший етап розрахунку охоплює вирішення задач теплопровідності для заданої конструкції при тих або інших граничних умовах.

Другий етап дослідження пов'язаний із визначенням пружно-миттєвих напружень у бетоні, що відповідають температурі в певний момент часу.

Третя стадія охоплює рішення задач про термонапружений стан у конструкції із врахуванням властивостей повзучості бетону, якщо відомо для цієї задачі рішення пружно-миттєвої задачі.

Для вирішення даної задачі було взято значення температури із експериментальних досліджень. І для визначення температурних напружень було пропущено стадію вирішення задачі теплопровідності, замість цього, для врахування впливу температури було прикладено температурні завантаження в ПК «ЛІРА-САПР» та було виконано фізично - нелінійний розрахунок.

Нелінійний розрахунок проводився кроковим методом із заданням значень, що показані на рисунку 5.7.

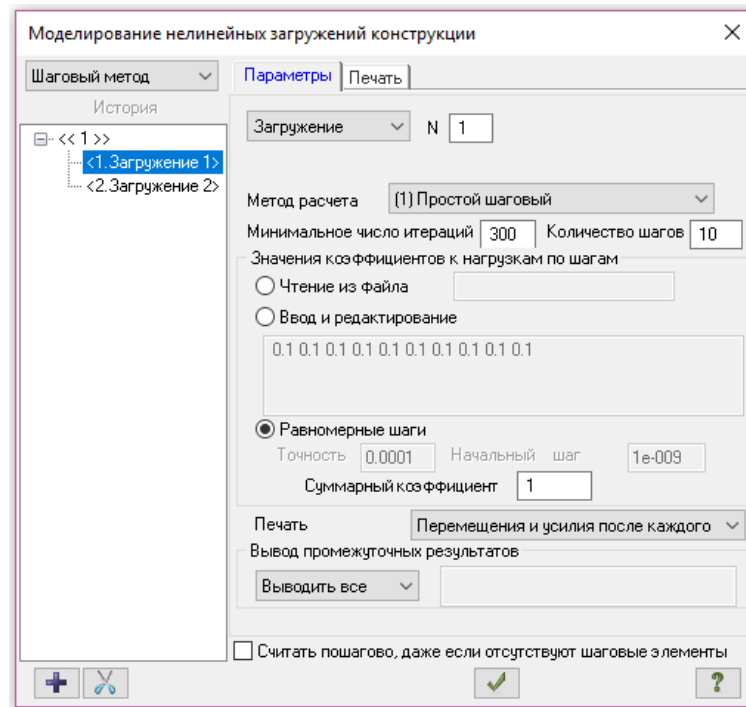


Рис.5.7. Моделювання нелінійних завантажень

В залежності від температури, яка була виміряна на внутрішній та зовнішній поверхні конструкцій під час дослідження, було прикладено температурні навантаження на стіни та плиту перекриття, що показані на рисунку 5.8.

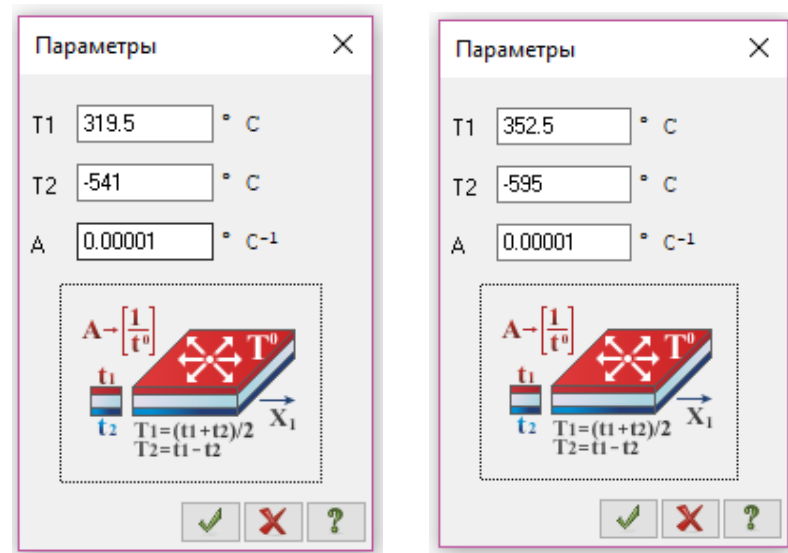


Рис.5.8. Температурні навантаження на плиту перекриття (зліва) та на стіни (справа)

Величини для формування температурного завантаження були розраховані за формулами, що показані на рисунку 5.9.

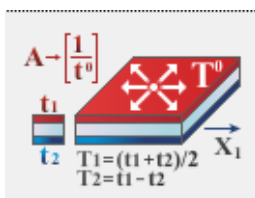


Рис.5.9. розрахунок температурного навантаження

Результати чисельного розрахунку приведені на рисунках 5.10 та 5.11.

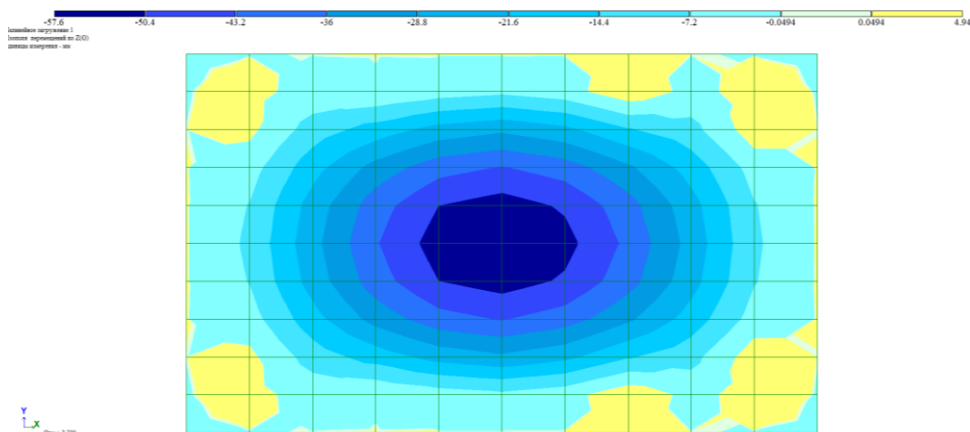


Рис.5.10. Вертикальні переміщення плити перекриття, мм

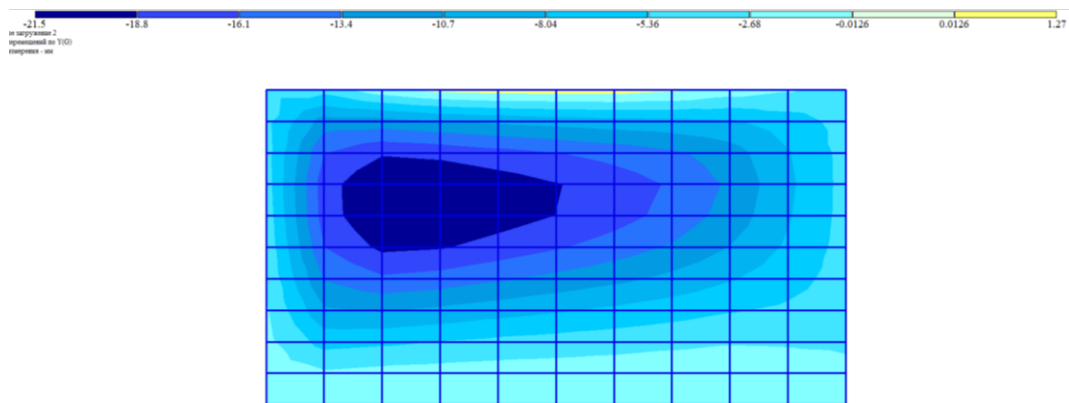


Рис.5.11. Епюра переміщень із площини стіни, мм

Несиметрія пояснюється тим, що сама РС (розрахункова схема) не симетрична, тобто, з одного боку - вікно - з іншого боку цієї стіни - двері. Тому виникає несиметрія переміщень.

Нижче (рисунки 5.12 та 5.13) наведені результати розрахунку прогинів стін та плити перекриття конструкції, які було порівняно із аналітичним розрахунком, що наведений вище у розділі.

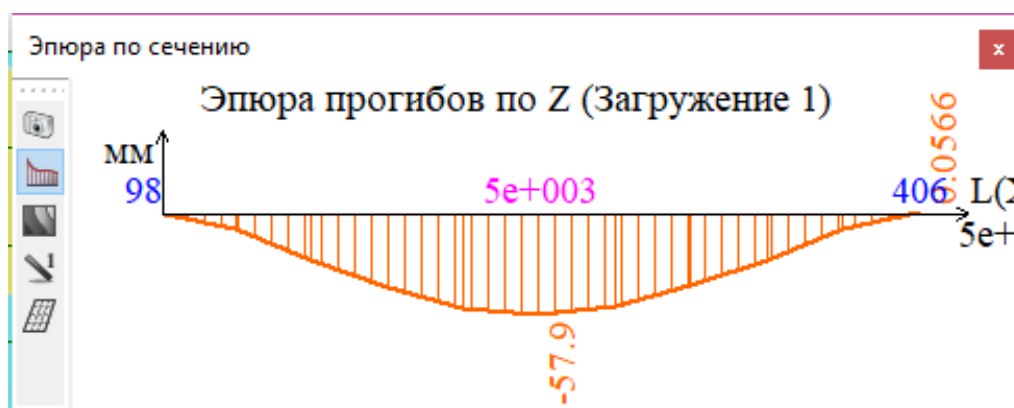


Рис.5.12. Епюра прогинів пластини, мм

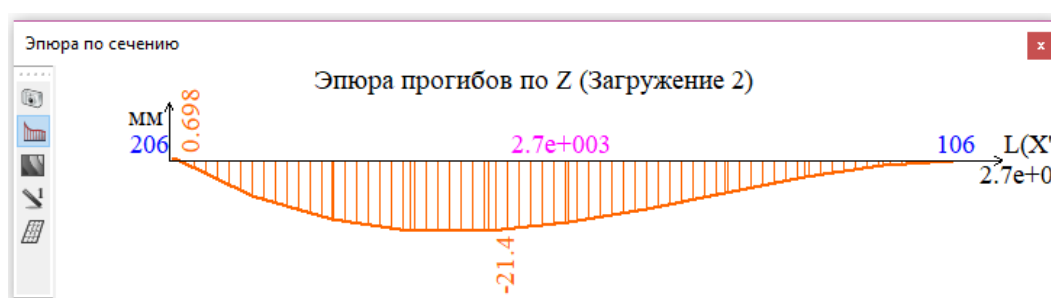


Рис.5.13. Епюра прогинів стіни, мм

Отже, за «ручним» розрахунком, що наведений в [59], прогини плити перекриття мають сягати :

- при розрахунку за стандартною температурною кривою $f_1=7$ мм;
- при розрахунку за середньою температурою по об'єму $f_2=23$ мм;
- при розрахунку в ПК ЛІРА-САПР $f_3=21,4$ мм.

Прогини стіни сягають :

- при розрахунку за стандартною температурною кривою $f_1=50$ мм;
- при розрахунку за середньою температурою по об'єму $f_2=57$ мм;
- при розрахунку в ПК ЛІРА-САПР $f_3=57,9$ мм,

5.2. Алгоритм розрахунку залізобетонного елемента конструкції в умовах вогневого впливу

Із попереднього розділу можна зробити наступні висновки. Для ручного розрахунку прогинів елементів конструкції краще використовувати температуру, усереднену по об'єму, а ніж із стандартних графіків. Саме такий розрахунок співпав із чисельним розрахунком в ПК ЛІРА САПР із похибкою 6% та 1% для

плити перекриття та стіни відповідно. Це пояснюється тим, що для розрахунку в ПК ЛІРА САПР при прикладенні температурних навантажень були взяті дані не із стандартного графіку розвитку пожежі, а із експериментальних даних підпалу кімнати на полігоні.

І можна зробити також висновок, що можна розраховувати прогини конструкції на температурні навантаження із впливом деформацій повзучості чисельними методами, оскільки вони співпадають із ручними розрахунками.

Відповідно до уточнених методів розрахунку, необхідно зробити теплотехнічний розрахунок конструкції. На основі теплотехнічного розрахунку конструкції необхідно змінити механічні властивості матеріалів.

Для виконання теплотехнічного аналізу конструкції необхідно вирішити проблему теплопровідності. Рівняння для крайової задачі нестационарної теплопровідності розглянуто у попередньому розділі.

Диференційне рівняння рівноваги термічної системи можна вирішити методом скінченних елементів або методом скінченних різниць. При використанні першого методу систему необхідно моделювати спеціальними скінченними елементами з одним ступенем свободи - температурою, яка є скалярним значенням. Приклади таких скінченних елементів було розглянуто у розділі 4.2.

Після визначення температурних полів по всій структурі, в розглянутій математичній моделі необхідно знизити характеристики жорсткості матеріалів і розрахувати міцність. При такому підході для визначення сумарних деформацій конструкції необхідно враховувати деформацію повзучості. Водночас, питання деформацій повзучості, що визначаються в такій постановці питання, залишається відкритим.

Отже, можна оформити запропонований алгоритм розрахунку на вогнестійкість у вигляді наступної лінійної блок-схеми, що показана на рисунку 5.14.



Рис.5.14. Лінійна блок-схема розрахунку конструкцій на вогнестійкість

Як було вже докладно розглянуто у попередньому розділі, рівняння рівноваги термічної системи можна вирішити методом скінченних елементів або методом скінченних різниць. При використанні першого методу розрахункову схему необхідно моделювати спеціальними скінченними елементами з одним ступенем свободи - температурою, яка є скалярним значенням.

Після визначення температурних полів по всій схемі, в розглянутій математичній моделі необхідно знизити характеристики жорсткості матеріалів і виконати розрахунок на міцність. При такому підході для визначення сумарних деформацій конструкції необхідно враховувати деформацію повзучості.

Вивчення методів визначення деформацій повзучості, а також врахування їх при розрахунку вогнестійкості та створення методів чисельного моделювання впливу вогню та виникнення пластичних деформацій є надзвичайно важливим етапом даної дисертаційної роботи.

Багато вчених вивчали вплив повзучості на напружено-деформований стан структур [6, 30, 38]. Серед зарубіжних вчених найбільш відомі роботи [94, 95, 96, 112, 113, 107]. У цих роботах досліджуються формули для визначення функції повзучості, яка залежить від підвищення температури навколишнього середовища. До проблеми впливу конкретних реологічних властивостей на напружено-деформований стан структури присвячено багато сучасних наукових робіт [122, 123].

У роботі [48] викладена задача чисельного моделювання стану температурного стану залізобетонних плит перекриття. І в [75] проведено порівняння методів аналізу вогнестійкості, запропонованих у нормативних документах.

Також багато сучасних вчених [19, 31, 34, 15, 16] розглядали питання високотемпературного аналізу та розрахунку. Оскільки основним методом визначення напружено-деформованого стану конструкцій залишається метод скінченних елементів, багато робіт присвячено саме удосконаленню цього методу [71, 108, 97, 98]. Одним з найвідоміших вчених у галузі кінцевих елементів є Zienkiewicz O.C. [101, 119]. Але практично не існує робіт, які враховують вплив

реологічних властивостей бетону на напружений стан конструкції з урахуванням ефекту вогню.

Метою розділу є вивчення міцності та деформаційних характеристик залізобетонних плит перекриття під впливом вогню.

Для досягнення цієї мети було вирішено наступні завдання:

- проблема теплопровідності методом скінченних елементів. Розв'язуючи задачу було виявлено зміну температури по всьому поперечному перерізу структурного елемента в часі;

- лінійні та нелінійні задачі міцності, які враховують зміни міцності та деформаційних властивостей матеріалів відповідно до підвищення температури.

5.3. Розрахунок плити перекриття із врахування впливу реологічних факторів

Для верифікації результатів теоретичних досліджень була вирішена тестова задача. Розміри досліджуваної плити становили: довжина - 16,5 м, ширина - 8 м, висота плити (над колонами) - 600 мм, висота плити в прольоті - 300 мм. Арматура в нижній частині плити - $\varnothing 16$ і $\varnothing 20$, арматура над опорами (верхня) - $\varnothing 32$.

Бетон було змодельовано об'ємними ізопараметричними скінченними елементами. Арматура була змодельована стержневими скінченними елементами №210. Вся розрахункова схема включає 20390 скінченних елементів.

На торцевих вузлах накладені граничні умови симетрії. У місцях приєднання колон до плити, аналогом роботи колони слугували скінченні елементи №56, з жорсткостями, що відповідали роботі колон в розглянутому прольоті. По висоті, плита ділиться на 6 і 12 шарів, в прольоті і на опорах відповідно.

Розрахункова і скінченно-елементна схеми показані на рисунках 5.15 та 5.16.

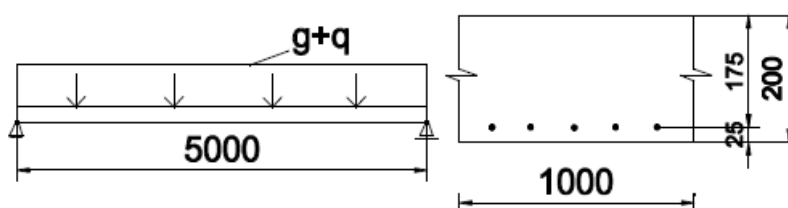


Рис.5.15. Розрахункова схема плити

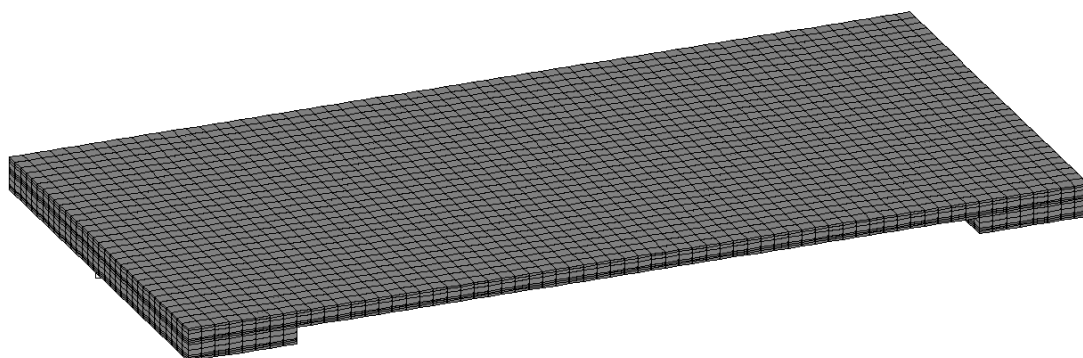


Рис.5.16. Скінченно-елементна схема плити

Для виконання теплотехнічного розрахунку і визначення температурних полів, був проведений аналіз перерізу плити перекриття. Оскільки, зміна температури по висоті перерізу відбувається рівномірно, це дає можливість розглядати розподіл температури уздовж частини перерізу однієї висоти.

Для теплотехнічного розрахунку були прийняті наступні теплопровідні властивості бетону: щільність - 2300 кг/м³, коефіцієнт теплопровідності - 1.2 Вт / (м *с), коефіцієнт теплопоглинання - 710 Вт. Коефіцієнт конвекції згідно з пунктом 3.2.1 [36] був прийнятий рівним 25 Вт / (м² * с). Температурне навантаження було задане за даними стандартного температурного режиму пожежі. Температура зовнішнього середовища в початковий момент часу прийнята 20 °С.

Результати теплотехнічного розрахунку показані на малюнку 5.17.

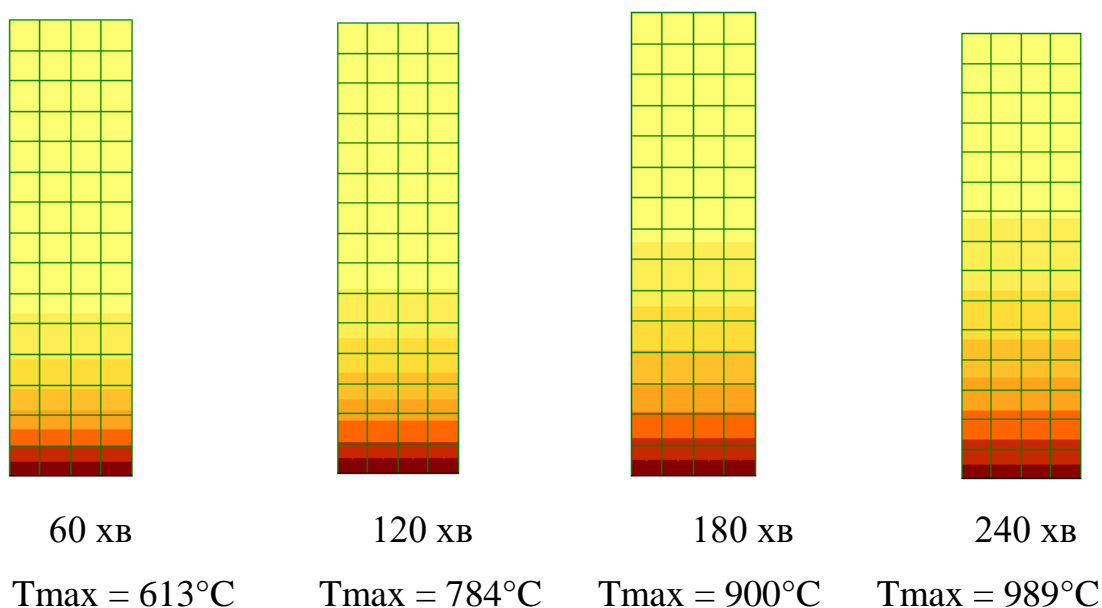


Рис.5.17. Розподіл температурних полів по перерізу плити перекриття в прольоті (h = 300мм) в різні моменти часу

Отриманий розподіл температурних полів встановлює зменшені жорсткісні і міцнісні характеристики до відповідних шарів плит перекриття. На рис.5.18 показаний приклад визначення коефіцієнта зниження міцності на стиск для бетону залежно від температури шару. Коефіцієнти зниження взяті з [36]. Наведено приклад для розподілу з температурними полями при 120-хвилинному впливі

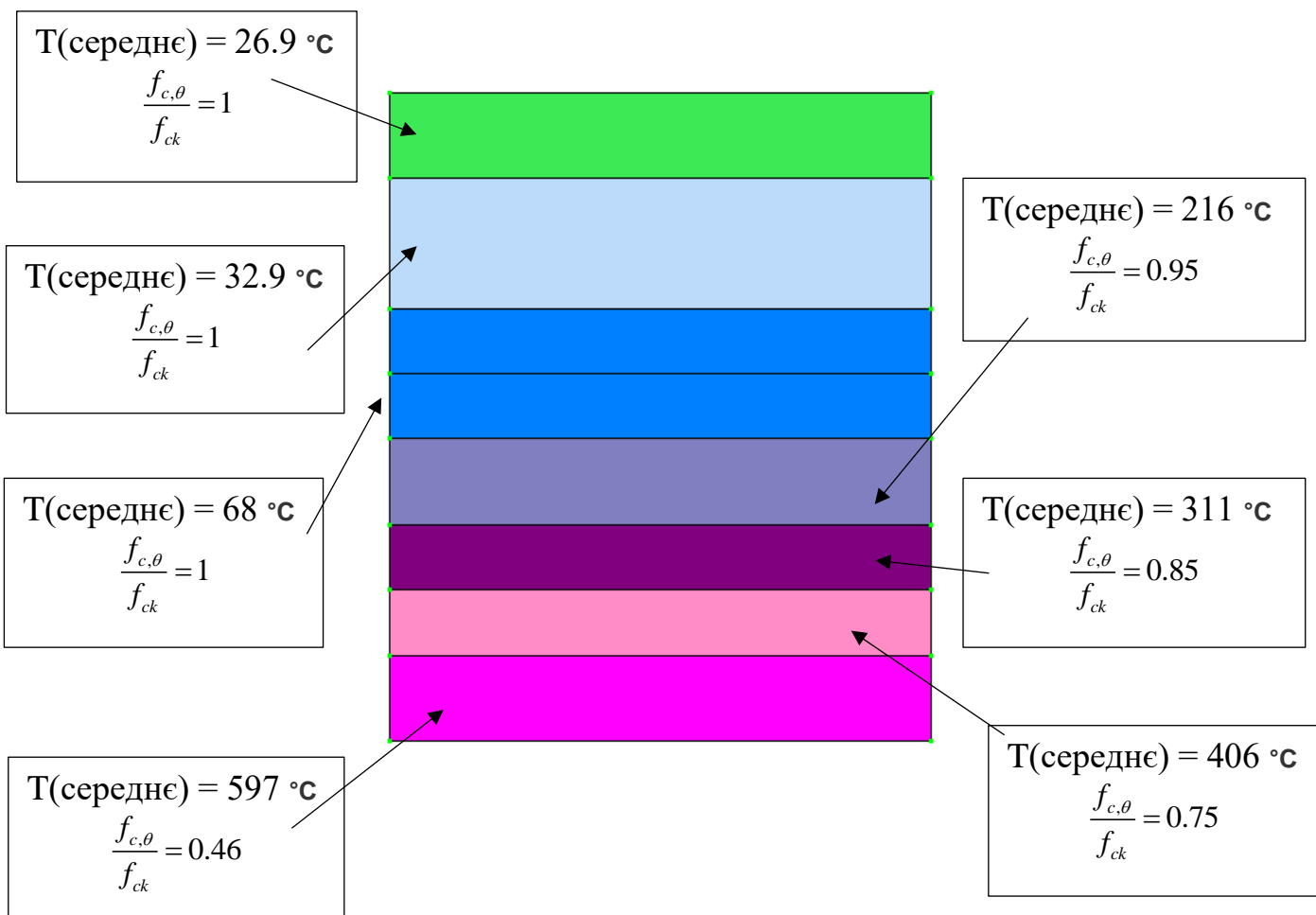


Рис. 5.18. Зниження властивостей бетону

Отже, як показано на рисунку 5.18, для того, щоб точно розрахувати конструкцію на вогнестійкість потрібно розділити елемент конструкції на характерні діляки, в результаті теплотехнічного розрахунку потрібно визначити зміну температури кожної такої характерної ділянки.

Наступним етапом є виконання розрахунку на міцність, із врахуванням понижаючих коефіцієнтів для характеристик міцності та деформацій бетону та арматури в певних проміжках часу. Таким чином, ми маємо можливість

спостерігати зміну напруженого стану конструкції в часі з урахуванням впливу високих температур.

На рисунку 5.19 показаний приклад порівняння змін характеристик матеріалу (граничної міцності на стиск, розтяг та граничних деформацій) в залежності від температури.

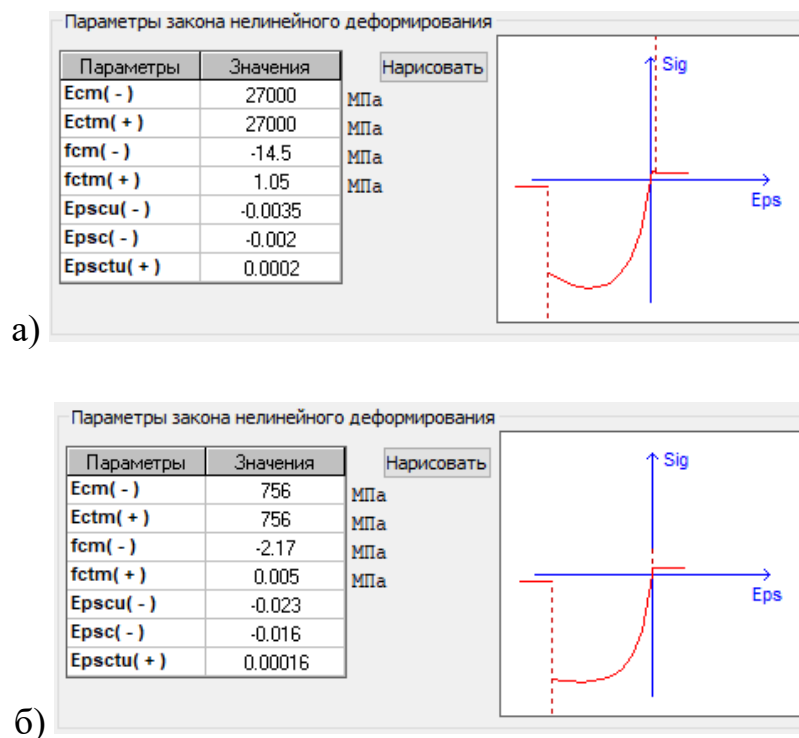


Рис.5.19. Порівняння параметрів деформування бетону при температурі:
а - 20 °С; б - 800 °С

При розрахунку конструкцій на вогнестійкість необхідно враховувати деформації повзучості. Тому в даному дослідженні було проведено порівняння напружено-деформованого стану структури з фізично нелінійним розрахунком з урахуванням впливу повзучості (яка залежить від температури) і без повзучості.

Для визначення загальних деформацій конструкції, функцію повзучості розраховували за формулою, яка була виведена в розділі 4.

5.4. Результати дослідження

В даному розділі наведено аналіз роботи плити перекриття в різні моменти часу: на 60, 120, 180 і 240-й хвилинах пожежі. На малюнку 5.20 наведена деформована схема плити перекриття на 240-й хвилині вогневого впливу.

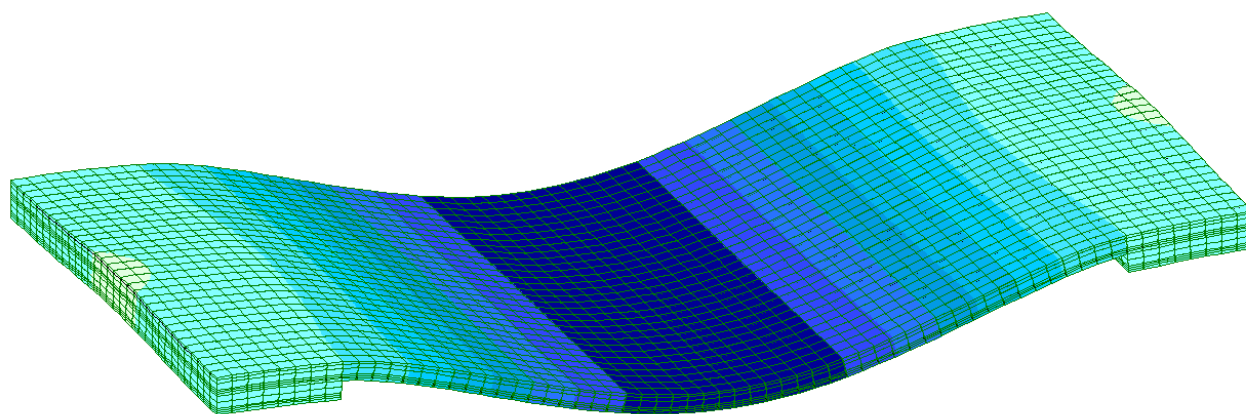


Рис.5.20. Деформована схема плити перекриття

При статичному лінійному розрахунку максимальні переміщення конструкції по осі Z склали 19,4 мм. Порівняння вертикальних переміщень конструкції при фізично-нелінійній розрахунку наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Максимальні переміщення по осі Z , мм

Вид задачі	Момент визначення деформацій			
	60 хв	120 хв	180 хв	240 хв
Фізична нелінійність	16	22	28	28.9
Фізична нелінійність і повзучість	36.1	82.4	156	233

Як видно з таблиці, значення, отримані з урахуванням фізично нелінійної роботи конструкції і знижених характеристик бетону в залежності від підвищення температури, істотно відрізняються від лінійного статичного розрахунку. А розрахунок з урахуванням повзучості дає ще більше збільшення вертикальних переміщень конструкції.

Різні нормативні документи описують різні методи визначення деформацій повзучості. На рисунку 5.20 показано порівняння прогинів конструкції з використанням різних методик визначення деформацій повзучості: методів, описаних у СТО [67], Єврокодi [102] і за авторською методикою.

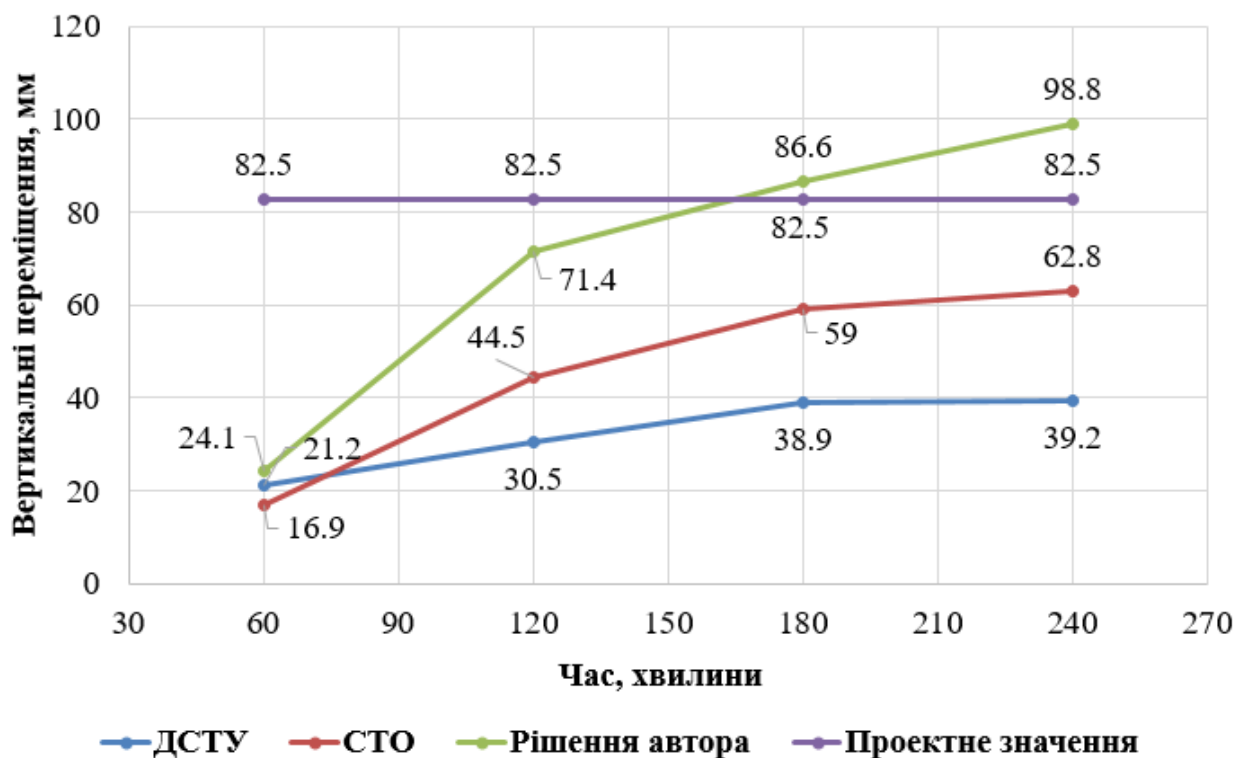


Рис. 5.20. Порівняння вертикальних переміщень конструкції, розрахованих за різними методами визначення повзучості

Згідно з розрахунками, виконаними з посиланням на нормативні документи, ця розрахункова схема повинна витримувати пожежне навантаження протягом 240 хвилин. Але за розрахунком, виконаним за авторською методикою, зрозуміло, що стабільність структури не забезпечується. А на 160-й хвилині дії вогню прогини перевищують гранично допустимі значення. Ступінь вогнестійкості конструкції - R240, але за розрахунком, виконаним за авторською методикою, видно, що ступінь вогнестійкості конструкції не забезпечується.

На малюнку 5.21 показано порівняння збільшення зруйнованих скінченних елементів плити перекриття в часі.

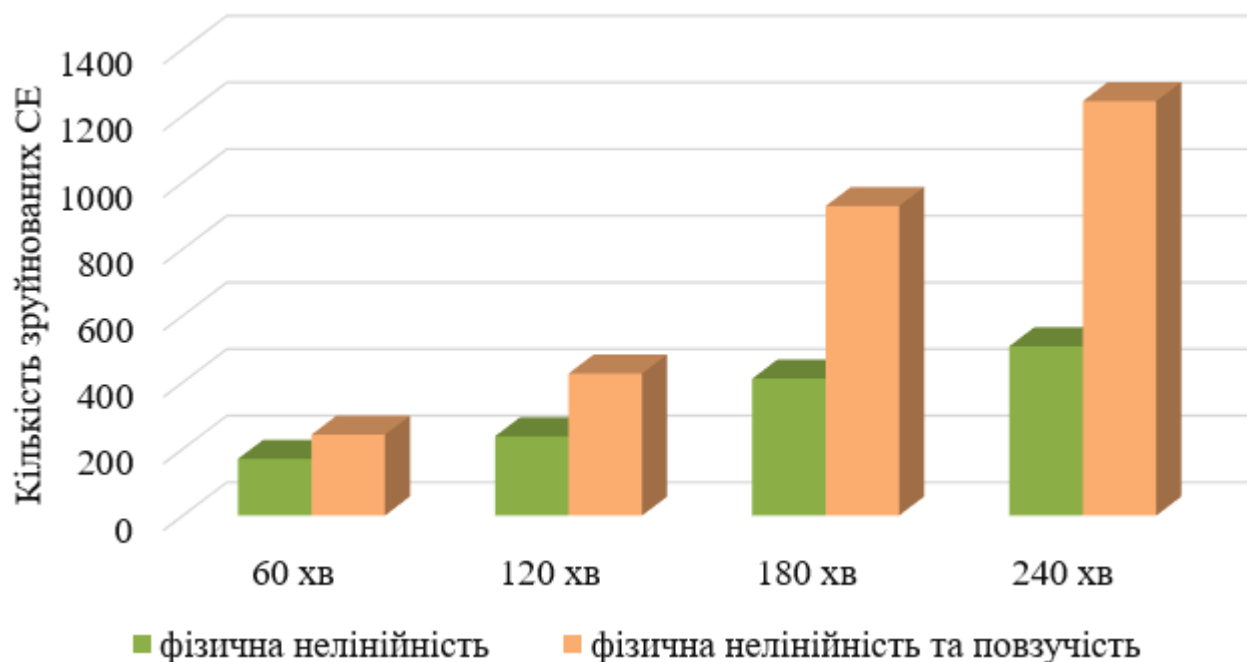


Рис.5.21. Зруйновані елементи плити перекриття в різні проміжки часу

Згідно [36] плита перекриття товщиною 300 мм при дотриманні всіх конструктивних вимог повинна гарантовано витримати вогневий вплив тривалістю 240 хвилин. Але на малюнку 5 показано, що розглянута конструкція втрачає свою цілісність вже на 180й хвилині вогневого впливу.

Згідно з малюнком 5.21, в результаті виникнення вогню, нижня частина бетону повністю руйнується вже на 180-й хвилині пожежі і втрачає свою цілісність. Тому можна стверджувати, що в такій ситуації, нижня арматура буде нагріватися до температури, що перевищує її умовно граничне значення (600 °C) і починає текти. У той час як верхня половина плити перекриття все ще здатна нести навантаження і може уникнути руйнування.

Саме такі наслідки сталися в будівлі Ашан торгово-розважального комплексу Sky-Mall (м.Київ) восени 2017 року внаслідок пожежі, що виникла.

Фотографія реального об'єкта, якому відповідає розрахункова схема досліджуваної плити перекриття показана на малюнку 5.22.





Рис.5.22. Наслідки пожежі, що виникла в магазині Ашан, ТРЦ «Sky-Mall»

Із наведених рисунків видно, що нижній захисний шар бетону було повністю пошкоджено під час пожежі, тому він повністю зруйнований. Внаслідок того, що зруйновано нижній захисний шар та внаслідок того, що із самого початку його було запроектовано невірно, температура арматурних стержнів досягла критичного значення, внаслідок чого арматура потекла.

Саме таку картину руйнування отримано при розрахунку плити перекриття за запропонованою методикою із врахування коефіцієнту термоповзучості, що було розраховано за формулою 4.14.

Отже, можна зробити висновок, що аналіз скінченно-елементної моделі за авторською методикою розрахунку конструкцій із врахуванням повзучості та при врахуванні зміни температури оточуючого середовища на міцнісні характеристики бетону співпадає з результатами пожежі, що відбулися в дійсності. І дану методику варто використовувати при розрахунках будівель та споруд на вогнестійкість та при впливах високих температур.

5.5. Висновки до розділу 5

Проведено дослідження напружено-деформованого стану залізобетонної плити перекриття в умовах вогневого впливу за уточненою методикою. Створено скінченно-елементну схему плити перекриття. На першому етапі дослідження вирішується нестационарна задача теплопровідності. На основі вирішення цього завдання отримані температурні поля по перерізу розглянутого елемента конструкції в певні проміжки часу. Другим етапом дослідження є міцністний розрахунок, який моделює роботу плити перекриття в різні моменти часу вогневого впливу. Розглянуто кілька розрахункових схем, які відповідають різним моментам часу вогневого впливу. У кожній розрахунковій схемі плити перекриття були знижені міцнісні і деформаційні характеристики бетону і арматури відповідно до температури прогріву перетину. Зроблено розрахунок конструкції на вогнестійкість в лінійній постановці, а також з урахуванням фізично-нелінійної роботи конструкції і впливу повзучості. Наведені результати порівняння кінематичних характеристик розрахункових схем в різних постановках задачі. Розроблено методику, що дозволяє враховувати вплив повзучості при чисельному моделюванні вогневого впливу.

Таким чином, в розділі наведена методика розрахунку залізобетонних конструкцій на вплив високих температур з урахуванням фізичної нелінійності матеріалів і впливу повзучості. Дана методика найбільш точно відображає роботу конструкції при впливі вогню, а також дає можливість максимально точно розраховувати конструкції на вогнестійкість і забезпечувати їх міцність і надійність.

Врахування впливу повзучості дає можливість визначити повні деформації конструкції, і виконати уточнений метод розрахунку будівлі або споруди, наведений в [36].

Вирішена тестова задача з аналізу роботи залізобетонної плити перекриття з урахуванням впливу вогню.

ВИСНОВКИ

Найбільш важливими являються наступні висновки:

1. Проведено теоретичне дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій при врахуванні впливу реологічних властивостей бетону. Показано, що в процесі повзучості, напруження в бетоні зменшуються, а в арматурі, навпаки, зростають. Внаслідок перерозподілу напружень, зусилля, що виникають в арматурі можуть досягати критичних значень.

2. Отримано рівняння, на основі в'язкопружнопластичної моделі та подвійного степеневого закону, що дозволяє розраховувати функцію повзучості із врахуванням зміни температури оточуючого середовища. Проведено порівняння аналітичної функції повзучості із експериментальними даними. Середнє значення похибки складає: при постійній підвищеній температурі оточуючого середовища – 9.2% для 53 °С, 6.47% для 75 °С, 5.37% для 23 °С, 7.47% для 71 °С; при змінному значенні температури – 10.07%, 1.94%, 4.98% для трьох досліджуваних зразків відповідно.

3. Запропоновано методику аналізу залізобетонних конструкцій під впливом високих температур. Дана методика дозволяє враховувати вплив розподілу температури по всьому поперечному перерізу на зменшення міцності та властивостей деформаційних матеріалів будь-якого конструктивного елемента. Достовірність запропонованої методики підтверджується порівнянням із експериментальними даними.

4. Реалізовано 10 спеціальних скінченних елементів, із них 6 елементів теплопровідності, та 4 елементи конвективного теплообміну, а також реалізовано 4 види теплових навантажень у програмному комплексі «ЛІРА-САПР» для виконання теплотехнічного розрахунку. Реалізовано алгоритми, що дозволяють вирішити стаціонарну та нестаціонарну задачі теплопровідності та врахувати основні види теплового навантаження, а саме: тепловий потік, задану температуру у вузлі, конвективний теплообмін із середовищем. Розглянуто процес врахування деформацій

повзучості при реалізації методу скінченних елементів, із використанням різних законів визначення функції повзучості.

5. У роботі розроблено алгоритм аналізу залізобетонних конструкцій під впливом високих температур. При розрахунку за даним алгоритмом плити перекриття (товщиною 300 мм) показано, що загальна несуча здатність конструкції зменшується на 35% та 48% при впливі пожежі тривалістю 180 та 240 хвилин відповідно.

6. Проведено порівняння результатів розрахунку скінченно-елементної моделі будівлі за запропонованою методикою із розрахунками, виконаними за нормативними документами. Проведено порівняння аналітичних результатів із дійсними наслідками вогневого впливу на залізобетонну плиту перекриття.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александровский С.В. Приложение теории ползучести к практическим расчетам железобетонных конструкций / С.В. Александровский, В.М. Бондаренко, И.Е. Прокопович // Сб. научн. трудов "Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций". – М. : Стройиздат, 1976. – С. 43–46.
2. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.: Гостехтеориздат, 1952. 323 с.
3. Барабаш М. С. Методы моделирования изменения напряженно-деформированного состояния конструкций во времени / М. С. Барабаш // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2014. – Vol. 10, Issue 2. – С.92–100.
4. Барабаш М. С. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М. С. Барабаш, О. Ю. Башинська, Р. М. Запоточний // Містобудування та територіальне планування. – 2016. – №61. – С. 147 – 154.
5. Барабаш М. С. Алгоритм моделирования и расчета конструкций с учётом ползучести бетона. / М. С. Барабаш, М.А. Ромашкина // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2013. –Vol. 9, Issue 4. – С. 56–63.
6. Барабаш М.С. Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства: Монография. К.: Изд-во «Сталь», 2014. 301 с.
7. Барашиков А.Я. Надійність будівель і споруд: Навч. посібник / Уклад.: А.Я. Барашиков, М.Д. Сирота. – К.: ІСДО, 1993. – 204 с.
8. Бамбура А.М. До аналітичного описання діаграми механічного стану бетону при одноразовому короткочасному деформуванні / А.М. Бамбура // Буд. конструкції: Міжвідом. наук.-техн. зб. / НДІБК. – К.: НДІБК, 2002. – Вип. 57. – С. 31–34.
9. Бамбура А.Н. Экспериментальные исследования остаточной прочности узловых сопряжений ригелей с колоннами объекта “Укрытие” / А.Н.Бамбура

- // Перша Всеукраїнська наук.-практ. конф. “Науково-практичні проблеми сучасного залізобетону”: Зб. тез. – К., 1996. – С. 40–42.
10. Башинська О.Ю. Обзор существующих методов решения задачи равновесия упруго-ползучей среды / О.Ю. Башинська // Збірник тез доповідей 2-го міжнародного науково-практичного конгресу «Міське середовище ХХІ ст. Архітектура. Будівництво. Дизайн». – Київ, 2016. – С. 137 – 138.
 11. Башинская О.Ю. Решение задачи термползучести бетона методом конечных элементов / О. Ю. Башинская, А.В . Пикуль, М.С. Барабаш // Строительство. Материаловедение. Машиностроение. – 2017. - Вып. 99. - С. 22-29.
 12. Башинская О. Ю. Математическое моделирование пластических деформаций бетона с учётом изменения температурного режима эксплуатации / О. Ю. Башинская // Проблеми розвитку міського середовища. – 2017. – Вип.1 (17) – С. 35–45.
 13. Башинська О.Ю. Построение и анализ расчетных моделей с учетом влияния ползучести / О.Ю. Башинська // в збірнику тез I міжн. наук.-практ. конференції «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі.» . – Київ, 2017. – С. 23 – 26.
 14. Башинська О.Ю. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М.С. Барабаш, О.Ю. Башинська // Робоча програма та тези доповідей науково-практичної конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» . – Київ, 2016. – С. 24.
 15. Башинская О.Ю., Пикуль А.В., Барабаш М.С. Решение задачи термползучести бетона методом конечных элементов // сб. научн. трудов «Строительство. Материаловедение. Машиностроение», 2017. №. 99. С. 22-29.
 16. Башинская О.Ю., Барабаш М.С., Пикуль А.В. Численное моделирование циклического температурного режима эксплуатации в ПК «Лира-САПР» //

- Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури, 2017. №. 67. С. 13-19.
17. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1976. – 351 с.
 18. Берг О.Я., Щербаков Е.Н., Писанко Г.Н. Высокопрочный бетон. М.: Гостехтеориздат, 1971. 209 с.
 19. Бушманова А.В., Виденков Н.В., Семенов К.В., Барабанщиков Ю.Г., Дернакова А.В., Коровина В.К. Термонапряженное состояние массивных бетонных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2017. №. 3(71). С. 51-60.
 20. Бондаренко В.М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М.: Стройиздат, 1982. – С. 123–136.
 21. Васильев П.И. Приложение теории ползучести бетона к расчетам массивных конструкций и мостов / П.И. Васильев, Я.Д. Лившиц // Сб. научн. трудов "Ползучесть и усадка бетонов и железобетонных конструкций" – 1976. – С. 356–362.
 22. Гольшев А.Б. О диаграмме состояния бетона при осевом сжатии и деформациях его предельной сжимаемости / А.Б. Гольшев // Буд. конструкції: Міжвідом. наук.-техн. зб. / НДІБК. – К.: НДІБК, 2003. – Вип. 58. – С. 21–24.
 23. Голоднов А.И. Определение остаточного ресурса железобетонных конструкций в условиях действующих предприятий // Буд. конструкції: Міжвідом. наук.-техн. зб. / НДІБК. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Т. 2. – С. 138–143.
 24. Голоднов О.І. Міцність та деформативність матеріалів залізобетонних конструкцій при силових та високотемпературних впливах / О.І.Голоднов, М.П. Гордіюк, І.А. Ткачук, М.М. Семиног // Сб. науч. тр. / ДГТУ. – Алчевск: ДГТУ, 2009. – Вып. 29. – С. 275–284.
 25. Голоднов О.І. Зміна характеристик міцності арматури та бетону при високотемпературних впливах / О.І.Голоднов, М.П. Гордіюк, І.А. Ткачук, М.М. Семиног // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих

- конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид-во «Сталь», 2011. – Вип. 8. – С. 121–131.
26. Голоднов А.И. Регулирование остаточных напряжений в сварных двутавровых колоннах и балках / А.И. Голоднов. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – 150 с.
27. Голоднов А.И. Расчет железобетонных плит, опирающихся на деформируемый контур / А.И.Голоднов, В.В.Риблов // Зб. наук. праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид. «Сталь», 2008. – Вип. 2. – С. 43–48.
28. Голоднов А.И. О совместном деформировании стальных балок и железобетонной плиты перекрытия / А.И.Голоднов, А.Я.Червинский, И.Н. Лебедич // Зб. наук. праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – Вип. 2. – Вип. 2. – С. 18–24.
29. Горобець А.М. Міцність та тріщиностійкість двохосно попередньо-напружених сталевібробетонних плит при поперечному згині / А.М. Горобець, О.Д. Журавський // Будівельні конструкції. Теорія і практика: Збірник наукових праць. –К., КНУБА, 2017 – Вип. 1. – С. 181-186.
30. Городецкий А.С., Барабаш М.С. Учет нелинейной работы железобетона в ПК ЛИРА-САПР. Метод «Инженерная нелинейность». // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2016. №. 12 (2). С. 92-98.
31. Гравит М.В., Недрышкин О.В., Огидан О.Т. Трансформируемые противопожарные преграды в сооружениях и строениях // Инженерно-строительный журнал. 2018. №. 1(77). С. 38-46.
32. Гурьева Ю.А. Некоторые приложения упрощенной теории нелинейной ползучести нестареющего бетона при сжатии// Промышленное и гражданское строительство. 2008. № 6. С. 52 – 53.

33. Демчина Б.Г. Вогнестійкість одно- і багатошарових просторових конструкцій житлових і громадських будівель: Дис... докт. техн. наук. Спеціальність 05.23.01. – Харків, 2004. – 400 с.
34. Денисов А.В., Спринце А. Аналитическое определение термического расширения горных пород и заполнителей бетонов // Инженерно-строительный журнал. 2018. № .4(80). С. 151-170.
35. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума. – М.- Л., 1934. – С. 573-574.
36. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-2. Загальні положення. Розрахунок конструкцій на вогнестійкість: ДСТУ-Н EN 1992-1-2:2012 (EN 1992-1-2:2004, IDT).
37. Журавський О.Д. Розрахункова модель плоских залізобетонних плит, підсилених зовнішньою напруженою арматурою / Журавський О., Тимошук В. // Архітектура і сільськогосподарське будівництво: Вісник Львівського національного аграрного університету. №19, 2018 . – Львів. – С.41-45.
38. Замалиев Ф.С., Закиров М.А. Напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонной плиты при длительных нагружениях // Инженерно-строительный журнал. 2018. №. 7(83). С. 12-23.
39. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 542 с.
40. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимации. — М.: Мир, 1986. — 318 с.
41. Карапетян К.А. Симонян А.М. исследование ползучести и релаксации напряжений в бетоне с учётом его старения//Изв. НАН РАи ГИУА. Сер. ТН. —2008. Т. LIII, №1. —С.27–34.
42. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. — М.: Стройиздат, 1996. — 416 с.
43. Коннор Д., Бреббия К. Метод конечных элементов в механике жидкости. — Л.: Судостроение, 1979. — 264 с.

44. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. : Наука, 1968. – 720 с.
45. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики/ Клованич С.Ф.- Запорожье: Издательство журнала “Світ геотехніки”, 2009. – 400 с.
46. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т.І. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1951.
47. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. – М.: Наука, 1973. – 190 с.
48. Круковский П.Г., Ковалев А.И., Черненко К.А.. Моделирование теплового состояния и огнестойкости многпустотного железобетонного перекрытия // Збірник наукових праць ЛДУ БЖД. 2012. №. 21. С. 85-94.
49. Кричевский А.П. Железобетонные тонкостенные сооружения, подвергающиеся воздействию повышенных и отрицательных температур. Автореф. дисс. докт техн. наук. Специальность 05.23.01. – М., 1985. – 47 с.
50. Лаптев Г.Ф. Элементы векторного исчисления. – М.: Наука, 1975. – 336 с.
51. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. — М.: Наука, 1981. — 416 с.
52. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. — М.: Физматгиз, 1970. — 512 с.
53. Михлин С.Г. Прямые методы в математической физике. – М.: Гостехиздат, 1950.
54. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. — М.: Мир, 1981. — 504 с.
55. Невилль А.М. Свойства бетона. М.: Стройиздат, 1972. 344 с.
56. Несветаев Г.В. Бетоны: учебное пособие. — Изд. 2-е, доп. и перераб. Ростов н/Д: Феникс, 2013. — 381, [1] с.: ил. — (Строительство).
57. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. — М.: Мир, 1981. — 304 с.

58. Отрош Ю.А. Комплекс взаємозв'язаних заходів щодо визначення параметрів напружено-деформованого і технічного стану конструкцій при різних впливах / Ю.А. Отрош, А.П. Іванов, О.І. Голоднов // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид-во «Сталь», 2011. – Вип. 8. – С. 98–109.
59. Отрош Ю.А. Прогноз стану будівель і споруд при силових, деформаційних і високотемпературних впливах // Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук. – Черкаси. – 2017 р.
60. Прокопович И.Е. Об учете влияния размеров элемента, влажности среды и нелинейной составляющей ползучести бетона при расчете релаксации и потерь преднапряжения / И.Е. Прокопович, В.И. Барановский, П.Л. Невелик // Строительные конструкции. – 1986. № 39 – С. 18–23.
61. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. М.: Стройиздат, 1954. 290 с.
62. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. — М.: Мир, 1979. — 392 с.
63. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.II, - М.: Наука, 1974. – 665 с.
64. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : СП 63.13330.2012. – [Введены в действие с 2013–01–01]. – М. : Министерство регионального развития РФ, 2012. – 156 с. – (Свод правил. Актуализированная редакция СНиП 52–01–2003).
65. Стренг Г., Фикс Д. Теория метода конечных элементов. — М.: Мир, 1977. — 349 с.
66. Стороженко Л. І. Загальні відомості про труобетон [Текст] / Л. І. Стороженко // Сталезалізобетон: зб. наук. праць Полт. ДТУ ім. Ю. Кондратюка; за ред. д.т.н., проф. Л. І. Стороженка. – Полтава: ПДТУ, 2006. – С. 111-154.
67. СТО 36554501-006-2006 Правила по обеспечению огнестойкости и огнесохранности железобетонных конструкций, Москва: 2006.

68. Тамразян А.Г. К теории расчёта по предельным состояниям на основе реологической механики железобетона // Бетон и железобетон, 1999.— №3.
69. Тамразян А. Г., Есяян С.Г. Механика ползучести бетона: монография. Москва: МГСУ, 2012. 490 с.
70. Тур В. В. Экспериментально-теоритические основы предварительного напряжения конструкций при применении напрягающего бетона / В. В. Тур. – Брест: БГТУ, 1998. – 246 с.
71. Тюкалов Ю.Я. Конечно элементные модели в напряжениях для задач плоской теории упругости // Инженерно-строительный журнал. 2018. №. 1(77). С. 23–37.
72. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — 504 с.
73. Фомін С.Л. Робота залізобетонних конструкцій при впливі кліматичного, технологічного і пожежного середовища: Дис. докт. техн. наук. 05.23.01; 05.26.03. – Харків, 1997. – 515 с.
74. Фомин С.Л. Огнестойкость железобетонных плит, работающих в двух направлениях / С.Л.Фомин // Буд. конструкції: Міжвідом. наук.-техн. зб. / НДІБК. – К.: НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С. 361–372.
75. Фомин С. Л. Расчёт огнестойкости железобетонных плит перекрытия по уточнённым и упрощённым методам // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. 2016. №. 161. С. 145-157.
76. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 279 с.
77. Хасин В.Л. К расчету железобетонных элементов с учетом нелинейной ползучести бетона / В.Л Хасин // Сб. научн. трудов "Пути повышения производительности труда, сокращения сроков проектирования и строительства транспортных сооружений". – 1986. – С. 123–136.
78. Харлаб В.Д. Энергетическая теория нелинейной ползучести и длительной прочности хрупко разрушающихся материалов. Ч. 1 / В. Д. Харлаб // Механика

- стержневых систем и сплошных сред: межвуз. тематич. сб. тр. / ЛИСИ. — Л., 1981. — Вып. 14. — С. 11–17.
79. Шабров Н. Н. Метод конечных элементов в расчетах деталей тепловых двигателей. — Л.: Машиностроение, 1983. — 212 с.
80. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. — М.: Мир, 1982. — 238 с.
81. Шейкин А.Е., Чеховский Ю.В., Бруссер М.И. Структура и свойства цементных бетонов. -М.: Стройиздат, 1979. -344 с.
82. ACI Committee 209. 1993. Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures. (ACI 209R–92). ACI Manual of Concrete Practice. American Concrete Institute, Detroit, MI, Part I, 47pp.
83. ACI Manual of Concrete Practice : ACI Committee 209. 2008. – U.S.A. : American Concrete Institute, 1980. – Part 1, 456 p. – (ACI Manual).
84. Alexander K.M., Wardlaw J., Ivanusec I. A 4:1 range in concrete creep when cement SO₃ content, curing temperature and fly ash content are varied. Четырехкратное изменение ползучести бетона при изменении содержания в цементе SO₃, температуры твердения и содержания золы-уноса. //Сем. and Concr. Res. -1986. №2. - С.173-180.
85. Varabash M. Methods of modeling of composite materials and composite structures on «LIRA-SAPR» / Varabash M., Genzerskyi I., Pikul A., Bashynska O.// Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – 2017. – № 1(48) – С. 129–137.
86. Barani O. R. Concrete basic creep prediction based on time-temperature equivalence relation and short-time tests / O. R. Barani, D. Mostofinejad, M.M. Saadatpour, M. Shekarchi // The Arabian Journal for Science and Engineering. – Vol. 35, № 2B. – 2010. – P. 105 – 121.
87. Bazant Z.P. Creep and shrinkage in concrete structures / Z.P. Bazant, F.H. Wittmann. – Wiley, Chichester, 1982. – 363 pp.
88. Bazant Z. P. Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism / Z. P. Bazant, J. C. Chern // Materiaux et constructions. – Vol. 18, № 103 – 1985. – P. 1 – 20.

89. Bazant Z. P. Creep and Shrinkage in Concrete Structures / Z. P. Bazant, F. H. Wittmann. – Wiley, Chichester, 1982. – 363 p.
90. Bazant Z. P. Mathematical model for creep and thermal shrinkage of concrete at high temperature / Z. P. Bazant // Nuclear engineering and Design. — 1982. – P. 183 – 191.
91. Bazant Z. P. Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete / Z. P. Bazant // John Wiley & Sons Ltd. Chapter 2. – Material Models for Structural Analysis. – 1988. – P. 98 – 215.
92. Bazant Z. P. Practical prediction of time-dependent deformations of concrete / Z. P. Bazant, L. Panula // Materiaux et constructions. – Vol. 11, № 66 – 1978 – P. 425 – 434.
93. Bazant Z. P. Temperature effect on Concrete Creep Modeled by Microprestress-Solidification Theory / Zdenek Bazant, Gianluca Cusatis, Luigi Cedolin // Journal of engineering mechanics. – 2004. – P. 691 – 699.
94. Bažant, Z.P., Jirásek, M. Basic properties of concrete creep, shrinkage, and drying // Solid Mechanics and its Applications. 2018. №. 225. Pp. 29-62.
95. Bažant, Z.P., Jirásek, M. Numerical analysis of creep problems // Solid Mechanics and its Applications, №. 225. 2018. Pp. 141-175.
96. Bazant Z.P., Cusatis G., Cedolin L. Temperature effect on Concrete Creep Modeled by Microprestress-Solidification Theory // Journal of engineering mechanics. 2004. Pp. 691-699.
97. Bazhenov V. A. , Gulyar A. I. , Maiboroda E. E. , Piskunov S. O. Semianalytic Finite-Element Method in Continuum Creep Fracture Mechanics Problems for Complex-Shaped Spatial Bodies and Related Systems. Part 1. Resolving Relationships of the Semianalytic Finite-Element Method and Algorithms for Solving the Continuum Creep Fracture Problems // Strength of Materials. 2002. №. 34 (5). Pp. 425–433.
98. Bazhenov V. A. , Gulyar A. I., Solodei I. I. Numerical Simulation of Dynamic Processes of Elastoplastic Interaction between Three-Dimensional Heterogeneous Bodies on the basis of Semi-Analytical Finite Element Method.

- Part 1. Computational Relationships of the Semi-Analytical Finite Element Method and Algorithms for the Study of Transient Processes of Dynamic Deformation of Heterogeneous Prismatic Bodies and Bodies of Revolution // *Strength of Materials*. 2013. №. 45(5). Pp. 523–533.
99. Brooks J.J., Neville A.M. Creep and Shrinkage of Concrete as Affected by Admixtures and Cement Replacement Materials. *Creep and Shrinkage of Concrete: Effect of Materials and Environment*, ACISP 135, American Concrete Institute, Detroit, 1992, pp 19–36.
 100. CEB-FIP Model Code 1990 / Comité Euro-International du Béton. – Great Britain: Redwood books, 1990. – 461 p. – (Design Code).
 101. Diez P., Rodenas J.J., Zienkiewicz O.C. Equilibrated Patch Recovery error estimates: simple and accurate upper bounds of the error // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2007. №. 69 (10). Pp. 2075-2098.
 102. Eurocode 2: prEN 1992-1-1 «Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings» - Annex B (Informative) Commission of European Communities, Des 1991. P 226.
 103. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardening Concrete : ACI 209.2R-08. – U.S.A. : American Concrete Institute, 2008. – 48 p. – (Modeling guide).
 104. Granja J. L. Hygrometric Assessment of internal Relative Humidity in Concrete: Practical Application issues / Jose Luis Granja, Miguel Azenha, Christoph de Sousa, Rui Faria, Joaquim Barros // *Journal of Advanced Concrete Technology*. – Vol. 12. – 2014. – P. 250– 265.
 105. Havlasek P. Modeling of Concrete Creep Based on Microprestress-solidification Theory / P. Havlasek, M. Jirasek // *Acta Polytechnica*. – 2012. – Vol. 52. – P. 34 – 42.
 106. Hidalgo P.A., Jordan R.M., Martinez M.P. An analytical model to predict the inelastic behaviour of shear-wall, reinforced concrete structures // *Engineering Structures*, 24, I, Jan. 2002, p. 85-98.

107. Hubler M., Wendner R., Bažant Z. Statistical justification of model B4 for drying and autogenous shrinkage of concrete and comparisons to other models // *Mater Structures*. 2015. №. 48(4). Pp. 797–814.
108. Ibrahimbegovic A., Melnyk S. Embedded discontinuity finite element method for modeling of localized failure in heterogeneous materials with structured mesh: an alternative to extended finite element method // *Computational Mechanics*. 2007. №. 40 (1). Pp. 149–155.
109. Jensen V. Relative Humidity Measured by Wooden Stick Method in Concrete Structures: Long Term Measurements and Reduction of Humidity by Surface Treatment / Viggo Jensen // 6th Int. Conf. on Durability of Concrete, ACI/Canmet. – Thessaloniki, Greece 2003.
110. Naus D. J. The effect of elevated temperature on concrete materials and structures – a literature review / D. J. Naus. – Oak Ridge National Laboratory, 2008. – 186 p.
111. Neville A.M., Dilger W.H., Brooks J.J., Creep of Plain and Structural Concrete. Longman Group, New York, 1983.
112. Rahimi-Aghdam, S., Rasoolinejad, M., Bažant, Z.P. Moisture Diffusion in Unsaturated Self-Desiccating Concrete with Humidity-Dependent Permeability and Nonlinear Sorption Isotherm // *Journal of Engineering Mechanics*. №. 145 (5). 2019.
113. Rasoolinejad, M., Rahimi-Aghdam, S., & Bazant, Z. P. Correction to: Statistical filtering of useful concrete creep data from imperfect laboratory tests. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions* . 2018. №. 51 (6). URL: <https://link.springer.com/article/10.1617%2Fs11527-018-1278-9>
114. Rust C. K. Role of Relative Humidity in Concrete Expansion due to Alkali-Silica Reaction and Delayed Ettringite Formation: Relative Humidity Thresholds, Measurement Methods, and Coatings to Mitigate Expansion: Thesis for the Degree of Master of Science in Engineering : May 2009 / Charles Karissa Rust – Texas, 2009. – 106 p.

115. Segerlind L. Applied finite element analysis. — Second edition. — John Wiley and sons, 1984. — 427 pp.
116. Smorkalov D. Experimental and theoretical studies of single and double-layer slabs supported on four sides / Smorkalov D., Zhuravskiy O., Delyavskiy M. //Cite as: AIP Conference Proceedings 2077, 020052 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5091913> Published Online: 21 February 2019.
117. Suvorova J. V. An approach to the description of time — dependent materials / J.V. Suvorova // Materials and Design.- 2003. - № 24 – P. 293—297.
118. Szabo B., Babushka I. Finite Element Analysis. — New York: John Wiley and Sons, 1991. — 368 pp.
119. Samuelsson A., Zienkiewicz O. C. History of the stiffness method // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2006. №. 67. Pp. 149-157.
120. Vincent E.C. Compressive creep of a lightweight, high strength concrete mixture / E.C. Vincent // Blacksburg, Virginia, 2003. – 137 p.
121. Willam K. Thermal response of reinforced concrete structures in nuclear power plants / Kaspar Willam, Yunping Xi, Keun Lee, Byunhun Kim. – College of engineering and applied science, 2009. – 210 p.
122. Wendner R., Hubler M., Bažant Z. Optimization method, choice of form and uncertainty quantification of model B4 using laboratory and multi-decade bridge databases // Mater Structures. 2015. №. 48(4). Pp. 771–796.
123. Wendner R., Hubler M., Bažant Z. Statistical justification of model B4 for multi-decade concrete creep using laboratory and bridge databases and comparisons to other models. Mater Structures. 2015. №. 48(4) . Pp. 815–833
124. Zienkiewicz O. C., Taylor R. The finite element method. — Fifth edition. — Butterworth-Heinemann, 2000.
125. Zhou J. Internal relative humidity distribution in concrete considering self-desiccation at early ages / Jikai Zhou, Xudong Chen, Jilan Zhang, Yan Wang // International Journal of the Physical Sciences . – Vol. 6(7). – 2011. – P. 1604-1610.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Башинская О.Ю. Сравнительный анализ методов численного моделирования пластических деформаций бетона / О. Ю. Башинская, М. С. Барабаш // Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серия : Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. – 2016. – Вып. 91. – С. 32–39.
2. Башинская О.Ю. Решение задачи термоползучести бетона методом конечных элементов / О. Ю. Башинская, А.В. Пикуль, М.С. Барабаш // Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. – 2017. - Вып. 99. - С. 22-29.
3. Башинская О. Ю. Математическое моделирование пластических деформаций бетона с учётом изменения температурного режима эксплуатации / О. Ю. Башинская // Проблеми розвитку міського середовища. – 2017. – Вип.1 (17) – С. 35–45.
4. Башинская О.Ю. Численное моделирование циклического температурного режима эксплуатации в ПК «ЛИРА-САПР» / Башинская О.Ю., Барабаш М.С., Пикуль А.В.// Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2017. – Вип.67– С. 13-19.
5. Barabash M. Methods of modeling of composite materials and composite structures on «LIRA-SAPR» / Barabash M., Genzerskyi I., Pikul A., Bashynska O.// Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – 2017. – № 1(48) – С. 129–137. (Index Copernicus).
6. Барабаш М.С. Моделирование усиления конструкций композитными материалами в ПК «ЛИРА-САПР» / Барабаш М.С., Пикуль А.В., Башинская

О.Ю. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering.
– 2017. – Vol. 13, Issue 1. – С.34-41.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

7. Башинська О.Ю. Обзор существующих методов решения задачи равновесия упруго-ползучей среды / О.Ю. Башинська // II-й міжнародний науково-практичний конгрес «Міське середовище XXI ст. Архітектура. Будівництво. Дизайн»: збірник тез. – Київ, 2016. – С. 137 – 138.
8. Башинська О.Ю. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М.С. Барабаш, О.Ю. Башинська // Робоча програма та тези доповідей науково-практичної конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» . – Київ, 2016. – С. 24.
9. Башинська О.Ю. Построение и анализ расчетных моделей с учетом влияния ползучести / О.Ю. Башинська // I міжн. наук.-практ. конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі»: збірник тез. – Київ, 2017. – С. 23 – 26.
10. Башинська О.Ю. Создание расчетной модели с учетом воздействия огня и влияния ползучести / О.Ю. Башинська // II міжн. наук.-практ. конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі»: збірник тез. – Київ, 2018. – С. 26 – 29.
11. Башинская О.Ю. Учёт деформаций усадки и ползучести в мостовых сооружениях / О.Ю. Башинская // Сборник статей 19-й конференции молодых ученых «Наука - будущее Литвы». Инженерия транспорта и организация перевозок. – С. 120–124.

**Наукові праці, які додатково відображають наукові результати
дисертації**

12. Барабаш М. С. Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций / М. С. Барабаш, О. Ю. Башинська, Р. М. Запоточний // Містобудування та територіальне планування. – 2016. – №61. – С. 147 – 154.

ДОДАТОК Б

ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

- 1) II міжнародний науково-практичний конгрес «Міське середовище XXI ст. Архітектура. Будівництво. Дизайн», який відбувся 15-18 березня 2016 року в Національному авіаційному університеті, м.Київ, тема доповіді: «Основные методы решения задачи равновесия упруго-ползучей среды»;
- 2) XIX конференція молодих вчених «Наука – майбутнє Литви. Транспортна інженерія. Менеджмент», яка відбулася 6-7 травня 2016 року у Вільнюському технічному університеті Гедиміна, м. Вільнюс, Литва, тема доповіді: «Учёт деформаций усадки и ползучести в мостовых сооружениях»;
- 3) науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції», яка відбулася 2-3 червня 2016 року в Київському національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ, тема доповіді: «Методика определения деформаций ползучести на примере мостовых конструкций»;
- 4) XIV міжнародна науково-практична конференція «Інноваційні технології життєвого циклу об'єктів житлово-цивільного, промислового і транспортного призначення», яка відбулася 19-23 вересня 2016 року, в м. Кам'янець-Подільський, тема доповіді: «Сравнительный анализ методов численного моделирования пластических деформаций бетона»;
- 5) XII міжнародна науково-технічна конференція «Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація», яка відбулася 18-20 жовтня 2016 року, в м. Полтава, тема доповіді: «Моделирование развития пластических деформаций бетона во времени с учетом влияния высоких температур»;
- 6) I міжнародна науково-практична конференція «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі», яка відбулася 19-23 вересня 2017 року у Київському

- національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ, тема доповіді: «Построение и анализ расчетных моделей с учетом ползучести»;
- 7) науково-практичний семінар щодо підвищення кваліфікації за спеціальністю «Вогнестійкість будівельних конструкцій. Пожежна безпека об'єктів будівництва», що відбувся 24 квітня 2018 року в ДНДІБК, м.Київ, тема доповіді: «Вогнестійкість сталевих конструкцій за Eurocode 3. Реалізація в ЛІРА-САПР 2018»;
- 8) науково-практична конференції «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції», яка відбулася 24-25 травня 2018 року в Київському національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ, тема доповіді: «Методика определения деформаций термползучести в ПК ЛИРА-САПР»;
- 9) XVI міжнародна науково-практична конференція «Інноваційні технології життєвого циклу об'єктів житлово-цивільного, промислового і транспортного призначення», що відбулася 4 – 8 вересня 2018 року в с. Брюховичі, Україна, тема доповіді: «Розрахунок залізобетонних конструкцій при впливі високих температур»;
- 10) II міжн. наук.-практ. конференції «Сучасні методи і проблемно орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій. Їх застосування у проектуванні і навчальному процесі.», яка відбулася 26-27 вересня 2018 року у Київському національному університеті будівництва і архітектури, м. Київ, тема доповіді: «Создание расчетной модели с учетом воздействия огня и влияния ползучести»;
- 11) міжнародна наукова конференція «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения»), що відбулася 27 березня 2019 року в Російській Академії Архітектурних і Будівельних Наук, м. Москва, Росія, тема доповіді: «Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкций при температурных воздействиях в ПК «ЛИРА САПР».

ДОДАТОК В
ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО
ДОСЛІДЖЕННЯ

МІНІСТЕРСТВО РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ, БУДІВНИЦТВА ТА ЖИТЛОВО-КОМУНАЛЬНОГО ГОСПОДАРСТВА УКРАЇНИ



**ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО
„ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ”
(ДП НДІБК)**



вул. Івана Клименка, 5/2, м. Київ-37, 03037, тел. (044) 249-72-34, факс (044) 248-89-09
E-mail: niisk-office@ndibk.gov.ua; adm-inst@ndibk.kiev.ua Код ЄДРПОУ 02495431

№ _____ На № _____ від _____



Затверджую:
Заступник директора інституту,
Голова ПК 303
Ю.С. Слюсаренко
«20» липня 2019 р.

1 1

1

ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ

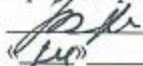
Результати дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук, аспіранта кафедри комп'ютерних технологій будівництва Національного авіаційного університету Башинської О.Ю. на тему: «Створення розрахункових моделей будівельних конструкцій при врахуванні реологічних властивостей залізобетону», прийняті для використання при розробці зміни №1 національного нормативного документу України ДБН В.2.6-98: «Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення» в частині вимог до розрахунку залізобетонних конструкцій будинків і споруд, з урахуванням реологічних властивостей бетону.

Зав. відділом надійності
конструкцій будівель і споруд ДП «НДІБК»,
Голова ПК 1, ТК 303
доктор тех. наук, проф.

А.М. Бамбура


ПОГОДЖЕНО

Проректор з наукової роботи


 В.Харченко
 «06» 06 2019р.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з навчальної роботи


 А.Гудманян
 «07» 07 2019р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ
 результатів науково-дослідної роботи
 в навчальний процес Національного авіаційного університету

Ми, що нижче підписалися, *відповідальний за науково-методичну роботу Факультету архітектури, будівництва та дизайну НАУ Бєлятинський А.О., завідувач кафедри комп'ютерних технологій будівництва Лапенко О.І.* склали цей акт про те, що результати наукових досліджень за темою дисертаційної роботи здобувача НАУ *Башиїнської Ольги Юрійвни «Створення розрахункових моделей будівельних конструкцій при врахуванні реологічних властивостей залізобетону»* використовуються в навчальному процесі *Національного авіаційного університету Факультету архітектури, будівництва та дизайну на кафедрі комп'ютерних технологій будівництва.*

Найменування впровадженого результату	Форма впровадження і досягнутий практичний ефект
Навчальні програми з дисциплін: «Комп'ютерні технології проектування конструкцій будівель та споруд аеропортів»; «Інтегровані технології проектування будівель та споруд»	Матеріали дисертаційної роботи впроваджені у вигляді курсових проектів, розрахунково-графічних робіт, конспектів лекцій, практичних та лабораторних занять, а також використовуються під час дипломного проектування. Впровадження зазначених матеріалів дозволило перейти до комплексного вивчення студентами названих дисциплін із використанням нових алгоритмів розрахунку залізобетонних конструкцій із врахуванням впливу реологічних властивостей залізобетону та зміни температури оточуючого середовища конструкції.

Відповідальний за науково-методичну роботу ФАБД НАУ,
 доктор технічних наук, професор


 А.О. Бєлятинський

Завідувач кафедри комп'ютерних технологій будівництва
 доктор технічних наук, професор


 О.І. Лапенко



ЛІРА САІПР

Товариство з обмеженою відповідальністю «ЛІРА САІПР»
 Україна, 04053, м. Київ, Киянівський провулок, 7-а
 Р/р 26005013002518 в ПАТ «Дочірній банк СБЕРБАНКУ РОСІЇ»
 МФО 320627, ЄДРПОУ 37472235
 Т./ф.+38(044) 590-58-86,
 e-mail: info@liraland.com.ua
 http://www.liraland.com

Дата 06.06.19 № 122

На № _____ от _____

ДОВІДКА

про впровадження наукових результатів кандидатської дисертації
 асистента кафедри комп'ютерних технологій будівництва НАУ
 Башинської Ольги Юрїївни за темою:

«Створення розрахункових моделей будівельних конструкцій при
 врахуванні реологічних властивостей залізобетону»

(спеціальність «05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди»)

Результати науково-дослідної роботи Башинської О.Ю. було використано при розробці та реалізації методики розрахунку задач із врахуванням нелінійної роботи бетону та врахуванні ефекту повзучості, а також при реалізації нової підсистеми для вирішення задач теплопровідності, що є складовою частиною програмного комплексу «ЛІРА-САІПР», який впроваджено в практику проектування в усі проектні організації України, а також країн ближнього і далекого зарубіжжя.

Заступник директора
 ТОВ «ЛІРА-САІПР»



[Handwritten signature]
 О.С. Городецький