

<sup>1</sup> Національний авіаційний університет, Україна<sup>2</sup> Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, Україна<sup>3</sup> Національний університет харчових технологій, Україна

## ФОРМОУТВОРЕННЯ ТА ОЦІНКА ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ГВИНТОВИХ ПЕРЕДАЧ

Побудована модель експлуатаційного зачеплення гвинтової зубчастої пари, поєднана з процесами формоутворення сполучених поверхонь шестерні і колеса в верстатних зачепленнях з інструментом рейкового типу. З цією метою отримані рівняння для визначення ряду геометричних і кінематичних характеристик поверхонь в точках контакту. На базі отриманої моделі вирішена зворотня задача теорії зачеплень, проведена порівняльна оцінка роботоспроможності передач з різною геометрією вихідного контуру, обґрунтована можливість застосування наближених передач, що забезпечують прискорене припрацювання. Виконано чисельне моделювання процесів верстатного і експлуатаційного зачеплення гвинтових циліндричних коліс з різною геометрією вихідного контуру. Досліджено стан активних діючих ліній на поверхнях зубців, коефіцієнт перекриття спряжених передач з різними параметрами (числа зубців шестерні, передавальне відношення, кути нахилу зубців). Слід зазначити, що в наближених передачах активних діючих ліній розташовуються приблизно в тій самій частині поверхонь зубців, але лінії мають меншу протяжність і, що особливо важливо, кромковий контакт зубців відсутній. Визначені раціональні значення параметрів вихідних контурів шестерні і колеса, які забезпечують високу плавність і прийнятну ступінь локалізації контакту. Порівняльну оцінку навантажувальної здатності передач проводили при одиничній кутовій швидкості шестерні по безрозмірному коефіцієнту що дозволяє оцінити вплив геометрії і масштабних факторів на протизадирну стійкість. Виконано чисельний аналіз критеріїв працездатності гвинтових зубчастих передач з різною геометрією виробничого рейкового контуру. Геометричні фактори дозволяють прогнозувати підвищення навантажувальної здатності на 40 ... 50%. Результати досліджень підтвердили переваги кругового вихідного контуру.

**Ключові слова:** вихідний контур, верстатне зачеплення, гвинтова передача.

**Вступ.** Гіперболоїдні передачі, широко застосовуються в сучасному машинобудуванні, дозволяють проектувати і створювати компактні просторові схеми приводних пристроїв. У приводах автомобільних, тракторних та авіаційних двигунів, в приводах центрифуг і сепараторів, в приладобудуванні набули поширення різновиди гіперболоїдних передач - гвинтові зубчасті передачі, складені з евольвентних косозубих циліндричних коліс [1, 2, 3]. Область застосування передач обмежується несучою здатністю [1]; основним видом руйнування, лімітуючим зусилля що передаються, є прогресивний знос внаслідок заїдання активних поверхонь зубців. Гранічно допустимі навантаження можна підвищити як застосуванням протизадирних мастильних матеріалів, поверхневим зміцненням матеріалів коліс, так і вдосконаленням геометрії зубчастих коліс [3,4].

**Аналіз останніх досліджень і літератури.** Впровадження методу виточування зубців при виготовленні зубчастих коліс дозволило синтезувати

гвинтові глобоїдні передачі з підвищеними експлуатаційними властивостями [5, 6, 7]. Рациональна геометрія активних поверхонь зубців дозволила знизити контактні напруження, покращені умови утворення мастильного шару, в зачепленні виключається інтерференція зубців, локалізація зони контакту зубців [2, 3] дозволяє компенсувати окремі види технологічних похибок.

Широкому впровадженню зубчастих передач з подібною геометрією і технологією виготовлення перешкоджає обмежене поширення зубообробного устаткування з «жорсткими» кінематичними ланцюгами інструмент-заготовка, вельми обмежена номенклатура зуборізних долб'яків.

**Мета статті.** В роботі побудована модель експлуатаційного зачеплення гвинтових зубчастої пари, поєднана з процесами формоутворення сполучених поверхонь шестерні і колеса в верстатних зачепленнях з інструментом рейкового типу (при узагальненому параметричному завданні вихідного контуру). На базі отриманої моделі вирішена зворотня задача теорії зачеплень, проведена порівняльна оцінка роботоспроможності передач з різною геометрією вихідного контуру, обґрунтована можливість застосування наближених передач, що забезпечують прискорене припрацювання.

**Постановка задачі.** Поставлені завдання моделювання і чисельного аналізу експлуатаційних показників працездатності гвинтових передач з циліндричними зубчастими колесами з метою вибору оптимальної геометрії вихідного контуру.

**Матеріали досліджень.** Вихідні контури твірних рейок для шестерні і колеса утворюють жорстку неконгруентну пару (рис. 1), в нормальному перетині рейок  $x_p, y_p$  вихідні контури шестерні і колеса описуються рівняннями [1]:

$$x_p = f_1(\lambda_1), y_p = f_2(\lambda_1) \quad \text{и} \quad x_p = \phi_1(\lambda_2), y_p = \phi_2(\lambda_2). \quad (1)$$

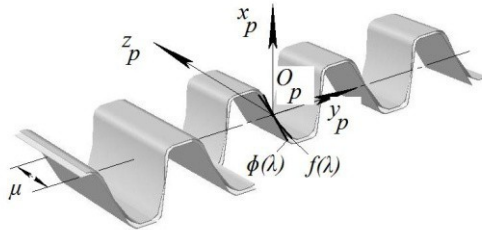


Рис.1. Твірні поверхні

При вихідному контурі, окресленому дугою кола радіусом  $\rho$ , і рівності  $\lambda_1 = \lambda_2 = \alpha$  для профільних кутів в полюсі  $O_p$  функції (1) мають вигляд:

$$f_1 = \rho_1(\sin \lambda_1 - \sin \alpha), f_2 = \rho_1(\cos \lambda_1 - \cos \alpha), \\ \phi_1 = \rho_2(\sin \lambda_2 - \sin \alpha), \phi_2 = \rho_2(\cos \lambda_2 - \cos \alpha),$$

причому  $\rho_1 \geq \rho_2$  (за рівності радіусів формуються спряжені поверхні з постійним передавальним числом, при  $\rho \rightarrow \infty$  отримаємо стандартний вихідний контур і евольвентні зубчасті колеса). При коефіцієнті висоти голівки зуба  $h^*$  центральні кути  $\lambda_i$  змінюються в інтервалі з граничними значеннями  $\lambda_{i \max, i \min} = \arcsin(\sin \alpha \pm h^* \cdot m / \rho_i)$ . Твірні поверхні отримані переміщенням нормального вихідного контуру уздовж осі  $O_p z_p$ , поточний стан контуру характеризується координатою  $\mu$ .

При куті нахилу зубців  $\beta_i$  (див. Рис. 2), поверхні зубців шестерні описані як огинаючі косозубої твірної рейки. Рівняння твірної рейки описано в рухомий

системі координат  $x_{p1}y_{p1}z_{p1}$ , вісь  $O_{p1}y_{p1}$  якої спрямована перпендикулярно до осі миттєвого гвинтового руху гвинтової передачі і проходить через полюс  $p$  експлуатаційного зачеплення:

$$x_{p1} = f_1(\lambda_1), y_{p1} = f_2(\lambda_1)\cos\beta_1 + \mu_1 \sin\beta_1, z_{p1} = \mu_1 \cos\beta_1 - f_2(\lambda_1)\sin\beta_1.$$

Початковий циліндр шестерні радіусом  $r_1$  перекочується без ковзання по початковій площині рейки, в рухомій системі координат  $x_1y_1z_1$ , рівняння поверхонь зубців мають вигляд:

$$\begin{aligned} x_1 &= (f_1 - r_1)\cos\varphi_1 + \Omega_1 \cos\beta_1 \sin\varphi_1, & y_1 &= (f_1 - r_1)\sin\varphi_1 + \Omega_1 \cos\beta_1 \cos\varphi_1, \\ z_1 &= -f_2 \sin\beta_1 - (\Omega_1 + f_2) \operatorname{ctg}\beta_1 \cos\beta_1 - r_1\varphi_1 \operatorname{ctg}\beta_1, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\Omega_1 = f_1\dot{\lambda}_1 / \dot{f}_2$  - допоміжна функція, а на параметри вихідного контуру і огинання накладається додаткове рівняння зв'язку  $F(\varphi_1, \lambda_1, \mu_1) = 0$ , отримане кінематичним методом теорії зачеплень. Наприклад, для середнього торцевого перетину поверхні (1) рівняння зв'язку перетвориться до вигляду:  $\varphi_1 = -(\Omega_1 + f_2)\cos\beta_1 / r_1$ . Рівняння зв'язку дозволяє перейти від параметризації поверхонь зубців рейки родинами координатних ліній  $\lambda_1, \mu_1$  до лініями  $\lambda_1, \varphi_1$  шляхом виключення  $\mu_1$ .

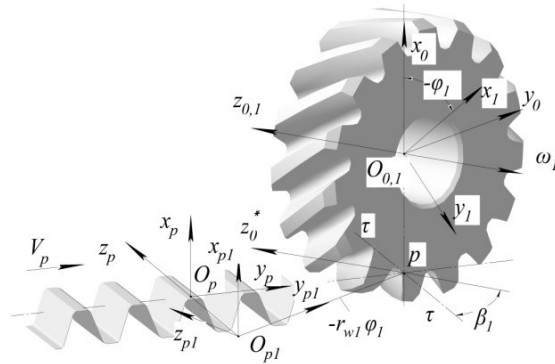


Рис.2. Верстатне зачеплення шестерні

Взаємне положення колеса що нарізується і твірної рейки 2, а також параметри процесу огинання представлені на рис. 3. Поверхні зубців колеса є огинаючими рейки; при початковому циліндрі  $r_2$  в рухомій системі координат  $x_2y_2z_2$ , жорстко пов'язаної з колесом, рівняння сполучених поверхонь:

$$\begin{aligned} x_2 &= (\phi_1 + r_2)\cos\varphi_2 + \Omega_2 \cos\beta_2 \sin\varphi_2, & y_2 &= (\phi_1 + r_2)\sin\varphi_2 + \Omega_2 \cos\beta_2 \cos\varphi_2, \\ z_2 &= -\phi_2 \sin\beta_2 - (\Omega_2 + \phi_2) \operatorname{ctg}\beta_2 \cos\beta_2 + r_2\varphi_2 \operatorname{ctg}\beta_2, \end{aligned} \quad (3)$$

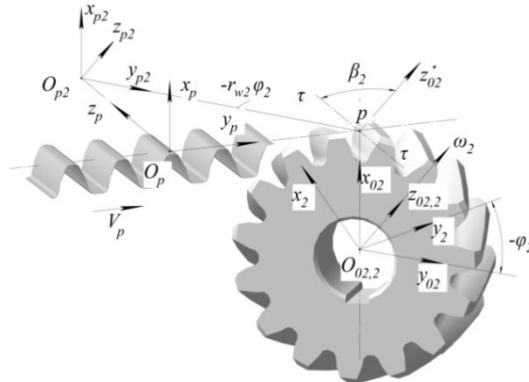


Рис.3. Верстатне зачеплення колеса

Шляхом векторно-матричних перетворень з використанням рівняння зв'язку параметрів отримані рівняння ортів нормалей до поверхонь зубів шестерні:

$$e_{1x1} = (f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \cos \beta_1 \sin \varphi_1) \sin \varphi_1 / n_1, \quad e_{1y1} = (f_2' \sin \varphi_1 - f_1' \cos \beta_1 \cos \varphi_1) / n_1, \\ e_{1z1} = f_1' \sin \beta_1 / n_1.$$

Тут  $n_1$  - нормуючий множник,  $n_1 = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ . Аналогічно, для поверхонь зубців колеса в рухомій системі координат:

$$e_{2x2} = (\phi_2' \cos \varphi_2 + \phi_1' \cos \beta_2 \sin \varphi_2) \sin \varphi_2 / n_2, \quad e_{2y2} = (\phi_2' \sin \varphi_2 - \phi_1' \cos \beta_2 \cos \varphi_2) / n_2, \\ e_{2z2} = \phi_2' \sin \beta_2 / n_2.$$

Для дослідження експлуатаційного зачеплення поверхонь зубців шестірни і колеса гвинтової пари досить поєднати схеми верстатних зачеплень (після суміщення збігаються т.  $p$  на рис. 2 і 3). Осі в передачі схрещуються, міжосьовий кут  $\Sigma = \beta_1 + \beta_2$ ; в окремому випадку при  $\beta_1 = -\beta_2$  модель дозволяє досліджувати циліндричну косозубу передачу. Оцінка експлуатаційних властивостей гвинтовий передачі виконується в наступній послідовності:

1. Спряжені гвинтові передачі отримують при використанні загальної твірної поверхні, вихідні контури (1) збігаються. У парах рейка-шестерня і рейка-колесо контакт лінійний, дотик зубців шестірни і колеса відбувається в точках перетину відповідних ліній  $\varphi_i = const$ , причому  $\varphi_1 = u\varphi_2$ . Безліч точок контакту в нерухомій системі координат  $x_{p0}y_{p0}z_{p0}$  утворюють лінію зачеплення, а в системах  $x_{p1}y_{p1}z_{p1}$  і  $x_{p2}y_{p2}z_{p2}$  - активні діючі лінії на спряжених поверхнях.

2. При використанні пари неконгруентних рейок гвинтова передача переходить в розряд наближених, задане передавальне відношення виконується тільки в полюсі. Кутове положення колеса характеризується координатою  $\varphi_2^* = \varphi_2 + \Delta\varphi_2$ . В якості початкових наближень для визначення лінії зачеплення і активних діючих ліній зручно скористатися значеннями параметрів  $\lambda_i, \varphi_i$  для спряжених передач, які уточнюються в процесі розв'язання оберненої задачі.

3. В рухомій системі координат  $x_{p2}y_{p2}z_{p2}$ , жорстко пов'язаної з колесом, визначаються рівняння ідеальних поверхонь, що огинають поверхонь зубців шестерні. Визначення рівнянь ідеальних поверхонь зубців циліндричного колеса безпосередньо у вигляді огинаючих рейки для шестерні дозволяє значно спростити залежності. При збігу осей миттєвого відносного руху  $\tau - \tau$  ідеальні поверхні зубців колеса, отримані огинанням рейки, повністю ідентичні поверхням, виконаним у вигляді огинаючих шестерні. Задаючи доворот на кут  $\Delta\varphi_2$  для реальної поверхні визначають координати точок на поверхнях, в яких забезпечуються умови фізичного контакту реальної і ідеальної поверхонь, а, тим самим, контакт шестерні і колеса.

4. Досліджується експлуатаційне зачеплення шестерні і колеса. З цією метою отримані рівняння для визначення ряду геометричних і кінематичних характеристик поверхонь в точках контакту.

**Результати досліджень.** Виконано чисельне моделювання процесів верстатного і експлуатаційного зачеплення гвинтових циліндричних коліс з різною геометрією вихідного контуру. Досліджено стан активних діючих ліній (а.д.л.) на поверхнях зубців, коефіцієнт перекриття  $\varepsilon_\gamma$  спряжених передач з

різними параметрами (числа зубців шестерні, передавальне відношення, кути нахилу зубців). Визначені раціональні значення параметрів вихідних контурів шестерні і колеса, які забезпечують високу плавність і прийнятну ступінь локалізації контакту. На рис. 4 показаний приклад а.д.л. для передачі з параметрами:  $z_1 = z_2 = 15$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 10m$ ; на вершинах зубців показані кути повороту коліс, що відповідають моментам надмірного спраження зубців.

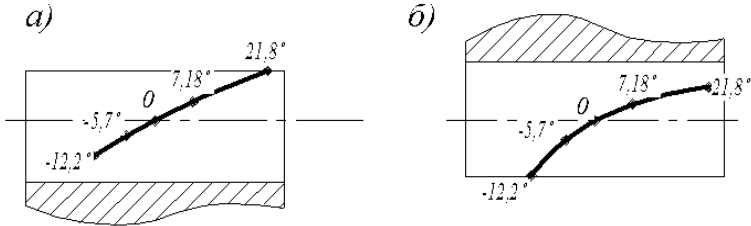


Рис.4. Активні діючі лінії на поверхнях зубців колеса (а) і шестерні (б) спряжених передач з круговим вихідним контуром

Слід зазначити, що в наближених передачах а.д.л. розташовуються приблизно в тій самій частині поверхонь зубців, але лінії мають меншу протяжність і, що особливо важливо, кромковий контакт зубців відсутній. Для розглянутої раніше передачі (при  $\rho_2 < \rho_1$ ) на рис.5 представлено сімейство кривих  $\Delta\varphi_2(\varphi_1)$ , що повторюються з кутовим кроком  $\tau=24^\circ$ . Похибка кутового положення  $\Delta\varphi_2$  досягає максимальних значень в точках геометричного надмірного спраження а) й б). Без урахування пружних деформацій коефіцієнт перекриття передачі  $\varepsilon_\gamma$  дорівнює одиниці, кутові положення шестерні в точках надмірного спраження:  $\varphi_{1a} = -10,18^\circ$ ,  $\varphi_{1b} = 13,82^\circ$ . Ступінь локалізації контакту в наближеній передачі характеризується коефіцієнтом  $k_p = \rho_2 / \rho_1 = 0,9$ .

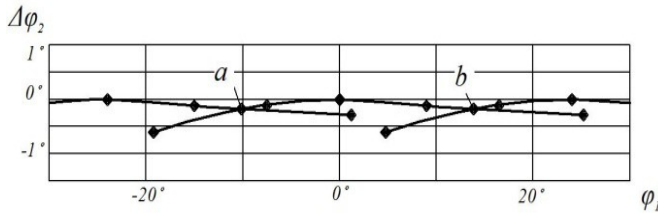


Рис.5. Похибка кутового положення колеса

Порівняльна оцінка навантажувальної здатності передач проводилася при одиничній кутовій швидкості шестерні по безрозмірному коефіцієнту [2]:

$$K_{\Gamma} = n_a^3 n_b^3 / [(\Sigma k)^2 V_s^{0,75}],$$

що дозволяє оцінити вплив геометрії і масштабних факторів на протизадирну стійкість. Тут  $V_s$  - швидкість ковзання зубців,  $n_a, n_b$  - табличні значення коефіцієнтів для оцінки еліптичності контакту,  $\Sigma k$  - сума головних викривлень дотичних поверхонь. Геометричні фактори дозволяють прогнозувати підвищення навантажувальної здатності на 40 ... 50%.

**Висновки.** Побудовано узагальнену модель верстатного і експлуатаційного зачеплення передач, складених з циліндричних зубчастих коліс. Виконано чисельний аналіз гвинтових передач дозволив оцінити вплив форми вихідного контуру на геометро-кінематичні показники працездатності і навантажувальну здатність зачеплення. Результати досліджень підтвердили переваги кругового вихідного контуру, оптимальними (з позиції плавності і навантажувальної

здатності) є  $\rho_1 = (8...10)m$ , ступінь локалізації контакту  $k_p = 0,8...0,9$ .

### Список літератури

1. P.Tkach, P.Nosko, G.Boyko, O.Bashta, Iu.Tsybrii, O.Gerasimova. Gearing with increased teeth wear resistance // Проблеми тертя та зношування, 2 (79).-2018. – pp.86-92.
2. O.Karpov, P.Nosko, P.Fil, O.Nosko, U.Olofsson, (2017), Prevention of resonance oscillations in gear mechanisms using non-circular gears, Mechanism and Machine Theory, 114, pp. 1-10.
3. O.Karpov, P.Nosko, P.Fil, G.Boyko, O.Bashta, D.Marchenko, A. Golovin. Noncircular-screw gears // Проблеми тертя та зношування, 4 (73).- 2016. – pp.80-89. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/34818>.
4. P.Nosko, S.Kashkarov, O.Bashta, Yu.Tsibriy, A.Bashta. Improved and extreme geometro-kinematic parameters of high-loaded hyperboloid gears // Проблеми тертя та зношування, 3 (84).-2019. – pp.63-68.
5. P.Tkach, P.Nosko, O.Bashta, A.Lysenko, A.Bashta. Arched transmissions teeth geometry within offset of initial profile // Проблеми тертя та зношування, 4 (85).- 2019. – pp.69-75.
6. Либуркин Л.Я., Трубняков В.А. Увеличение долговечности винтовой зубчатой передачи. В кн.:Тр./Ленинградский инж.-строит. ин-т, 1977. – Вып. 1 (127). – С. 120-126.
7. Шишов В.П., Носко П.Л., Величко Н.И., Карпов А.П. Высоконагруженные винтовые зубчатые передачи. –Луганск: изд-во ВНУ им. В.Даля.-2009.-240 с.

Стаття надійшла до редакції 00.02.2020

**Башта Олександр Васильович** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, м. Київ, Україна, nau12@ukr.net.

**Носко Павло Леонідович** – д.т.н., професор, професор кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, м. Київ, Україна, тел. 406-78-42.

**Бойко Григорій Олексійович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.

**Герасимова Ольга Вячеславівна** – Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна, тел. 406-78-42, nau12@ukr.net.

**Башта Алла Олексіївна** – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет харчових технологій, доцент кафедри Технології оздоровчих продуктів, м. Київ, Україна.

*O. BASHTA, P. NOSKO, G. BOYKO, O. GERASIMOVA, A. BASHTA*

### FORMATION AND EVALUATION OF SCREW DRIVE PERFORMANCE

A model of a screw drive operational gearing pair is constructed combined with the processes of forming the connected surfaces of gears and wheels in machine gears with a tool of the rack type. For this purpose, equations were obtained to determine a number of geometric and kinematic characteristics of surfaces at points of contact. Based on the obtained model, a contrary problem of gear theory is solved, a comparative estimation of the gears efficiency with different geometry of the output circuit is made, the possibility of using approximate gears providing accelerated break-in is grounded. Numerical simulations of the processes of machine and

operational engagement of screw cylindrical wheels with different geometry of the output contour were performed. The condition of active lines on the surfaces of the teeth, the coefficient of overlapping of the coupled gears with different parameters (number of gear teeth, gear ratio, and tilt angles) were investigated. It should be noted that in approximate transmissions, the active lines are located approximately in the same part of the surfaces of the teeth, but the lines have a smaller length and, most importantly, the edge contact of the teeth is absent. The rational values of the parameters of the output circuits of the gears and wheels, which provide a high smoothness and an acceptable degree of localization of contact, are determined. Comparative assessment of the load capacity of the gears was carried out at a single angular gear speed on a dimensionless factor that allows you to evaluate the influence of geometry and scale factors on the anti-shock resistance. Numerical analysis of the screw gears performance criteria with different geometry of the production rack is performed. Geometric factors allow us to predict an increase in load capacity of 40 ... 50%. The results of the studies confirmed the benefits of circular output contour.

**Keywords:** original contour, machine gearing, screw gear.

### References

1. P.Tkach, P.Nosko, G.Boyko, O.Bashta, Iu.Tsybrii, O.Gerasimova. Gearing with increased teeth wear resistance // Problemy tertia ta znoshuvannia, 2 (79).-2018. – pp.86-92.
2. O.Karpov, P.Nosko, P.Fil, O.Nosko, U.Olofsson, (2017), Prevention of resonance oscillations in gear mechanisms using non-circular gears, Mechanism and Machine Theory, 114, pp. 1-10.
3. O.Karpov, P.Nosko, P.Fil, G.Boyko, O.Bashta, D.Marchenko, A. Golovin. Noncircular-screw gears // Problemy tertia ta znoshuvannia, 4 (73).- 2016. – pp.80-89. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/34818>.
4. P.Nosko, S.Kashkarov, O.Bashta, Yu.Tsibriy, A.Bashta. Improved and extreme geometro-kinematic parameters of high-loaded hyperboloid gears // Problemy tertia ta znoshuvannia, 3 (84).-2019. – pp.63-68.
5. P.Tkach, P.Nosko, O.Bashta, A.Lysenko, A.Bashta. Arched transmissions teeth geometry within offset of initial profile // Problemy tertia ta znoshuvannia, 4 (85).- 2019. – pp.69-75.
6. Liburkin L.Ya., Trubnyakov V.A. Uvelichenie dolgovechnosti vintovoy zubchatoy peredachi. V kn.:Tr./Leningradskiy inzh.-stroit. in-t, 1977. – Vyip. 1 (127). – S. 120-126.
7. Shishov V.P., Nosko P.L., Velichko N.I., Karpov A.P. Vvisokonagruzhennyie vintovyye zubchatyye peredachi. –Lugansk: izd-vo VNU im. V.Dalya.-2009.-240 s.