

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ**

**Носко П.Л., Нигора В.М.,
Філь П.В., Бойко Г.О.**

**МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ
НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ
МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Навчальний посібник

Луганськ 2009

УДК 519.9:621.9
ББК 30.606я 73

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист від 04.12.08 № 1.4/ 18–Г–2615)

Рецензенти:

Кіндрачук М.В., д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри “Машинознавство”
Національного авіаційного університету;
Рассказов О.О. д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри теоретичної та
прикладної механіки Національного транспортного
університету, засл. діяч науки і техніки України.

Носко П.Л.

Н 84 **Методологічні основи наукового дослідження машинобудівних
конструкцій:** навчальний посібник / П.Л. Носко, В.М. Нигора, П.В. Філь, Г.О
Бойко – Луганськ: вид-во СЛУ ім. В. Даля, 2009. – 208 с.

ISBN 978-966-590-724-4

У посібнику наведено суть та особливості методів наукових досліджень і оптимізації машинобудівних об'єктів на етапі їхнього проектування. Значну увагу приділено методам обґрунтування інженерних рішень, планування експерименту та його метрологічному забезпеченню. Розглянуто загальні принципи застосування систем масового обслуговування в дослідженні технічних об'єктів дискретної дії. Наведено приклади розрахунку та розробки математичних моделей, що дозволить краще зрозуміти матеріали посібника і спростити їхнє практичне використання.

Посібник призначено для студентів, магістрів та аспірантів за спеціальностями напрямку “Інженерна механіка” та “Транспортні технології” вищих навчальних закладів.

УДК 519.9:621.9
ББК 30.606я 73

©Носко П.Л., Нигора В.М., Філь П.В.,
Бойко Г.О., 2009

©Східноукраїнський національний
університет імені Володимира Даля, 2009

ISBN 978-966-590-724-4

ВСТУП

В умовах інтенсивного зростання обсягів наукової і науково-технічної інформації, швидкозмінюваності й оновлення системи наукових знань виникає потреба в якісно новій теоретичній підготовці висококваліфікованих спеціалістів, здатних до самостійної творчої роботи, впровадження у виробництво наукоємних технологій і пристосування до умов ринкових відносин.

Суть вищої освіти не тільки у підготовці спеціалістів певної галузі знань, а й у набутті студентами навичок самоосвіти, вмінь аналізувати процеси і явища незалежно від того, в якій галузі вони будуть працювати – у сфері науки чи виробництва.

Знання методології, теорії, техніки, методів і організації науково-дослідної діяльності допоможе магістрам, аспірантам, здобувачам наукових ступенів легко включитися у професійну діяльність, втілювати наукові знання у практичну площину, сприятиме розвитку раціонального творчого мислення.

Отже, широке залучення студентів до науково-дослідної роботи, збагачення їхніх знань новими науковими даними, розвиток здатностей до творчого мислення, наукового аналізу явищ, процесів є принципово важливим. У зв'язку з цим до планів вищих навчальних закладів в Україні включено спеціальні дисципліни з основ науково-дослідницької діяльності, введено елементи наукової творчості у фундаментальні, професійно орієнтовані та спеціальні дисципліни.

Мета посібника полягає в такому: надати студентам навичок самостійного наукового пошуку у певній галузі досліджень; ознайомити з загальнонауковими методами теоретичних досліджень, загальними положеннями метрології та планування експерименту; психологічно підготувати до майбутньої науково-дослідної роботи; забезпечити необхідним мінімумом практичних знань.

Розділ 1

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

- 1.1. Система понять наукових знань.
- 1.2. Структура та сутність методів наукового пізнання.
- 1.3. Основні закономірності розвитку наукових знань.
- 1.4. Визначення структури та етапів прикладного дослідження.
- 1.5. Обґрунтування напряму дослідження.

1.1. Система понять наукових знань

Наука – це система знань про природу, суспільство та мислення, яка сформувалася в результаті їхнього вивчення. *Наукове дослідження* – це процес створення нових знань шляхом вивчення предмета чи явища з метою розкриття законів його виникнення, розвитку і перетворення в інтересах суспільства.

Наука виникла в результаті суспільного поділу праці, при відокремленні розумової праці від фізичної. До цього люди також мали певні знання про навколишнє середовище, однак ці знання були уривчасті та неупорядковані.

Наукові знання являють собою чітку систему понять, що відображають предмети чи явища природи та суспільства в їхніх загальних і суттєвих ознаках. Наприклад, явища електризації тіл під час тертя та іскріння наелектризованих тіл були відомі віддавна, однак лише відкриття електрона дало змогу об'єднати ці явища і створити науку про електрику. При створенні понять у процесі пізнання виділяється головне і суттєве, залишаються без уваги несуттєві та другорядні ознаки, що дає змогу правильно і глибоко зрозуміти об'єкт вивчення. Для впорядкування розрізнених знань у системі, що являє собою наукову теорію, використовуються загальнонаукові або філософські методи. Наприклад, відкриття законів інерції і падіння тіл, а також опис цих законів за допомогою введених методом абстрагування понять "маси", "інерції", "енергії", "прискорення" тощо створили механіку як науку. Метод абстрагування допоміг створити навіть такі наукові поняття, що не трапляються в матеріальному світі: "ідеальний газ", "точка", "площина", "абсолютно тверде тіло" тощо, які, однак, відіграють важливу роль при створенні наукових теорій.

Практика є критерієм перевірки істинності теорії. За загальним філософським розумінням практика – це виробнича діяльність, спрямована на перетворення предметів та явищ таким чином, щоб їхня форма та зміст задовольняли потреби людини. Розвиток машинного виробництва сприяв швидкому перетворенню дослідницької діяльності на активний фактор суспільного виробництва. Воно вдосконалює, поповнює, систематизує та перевіряє на практиці систему наукових знань. В умовах сучасного науково-технічного прогресу наука вже не тільки супроводжує розвиток техніки, а й випереджає її, спрямовуючи розвиток матеріального виробництва у найбільш перспективні напрями.

Схематично процес наукового дослідження показано на рис. 1.1. На схемі виділено два рівні наукових досліджень:

1) *емпіричний*, в його основу покладено накопичення нових фактів, їхній аналіз, узагальнення з метою отримання залежностей, придатних для практичного використання;

2) *теоретичний*, на якому здійснюється узагальнення та створюється система знань, що описують закономірності певної галузі знань. На цьому етапі створення системи знань проходить через низку етапів, а саме: наукова ідея – гіпотеза – теорія.

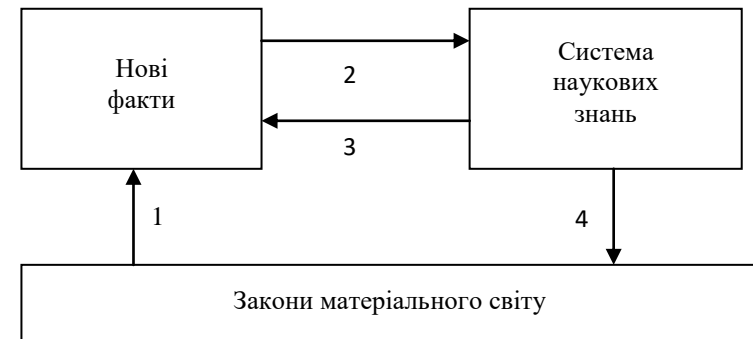


Рис 1.1. Процес наукового дослідження:

1– накопичення дослідних даних; 2– побудова , теорії; 3,4 – експериментальна перевірка теорії та її практичне застосування

Наукова ідея пояснює нове явище без обґрунтування зв'язків, використаних для інтуїтивного пояснення явища. Вона впливає з уже накопичених раніше знань, але при цьому дає змогу відкрити нову закономірність.

Гіпотеза є результатом матеріалізації наукової ідеї, коли передбачається причина, що викликає нове досліджуване явище. Г.Ом, вивчаючи явище опору провідників, звернувся до праці Д.Фур'є "Аналітична теорія теплоти". Він висунув ідею, що явище проходження електричного струму по провіднику аналогічне явищу поширення потоку тепла. На основі цієї ідеї з'явилася гіпотеза, що величина струму залежить від прикладеної різниці потенціалів за аналогією до різниці температур, що викликає потік тепла.

Якщо гіпотеза узгоджується із результатами досліджень, то вона стає основою для теорії. При проведенні наукового дослідження кожна гіпотеза експериментально перевіряється. При подальшому накопиченні фактів одна гіпотеза може уточнюватися або замінюватися на нову, яка краще пояснює як старі, так і нові дані. Результатом логічного розвитку та вдосконалення гіпотези є її перетворення на теорію.

Закон – це внутрішній, суттєвий зв'язок явищ, який зумовлює їхній закономірний розвиток. Він відображає стійкий зв'язок між явищами та властивостями матеріальних об'єктів.

При проведенні наукових досліджень обидва рівні використовуються однаково успішно, доповнюючи один одного. Результати емпіричного рівня дослідження слугують вихідним матеріалом для створення теорії, перевірки її істинності і подальшого розвитку та вдосконалення. Теорія дає змогу виділити суттєві зв'язки під час проведення емпіричних досліджень, підвищити точність їхніх результатів, пояснити та узагальнити їх, вказати найбільш перспективні галузі дослідження, як це відбулося, наприклад, у хімії після відкриття періодичної системи елементів Д.І.Менделєєва. Теорія уточнює наукові знання за допомогою більш містких понять, упорядковує їх, створюючи умови для практичного використання. В середньовіччі, наприклад, арифметику викладали в університеті, бо маніпуляції із використаними на той час римськими цифрами були складними. Введення десяткової системи числення та арабських цифр значно спростило всі математичні дії.

Створення та розвиток системи наукових знань здійснюється шляхом пізнання матеріального світу, що нас оточує, його предметів, явищ, їхніх ознак і відношень. Цей процес пізнання ототожнюється із науковим дослідженням. Відправним пунктом пізнання є чуттєве споглядання предметів та явищ, їхніх відображень у свідомості людини у вигляді чуттєвих образів. Ці образи відтворюють зовнішню сторону об'єкта пізнання. Завданням наукового пізнання є з'ясування закономірностей матеріального світу, тобто закономірностей, що відтворюють загальне, суттєве в об'єкті. А для цього необхідно

застосувати абстрактне мислення, формами якого є поняття, судження та умовивід.

Поняття – дефініція, що відображає загальні та суттєві ознаки предмета. За його допомогою людина проникає в суть предметів та явищ матеріального світу. Поняття є основними цеглинками, за допомогою яких будується споруда системи наукових знань. Широковідомими є поняття "маса", "енергія", "в'язкість", "ньютонівська рідина", "пружне тіло Гука" тощо. Поняття можуть бути загальними, одиничними та узагальнюючими, абстрактними або конкретними, абсолютними або відносними. Взаємозв'язок понять здійснюється за допомогою суджень.

Судження – така форма думки, в якій поєднують поняття, щось стверджуючи або заперечуючи про реальні предмети та явища. Наприклад, "мідь – метал", "усі метали – пластичні" тощо. Поєднуючи декілька понять, створюємо судження про предмети матеріального світу. Зв'язок суджень між собою здійснюється за допомогою умовиводу.

Умовивід (висновок) – форма мислення або логічна дія, в результаті якої із одного або декількох відомих нам і певним чином пов'язаних суджень виводиться нове знання про предмети та явища матеріального світу.

Таким чином, результатом наукового дослідження є узагальнення невпорядкованих уявлень про закономірності природи, суспільства та мислення у виді законів науки, що описують внутрішній, суттєвий зв'язок явищ або ознак матеріального світу.

Розглянемо, які методи використовуються для створення системи наукових знань.

Метод – система правил та способів підходу до вивчення явищ і закономірностей природи, суспільства та мислення. Знання методу задає спосіб теоретичного дослідження або практичного здійснення чогось, який ґрунтується на знаннях закономірностей розвитку об'єктивної дійсності і досліджуваних предмета чи явища. Знання методу орієнтує дослідника, допомагає йому вибрати суттєве, окреслити шлях від відомого до невідомого.

Розрізняють *загальний метод* (діалектика), *загальнонаукові або філософські методи*, які застосовуються у всіх науках та в практичній діяльності людей, а також *конкретно-наукові, або спеціальні методи*, які застосовуються в межах однієї чи декількох суміжних наук.

Розглянемо докладніше найбільш поширені загальнонаукові методи. Деякі з них застосовуються на теоретичному рівні дослідження,

деякі – на емпіричному. Є серед них і такі, що застосовуються на обох рівнях наукового дослідження.

1.2. Структура та сутність методів наукового пізнання

Загальні методи наукового пізнання, на відміну від спеціальних методів, використовуються протягом всього дослідницького процесу, незалежно від галузі знань та особливостей дослідження.

Загальні методи наукового пізнання зазвичай поділяють на три великі групи:

I. *Емпіричні методи* дослідження (спостереження, порівняння, вимірювання, експеримент),

II. *Методи, які використовуються як на емпіричному, так і на теоретичному рівнях* дослідження (абстрагування, аналіз і синтез, індукція і дедукція, моделювання та ін.),

III. *Методи теоретичного дослідження* (від абстрактного до конкретного та ін.) (рис. 1.2).

Розглянемо першу групу – емпіричні методи дослідження. Перший із них – *спостереження*, тобто активний пізнавальний процес, що спирається насамперед на роботу органів чуттів людини та його предметну матеріальну діяльність.

У повсякденній діяльності та науці спостереження мають приводити до результатів, що не залежать від волі та бажань суб'єктів: щоб стати основою наступних теоретичних і практичних дій, вони мають інформувати нас про об'єктивні властивості і відношення реально існуючих предметів і явищ.

Для того щоб бути плідним методом пізнання, спостереження має задовольняти низку вимог, найважливішими з яких є: планомірність, цілеспрямованість, активність, систематичність.

Варто пам'ятати, що спостереження як засіб пізнання дає первинну інформацію про світ.

Порівняння – один із найбільш поширених методів пізнання, який дає змогу встановити подібність і розходження предметів та явищ дійсності. У результаті порівняння встановлюється те загальне, яке властиве двом або кільком об'єктам, а виявлення загального, що повторюється в явищах, як відомо, є сходинкою на шляху до пізнання законів і закономірностей.

Для того щоб порівняння було плідним, воно має задовольняти таким основним вимогам: по–перше, порівнювати слід лише ті явища, між якими може існувати визначена об'єктивна спільність; по–друге, для пізнання об'єктів їхнього порівняння має здійснюватись за найбільш важливими, істотними (у плані конкретного пізнавального завдання) ознаками.

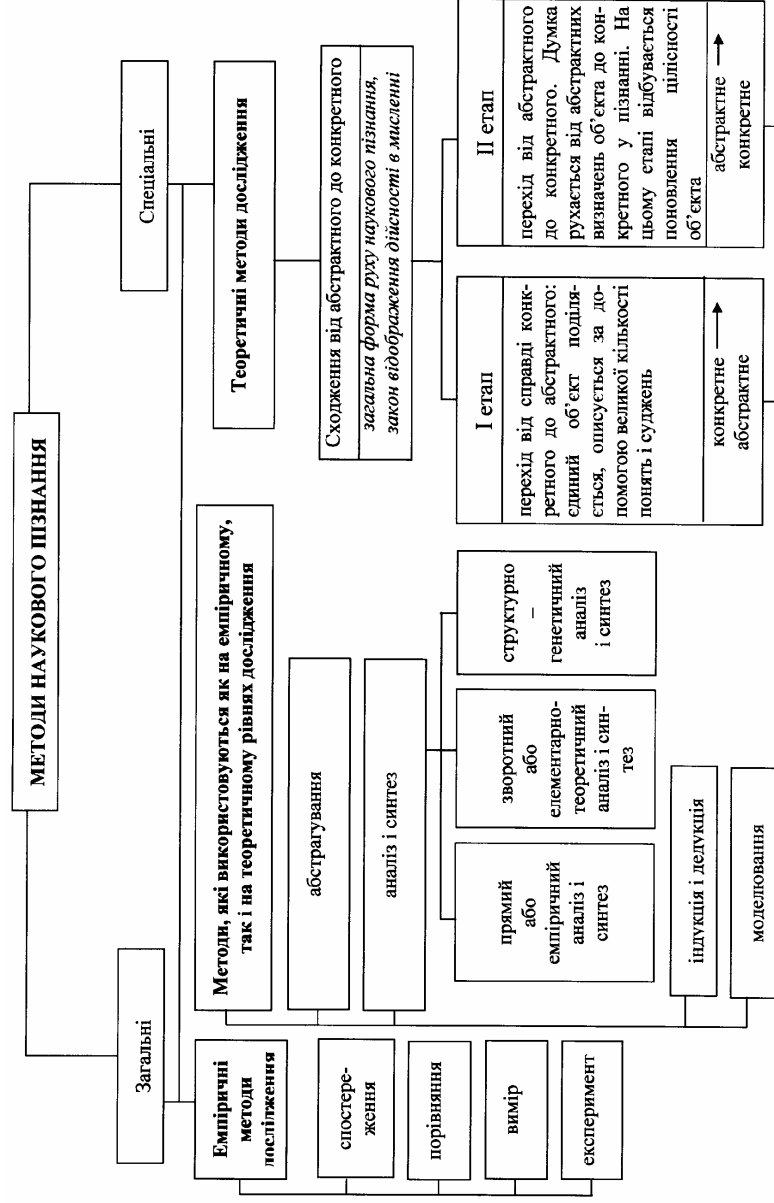


Рис. 1.2. Структура методів наукового пізнання

Вимірювання, на відміну від порівняння, є більш точним пізнавальним засобом, що являє собою процедуру визначення числового значення певної величини за допомогою одиниці виміру (еталона). Цінність вимірювання в тому, що воно дає точну, кількісно визначену інформацію про навколишній світ. У числі емпіричних методів наукового пізнання вимір займає приблизно таке ж місце, як спостереження і порівняння.

Окремим випадком спостереження є експеримент – метод наукового дослідження, який припускає втручання у природні умови існування предметів і явищ, відтворює визначені сторони предметів і явищ у спеціально створених умовах з метою вивчення їх без супутніх обставин.

Експериментальне вивчення об'єктів порівняно зі спостереженням має ряд переваг:

- 1) у процесі експерименту стає можливим вивчення того чи іншого явища в чистому вигляді;
- 2) експеримент дає змогу досліджувати властивості об'єктів в екстремальних умовах;
- 3) забезпечує достатню повторюваність для того, щоб відокремити суттєві риси та визначити зв'язки.

Будь-який експеримент може здійснюватися як безпосередньо з об'єктом, так і з його "замінником" або *моделлю*. Використання моделей дає змогу застосовувати експериментальний метод дослідження до таких об'єктів, безпосереднє оперування з якими є важким або навіть неможливим. Тому моделювання – особливий метод, широко застосовується у науці.

До складу методів, що використовуються як на емпіричному, так і на теоретичному рівнях дослідження, прийнято відносити: абстрагування, аналіз і синтез; індукцію і дедукцію.

Абстрагування у розумовій діяльності носить універсальний характер, тому що процес мислення безпосередньо пов'язаний з ним або з використанням його результатів. *Сутність цього методу* полягає в уявному відволіканні від несуттєвих властивостей і зв'язків, предметів та одночасному виділенні (фіксуванні) однієї чи кількох сторін, що становлять об'єкт дослідження.

Розрізняють *процес абстрагування і результат абстрагування*, названий *абстракцією*. Звичайно, під результатом абстрагування розуміється знання про деякі сторони об'єктів. Процес абстрагування в системі логічного мислення тісно пов'язаний з іншими методами дослідження, насамперед з аналізом і синтезом.

Аналіз є методом наукового дослідження шляхом розкладання предмета на складові, тоді як *синтез* – це поєднання отриманих під час аналізу частин у ціле.

Методи аналізу і синтезу в науковій творчості органічно пов'язані між собою і можуть набувати різних форм залежно від властивостей досліджуваного об'єкта, мети дослідження, ступеня пізнання об'єкта, глибини проникнення в його сутність.

Прямі (емпіричні) аналіз і синтез застосовуються на стадії попереднього ознайомлення з об'єктом. При цьому здійснюється виділення окремих його частин, виявлення властивостей, проводяться найпростіші виміри, фіксація безпосередньо тих даних, що лежать на поверхні загального. Цей вид аналізу і синтезу дає можливість пізнати явище, але для проникнення в його сутність він недостатній.

Зворотні (елементарно–теоретичні) аналіз і синтез широко використовуються як потужне знаряддя досягнення сутності досліджуваного явища. Операції аналізу і синтезу базуються на теоретичних судженнях, у ролі яких може виступати припущення про причинно–наслідковий зв'язок різних явищ, закономірностей.

Глибше проникнути в сутність об'єкта дає змогу *структурно–генетичні аналіз і синтез*. Цей тип аналізу і синтезу вимагає виділення у складному явищі таких елементів або ланок, які представляють центральне, суттєве в них, "основу", яка визначає всі інші сторони сутності об'єкта.

У науковому дослідженні аналіз і синтез взаємопов'язані, вони доповнюють один одного і можуть по чергову повторюватись. Результати аналізу дають змогу вивчити конкретні факти, розкрити глибину явища. Водночас, застосовуючи синтез, можна об'єднати окремі факти, створити теорію, побачити перспективи розвитку процесу, його зв'язок з іншими явищами.

Прикладом застосування взаємопов'язаних аналізу та синтезу може бути робота Дж.Уатта над паровою машиною. При аналізі він розділив її робочий цикл пароутворення на три частини: утворення, розширення та конденсація пари. Для реалізації кожної частини циклу він розробив окремі пристрої. Потім шляхом об'єднання цих пристроїв отримав парову машину, яка реалізувала під час роботи всі три частини циклу.

Індукція та дедукція. Наукова індукція – це такий умовивід, в якому загальний висновок про ознаки якоїсь множини елементів зроблений у результаті дослідження певної частини елементів цієї множини. *Дедукція* – умовивід, у якому висновок про якийсь елемент із множини робиться на основі знання загальних властивостей цієї множини.

Індукція та дедукція – взаємопротилежні методи дослідження, вони використовуються в науковому дослідженні у взаємозв'язку, доповнюючи один одного. Процес наукового пізнання здійснюється від індуктивного узагальнення до дедуктивного висновку, від перевірки цього висновку до більш глибокого узагальнення.

Найбільш поширена помилка при їхньому застосуванні – це поспішність індуктивного узагальнення, узагальнення без належного обґрунтування або за другорядними ознаками, підміна причинних зв'язків випадковою часовою послідовністю, тобто випадки необґрунтованого поширення отриманого висновку за межі тих конкретних умов, для яких він був отриманий. Наприклад, при вивченні тричлена Ейлера $y = x^2 + x + 41$ матимемо таку картину. При послідовних значеннях x : 0; 1; 2; 3; 4;...; 10 отримаємо значення y відповідно: 41; 43; 47; 53; 61; 71; 83; 97; 113; 131; 151,... тобто прості числа. Роблячи індуктивне узагальнення, будемо стверджувати, що при всіх цілих додатних x значення y буде простим числом. Однак такий індуктивний висновок буде поспішним, оскільки перевірка його показує, що при значенні $x = 40$ тричлен дорівнюватиме $y = 41^2$, тобто складному числу.

З методів теоретичного дослідження основним є *метод сходження від абстрактного до конкретного*. Сходження від абстрактного до конкретного являє собою загальну форму руху наукового пізнання, закон відображення дійсності в мисленні. Відповідно до цього методу процес пізнання розбивається на два відносно самостійні етапи.

На першому етапі відбувається перехід від конкретного в дійсності до його абстрактних визначень. Єдиний об'єкт розчленовується, описується за допомогою понять і суджень. Він ніби випаровується, перетворюючись у сукупність зафіксованих мисленням абстракцій, односторонніх визначень.

Другий етап процесу пізнання і є сходженням від абстрактного до конкретного. Сутність його полягає в русі думки від абстрактних визначень об'єкта до конкретного у пізнанні. На цьому етапі ніби відновлюється вихідна цілісність об'єкта, він відтворюється у своїй багатогранності, але вже в мисленні.

Ці два етапи пізнання дуже взаємозалежні. Сходження від абстрактного до конкретного неможливе без попереднього "анатомування" об'єкта, без руху від конкретного до абстрактного і навпаки. Таким чином, розглянутий метод є процесом пізнання, відповідно до якого мислення рухається від конкретного в дійсності до абстрактного в мисленні і навпаки – до конкретного в мисленні.

1.3. Основні закономірності розвитку наукових знань

Розглянемо *основні закономірності розвитку наукових знань*.

Зв'язок науки та виробництва є однією з основних об'єктивних закономірностей розвитку науки. Наука виросла з практики шляхом відділення процесу пізнання від безпосереднього процесу виробництва. Цей зв'язок із практикою залишився, позаяк наука не може плідно розвиватись в ізоляції. Саме розвиток виробництва, наприклад, винахід ткацьких верстатів, будівництво великих кораблів, експлуатація парових машин тощо, ставить перед наукою нові завдання, які стимулюють її розвиток. Розвиваючись на ґрунті потреб практики, наука освітлює їй шлях, створюючи теоретичну базу для успішного вирішення практичних завдань. Наприклад, винахід парової машини ґрунтується на результаті дослідження конденсації пари для отримання вакууму, парового циліндра Лейбніца та парової помпи.

Використовуючи відкриті закони природи, створюють нові технічні об'єкти, які раніше в природі не існували. Сучасна наука стала безпосередньою виробничою силою, впливаючи на всі елементи процесу виробництва: з'являються нові предмети праці і матеріали (наприклад, пластичні маси); розробляються нові засоби праці (наприклад, верстати з числовим програмним керуванням, лазерні та ультразвукові верстати); вдосконалюються технології, наприклад, створюються безперервні та безмашинні технологічні процеси.

Наслідком такого зв'язку науки та виробництва є скорочення термінів впровадження у виробництво наукового відкриття (рис. 1.3).

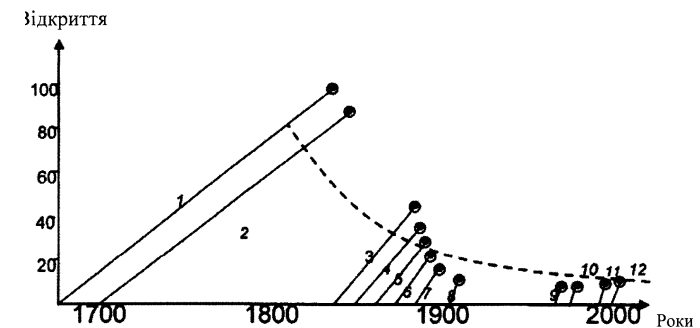


Рис. 1.3. Розподіл термінів впровадження наукового відкриття за роками:

- 1 – локомотив; 2 – фотографія; 3 – кінематограф; 4 – електродвигун;
- 5 – телеграф; 6 – радіо; 7 – автомобіль; 8 – літак; 9 – сонячна батарея;
- 10 – лазерні технології; 11 – космічні технології; 12 – нанотехнології

З іншого боку, наука розвивається відносно самостійно, без чого вона не змогла б прокласти дорогу практиці. В умовах науково-технічного прогресу здійснюється корінна перебудова науки, яка вже не вдовольняється супроводженням розвитку техніки, а випереджає її, стаючи провідною силою розвитку матеріального виробництва. Наука робить відкриття, які значно випереджають потреби практики, створюючи запас нових ідей. Ці ідеї в рамках фонду наукових знань не можуть бути відразу ж впроваджені в практику: минуть роки наполегливої праці та пошуків, поки та чи інша наукова теорія чи відкриття будуть застосовуватись у практичній діяльності.

Часто навіть автор наукової ідеї не може передбачити її важливість та галузь застосування, не бачить шляхів її впровадження. Герц вважав, що відкриті ним електромагнітні хвилі ніколи не матимуть практичного застосування. Через декілька років ці хвилі вже застосовували Марконі та Попов для передачі сигналів на відстані. Або, коли стало відомо, що збудований Стефенсоном перший локомотив розвинув швидкість, яка вдвічі перевищувала швидкість тодішніх поштових карет, то англійська газета «Квартелі ревью» написала з цього приводу таке: «Ми глибоко переконані в тому, що англійці скоріше наважаться стрибати з церковних дзвіниць, ніж погодяться скористатися транспортним засобом, який пересувається з такою шаленою і небезпечною для людського життя швидкістю. Винахід пана Стефенсона не має майбутнього!»

1.4. Визначення структури та етапів прикладного дослідження

Очевидно, що чим невизначенішими є вихідні дані, тим складнішим буде наукове дослідження. Залежно від мети – пізнавальної чи практичної – розрізняють *фундаментальні* та *прикладні* наукові дослідження. Якщо *фундаментальні дослідження* необхідні для побудови системи наукових знань, її розвитку та вдосконалення і вирішують основне завдання – *що саме* може бути застосовано в практичній діяльності людини, то *прикладні дослідження* дають відповідь на інше питання – *як саме* можуть бути застосовані вже відомі наукові знання.

Фундаментальні дослідження спрямовані на відкриття і дослідження нових явищ та законів природи. Вони розширюють та вдосконалюють систему наукових знань про навколишній світ. Результати наукових досліджень використовуються в практичній діяльності для створення нових джерел енергії, матеріалів, технологій. Ці дослідження проводяться на межі відомого та невідомого, тому вони мають найвищий ступінь невизначеності. При таких дослідженнях

напряму та об'єкту дослідження обирають методом «спроб та помилок», а зменшення кількості дослідів та термінів проведення дослідження визначаються досвідом та кваліфікацією дослідника. Відомо багато прикладів з історії розвитку науки, коли вирішальну роль у науковому відкритті відіграв випадок.

Прикладні дослідження мають на меті знаходження шляхів застосування відкритих законів та явищ природи в практичній діяльності людини для створення нових машин, технологій та речовин. Кожне наукове відкриття має пройти довгий шлях, перш ніж втілиться в технічний об'єкт. Наприклад, властивість струму лише згодом знайшла застосування в електронагрівальних приладах.

При проведенні прикладних наукових досліджень на основі наукових понять створюються цілеспрямовані технічні поняття. Наприклад, такі поняття технології металів, як твердість, жаростійкість, холодноламкість, що створені на основі понять фізики та хімії, виникли, виходячи із мети прикладної науки – отримання металу зі заданими властивостями.

Ступінь завершеності прикладного дослідження визначається придатністю його результатів для практичного застосування. Розрізняють пошукові дослідження, науково-дослідну та дослідно-конструкторську роботи.

При *пошукових дослідженнях* метою є знаходження принципово нових шляхів створення технічних систем. Це може бути нове застосування відомого закону чи явища, використання нових властивостей матеріалів.

Науково-дослідна робота забезпечує створення нових технологій, машин, приладів та матеріалів, проведення оптимізації технічних систем з метою поліпшення їхніх експлуатаційних характеристик тощо.

Дослідно-конструкторська робота полягає в створенні певної конструкції технічної системи, що забезпечує виконання потрібної функції та задовольняє певні експлуатаційні обмеження.

Проаналізуємо *структуру наукового дослідження*, проведеного Галілео Галілеєм, для вивчення вільного падіння фізичних тіл. Тоді вважалося загальноновизнаним положення Аристотеля, який стверджував, що важчі тіла падають швидше, ніж легші, бо швидкість падіння є функцією маси тіла. Галілей проаналізував твердження Аристотеля, порівнявши умови падіння важкого каменя та легкого листка. За Аристотелем, камінь має падати швидше від листка, бо він важчий, тобто швидкість каменя V_K більша від швидкості листка V_L . Подумки з'єднаймо камінь та листок. Таке об'єднання повинно мати, з одного боку, проміжну швидкість V_{K+L} його елементів, тобто: $V_L < V_{K+L} < V_K$. Але, з іншого боку, загальна маса такого об'єднання перевищить масу

каменя, тому швидкість каменя і листка, за твердженням Аристотеля, має перевищити швидкість каменя. Для розв'язання цього протиріччя Галілей висунув гіпотезу, що швидкість падіння не є функцією маси тіла, що падає. Ця гіпотеза являє собою точне формулювання задачі дослідження, яке дало змогу визначити фактори, що можуть впливати на експеримент, та фактори, вплив яких можна вважати несуттєвим. Галілей враховував при експерименті масу та форму тіла, але не взяв до уваги опір повітря, температуру повітря тощо. Гіпотеза підтвердилася під час славнозвісного експерименту на Пізанській вежі, з якої було скинуто ядро масою 80 кг та мушкетну кулю масою 200г. Обидва тіла кульової форми торкнулися поверхні Землі одночасно.

Наукове дослідження, проведене Галілеєм, має етапи, характерні і для сучасного наукового дослідження: *постановка задачі дослідження* як результат вивчення стану проблеми; *виділення досліджуваного об'єкта із оточуючого середовища*, визначення його зв'язків, діючих обмежень, параметрів, які впливають на результат дослідження; *експериментальне дослідження та опис явища* вільного падіння.

Проведемо аналіз структури наукового дослідження, якщо об'єктом є технічна система. Передусім підкреслимо його цілеспрямованість, яка визначається більш загальною метою, а саме: створенням технічної системи для виконання заданої службової функції. Значну роль тут відіграють результати наукового дослідження, подані у вигляді математичних моделей функціонування технічної системи, які використовуються для цілеспрямованого вибору кращого варіанта її конструкції чи оптимізації режимів функціонування. В цьому випадку скорочується термін проектування технічних систем, зменшується ризик прийняття неправильних рішень.

Отже, можна вважати, що процес прикладного наукового дослідження має бути підпорядкований вимогам проектування та оптимізації технічної системи. Він може бути поділений на чотири етапи:

1. Постановка задачі дослідження як результат вивчення стану проблеми та мети інженерної творчої діяльності.
2. Визначення зв'язків досліджуваного об'єкта із оточуючим середовищем, діючих обмежень, параметрів, які впливають на результат дослідження.
3. Експериментальне дослідження, побудова математичної моделі досліджуваного об'єкта, перевірка її придатності для практичного застосування.
4. Використання математичної моделі для проектування чи оптимізації технічної системи.

Розглянемо конкретний зміст кожного із цих етапів.

1.5. Обґрунтування напряму дослідження

На сучасному етапі розвитку науково-технічного прогресу технічні системи розвиваються безперервно, характеризуються високим ступенем спадковості. Кожна знову створена технічна система є результатом попередніх наукових праць, процесів, пристроїв, речовин. У механіці, фізиці та технічних науках джерелом гіпотез для побудови нових теорій, принципів завжди були старі. І.Ньютон писав: "Якщо я бачив далі від своїх попередників, то тільки тому, що я стояв на плечах гігантів".

Тому, починаючи дослідження, необхідно зробити огляд матеріалів з цієї теми та проаналізувати їх з точки зору поставленої мети наукової роботи. До таких матеріалів може належати науково-технічна (книжки, науково-технічні збірники, реферативні та інформаційні видання тощо) та патентна література (реферативні журнали та описи винаходів).

Вивчення стану проблеми є необхідним етапом наукового дослідження, бо більшість завдань дослідження виникає безпосередньо на виробництві. Сутність такого завдання зазвичай завуальована багатьма несуттєвими і другорядними фактами.

Визначення мети та напряму дослідження є важливим завданням, правильність якої в значній мірі впливає на інші етапи дослідження. Кожне нове дослідження, наукова публікація, що його відображає, виникають на ґрунті попередніх. Робота з науково-технічною літературою дає змогу визначити напрям розвитку технічної системи (об'єкта чи процесу), відділити завдання від другорядних та супутніх, здійснити декомпозицію мети дослідження і його планування.

Пошук інформації до теми дослідження в науково-технічній літературі здійснюють за допомогою каталогів. Існують каталоги трьох типів: алфавітний, систематичний, предметно-алфавітний.

Алфавітний каталог, в якому література розташовується за алфавітним порядком авторів або за алфавітним порядком публікацій (для словників, збірників, альбомів, інструкцій, звітів та будь-яких публікацій, якщо авторів більше трьох).

Систематичний каталог, в якому література розташовується за універсальним десятковим класифікатором (УДК), за яким усі галузі знань поділені на 10 класів: 0 – Загальний відділ. Наука. Розумова діяльність. Знаки і символи. Документи і публікації; 1 – Філософія; 2 – Релігія; 3 – Економіка; 4 – Вільний клас; 5 – Математика. Природничі науки; 6 – Прикладні науки. Медицина. Техніка; 7 – Мистецтво. Прикладне мистецтво. Фотографія. Музика; 8 – Філологія.

Мовознавство. Художня література. Літературознавство; 9 –
Красназнавство. Географія. Історія.

Кожен із основних класів поділено на 10 розділів, які своєю чергою – на десять підрозділів і т.д. Поняття деталізуються шляхом подовження індексів. Кожна наступна цифра не змінює змісту попередніх, а лише уточнює їх. Наприклад, розглянемо розподіл на групи і підгрупи класу прикладних наук:

УДК 62. Інженерна справа. Техніка.

УДК 621. Машинобудування.

УДК 621.7. Обробка в цілому.

Обробка в цілому. *Предметно–алфавітний каталог* використовується, коли невідомо, до якого розділу УДК належить тема дослідження. Він побудований за допомогою набору ключових понять, які розташовані в ньому в алфавітному порядку. При користуванні цим каталогом ключове поняття треба висловити максимальною кількістю слів–синонімів. Якщо в каталозі такого слова немає, то його замінюють на більш загальне поняття.

Пошук патентних матеріалів до теми дослідження також є невід'ємною частиною етапу постановки завдання дослідження, оскільки він забезпечує:

- прогнозування тенденції розвитку наукових напрямів розвитку техніки і технологій;
- оцінку технічного рівня результатів шляхом їхнього порівняння з існуючими зразками;
- перевірку патентоспроможності створених технічних систем.

Патентна документація – найбільш повне зібрання даних про науково–технічні досягнення людства за останні 250 років. Основою класифікації цієї інформації є міжнародний класифікатор винаходів (МКВ), побудова якого ґрунтується на двох принципах:

- *предметно–тематичний*, за яким об'єкти класифікуються залежно від галузі їхнього застосування;
- *функціональний*, за яким в основу класифікації покладено тотожність функцій об'єктів незалежно від галузі техніки, де об'єкт застосовується.

Система МКВ складається з 8 розділів, 20 підрозділів, 115 класів і т.д. Основні її розділи: **A** – Задоволення життєвих потреб людини; **B** – Різні технологічні процеси; **C** – Хімія і металургія; **D** – Текстиль та папір; **E** – Будівництво; **F** – Прикладна механіка, освітлення і опалення; двигуни та помпи; зброя та боєприпаси; **G** – Технічна фізика; **H** – Електрика. За предметно–тематичним принципом побудовано розділи **A, C, D, E, F, G, H**, а за функціональним – розділ **B**.

На етапі постановки завдання дослідження та вибору напрямку проведення робіт важливу роль відіграє аналіз патентів за темою дослідження за останні 5–10 років. Лише підраховуючи їхню кількість, можна зробити певні висновки:

1. Якщо кількість патентів за кожен наступний рік перевищує дані попереднього року, то напрям дослідження перспективний, а його тема – актуальна.

2. Якщо кількість патентів приблизно однакова, то необхідно створити паралельний напрям проведення дослідження, а наукову тему розширити.

3. Якщо кількість патентів з кожним роком зменшується, то тема дослідження ґрунтується на застарілих ідеях і уявленнях. У цьому випадку доцільно провести пошукове дослідження.

На кожен реальний об'єкт дослідження, технічну систему діють усі закони природи – не лише відомі, але й ще не відкриті. Тому при проведенні наукового дослідження ми змушені спрощено розглядати предмети та явища, що вивчаються, беручи до уваги тільки їхні головні, суттєві сторони. Щоб відсіяти фактори, вплив яких є несуттєвим, приймаються відповідні допущення. Багато допущень приймається несвідомо, що часто призводить до необґрунтованого розширення застосування результатів свідомого дослідження.

Складність дослідження реального об'єкта, яка приводить до того, що кожне дослідження є наближенням. Залежно від потрібної вірогідності результатів враховується більша чи менша кількість факторів.

Оскільки математична модель, отримана в результаті дослідження, не визначається однозначно вихідними умовами задачі, завжди буде корисно не вірити сліпо готовим моделям, а побудувати модель досліджуваного явища самостійно. В цьому випадку підтверджуються прийняті та виявляються неусвідомлено прийняті допущення. Отримана таким чином модель може бути порівняна з існуючими, і якщо наукові результати виявляються близькими, то таке дослідження може вважатися об'єктивним.

Науковий результат – це нові знання, одержані в процесі фундаментальних або прикладних наукових досліджень та зафіксовані на носіях наукової інформації. Вихідними даними для наукового дослідження є об'єкт і предмет. *Об'єктом* наукового дослідження є досить конкретне явище (технологія або процес), на яке спрямована наукова діяльність дослідника з метою пізнання його суті, закономірностей розвитку, можливостей використання в практичній діяльності.

При виборі об'єкта дослідження слід враховувати його особливості, які безпосередньо впливають на організацію та ефективність дослідної роботи, а саме:

- обов'язковість непізнаних якостей об'єкта на період виникнення "проблемної ситуації";
- динамічність об'єкта дослідження;
- можливість декомпозиції на складові частини і відносно самостійні окремі завдання.

Предметом наукового дослідження можуть бути причини виникнення явища, закономірності розвитку його складових, формування показників якості та надійності.

У процесі наукового дослідження виділяють такі етапи: формування понять; тверджень; висунення гіпотез; узагальнення наукових чинників; доведення правильності гіпотез і тверджень. Основою розробки наукового дослідження є методологія, тобто сукупність методів, прийомів та їхня певна послідовність прийнята для наукового дослідження.

Запитання для самоконтролю

1. Що являє собою структура методів наукового пізнання?
2. Назвіть основні поняття системи наукових знань.
3. Назвіть основні закономірності розвитку наукових знань.
4. Яка мета та особливості фундаментальних і прикладних досліджень?
5. Характеристика основних етапів прикладного наукового дослідження.
6. Принципи пошуку інформації до теми дослідження за допомогою каталогів.
7. Призначення та загальна характеристика структури міжнародного класифікатора винаходів.

Література

1. Березинська Е.Т., Удалова В.К. Бібліотечні каталоги. –Харків: Основа, 1992. – 95 с.
2. Габович А.Г., Головань С.М., Домарев В.В. та ін. Основи наукових досліджень: Підручник. /За ред. В.О. Хорошка. – К.: ДУІКТ, 2006. –173 с.
3. Ковальчук В.В., Моїсєєв Л.М. Основи наукових досліджень: Навч. посібник. – К.: „Професіонал”, 2004. –165с.
4. Крушельницька О.В. Методологія та організація наукових досліджень: Навч. посібник. – К.: Кондор, 2003. – 192 с.
5. Павлищенко М.М. Основи наукових досліджень: Навч. –метод. посібник. – Львів: Вид-во Львів. комерц. академія, 2006. – 104 с.
6. Романчиков В.І. Основи наукових досліджень: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 1997. – 134с.

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

2.1. Основні вимоги до математичних моделей технічних об'єктів та їхня класифікація.

2.2. Принципи та етапи розробки математичних моделей функціонування технічних об'єктів.

2.3. Імітаційна модель опису функціонування перевантажувального маніпулятора.

2.4. Розробка узагальнених математичних моделей (УММ) на основі математичного планування експерименту.

2.1. Основні вимоги до математичних моделей технічних об'єктів та їхня класифікація

Використання математичного моделювання при дослідженні технічних об'єктів (ТО) передбачає наявність відповідного *математичного забезпечення*, що включає математичні моделі об'єктів, а також методи й алгоритми виконання проектних процедур. При його розробці необхідно урахувати вимоги до математичних моделей, які використовуються при проектуванні, їхні класифікаційні ознаки, загальні підходи до їхньої побудови і дослідження, методичні особливості математичного моделювання при вирішенні найважливіших технічних і техніко-економічних оптимізаційних задач.

Математичні моделі (ММ) розробляються і використовуються при проектуванні ТО, вони мають відповідати багатьом вимогам, основними з яких є *універсальність, точність, адекватність і економічність*.

Універсальність ММ оцінюється її можливостями з тим чи іншим ступенем повноти відображати (моделювати) властивості реального ТО. Виконання цієї вимоги тісно пов'язане з метою математичного моделювання на конкретних етапах проектування (необхідністю моделювання відповідних властивостей об'єкта). Наприклад, необхідний рівень універсальності ММ, застосованих при функціональному проектуванні ТО, буде визначатися потребами описання моделлю робочих процесів (фізичних, інформаційних та ін.), що протікають в об'єкті. Відповідно до задач структурного проектування (конструювання) ММ характеризуються більш високим рівнем універсальності, оскільки мають забезпечувати моделювання не

тільки робочих процесів в основних елементах Т8, а й обумовлених конструкцією об'єкта динамічних характеристик, показників міцності, надійності та ін.

Прикладами універсальних ММ є комплексні математичні моделі двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ), вміщують математичні описи робочих і допоміжних процесів в усіх модулях конструкції (циліндри, механізмах, колекторах, паливній системі та ін.) і забезпечують можливості проведення різноманітних досліджень з оптимізації їхньої конструкції на ПЕОМ.

Точність ММ оцінюється ступенем збігу значень показників ТО, що моделюються, зі значеннями тих самих показників реального ТО. Найчастіше оцінюється за величиною відносної похибки ε_i моделювання, яка для кожного вихідного показника y_i може бути визначена за формулою

$$\varepsilon_i = (y_m - y_i) / y_i, \quad (2.1)$$

де y_m, y_i – відповідно отримане в результатах моделювання і дійсне значення розглянутого показника.

Якщо вихідні показники ТО характеризуються вектором $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$, то відносні похибки математичного моделювання усіх його складових визначають відповідну векторну оцінку точності ММ – $\varepsilon(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$. Її зведення до скалярної оцінки шляхом використання норми вектора ε дозволяє визначити максимальну похибку математичного моделювання

$$\varepsilon_m = \|\varepsilon\| = \max \varepsilon_j, \quad (2.2)$$

де $j \in (1, 2, \dots, m)$.

Значення ε_m розглядається як характеристика точності ММ.

Адекватність ММ оцінюється здатністю ММ відображати досліджувані властивості ТО з погрішністю не вище заданої (з заданою точністю).

У загальному плані ММ для проектування ТО забезпечує моделювання його вихідних показників $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$ в залежності від зовнішніх (вхідних) параметрів – вектора $Q(q_1, q_2, \dots, q_m)$ і внутрішніх параметрів – вектора $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$. При цьому налагодження (доведення) ММ, як правило, здійснюється за умовою мінімізації гранично припустимої погрішності моделювання ε_m в деякій номінальній точці Q_{nom} області зміни зовнішніх змінних, а при

проектуванні об'єкта ММ використовується для різних значень вхідних параметрів Q . У відзначеній ситуації необхідно враховувати, що адекватність ММ буде забезпечуватися не по всій, а тільки по визначеній області зміни зовнішніх змінних – *області адекватності* (ОА) математичної моделі.

$OA = Q | \varepsilon_m \leq \delta |$, де $\delta > 0$ – задана константа.

Наприклад, ОА більшості математичних моделей робочого процесу ДВЗ обмежують режими номінальних і близьких до них потужностей. При моделюванні режимів малих навантажень та холостого ходу адекватність ММ не гарантується.

Економічність ММ характеризується витратами обчислювальних ресурсів (в основному машинного часу і пам'яті) при математичному моделюванні на відповідних етапах проектування. З урахуванням того, що витрати часу і пам'яті при моделюванні залежать не тільки від властивостей розробленої ММ, але і від особливостей застосовуваних ПЕОМ (їхньої швидкодії, обсягів машинної пам'яті і пристроїв зовнішньої пам'яті), для оцінки економічності ММ використовують додаткові показники (наприклад: середня кількість операцій, виконаних при одному звертанні до ММ; розмірність використовуваної в ММ системи рівнянь; кількість внутрішніх параметрів ММ та ін.).

Слід відмітити, що умови досягнення високих рівнів універсальності, точності, адекватності ММ і її економічності суперечливі з точки зору одночасного забезпечення. Тому найкраще компромісне задоволення цих вимог в практиці автоматизованого проектування досягається шляхом розробки і використання не однієї, а багатьох ММ, які забезпечують потреби у математичному моделюванні на різних етапах конструювання ТО. При цьому такі ММ можуть бути згруповані за такими *класифікаційними ознаками*: характер властивостей об'єкта моделювання, що відображаються; належність до певного ієрархічного рівня описання; ступінь описання; спосіб одержання (побудови) ММ.

В залежності від характеру властивостей об'єкта дослідження ММ поділяються на функціональні та структурні.

Функціональні ММ орієнтовані на застосування при функціональному проектуванні ТО, забезпечують моделювання фізичних, інформаційних та інших процесів, що протікають у ТО при його функціонуванні. Побудова таких моделей заснована на використанні систем рівнянь, що пов'язують фазові змінні, зовнішні, внутрішні і вихідні параметри об'єкта проектування. При цьому виділення різних аспектів в описі ТВ обумовлює і різновиди ММ – теплові, механічні (динамічні), гідравлічні, електричні та ін. (наприклад, механічна ММ –

це динамічна модель для дослідження законів руху ДВЗ; теплова модель – це модель робочого процесу ДВЗ).

Структурні ММ орієнтовані на використання]при структурному проектуванні ТО та їхньому конструюванні. В залежності від призначення вони підрозділяються на топологічні та *геометричні ММ*.

Топологічні ММ відображають наявність і взаємозв'язки складових елементів ТО. Використовуються при вирішенні важливих проектно–конструкторських завдань: розробки компонування ТО (раціонального розміщення його основних агрегатів і елементів); розміщення обладнання на заданих площах і в об'ємах; складання технологічних процесів та ін.

Геометричні ММ відображають геометричні властивості об'єктів, містять (на додаток до відомостей про взаємне розташування елементів) описи геометричних форм деталей і включають: системи рівнянь ліній і поверхонь, різні алгебраїчні співвідношення, що описують робочі і допоміжні поверхні деталей; опис у виді графів і списків типових елементів конструкцій, етапів розробки й оформлення конструкторської документації.

Характерним для топологічних ММ є їхнє використання на вищих ієрархічних рівнях проектування ТО, а для геометричних ММ – на нижчих, більш деталізованих рівнях (конструювання й оформлення конструкторської документації).

За приналежністю до ієрархічного рівня розрізняють ММ на мікрорівні, макрорівні і метарівні.

Особливістю *ММ на мікрорівні* є опис процесів у ТО, що протікають у неперервному просторі і часі. Їхньою основою є відповідні системи диференціальних рівнянь у часткових похідних, незалежними змінними в яких є просторові координати і час. Характеризуються високою складністю, обумовленою необхідністю опису процесів у суцільному середовищі і заданими крайовими умовами (моделювання полів механічних напруг і деформацій деталей, температур і температурних напружень та ін.).

Більше поширення в дослідженні та розв'язанні проектно–конструкторських задач одержали *ММ на макрорівні*, засновані на використанні квазістатичних методів розрахунку і систем звичайних диференціальних рівнянь (замість безупинного простору і часу перехід до дискретних значень за функціональними ознаками). Застосовуються при математичному моделюванні робочих, динамічних та інших процесів, що протікають у ТО (у задачах, розв'язуваних на середніх і більш високих ієрархічних рівнях проектування).

ММ на метарівні в основному розробляються для складних технічних систем, що поєднують об'єкти з різними принципами дії, орієнтовані на вирішення завдань управління такими системами (наприклад, робототехнічних систем і гнучких автоматизованих виробництв).

Слід відзначити, що ММ на макро- і мікрорівнях можуть використовуватися як при структурному, так і при функціональному проектуванні ТО (тобто відноситися до структурних чи функціональних ММ).

За ступенем деталізації опису об'єкта дослідження усередині одного ієрархічного рівня ММ підрозділяються на повні ММ і макромоделі (узагальнені ММ).

Повні ММ містять опис всіх елементів конструкції ТО і міжелементних зв'язків, найбільш повно відповідають вимогам універсальності, дозволяють проводити багатопланові дослідження. Відрізняються високою складністю і значними витратами на розробку ММ і її використання.

Макромоделі – математичні моделі, в яких містяться описи тільки обмеженого числа основних елементів і зв'язків (укрупнений опис об'єкта, без розкриття внутрішніх процесів і особливостей конструкції). Набули широкого застосування при проведенні початкового пошуку (оцінки) оптимального проектного рішення, що потім підтверджується за допомогою повної ММ. Такий підхід дозволяє підвищити економічність математичного моделювання при проектуванні ТО.

За способом представлення властивостей об'єкта виділяють аналітичні, алгоритмічні та імітаційні ММ.

До аналітичних відносяться моделі, побудовані на основі апарата математичного програмування, кореляційного та регресійного аналізу. Аналітична модель завжди являє собою формальну конструкцію, яку можна проаналізувати і розв'язати математично. Так, якщо використовується апарат математичного програмування, то модель складається із цільової функції і системи обмежень на перемінні. Цільова функція, як правило, виражає ту характеристику системи, що потрібно обчислити або оптимізувати. Зокрема, це може бути продуктивність системи. Перемінні виражають технічні характеристики системи, що варіюються, обмеження – їхні припустимі граничні значення. Процес, що відбувається на об'єкті, не має прямого аналога в аналітичній моделі. Аналітичні моделі є ефективним інструментом для розв'язання задач оптимізації або обчислення характеристик виробничих систем. Однак у ряді практичних задач застосування аналітичних моделей складно через їхню велику розмірність.

Наприклад, для визначення або оптимізації продуктивності і завантаження обладнання виробничої гнучкої системи необхідно вирішити задачу складання розкладу її функціонування. Часто для реальних технологічних систем розмірність цієї задачі настільки велика, що одержання оптимального рішення виявляється досить складним з обчислювальної точки зору. Для підвищення обчислювальної ефективності використовують різні прийоми. Один з них пов'язаний з розбивкою задачі великої розмірності на підзадачі меншої розмірності так, щоб автономні рішення підзадач у певній послідовності давали рішення основної задачі. При цьому виникають проблеми організації взаємодії підзадач, які не завжди виявляються простими.

Ці ММ найбільш повно задовольняють критерій економічності, однак можуть створюватися лише для відносно простих механізмів, наприклад, захоплюючих пристроїв передавальних механізмів маніпуляторів. Модельовання їхньої кінематики здійснюється на основі відомих аналітичних залежностей для обчислення переміщень, швидкостей і прискорень виконавчих ланок.

Розробка аналітичної моделі вузла ТО середньої складності вже пов'язана з необхідністю прийняття численних істотних припущень, обмежень, що обумовлює значне зниження точності і звуження області адекватності ММ.

Алгоритмічні ММ відображають зв'язок вихідних показників ТЗ із зовнішніми і внутрішніми параметрами у формі відповідних алгоритмів. Такі ММ одержали переважне використання при проектуванні ТО і проведенні дослідження складних елементів.

Типова алгоритмічна ММ базується на системах рівнянь, в яких фігурує вектор фазових змінних. Наприклад, така система має вид $LV(Z) = f(Z)$, де: L – деякий оператор; Z – вектор незалежних змінних; $V(Z)$ – вектор фазових змінних; $f(Z)$ – задана функція незалежних змінних (вихідних показників).

При цьому вектор $V(Z)$ характеризує фізичний або інформаційний стан об'єкта, а їхні зміни у часі – перехідні процеси, що протікають в об'єкті. Така система рівнянь у ММ має доповнюватися алгоритмом обраного чисельного методу її рішення.

При проектуванні ТЗ широко застосовуються *імітаційні ММ* – алгоритмічні ММ, що описують поведінку досліджуваного об'єкта у часі при заданих зовнішніх впливах на нього (імітують його роботу в заданих умовах).

Істотною характеристикою таких моделей є структурна подoba об'єкта і моделі. Це значить, що кожному істотному з погляду

розв'язуваної задачі елементу об'єкта ставиться у відповідність елемент моделі. При побудові імітаційної моделі описуються закони функціонування кожного елемента об'єкта та зв'язки між ними. Робота з імітаційною моделлю полягає в проведенні імітаційного експерименту. Процес, що протікає в моделі в ході експерименту, подібний до процесу в реальному об'єкті. Тому дослідження об'єкта на його імітаційній моделі зводиться до вивчення характеристик процесу, що протікає в ході експерименту.

Для формального представлення ТО при імітаційному моделюванні звичайно використовується схема з дискретними подіями. При цьому процес функціонування системи в часі ототожнюється з послідовністю подій, що виникають у системі відповідно до закономірностей її функціонування. У формальне поняття «подія» вкладається конкретний значеннєвий зміст, обумовлений цілями моделювання. Цінною якістю імітації є можливість управляти масштабом часу. Динамічний процес в імітаційній моделі протікає в так званому системному часі, що імітує реальний час. При цьому перерахування системного часу в моделі можна виконувати двома способами: перший полягає в «прямуванні» за часом з деяким постійним кроком Δt , другий – в «прямуванні» за часом від події до події. Вважається, що в проміжках часу між подіями в моделі змін не відбувається.

Крім реального та системного часу існує ще один тип часу – машинний, тобто час, за який реалізується імітаційний експеримент. При імітаційному моделюванні виробничих систем, як правило, прагнуть «стиснути» реальний час, тобто тривалість процесів у моделі, вимірювана машинним часом, значно менше тривалості тих самих процесів у реальному об'єкті. Це дає можливість вивчати функціонування ТО на досить тривалих інтервалах часу.

Таким чином, основне призначення імітаційного моделювання полягає в такому:

- виділити найбільш істотні перемінні, оцінити ступінь впливу їхньої зміни на досліджувані параметри системи, а також визначити технологічні й організаційні фактори, що найбільш істотно впливають на показники функціонування ТО;
- вивчити вплив різних техніко–економічних змін на показники функціонування ТО;
- оцінити різні варіанти технічних рішень і стратегій управління при пошуку оптимальної структури ТО.

Очевидно, аналогічні задачі можна вирішувати й за допомогою аналітичних методів, однак імітація дозволяє працювати з моделями

великої розмірності, ураховувати обмеження і умови, які важко або неможливо включити в аналітичну модель, а також представляти результати моделювання в наочній формі, що легко інтерпретується. Однак це не значить, що імітаційне моделювання може замінити аналітичне. Проведення імітаційного експерименту часто виявляється трудомісткою і тривалою процедурою. Тому на практиці при розв'язанні задач аналізу і синтезу ТО аналітичне та імітаційне моделювання поєднують у комплексну процедуру. Аналітичне моделювання в такій процедурі використовують для швидкого, але наближеного оцінювання основних характеристик ТО, що дозволяє усунути найбільш істотні неточності проектування, збалансувати продуктивність окремих елементів, спрогнозувати показники надійності і сформулювати вимоги до системи керування. Імітаційне моделювання займає більше часу і дозволяє визначити указані характеристики та з більш високим ступенем точності.

За класифікаційною ознакою *способу побудови ММ* використовуються неформальні та формальні методи.

Неформальні методи використовуються на різних рівнях проектування для отримання ММ окремих елементів, модулів конструкції, ТО у цілому на основі вивчення закономірностей процесів і явищ, що в них відбуваються.

Формальні методи передбачають отримання загальної ММ на основі математичних описань, залежностей, моделей, що вже розроблені (існують).

Орієнтуючись на неформальні методи, *за способом одержання математичні моделі розподіляються на теоретичні й емпіричні ММ*.

Теоретичні ММ одержують на основі теоретичного дослідження внутрішньосистемних процесів і закономірностей, властивих розглянутому класу ТО і явищ (на теоретичній основі складається математичний опис всіх елементів ТО і зв'язків між ними).

На відміну від теоретичних, *емпіричні ММ* одержують на основі вивчення (спостереження) зовнішніх проявів властивостей ТО за допомогою вимірювань вхідних параметрів Q і відповідних вихідних показників Y з наступною обробкою результатів і одержанням емпіричної моделі (залежності) виду $Y = F(Q)$. Такий підхід пов'язаний з використанням поняття "*чорної шухляди*", в якій не розкривається механізм внутрішньосистемних процесів, що протікають у ТО.

Слід відзначити, що описаний підхід забезпечує оперативне одержання достатньо точних емпіричних ММ за наявності близьких до досліджуваного ТО існуючих аналогів, а використання при розв'язанні

таких задач сучасних методів планування експерименту забезпечує високу економічність як одержання, так і застосування ММ при дослідженні та проектуванні.

2.2. Принципи та етапи розробки математичних моделей функціональних систем технічних об'єктів

Широке застосування методу сіток Петрі для моделювання складних ТО дискретної дії обумовлено його можливістю наочно відображати структуру, асинхронність та ієрархічність об'єктів, що моделюються, використовуючи при цьому засоби комп'ютерної візуалізації.

В зв'язку з тим, що графічне зображення і аналіз сіток Петрі базуються на графах, розглянемо основні визначення і поняття із їхньої теорії.

Граф $G = (N, A)$ – це множина N вузлів (вершин) і зв'язуючих її ребер A . Граф може бути орієнтованим (орграфом), якщо ребра мають певний напрямок, і неорієнтованим або змішаним.

Сітка – це різновид орієнтованого графа, його ще називають "зважений орієнтований граф", бо вузли з'єднуються стрілками, які показують напрямок потоку, що передається від одного вузла іншому. При цьому кожен вузол і кожне ребро характеризується певними ваговими коефіцієнтами.

Маршрут – послідовність суміжних ребер. Суміжними вважаються ребра, інцидентні одній і тій же вершині, або вершини інцидентні одному й тому ж ребру. В загальному випадку у маршруті можуть бути повторні ребра і вершини.

Ланцюг – маршрут, у якому всі ребра різні.

Цикл – замкнений ланцюг.

Граф є зв'язковим, якщо можна вказати маршрут, що охоплює всі вершини.

Дерево графа – зв'язний граф, що не має циклів.

Фундаментальне дерево – зв'язний граф, що не має циклів, тобто фундаментальне дерево охоплює всі вершини графа і не утворює жодного циклу.

Гілки дерева – ребра графа, що ввійшли в дерево.

Хорди – ребра графа, що не ввійшли в дерево.

На рис. 2.1,а представлено приклад зв'язного графа, а на рис. 2.1,б – його фундаментальне дерево. Гілками дерева будуть ребра б, г, е, ж, і, хордами – ребра а, в, д, к.

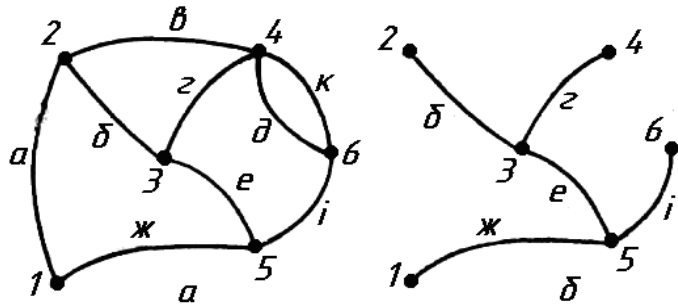


Рис. 2.1. Граф – а і його фундаментальне дерево – б

Граф несе інформацію про зв'язки в об'єкті, зручну для сприйняття людиною, але для обробки на ЕОМ потрібна інформація числового характеру. Представити граф у такому виді можна за допомогою матриці інциденцій, що кодує орієнтований граф так: кожному вузлу графа (крім одного, названого базовим) відповідає один рядок, кожному ребру – один стовпець, у стовпці записується +1 на перетинанні з рядком вузла, з якого ребро спрямоване, і -1 на перетинанні з рядком вузла, до якого воно спрямовано, інші елементи цього стовпця дорівнюють 0. Базовому вузлу в матриці інциденцій ніякий рядок не відповідає. У якості базового може бути обрано довільний вузол.

Матриці, що містять нульові елементи, називаються розрідженими матрицями. Матриці інциденцій є надто розрідженими, причому розрідженість зростає із збільшенням їхнього розміру.

У табл. 2.1 представлено матрицю інциденцій для графа, показаного на рис. 2.1 (за базовий прийнято вузол 3).

Таблиця 2.1

Матриця інциденцій

Вузли	Гілки								
	а	б	в	з	д	е	ж	і	к
1	+1						+1		
2	-1	-1	+1						
4			-1	+1	-1				-1
5						-1	-1	-1	
6					+1			+1	-1

Основні визначення сіток Петрі. Сітка Петрі формально може бути представлена функціоналом виду

$$N = (P, T, F, H, \mu_0),$$

де P – скінченна непуста множина позицій (станів); T – скінченна непуста множина переходів (подій); $F: P \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$; $H: P \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ – функції вхідних і вихідних інцидентій; $\mu_0: P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ – початкове маркування (розмітка) сітки.

Графічним зображенням сітки Петрі є орієнтований граф з двома типами вершин (рис. 2.2).

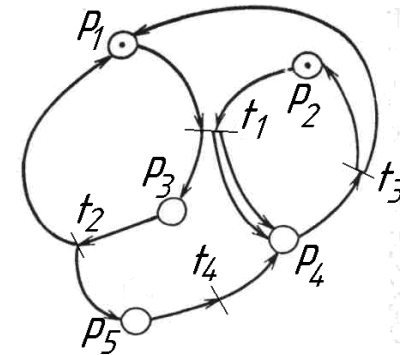


Рис. 2.2. Графічне зображення мережі Петрі

Вершини $p \in P$ зображуються колами, а вершини $t \in T$ – рисками (бар'єрами). Дуги відповідають функціям інцидентності позицій і переходів. Множини вхідних і вихідних позицій переходу $t \in T$ звичайно позначають відповідно $(^*t)$, (t^*) , а множини вхідних і вихідних переходів для позиції $p \in P$ позначають відповідно $(^*p)$, (p^*) .

При маркіруванні всім позиціям мережі Петрі приписуються деякі натуральні числа. На графі маркірування відображається наявність або відсутність в колах точок, називаних маркерами. При цьому число маркерів у позиції дорівнює значенню функції $\mu: P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$. Якщо потужність множини P дорівнює n , то маркірування можна представити n – мірним вектором, значення координат якого дорівнюють числу маркерів у відповідних позиціях.

Перехід від одного маркірування до іншого здійснюється за допомогою спрацювання переходів. Перехід t може спрацювати при маркіруванні μ , якщо він є збудженим, тобто

$$\mu(p) - F(p, t) \geq 0, \forall p \in P. \quad (2.3)$$

Ця умова означає, що в кожній вхідній позиції переходу t число маркерів не менше ваги дуги, що з'єднує цю позицію з переходом. У результаті спрацювання переходу t , що задовольняє умові (2.3), маркірування μ замінюється маркіруванням μ' за таким правилом:

$$\mu'(p) = \mu(p) - F(p, t) + H(p, t), \forall p \in P.$$

Таким чином у результаті спрацювання із всіх вхідних позицій переходу t вилучається $F(p, t)$ маркерів і в кожен вихідну позицію додається $H(p, t)$ маркерів. Це означає, що маркірування μ' безпосередньо досягне з маркірування μ і позначається $\mu \xrightarrow{t} \mu'$. Функціонування мережі Петрі – це послідовна зміна маркірувань у результаті спрацювання збуджених переходів. Стан мережі в цей момент часу визначається її поточним маркіруванням.

Важливим поняттям мережі Петрі є *граф досяжності*, за допомогою якого описуються можливі варіанти функціонування мережі. *Графом досяжності* називається граф, вершинами якого є можливі маркірування. Маркірування μ й μ' з'єднуються спрямованою дугою, позначеною символом переходу $t \in T$, якщо $\mu \xrightarrow{t} \mu'$. Якщо для деякого маркірування жоден з переходів спрацювати не може, то таке маркірування називається тупиковим. Маркірування μ' є досяжним з маркірування μ , якщо існує така послідовність переходів $\tau = (t_1, t_2, \dots, t_k)$, що $\mu \xrightarrow{t_1} \mu_1 \xrightarrow{t_2} \dots \xrightarrow{t_k} \mu'$.

Множина всіх маркувань, досяжних з початкової, називається *множиною досяжності мережі Петрі* та позначається $R(N)$.

Будь-яка позиція або перехід мережі можуть інтерпретуватися як мережа Петрі більш низького рівня. Це дозволяє організувати багатопарові ієрархічні мережні структури [2].

У мережі Петрі два збуджених не взаємодіючих переходи можуть спрацювати незалежно один від одного, тому моделям, що використовують мережі Петрі, властиві паралелізм або одночасність.

Залежно від топології мережа Петрі називається:

– автономною мережею, якщо для кожного $t \in T$ є не більше однієї вхідної і не більше однієї вихідної позиції, тобто $|{}^*t| = |t^*| = 1$;

– маркірованим графом, якщо для кожного $p \in P$ є тільки один вхідний і один вихідний переходи, тобто $|^*p| = |p^*| = 1$;

– мережею вільного вибору, якщо для кожного $t_i \in T$ і для кожного $p_i \in {}^*t_i$ позиція p_i є або єдиною вхідною позицією переходу t_i , тобто $p_i = 1$, або цей перехід має єдину вхідну позицію, тобто $|^*t_i| = 1$ (якщо два переходи мають загальну вхідну позицію, то ця позиція єдина для кожного з них). Розрізняють також прості мережі, у яких будь-яка пара переходів $t_i, t_j \in T$ має не більше однієї загальної вхідної позиції (тобто $|^*t_i \cap t_j^*| \leq 1$), і безконфліктні мережі, у яких для кожної позиції $p \in P$ існує не більше однієї вихідної дуги $|p^*| \leq 1$ або для всіх $t \in T$ виконується умова $t \in {}^*p$ (тобто будь-яка позиція, що є вхідною більш ніж для одного переходу, є також вхідною для кожного такого переходу).

2.3. Імітаційна модель опису функціонування переважувального маніпулятора

При побудові моделей опису об'єктів мовою мереж Петрі використовується принцип *структурної подоби*, що полягає в тім, що кожному структурному елементу об'єкта ставиться у відповідність набір позицій, що однозначно характеризують певний стан елемента.

Розглянемо модель функціонування маніпулятора, призначеного для транспортування деталі з позиції А в позицію В, рис. 2.3.

Маніпулятор має два ступені вільності: він може переміщатися вправо–вліво та вгору–вниз за допомогою двигунів горизонтального переміщення Z й вертикального переміщення X. Його захватний пристрій закривається і відкривається за допомогою обертання двигуна G. Рух маніпулятора по вертикалі обмежено координатами z_1 й z_2 , а по горизонталі – координатами x_1 й x_2 . При досягненні цих координат відповідні контакти замикаються. При захваті деталі замикається контакт g_2 , а при відпусканні – контакт g_1 . При наявності деталі на площадках А і В замикаються відповідно контакти d_1 або d_2 .

Транспортування деталі можливе, якщо d_1 замкнуті (деталь перебуває на площадці А, а d_2 розімкнуті (площадка В вільна). У

початковому положенні захватного пристрою контакти x_1 , z_2 і g_1 замкнуті (захватний пристрій закритий, координати x_1 , z_2).

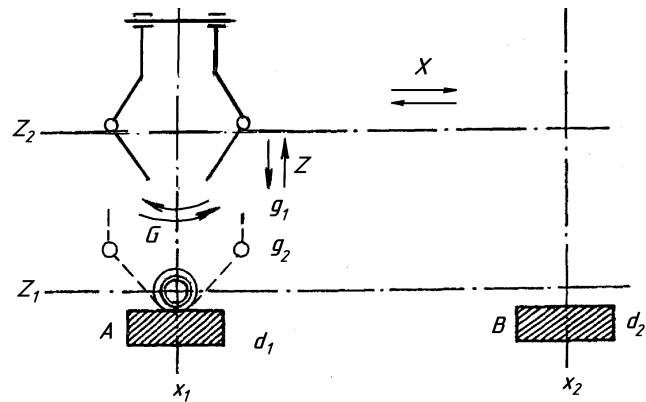


Рис. 2.3. Схема зони функціонування маніпулятора

Двигун Z після пуску вниз або вгору працює до повної зупинки в положеннях z_2 або z_1 . Одним з варіантів моделі, що описує його функціонування, є мережа Петрі, зображена на рис. 2.4.

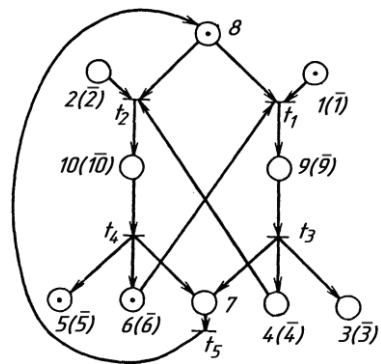


Рис. 2.4. Модель двигуна Z

Позиції 1, 2 описують умови запуску двигуна вниз і вгору відповідно. Наявність маркерів у позиціях 3 і 4 позначає замкнутість

контакту z_1 , а в позиціях 5 і 6 – контакту z_2 . Маркер у позиції 7 позначає замкнутість або z_1 , або z_2 . Позиція 8 моделює зупинку двигуна, а позиції 9, 10 – рух вниз або вгору відповідно. Цим позиціям встановлено час затримки маркера, що дорівнює часу переміщень між крайніми положеннями. Нехай маркери знаходяться у позиціях 5, 6, 8. Запуск двигуна (вниз) може відбутися тільки після появи маркера в позиції 1. При спрацьовуванні переходу t_1 маркер з'являється в позиції 9, що означає рух захватного пристрою вниз. Після спрацьовування переходу t_3 (замикання контакту z_1) і переходу t_5 маркери надходять у позиції 3, 4, 8. Отримане маркірування є вихідною для запуску двигуна вгору. Позиції 4, 6, 7 уведені для імітації власне процесів управління двигуна Z , а позиції 3 і 5 – для імітації процесу керування маніпулятором.

Робота двигуна X також може бути змодельована мережею, представленою на рис. 2.4. При цьому позиції $\bar{1}, \bar{9}, \bar{4}, \bar{3}$ моделюють рух вправо, а позиції $\bar{2}, \bar{10}, \bar{5}, \bar{6}$ – вліво. Функціонування мережі при моделюванні роботи двигуна X аналогічне описаному вище функціонуванню при моделюванні роботи двигуна Z .

Модель роботи двигуна G представлено на рис. 2.5.

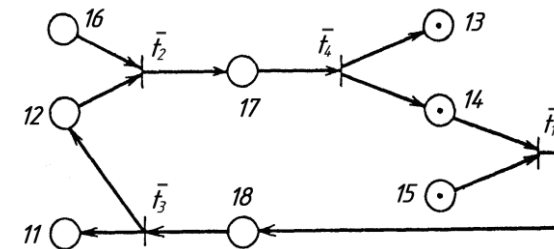


Рис. 2.5. Модель двигуна G

Позиції 11, 12 моделюють стан "захватний пристрій закритий", а позиції 13, 14 – "захватний пристрій відкритий". Маркери в позиціях 15, 16 – команди на виконання одного із цих станів. Позиції 17, 18 відповідають перехідним режимам з одного стану в інший. Цим позиціям встановлено час затримки, що дорівнює часу перебування захватного пристрою у відповідних станах. Нехай маркери знаходяться у позиціях 13 і 14 (захватний пристрій відкритий). Прихід

маркера в позицію 15 змусить спрацювати перехід t_1 , що моделює початок захвата деталі. У результаті спрацювання \bar{t}_1 маркер з'являється в позиції 18 (перехід із стану «відкритий» у стан «закритий»). Потім спрацьовує перехід t_3 , що переводить захватний пристрій у закритий стан (маркери в позиціях 11, 12). Це маркірування є вихідною для запуску двигуна, що відкриває схват захватного пристрою. Позиції 12, 14 необхідні для імітації власне процесів керування двигуном G , а позиції 11, 15 – для імітації процесу керування маніпулятором.

Модель функціонування маніпулятора зображена на рис. 2.6. Початкове маркірування мережі відповідає початковому стану маніпулятора (x_1, z_2, g_2) і умовам: деталь перебуває на площадці A , площадка B вільна.

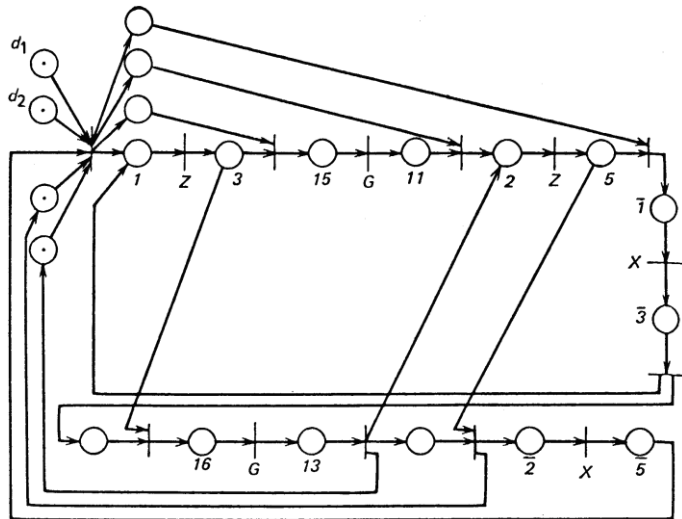


Рис. 2.6. Модель функціонування маніпулятора

З вихідного положення робота маніпулятора здійснюється за циклом: «вниз за деталлю», «взяти деталь», «вгору з деталлю», «вправо з деталлю», «вниз із деталлю», «відкрити захватний пристрій», «вгору без деталі» і т.д. Повторення циклу здійснюється у випадку, якщо на місці A з'явиться нова деталь, а з місця B буде прибрана деталь, перенесена туди раніше. Мережа Петрі, наведена на рис. 2.6, є

ієрархічною. Двигуни Z , X , G у мережі моделюються наборами переходів, позначених відповідними символами. Будь-який з переходів Z , X , G з інцидентними йому вхідними та вихідними позиціями інтерпретується як процес, що відбувається у двигунах Z , X , G .

Тому при необхідності указані переходи можуть бути замінені моделями, зображеними на рис. 2.4, 2.5.

Шляхом композиції цих моделей будується загальна модель.

Спрощена структурна схема імітаційного експерименту з моделями описаного типу включає два етапи: генерація моделі та її імітація (рис. 2.7).

Генерація моделі полягає в установці початкових значень таймерів, поставлених у відповідність позиціям, для яких час затримки маркерів не дорівнює нулю.

Імітація складається із чотирьох основних процедур.

Перша процедура – визначення часу найближчої події, тобто мінімального із всіх значень, записаних у цей момент у таймерах. Для цього вводиться вектор перемінного часу $\theta_n = (\theta_n(p_1), \dots, \theta_n(p_n))$, який перераховується на кожному кроці роботи алгоритму. Тут $\theta_n(p_i)$ – час, записаний у даний момент у таймері позиції p_i і дорівнює часу, що залишилося до моменту, коли маркер може залишити позицію. Цей час дорівнює нулю, якщо час затримки минув або в p_i немає маркерів.

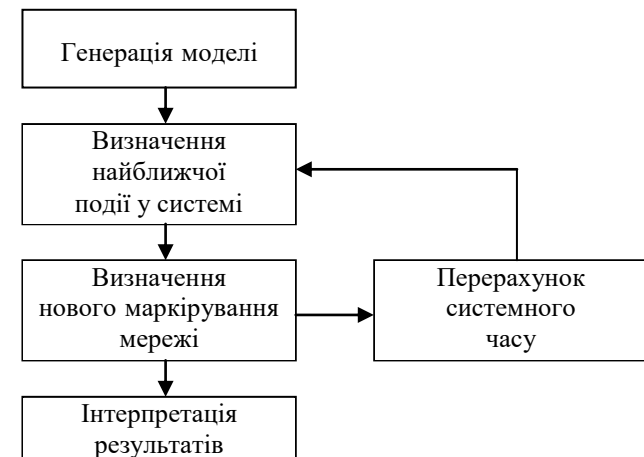


Рис. 2.7. Структурна схема імітаційного експерименту

Друга процедура – визначення нового маркірування мережі – виконується за формулою (2.3).

Третя процедура – перерахунок системного часу – полягає в зміні значень часу, записаних у даний момент у таймерах.

Четверта процедура – інтерпретація результатів – визначається з метою імітаційного експерименту. Найчастіше при аналізі технічних систем метою експерименту є визначення продуктивності системи на заданому інтервалі часу, середнього часу простою устаткування, диференційованого з причин простою, коефіцієнта завантаження встаткування та інших характеристик. Визначення таких характеристик пов'язане з аналізом вектора розмітки мережі на кожному кроці за спеціальним алгоритмом.

Коротко викладені загальні принципи розробки імітаційних моделей ілюструють можливості використання мереж Петрі для моделювання функціонування складних ТО дискретної дії.

2.4. Розробка узагальнених математичних моделей (УММ) на основі математичного планування експерименту

Розглянуті у попередніх розділах теоретичні ММ базуються на системах рівнянь виду $V = P(Q, X)$, що описують залежність вихідних показників ТО (вектор Y) від його вхідних (вектор Q) та внутрішніх (вектор X) параметрів. Такі ММ одержують на основі теоретичних або експериментальних досліджень внутрішньосистемних процесів, закономірностей, явищ, що відбуваються у розглядуваному ТО. За результатами досліджень складаються математичні описи усіх елементів конструкції ТО і зв'язків між ними.

Поряд з такими ММ при автоматизованому проектуванні і конструюванні ТО широко застосовуються узагальнені ММ (макромоделі, регресійні ММ), при отриманні яких ТО умовно представляються у виді "чорної шухляди" (рис. 2.8). Шляхом реєстрації фазових змінних на вході (параметрів вектора Q) і виході (показників вектора Y) та наступної обробки отриманих результатів формуються УММ – залежності виду $Y = F(Q)$, в яких не розкривається механізм внутрішньосистемних процесів, що протікають у ТО.

Доцільність використання таких УММ при вирішенні проектно-конструкторських завдань визначається малими витратами часу і коштів на їхнє отримання, простотою і точністю математичних описів об'єктів, високою гнучкістю (добре сполучаються з ММ різних ієрархічних рівнів).

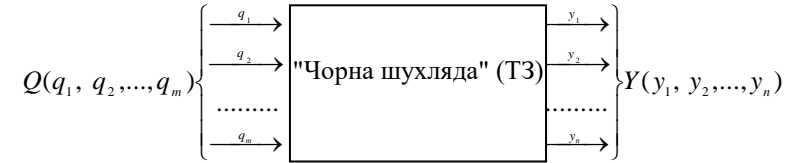


Рис. 2.8. Формування УММ технічних об'єктів виду $Y = F(Q)$

Одним з перспективних напрямків одержання УММ є використання сучасних *методів математичного планування експерименту* (МПЕ). Ці методи передбачають проведення експериментальних або розрахункових досліджень на основі відповідного математичного плану, який визначає мінімальну кількість експериментів або розрахунків, необхідних для отримання простих і точних УММ.

Наприклад, для дослідження впливу тільки на один з показників y_1 чотирьох параметрів q_1, q_2, q_3, q_4 (з 5 фіксованими значеннями кожного) необхідно провести $5^4 = 625$ експериментів або розрахунків. В той же час така задача може бути оперативно розв'язана за допомогою УММ виду $y_1 = f(q_1, q_2, q_3, q_4)$, для отримання якої з використанням методів МПЕ необхідно провести тільки 25 експериментів або розрахунків. При цьому УММ забезпечує оперативне визначення показника y_1 при будь-яких значеннях змінних параметрів q_i в межах заданих границь їхнього варіювання.

В методичному плані отримання УММ з використанням методів МПЕ передбачає таку послідовність дій:

1. З урахуванням виду об'єкта і мети дослідження визначаються показники y_n змінні параметри (фактори) і вид УММ – $y_m = f(q_1, q_2, \dots, q_m)$. Встановлюються інтервали варіювання факторів та виконується їхнє нормування.

2. В залежності від числа факторів q_m і виду УММ обирається (із довідника з МПЕ) відповідна матриця планування і складається математичний план проведення дослідження, який задає необхідні значення факторів q_m .

3. У відповідності з математичним планом проводиться експериментальне або розрахункове дослідження, формуються масиви отриманих показників y_n .

4. На основі відповідних масивів показників y_n визначаються параметри (коефіцієнти) УММ виду $y_n = f(q_1, q_2, \dots, q_m)$.

Перевіряється (при необхідності забезпечується) адекватність отриманих УММ. Оцінюється значимість коефіцієнтів УММ.

5. Знайдені УММ використовуються при розв'язанні проектно-конструкторських задач.

При виборі змінних факторів слід урахувати, що згідно з математичним планом одночасно змінюються числові значення декількох факторів. Тому обрані фактори мають відповідати таким основним вимогам:

- сумісності – всі комбінації значень факторів, які задаються за планом, мають бути здійсненими і безпечними;
- незалежності – має забезпечуватися можливість установаження заданого значення фактора незалежно від значень інших факторів;
- відсутності лінійної кореляції (взаємозв'язків) між факторами.

Для універсального запису математичних планів (матриць планування) вводяться нормовані значення факторів x

$$x = \frac{q - q_n}{\Delta q}, \quad (2.4)$$

де $q_n = \frac{q_{\max} + q_{\min}}{\Delta q}$ – початковий (нульовий) рівень змінної q ,

q_{\max}, q_{\min} – відповідно максимальне та мінімальне значення змінної q (границі заданого інтервалу варіювання);

$$\Delta q = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{k} \text{ – крок варіювання змінної } q,$$

k – число цілих ділянок, на які розбито інтервал варіювання змінної q . Найчастіше $k=2$, тобто змінні варіюються на трьох рівнях.

Перехід до нормованих факторів x_m забезпечує простий зв'язок з їхніми дійсними значеннями q_m , що дозволяє складати математичний план, маючи відповідну матрицю планування:

Дійсні значення фактора q_m	$q_{m \min}$	$q_{m u}$	$q_{m \max}$
Відповідні нормовані значення x_m	-1	0	+1

Найбільше поширення у практиці отримання УММ для проектування ТО отримали ортогональні математичні плани другого порядку, використання яких передбачає одержання УММ у виді поліномів другого ступеня

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i q_i + \sum_{i=1}^m a_{ij} q_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i < j)}}^m a_{ij} q_i q_j. \quad (2.5)$$

З урахуванням того, що теорія МПЕ базується на методах математичної статистики, при проведенні експериментальних досліджень необхідно здійснювати *рандомізацію* експериментів, які задаються планом – встановлювати випадкову черговість проведення експериментів за планом. При цьому можуть бути використані довідкові таблиці випадкових чисел або генератор випадкових сигналів.

Коефіцієнти УММ визначаються за допомогою спеціальних програм, які забезпечують розв'язок системи нормальних рівнянь, наведених нижче у матричній формі

$$C \cdot A = X_T \cdot Y, \quad (2.6)$$

де $C \cdot A = X_T \cdot X$ – інформаційна матриця; X – матриця планування; X_T – транспонована матриця; A – матриця – стовпець коефіцієнтів УММ; Y – матриця–стовпець отриманих за планом значень (масиву) показника y_n .

Після визначення коефіцієнтів здійснюється перевірка адекватності УММ. У більшості випадків з цією метою обраховується величина дисперсії адекватності S_{ao} і контролюється умова $S_{ao} \leq [S_{ao}]$. Для розрахунків S_{ao} використовується формула

$$S_{ao} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{f_{ao}}}, \quad (2.7)$$

де n – число заданих планом необхідних експериментів (або розрахунків);

y_i, y_{ip} – значення показника y , які отримані при i - му експерименті за планом або шляхом розрахунків за допомогою УММ;

$f_{ao} = n - m - 1$ – число ступенів вільності S_{ao} (m – число змінних q_m).

Більш універсальною є перевірка адекватності УММ за допомогою критерію Фішера F .

Ознакою адекватності є виконання умови для розрахункового значення F – критерію:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} \leq F_{(0,05;f_{ad};f_y)}, \quad (2.8)$$

де $S_y = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{f_y}}$ – дисперсія відтворюваності значень

показників; $f_y = n$ – число ступенів вільності S_y ; $F_{(0,05;f_{ad};f_y)}$ – табличне (довідкове) значення критерію Фішера при 5%-му рівні значимості α для відповідних значень $f_{ad}; f_y$ (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Розподіл Фішера при 95 % рівні довірчої імовірності

f_{ad}	f_y										
	1	2	3	4	5	6	10	20	50	100	∞
1	161,0	200,0	216,0	225,0	230,0	234,0	242,0	248,0	252,0	253,0	254,0
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,39	19,39	19,44	19,47	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,78	8,66	8,58	8,56	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	5,96	5,80	5,70	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,74	4,56	4,44	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,06	3,87	3,75	3,71	3,67
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,34	3,15	3,03	2,98	2,93
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	2,97	2,77	2,64	2,59	2,54
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,35	2,18	1,96	1,90	1,84
40	4,08	3,23	2,83	2,61	2,45	2,34	2,07	1,84	1,66	1,59	1,51
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	1,92	1,68	1,48	1,39	1,28
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,83	1,57	1,35	1,24	1,00

У разі незадовільних результатів, наведених вище перевірок, адекватність УММ може досягатися шляхом звуження інтервалів варіювання змінних q_m , або завдяки використанню математичних планів, де змінні варіюються не на трьох, а на п'яти рівнях.

Досвід використання УММ при конструюванні ТО вказує на доцільність оцінювання значущості їхніх коефіцієнтів a_i , що дозволяє виділити роль того чи іншого фактора у формуванні величини показника у в розглядуваній області факторного простору.

При використанні критерію Стьюдента до числа значущих відносяться коефіцієнти a_i , для яких виконується умова

$$|a_i| \geq t_{(0,05; f_y)} \frac{S_y}{\sqrt{n}}, \quad (2.9)$$

де $t_{(0,05; f_y)}$ – табличне (довідкове) значення критерію Стьюдента, що відповідає 5%-й точці розподілення Стьюдента з f_y ступенями вільності (див. п. 5.4, табл. 5.5).

Приклад. Розглянемо отримання УММ для опису процесів забезпечення нормальної роботи автоматизованих ліній (як елементів гнучких виробничих систем). Необхідно отримати УММ для визначення потрібного (за умовами безперебійної роботи автоматизованої лінії) запасу заготовок (показник y) для виготовлення деталей в залежності від двох змінних: q_1 – продуктивності автоматизованої лінії (інтервал варіювання 480 – 960 штук/змінна) і q_2 – дисперсії фактичного випуску деталей (інтервал варіювання 0,01 – 0,04). Нормовані значення цих змінних мають вид:

$$x_1 = (q_1 - 720)/240; \quad x_2 = (q_2 - 0,025)/0,015.$$

Зв'язок між нормованими і дійсними змінними

$x_{1,2} \rightarrow$	-1	0	+1
$q_1 \rightarrow$	480	720	960
$q_2 \rightarrow$	0,01	0,025	0,04

Для отримання УММ $y = f(q_1, q_2)$ у виді полінома другого ступеня $(y = a_0 + a_1 q_1 + a_2 q_2 + a_{11} q_1^2 + a_{22} q_2^2 + a_{12} q_1 q_2)$ обрано математичний план другого порядку для двох змінних, що варіюються на трьох рівнях. План складено у відповідності до матриці планування з урахуванням зв'язків між x_1, x_2 і q_1, q_2 і наведено нижче (табл. 2.3).

В таблиці також наведено експериментальні значення показника y для дев'яти заданих планом співвідношень вибраних змінних.

Отриманий масив показників y дозволив за допомогою відповідного програмного забезпечення знайти коефіцієнти УММ. Після перевірки значущості коефіцієнтів за критерієм Фішера коефіцієнт a_1 можна відкинути і УММ набуває виду

$$(y = 2,02778 + 0,01146 q_2 + 0,00001 q_1^2 - 1111,1 q_2^2 + 1,4583 q_1 q_2).$$

Перевірка адекватності отриманої УММ ($S_{ao} = \pm 0,35$) підтвердила можливість її використання при розв'язку задач функціонування ТО.

Таблиця 2.3

Приклад математичного плану для двох змінних параметрів

№	Матриця і планування		Математичний план		Експериментальні дані	Отримані з УММ
	x_1	x_2	q_1	q_2		
1	1	1	960	0,04	77	77,3
2	1	-1	960	0,01	38	38,4
3	-1	1	480	0,04	38	37,8
4	-1	-1	480	0,01	20	19,9
5	0	0	720	0,025	45	45,3
6	1	0	960	0,025	61	60,3
7	-1	0	480	0,025	31	31,3
8	0	1	720	0,04	97	97,0
9	0	-1	720	0,01	29	28,7

Запитання для самоконтролю

1. Основні вимоги до розробки математичних моделей.
2. Класифікація математичних моделей в залежності від характеру властивостей об'єкта досліджень.
3. Особливості математичних моделей різних ієрархічних рівнів.
4. Характеристика аналітичних моделей.
5. Особливості аналітичних та імітаційних моделей.
6. Основні визначення та поняття із теорії графів.
7. Принципи графічного зображення сіток Петрі.
8. Характеристика імітаційної моделі опису функціонування за типом маніпулятора.

9. Опис структурної схеми імітаційного експерименту.
10. Загальна характеристика методів планування експерименту.
11. Послідовність формування узагальнених математичних моделей технічних об'єктів.

Література

1. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
2. Котов В.Е. Сети Петри. –М.: Наука, 1984.
3. Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Рюмшин Н.А. Математическое моделирование многопоточковых систем обслуживания. – К.: Техніка, 1991. – 264с.
4. Нигора В.М., Форкун В.В. Геометричне моделювання просторової траєкторії руху маніпуляційного пристрою // Наукові нотатки. Міжвуз. зб. – Луцьк: ЛДТУ. 2008. Вип.22.4.1. – С. 226–234
5. Носко П.Л. Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций: Монография. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 392 с.
6. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.
7. Скурихин В.И., Шифрин В.Б., Дубровский В.В. – К.: Техніка, 1983. – 270 с.
8. Смит Д.М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей. – М.: Машиностроение, 1980. –171с.
9. Яковлев Е.И. Машинная имитация. –М.: Наука, 1975. – 158 с.

Розділ 3

ОБГРУНТУВАННЯ ІНЖЕНЕРНИХ РІШЕНЬ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ТЕХНІЧНИХ ТА ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

- 3.1. Основні етапи життєвого циклу технічних систем.
- 3.2. Системний підхід в дослідженні технічних об'єктів.
- 3.3. Принципи постановки проблеми дослідження та інженерних задач.
- 3.4. Структура інженерних задач.
- 3.5. Методологічні принципи обґрунтування інженерних рішень.
- 3.6. Загальні методи аналізу технічних систем.
- 3.7. Метод функціонально-вартісного аналізу технічних об'єктів. Загальна схема проведення.
- 3.8. Аналіз функціональних моделей технічних систем.
- 3.9. Творчий пошук при обґрунтуванні технічних рішень.

3.1. Основні етапи життєвого циклу технічних систем

Одним із базових понять, що використовуються у міжнародних стандартах ІСО 9000, є поняття “життєвого циклу виробу” (ЖЦВ). Стандартами визначено основні етапи ЖЦВ, на кожному з яких вирішують відповідні завдання із забезпечення якості та надійності виробу.

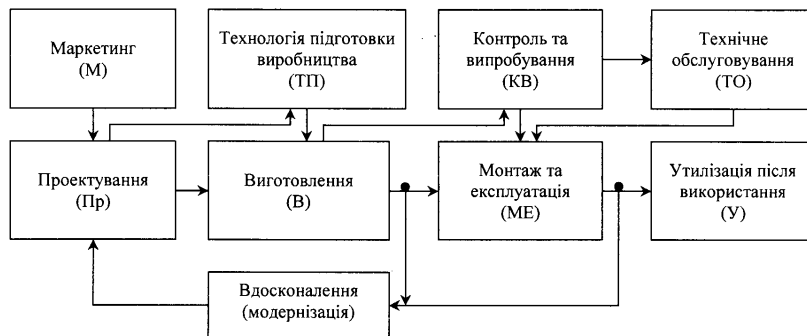


Рис. 3.1. Основні етапи життєвого циклу технічних систем

Повний період створення, існування і ліквідації технічних систем (ТС) називають життєвим циклом, етапи якого наведено на рис. 3.1. Охоплення всіх етапів ЖЦВ є важливою умовою забезпечення цілеспрямованого розвитку ТС, оцінки народногосподарського ефекту і екологічності, матеріального обігу і сукупних витрат ресурсів.

Тривалість ЖЦВ, віднесена до одиниці продукції, може бути визначена залежністю:

$$T_{\text{ц}} = \frac{T_M + T_{\text{IP}} + T_{\text{III}}}{N} + T_B + T_{\text{KB}} + T_{\text{ME}} + T_{\text{TO}} + T_Y, \quad (3.1)$$

де T_i – тривалість етапу ЖЦВ (індекс i відповідає етапам на рис. 3.1);
 N – об'єм випуску виробів.

Етап монтажу і експлуатації включає дві складові – відповідно монтаж (М) і експлуатацію (Е): $T_{\text{ME}} = T_M + T_E$. При цьому бажано, щоб $T_M \rightarrow \min$, а $T_E \rightarrow \max$. Для ресурсних машин $T_E \geq [T_E]$, де $[T_E]$ – часовий ресурс машини при заданих умовах експлуатації.

Ефективність ЖЦВ за тривалістю етапів може бути визначена

$$E_T = \frac{T_E}{T_{\text{ц}}}. \quad (3.2)$$

Враховуючи, що для виробів необмеженого ресурсу ($N \rightarrow \infty$)

$$T_E \gg \sum T_i, i \in E, \quad (3.3)$$

то ефективність завжди буде $E_T \cong 1$. Тому цей критерій є недостатньо інформативним для порівняння варіантів конструкцій виробів.

Для складних виробів обмеженого ресурсу, що виготовляються в умовах одиничного та малосерійного виробництва, ефективність визначається:

$$E_T = \frac{[T_E]}{T_{\text{ц}}}; 0 < E_T < 1. \quad (3.4)$$

Сумарні витрати на протязі ЖЦВ, віднесені до одиниці продукції, визначаються співвідношенням:

$$S_{\text{ц}} = \frac{C_M T_M + C_{\text{IP}} T_{\text{IP}} + C_{\text{III}} T_{\text{III}}}{N} + S_{\text{MP}} + C_B T_B + C_{\text{KB}} T_{\text{KB}} + C_{\text{ME}} T_{\text{ME}} + C_{\text{TO}} T_{\text{TO}} + C_Y T_Y, \quad (3.5)$$

де C_i – питомі витрати на виконання i -го етапу ЖЦВ;

S_{MP} – витрати на матеріальні ресурси, необхідні для випуску одиниці продукції.

Доцільним напрямом зміни за виразом (3.5) є мінімізація витрат S_i на всіх етапах за винятком етапу експлуатації (3.3).

В період нормальної експлуатації виробу (машини), що відповідає початковому зношуванню елементів, значення експлуатаційних витрат S_E – значно менше значень, характерних для завершення цього періоду і початку катастрофічного зношування.

Ефективність ЖЦВ за витратами визначається:

$$E_B = \frac{S_E}{S_{\Sigma}}. \quad (3.6)$$

Для аналізу ЖЦВ зручно представити сумарні витрати S_{Σ} їхніми складовими:

$$S_{\Sigma} = S_E + S_B, \quad (3.7)$$

де S_E – витрати на експлуатацію виробу;

S_B – витрати на виготовлення виробу.

Кожне із значень S_E та S_B включає витрати S_i відповідних етапів ЖЦВ, приведених до одиниці виробу.

Зміна значень витрат S_{Σ} , S_E та S_B залежить від рівня якості виробу, представлених на рис. 3.2.

Зростання рівня якості виробу супроводжується (наприклад, при фіксованому часі експлуатації) зменшенням експлуатаційних витрат і збільшенням витрат на виготовлення машини. Графік зміни сумарних витрат S_{Σ} має явно виражений екстремальний характер. Зона мінімальних значень S_{Σ} на рис 3.2 заштрихована і відповідає оптимальному рівню якості виробу.

Зростання або зменшення рівня якості виробу незмінно приведе до збільшення сумарних витрат ЖЦВ. Виріб рівня якості, що відповідає зоні оптимуму, ймовірно, буде конкурентноспроможним на ринку машин тотожного функціонального призначення. Зміна витрат, відповідна рис. 3.2, відповідає фіксованій конструктивній схемі виробу.

В загальноприйнятому визначенні технологічності конструкції виробу вказується на необхідність мінімізації (оптимізації) витрат по всьому ЖЦВ, однак це входить в протиріччя з наміром збільшити часовий ресурс машини. Існуюче визначення технологічності не враховує корисний ефект від експлуатації машини, хоча очевидно, що для машин різних конструкцій він може бути різним навіть при близькості сумарних витрат ЖЦВ. Вказані недоліки знижують визначеність поняття “технологічність конструкції виробу” і обмежують його використання при порівнянні останніх.

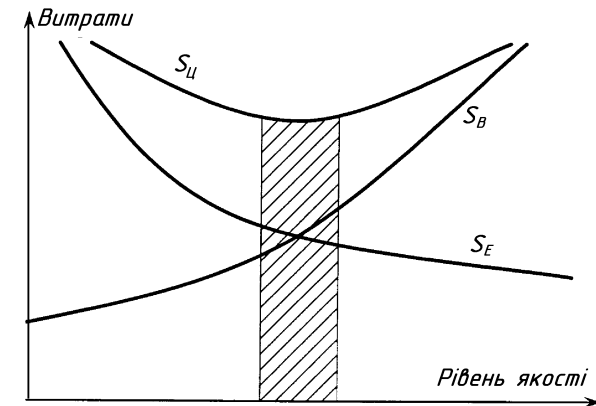


Рис 3.2. Залежність сумарних витрат $S_{ц}$ витрат на виготовлення $S_{в}$ і експлуатаційних витрат $S_{е}$ від рівня якості виробу

При порівнянні варіантів виробів одного і того ж функціонального призначення і дотримання інших відомих умов порівняння більш інформативним є критерій питомих витрат на всіх етапах ЖЦВ:

$$C_{ц} = \frac{C_{м} + C_{пр} + C_{пш}}{N} + C_{в} + C_{кв} + C_{ме} + C_{то} + C_{у}. \quad (3.8)$$

Бажано, щоб питомі витрати $C_{ц} \rightarrow \min$.

Будь-який виріб машинобудування створюють і виготовляють з метою отримання корисного ефекту при його експлуатації. В залежності від призначення виробу корисний ефект ($Q_{ц}$) за ЖЦВ може бути виражений в різних одиницях і порівняно просто визначається в результаті статистичної обробки даних щодо завантаження машини в період експлуатації. При порівнянні виробів ефективними є критерії виду "корисний ефект/витрати":

$$K_{е} = \frac{Q_{ц}}{S_{е} + S_{в}}. \quad (3.9)$$

Більш досконалому вибору відповідає більше значення критерію $K_{е}$. Зміну критерію $K_{е}$ в залежності від зміни показників у правій частині залежності (3.9) представлено на рис. 3.3.

Криві 1 і 2 відповідають різним значенням корисного ефекту $Q_{ц1}$ та $Q_{ц2}$ ($Q_{ц1} < Q_{ц2}$). Вироби B_1 та B_2 мають однаковий рівень

ефективності ($K_{E1} = K_{E2}$), незважаючи на різницю в корисному ефекті $Q_{ц}$ та сумарних витратах $S_{ц}$ ЖЦВ. Виріб B_1 більш ефективний ніж виріб B_3 , тому що при рівності корисних ефектів сумарні витрати у них різні ($S_{ц1} < S_{ц3}$). Виріб B_2 має перевагу перед B_3 завдяки суттєвій різниці корисних ефектів K_E при рівних сумарних витратах ($S_{ц2} = S_{ц3}$).

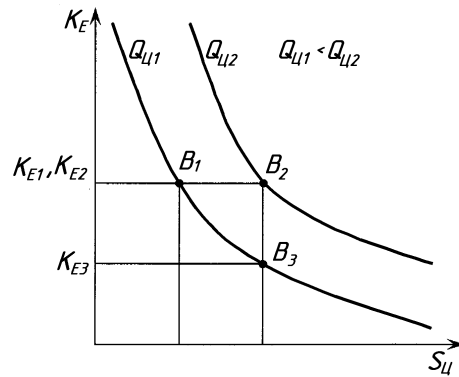


Рис. 3.3. Залежність критерію ефективності K_E від співвідношення корисного ефекту $Q_{ц}$ і сумарних витрат $S_{ц}$ ЖЦВ

Конкурентоспроможність виробу (K_K) може бути більш точно оцінена залежністю, що є висновком з формули (3.9):

$$K_K = \frac{Q_{ц}}{S_E + C_B}, \quad (3.10)$$

де C_B – ціна виробу.

З співвідношення (3.10) можна зробити важливий висновок: конкурентоспроможність виробу при підвищенні ціни може бути забезпечена тільки завдяки зменшенню експлуатаційних витрат, або збільшенню корисного ефекту за час ЖЦВ.

Наведені міркування дозволяють уточнити та конкретизувати таке поняття, як “технологічність конструкції”.

При порівнянні варіантів А і В конструкції виробу більш технологічному варіанту (нехай А) відповідає система умов:

$$\begin{cases} C_{\text{ц}}^A < C_{\text{ц}}^B; \\ T_E^A \geq T_E^B; \\ Q_{\text{ц}}^A < Q_{\text{ц}}^B. \end{cases} \quad (3.11)$$

Наведені співвідношення можна вважати формальним представленням умов попереднього порівняння технологічності конструкцій виробів. При порушенні нерівності (3.11) результат порівняння технологічності конструкції не є таким очевидним. І для визначення варіанта більш технологічної конструкції виробу необхідно використовувати апарат багатокритеріального вибору.

Універсальність і рекомендована область застосування кожного з критеріїв ЖЦВ наведено в табл. 3.1. Використання наведених критеріїв дозволяє на базі наявної інформації про параметри життєвого циклу здійснювати об'єктивне порівняння і селекцію варіантів конструкцій виробів і попередньо оцінювати їхню конкурентоспроможність. Формальний характер критеріїв дозволяє їхнє використання при розробці методичного забезпечення автоматизованих систем прийняття рішень на етапах ЖЦВ.

Т а б л и ц я 3 . 1

Основні критерії оцінки ЖЦВ машинобудування

Назва критерію	Позначення	Залежність (формула)	Напрямок зміни
Тривалість кожного з етапів ЖЦВ	T_i	(3.1)	Для етапу експлуатації $\rightarrow \max$; для всіх інших етапів $\rightarrow \min$
Ефективність ЖЦВ за тривалістю етапів	E_T	(3.2), (3.4)	Для виробів обмеженого ресурсу лежить в межах $0 \div 1$
Сумарні витрати ЖЦВ, віднесені до одиниці продукції	$S_{\text{ц}}$	(3.5)	При обмеженій тривалості експлуатації $\rightarrow \min$
Ефективність ЖЦВ за витратами	E_B	(3.6)	Універсальний критерій для оцінки тривалості експлуатації досягає значення 1,0 (\max)
Питомі витрати за всі етапи ЖЦВ	$C_{\text{ц}}$	(3.8)	Критерій для оцінки технологічності конструкцій різних виробів одного функціонального призначення $\rightarrow \min$

Продовження табл. 3.1

“Корисний ефект / витрати”	K_E	(3.9)	Для попередньої ефективності виробів → max
Конкурентоспроможність	K_K	(3.10)	При порівнянні варіантів конструкцій виробів → max
Попереднє порівняння технологічності варіантів конструкції виробів		(3.11)	

3.2. Системний підхід в дослідженні технічних об’єктів

Становлення ринкової економіки і нових виробничих відносин, наростання екологічної напруженості вимагають різкого підвищення частки інтелектуальних функцій в інженерній діяльності. Потрібно забезпечити системну єдність техніки, технології та природного середовища, знизити негативні наслідки машинних технологій, активізувати використання наявних резервів виробництва і розвивати ресурсозберігаючі екологічно сприятливі технологічні процеси.

Для вирішення цих завдань необхідно сформувати новий рівень інженерного мислення, який відповідав би складності проблем, що стоять перед промисловістю сьогодні і передбачаються в майбутньому. Інженер має володіти сучасною методологією аналізу технічних і технологічних систем, обґрунтуванням ефективних рішень і стратегій.

Інженерні рішення є специфічним результатом діяльності спеціаліста, втілення його знань і досвіду. Від їхньої якості суттєво залежать кінцеві результати виробництва та рівень техногенних впливів на природне середовище, отже інженерні рішення мають бути достатньо обґрунтованими з позиції системного підходу.

Необхідність вдосконалення інженерного забезпечення виробництва обумовлена двома основними причинами. По – перше, становлення приватних форм власності на засоби виробництва передбачає створення відповідних служб наукового та інженерного обслуговування виробництва. При цьому послуги і рекомендації таких служб мають гарантувати досягнення певного економічного ефекту як виробникам, так і організації, що їх обслуговує. По – друге поглиблення суперечностей економічного, технічного, соціального і екологічного характеру, що супроводжують інтенсифікацію технологій, вимагає сумісних дій спеціалістів із різних сфер діяльності (наука, освіта, виробництво і його обслуговування), які були б спрямовані на усунення або пом’якшення цих суперечностей. Як у першому випадку,

так і в другому успіху можна досягти лише на основі системного підходу.

Складність ТС полягає в наявності значної кількості стохастичних зв'язків із зовнішнім середовищем і дії некерованих природнокліматичних факторів. Тому при вдосконаленні виробництва важливо забезпечити системну єдність техніки, технології і середовища. Порушення цієї єдності є основним джерелом несприятливих відхилень функціонуванні ТС.

Приведемо визначення основних понять системного підходу, які є важливим для обґрунтування інженерних рішень.

Система – це сукупність елементів, об'єднаних взаємозв'язками, структурною і організаційною цілісністю.

Елементами системи є ті складові, які не підлягають членуванню, а їх внутрішня структура несуттєва для вирішення конкретного завдання.

Елемент і система є поняттями відносними. Наприклад, у завданнях обґрунтування структури транспортно – складської системи кран – штабелер і конвеєр будуть елементами системи, а при діагностуванні технічного стану машин, вдосконаленні їхньої конструкції елементами будуть окремі вузли чи навіть деталі, а самі машини – системою.

Окремі елементи можуть бути об'єднані в підсистеми, утворюючи ієрархічну структуру з розвиненими внутрішніми і зовнішніми зв'язками.

Зв'язки характеризуються речовинними, енергетичними або інформаційними обмінами між елементами системи (внутрішні зв'язки) або системою і середовищем (зовнішні).

Середовище – це те, що оточує систему і впливає на її функціонування. Оточуючим середовищем для системи може бути інша більш загальна система, що називається в такому випадку надсистемою.

Границі системи та її елементів, а також системи і надсистеми визначаються умовами завдання. Таке розмежування важливе для оцінки властивостей і ефективності систем. В інженерних завданнях можуть розглядатися технічні системи (машини, обладнання), системи типу “машина-середовище”; типу “людина-машина-середовище”, коли додатково враховуються обслуговуючий персонал, а також системотехнічні комплекси (СТК), які об'єднують різні системи, технічні компоненти і виробничий персонал. Загальна схема СТК наведена на рис.3.4.

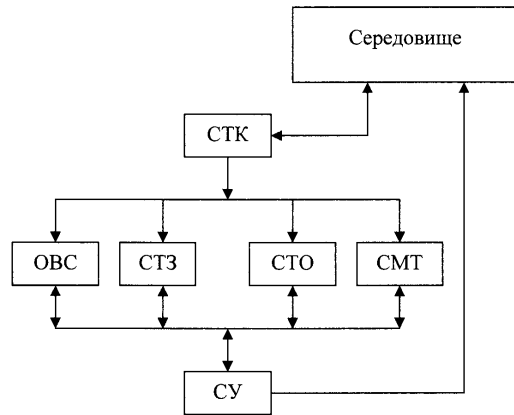


Рис. 3.4. Структурная схема системо-технічного комплексу:
 ОВС – основна виробнича система; СТЗ – система технологічного забезпечення;
 СТО – система технічного обслуговування; СМТ – система матеріально-технічного забезпечення; СУ – система управління

Прикладом СТК може бути інженерно-технічний комплекс, що включає основну виробничу систему (ОВС), систему технологічного забезпечення виробництва (СТЗ), систему технічного обслуговування і ремонту (СТО), систему матеріально-технічного забезпечення (СМТ), систему управління (інженерно-технічна служба).

За призначенням СТК можуть бути спеціалізовані і багатофункціональні. Спеціалізовані СТК – це комплекси технологічного призначення, наприклад, гнучка транспортно – складська система. До багатофункціональних відносять складний інженерно-технічний комплекс, що може виконувати різні операції та виробничі функції.

Низька ефективність технологічних процесів нерідко пов'язана з непропорційним розвитком окремих складових СТК, а також невідповідністю між параметрами системи і середовищем.

Системність є атрибутом будь – якого об'єкта, процесу або явища. Найважливішими ознаками системи є структурна цілісність, стійкі зв'язки між елементами і їхніми властивостями, системна єдність, організація, цілеспрямованість.

Структурна цілісність передбачає наявність у системі складових частин і елементів, що взаємодіють між собою. Ця ознака є первинною з тих, що визначають об'єкт як систему.

У будь-якій системі встановлюються певні зовнішні і внутрішні зв'язки. За фізичним змістом зв'язки можуть бути речовинними, енергетичними або інформаційними; за спрямованістю – прямими, зворотними і нейтральними. За характером впливу на процеси, що здійснюються в системі, зв'язки можуть мати різні функції: з'єднання, обмеження, підсилення (послаблення), випередження (запізнення), перетворення, узгодження, координації та інші.

Важливою характеристикою системи є число та потужність зв'язків, що оцінюються інтенсивністю потоку речовини, енергії або інформації. Система існує як цілісний об'єкт тоді, коли сила внутрішніх зв'язків між елементами більша за силу зв'язків тих самих елементів із зовнішнім середовищем. Це твердження має істотне значення для проектування ТС.

Системна єдність означає наявність таких властивостей системи в цілому, яких немає в її окремих складових частинах. Ці властивості системи виникають внаслідок взаємодії окремих її складових частин (елементів). Звідси випливають такі важливі висновки:

– система не є простою сукупністю її елементів;

– вивчаючи тільки окремі складові частини, не можна пізнати властивості системи в цілому.

Властивість організованості системи визначається впорядкованістю її елементів, зв'язків і взаємодій у просторі і в часі, своєчасною дією суттєвих для процесу зв'язків.

Організація системи спрямовується на зниження ступеня неупорядкованості або невизначеності (ентропії), підвищення цілеспрямованості. Від організації системи суттєво залежить ефективність її функціонування.

Цілеспрямованість, як властивість системи стосується її функціонального призначення, здатності досягати поставлених цілей у різних ситуаціях, у тому числі і несприятливих. Отже, ця властивість водночас характеризує здатність системи протистояти зовнішнім впливам або використовувати їх для стійкого функціонування.

Вибір раціональних шляхів цілеспрямованого розвитку є однією з найважливіших функцій інженерної служби підприємства.

Важливою характеристикою системи є її *складність*. До основних факторів, що визначають складність системи, відносять число елементів, зв'язків і обмежень. Ці фактори умовно можна віднести до статичних характеристик складності. Водночас повна оцінка складності має враховувати етапи проектування і експлуатацію ТС. Зокрема, експлуатаційна технологічність, ремонтоспроможність ТС характеризують їхню складність. Важливе значення для управління

виробничими процесами має обсяг необхідної інформації. Чим він більший, тим складнішою система в управлінні. Отже, динамічними характеристиками складності може виступати обсяг енергії та інформації, необхідний для функціонування ТС, забезпечення стійкості їхньої структури.

Значною мірою складність системи залежить від глибини її структуризації (ступеня деталізації).

Наприклад, елементами гнучкої складальної лінії як системи будуть пристрої міжопераційного транспортування, орієнтації та завантаження деталей, складальні роботи та ін. У той же час складальний робот як система складається з елементів нижнього рівня – модулів, блоків і деталей. Ця обставина є важливою для розуміння суті об'єкта – системи і побудови її математичних моделей. Слід усвідомити, що застосування принципів системного підходу при дослідженні ТС дозволяє виявити диспропорції у розвитку окремих складових, невідповідності у їхніх параметрах та забезпечити цілеспрямоване вдосконалення систем.

3.3. Принципи постановка проблеми дослідження та інженерних задач

Інженерні задачі спрямовані переважно на усунення існуючих суперечностей, що є головним чинником вдосконалення ТС. Найчастіше ці суперечності відносять до технічних, техніко-економічних, організаційних або екологічних проблем. Виявлення суперечностей, як правило, є результатом аналізу виробничої ситуації і передбачає постановку відповідної проблеми.

Формулювання і вирішення будь-якої проблеми вимагає чіткого визначення цілі, задання необхідних і достатніх умов, вибору ефективного методу досягнення цілі. Логічний ланцюжок “ціль – шляхи досягнення цілі – необхідні ресурси” є основою системного аналізу при вирішенні виробничих завдань і інженерних задач. Поняття інженерна задача проблема, ситуація в загальній формі пов'язані із постановкою цілей і обмежень.

Інженерна задача характеризується повною визначеністю цілей (Ц) і умов (У). Умовно задача записується як логічний вираз:

$$\text{Задача} = \langle \text{У}, \text{Ц} \rangle. \quad (3.12)$$

Типове формулювання задачі має вид: “Задані умови У, необхідно досягти мети Ц”.

Ситуація характеризується завданням умов, тобто це буде неповна задача типу:

Ситуація = < У, - >. (3.13)

Проблема – це складна неповна задача, в якій умови не визначені, або визначені недостатньо. Для вирішення проблеми необхідно провести додаткові дослідження.

Проблема = < —, Ц >. (3.14)

Наприклад, формулювання: необхідно знизити річну витрату палива не менш ніж на 10 % – є проблемним, бо для досягнення мети необхідно встановити вихідні дані, виявити резерви і лише після цього можна обґрунтувати стратегію зниження витрати пального.

Вирішення інженерних задач – це цілеспрямована розумова діяльність, пов'язана з обґрунтованим вибором одного з можливих альтернативних варіантів перетворення ТС або збереження її структурних і функціональних властивостей при підвищенні якості.

Альтернативи – це можливі варіанти рішень, що взаємно виключають одне одного. Кожна альтернатива має певний кінцевий результат, який може відрізнитись від очікуваного. Це характерно переважно для прийняття інженерних рішень в умовах ризику і невизначеності.

Стратегія – це сукупність і послідовність дій, спрямованих на досягнення цілі. Обґрунтування стратегії вимагає, як правило, вирішення цілого ряду задач, а нерідко і врахування факторів, які не піддаються формалізації і кількісному вираженню (психологічні фактори, техніка безпеки, естетичні характеристики). В таких випадках важливу роль відіграють особисті та професійні якості людини, яка відповідає за прийняття рішень.

Особа, що приймає рішення (ОПР), володіючи ефективними методами, здійснює обґрунтований вибір варіанта рішення і несе відповідальність за його результати. В багатьох випадках ОПР може спиратися на обґрунтування, здійснене іншими спеціалістами, консультантами, експертами. Проте відповідальність за результати зобов'язує керівника будь-якого рівня володіти сучасними методами аналізу ситуації, оцінки і вибору оптимального інженерного рішення.

При вирішенні будь-яких інженерних задач необхідно знайти відповіді на визначені запитання, від характеру яких залежить тип задачі. Їхні принципові відмінності наведено у табл. 3.2, в якій елементи задачі можуть бути задані однозначно (а), імовірнісними характеристиками (b), варіантами (c) або відсутні, тобто їх необхідно визначити (?).

Наприклад, при заданій множині умов $Y=\{a, b, c\}$ потрібно визначити потенційні показники роботи (Π – ?) нового мостового електричного крана (К).

У цьому прикладі необхідно вирішити інженерну задачу аналізу, тобто встановити вихідні показники функціонування заданої системи (крана) у конкретних умовах.

Т а б л и ц я 3.2

Типи інженерних задач

Умови (У)	Система (С)	Вихідні показники, цілі (Π)	Типи задачі
a, b, г	a, г	?	Аналіз
a, b, г	?	a	Синтез
?	a	a, b, г	Вимір

У задачах виміру потрібно встановити характеристики умов, за яких задана система (К) забезпечує відомі вихідні показники (Π).

Поділ задач на аналіз, синтез і вимір – умовний. В практичній діяльності вони тісно пов'язані і за кінцевою метою та спрямовані на вдосконалення виробництва, тобто на обґрунтування (синтез) раціональних інженерних рішень.

Випадковий характер мають показники надійності та роботоспроможності ТС, відхилення в ході технологічних процесів, наприклад, перебої в постачанні палива. Таким чином, у більшості випадків інженерні задачі містять *невизначеність умов*. Це важливо враховувати при формуванні вихідних даних і виборі методу вирішення задач. Варто пам'ятати, що *найпривабливіший метод вирішення задач не дасть надійних результатів, якщо вихідні дані недостовірні*.

Інша група невизначеностей відноситься до вибору критерію, тобто цілі. Так, оптимізація ТС за критерієм мінімуму наведених витрат дає результати, що значно відрізняються від оптимізації за мінімумом затрат праці. Який критерій повніше відповідає ситуації і цілі: продуктивність чи експлуатаційні витрати, ефективність праці чи повнота використання ресурсів – питання такого характеру виникають при формулюванні більшості інженерних задач. У багатьох випадках рішення має відповідати декільком критеріям, що суперечать один одному (наприклад, продуктивність – якість, рівень механізації – витрати енергоресурсів). Розповсюджена вимога – досягнути

максимуму результату з мінімумом витрат – не має точного наукового змісту, бо мінімум витрат – нуль, а без витрат неможливо виконати корисну роботу. *Невизначеність цілі* – значна перешкода на шляху розв’язання задач удосконалення ТС.

Невизначені фактори, що несуттєво впливають на результати рішення, потрібно вилучити з умов задачі. Випадкові фактори можуть бути задані законами розподілу імовірностей або статистичними характеристиками (середнє значення, середньоквадратичне відхилення або дисперсія).

У випадках, коли невизначеності не вдається усунути, їх враховують при розв’язанні задачі компенсаційними заходами, використанням критеріїв ризику, вибором адаптивної стратегії досягнення цілі. Компенсаційні якості системи визначаються запасом функціональних або ресурсних можливостей на випадок несприятливих відхилень у технологічному процесі (аналогія – запас міцності). Адаптивні стратегії коригують рішення на окремих етапах з урахуванням інформації про зміну ситуації.

Невизначеність цілей інколи долають побудовою узагальнених (інтегральних) критеріїв, застосуванням методів вирішення багатокритеріальних задач. Таким чином, для якісного формулювання і успішного вирішення інженерних задач необхідне відповідне *інформаційне забезпечення*, яке містило б необхідні відомості про природно – виробничі умови, імовірнісні характеристики динаміки зовнішніх факторів, вимоги і нормативні дані. Обширну інформацію, необхідну для вирішення практично всіх технічних задач, найбільш зручно сформувати у виді банку даних на базі персональної ЕОМ.

3.4. Структура інженерних задач

Посадові обов’язки спеціалістів інженерної служби в загальних рисах сформульовані у кваліфікаційних характеристиках. Проте для практичної діяльності важливо систематизувати основні виробничі функції у виді набору типових інженерних задач, передбачивши можливість їх поповнення, видозміни, а також правильної постановки.

Інженерна задача може бути кількісно вирішена, якщо мета задана у виді критерію або цільової функції та необхідні умови. Структурну модель сукупності інженерних задач можна побудувати у тривимірному просторі з осями: функції, цілі, умови (рис 3.5). Розкриття цієї моделі або так званого морфологічного ящика вимагає конкретизації функцій, критеріїв, необхідних і достатніх умов, на основі чого здійснюється формулювання інженерних задач.

Структуризацію функцій важливо здійснювати на основі системного підходу, зокрема, ієрархічної побудови сукупності факторів, що впливають на рішення задачі.

Для формулювання конкретних інженерних задач (функцій) доцільно використовувати запитання: *що необхідно зробити?* Наприклад, оптимізувати технологічний комплекс (ТК), розробити план механізованих робіт, здійснити розподіл техніки на заданий період виконання робіт тощо.

Формулювання цілей зручно здійснювати за допомогою запитання: *чого потрібно досягнути?* Причому відповідь потрібно дати у виді критерію або цільової функції. Наприклад, забезпечити максимум продуктивності ($W \rightarrow \max$), мінімум приведених витрат ($S_{пр} \rightarrow \min$), мінімум витрат праці ($Z_{п} \rightarrow \min$), максимум ефективності праці ($E_{п} \rightarrow \max$) тощо.

Варто зазначити, що задача може вирішуватись із різними критеріями. Тоді в структурній моделі вона буде займати різні комірки.

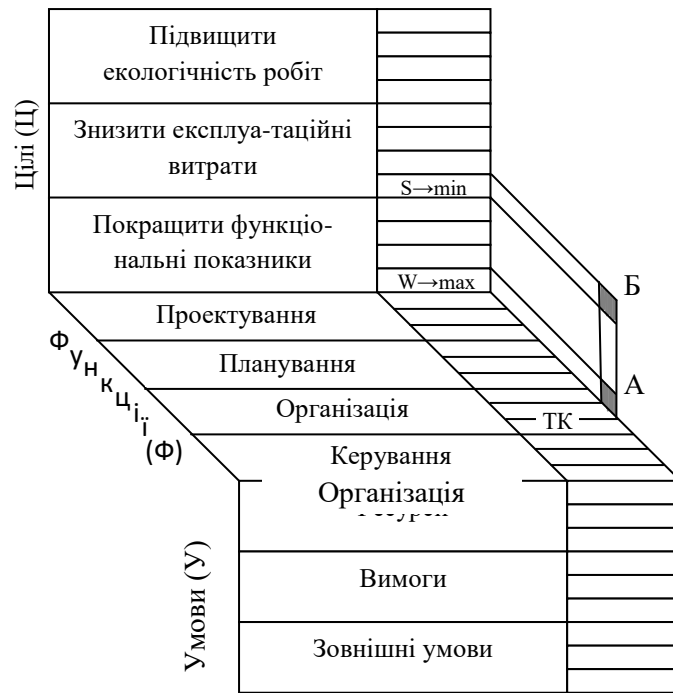


Рис. 3.5. Схема формування інженерних задач (морфологічна модель)

Оптимізація, наприклад, ТК може здійснюватись за критерієм максимуму продуктивності праці $W_p \rightarrow \max$ (комірка А) або мінімуму сукупних витрат $S \rightarrow \min$ (комірка Б).

При обґрунтуванні необхідних і достатніх умов ставиться запитання, *що врахувати?* Доцільно виділити три групи умов: наявні ресурси, вимоги і зовнішні умови.

Матеріальні ресурси включають основні і оборотні фонди підприємства. Стосовно вирішення завдань ТК потрібно враховувати площі виробничих приміщень, техніку і обладнання, що входять до складу основних виробничих фондів. Паливо, мастила, технологічні матеріали, запасні частини відносяться до оборотних фондів.

Енергетичні ресурси є частиною матеріальних, проте економне їхнє витрачання має самостійне і важливе значення.

Трудові ресурси – це виробничий персонал, від складу, структури і рівня якого значною мірою залежить ефективність виробництва.

Фінансові ресурси визначають можливості підприємства керувати розмірами, станом і розвитком всіх інших ресурсів (за винятком часу), здійснювати соціальні програми.

Ресурси можуть бути задані у виді граничних значень або однозначно визначеними величинами.

Вимоги можуть ставитись до властивостей ТС, результатів і умов її функціонування, найважливішими з яких є техніко – економічні і екологічні.

Техніко-економічні вимоги обумовлюють ефективність функціонування ТС, це означає, що вони об'єднують вимоги як до показників призначення системи (продуктивність, пропускна здатність, річне завантаження та ін.), так і до витрат ресурсів на її функціонування (витрати праці, енергоресурсів, коштів).

Екологічні вимоги відносяться до обмеження шкідливих наслідків виробництва, а також раціонального використання природних ресурсів. Зазначимо, що в окремих задачах показники екологічності можуть виступити в ролі критерію і виражати мету вдосконалення виробництва, в інших – як обмеження при досягненні поставленої цілі.

Зовнішні умови у більшості випадків характеризують те середовище, в якому проявляються властивості системи, тобто надсистему. Тут доцільно виділити природнокліматичні і виробничі фактори. До першої групи відносять зональні погодні умови. До виробничих умов відносять обсяги робіт, технологічну схему виробничих процесів, організацію робіт.

Важливо враховувати, що при формулюванні інженерних задач необхідно задавати лише ті умови, які суттєво впливають на досягнення

цілі. Надлишкові дані підвищують розмірність задачі і ускладнюють її вирішення.

Таким чином, розкриття морфологічного ящика (див. рис. 3.5) полягає у формулюванні конкретних задач із чітко визначеними функцією, метою і вихідними даними. Залежно від рівня функцій і ступеня узагальнення критеріїв можна сформувати ієрархічну структуру сукупності інженерних задач, у яких на верхньому рівні будуть загальногосподарські, на нижньому – елементарні (часткові). Приклад підпорядкованості задач наведено у табл. 3.3.

Таблиця 3.3

Приклад підпорядкування інженерних задач

Рівень задачі	Задачі проектування	Задачі планування
Загально-господарський рівень	Визначити оптимальний склад ТК за критерієм мінімуму приведених затрат ($S_{пр} \rightarrow \min$)	Розробити річний план механізованих робіт, забезпечивши максимум рівня своєчасності робіт ($P_{св} \rightarrow \max$)
Рівень підсистем (комплекси машин, технології)	Обґрунтувати оптимальний комплекс машин для ТК за критерієм максимуму коефіцієнта енергетичної ефективності технології ($K_{ет} \rightarrow \max$)	Розробити сітковий графік виконання робіт за ресурсозберігаючою технологією, забезпечивши максимум рівня своєчасності робіт ($P_{св} \rightarrow \max$)
Рівень складових (механізовані процеси, окремі машини)	Визначити оптимальний набір технологічного процесу за критерієм максимуму продуктивності на 1 працівника ($W_p \rightarrow \max$)	Розробити графік технологічного процесу, забезпечивши максимум продуктивності праці на 1 робітника ($W_p \rightarrow \max$)
Рівень елементів (технологічні операції, агрегати, машини)	Вибрати режими роботи агрегатів за критерієм раціонального використання потужності двигуна ($\xi_{Ne} \rightarrow \text{opt}$) ($T_{пр} \rightarrow \min$)	Узгодити взаємодію основних агрегатів технологічного процесу, забезпечивши потоковість процесу при мінімумі простоїв ($T_{пр} \rightarrow \min$)

Структуризацію інженерних задач доцільно здійснювати не лише за характером функцій (проекування, організація, управління) та ступенем узагальнення цілі, але й за фактором часу. За цією ознакою виділяють завдання перспективного розвитку, річного та оперативного забезпечення виробництва.

Задачі перспективного розвитку, як правило, одноразові, мають велику розмірність і спрямовані на досягнення однієї або декількох загальних цілей. Розмірність задачі визначається числом змінних величин і обмежень, що враховуються при їхньому розв'язанні. У багатьох випадках для розв'язання задачі великої розмірності застосовується декомпозиція, тобто зведення її до вужчих і простіших. Наведена вище структурна модель інженерних задач полегшує процедуру декомпозиції.

Перелік конкретних інженерних задач може частково формуватись в міру висвітлення методів їхнього вирішення та інженерного забезпечення. Але найважливішим, очевидно, є те, що наведені тут принципи структуризації дозволяють спеціалістам самостійно систематизувати сукупність задач, поповнювати її, формулювати нетипові задачі, що виникають у процесі виробничої діяльності. Крім того, морфологічна модель дозволяє визначити тісні взаємозв'язки часткових і загальних цілей, виробити певну систему прийняття інженерних рішень.

3.5. Методологічні принципи обґрунтування інженерних рішень

Якість рішень залежить від того, наскільки особа, що приймає рішення (ОПР), володіє сучасними методами і процедурами наукового їхнього обґрунтування. А це означає, що необхідно навчитись кількісно обґрунтовувати рішення, використовуючи математичні моделі, алгоритми і процедури аналізу та синтезу.

Певний скептицизм керівників виробництва і спеціалістів до економіко-математичних методів обґрунтування рішень нерідко пояснюють складністю виробничих процесів, впливом значної кількості некерованих факторів на результати рішень, недосконалістю математичного апарату. З іншого боку, математики, що розробляють математичний апарат прийняття рішень, нарікають на невміння виробничників правильно поставити задачу. Не варто нехтувати жодним із цих аргументів, бо вони мають реальні підстави.

Плідної взаємодії можна досягти, якщо спеціалісти оволодіють методологією і арсеналом ефективних методів обґрунтування інженерних рішень.

Загальна схема процесу прийняття рішень наведена на рис. 3.5. Розглянемо загальну характеристику найпоширеніших методів вирішення інженерних задач.

Сукупність методів, що застосовуються для обґрунтування рішень, можна поділити на дві групи: евристичні й аналітичні (рис. 3.6)

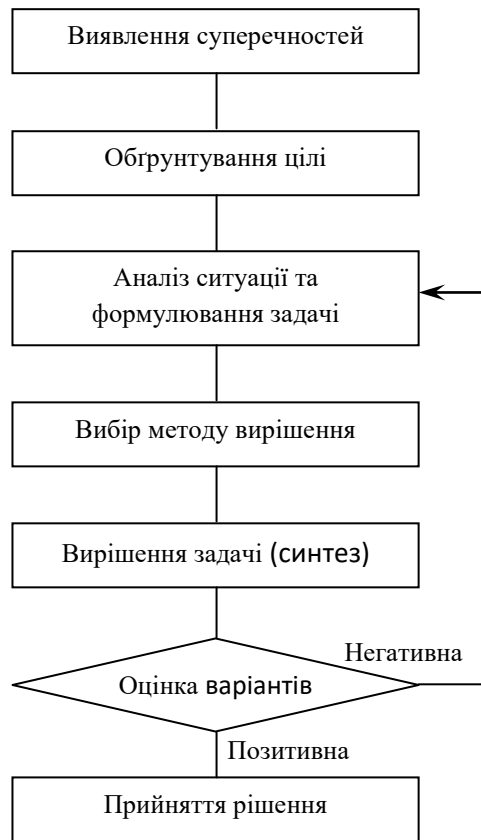


Рис. 3.6. Загальна схема прийняття інженерних рішень

Евристичні методи спираються на досвід та інтуїцію. При цьому процеси мислення, в результаті яких генерується рішення, можна подати у виді кібернетичного "чорного ящика". Тобто внутрішні закономірності, що перетворюють вхідну інформацію у вихідне рішення, не піддаються опису, а ОПР можна порівняти з чарівником або щасливчиком, що розв'язав задачу невідомим йому самому способом.

Аналітичні методи передбачають синтез рішення з використанням математичних моделей і певних алгоритмів. Якість рішення в цьому випадку залежить від адекватності моделі, тобто її відповідності реальному об'єкту чи процесу за найбільш важливими властивостями.

Евристичні і аналітичні методи мають певні переваги і недоліки. Так, опора евристики на досвід та інтуїцію не дозволяє вирішувати багатоваріантні задачі з урахуванням значного числа факторів. Відомо, що людина здатна оперувати одночасно 5...7 факторами, при цьому часто не враховується багато істотних для процесу факторів. Тому немає гарантії, що прийняте рішення є оптимальним або хоча б задовільним. І все ж, евристичні методи успішно використовуються для вирішення творчих задач вдосконалення виробничих і технічних

систем. Сьогодні розроблено ефективні методи активізації творчого мислення, пошуку нестандартних рішень.

Основними труднощами аналітичних методів є забезпечення адекватності моделі, уникнення невизначеності цілей і умов, врахування факторів, що не мають кількісного виразу (психологічні, ергономічні та ін.).

Широке впровадження в інженерну практику ПЕОМ відкриває великі можливості для успішного застосування обох груп методів. Інформаційне забезпечення, обґрунтування критеріїв, аналіз виробничої ситуації мають бути підготовленими незалежно від того, які методи будуть використовуватись для прийняття рішення. Якщо ж ОПР приймає рішення "з чистого листка", то ймовірність вибору неефективних варіантів буде завжди високою.

Множину моделей прийняття технічних рішень можна умовно класифікувати за схемою (рис. 3.7), у якій виділені лише принципово важливі ознаки моделей. Оскільки практично всі перелічені ознаки є взаємно сумісними і можуть поєднуватись у будь-якій комбінації, то число класів моделей буде дорівнювати $2^5=32$.

З усієї сукупності методів і моделей обґрунтування рішень виділимо найпридатніші для застосування в інженерній практиці.

Розрахункові *детерміновані моделі* характеризуються наявністю однієї або сукупності аналітичних залежностей, методики розрахунку, повною визначеністю умов і змінних факторів. Наявність невизначеності імовірнісної природи усувається заданням відповідних статистичних характеристик випадкових величин (математичне сподівання, дисперсія).

Моделі цього класу, як правило, прості, хоча можуть бути трудомісткими. Значне скорочення витрат часу на розрахунки досягається при використанні ПЕОМ.

Оптимізаційні моделі передбачають встановлення таких значень керованих змінних, при яких величина критерію є найближчою до цілі з усіх інших можливих рішень у заданій області зміни факторів. Із великої різноманітності оптимізаційних моделей виділимо такі.

Одномірна оптимізація без обмежень характеризується наявністю цільової функції з однією змінною. Такі задачі вирішуються класичними методами знаходження екстремуму функцій, що диференціюються. Звичайно, що одномірна оптимізація може використовуватися лише в найпростіших часткових задачах, бо не дозволяє врахувати взаємодії багатьох факторів на кінцеве рішення.

Багатомірна оптимізація полягає у знаходженні оптимуму (найкращого рішення) функцій з декількома змінними.

Значну групу багатомірних функцій становлять емпіричні рівняння регресії, за допомогою яких виражається ряд показників технічних систем.

Лінійне програмування відноситься до класу оптимізаційних методів при наявності обмежень. При цьому цільова функція та обмеження лінійно залежать від змінних факторів. Термін "програмування" запозичений із зарубіжної літератури і відображає процес прийняття рішень, а не розробку програм.

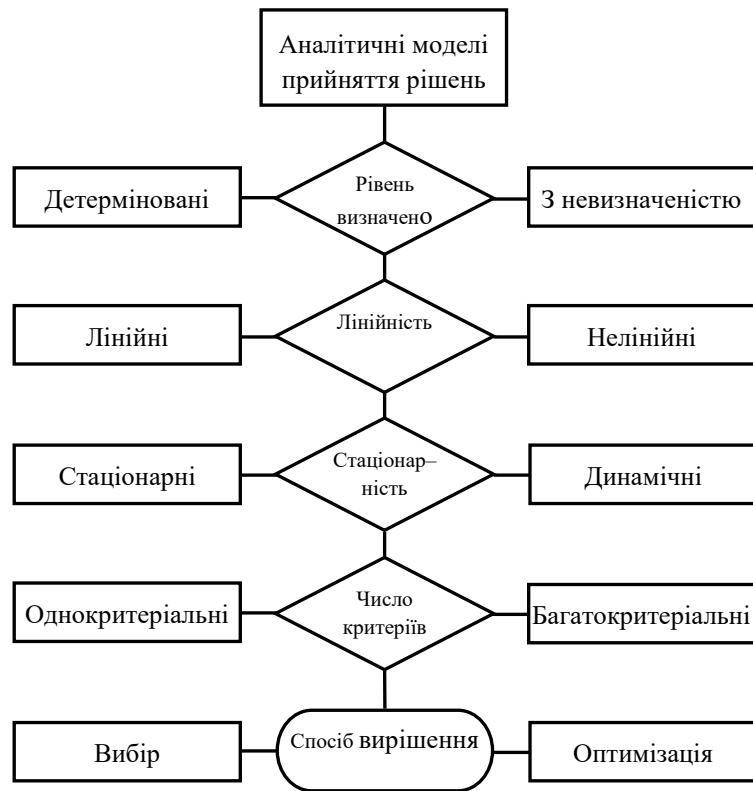


Рис. 3.7. Схема класифікації моделей прийняття рішень

Прикладами задач, що вирішуються методами лінійного програмування, є розподіл техніки за видами робіт (завантаження обладнання), оптимальне планування перевезень вантажів (транспортна

задача), ефективний розподіл, дефіцитних ресурсів, визначення оптимальних запасів (нафтопродуктів, запасних частин тощо).

Методи динамічного програмування використовують для обґрунтування рішень у багатоетапних процесах. При цьому здійснюється знаходження кращого рішення на кожному етапі (кроці), яке забезпечувало б оптимальний сукупний результат, тобто за сумою всіх кроків.

До задач такого класу можна віднести розподіл ресурсів у часі, коли кроками будуть окремі закінчені технологічні цикли.

При врахуванні випадкових факторів застосовують *імовірнісні методи* обґрунтування рішень. Зокрема, цілий ряд інженерних задач можна вирішити методами теорії масового обслуговування, яка є складовою частиною теорії імовірностей.

Пункти технічного обслуговування, багатопотокові лінії, транспортно – технологічні процеси можна змодельовати як системи масового обслуговування (СМО). Метою оптимізації СМО є максимізація пропускної здатності або мінімізація простоїв замовлень при очікуванні обслуговування.

У виробництві нерідко виникають задачі, коли складно врахувати імовірність появи тих чи інших ситуацій (наприклад, поведінка конкуруючої сторони). Обґрунтування рішень в умовах невизначеності здійснюється з використанням методів *теорії статистичних рішень і теорії ігор*. Їхньою метою є зниження величини ризику, обґрунтування такої стратегії поведінки, яка передбачала б певні дії при виникненні тієї чи іншої ситуації.

Багатокритеріальні моделі прийняття рішень враховують декілька цілей. Продуктивність, якість, експлуатаційні витрати, екологічність – ці та інші показники мають враховуватись при проектуванні виробничих процесів, обґрунтуванні комплексів машин, виборі оптимального проекту виробничих об'єктів тощо. В інших випадках застосовують методи *субоптимізації* (часткової оптимізації), послідовного використання критеріїв, вибору раціонального рішення за критерієм відстані до цілі.

Із сукупності методів вибору рішень доцільно виділити *функціонально-вартісний аналіз* (ФВА), який дозволяє доступними засобами обґрунтувати раціональне рішення за критеріями ефективності і вартості. На певних етапах даного методу можуть бути використані всі інші методи і процедури. Тобто ФВА практично виступає в ролі технології обґрунтування рішень.

Евристичні методи прийняття рішень також мають на даний час ряд ефективних, перевірених практикою процедур (аналіз карти втрат, «розумовий штурм» тощо).

Розвиток евристичних методів у напрямку алгоритмізації творчого процесу суттєво підвищує їхню ефективність. Про це свідчить досвід застосування алгоритмів розв'язання винахідницьких задач для вдосконалення технічних систем і процесів. Основними етапами цих методів є виявлення технічних суперечностей і чітке визначення винахідницької задачі, аналіз ресурсів часу, речовини і фізичних полів, що можуть бути використані для вирішення задачі. При цьому застосовують метод морфологічного аналізу, що полягає у побудові двовимірних або багатовимірних матриць (таблиць) основних ознак ТС з наступним порівняльним аналізом. При дослідженні ТС виконують дві основних операції:

- виділяють декілька найбільш характерних ознак побудови ТС (структурних і морфологічних);
- за кожною морфологічною ознакою складають множину альтернативних варіантів технічної реалізації цих ознак.

Процедури морфологічного аналізу мають таку послідовність:

- точно формулюють задачу;
- вибирають основні характеристики та морфологічні ознаки ТС;
- за кожною характеристикою визначають можливі варіанти структурно –конструктивних схем;
- вибирають найбільш вдалі варіанти ТС;
- складають образ досліджуваної ТС та основні принципи її побудови на основні відбору кращих варіантів.

Широке застосування інформаційних технологій дає досліднику можливість органічно об'єднати найбільш ефективні прийоми евристичних, аналітичних та експериментальних методів обґрунтування оптимальних варіантів інженерних рішень ТС.

3.6. Загальні методи аналізу технічних систем

Постановка і розв'язання будь-яких виробничих задач вимагає з'ясування ситуації, що склалася, виявлення суперечностей і невідповідностей, причинно –наслідкових зв'язків. Таку інформацію одержують у результаті проведення аналізу ситуації, системи або показників її функціонування.

Аналіз – це метод дослідження, який полягає в умовному або практичному розчленуванні об'єкта на складові частини (ознаки, властивості тощо) для встановлення їх ролі в системі.

Об'єктами аналізу можуть бути умови і закономірності функціонування систем, їхня структура, взаємодія елементів, властивості і показники роботи, вплив різних факторів на властивості систем, хід виробничих процесів, повнота і якість інформації тощо.

Найпоширеніші в інженерній практиці методи аналізу ТС наведені на рис. 3.8. У даній класифікації виділений методологічний та змістовий аспекти, а також масштабний підхід до аналізу.



Рис. 3.8. Класифікація методів аналізу ТС

Системний аналіз як методологія дослідження систем полягає в структуризації системи, вивченні її властивостей через властивості і взаємодії елементів, внутрішні і зовнішні зв'язки. Принцип системності вимагає вивчення властивостей окремих елементів не ізольовано, а з урахуванням їхнього місця і ролі в системі, бо взаємозв'язки і взаємодії елементів забезпечують нові системні властивості об'єктів.

Вивчення динамічних виробничих і технічних систем може мати два аспекти – функціональний і генетичний, або еволюційний.

Функціональний аналіз спрямований на вивчення структури і властивостей системи, закономірностей її функціонування у певних умовах. Функціональні залежності виявляються при взаємодії окремих елементів між собою, між елементами і системою в цілому, між системою і надсистемою (середовищем).

Ці взаємодії вимагають узгодження в просторі і часі як по горизонталі, тобто між складовими частинами одного ієрархічного рівня (координація), так і по вертикалі (субординація). Субординація вказує на підпорядкованість складових системи, їхнє неоднакове значення для функціонування системи в цілому.

Генетичний (еволюційний) аналіз – вивчає систему в розвитку. Кожна технічна чи виробнича система проходить певні етапи життєвого

циклу. Ретроспективний аналіз дозволяє з'ясувати причини і передумови становлення саме такого вигляду і стану системи, що дає важливу інформацію для визначення напрямків удосконалення, тобто перспективного розвитку системи. Це особливо важливо в умовах прискорення науково-технічного прогресу, коли настає швидке моральне старіння систем та їхніх елементів.

Інженерний аналіз спрямований на вивчення властивостей технічних систем і закономірностей їхнього функціонування. Його об'єктами є конструкція машин та їхня надійність, маневрові і енергетичні властивості, показники роботи та інше. На основі інженерного аналізу здійснюється вдосконалення конструкції технічних засобів, їхнього технічного і технологічного обслуговування, усунення несприятливих відхилень у ході виробничих процесів, узгодження параметрів і режимів роботи машин.

Економічний аналіз спрямований на вивчення економічних властивостей технічних і виробничих систем та їхньої економічної ефективності. Експлуатаційні витрати, собівартість робіт і продукції, ціноутворення є важливими факторами ефективності виробництва і мають важливе значення в прийнятті інженерних рішень.

У зв'язку з тим, що економічні показники виробничих систем тісно пов'язані із структурою і параметрами технічних складових, технологією і організацією процесів, соціально-економічними факторами, виникає необхідність проведення комплексного техніко-економічного аналізу. В умовах ринкових відносин і економічного механізму господарювання роль *техніко-економічного аналізу* значно зросла, бо він дозволяє виявити ефективність впровадження нової техніки і технологій, організації робіт і управління виробничими процесами, виявити резерви виробництва, визначити напрямки вдосконалення технічних і виробничих систем.

Функціонально-вартісний аналіз (ФВА) як технологія комплексного системного дослідження функцій спрямований на забезпечення необхідних споживацьких властивостей об'єктів з мінімально можливими затратами ресурсів на всіх етапах їхнього життєвого циклу.

Об'єктами техніко-економічного і функціонально – вартісного аналізу можуть бути технічні і виробничі системи, технології, а також їхні окремі елементи, організаційні та інформаційні структури. Ці два види аналізу в спеціальній літературі прийнято відносити до методів аналізу. Проте їх доцільніше було б визначити як технології обґрунтування рішень, які вбирають в себе певний арсенал методів і прийомів аналізу.

В основі аналізу систем лежить їхня структуризація, тобто встановлення меж системи і середовища (надсистеми), виділення складових частин на різних ієрархічних рівнях та зв'язків між ними, виявлення властивостей і показників функціонування систем.

Глибина структуризації системи визначається кількістю ієрархічних рівнів і здатністю до розчленування елементів нижнього рівня. Якщо ці елементи не піддаються подальшому розчленуванню, то структуризація проведена до граничної глибини.

Наприклад, при аналізі працездатності козлового крана структуризація може бути здійснена до окремих агрегатів, функціональних блоків або вузлів, деталей.

Поняття граничної структуризації до певної міри умовне. Так, з функціональної точки зору кульковий підшипник можна розглядати як неподільний елемент конструкції.

З іншого боку, навіть на окремій деталі можна виділити зони концентрації напружень або "слабкі" місця, усунення яких підвищує надійність деталі і машини в цілому (наприклад, шліцьова частина вала).

За глибиною і масштабом структуризації розрізняють макро– і мікроаналіз.

При *макроаналізі* (макропідході) об'єкт аналізу вивчають неначе ззовні, без деталізації його внутрішніх зв'язків і взаємодій. У цьому випадку встановлюють загальні тенденції розвитку систем, узагальнені показники і закономірності функціонування.

При *мікроаналізі* (мікропідході) вивчається внутрішня структура об'єкта, властивості і взаємозв'язки окремих елементів, фактори, що впливають на часткові і загальні показники функціонування системи. При цьому структуризація здійснюється до елементарного рівня.

Макро– і мікроаналіз можуть бути етапами дослідження і вдосконалення ТС (табл. 3.4). На рівні підприємства мікропідхід є основним інструментом вияву резервів виробництва.

Необхідну інформацію для вдосконалення технічних і виробничих систем можна отримати в результаті аналізу структури і функцій системи.

Структура системи є стійка впорядкованість її елементів, а також зв'язків і відношень між ними. Структура повинна забезпечити реалізацію певних властивостей системи, досягнення бажаного стану і результатів функціонування.

Динамічні виробничі та технічні системи змінюють у часі свої властивості і параметри стану. Структура ж відображає, як правило, такі

властивості і характеристики системи, що є незмінними на протязі ЖЦВ.

Таблиця 3.4

Приклади задач аналізу з різною глибиною структуризації

Об'єкт аналізу	Задачі аналізу	
	Макропідхід	Мікропідхід
Технічна система (транспортні комплекси, машини)	З'ясування тенденцій розвитку. Оцінка стану і технічного рівня. Встановлення загальних закономірностей. Оцінка відповідності параметрів ТС умовам	Аналіз структури і властивостей ТС, внутрішніх зв'язків і суперечностей. Встановлення закономірностей функціонування, факторів, що впливають на хід процесів, несправностей та їхніх причин
Виробничий процес, операція	Оцінка рівня механізації і організації робіт відповідно до вимог і умов	Аналіз ритмічності і узгодженості операцій; виявлення резервів підвищення продуктивності праці, зниження експлуатаційних затрат, втрат часу і продукції
Виробнича ситуація	Загальна оцінка ситуації і можливостей керування нею	Аналіз причинно – наслідкових зв'язків, встановлення керованих факторів і вибір засобів впливу на ситуацію
Інформація	Встановлення загальних закономірностей і потоків інформації	Оцінка повноти та якості інформації, ефективності її використання
Рішення	Оцінка відповідності результатів рішення до поставленої цілі	Встановлення критеріїв, аналіз і оцінка альтернатив, можливих результатів

Структурну модель подають у вигляді схеми або графа. Структурні схеми технічної системи відображають порядок (послідовність) входження складових частин у підсистеми і блоки різного рівня ієрархії.

Крім ієрархічних (централістських) структур, можуть бути послідовні, паралельні та різноманітні комбіновані схеми зв'язків складових частин системи (рис. 3.9).

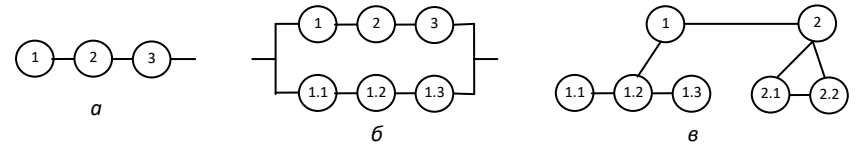


Рис. 3.9. Варіанти структурних схем ТС:
a – послідовна; *б* – паралельна; *в* – змішана

Слід зазначити, що хоча структура є найстабільнішою характеристикою ТС, це не виключає можливості її зміни залежно від потреби і виробничої ситуації. Така властивість характерна для гнучких технічних і виробничих систем. Зокрема, блочно – модульний принцип побудови системи машин дозволяє з набору структурних блоків (модулів) формувати, різноманітні агрегати залежно від виробничої необхідності.

Структурний аналіз технічних і виробничих систем дозволяє виявити диспропорції в розвитку окремих складових, неузгодженість параметрів і взаємодії елементів, що суттєво може впливати на кінцеві показники функціонування ТС в цілому.

Функціональна модель відображає впорядковану сукупність функцій системи і зв'язків між ними.

Функція – це зовнішній прояв властивостей об'єкта, що пов'язані з певною дією. Сформулювати функцію можна за допомогою запитання: "Яку дію виконує об'єкт?" Функція може мати як динамічний характер, тобто бути спрямованою на виконання певної роботи, так і статичний (зберігання продукції, з'єднання елементів тощо).

Функціональні моделі можна побудувати за допомогою методу аналізу функцій FAST (Functional Analysis System Techniques), використовуючи різні тестові запитання (Що? Навіщо? Як? Коли? та інше). Наприклад, при побудові функціональної моделі технологічного процесу зручно використовувати запитання: "Що необхідно для здійснення функції?" і "Навіщо здійснюється дана функція?"

Структуризація і аналіз функцій передбачають виділення головної функції, що визначає мету і призначення ТС, основних функцій, без яких не може бути виконана головна, а також допоміжних (рис. 3.10).

Побудову моделі типу FAST здійснюють у такій послідовності:

1. Формулюється головна функція Φ_0 ТС, що аналізується, яка характеризує призначення і головну мету даної системи.

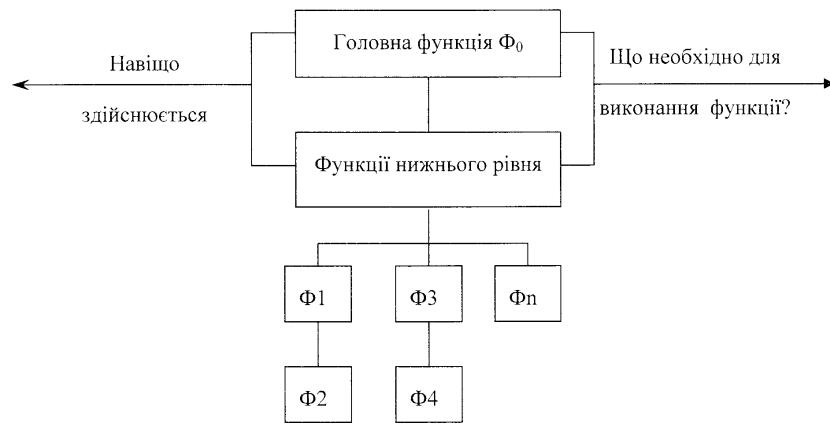


Рис. 3.10. Схема аналізу функції за методом FAST

2. Формулюються функції нижчого рівня $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ постановкою запитання: "Що необхідно для здійснення даної (головної) функції?".

При контролюванні правильності побудови моделі можна ставити запитання: "Навіщо (для чого) здійснюється дана функція?".

При побудові функціональних моделей не беруть до уваги їхнє конкретне втілення, а лише те, що дана функція має місце в системі.

Це дає можливість при проектуванні технічних та виробничих систем розглянути різні альтернативні варіанти реалізації функцій.

Аналіз функціональних моделей дозволяє виявити надлишкові функції, а також такі, що доцільно додатково ввести в систему, оцінити рівень реалізації окремих функцій, порівняти альтернативні варіанти функціональних схем. Віднесення функцій до основних чи другорядних вимагає ретельного всебічного аналізу.

Побудова структурних і функціональних моделей є лише початковими етапами функціонального аналізу, кінцевою метою якого є встановлення аналітичних зв'язків між окремими факторами, що впливають на хід процесу, і кінцевими показниками роботи системи. У більшості випадків це зводиться до математичного моделювання систем.

3.7. Метод функціонально – вартісного аналізу технічних об'єктів. Загальна система проведення

Функціонально-вартісний аналіз (ФВА) є методом зниження собівартості виробів, як правило, без зміни основних принципів, на яких вони створені.

В зв'язку з тим, що близько 60–70 % витрат на виробництво машинобудівних об'єктів вирішується на етапах маркетингових досліджень і проектуванні, важливо прогнозувати зниження зайвих витрат уже на цих етапах ЖЦВ (див. п. 3.1).

Основні задачі ФВА стосовно проектування нових або модернізації діючих виробів: виявлення та ранжирування по важливості функцій виробу; усунення зайвих функцій; визначення і порівняння вартості функцій; виявлення зони найбільшого зосередження витрат; пошук кращих технічних рішень засобів реалізації функцій.

Головним ланцюгом ФВА є аналіз, класифікація і визначення вартості функції об'єкта.

У кожному технічному виробі є пристрої, що виконують головні, основні та допоміжні функції. В результаті аналізу можуть бути визначені і зайві функції.

Головні функції виконують основні елементи вибору. До них належать робочі органи та інші елементи, що безпосередньо взаємодіють з предметом обробки і об'єктами навколишнього середовища. Головні функції визначаються призначенням виробу, а навколишнє середовище для головних функціональних елементів, як правило, співпадає з об'єктами обробки.

Основні функції виконують елементи, що забезпечують роботу головних елементів. При виключенні основної функції виконання головної функції стає неможливим.

Допоміжні функції належать до елементів, що забезпечують більш ефективне виконання головної функції. При виключенні допоміжної функції працездатність об'єкта не втрачається, але знижуються деякі показники якості.

Зайві функції – це функції, без яких об'єкт не втрачає працездатність при збереженні установлених для нього показників якості.

План проведення ФВА включає чотири основних етапи: підготовчий, інформаційно – аналітичний, пошуково – дослідницький, впровадження результатів.

1. *Підготовчий етап*: вибір об'єкта та мети аналізу; підбір складу дослідницької групи, розробка та затвердження технічного завдання на проведення ФВА.

2. *Інформаційно-аналітичний етап*: збір, систематизація та аналіз інформації по конструкторських рішеннях об'єкта та витрати на його виготовлення і експлуатацію, аналіз та класифікація функцій об'єкта, порівняння вартості функцій; постановка задачі пошуку більш раціональних та оптимальних конструкторсько-технологічних рішень.

3. *Пошуково-дослідницький етап*: пошук та формування вихідної множини альтернатив (ВМА) технічних рішень; вибір оптимального варіанта за узагальненими критеріями та розрахунком економічного ефекту від його реалізації; оформлення результатів ФВА у вигляді технічної пропозиції.

4. *Етап впровадження* результатів ФВА: розробка проектно – технологічної документації; організація та контроль робіт з реалізації пропозицій.

Загальна схема проведення ФВА технічної системи наведена на рис. 3.11. Схема дозволяє впорядкувати процедуру аналізу і характеризує основні результати кожного з наведених вище етапів.

Початок належить до підготовчого етапу проведення ФВА, який завершується формулюванням загальної мети. Приклади постановки задач ФВА наведені нижче (табл. 3.5.).

Крок 1. На основі зібраної і проаналізованої інформації задаються вихідні дані, формулюються вимоги до функціонування об'єкта. Стосовно об'єктів ТС це можуть бути технологічні, енергетичні, екологічні та інші вимоги і обмеження.

Крок 2. Формулюється корисність об'єкта аналізу. Корисність системи характеризує її якість та ступінь виконання нею свого функціонального призначення. Для технічних засобів – це, насамперед, показники, що характеризують головну функцію.

Крок 3. Формулюються затрати, на зниження яких спрямований аналіз.

Крок 4. Здійснюється побудова дерева цілей ФВА, обґрунтування часткових і загальних критеріїв корисності і затрат.

Цим кроком завершується інформаційно – аналітичний етап ФВА.

Крок 5. Здійснюється структурний і функціональний аналіз об'єкта. Будується структурно – функціональна модель (СФМ) із застосуванням методів, що розкриті в розділі 3.7.

Крок 6. Проводиться аналіз СФМ на достатність функцій, виявлення надлишкових функцій, узгодженість характеристик взаємопов'язаних функцій. Детальніше аналіз функціональної організованості систем розглядається нижче.

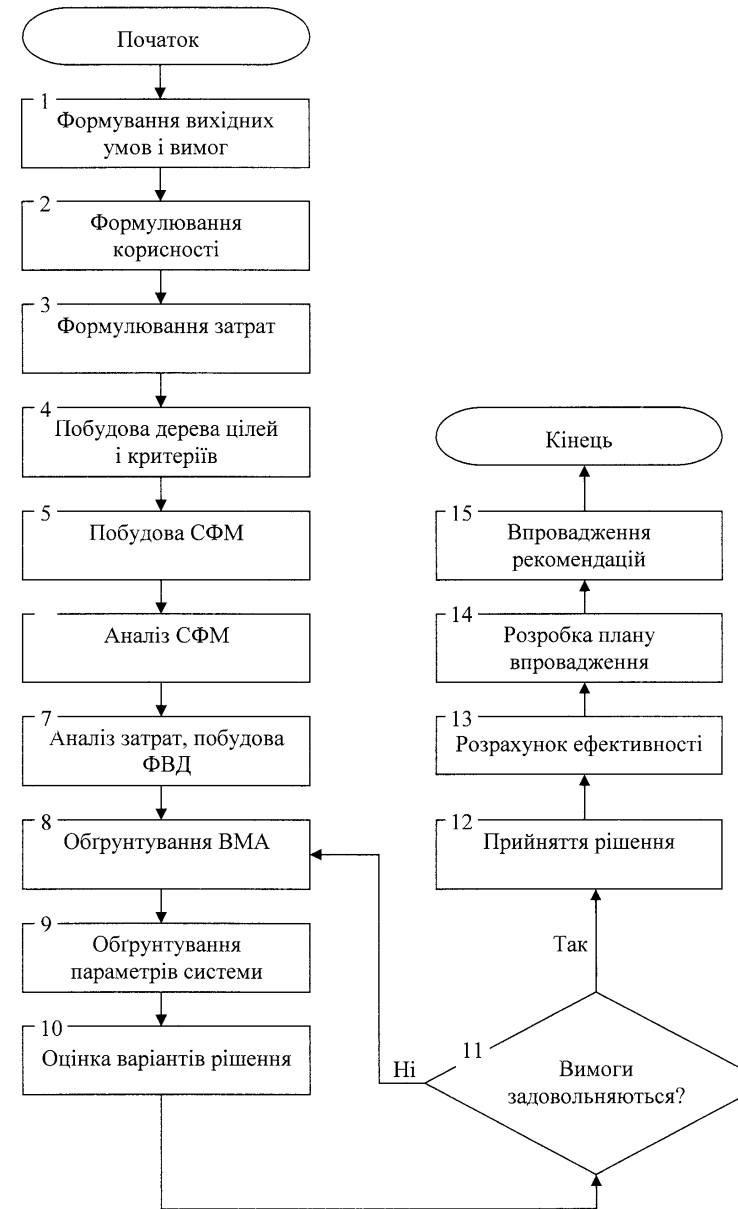


Рис. 3.11. Блок-схема проведення ФВА технічного об'єкта

Крок 7. Здійснюється аналіз значущості функцій та затрат на їх реалізацію, будується функціонально – вартісна діаграма (ФВД). Виявляються невідповідності між значущістю і затратами, резерви зниження затрат.

Крок 8. Обґрунтування вихідної множини альтернатив (ВМА), тобто можливих варіантів вдосконалення системи, усунення невідповідностей між значущістю функцій і затратами на її реалізацію. На даному кроці широко використовують методи вирішення інженерних задач технічної творчості.

Крок 9. Обґрунтування раціональних параметрів і характеристик ТС на основі моделювання і вирішення оптимізаційних задач.

Крок 10. Оцінка варіантів рішень за узагальненими критеріями корисності та затрат, а також на дотримання вимог і обмежень.

Крок 11. Логічна операція на забезпечення вимог хоча б одним з варіантів ВМА. Якщо жоден із варіантів не задовольняє вимог, повторюють цикл від кроку 8, тобто повертаються до пошуково – дослідницького етапу.

Таблиця 3.5

Приклади формування задач ФВА технічної системи

Об'єкт	Мета
ТС	Забезпечити заданий рівень виконання робіт з мінімальними приведеними витратами
Виробничий процес, технологічна операція	Досягнути необхідної продуктивності з мінімальними прямими або приведеними затратами
Виробничий об'єкт (зона, робоче місце)	Варіант 1. Забезпечити задану пропускну здатність із мінімумом приведених затрат. Варіант 2. При заданому рівні затрат підвищити продуктивність об'єкта
Технічний засіб	Забезпечити необхідні функціональні показники з мінімальними експлуатаційними витратами
Організація робіт	Забезпечити виконання заданого обсягу робіт з мінімальними затратами коштів (або робочого часу)

Крок 12. Реалізуються процедури прийняття рішення щодо вдосконалення об'єкта аналізу. Переважно рішення при ФВА і ФВП приймається за величиною двох критеріїв – корисності та затрат. Але можливі варіанти прийняття рішення на основі одного критерію або більше двох критеріїв.

Крок 13. Здійснюється розрахунок ефективності вибраного варіанта вдосконалення системи, яким завершується пошуково – дослідницький етап ФВА.

Крок 14. Розробляється план впровадження рекомендацій ФВА.

Крок 15. Впровадження рекомендацій ФВА.

Наведена схема ФВА є лише орієнтовною, а розмежування етапів – значною мірою умовним.

У зв'язку з тим, що рішення про вдосконалення об'єкта при ФВА приймається на основі співставлення корисності і затрат як по окремих функціях, так і по системі в цілому, важливо корисність і затрати виразити кількісно у вигляді критеріїв.

Поняття корисності в економічній літературі має різні тлумачення, які характеризують результати певних функцій, рішень. Будемо розглядати корисність як прояв результатів головної функції системи, тобто її споживної вартості. Для оцінки ролі внутрішніх функцій в реалізації системою головної функції будемо вживати термін "значущість". Виходячи з цього, дамо такі визначення.

Корисність системи є мірою виконання нею свого функціонального призначення стосовно до потреб суспільства чи окремих споживачів.

Значущість функції – це характеристика, що відображає роль даної функції в реалізації, функції більш високого структурного рівня.

Корисність системи виявляється в надсистемі, тому перш ніж формулювати корисність, необхідно встановити межі надсистеми.

Так, корисність ТС виявляється на множині виробничих умов і технологій, що й обумовлює межі надсистеми.

При обґрунтуванні узагальненого критерію корисності доцільно дотримуватись такої послідовності:

- спершу дається словесне формулювання корисності, яке повинне розкрити основне призначення системи;
- встановлюються ті властивості системи, які найбільш суттєво підвищують її корисність;
- формується узагальнений критерій, що має кількісний вираз, відповідає основному призначенню системи і враховує ті основні властивості системи, які безпосередньо формують її корисність;
- встановлюється аналітична залежність узагальненого критерію корисності від часткових.

Такий підхід дозволяє в багатьох випадках встановити узагальнений критерій, який має фізичний зміст і розкриває зв'язки з параметрами системи.

При вирішенні задач ТС доцільно розрізняти корисність з точки зору індивідуального споживача, серійного виробництва технічних засобів, а також систем загального призначення. Потреби індивідуальних споживачів можуть бути істотно відмінними, а відповідно і функція корисності буде різною. Корисність з точки зору проектування систем повинна враховувати запити індивідуальних споживачів і формуватись на певних статистичних усередненнях. У третьому випадку корисність може бути строго детермінованою і не залежати від суб'єктивних уподобань. Наприклад, прилади для діагностування технічного стану машин, системи енергопостачання, обладнання для технологічного налагоджування машин матимуть детерміновану функцію корисності.

Затрати при ФВА виступають як плата за корисність. Узагальнений критерій затрат при проектуванні ТС враховує витрати на всіх етапах життєвого циклу системи (маркетинг, проектування, виготовлення, експлуатація, ліквідація і утилізація).

Стосовно задач аналізу ТС затрати на проектування і виготовлення та накладні витрати входять у ціну машин. Доля експлуатаційних витрат у цьому випадку має основне значення для прийняття раціональних рішень. Важливо зазначити, що вони інколи можуть бути в десятки разів більшими від балансової вартості машин. Так, для автомобілів за весь термін служби експлуатаційні витрати перевищують їхню балансову вартість більше ніж у 30-40 разів.

Зниження експлуатаційних витрат на всіх етапах ЖЦВ є важливим народногосподарським завданням і метою ФВА. Найпоширенішими одиницями виміру затрат є грошові. Проте інколи доцільніше використовувати енергетичні еквіваленти затрат, особливо якщо в завдання ФВА входить пошук резервів ресурсозбереження і підвищення екологічності ТС.

Таким чином, при проведенні ФВА важливо чітко розмежувати показники корисності і затрат, вивести відповідні часткові та узагальнені критерії для наступного аналізу системи і прийняття ефективного рішення.

3.8. Аналіз функціональних моделей технічних систем

Суть і основні правила побудови структурних і функціональних моделей наведені в розділі 3.6. Додатково зазначимо, що структурні та суміщені структурно-функціональні моделі (СФМ) будуються переважно за ієрархічною схемою. Функціональні моделі можуть також мати ієрархічну структуру або бути поданими у вигляді технологічного

ланцюжка. Останню зручно будувати з використанням методу функцій FAST (див. рис. 3.8).

Наступний аналіз моделей включає оцінку функціональної організованості систем, корисності окремих функцій і затрат на їхню реалізацію, побудову ФВД і виявлення резервів скорочення затрат.

Функціональна організованість систем базується на таких принципах:

- функціональна достатність, тобто наявність всіх необхідних корисних функцій системи;
- доцільність функцій, тобто використання наявних функцій системи відповідно до їхнього функціонального призначення;
- спрямованість функцій на досягнення цілей призначення системи;
- сумісність функцій і їхніх властивостей;
- функціональна гнучкість системи, тобто здатність пристосуватись до різних умов і вимог.

Функціональна достатність оцінюється коефіцієнтом:

$$k_d = \frac{n_{\phi n}}{n_{\phi n}}, \quad (3.15)$$

де k_d – коефіцієнт достатності; $n_{\phi n}$ і $n_{\phi n}$ – кількість номінальних і практично необхідних корисних функцій.

Ступінь доцільності функцій оцінюється так званим коефіцієнтом актуалізації:

$$k_{af} = \frac{n_{\phi n}}{n_{\phi z}}, \quad (3.16)$$

де k_{af} – коефіцієнт актуалізації функцій; $n_{\phi z}$ і – загальна кількість функцій.

Інформативними показниками внутрішньої організованості системи є коефіцієнти функціональної спрямованості (інакше – функціонального втілення) і сумісності функцій:

$$k_{\phi a} = \frac{n_{\phi a}}{n_{\phi z}}; \quad (3.17)$$

$$k'_{\phi a} = \frac{n_{\phi a}}{n_{\phi z}}; \quad (3.18)$$

$$k_{\phi c} = 1 - \frac{n_{\phi c}}{n_{\phi z}}, \quad (3.19)$$

де $k_{\phi\sigma}$ і $k'_{\phi\sigma}$ – коефіцієнти функціонального втілення;

$k_{\phi\sigma}$ – коефіцієнт сумісності функцій;

$n_{\phi\sigma}$, $n_{\phi\sigma}$ і $n_{\phi\sigma}$ – кількість основних, допоміжних і узгоджуючих функцій.

Функціональна гнучкість системи оцінюється коефіцієнтом функціональних можливостей:

$$k_{\phi} = \frac{n_{\phi\kappa}}{n_{\phi}}, \quad (3.20)$$

де k_{ϕ} – коефіцієнт функціональних можливостей;

$n_{\phi\kappa}$ і n_{ϕ} – відповідно номінальна і потенційно необхідна кількість корисних зовнішніх функцій.

Числові значення наведених коефіцієнтів характеризують якість технічної чи виробничої системи, дають можливість виявити резерви зниження затрат або підвищення корисності. Так, відсутність деяких корисних функцій знижує величину коефіцієнта k_{ϕ} і може впливати на корисність системи в цілому.

Зменшення кількості допоміжних і узгоджуючих функцій, усунення зайвих функцій підвищує величину коефіцієнтів $k_{\sigma\phi}$, $k_{\phi\sigma}$, $k_{\phi\sigma}$ і якість системи в цілому.

Коефіцієнт функціональних можливостей k_{ϕ} є показником універсальності і гнучкості системи. Він часто безпосередньо входить в аналітичний вираз узагальненого критерію корисності.

При оцінці зовнішніх корисних функцій, які визначають споживні властивості системи, важливо встановити не лише їхню кількість, але й значущість. Для цього використовують методи і прийоми експертної оцінки значущості функцій, встановлення пріоритетів.

Простим і широко розповсюдженим є метод попарного порівняння, який може застосовуватись для ранжування властивостей об'єкта, функцій, критеріїв оцінки рішення тощо. Для цього будується матриця (табл. 3.6), в якій на перетині рядка і стовпчика ставиться номер функції, що вважається більш важливою при попарному порівнянні.

Ранг функції встановлюється згідно з кількістю переваг у порівнянні з рештою функцій. Приймавши суму переваг за 1, можна визначити коефіцієнт значущості.

Більш точним вважається метод розставлення пріоритетів. При попарному порівнянні функцій у відповідних комірках матриці

проставляють коефіцієнти переваг. Якщо функція в і-у рядку має перевагу над функцією в j-у стовпчику, то коефіцієнт приймають рівним 1,5, при їх однаковій значущості – 1,0, а при меншій – 0,5 (табл. 3.7).

Т а б л и ц я 3.6

Матриця порівняння функцій

Номери функцій	Номери функцій					Число переваг	Ранг функцій	коефіцієнт значущості
	1	2	3	4	5			
1	–	1	3	1	1	3	2	0,3
2	1	–	3	2	5	1	4	0,1
3	3	3	–	3	3	4	1	0,4
4	1	2	3	–	5	0	5	0
5	1	5	3	5	–	2	3	0,2

Т а б л и ц я 3.7

Матриця коефіцієнтів переваг функцій

Номери функцій	Коефіцієнти переваг					$\sum_{j=1}^{j=5} k_i$	P_{ij}	λ_i	Ранг
	1	2	3	4	5				
1	1,0	1,0	0,5	1,5	1,5	5,5	25,5	0,228	2
2	1,0	1,0	0,5	1,5	0,5	4,5	20,5	0,183	4
3	1,5	1,5	1,0	1,5	1,5	7,0	29,5	0,263	1
4	0,5	0,5	0,5	1,0	0,5	3,0	14,0	0,125	5
5	0,5	1,5	0,5	1,5	1,0	5,0	22,5	0,200	3
	–	–	–	–	–	–	112	1,000	

Коефіцієнти значущості λ_i і-ї функції визначають за формулою:

$$\lambda_i = \frac{P_{ij}}{\sum_{i=1}^n P_{ij}}, \quad (3.21)$$

де P_{ij} – визначається як сума добутків кожного елемента і-го рядка на елементи вектора–стовпчика $\sum k_{ij}$, тобто

$$P_{ij} = [k_{ij}^{\rightarrow}] [\sum k_{ij}] \downarrow. \quad (3.22)$$

Приклад. Для 1-го рядка матриці:

$$P_{1j} = k_{11} \sum k_1 + k_{12} \sum k_2 + k_{13} \sum k_3 + k_{14} \sum k_4 + k_{15} \sum k_5 =$$

$$= 1,0 \times 5,5 + 1,0 \times 4,5 + 0,5 \times 7,0 + 1,5 \times 3,0 + 1,5 \times 5,0 = 25,5 .$$

Для 2-го рядка:

$$P_{2j} = 1,0 \times 5,5 + 1,0 \times 4,5 + 0,5 \times 7,0 + 1,5 \times 3,0 + 0,5 \times 5,0 = 20,5 .$$

Отже, наведені методи дають можливість не тільки встановити місце функції в ранжирному ряду, але й її ваговий коефіцієнт. Це важливо при комплексній оцінці багатофункціональної системи за критерієм:

$$Q_k = \sum_{i=1}^m \lambda_i P_{fik}, \quad 0 < \lambda_i < 1, \quad \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1, \quad (3.23)$$

де Q_k – узагальнений показник якості к-го варіанта виконання системи;

λ_i – коефіцієнт значущості (ваговий коефіцієнт) і-ї функції;

P_{fik} – рівень реалізації і-ї функції в к-му варіанті виконання системи.

Показник типу (3.15) може виступати як узагальнений критерій корисності, якщо встановлення його аналітичного виразу з відображенням фізичної сутності є утруднене.

Визначення затрат на реалізацію функції здійснюється, починаючи з нижнього рівня СФМ. Якщо в реалізації функції приймає участь декілька компонентів, затрати визначають за формулою:

$$S_{phi} = \sum_{i=1}^k \alpha_{ik} S_k, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \sum_{i=1}^k \alpha_k = 1, \quad (3.24)$$

де S_{phi} – затрати на і-у функцію;

α_{ik} – внесок к-го компонента в реалізацію і-ї функції;

S_k – затрати на к-й компонент.

Затрати на функцію, що стоїть на вищих рівнях ієрархії СФМ, визначають додаванням затрат на функції, які структурно їй підпорядковані.

Специфічною процедурою ФВА є побудова функціонально – вартісних діаграм (ФВД), які є графічним зображенням співвідношення

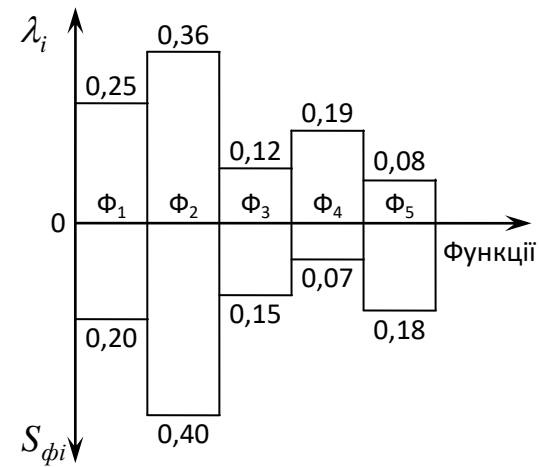


Рис. 3.12. Функціонально-вартісна діаграма аналізу функцій ТС

між значущістю функцій і затратами на їхню реалізацію. Побудова ФВД здійснюється з метою виявлення невідповідності затрат у відношенні до корисності функції. ФВД будуються для групи функцій, що мають спільну вершину на структурній схемі. ФВД, що ілюструє співвідношення між значущістю і-ї функції λ_i та

відносними затратами $S_{\phi i}$ на її реалізацію, представлена на рис. 3.12.

Для одержання нормованих значень корисності або затрат користуються формулами:

$$\bar{q}_{\phi i} = \frac{Q_{\phi i} \lambda_i}{\sum_1^n Q_{\phi i} \lambda_i}; \quad (3.25)$$

$$\bar{s}_{\phi i} = \frac{S_{\phi i}}{S_0}, \quad (3.26)$$

де $\bar{q}_{\phi i}$ і $Q_{\phi i}$ – відповідно відносне та абсолютне значення корисності і-ї функції;

$\bar{s}_{\phi i}$, $S_{\phi i}$ – відповідно відносні та абсолютні затрати на і-ту функцію;

S_0 – загальні затрати на функцію, що є спільною вершиною для і-х функцій нижчого рівня ієрархії.

Співставлення витрат на одиницю корисності (значущості) дозволяє виявити недосконалі зони СФМ. такими вважаються функції,

для яких $\bar{s}_{\phi_i} / \bar{q}_{\phi_i} > 1$. У наведеному на рис. 3.12 прикладі такими будуть функції Φ_2, Φ_3, Φ_5 .

Застосування ФВА розглянемо на прикладі вибору технічного рішення про модернізацію пристрою для очищення від окалини металевих заготовок труб, який входить до складу трубопрокатного агрегату.

Для очищення круглої металевої заготовки, нагрітої до високої температури ($\sim 1200^\circ\text{C}$), від окислів металу, застосовали спосіб гідроочищення пароводяним струменем під тиском 1–1,5 МПа. Реалізація цього способу потребує застосування складних пристроїв та не забезпечує високої якості очищення при значних енерговитратах. Функції основних елементів очищувального пристрою, технічні засоби їхньої реалізації і відносна вартість та значущість представлені в табл. 3.8.

Таблиця 3.8

Функції основних елементів очищувального пристрою, технічні засоби їхньої реалізації і відносна вартість та значущість

Назва функції	Назва засобу реалізації	Відносна вартість одиниці \bar{S}_{ϕ_i}	Відносна значущість функції \bar{q}_{ϕ_i}
1. Головна функція F_0 – очищення поверхні заготовки від окалини	Колектор із набором форсунок	0,14	1,0
2. Основні функції F_1 – очищувальної дії	Блок формування пароводяного струменя	0,38	0,31
F_2 – переміщення заготовки	Роликовий конвеєр	0,1	0,25
F_3 – Орієнтація заготовки	Блок напрямних	0,05	0,12
F_4 – видалення забруднень із зони очищення	Блок регульованих форсунок	0,21	0,15
F_5 – керування процесом очищення	Система регулювання тиску рідини	0,21	0,17

Відносні критерії корисності \bar{q}_{ϕ_i} та затрат \bar{S}_{ϕ_i} функції визначаються за формулами (3.25) та (3.26) із використанням експертної оцінки [16].

Орієнтовні значення цих критеріїв, що наведені в табл. 3.8, характерні для обладнання гідро– та гідроабразивного очищення деталей [12].

Кожна із функцій реалізується одним засобом (пристроєм), тому коефіцієнт внеску засобів в реалізацію кожної з функцій дорівнює $\alpha_{ik} = 1$.

Графічне зображення співвідношення між значущістю функцій і затратами на їхню реалізацію стосовно вищевказаного очищувального пристрою наведено на ФВД (рис. 3.13).

Співвідношення затрат на засоби реалізації функцій та їхньої корисності дозволяє виявити недосконалі елементи об'єкта, для яких $\bar{S}_{\phi_i} / \bar{q}_{\phi_i} > 1$. У наведеному на рис. 3.13 прикладі такими будуть елементи, яким відповідають функції F_1, F_4 .

Аналіз ФВД дає можливість оцінити об'єкт аналізу та встановити напрямки підвищення його ефективності. Результати аналітичного етапу ФВА дають необхідну вихідну інформацію для творчого етапу, на якому здійснюється пошук ідей вдосконалення ТС, формується вихід на множини альтернативних варіантів технічного рішення.

У випадку, коли немає можливості застосувати відомі елементи до виконання нових функцій, потрібно вводити додаткові елементи і відмовитися від деяких функцій або шукати нові фізичні ефекти, якщо об'єкт уже багато разів удосконалювався.

Структура різних фізичних ефектів може бути представлена вхідною дією об'єкта, фізичним об'єктом і результатом (вихідним ефектом). До вхідної дії належать різні поля (магнітне, електричне, електромагнітне, силове, гравітаційне та ін.). Рівень дії вимірюється числовим значенням певних фізичних величин.

Фізичні об'єкти, на які спрямована дія, включають широкий клас матеріальних тіл: тверді, рідинні, газоподібні речовини та їхнє сполучення, а також елементарні частинки.

Результат (ефект) має різні види: електричний струм, рух, електромагнітне поле, зміна псевдощільності рідини, зміна розмірів об'єкта та ін.

Для полегшення пошуку необхідних фізичних ефектів розроблено показники, що містять мінімум інформації та дозволяють вибрати потрібний ефект для вирішення технічної задачі. Скорочений показник

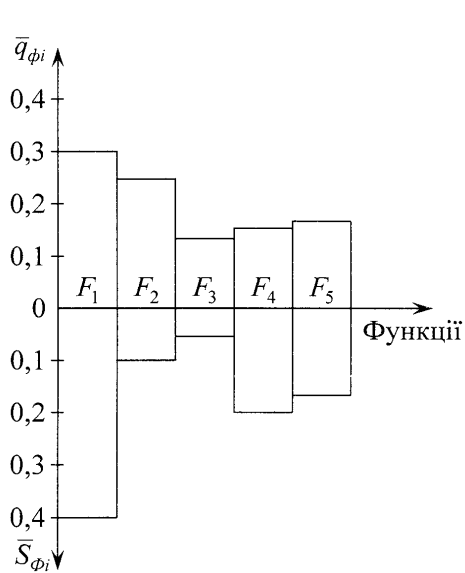


Рис 3.13 Функціонально-вартісна діаграма об'єкта аналізу

фізичних ефектів та напрям їхнього можливого використання представлено в додатку А (табл. А1, А2).

Продовжуємо пошук рішення поставленої в прикладі технічної задачі. В зв'язку з тим, що блок формування пароводяного струменя, який реалізує функцію F_1 , не забезпечує якісного очищення нагрітої заготовки, потрібно шукати інший фізичний ефект для створення зусиль відриву окалини від гарячої поверхні.

Враховуючи умови задачі, таким фізичним ефектом може бути зовнішнє магнітне поле у відповідності до дії поз. 18

(див додаток А, табл. А2).

Враховуючи, що окалина є феромагнетиком при температурі нижче точки Кюрі (560-600°C), притягання (відрив) її від гарячої заготовки може бути здійснене зовнішнім магнітним полем (див додаток А, табл. А1). Але за цієї температури і метал заготовки (сталь) також є феромагнетиком, і притягує до себе окалину, що не дозволяє магнітному полю відірвати її від поверхні заготовки.

Ідея рішення: необхідно створити великий температурний градієнт по перерізу заготовки (різко охолодити її), що забезпечить температуру в шарі окалини нижче, а в металі вище за точку Кюрі (перехід металу у парамагнетик), і діяти на окалину зовнішнім магнітним полем. Це створить умови для відриву окалини від заготовки та видалення її.

Для створення конструкції пристрою, що реалізує цей спосіб очищення, необхідно забезпечити певними елементами функції охолодження поверхневого шару заготовки і створення зовнішнього магнітного поля.

Отримане технічне рішення (рис. 3.14) нового способу очищення складається із похилого стола, виготовленого із магнітопроникного

матеріалу, під яким розміщені електромагніти, та форсунок, що направляють воду (охолоджувач) на цей стіл. Вода охолоджує шар окалини, яка під дією магнітного поля відривається від заготовки і прилипає до поверхні стола. Видалення окалини здійснюється водою при відключенні електромагнітів.

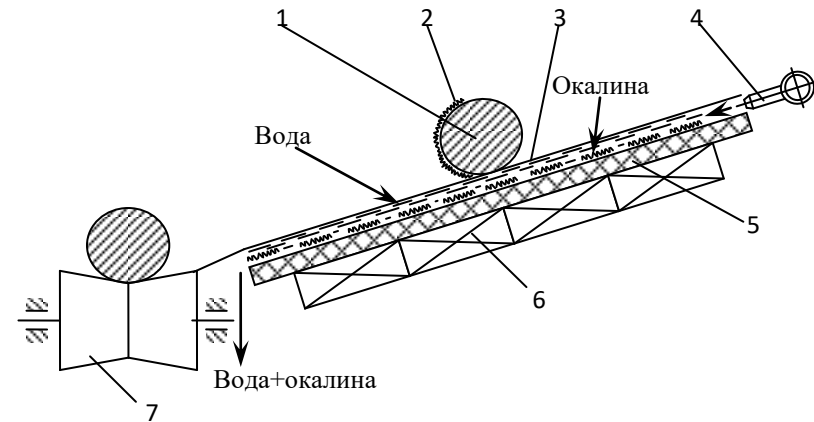


Рис. 3.14. Пристрій для видалення окалини з нагрітих циліндричних заготовок (а. с. №735354): 1 – заготовка; 2 – окалина; 3 – напрямні; 4 – блок форсунок; 5 – похилий стіл; 6 – блок електромагнітів; 7 – відповідний рольганг

В новому пристрої функція F_1 реалізується новим технічним засобом – блоком електромагнітів (поз. 6), а функція F_4 включає операції охолодження поверхні заготовки та видалення забруднень і реалізується модернізованим блоком форсунок, що створюють суцільний потік рідини (поз. 4).

Аналіз внутрішньої функціональної організованості технічних чи виробничих систем, рівня використання зовнішніх функцій поряд з функціонально – вартісним прогнозуванням дає можливість комплексно оцінити якість системи, встановити напрямки підвищення її ефективності. Результати аналітичного етапу ФВА дають необхідну вихідну інформацію для творчого етапу, на якому здійснюється пошук ідей вдосконалення системи, формується вихід на множини альтернативних варіантів можливих технічних рішень.

3.9. Творчий пошук при обґрунтуванні технічних рішень

Пошук нових рішень включає збір і аналіз відповідної інформації, прийоми і процедури активізації творчого мислення, а також процедури прийняття рішення.

Часто ефективні рішення можуть бути знайдені вже на стадії збору і аналізу інформації. Це обумовило вдосконалення методів інформаційного пошуку готових рішень. Сюди належить патентний пошук, формування фонду технічних, технологічних і організаційних рішень, фонду ідей.

Найпростішою формою накопичення такого роду інформації є картотека ідей, яку постійно поповнюють в процесі аналізу спеціальної літератури. У картотеці накопичують і систематизують принципи і приклади реалізації технічних чи виробничих функцій. Систематизація переважно здійснюється в напрямку основних етапів життєвого циклу ТС, наприклад, проектування, виготовлення, експлуатація та ін.

Присвоєння кожній групі інформації індексів дозволяє впорядкувати картотеку і суттєво полегшити пошук технічних рішень.

Найперспективнішою і зручною формою накопичення інформації є формування баз даних і знань на основі ПЕОМ у складі АРМ інженера.

Другу групу методів пошуку нових рішень становлять евристичні методи. Вони базуються на пізнанні закономірностей творчого мислення (евристика).

Одним з найбільш поширених методів активізації творчого мислення є *"розумовий штурм"*.

Метод реалізується в процесі колективного висловлювання і обговорення пропозицій за заданою проблемою. Склад групи (до 15 чол.) включає ведучого, що має досвід практичного застосування методу, підгрупу генераторів ідей і підгрупу аналітиків (2–4 люд.), які здійснюють оцінку ідей та їхню систематизацію.

Метод реалізується в такій послідовності:

1. Постановка завдання і підбір фактичного матеріалу (натурні взірці, ілюстрації, таблиці тощо), який дозволяє чітко усвідомити суть завдання. На цій стадії завдання можна розділити на ряд більш вузьких питань. Важливо звернути увагу членів групи на подолання психологічних бар'єрів, стереотипів мислення.

2. Генерування ідей. На цій стадії важливо досягнути по можливості більшої кількості варіантів розв'язування завдання. Обговорення і критика ідей на цій стадії не допускаються. Тривалість етапу – 15–20 хв. Зручною формою фіксування ідей є магнітофонний або аудіозапис.

3. Систематизація і оцінка ідей здійснюються групою аналізу. Складаються таблиця зауважень експертів і список варіантів можливих рішень (ВМА).

4. Обговорення ідей та зауважень експертів. Ефективне рішення може бути знайдене в результаті комбінування ідей.

Метод "635" є одним з варіантів "розумового штурму". В його назві відображені основні принципи методу. До складу групи входять 6 учасників, яким видаються спеціальні бланки (рис. 3.15, а). Кожен з учасників записує в ньому 3 ідеї, що спрямовані на вирішення поставленого завдання, і передає бланк наступному учаснику. Після 5-ти передач (рис. 3.15, б) всі бланки будуть заповнені. Отже, метод "635" – це 6 учасників, 3 ідеї, 5 передач. Після проходження всіх учасників у бланках буде зафіксовано 108 ідей.



Рис. 3.15. Форма бланка ідей (а) і схема його проходження між експертами за методом «635» (б)

Основні правила методу "635":

- бажано до складу групи включати спеціалістів різного профілю;
- постановка завдання здійснюється за 2–3 дні до початку сумісної роботи членів групи;
- усний обмін думками між членами групи не допускається.

Активізація творчого мислення як при "розумовому штурмі", так і при методі "635" виникає внаслідок слухового або зорового сприйняття ідей, що подані іншими учасниками, їхнього розвитку і комбінування. Обидва методи є ефективними, якщо рішення складних завдань потрібно знайти в стислі терміни.

Системний пошук резервів як метод колективної творчості з урахуванням специфіки технічної або виробничої системи базується на таких принципах: комплексності, ранньої діагностики, послідовності та пріоритетності.

Принцип комплексності передбачає сумісну роботу спеціалістів різних напрямків або служб. Наприклад, задачі транспортних

технологій можуть вирішувати спеціалісти інженерної, технологічної і економічної служб.

Принцип ранньої діагностики полягає в тому, що ефект від активізації резервів буде тим більшим, чим на більш ранній стадії життєвого циклу системи проведений аналіз (за інших рівних умов).

Ефект від аналізу втрат буде вищий на стадії обґрунтування і формування набору обладнання, ніж на стадії його експлуатації.

Принцип послідовності стадій полягає в тому, що сукупні витрати складаються під дією факторів, взаємообумовлених у часі. Цей принцип пов'язаний з попереднім і передбачає аналіз втрат від ранніх стадій створення або вибору ТС.

Так, великі втрати можуть виникнути при вдосконаленні технології ремонту морально застарілої техніки. Тобто спочатку необхідно оцінити перспективність об'єкта ремонту, а після того – рівень технології та доцільність її вдосконалення.

Незважаючи на очевидність цього положення, на практиці воно часто порушується.

Принцип пріоритетності передбачає ранжування за важливістю як об'єктів аналізу, так і критеріїв оцінки вибору рішення.

У першому випадку зусилля зосереджують на першочерговому аналізі найважливіших виробничих об'єктів або функцій з найбільш значущими резервами. Ранжування проводиться експертами на основі макропідходу за ймовірною величиною резервів або на основі аналізу ФВД.

Другий випадок має місце при багатокритеріальній оцінці об'єкта. Зокрема, виробничі ресурси можуть мати різну вагомість. Встановлення пріоритетів дозволяє прийняти раціональне рішення.

При колективному обговоренні варіантів рішення також бажано використовувати прийоми активізації мислення. Метод голосування "*за – проти*" передбачає експертну оцінку позитивних і негативних властивостей варіантів можливого рішення (ВМР).

При застосуванні цього методу попередньо забезпечують наочне зображення варіантів ВМР так, щоб основні їхні характеристики були відомі всім учасникам. За кожним варіантом закріплюють по два представники, що висуватимуть аргументи "за" (тобто захисники варіанта) і стільки ж тих, що будуть відстоювати позицію "проти" (критики).

На першому етапі протягом 10–15 хв. представники "за" і "проти" по черзі наводять свої аргументи, які фіксуються. На другому етапі сторони міняються місцями, і процедура повторюється. Далі журі обговорює аргументи "за" і "проти", за необхідності додає нові

аргументи. Вдосконалені варіанти обговорюються сумісно і приймається остаточне рішення (рис. 3.16).

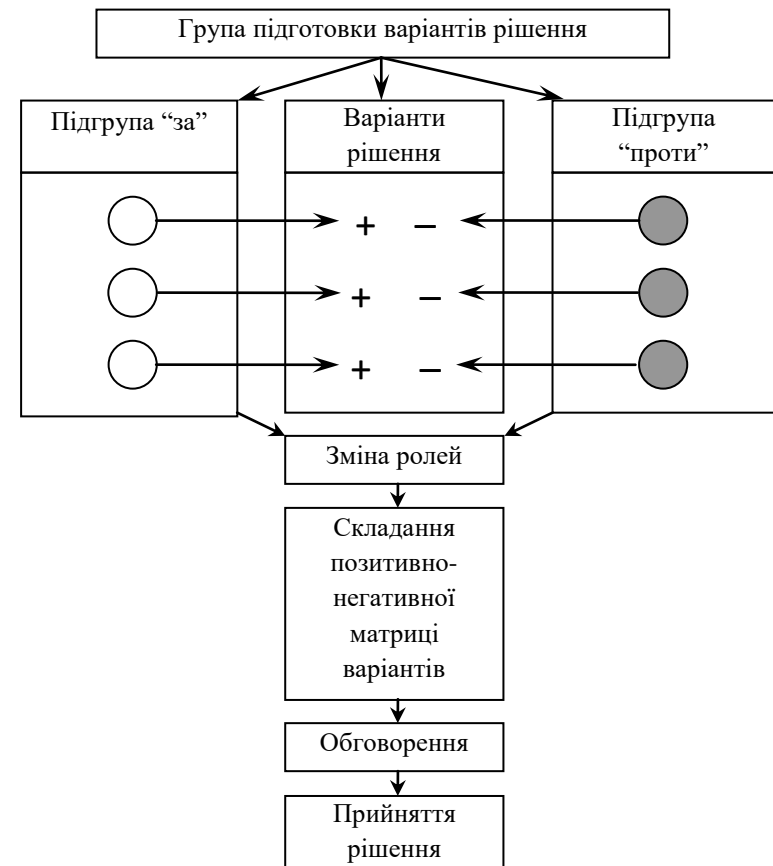


Рис. 3. 16. Схема обґрунтування рішень методом "за-проти"

Якщо задача багатокритеріальна або відсутні чіткі кількісні критерії оцінки варіантів, тоді може бути використаний для прийняття рішень *метод загальної згоди – консенсусу*.

Після того, як сформована множина ВМР, організують декілька груп (2–3 чол.), які аналізують варіанти і відбирають лише ті, що

придатні для реалізації. У процесі обговорення і вдосконалення варіантів приходять до остаточного рішення, яке влаштовує всі групи.

Розглянуті вище методи мають високий ступінь універсальності, і прийняття рішень може здійснюватись в умовах багатокритеріальності, а також із врахуванням властивостей, що не мають кількісного виразу (наприклад, безпека роботи, зручність обслуговування тощо). Важливо, що при їхньому застосуванні рішення приймається не з "чистого листа", а на основі ретельного аналізу позитивних і негативних наслідків. При цьому практично виключається можливість прийняття необдуманих вольових, інтуїтивних або випадкових рішень.

Запитання для самоконтролю знань

1. Наведіть характеристику основних етапів життєвого циклу технічних систем.
2. Кількісні критерії життєвого циклу технічних об'єктів.
3. Залежність сумарних витрат життєвого циклу технічних об'єктів.
4. За яким критерієм порівнюється технічний рівень об'єктів?
5. Яким критерієм визначається конкурентоспроможність технічних об'єктів?
6. Назвіть визначення основних понять системного підходу при обґрунтуванні технічних рішень.
7. Складові структурної схеми системотехнічного комплекту.
8. Характеристика складових логічного ланцюжка "мета – шляхи досягнення мети – необхідні ресурси".
9. Способи усунення невизначеності мети при дослідженні технічних об'єктів.
10. Мета та основні функції, що впливають на формування інженерних задач.
11. Характеристика евристичних та аналітичних методів прийняття рішень.
12. Класифікація аналітичних методів прийняття рішень.
13. Застосування методів лінійного та динамічного програмування для обґрунтування рішень.
14. Загальна характеристика методів аналізу та синтезу при дослідженні технічних об'єктів.
15. Класифікація аналізу технічних об'єктів за методологією та змістом.
16. Характеристика методів макро– та мікроаналізу технічних систем.
17. Особливості структурного аналізу технічних об'єктів.

18. Основні положення функціонального аналізу за методом FAST.
19. Мета, основні задачі та рівень функцій при ФВА.
20. Характеристика основних етапів ФВА.
21. Послідовність загального алгоритму проведення ФВА.
22. Критерії коректності та значущості функцій технічного об'єкта.
23. Назвіть коефіцієнти, що характеризують функціональну достатність технічної системи.
24. Призначення та побудова функціонально – вартісної діаграми.
25. Характеристика методу активізації творчого мислення "розумовий штурм".
26. Основні правила, що характеризують метод мислення "635"

Література

1. Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив в технике. – М.: Радиосвязь, 1984. –288с.
2. Дворянkin А.М., Половинкин А.И., Соболев А.Н. Методы синтеза технических решений. –М.: Наука, 1977. –103с.
3. Евпанов Л.Г. Теория и практика принятия решений. –М.: Экономика, 1984. –246с.
4. Карпунин М.Т., Любинецкий Я.Г., Майданчик Б.И. Жизненный цикл и эффективность машин. –М.: Машиностроение, 1989. –186с.
5. Кузнецов Ю.М., Луців І.В., Дубиняк С.А. Теорія технічних систем. Під загальною редакцією проф. Ю.М. Кузнецова. –К.: –Тернопіль, 1997. –310с.
6. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений –М.: Мир, 1990. –208с.
7. Нагірний Ю.П. Обґрунтування інженерних рішень: Навч. посібник, – К.: Урожай, 1994. –216с.
8. Половинкин А.И. Основы инженерного творчества: Учеб. пособие для студ. вузов. –М.: Машиностроение, 1988. –368с.
9. Сиверцов Н.Н., Омельченко Л.Н. Организация функционально–стоимостного анализа на машиностроительных предприятиях. –К.: Техніка, 1987. –112с.
10. Создание новой техники: Основы теории и практики. / Под ред. В.Н. Автономова. –М.: Машиностроение, 1991. –304с.
11. Справочник по функционально–строительному анализу / Под ред. М.Т. Карпунина, Б.И. Майданчика. –М.: Финансы и статистика, 1988. –431с.
12. Статистические модели и многокритериальные задачи принятия решений / Под ред. И.В. Шахнова. –М.: Статистика, 1979. –184с.
13. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. Теория выбора и принятия решений. –М.: Наука, 1982. –328с.
14. Чус А.В., Данченко В.Н. Основы технического творчества. –Киев; Донецк: Вища школа, 1983. –184с.

Розділ 4

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МЕТРОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

- 4.1. Базові терміни та поняття в галузі метрології
- 4.2. Систематизація фізичних величин
- 4.3. Класифікація способів вимірювань фізичних величин
- 4.4. Похибки вимірювань та їхні види
- 4.5. Загальна характеристика методів та засобів вимірювань

4.1. Базові терміни та поняття в галузі метрології

Метрологія (від грецьких метрон – міра і логос – учення) – наука про вимірювання, методи й засоби забезпечення їхню єдності та способи досягнення необхідної точності.

Ця наука відрізняється від інших природничих наук тим, що її фундаментальні положення приймаються за угодами, а не диктуються об'єктивними закономірностями. Це підкреслює наявність так званої законодавчої метрології – частини метрології, що містить положення правила, вимоги та норми, які регламентуються і контролюються державою для забезпечення єдності вимірювань.

Згідно із законом України “Про метрологію та метрологічну діяльність” та ДСТУ 2681–94 наведені нижче терміни вживаються у такому значенні:

Вимірювальна величина – фізична величина чи параметри її залежності, що підлягають вимірюванню.

Вимірювання – відображення фізичних величин їхніми значеннями за допомогою експерименту та обчислень із застосуванням спеціальних технічних засобів.

Одиниця вимірювань – фізична величина певного розміру, прийнята для кількісного відображення однорідних з нею величин.

Єдність вимірювань – стан вимірювань, за якого їхні результати виражаються в узаконених одиницях вимірювань, а похибки вимірювань відомі та із заданою ймовірністю не виходять за встановлені межі.

Методика виконання вимірювань – сукупність процедур і правил, виконання яких забезпечує одержання результатів вимірювань з потрібною точністю.

Фізична величина – властивість, спільна в якісному відношенні у багатьох матеріальних об'єктів та індивідуальна в кількісному відношенні у кожного з них.

Розмір фізичної величини – кількісний вміст фізичної величини в цьому об'єкті.

Система фізичних величин – сукупність взаємопов'язаних фізичних величин, в якій декілька величин приймають за незалежні, а інші визначають як залежні від них.

Основна фізична величина – фізична величина, що входить у систему величин та визначається через основні величини цієї системи.

Розмірність фізичної величини – вираз, що відображає її зв'язок з основними величинами системи величин.

Одиниця фізичної величини – фізична величина певного розміру, прийнята за угодою для кількісного відображення однорідних з нею величин.

Система одиниць фізичних величин – сукупність одиниць певної системи фізичних величин.

Засіб вимірювальної техніки – технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики. До засобів вимірювальної техніки належать засоби вимірювань та вимірювальні пристрої.

Засіб вимірювань – засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань. До засобів вимірювань належать кодові засоби вимірювань, реєструючі засоби вимірювань, вимірювальні прилади та вимірювальні системи.

Вимірювальний прилад – засіб вимірювань, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації.

Вимірювальний пристрій – засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань (вимірювальна операція).

Еталон – засіб вимірювальної техніки, що забезпечує відтворення і (чи) зберігання одиниці вимірювань одного чи декількох значень, а також передачу розміру цієї одиниці іншим засобам вимірювальної техніки.

Первинний еталон – еталон, що забезпечує відтворення та (або) зберігання одиниці фізичної величини з найвищою в країні (порівняно з іншими еталонами тієї ж одиниці) точністю.

Державний еталон – офіційно затверджений еталон, який забезпечує відтворення одиниці вимірювань та передачу її розміру іншим еталонам з найвищою у країні точністю.

Робочий еталон – еталон, призначений для повірки чи калібрування засобів вимірювальної техніки.

Міжнародний еталон – еталон, який за міжнародною угодою призначений для погодження розмірів одиниць, що відтворюються і зберігаються державними (національними) еталонами.

Повірка засобів вимірювальної техніки – встановлення придатності засобів вимірювальної техніки, на які поширюється державний метрологічний нагляд, до застосування на підставі результатів контролю їхніх метрологічних характеристик.

Державна метрологічна служба – система державних метрологічних органів, на які покладена відповідальність за забезпечення єдності вимірювань у державі.

Метрологічна атестація засобів вимірювальної техніки – дослідження засобів вимірювальної техніки з метою визначення їхніх метрологічних характеристик та встановлення придатності цих засобів до застосування.

Метрологічна експертиза документації – діяльність спеціально уповноважених органів державної метрологічної служби з метою перевірки дотримання метрологічних норм і правил;

Метрологія є **теоретичною основою** вимірювальної техніки, одного з основних факторів технічного прогресу у всіх галузях діяльності людини.

Методи вимірювання електричних величин застосовуються для вимірювання неелектричних і магнітних величин. Засоби вимірювання електричних величин застосовуються не тільки для отримання вимірювальної інформації, але і для здійснення контролю за станом параметрів різноманітних матеріальних об'єктів.

Для керування процесом вимірювання, оброблення результатів та їхнього подальшого більш ефективного використання все частіше застосовуються мікропроцесори, мікроконтролери, персональні комп'ютери.

Однією з найважливіших характеристик вимірювань є точність, яка характеризує міру відповідності наукового знання про досліджувані об'єкти теорії, сформульовану з використанням кількісних відношень, що отримані в процесі вимірювального експерименту. Точність на кожному етапі розвитку науки і техніки є кінцевою.

Предмет метрології – отримання кількісної і якісної інформації про властивості об'єктів і процесів, встановлення і застосування наукових і організаційних основ, технічних засобів, правил і норм, необхідних для досягнення єдності і необхідної точності.

Методи метрології – це сукупність фізичних і математичних методів, що використовуються для отримання вимірювальної інформації. До них належать: методи вимірювання, відтворення величин заданого розміру, порівняння величин, вимірювальне перетворення, обробка результатів спостережень, планування вимірювального експерименту.

Методи метрології дозволяють перевірити істинність інформації метрологічними експериментами. Різноманітність каналів отримання вимірювальної інформації, сукупність методів її обробки сприяють підвищенню точності і достовірності, а отже, і поглибленню пізнання природи матеріальних об'єктів.

Засоби метрології – це різноманітні засоби вимірювань і контролю, які вдосконалюються і розвиваються на основі об'єктивних законів.

Засоби вимірювань неперервно вдосконалюються – від найпростіших до приладів, комп'ютерно-вимірювальних систем і метрологічних роботів.

Всі засоби вимірювання і контролю регламентуються державними і міжнародними правилами, законодавчими актами, що мають за мету підтримання єдності вимірювань і підвищення їхньої достовірності.

4.2. Систематизація фізичних величин

В метрології для усіх об'єктів вимірювань встановлено єдине узагальнене поняття – фізична величина (ФВ).

Значення (фізичної) величини – відображення фізичної величини у вигляді числового значення величини з позначенням її одиниці:

$$A = \{A\}[A],$$

де $\{A\}$ – числове значення ФВ, тобто число, що дорівнює відношенню розміру вимірюваної величини до розміру одиниці цієї ФВ, чи кратної одиниці;

$[A]$ – позначення одиниці ФВ.

Наприклад: значення електричної напруги $U = 220 \text{ В}$, значення сили електричного струму $I = 10 \text{ А}$.

Існують системи ФВ, тобто сукупності взаємопов'язаних ФВ, в яких декілька величин приймають за незалежні, а інші визначають як залежні від них. ФВ, що входить у систему величин і прийнята за незалежну від інших величин цієї системи, є основною ФВ, а ФВ, що входить у систему величин та визначається через основні величини цієї системи, є похідною фізичної величини.

Розмірністю ФВ є вираз, що відображає її зв'язок з основними величинами системи величин:

основної ФВ – умовний символ ФВ в даній системі величин;
похідної ФВ – добуток розмірностей основних величин, піднесених до відповідних степенів.

Наприклад: розмірність швидкості V в системі величин L (довжина), M (маса), T (час) – $\dim V = LT^{-1}$.

Одиницею ФВ є величина певного розміру, прийнята за угодою для кількісного відображення однорідних з нею величин:

основна одиниця системи одиниць (сукупності одиниць певної системи величин) – основної величини;

похідна – похідної ФВ в певній системі величин;

позасистемна одиниця ФВ – одиниця величини, що не належить до даної системи одиниць.

Наприклад: доба, година, хвилина – позасистемні одиниці часу щодо системи SI .

У країнах світу загальноприйнята *Міжнародна система одиниць* ФВ (*Systeme Internationale d'unites, SI*), яка була прийнята XI Генеральною Конференцією з мір та ваги (Conferece Generale des Poids et Mesures, CGPM) у жовтні 1960 року, і уточнювалася на XII–XX Генеральних Конференціях з мір та ваги.

Система складається з 7 основних і 2 додаткових одиниць, а також 113 похідних одиниць, в тому числі 40 одиниць електричних і магнітних величин.

Основні одиниці системи SI: довжина – метр (м); маса – кілограм (кг); час – секунда (с); сила електричного струму – ампер (А); термодинамічна температура – кельвін (К); сила світла – кандела (кд); кількість речовини – моль (моль).

Додаткові одиниці системи SI: плоский кут –радіан (рад); тілесний кут – стерадіан (ср).

Основна одиниця електрики і магнетизму – ампер, який дорівнює силі незмінного струму, що при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках безмежної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розташованого на відстані 1м один від одного у вакуумі, викликав би на кожній ділянці провідника довжиною 1м силу взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

В системі SI вісімнадцять похідних одиниць, що мають спеціальні назви, і шістнадцять одиниць, які мають назви за прізвищами учених, в тому числі: ват (Вт, W), вебер (Вб, Wb), вольт (В, V), генрі (Гн, H), герц (Гц, Hz), кулон (Кл, C), ом (Ом, Ω), сименс (См, S), тесла (Тл, T), фарад (Ф, F).

Найважливіші одиниці системи SI наведені в додатку Б (табл. Б1–Б5).

На практиці широко застосовуються *кратні* та *частинні* одиниці фізичної величини.

Кратна одиниця ФВ – це одиниця величини, яка в ціле число разів більша за одиницю, від якої вона утворюється.

Частинна одиниця – одиниця, яка в ціле число разів менша за ту, від якої вона утворюється.

Назви префіксів для утворення кратних і частинних одиниць наведені в додатку 3.

В Україні регламентується застосування одиниць величин системи SI. Міжнародні стандарти Міжнародної організації зі стандартизації (ISO, МОС) ISO 31/0:1992 – ISO 31/13:1992 та ISO 1000:1992 встановлюють одиниці ФВ, які рекомендовані до застосування у країнах світу, в тому числі ISO 1000:1992 – основні одиниці SI, а ISO 31/5:1992 – похідні одиниці SI електричних та магнітних величин.

Розгляд фізичних величин в їхніх різних аспектах обмежимо лише тими ознаками, які викликають найбільший інтерес з точки зору отримання вимірювальної інформації (рис. 4.1).

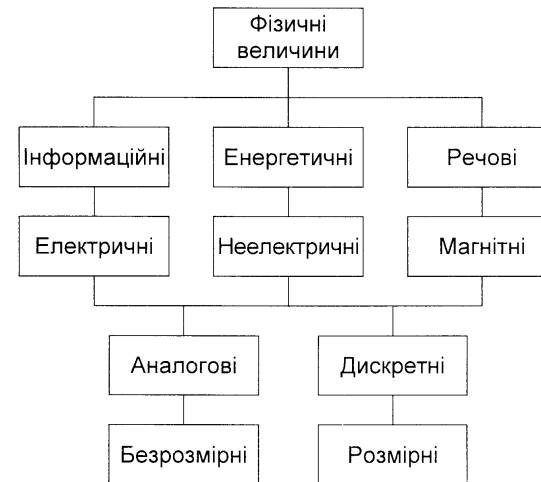


Рис. 4.1. Класифікація фізичних величин

Основною ознакою систематизації є належність величин до однієї з трьох основних сторін явища – речової, енергетичної та інформаційної.

Вимірювання величин *речової* групи необхідне для вивчення фізичних і фізико – хімічних властивостей матеріалів, речовин і їхнього складу для управління технологічними процесами.

Вимірювання величин *енергетичної* групи необхідне для вивчення і управління процесами перетворення, передавання і використання енергії.

Величини *інформаційної* групи відображають динамічні та статичні характеристики процесів. Вимірювання даних величин необхідне для якісного і ефективного управління.

За видом фізичного поля всі фізичні величини поділяють на *електричні, неелектричні, магнітні*.

Відзначимо, що число електричних і магнітних ФВ, що підлягають вимірюванню, зараз стабілізувалось і не перевищує 100. У той самий час число неелектричних ФВ, які вимірюються і які необхідно вимірювати, з кожним роком зростає і на початок ХХІ ст. їхня кількість перевищила 4000. Це свідчить про випереджаючий розвиток аналітичного приладобудування, засобів технологічного контролю, засобів вимірювань і контролю навколишнього середовища, а також засобів контролю та діагностування технічного стану виробів.

За числом значень, яких може набути вимірювана величина на скінченному проміжку часу чи простору, ФВ поділяються на неперервні аналогові й дискретні.

Аналоговою називають фізичну величину, яка на скінченному часовому інтервалі в заданому діапазоні приймає нескінченну кількість значень.

Квантовою називають фізичну величину, що поділена на рівні за розміром частини, кванти.

Найбільш пристосовані до квантування адитивні ФВ.

Адитивні величини – це величини, які підсумовуються експериментально. Природно квантова ФВ поділена на кванти від природи (електричний заряд, маса).

Штучно квантова на ФВ поділена на кванти або інтервали, наприклад: довжина лінійки з нанесеними на ній відмітками; інтервал часу, розділений рівновіддаленими імпульсами.

Розрізняють неперервну за значенням і в часі ФВ, квантову за значенням і неперервну в часі ФВ, неперервну за значенням і дискретизовану у часі ФВ, квантову за значенням і дискретизовану у часі ФВ.

За наявністю розмірності розрізняють розмірні (абсолютні) ФВ, безрозмірні (відносні) ФВ.

Розмірна величина – фізична величина, в розмірності якої розмірність хоча б однією з основних величин піднесена до степеня, що не дорівнює нулю.

Безрозмірна величина – фізична величина, в розмірності якої всі степені розмірностей основних величин дорівнюють нулю.

4.3. Класифікація способів вимірювань фізичних величин

Найпоширенішими характеристиками матеріальних об'єктів та процесів є величини і залежності між ними. Якраз про них створюється інформація за допомогою способів вимірювання. Вимірювання є дуже різноманітними і кількість їхніх різновидів зростає. Свідченням цього є динамічні вимірювання та сумісні вимірювання величин.

Для класифікації способів вимірювань необхідно встановити їхні найбільш суттєві ознаки (рис.4.2).

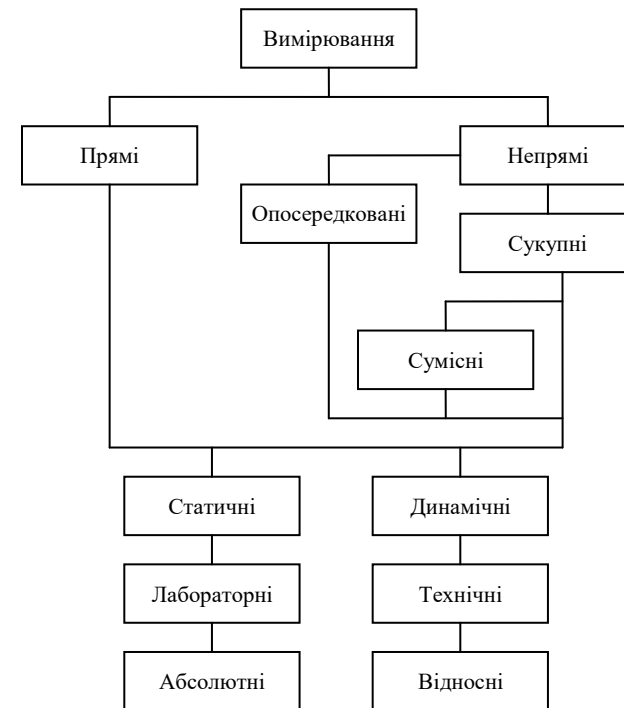


Рис. 4.2. Класифікація способів вимірювань

За відсутністю чи наявністю в процедурі вимірювань перетворення роду вимірюваної ФВ та обчислення її значення за відомими залежностями вимірювання класифікують: *прямі та непрямі*.

Пряме вимірювання – це вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпосередньо без перетворення її роду та використання відомих залежностей.

Для реалізації прямих вимірювань фізичної величини X необхідно мати компаратор, а також багатозначну міру з відповідним діапазоном зміни значень, чи однозначну міру та масштабний вимірювальний перетворювач. За всіх інших однакових умов прямим вимірюванням властиві мінімальні похибки.

Непряме вимірювання – це вимірювання, у якого значення однієї чи декількох вимірюваних величин знаходять після перетворення роду величини чи обчислення за відомими залежностями їх від декількох величин аргументів, що вимірюються прямо.

Непрямі вимірювання поділяються на опосередковані, сукупні та сумісні.

Опосередковане вимірювання – це вимірювання однієї величини з перетворенням її роду чи обчисленнями за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю.

Характерним для опосередкованих вимірювань є функціональне вимірюване перетворення, яке здійснюється або шляхом фізичного вимірювального перетворення, або шляхом числового вимірювального перетворення. Наприклад, при опосередкованих вимірюваннях потужності постійного струму її визначають чи на основі прямих вимірювань струму та напруги за формулою $P = U \cdot I$, чи на основі фізичного вимірювального перетворення добутку $U \cdot I$ в іншу фізичну величину – аргумент.

Сукупне вимірювання. Метою цього вимірювання є знаходження числових вимірювальних перетворень значень декількох ФВ за неможливістю їхнього окремого прямого вимірювання. При цьому завдяки усередненню інколи досягається ще й зменшення випадкової похибки вимірювання.

Прикладом сукупних вимірювань може бути вимірювання опору кожного з двох резисторів R1, R2, з'єднаних послідовно та паралельно. В результаті прямого вимірювання омметром послідовно з'єднаних резисторів маємо:

$$R_{\text{пос}} = R1 + R2,$$

а сумарна провідність паралельно з'єднаних резисторів становить:

$$1/R_{\text{пар}} = 1/R_1 + 1/R_2.$$

Із системи двох рівнянь з двома невідомими обчислимо шукані значення сукупно вимірюваних резисторів R_1, R_2 .

Сумісне вимірювання – це непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісні вимірювання є різновидом вимірювання залежностей.

За призначенням вимірювань для незамінних чи замінних в часі вимірюваних величин їх класифікують на статичні та динамічні вимірювання.

Статичне вимірювання – це вимірювання величини, яку можна вважати незмінною за час вимірювання (коли похибкою, що виникає від її зміни, можна знехтувати).

Динамічне вимірювання – це вимірювання величини, що змінюється за час вимірювання.

Вимірювання за ознакою особливостей визначення їхніх похибок класифікують на лабораторні та практичні.

Лабораторні вимірювання – це вимірювання, за яких похибки кожного результату вимірювання оцінюють за даними, що одержані при цьому вимірюванні.

Лабораторні вимірювання виконуються висококваліфікованими спеціалістами найчастіше універсальними взірцевими засобами вимірювання в наукових дослідках, в метрологічних дослідженнях еталонів одиниць та при розробці і атестації методик виконання технічних вимірювань.

Технічні вимірювання – це вимірювання, які виконуються в заданих умовах згідно з розробленою та рекомендованою раніше методикою, при цьому похибки вимірювання, які при її проведенні окремо не визначають, повинні бути нижче встановлених нею.

Технічні вимірювання виконуються за атестованими методиками вимірювань за допомогою серійних засобів вимірювань, що повинне забезпечувати заданий рівень похибок. Технічні вимірювання виконуються фахівцями, до обов'язків яких не входить аналіз похибок результатів вимірювання. Для забезпечення необхідного рівня точності технічних вимірювань при їхньому проведенні користуються атестованими методиками виконання вимірювань, які розробляють висококваліфіковані спеціалісти- метрологи.

4.4. Похибки вимірювань та їхні види

Кількісний вміст, що відображається фізичною величиною, визначається розміром фізичної величини. Ще до вимірювання існує деякий розмір фізичної величини, котрий можна було б оцінити відповідним числовим значенням. Це значення називають істинним.

Істинне значення фізичної величини – це значення, що ідеально відображає властивості даного об'єкта як кількісно, так і якісно. Воно є об'єктивним і не залежить ні від нашої свідомості, ні від технічних засобів, що використовуються при експериментальному його визначенні. При експериментальному визначенні значення фізичної величини завжди будемо отримувати значення величини, відмінне від істинного, бо завжди існує похибка вимірювання.

Абсолютна похибка вимірювання Δ_x – це різниця між результатом вимірювання X та істинним значенням вимірюваної фізичної величини X («виміряне мінус істинне»):

$$\Delta_x = x - X, \quad (4.1)$$

виражена в одиницях вимірюваної фізичної величини.

Оскільки істинне значення вимірюваної величини X залишається невідомим (якби воно було відоме, то не було б потреби у вимірюванні!), обчислити точне значення Δ_x за формулою (4.1) неможливо. Для того щоб дістати хоча б наближені відомості про розмір похибки Δ_x , можна в цю формулу замість невідомого істинного

X підставити його умовно-істинне значення або так зване дійсне X_0 , яке знайдене експериментально з якнайвищою точністю й настільки наближається до істинного, що для поставленої вимірювальної задачі може бути використане замість нього. Тоді формула (4.1) матиме такий вигляд:

$$\Delta_x \approx \bar{x} - x_0, \quad (4.2)$$

тобто абсолютна похибка вимірювання становить різницю між результатом вимірювання та умовно-істинним (дійсним) значенням вимірюваної фізичної величини.

Абсолютна похибка придатна для характеристики результату вимірювання, оскільки дає змогу відразу виявити в його числовому значенні вірогідні та невірогідні цифри. Наприклад, якщо за вимірювання електричного струму добуто результат 5,243 А з абсолютною похибкою 0,01 А, то очевидно, що цифра «3» в цьому результаті невірогідна і її треба відкинути.

Відносна похибка вимірювання δ_x дорівнює відношенню абсолютної похибки до істинного або дійсного значення вимірюваної фізичної величини й виражається в частках одиниці:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{X} \approx \frac{\Delta_x}{x_o}, \quad (4.3)$$

або в процентах:

$$\delta_{x\%} = 100 \frac{\Delta_x}{X} \approx 100 \frac{\Delta_x}{x_o}. \quad (4.4)$$

Відносні похибки зручні для порівняння метрологічних характеристик кількох результатів. Справді, порівнюючи абсолютні похибки, важко відразу вирішити, в якому з двох вимірювань добуто вірогідніші результати: 5,24 А з похибкою 0,01 А або 0,0125 А з похибкою 0,0001 А. В цьому разі обчислення відносних похибок (відповідно 0,2 та 0,8 %) полегшує порівняння вірогідності цих двох результатів.

Складові похибок вимірювань. Кожна похибка вимірювання може мати кілька складових, які розрізняються за тими чи іншими ознаками: за закономірностями прояву, за причинами появи або місцем виникнення, за ступенем залежності від значення вимірюваної фізичної величини, за характером змін тощо.

За закономірностями прояву під час багаторазових вимірювань розрізняють дві складові похибок: *систематичну* Δ_s , що залишається постійною або прогнозовано змінюється в низці вимірювань тієї самої величини, та *випадкову* $\overset{\circ}{\Delta}$, яка непрогнозовано змінюється в низці вимірювань тієї самої величини.

Систематична складова похибки залишається постійною або закономірно змінюється за повторних вимірювань тієї самої величини (наприклад, постійна похибка через неправильне градування вимірювального приладу; похибка, що закономірно змінюється внаслідок зміни температури вільних кінців терморпарі). Характеристику якості вимірювань, що відображує близькість до нуля систематичної складової похибки вимірювання, називають *правильністю вимірювання*.

Випадкова складова похибки вимірювання змінюється випадково за повторних вимірювань незмінної фізичної величини. Виявляються випадкові похибки в тому, що за багаторазових вимірювань однієї й тієї ж незмінної фізичної величини, виконаних з однаковою ретельністю, дістають числові результати, які дещо різняться за значенням (зазвичай в останніх значущих цифрах). Випадкові похибки формуються під

впливом багатьох факторів, що діють незалежно один від одного, й хоча кожен з них впливає на процес вимірювання досить мало порівняно із сумарною дією решти, передбачити, яким буде загальний вплив усіх цих факторів у кожний момент часу, неможливо.

Якби в результаті повторних вимірювань однієї й тієї ж фізичної величини були добуті абсолютно однакові числові значення, це вказувало б не на відсутність випадкових похибок, а на недостатню чутливість вимірювального приладу.

Результати, які повністю збігаються, а також ті, що занадто відрізняються від інших, однаково свідчать про неточність вимірювань. Характеристику якості вимірювань, що відображує близькість один до одного результатів вимірювань, виконаних в однакових умовах, називають *збіжністю вимірювань*. Висока збіжність результатів повторних вимірювань означає, що випадкова складова похибки має невелике значення.

Головною характеристикою якості вимірювання вважають *точність вимірювання* – близькість результату вимірювання до істинного значення вимірюваної фізичної величини.

За причинами появи або місцем виникнення виділяють методичну, інструментальну та суб'єктивну складові похибок вимірювань.

Методична складова похибки вимірювання – це наслідок недосконалості методу вимірювання або деяких припущень чи наближень у розрахункових формулах.

Так, у разі вимірювання опору R резистора методом амперметра й вольтметра за схемами, зображеними на рис. 4.3, похибка виникає через недосконалість вимірювальної схеми: в першому випадку (рис. 4.3, а) завищений показ вольтметра на значення спаду напруги на амперметрі, в другому (рис. 4.3, б) – завищений показ амперметра на значення струму, що протікає крізь вольтметр. Тому в обох випадках обчислення опору за формулою $R = U/I$ дає неточні результати.

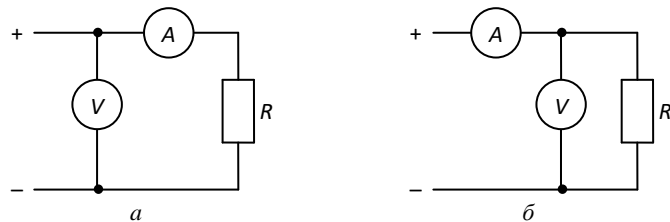


Рис. 4.3. Схема вимірювання опору R резистора

Інструментальна складова похибки вимірювання зумовлена властивостями засобів вимірювальної техніки – якістю виготовлення та стабільністю мір, вимірювальних приладів і перетворювачів, способом градуювання та похибкою відліку вимірювальних приладів (ціна поділки аналогових або одиниця найменшого розряду цифрових) та взаємодією цих засобів з об'єктом вимірювання (наприклад, у разі використання низькоомного вольтметра в схемі, зображеній на рис. 4.4, підмикання його до точок В і С спричинить спад напруги на цій ділянці кола, тому прилад покаже неправильний результат вимірювання).

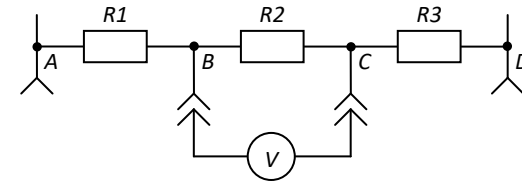


Рис. 4.4. Вплив характеристики вимірювального приладу (вольтметра) на похибку вимірювань

Суб'єктивна складова похибки вимірювання може виникати через недосконалість органів чуття спостерігача, а також через його недосвідченість і неухважність на момент відліку показу.

При цьому розрізняють адитивну та мультиплікативну складові похибок вимірювання.

Адитивна (пов'язана з додаванням) похибка не залежить від значення вимірюваної фізичної величини. Приклад систематичної адитивної похибки – зміщення нуля характеристики аналогового вимірювального приладу (рис. 4.5, а: 1 – нормальна характеристика приладу; 2 – фактична його характеристика; X – істинне значення вимірюваної фізичної величини; x – показ приладу; $\Delta_{x,s}$ – систематична складова похибки).

Прикладом випадкової адитивної похибки може бути похибка від тертя в опорах вимірювального механізму, граничні значення якої утворюють на характеристиці приладу смугу постійної ширини (рис. 4.5, б: $\Delta_{x,sp}^{\circ}$ – граничне значення випадкової похибки).

У разі суто адитивної смуги похибок абсолютна похибка Δ_x залишається незмінною для будь-яких значень x .

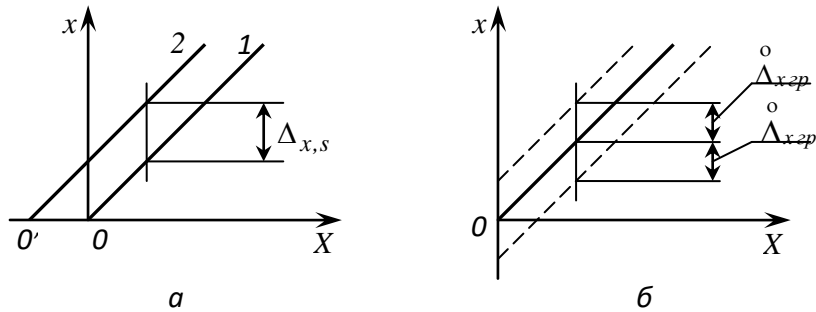


Рис. 4.5. Приклади систематичної адитивної похибки вимірювання

Мультиплікативна (пов'язана з множенням) похибка залежить від значення вимірюваної фізичної величини. Така похибка виникає, наприклад, у схемі вимірювання електричного струму, що включає шунт з опором $R_{ш}$ та мідну котушку приладу з опором R_k . У зв'язку з тим, що відношення $R_k/R_{ш}$ залежить від температури навколишнього середовища, вимірювання повного електричного струму $I = I_k(R_k/R_{ш} + 1)$ відбуватиметься із систематичною похибкою $\Delta_{x,s}$. Значення цієї похибки пропорційне значенню вимірюваної величини x .

У процесі багаторазового проведення експерименту можлива поява окремих результатів спостережень, що різко відрізняються від інших. Ці спостереження призводять до появи випадкових похибок, які істотно перевищують очікувані за даних умов. Такі похибки називають надмірними. Результати вимірювання, що мають надмірну похибку, називають промахами (вони можуть бути наслідком неправильного відліку за шкалою приладу, помилки під час визначення ціни поділки шкали або запису результату вимірювання, різкого поштовху в момент відліку показів, стрибка напруги живлення вимірювальної системи тощо).

Промахи слід виявити й відкинути як явно помилкові результати спостережень.

4.5. Загальна характеристика методів та засобів вимірювань

Метод вимірювань – сукупність засобів, і принципів вимірювання. Засобами вимірювань є технічні пристрої, які мають нормовані метрологічні властивості.

Правильність вимірювання визначається як якість вимірювання, яка відображає близькість до нуля систематичних похибок.

Достовірність вимірювань характеризує довіру до результатів вимірювань, які можуть бути достовірні і недостовірні, в залежності від того, відомі або невідомі імовірні характеристики їхніх відхилень від істинних значень відповідних величин.

Є два основних методи вимірювань: безпосередньої оцінки та порівняння з мірою.

Метод безпосередньої оцінки полягає у знаходженні значення фізичної величини за допомогою відповідного вимірювального засобу, наприклад, вимірювання напруги U_x вольтметром (рис. 4.6, а).

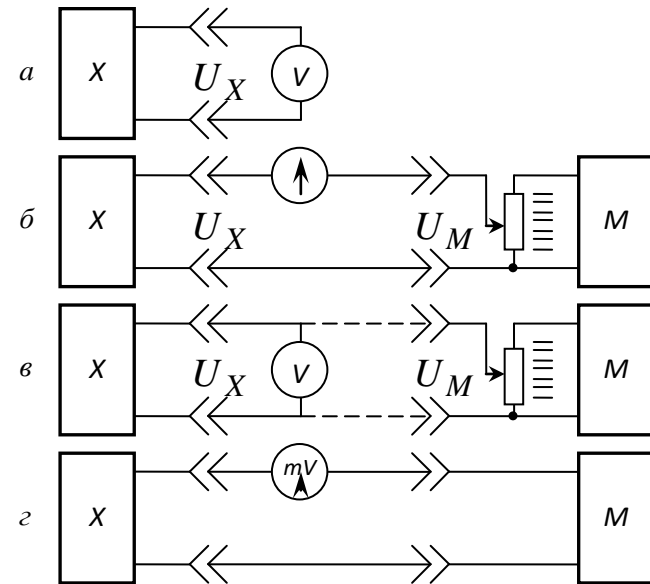


Рис. 4.6. Схеми методів вимірювань

За методом порівняння з мірою вимірювану величину U_x порівнюють з однорідною фізичною величиною U_M , розмір якої відтворюється мірою. Є різні методи здійснення такого порівняння, до найпоширеніших з яких належать:

– метод повного зрівноважування з регульованою мірою (рис. 4.6, б: вихідна величина U_M міри регулюється, доки не буде досягнута певна рівновага $U_M = U_x$, що визначає гальванометр);

– *метод заміщення* (рис. 4.6, в: шукана фізична величина U_x та вихідна U_m регульованої міри діють на відповідний вимірювальний засіб по чергово, доки не буде досягнуте повне зрівноваження $U_m = U_x$);

– *диференціальний метод*, або метод неповного зрівноважування (рис. 4.6, г: вимірюється різниця між шуканою фізичною величиною U_x та вихідною величиною U_m нерегульованої міри; цю різницю $U_x - U_m$ визначає мілівольтметр).

Залежно від форми вимірювальної інформації розрізняють два види вимірювань – аналоговий та цифровий.

За *аналогового вимірювання* візуальний сигнал є неперервною функцією вимірюваної величини (наприклад, візуальним сигналом є довжина стовпчика ртуті в термометрі, яка пропорційна температурі).

За *цифрового вимірювання* візуальний сигнал є дискретною функцією вимірюваної величини й має вигляд цифр або символів (наприклад, візуальним сигналом є сукупність цифр на відліковому пристрої годинника на платформі метро).

Залежно від мінливості фізичної величини вимірювання поділяють на *статичні*, за яких вихідний сигнал засобу вимірювань залишається незмінним протягом часу вимірювання, та *динамічні* – вихідний сигнал істотно змінюється за час вимірювання.

Засоби вимірювальної техніки – це технічні засоби, які застосовуються під час вимірювань і мають нормовані метрологічні характеристики. До них належать засоби вимірювань та вимірювальні пристрої.

Засоби вимірювань реалізують усю процедуру вимірювань, причому виробляється сигнал вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприймання спостерігачем. Це аналогові й цифрові вимірювальні прилади з візуальним вихідним сигналом, реєструвальні засоби вимірювань, кодові (аналого–цифрові перетворювачі) та ін.

Вимірювальні пристрої виконують лише одну зі складових частин процедури вимірювань. До них належать: *вимірювальні перетворювачі* – засоби для здобуття вимірювальної інформації у формі, придатній для її передавання, подальшого перетворення, обробки та зберігання, але не придатній для безпосереднього сприйняття людиною (первинні вимірювальні перетворювачі називають *сенсорами*, *датчиками* або *давачами*); *компаратори*, що реалізують порівняння однорідних фізичних величин;

міри, що призначені для відтворення або зберігання фізичної величини заданого розміру (*однозначні* – наприклад, гиря, нормальний елемент, конденсатор постійної ємності; *багатозначні* – наприклад, лінійка з міліметровими поділками, конденсатор змінної ємності).

У відповідності до державної системи вимірювань усі засоби вимірювань діляться на три типи: еталони, зразкові міри і прилади, цехові міри і прилади.

Еталони – зразкові міри і прилади, які призначені для відтворення і зберігання одиниць вимірювання із найвищою точністю з метою передачі її розміру нижчим за повірочною схемою засобам вимірювань.

Еталони поділяються на первинні і вторинні. Первинним називають еталон, який забезпечує відтворення одиниці з найвищою у державі точністю. Первинний еталон, затверджений Держстандартом України в якості початкового для країни, називають державним.

Еталон–копію застосовують замість державного (первинного і вторинного) для зберігання одиниці і передачі її розміру робочим еталонам.

Робочий еталон застосовують для зберігання одиниці і передачі її розміру зразковим засобам вимірювань вищого розряду.

Зразкові засоби вимірювання – це міри, вимірювальний прилад або вимірювальний перетворювач, призначений для перевірки по ньому інших засобів вимірювань і затвердження в якості зразкових.

Зразкові засоби вимірювань зберігають і застосовують органи метрологічної служби. Вони проходять метрологічну атестацію, на них видаються свідоцтва, в яких вказуються метрологічні параметри і розряд за державною повірочною схемою.

Зразкові міри і прилади призначені для градування і перевірки лабораторних і заводських мір.

Цехові міри і прилади використовують для перевірки виробів.

За конструкцією і характером використання усі засоби вимірювань і контролю можуть бути розбиті на три групи: міри, вимірювальні прилади, вимірювальні установки та системи.

Міри – це тіла, або пристрої для матеріального відтворення фізичної величини заданого розміру, значення якого відомо, із необхідністю для вимірювань точністю (кінцеві міри довжини, кутові міри, калібри для контролю виробів в машинобудуванні).

Вимірювальні прилади та інструменти – це пристрої, за допомогою яких вимірювальні величини прямо або непрямо порівнюють із одиницею вимірювання.

За характером використання засоби вимірювання діляться на універсальні та спеціального призначення.

Універсальні засоби вимірювання лінійних і кутових величин можуть бути поділені на такі групи:

- найпростіші засоби вимірювання (лінійки, кронциркулі, нутроміри та ін.);
- штрихові розсувні інструменти із лінійним ноніусом (штангенінструменти, універсальні кутоміри);
- мікрометричні інструменти (мікрометри, мікрометричні нутроміри, глибиноміри);
- важільно-механічні прилади, індикатори, мікрокатори;
- важільно-оптичні і оптичні прилади (оптиметри, мікроскопи);
- пневматичні;
- електрифіковані прилади, системи і установки.

Засоби вимірювання спеціального призначення поділяються на такі групи:

- засоби контролю площини, прямолінійності, горизонтальності (повірочні лінійки, плити, рівні);
- засоби вимірювання шорсткості поверхонь (профілометри, профілографи, інтерферометри та ін.);
- засоби вимірювання різей (нарізні мікрометри, крокоміри та ін.);
- засоби вимірювання елементів зубчатих і черв'ячних коліс (зубоміри, крокоміри, нормалеміри та ін.).

Вимірювальна установка – це сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювань і допоміжних пристроїв, розміщених в одному місці і призначених для видання сигналів виміряної інформації у формі, яка зручна для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Вимірювальна система відрізняється від вимірювальної установки тим, що вона призначена не тільки для видання сигналів виміряної інформації, але і зручної для автоматичної обробки.

Запитання для самоконтролю знань

1. Дайте визначення типів еталонів вимірювальних засобів.
2. Наведіть визначення предмета, методів та засобів метрології.
3. Розкрийте поняття основної та похідної фізичної величини.
4. Назвіть основні та додаткові одиниці системи SI.
5. Наведіть назву та розмірність похідних одиниць механічних величин.
6. Дайте назву та наведіть розмірність похідних одиниць електричних величин.
7. Наведіть назву та розмірність похідних одиниць теплових величин.

8. Дайте класифікацію фізичних величин.
9. В чому різниця між прямими та непрямими вимірюваннями?
10. Чим відрізняються лабораторні вимірювання від технічних?
11. Наведіть характеристику абсолютної та відносної похибок вимірювань.
12. Дайте характеристику складових похибок вимірювань.
13. В чому різниця між методом безпосередньої оцінки вимірювань та методом порівняння з мірою?
14. Наведіть характеристику засобів вимірювань та вимірювальних пристроїв.

Література

1. Бичківський Р.В., Столярчук П.Г., Гамуна П.Р. Метрологія, стандартизація, управління якістю і сертифікація: Підручник. – Львів: Вид-во НУ „Львівська політехніка”, 2004. – 560 с.
2. Головка Д.Б., Рого К.Г., Скрипник Ю.Ю. Основи метрології та вимірювань: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2001. – 408 с.
3. Мороз В.І., Єгоров В.Г., Смагін В.К. та ін. Метрологія, стандартизація і сертифікація: Навч. посібник. – Харків: ХарДАЗТ, 2000. – 77 с.
4. Поджаренко В.О., Кулаков П.І., Ігнатенко О.Г., Войнович О.П. Основи метрології та вимірювальної техніки: Навч. посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2006. – 152 с.
5. Поліщук Є.С., Дорожовець М.М., Яцук В.О. та ін. Метрологія та вимірювальна техніка: Підручник. – Львів: Вид-во „Бескід Біт”, 2003. – 544 с.
6. ДСТУ 3651–097. Метрологія. одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць. основні положення, назви та позначення.

Розділ 5

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ (ТС)

- 5.1. Роль експерименту у дослідженні ТС.
- 5.2. Однофакторний експеримент.
- 5.3. Багатофакторний експеримент
- 5.4. Статистична обробка та аналіз експериментальних даних.

5.1. Роль експерименту у дослідженні ТС

Слово *експеримент* походить від лат. *experimetum* – проба, дослід, доказ. *Експеримент* – це науково поставлений дослід для цілеспрямованого вивчення викликаного явища в точно врахованих умовах, коли можна простежити хід зміни явища, активно впливати на нього за допомогою комплексу приладів та засобів, а також за необхідності відтворювати його багаторазово.

У розвитку технічних систем (ТС) експериментальні дослідження набули поширення, виконуючи активну роль у пошуку нових, невідомих залежностей, уточненні теоретичних моделей, оцінці проектних рішень. Оскільки в ТС поєднані технічні засоби, предмет виробництва та виконавець, результатом взаємодії яких є реалізація технологічного процесу чи операції, то об'єктом дослідження можуть бути ТС, її елементи, а також зв'язки між ними, а саме:

- виробу на різних стадіях виготовлення;
- технологічний процес та його операції;
- технологічний комплекс, оснащення, інструмент і допоміжні матеріали, що використовуються при виготовленні продукції;
- діяльність персоналу, що здійснює технологічний процес.

Для виробу як об'єкта дослідження вивчають взаємозв'язок між елементами його конструкції та експлуатаційними показниками, вплив параметрів конструкції на його функціональність і технологічність. При переході до вивчення технологічного процесу об'єктом дослідження стають зв'язки між конструктивними елементами виробу і його деталей та елементами технологічного процесу, що їх реалізує. Технологічний процес може бути об'єктом дослідження для визначення його точності, стабільності, придатності для машинної реалізації тощо. При переході до вивчення технологічного комплексу об'єктом дослідження

найчастіше стають зв'язки між елементами технологічного процесу і технічними засобами, що їх реалізують. Конструкція технологічного комплексу є об'єктом дослідження з метою визначення її придатності для забезпечення надійності та продуктивності, собівартості продукції тощо.

Реальні технологічні системи функціонують у складних умовах діючого виробництва, мають безмежну кількість властивостей. Все це утруднює опис таких систем за допомогою моделей. Тому результатом дослідження реальних технологічних систем найчастіше є модель, створена відповідно до мети дослідження. Як звичайно, математична модель забезпечує найбільш швидке вивчення властивостей технологічної системи. Вона дає змогу визначити оптимальний варіант технологічної системи найбільш простим шляхом, скорочуючи терміни проектування та забезпечуючи знаходження умов ефективного використання ТС.

У практичній діяльності інженера–технолога експериментальні дослідження широко використовуються для створення нових технологічних процесів, оптимізації та інтенсифікації технологічних систем, виявлення невикористаних резервів, створення системи оптимального керування або поліпшення якісних характеристик. У деяких виробництвах технологічні системи стали настільки складними, що не лише їх проектування та оптимізація, але й нормальне функціонування не може відбуватися без супровідних експериментальних досліджень.

Математичні моделі описують зв'язки умов виготовлення виробу, заданих вхідними факторами, із показниками ефективності технологічної системи. Математичні моделі, що описують функціонування технологічної системи, використовуються як для оптимізації конструкції, так і для оптимального автоматичного керування технологічними комплексами. Ці моделі дають змогу оптимізувати технологічні режими при зовнішніх збуреннях, прогнозувати перебіг технологічного процесу тощо.

ТС, як об'єкт експериментального дослідження, має певні особливості, а саме:

– наявність значної кількості різномірних елементів (матеріали, цілеспрямовані дії персоналу, технічні засоби, енергетичні впливи тощо), які взаємопов'язані між собою настільки тісно, що їх розділення для окремого вивчення не дає змоги отримати "чисті" закономірності функціонування;

– сильна дія випадкових факторів, унаслідок чого навіть при незмінному налагодженні технологічної системи здійснюється розсіяння її вихідних характеристик.

Ці особливості визначають представлення ТС чи її складових при експериментальному дослідженні у вигляді чорної скриньки, коли не використовується інформація про структуру об'єкта. Тоді загальна схема опису технологічної системи визначиться знаходженням залежності вихідних параметрів Y від вхідних X , без врахування внутрішніх параметрів (рис. 5.1.).

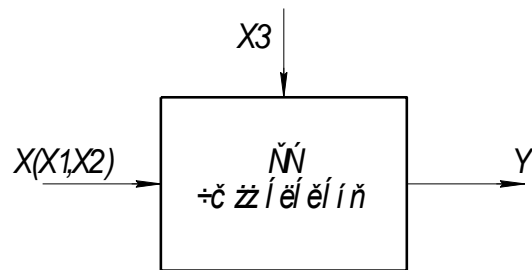


Рис. 5.1. Схема експериментального дослідження технічної системи

Вектор вихідних параметрів Y відображає досліджувану характеристику ТС (показник якості виробу, ефективності технологічної системи тощо).

Вектор вхідних параметрів X описує впливи зовнішнього середовища на поведінку об'єкта дослідження – чорної скриньки. Компоненти вхідного вектора (вектора вхідних факторів) можуть бути трьох типів: вектор керованих параметрів $X1$, вектор вимірюваних некерованих параметрів $X2$, випадкові збурення $X3$.

Вектор вхідних керованих параметрів ТС $X1$ включає *технологічні керовані параметри* (швидкість різання, подача, глибина різання, температура спікання, концентрація фарби, тиск роботи розпилювача тощо) та *конструктивні параметри* (виліт різця, геометрія різальної частини інструмента, діаметр вихідного сопла розпилювача тощо).

Вектор вхідних некерованих, але вимірюваних параметрів ТС $X2$ включає такі обмежувальні параметри, як припуск заготовки, міжцентрова відстань, найбільший діаметр сопла розпилювача тощо.

Вхідні збурення $X3$ впливають на перебіг технологічного процесу, однак цей вплив не може бути ні проконтрольований, ні цілеспрямовано змінений (старіння обладнання, непередбачувані зміни властивостей

сировини, дрейфування режимів, зміна характеристик навколишнього середовища тощо).

Вектор вихідних параметрів технологічної системи Y включає показники якості виробу та показники ефективності технологічної системи (продуктивність, собівартість продукції, надійність тощо).

Проаналізуємо можливості дослідника при визначенні впливу факторів на результат. Нехай число факторів, що діє на об'єкт, є практично безмежним. Першою думкою, що виникає, є включити в схему експерименту всі відомі дослідникові фактори, оскільки відсутність хоча б одного знижує точність результатів. Однак врахування усіх факторів перевантажує дослідження, робить його результати занадто складними для практичного застосування, завуальовує зміст вивченого явища чи предмета. Тому на цьому етапі необхідно передусім з'ясувати, які фактори вважати суттєвими. Для цього на етапах постановки задачі та попереднього вивчення об'єкта дослідження треба вивчити всю доступну науково-технічну інформацію, а також залучити власний досвід. Цей етап є найменш формальним і найбільш суб'єктивним, він вносить елементи творчості в наукове дослідження, практично визначаючи успішність чи неуспішність його подальшого проведення. Однак і тут існують формалізовані методи, покликані зменшити суб'єктивність при доборі суттєвих факторів. Вони ґрунтуються на опитуванні фахівців та статистичній обробці результатів.

На основі попереднього вивчення об'єкта та уточнення теми дослідження складають список усіх відомих факторів, які можна врахувати. Список розсилають фахівцям із пропозицією розташувати фактори в порядку важливості їх впливу на результат дослідження. Оскільки вплив факторів може бути різним на різних інтервалах їх значень, список доповнюють інтервалами коливань значень цих факторів та зазначенням одиниці їх виміру. Результати опитування зводяться в таблицю, де вказується місце кожного фактора.

Для j -го із n факторів ($j = 1, 2, \dots, n$) обчислюється сума балів із врахуванням думки i -го фахівця із загальної кількості m фахівців ($i = 1, 2, \dots, m$)

$$t_j = \sum_{i=1}^m a_{ij}, \quad (5.1)$$

де a_{ij} – бал для j -го фактора, виставлений i -м фахівцем.

Після цього визначається середня сума рангів

$$T = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n t_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m t_{ji}, \quad (5.2)$$

а також їх різниця

$$\Delta_j = t_j - T.$$

Ступінь узгодженості думок фахівців визначиться коефіцієнтом конкордації

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)}, \quad (5.3)$$

де S – сума квадратів відхилень сумарних рангів кожного фактора від

$$\text{середнього рангу, що визначається як } S = \sum_{j=1}^n \Delta_j^2.$$

Коефіцієнт конкордації W змінюється від 0 до 1. Якщо $W=0$, то узгодженість думок фахівців відсутня, якщо ж $W=1$, то всі фахівці дотримуються однакової думки. У проміжних випадках висновок про узгодженість думок фахівців приймають за допомогою статистичного критерію Пірсона (так званого X^2 – критерію):

$$X^2 = m(n-1)W \quad (5.4)$$

Обчислене значення критерію порівнюється із табличним $X^2_{\text{таб}}$, складеним для довірчої ймовірності $P(X^2) = 0,05$ та для числа ступенів вільності $f = (n-1)$.

Якщо виконується умова $X^2 > X^2_{\text{таб}}$, то думки фахівців вважаються достатньо узгодженими. Далі будують діаграму рангів, по верти кальній осі якої відкладається або сума рангів кожного фактора, або різниця з максимальною сумою рангів, а по горизонтальній – номери факторів.

Види експериментальних досліджень ТС. Залежно від того, який тип факторів враховується при експериментальному дослідженні (рис.5.2.), розрізнятимемо такі види досліджень технологічної системи:

– *статистичний аналіз точності функціонування технологічної системи*), коли досліджується вплив випадкових збурень на вихідні показники (рис. 5.2,а), $Y=f(X3)$, наприклад, статистичний аналіз якості продукції, аналіз стабільності перебігу технологічного процесу;

– *пасивний експеримент*, $Y=f(X2)$, який дає змогу визначити зв'язок між вхідними та вихідними параметрами в умовах дії збурень $X3$ при природному перебігу досліджуваних процесів;

– активний експеримент, $Y=f(X1)$, який дає змогу визначити зв'язок між вхідними та вихідними параметрами в умовах дії збурень $X3$ шляхом варіювання факторами за наперед складеним планом.

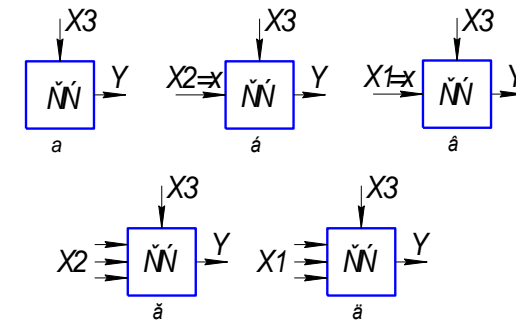


Рис.5.2. Види експериментальних досліджень:
 а – статистичний аналіз; б – однофакторний пасивний експеримент; в – однофакторний активний експеримент; г, д – багатофакторний пасивний експеримент

Залежно від розмірності вхідного вектора X розрізняють:

- 1) *однофакторний активний експеримент* (рис.5.2,в), якщо $X1=(x)$, та *однофакторний пасивний експеримент* (рис.5.2,б), коли вивчається дія лише одного фактора $X2=(x)$;
- 2) *багатофакторний активний експеримент* (рис.5.2,д), якщо $X1=(x1,x2,...)$, та *багатофакторний пасивний експеримент* (рис.5.2,г), якщо $X2=(x1,x2, ...)$.

5.2. Однофакторний експеримент

5.2.1. Види зв'язків між двома параметрами

Зв'язок між вхідною та вихідною змінними, що входять у досліджувану залежність, може мати різний характер залежно від впливу випадкових збурень. У практиці трапляються такі випадки.

Функціональний, або детермінований зв'язок, коли кожному значенню вхідної величини відповідає єдине значення вихідної. При такому зв'язку впливом випадкових збурень можна знехтувати (рис.5.3,а). Функціональна залежність матиме вигляду $y=f(x)$.

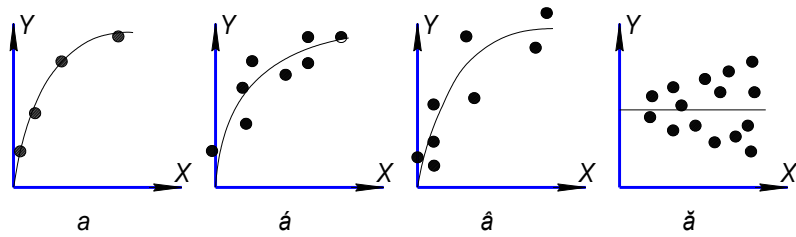


Рис.5.3. Види взаємозв'язку двох параметрів:

а – функціональний, б – стохастичний,
в – стохастичний кореляційний, г – стохастичний скедастичний

Стохастичний, або імовірнісний зв'язок між двома величинами виникає, коли одна з них змінюється при зміні закону розподілу іншої. *Стохастичний зв'язок* (рис. 5.3, б) буває кореляційний або скедастичний. Якщо при зміні однієї величини змінюється тільки середнє значення іншої, а дисперсія та тип закону розподілу залишаються без зміни, то виникає *кореляційний зв'язок* (рис. 5.3, в) як, наприклад, при зміні налагоджувального розміру токарного автомата, зміщується положення центра розсіяння діаметра деталей. Якщо ж змінюється тільки ступінь розсіяння значень, тобто дисперсія, при незмінних середніх арифметичних, то це *скедастичний зв'язок* (рис. 5.3, г), який виникає, наприклад, при прицільному падінні тіл залежно від висоти, коли зі збільшенням висоти падіння ступінь розсіяння місць падіння навколо прицільного значення зростає.

Змінні величини, що описують процеси в технологічних системах, як звичайно, зв'язані між собою стохастичними залежностями, оскільки такі системи функціонують в умовах сильної дії випадкових збурень. Елементами стохастичних залежностей є випадкові величини, які в процесі вимірювань набувають невідомих наперед значень. Тому дослідження технологічних систем ускладнюється необхідністю знайти залежності у чистому вигляді, відсіавши вплив випадкових збурень. Для цього використовуються загальновідомі методи математичної статистики, в основу яких покладено багаторазове повторення дослідів в однакових умовах і визначення за результатами математичного очікування випадкової величини та її дисперсії.

Нехай дія вхідного фактора x зумовлює реакцію об'єкта y . Повторимо n разів дослід, задаючи величині x одне і те ж значення. Показник y як випадкова величина набудатиме значень y_1, y_2, \dots, y_n . Математичне сподівання значення цього показника $M(y)$ знайдемо як середнє арифметичне всіх його виміряних значень.

$$M(y) = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \bar{y}.$$

Очевидно, що точність визначення середнього значення буде тим вища, чим більша проведена в однакових умовах кількість дослідів. Точність середнього значення випадкової величини пов'язана зі ступенем розсіяння її значень, що визначається дисперсією $D(y)$:

$$D(y) = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2}{n}.$$

При експериментальному дослідженні та побудові моделі досліджуваного процесу чи явища необхідно знайти залежність між двома величинами – вхідною та вихідною. При дослідженні реальних технологічних систем вигляд залежності між двома випадковими величинами майже завжди невідомий. У нашому розпорядженні є тільки результати певної кількості дослідів, наприклад n . На графіку ця залежність між випадковими величинами матиме вигляд хмарки точок, що відповідатимуть експериментальним даним. Для побудови математичної залежності між двома змінними величинами одна з цих величин, наприклад, фактор x отримує ряд послідовних значень x_1, x_2, \dots . Кожне з цих значень називається *рівнем фактора*. На кожному з цих рівнів дослід повторюється декілька разів, тобто здійснюються так звані *паралельні дослід*. Для першого рівня, наприклад, матимемо $x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots$. Тоді для кожного рівня фактора знаходять середнє значення іншої змінної величини – показника $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \dots$. Якщо ці значення показати на графіку $y=f(x)$ та з'єднати середні значення у ламану лінією, то утвориться *емпірична лінія регресії* (рис.5.4). При збільшенні кількості спостережень на кожному рівні фактора та зменшенні кроку між сусідніми факторами ламана лінія починає вирівнюватись і набувати закономірного характеру. В цьому випадку зростає точність визначення дійсної залежності, яка описується *теоретичною лінією регресії*.

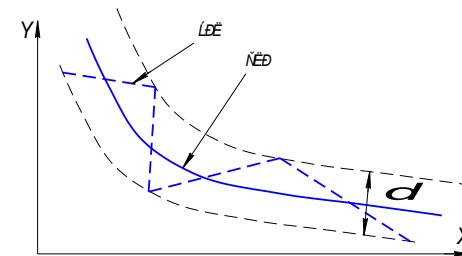


Рис. 5.4. Емпірична (ЕРЛ) і теоретична (ТЛР) лінії регресії

Термін *регресія* вказує на стохастичний зв'язок між випадковими величинами. Він належить одному із творців математичної статистики – Френсісу Гальтону. Вивчаючи статистичну залежність між зростом батьків та дітей, він шляхом добору математичної моделі з'ясував, що зріст дитини наполовину визначається зростом батьків, на чверть – зростом прадідів, на 1/8 – зростом прапрадідів і т.д. Тобто в моделі Гальтона зріст дитини визначається зростом не тільки батьків, але й більш віддалених предків. Оскільки в цій моделі здійснюється в історичному часі рух назад, то це явище було названо регресією, яка визначає рух назад, на відміну від прогресу, тобто руху вперед.

Теоретичною основою визначення залежності між величинами в умовах дії випадкових збурень є кореляційний аналіз. Його методи дають змогу розв'язати дві основні задачі: визначити форму та числові коефіцієнти залежності, що зв'язують між собою параметри досліджуваного процесу чи явища; визначити, наскільки тісно зв'язані ці параметри.

5.2.2. Визначення взаємозв'язку параметрів і значень коефіцієнтів залежностей

Залежність $y = f(x)$ визначають за два етапи: на першому вибирають вид зв'язку між параметрами залежності, а на другому знаходять числові значення коефіцієнтів цієї залежності.

Вид взаємозв'язку параметрів, що входять у залежність $y = f(x)$, може бути визначений:

– вивченням фізичного змісту явища, використанням аналогії з іншими науковими теоріями, результатом чого є аналітична побудова загальної моделі, коефіцієнти якої знаходять експериментально;

– побудовою емпіричної лінії регресії при великій кількості паралельних дослідів, яка буде наближеною до теоретичної лінії регресії, тобто теоретичної залежності, та добору полінома, який найкращим чином відповідав би експериментальним даним.

Поліном, або багаточлен – функція, в якій змінні величини беруть участь лише добором у діях додавання, віднімання та множення (враховуючи піднесення до цілого додатного степеня). Для апроксимації теоретичної залежності поліномами застосовують найчастіше. Це зумовлено, по-перше, тим, що поліномами описують великий клас безперервних функцій, а по-друге, тим, що поліномами є найбільш простими функціями.

Для практичного застосування точність, із якою визначається теоретична залежність, залежить від умов задачі. Для характеристики точності наближення полінома до дійсної залежності введемо поняття поля допуску на функцію. Для його отримання теоретичну залежність змісти-

мо вверх і вниз на половину величини допуску δ (рис. 5.4), тоді площа між цими крайніми положеннями визначить поле допуску. Очевидно, що будь-яка крива, що лежатиме всередині цього поля, може використовуватись для опису залежності між змінними величинами із точністю δ . А це означає, що для опису будь-яких залежностей можна використовувати клас структурно найбільш простих функцій, а саме поліномів або багаточленів. Будь-який багаточлен можна скласти із простих степеневих функцій у вигляді:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + \dots$$

Кожна із степеневих функцій є елементом багаточлена. Ступінь наближення полінома до теоретичної лінії регресії характеризується числом його членів, кількість яких легко підбирається шляхом послідовного доповнення вже використаних членів новими. В основу цієї методики покладена теорема відомого німецького математика Карла Вейерштраса:

Якою б складною не була безперервна функція і яким малим ми не вибрали б поле допуску на неї, завжди знайдеться багаточлен, що не відрізнятиметься за заданою точністю від заданої функції.

Очевидно, що чим вища точність опису теоретичної залежності потрібна, тим більш високий ступінь полінома використовується для її опису. Тому в практиці спочатку використовують лінійний поліном, тобто лінійну модель залежності. Якщо ж перевірка адекватності моделі показує, що вона не відповідає експериментальним даним, то модель добудовують до квадратичної, потім, якщо необхідно, – до кубічної, і так далі аж до отримання позитивного результату перевірки на адекватність. Ця процедура називається ідентифікацією моделі.

Визначення числових значень коефіцієнтів. Крива, що описує залежність відомої форми, повинна найкращим чином відповідати експериментальним точкам, тобто бути найбільш близькою до них. Близькість точки до кривої визначається ординатою її відстані від неї. Оскільки відхилення може бути додатним або від'ємним, то для оцінки наближеності експериментальних точок до кривої використовується квадрат цієї відстані. Ця умова покладена в основу наукового методу пошуку коефіцієнтів залежності, названого *методом найменших квадратів*, і має такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 \Rightarrow \min, \quad (5.5)$$

де ε – різниця між експериментальним y та розрахунковим y^* значеннями показника; N – кількість експериментальних точок.

Розглянемо найпростішу – **лінійну залежність** $y=f(x)$ такого вигляду:

$$y = b_0 + b \cdot x, \quad (5.6)$$

де b_0 та b – невідомі коефіцієнти залежності, значення яких знаходять за даними дослідів.

Нехай результатами дослідів буде N експериментальних точок із координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$. Тоді для кожної експериментальної точки різниця між експериментальним та розрахунковим значенням показника визначиться як (рис.5.5):

$$\varepsilon_i = b_0 + b \cdot x_i - y_i$$

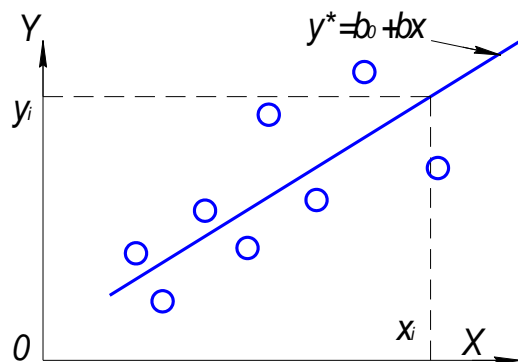


Рис. 5.5. Метод найменших квадратів

Виходячи із основної умови методу найменших квадратів, отримаємо рівняння найменших квадратів і вигляді:

$$F = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (b_0 + b \cdot x_i - y_i)^2 \Rightarrow \min \quad (5.7)$$

Невідомими величинами в рівнянні найменших квадратів будуть коефіцієнти b_0, b . Умови мінімізації цієї функції такі:

$$\frac{\partial F}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0. \quad (5.8)$$

Тоді

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^N (b_0 + b \cdot x_i - y_i) = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^N (b_0 + b \cdot x_i - y_i) x_i = 0; \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\begin{cases} b_0 \cdot N + b \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N y_i, \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_i + b \sum_{i=1}^N x_i^2 = \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i. \end{cases} \quad (5.10)$$

Розв'язавши цю систему із двох рівнянь, що мають два невідомі b_0 та b , отримаємо лінійну залежність, яка відповідає експериментальним точкам.

Приклад. При аналізі залежності між відхиленням від круглості заготовок x та відхиленням від круглості оброблених на токарному верстаті деталей y у отримано такі дані:

х, мкм	42	35	75	90	137	115
у, мкм	10	8	24	35	50	40

Аналіз дослідних даних показує, що в першому наближенні можна використати лінійну залежність $y=b_0+bx$. Знайдемо її коефіцієнти b_0 та b методом найменших квадратів. Результати обчислень зведемо в табл.5.1.

Підставивши отримані в табл.5.1 дані в систему рівнянь, запишемо

$$\begin{aligned} 6 \cdot b_0 + 494 \cdot b &= 167, \\ 494 \cdot b_0 + 48708 \cdot b &= 17100. \end{aligned}$$

Т а б л и ц я 5 . 1

Результати обчислень коефіцієнтів лінійної залежності

N	1	2	3	4	5	6	Σ
x	42	35	75	90	137	115	494
y	10	8	24	35	50	40	167
x^2	1764	1225	5625	8100	18769	13225	48708
xy	420	280	1800	3150	6850	4600	17100

Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо значення коефіцієнтів, із якими лінійна залежність набуде вигляду:

$$y = -6,5 + 0,417 \cdot x.$$

Якщо показник технологічного процесу залежить від декількох факторів, тобто

$$y = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_n x_n, \quad (5.11)$$

то для визначення коефіцієнтів багаточлена необхідно скласти (n+1) рівнянь. Систему рівнянь запишемо таким чином:

$$\left. \begin{aligned} b_0 \cdot N + b_1 \sum_{i=1}^N x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{2i} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{ni} &= \sum_{i=1}^N y_i; \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot x_{2i} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot x_{ni} &= \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot y_i; \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot x_{2i} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{2i}^2 + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{2i} \cdot x_{ni} &= \sum_{i=1}^N x_{2i} \cdot y_i; \\ &\dots \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^N x_{ni} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot x_{ni} + b_2 \sum_{i=1}^N x_{2i} \cdot x_{ni} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{ni}^2 &= \sum_{i=1}^N x_{ni} \cdot y_i. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходять числові значення коефіцієнтів полінома.

Розглянемо знаходження, числових значень коефіцієнтів для випадку нелінійної, наприклад, **квадратичної залежності** між змінними величинами, яка матиме вигляд тричленного полінома

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x^2. \quad (5.12)$$

Методом найменших квадратів складається система із трьох рівнянь із трьома невідомими, отриманими прирівнюванням до нуля похідних функції найменших квадратів F:

$$\frac{\partial F}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b_1} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b_2} = 0. \quad (5.13)$$

Система рівнянь має такий вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} b_0 \cdot N + b_1 \sum_{i=1}^N x_i + b_2 \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N y_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^N x_i + b_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^N x_i^3 &= \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^N x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^N x_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^N x_i^4 &= \sum_{i=1}^N x_i^2 \cdot y_i. \end{aligned} \right. \quad (5.14)$$

Окрім лінійної і квадратичної залежності, в практичних задачах часто трапляються інші залежності. При гіперболічній залежності

$$y = b_0 + \frac{b}{x} \quad (5.15)$$

система нормальних рівнянь для визначення коефіцієнтів методом найменших квадратів має такий вигляд:

$$\begin{cases} N \cdot b_0 + b \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^N y_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i} + b \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{x_i}. \end{cases} \quad (5.16)$$

У деяких випадках визначення коефіцієнтів вихідної залежності може бути спрощене шляхом заміни змінних. У технології машинобудування, наприклад, часто трапляються степеневі залежності

$$y = b_0 \cdot x^b.$$

Після логарифмування та заміни змінних отримаємо лінійну залежність, коефіцієнти якої визначаються за вже розглянутими виразами, тобто:

$$\begin{aligned} \ln y &= \ln b_0 + b \cdot \ln x; \\ u &= c + b \cdot v. \end{aligned}$$

5.2.3. Визначення щільності зв'язку між двома змінними величинами

Знайдений зв'язок між показником y та змінною x має вигляд регресійної залежності. Чим сильніша дія випадкових збурень, тим більше будуть розсіяні дослідні точки навколо кривої, що описується рівнянням регресії. В практиці технології машинобудування встановлення щільності зв'язку має важливе значення, наприклад, при визначенні впливу різних факторів на якість виробу чи на продуктивність обробки. У цих випадках виникає друга задача кореляційного аналізу – визначення *щільності зв'язку між змінними x та y* .

Якщо досліджується зв'язок між двома змінними, тобто парою змінних, то це парна кореляція. Якщо ж об'єктом вивчення є зв'язок між багатьма змінними, то застосовується методика множинної кореляції.

У першому наближенні форма і щільність кореляційного зв'язку між двома величинами може бути визначена на *кореляційному полі*. На ньому зображуються графічно всі експериментальні дані у вигляді точок, координати кожної з яких є парою випадкових чисел (x, y) .

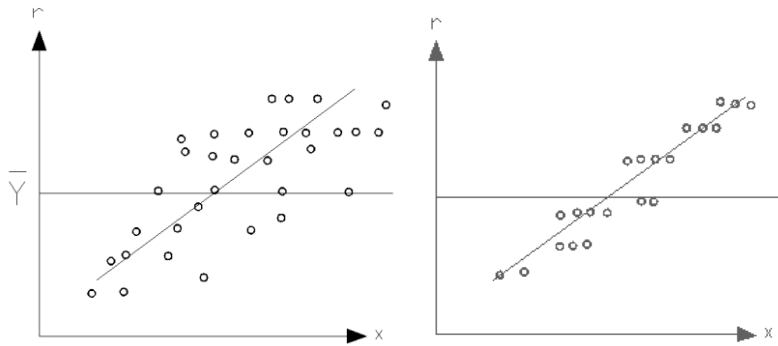


Рис. 5.6. Кореляційні поля при слабкому (а) та сильному (б) зв'язках між x та y

Розглянемо два кореляційні поля: а та б (рис. 5.6.). Лінії регресії залежності $\bar{y} = f(x)$ розташовані в обох полях однаково. Однак, як бачимо, точки поля б ближче до лінії регресії, ніж точки поля а.

Якщо б у повністю визначався значенням x , то всі точки лежали б на лінії регресії. Чим більший вплив випадкових збурень, тим більше точки віддалені від лінії регресії.

Найбільш важливою характеристикою щільності зв'язку двох змінних величин є кореляційний момент цих величин, який також називають моментом зв'язку випадкових величин. Кореляційний момент C_{xy} двох випадкових величин x та y , якщо ці величини дискретні, матиме такий вигляд:

$$C_{xy} = \sum [x_i - M(x)][y_i - M(y)]p_{ij}, \quad (5.16)$$

де $M(x)$, $M(y)$ – математичні сподівання значень випадкових величин x та y відповідно; (x_i, y_i) – можливі значення величини (x, y) ; p_{ij} – ймовірність того, що x набуває значення x_i , а y – значення y_j .

Кореляційний момент є мірою зв'язку випадкових величин. Однак безпосередньо застосовувати його для дослідження щільності зв'язку змінних величин незручно, бо він залежить від одиниць вимірювання цих величин. Щоб позбутися цього обмеження, здійснюють нормування кореляційного моменту, створивши такий показник щільності зв'язку двох величин, як *коефіцієнт кореляції* r_{xy} :

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (5.17)$$

де σ_x, σ_y – середні квадратичні відхилення випадкових величин x та y , які визначаються з рівнянь:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [x_i - M(x)]^2}; \quad (5.19)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [y_i - M(y)]^2}; \quad (5.20)$$

де N – кількість значень дискретної випадкової величини (xy) .

Якщо дослідження щільності зв'язку між двома величинами x та y здійснюється за результатами проведення N дослідів, кожен з яких задає одну точку з координатами (x_i, y_i) на кореляційному полі, то значення математичних сподівань $M(x), M(y)$ заміняють у практичних випадках середніми арифметичними \bar{X}, \bar{Y} значення дисперсій σ_x^2, σ_y^2 – їх оцінками S_x^2, S_y^2 відповідно, а ймовірність появи i -ї точки з частотою

$$p_{iy} = \frac{N_{xy}}{N}; N_{xy} - \text{частота появи точки з парою значень } (x_i, y_j). \text{ Тоді}$$

коефіцієнт кореляції визначиться як

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{S_x S_y}, \quad (5.21)$$

$$\text{де } S_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}; S_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{Y})^2}, \quad (5.22)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j. \quad (5.23)$$

Коефіцієнт кореляції характеризує тільки лінійну залежність змінних x та y , коли при зростанні значень однієї з них значення іншої лінійно спадають або зростають.

У загальному випадку для визначення щільності зв'язку використовується інший показник – кореляційне відношення η . За основу визначення щільності зв'язку у цьому випадку береться загальний показник мінливості досліджуваної функції – її повна дисперсія σ_y^2 . *Повною дисперсією σ_y^2 вважатимемо дисперсію змінної y відносно умовного генерального середнього арифметичного всіх дослідів \bar{Y} (див. рис. 5.6).*

Вважатимемо, що повна дисперсія є результатом дії досліджуваного фактора x та сумарного випадкового фактора – спільної дії всіх інших збурень. Із дисперсійного аналізу відомо, що повна дисперсія може бути

розкладена на дві складові, кожна з яких характеризуватиме дію одного із факторів. Тоді отримаємо

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y'}^2 + \delta_y^2, \quad (5.24)$$

де $\sigma_{y'}^2$ – дисперсія показника у відносно лінії регресії, яка характеризує вплив випадкових факторів на мінливість у;

δ_y^2 – дисперсія лінії регресії відносно генерального середнього арифметичного \bar{Y} , яка характеризує вплив фактора x на мінливість показника у.

Оскільки друга складова повної дисперсії оцінює вплив фактора x на y , то його використовують для оцінки щільності зв'язку між цими величинами. Щоб усунути вплив одиниці вимірювання, щільність зв'язку оцінюється в одиницях загальної дисперсії за допомогою теоретичного кореляційного відношення

$$\eta_T^2 = \frac{\delta_{y,T}^2}{\sigma_y^2}, \quad (5.25)$$

де $\sigma_{y'}^2$ – середнє квадратичне відхилення експериментальних точок від теоретичної лінії регресії;

$\delta_{y,T}$ – середнє квадратичне відхилення теоретичної лінії регресії від загальної середньої.

Якщо теоретичне рівняння регресії невідоме, щільність зв'язку оцінюють за допомогою емпіричного кореляційного відношення. В цьому випадку дисперсії $\sigma_{y'}^2, \sigma_y^2, \delta_{y,T}^2$ замінюють їх оцінками $S_{y'}^2, S_y^2, \delta_{y,T}^2$. Значення цих дисперсій визначаються за допомогою відомого положення про те, що, якщо ряд із N спостережень складається із k груп спостережень, то дисперсія всього ряду дорівнюватиме сумі внутрішньогрупової і міжгрупової дисперсій, тобто в нашому випадку

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{Y})^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_x} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{Y})^2, \quad (5.26)$$

де y_j – вимірне значення змінної;

\bar{Y} – середнє всієї сукупності із загальної кількості N дослідів;

y_i – середнє значення у в i -му інтервалі x ($i = 1, 2, \dots, k$);

N_x – частота появи значень в i -му інтервалі по x .

Перша складова цього виразу визначає ступінь розсіяння змінної у навколо групових середніх \bar{y}_i , тобто описує вплив випадкових факторів на результати дослідів. Друга складова, а саме δ_y^2 , описує

вплив досліджуваного фактора на зміну функції $\bar{y} = f(x)$. У цьому випадку відношення

$$\eta^2 = \frac{\delta_y^2}{S_y^2} \quad (5.26)$$

визначатиме, яка частина повної мінливості функції $\bar{y} = f(x)$ буде зумовлена зміною аргументу x . Це відношення називається *емпіричним кореляційним відношенням*. Показник η^2 змінюється від 0 до 1. Коли $\eta^2 = 0$, то мінливість середніх y відсутня, а лінія регресії паралельна осі абсцис. У цьому випадку вважається, що кореляційного зв'язку між x та y немає взагалі. Якщо ж $\eta^2 = 1$, то всі дослідні точки лежатимуть на лінії регресії, а зв'язок між змінними x та y перетвориться на функціональний. При збільшенні кількості дослідів емпірична лінія регресії наближається до теоретичної, а емпіричне кореляційне відношення η^2 до теоретичного.

Усі висновки будуть справедливими для аналізу розсіяння експериментальних точок відносно умовного середнього \bar{X} , а показник тісноти зв'язку між x та y матиме аналогічні властивості.

Коефіцієнт кореляції може бути трактований як частковий випадок теоретичного кореляційного відношення, коли зв'язок між змінними є лінійним. За абсолютною величиною він дорівнює $\eta = |r|$, а значення набуває в інтервалі від -1 до $+1$.

Дійсно, розглянемо визначення теоретичного кореляційного відношення для лінійного рівняння регресії між змінними:

$$\bar{y} = b_0 + b \cdot x. \quad (5.27)$$

Тут коефіцієнт b – кутовий коефіцієнт нахилу прямої регресії до осі X . Він показує, на скільки одиниць змінюється y , якщо x змінюється на одну одиницю, тобто є коефіцієнтом чутливості y до зміни x . Тому було би логічно його використати для виміру тісноти зв'язку між змінними регресії. Однак за такої оцінки слід врахувати те, що коефіцієнт b має розмірність, тому при довільному виборі одиниць виміру його значення буде змінюватися. Для надання незалежності від одиниць виміру коефіцієнт b виражають через середні квадратичні відхилення змінних регресії і називають *коефіцієнтом кореляції* r , який визначає, на скільки σ_y змінюється y , коли x змінюється на одну σ_x . Коефіцієнт кореляції визначається як

$$r = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (5.28)$$

Якщо врахувати вираз для b , отриманий методом найменших квадратів, то вираз для визначення коефіцієнта кореляції набуде вигляду, зручного для обчислень при малій кількості експериментальних точок N без попереднього визначення коефіцієнтів рівняння прямої:

$$r = \frac{N \sum_N (x_i y_{ij}) - \sum_N x_i \cdot \sum_N y_{ji}}{\sqrt{N \sum_N x_i^2 - (\sum_N x_i)^2} \sqrt{N \sum_N y_j^2 - (\sum_N y_j)^2}}. \quad (5.29)$$

5.2.4. Планування однофакторного експерименту

При активному експериментальному дослідженні дослідник повинен отримати інформацію про досліджуваний об'єкт, процес або явище найбільш економним шляхом, тобто при найменших витратах часу та засобів. У цьому випадку увага повинна бути концентрована на тій інформації, яка потрібна для розв'язання поставленого завдання. А це вимагає чіткого логічного аналізу завдання, починаючи із чіткого формулювання мети експерименту.

Для побудови плану експерименту необхідно визначити послідовність та умови проведення окремих дослідів. У випадку пасивного експерименту послідовність дослідів не залежить від дослідника, оскільки він лише реєструє реакцію об'єкта на зміни зовнішнього середовища. При проведенні активного експерименту дослідник може вибрати кращу послідовність дослідів, орієнтуючись на вищу точність результатів або меншу тривалість дослідження.

Вибір послідовності проведення дослідів. На послідовність дослідів впливає передусім їх відтворюваність.

Відтворюваний дослід – такий, при проведенні якого зміни, що вносяться, не піддаються виявленню. Прикладом такого експерименту є дослідження поведінки пружної балки під дією навантаження в межах границі її пружності. Якщо при знятті навантаження не виявиться залишкових деформацій, то дослід вважається відтворюваним.

Невідтворюваний експеримент характеризується незворотними змінами досліджуваного явища (хімічні перетворення зразків, наприклад, корозія, структурні зміни матеріалів тощо). Досліджуючи зразок на міцність, ми прикладаємо до нього зростаюче навантаження, унаслідок чого прогресує погіршення його властивостей. Якщо навантаження перевищуватиме границю міцності, то зразок після зняття навантаження не повернеться у вихідний стан і для подальших дослідів буде

непридатним. Очевидно, що для невідтворюваного експерименту послідовність дослідів визначатиметься поведінкою зразка, вона повинна враховувати незворотність зміни його властивостей при проведенні дослідів.

На відтворюваність дослідів, як показує практика експериментальних досліджень, суттєво впливають випадкові збурення, які призводять до розсіяння отриманих результатів. Як визначити, чи розсіяння є результатом дії випадкових факторів, чи наслідком незворотних змін досліджуваного явища? Для визначення, чи досліди можна вважати відтворюваними, також використовуються статистичні критерії.

Статистичний критерій для перевірки відтворюваності дослідів. Для оцінки дисперсій малих вибірок використовують G -критерій Кохрена. Спочатку визначають декілька, наприклад k , рівнів зміни досліджуваного фактора x . Наприклад, при $k = 5$ x_i набуває п'ять різних значень. Для кожного з таких рівнів x проводять n_i паралельних дослідів, тобто дослідів при однакових умовах, вимірюючи показник y_i . Для кожної серії паралельних дослідів визначають середнє арифметичне \bar{y}_i та незміщену оцінку дисперсії S_i^2 :

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}; \quad S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad (5.31)$$

де n_i – число вибірок або паралельних дослідів i -ї серії, які проводяться при однаковому значенні досліджуваного параметра x .

Для перевірки відтворюваності обчислюють статистичний критерій Кохрена:

$$G = \frac{\max_i S_i^2}{\sum_{i=1}^k S_i^2}. \quad (5.32)$$

Значення статистичного критерію порівнюється зі значенням критерію Кохрена G_T , взятим зі статистичних таблиць залежно від ступеня вільності $(n_i - 1)$ паралельних дослідів, кількості серій дослідів або вибірок та рівня значущості (ризиків здійснити помилку при статистичній перевірці) $\alpha = 0,05$ або $\alpha = 0,01$. Якщо $G \leq G_T$ то досліди вважаються відтворюваними.

План проведення експерименту. Очевидно, при відтворюваному експерименті план проведення дослідів може бути довільним. Як звичайно, при відтворюваності дослідів застосовуються два варіанти планів проведення експерименту:

– *послідовний план*, за яким вибирається верхнє або нижнє значення досліджуваного фактора, яке послідовно змінюється через певні інтервали до отримання другого граничного значення;

– *рандомізований (випадковий) план*, за яким значення досліджуваного фактора в послідовних дослідах вибираються випадковими.

Очевидно, що для різних умов проведення дослідження кращим може бути кожен із цих планів. Послідовний план проведення експерименту доцільно застосовувати тоді, коли послідовність зміни фактора ϵ , по суті, також фактором, що впливає на досліджуване явище. Дійсно, при вивченні тертя рідини в трубі визначають залежність коефіцієнта тертя від швидкості протікання та числа Рейнольдса. При поступовому зростанні швидкості ламінарна течія буде зберігатися до кінця перехідної дільниці швидкостей, в кінці якої перейде у турбулентний режим. При проведенні дослідів у зворотному порядку турбулентна течія збережеться до кінця перехідної дільниці швидкостей. Якщо ж при проведенні експерименту змінювати значення швидкості випадково, то явище гістерезису зовсім не виявиться. До такого класу експериментів, окрім гістерезисних явищ при протіканні рідин у трубах, належать також дослідження матеріалів та інших гістерезисних явищ, наприклад,

при проходженні магнітного потоку в магнітопроводах.

Однак для більшості експериментальних досліджень необгрунтований вибір послідовного плану проведення дослідів може призвести до неточностей результатів дослідження. Це особливо небезпечно, у випадку дії невідомих постійних факторів, які викликають систематичні похибки. Значна кількість

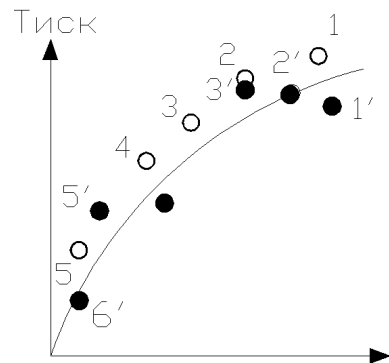


Рис. 5.7. Приклад андомізованого експерименту

факторів збурення діє при проведенні досліджень у виробничих умовах. Як усунути

вплив невідомих систематичних факторів на результат дослідження? Чи дозволить рандомізований план позбутися систематичних похибок?

Розглянемо спочатку механізм переведення систематичних похибок від дії невідомих постійних факторів (старіння обладнання, приладів і зразків, суб'єктивний вплив персоналу, зміна кліматичних

умов тощо) у розряд випадкових. Нехай вимірюється тиск манометром, який має дефект – заїдання стрілки. Однак дослідник про цей дефект не знає, отже, його можна розглядати як невідомий постійний фактор і джерело систематичної похибки. Якщо попередній відлік був у верхній частині шкали, то прилад покаже завищене значення тиску, якщо в нижній – то занижене. На рис.5.7 показані точки 1–5, отримані при послідовному плані, та точки 1'–5', отримані при рандомізованому плані, а також крива дійсних значень тиску. Як бачимо, при послідовному плані експерименту виникла систематична похибка.

Точки, отримані при рандомізованому плані, дають тільки випадкову похибку, охоплюючи дійсні значення кривої зміни тиску. Очевидно, що застосування методики кореляційного аналізу дасть змогу виявити дійсну криву як емпіричну лінію регресії.

5.3. Багатофакторний експеримент

5.3.1. Характеристика багатофакторного експерименту

Досліджувані явища та процеси переважно залежать від багатьох факторів. Перед дослідником постає завдання відділити й оцінити вплив кожного з цих факторів на досліджуваний процес, та ще й в умовах дії випадкових збурень. Для розв'язання цього завдання при проведенні пасивного чи активного багатофакторного експерименту застосовуються спеціальні статистичні методи.

Пасивний багатофакторний експеримент полягає в аналізі результатів спостережень, які залежать від багатьох факторів, які діють одночасно. При цьому дослідник не може певним чином організувати план експерименту, щоб спростити оцінку впливу кожного фактора, оскільки послідовність зміни їх значень визначається не ним, а дією зовнішніх факторів. Однак він повинен вибрати і врахувати найбільш важливі фактори, що впливають на результат, та оцінити їх вплив на досліджуване явище. Для цього широко застосовуються методи дисперсійного аналізу.

Активний багатофакторний експеримент дає змогу певним чином планувати експеримент з тим, щоб спростити процедуру оцінки впливу кожного із факторів.

5.3.2 Пасивний багатофакторний експеримент

Проведення експерименту ґрунтується на статистичній обробці спостережень методами дисперсійного аналізу, в результаті якого можна оцінити вплив кожного фактора на досліджуване явище. Якщо фактори діють незалежно, то дисперсія вимірюваного параметра є

сумою дисперсій складових факторів. Аналіз дає змогу визначити вклад у дисперсію кожного фактора та оцінити відносну важливість кожного з них.

Нехай показник у досліджуваного явища залежить від двох факторів x_1, x_2 , тобто

$$y = f(x_1, x_2).$$

Тоді відхилення від середнього значення \bar{y} при дії факторів x_1, x_2 може бути представлено у вигляді суми

$$(y - \bar{y}) = a_1 + a_2 + \varepsilon, \quad (5.32)$$

де a_1 – відхилення, викликане дією фактора x_1 ;

a_2 – відхилення, викликане дією фактора x_2 ;

ε – відхилення, викликане дією випадкових факторів збурення.

Допускаючи незалежність випадкових величин a_1, a_2 та ε , отримаємо залежність

$$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_\varepsilon^2, \quad (5.33)$$

де $\sigma_y^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_\varepsilon^2$ – дисперсії величин y, a_1, a_2, ε відповідно.

Порівнюючи дисперсії σ_1^2, σ_2^2 від дії факторів x_1 та x_2 із дисперсією σ_ε^2 від дії випадкових збурень, з'ясуємо значущість впливу кожного з цих факторів на досліджуваний показник y за допомогою статистичного F -критерію Фішера. Цей критерій визначається для оцінки впливу кожного фактора як

$$F_1 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_\varepsilon^2}; F_2 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_\varepsilon^2}. \quad (5.34)$$

Отримані значення F_1 та F_2 , порівнюються з табличними значеннями F_{T1} та F_{T2} при заданому рівні значущості $\alpha = 0,05$ або $\alpha = 0,01$ (див. табл. Д6 додатка). Якщо $F_1 < F_{T1}$ та $F_2 < F_{T2}$, то вплив факторів x_1 та x_2 на досліджуваний показник вважається несуттєвим.

Таким чином, дисперсійний аналіз дає змогу на основі статистичних даних вибірок знайти значення дисперсій $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_\varepsilon^2$, а також за допомогою критерію Фішера оцінити суттєвість впливу факторів x_1 та x_2 на досліджуваний показник.

При дисперсійному аналізі багатофакторного експерименту його методика не змінюється порівняно з однофакторним дисперсійним аналізом, лише збільшується обсяг обчислень.

5.3.3. Активний багатофакторний експеримент та його математичне планування

Класичний план експерименту полягає в почерговому дослідженні впливу кожного фактора, коли значення всіх інших фіксуються на одному рівні. Однак прагнення до мінімізації кількості окремих дослідів зумовило появу факторного планування експерименту, коли значення всіх факторів змінюються одночасно, а вплив кожного з них виокремлюється за допомогою методів статистичного аналізу. Статистичні методи планування експерименту розробив англійський математик Рональд Фішер, узагальнивши їх під назвою *математичне планування експерименту*. Застосування математичного планування експерименту дає такий план експерименту, який допомагає вибрати найбільш раціональні точки факторного простору, в яких необхідно провести дослід, а також визначити раціональну послідовність проведення цих дослідів. При цьому досягається суттєве зменшення кількості дослідів.

Нехай досліджується вплив на показник у двох факторів x_1 та x_2 , тобто необхідно розв'язати рівняння

$$y = f(x_1, x_2).$$

При активному експерименті дослідник має змогу вибрати точки факторного простору, в яких будуть проводитись дослід. Раціональний вибір точок у факторному просторі здійснюється за класичним або факторним планами проведення експерименту.

Класичний план експерименту полягатиме в завданні одному із факторів постійного значення і послідовній зміні іншого, тобто визначається залежність $y = f(x_1)$ при $x_2 = const$. Далі знаходимо залежність $y = f(x_2)$ при $x_1 = const$.

Нехай треба дослідити вплив кінематичних факторів процесу різання (швидкості різання V та подачі s) на стійкість різця T , тобто

$$T = F(V, s)$$

Кожен фактор може набувати декількох значень між мінімальним та максимальним. Класичний план полягатиме в окремому вивченні впливу обох факторів: V та s . У процесі експерименту встановлюється середнє значення подачі та вивчається зміна стійкості різця при зміні швидкості різання від мінімального до максимального значення, наприклад, при п'яти різних значеннях (рис. 5.8, а). Так само вивчають вплив подачі на стійкість. Таким чином можна з'ясувати, як впливає швидкість різання на стійкість, коли подача має середнє значення, але не можна визначити вплив швидкості, коли подача є мінімальною чи максимальною. Необхідно реалізувати низку дослідів, яка охоплює область значень досліджуваних факторів, тобто провести дослід у

кожному вузлі сітки факторного простору (рис. 5.8, б). У цьому випадку, щоб вивчити залежність $T=F(V,s)$, слід провести 25 дослідів. Такий план проведення експерименту являє собою суму однофакторних експериментів, у яких послідовно досліджується один фактор, а інші фіксуються незмінними, і він має безумовну перевагу, бо визначає окремий вплив кожного фактора. Однак існує і суттєвий недолік: зі зростанням числа досліджуваних факторів n та кількості рівнів кожного k з них різко збільшується необхідна кількість дослідів N , що визначається як

$$N=k^n.$$

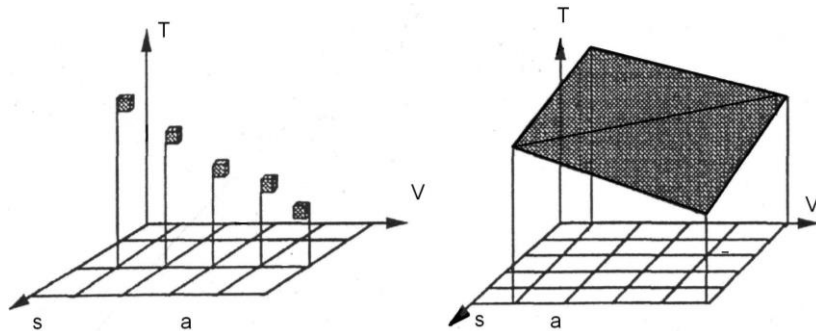


Рис. 5.8. Класичний план проведення багатфакторного експерименту

При дослідженні кожного з факторів, наприклад, на п'яти рівнях (тобто при п'яти різних значеннях), кількість дослідів відповідно до кількості досліджуваних факторів становитиме

Число факторів	1	2	3	4	5
Число дослідів	5	25	125	625	3125

Зі зростанням кількості дослідів зростають складність і тривалість проведення експерименту, а також його вартість. Окрім того, розподіл результатів дослідження за факторами створює методичні незручності для отримання загальної картини досліджуваного явища.

Факторний план проведення експерименту не має таких недоліків. Він ґрунтується на одночасній зміні всіх досліджуваних факторів, а вплив кожного з них визначається методами дисперсійного аналізу, як при багатфакторному пасивному експерименті. Застосування факторного плану проведення експерименту опирається на широке

використання методів математичної статистики та статистичних критеріїв для перевірки відтворюваності дослідів, адекватності моделі тощо. Така методика проведення багатофакторного активного експерименту отримала назву *математичного шанування експерименту*.

При математичному плануванні експерименту використовують терміни, введені Р.Фішером. *Фактор* – це змінна величина, що може набувати при проведенні експерименту задані значення та кількісно визначатися. До факторів належать різноманітні технологічні режими та конструктивні параметри обладнання, наприклад, при різанні це швидкість, глибина та подача, при сушінні – температура та час, при зварюванні пластичних матеріалів – температура, тиск і час. Кожне значення, якого набуває фактор, називається рівнем. Сукупність значень усіх факторів утворює *факторний простір*, на якому створюється сітка точок, кожна з яких відповідає одному досліді.

Показник досліджуваного явища у називається *функцією відгуку*. В дослідженнях технологічних систем це, як звичайно, показники якості виробу (геометрична точність, фізико-механічні та інші властивості), показники ефективності функціонування обладнання (продуктивність, собівартість продукції, капітальні витрати тощо).

Побудова математичної моделі досліджуваного процесу полягатиме в знаходженні зв'язків між факторами та функцією відгуку у вигляді залежності

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n).$$

Об'єкт дослідження розглядається як "чорна скринька", для якої невідомі механізми процесів, що відбуваються в ній, і вид рівнянь для їх опису. Отримана математична модель використовується для оптимізації показників технологічної системи. Геометричний образ цієї моделі, що є функцією відгуку, утворює *поверхню відгуку*, яка будується в факторному просторі, на осях якого відкладені значення досліджуваних факторів. Функція відгуку задається за допомогою ліній постійного значення у. Якщо досліджується вплив двох факторів на два показники (рис.5.9), то поверхня відгуку має геометричну інтерпретацію (рис 5.10). Якщо в експерименті бере участь більше ніж два фактори, то для зображення поверхні відгуку використовують двовимірні перерізи факторного простору, тобто всі фактори, окрім двох, що входять у переріз, фіксують на постійних рівнях, а ці два фактори змінюють на декількох рівнях.

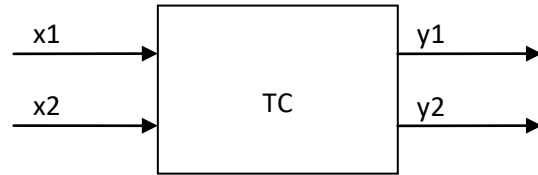


Рис. 5.9. Схема експерименту

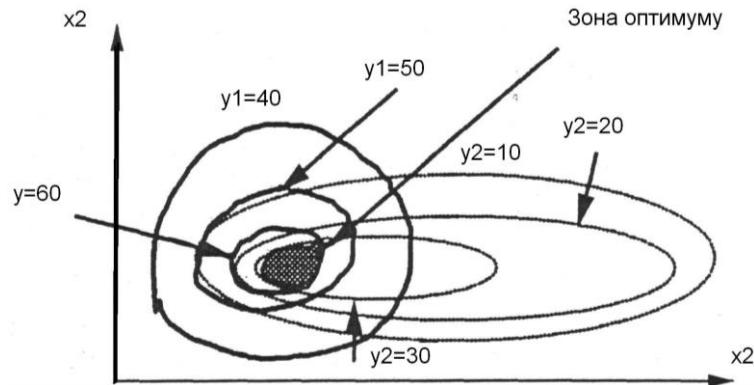


Рис. 5.10. Область оптимальних значень x_1 та x_2

Математичну модель будують шляхом підбору полінома, який відповідав би експериментальним точкам. Такий поліном опише теоретичну лінію регресії, яка буде наближеною до емпіричної. Ступінь цього наближення залежить від кількості членів полінома, які визначають методом підбору. Ця процедура називається *ідентифікацією моделі* і здійснюється таким чином. Спочатку будують лінійну модель, яка за допомогою критерію Фішера перевіряється на адекватність, тобто відповідність експериментальним точкам. Таку перевірку називають *перевіркою адекватності моделі*. Якщо лінійна модель неадекватна, то поліном добудовують до неповної квадратичної моделі, додаючи відповідні члени. Після цього знову перевіряють адекватність неповної квадратичної моделі, яку за необхідності добудовують до повної квадратичної моделі і так далі. Найбільш цінне в такій методиці підбору виду моделі те, що результати дослідів, використовувани для побудови лінійної моделі, використовуються і для побудови більш складних моделей.

Поліном для опису моделі із n факторів матиме такий вигляд:

$$y = b_0 + \underbrace{\sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i}_{1} + \underbrace{\sum_{i \neq j} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j}_{2} + \underbrace{\sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i^2 + \dots}_{3}, \quad (5.35)$$

в якому перші два члени після знака рівності задають лінійну модель (1), три члени – неповну квадратичну модель (2), чотири члени – квадратичну модель (3) тощо.

Очевидно, що кількість дослідів, необхідних для знаходження залежності між стійкістю різця та кінематичними режимами різання $T=F(V,s)$, залежатиме від характеру цієї залежності. Якщо очікується лінійна залежність, то досить використати два рівні для вивчення впливу кожного фактора. Більші значення факторів, наприклад $V1$ та $s1$, називаються *верхніми рівнями*, менші, $V1$ та $s1$, – *нижніми рівнями*. Кількість дослідів відповідатиме тоді кількості всіх можливих комбінацій рівнів цих факторів, тобто

$$N = k^n = 2^2 = 4$$

де n – кількість досліджуваних факторів, $n = 2$;

k – кількість рівнів, на яких змінюється кожний фактор, $k = 2$.

Для двофакторного експерименту поверхня відгуку набуде вигляду площини (рис. 5.11), яка опишеться виразом

$$T = b_0 + b_1 \cdot V + b_2 \cdot s, \quad (5.36)$$

що включає три невідомі: b_0, b_1, b_2 . Така модель передбачає, що: впливи кожного із факторів на показник пропорційні до їх значень; впливи кожного із факторів незалежні один від одного, тобто відсутній вплив парної взаємодії цих факторів. Для отримання цієї моделі досить провести досліді в чотирьох точках факторного простору за таким планом:

№ досліді	V	s	Відгук T, хв
1	V1	s1	30
2	V2	s1	15
3	V1	s2	20
4	V2	s2	5

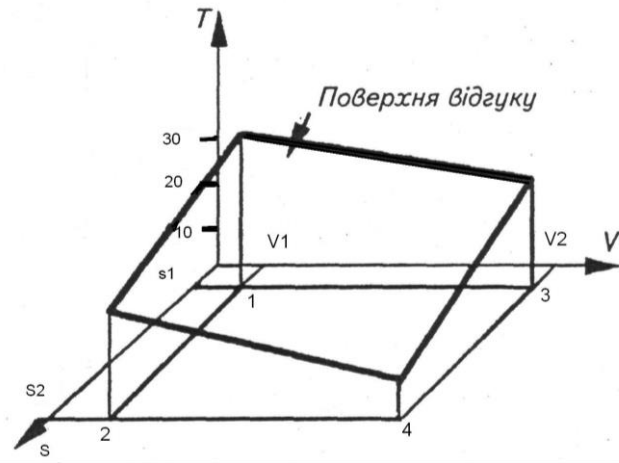
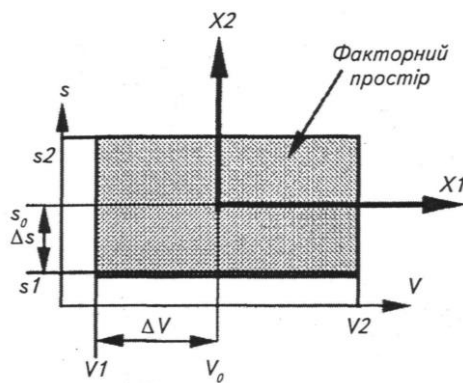


Рис. 5.11. Схема дослідів для побудови лінійної моделі



За таким планом експерименту можна скласти чотири рівняння із трьома невідомими. Одне з рівнянь можна використовувати для перевірки адекватності моделі. Про такий план кажуть, що він забезпечує один ступінь вільності.

Розглянемо тепер знаходження коефіцієнтів лінійної моделі. Для спрощення обчислень, центр

координатної системи перемістимо в середину координатного простору (рис.5.12). Нова координатна система X1–X2 дає змогу отримати кодовані значення факторів за формулами:

5.12. Схема кодування факторів

$$X1 = \frac{V - V_0}{\Delta V}; \quad X2 = \frac{s - s_0}{\Delta s},$$

де V_0, s_0 – середні значення факторів;
 $\Delta V, \Delta s$ – інтервали варіації факторів.

Значення інтервалів варіації та середніх значень досліджуваних факторів знайдемо з виразів (див. рис.5.12):

$$\Delta V = \frac{1}{2}(V_{\max} - V_{\min}) = \frac{V2 - V1}{2}; \quad \Delta s = \frac{1}{2}(s_{\max} - s_{\min}) = \frac{s2 - s1}{2}, \quad (5.39)$$

$$V_0 = \frac{1}{2}(V_{\max} + V_{\min}) = \frac{V2 + V1}{2}; \quad s_0 = \frac{1}{2}(s_{\max} + s_{\min}) = \frac{s2 + s1}{2}. \quad (5.40)$$

Тоді кодовані фактори матимуть такий вигляд (на прикладі першого фактора V):

нижній рівень (V1):

$$XI = \frac{V1 - \frac{1}{2}(V2 + V1)}{\frac{1}{2}(V2 - V1)} = -\frac{V2 - V1}{V2 - V1} = -1;$$

верхній рівень (V2):

$$XI = \frac{V2 - \frac{1}{2}(V2 + V1)}{\frac{1}{2}(V2 - V1)} = \frac{V2 - V1}{V2 - V1} = +1.$$

Аналогічно кодується значення другого фактора. Тоді план експерименту набуде зручного вигляду матриці експерименту.

Якщо кількість факторів зростає, то матриця експерименту стає більш складною. Для її побудови використовуються такі правила:

№ досліджу	X1	X2	T
1	-1	-1	30
2	+1	-1	15
3	-1	+1	20
4	+1	+1	5

– один стовпчик для одного фактора;

– у першому стовпчику чергуються значення "-1" та "+1";

– у другому стовпчику чергуються двічі "-1" та двічі "+1";

– у третьому стовпчику чергуються чотири "-1" та чотири "+1".

Матриця експерименту, побудована за цими правилами для трьох факторів, матиме такий вигляд:

№	X1	X2	X3	Y
1	-1	-1	-1	y1
2	+1	-1	-1	y2
3	-1	+1	-1	y3
4	+1	+1	-1	y4
5	-1	-1	+1	y5
6	+1	-1	+1	y6
7	-1	+1	+1	y7
8	+1	+1	+1	y8

Розглянуті плани експерименту відповідають так званому *повному факторному експерименту* (ПФЕ). Він включає всі дослід, проведені при всіх можливих комбінаціях між різними рівнями досліджуваних факторів. Плани повного факторного експерименту стають незручними для використання, коли число факторів k стає значним, наприклад, при $k = 5$, кількість дослідів у матриці $N=32$. У таких випадках використовують плани експерименту, які включають тільки половину, чверть або восьму частину дослідів, заданих планом повного факторного експерименту. Такі плани називаються дробовими планами експерименту (ДПЕ).

В основу побудови дробового плану експерименту покладено відповідний повний план експерименту (він виступає як базовий план), який доповнюється стовпчиками, які задають комбінації досліджуваних факторів, що дає змогу збільшити кількість стовпчиків у матриці.

За планом повного факторного експерименту для двох факторів, наприклад, який скорочено записується як ПФЕ = 2^2 , можна побудувати матрицю експерименту для трьох факторів:

$$y = b_0 + b_1 \cdot X1 + b_2 \cdot X2 + b_3 \cdot X3.$$

Для того щоб визначити чотири невідомі b_0, b_1, b_2, b_3 , достатньо мати систему із чотирьох рівнянь, які задаються повним факторним планом для двох факторів. Додатковий фактор $X3$ може задатися стовпчиком із взаємодією вихідних факторів

$$X3 = X1 \cdot X2.$$

Тоді матриця експерименту для трьох факторів із одним додатковим фактором, що задає дробовий план експерименту типу ДФЕ = 2^{3-1} , матиме такий вигляд:

№	X1	X2	X3 = X1 · X2	y
1	-1	-1	+1	y1
2	+1	-1	-1	y2
3	-1	+1	-1	y3
4	+1	+1	+1	y4

За планом повного факторного експерименту для трьох факторів можна побудувати матрицю експерименту для 7 факторів, у якому додаткові фактори задані стовпчиками із наступними комбінаціями вихідних факторів:

$$\begin{aligned} X_4 &= X_1 \cdot X_2; \\ X_5 &= X_1 \cdot X_3; \\ X_6 &= X_2 \cdot X_3; \\ X_7 &= X_1 \cdot X_2 \cdot X_3. \end{aligned}$$

Тоді матриця дробового плану експерименту типу D_{7-4} (для семи факторів із чотирма додатковими) матиме такий вигляд:

№	X1	X2	X3	X4= X1 · X2	X5= X1 · X3	X6= X2 · X3	X7= X1 · X2 · X3	y
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y2
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y3
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y4
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y5
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y6
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y8

Коефіцієнти математичної моделі – полінома визначаються за виразами

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j; \quad b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij} \cdot y_j; \quad b_{il} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij} \cdot X_{lj} \cdot y_j, \quad (5.40)$$

де i, l – номери факторів; j – номер досліду.

Приклад. Визначимо коефіцієнти лінійної моделі $T=F(V.s)$, за даними матриці експерименту, що наведені раніше. Спочатку визначимо коефіцієнти моделі із кодованими факторами X_1 та X_2 , яка має вигляд

$$y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2.$$

Обчислимо загальне середнє експериментальних значень

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j = \frac{1}{4} (30+15+20+5) = 17,5.$$

Визначимо тепер ефект впливу кожного із факторів:

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ij} \cdot y_j,$$

$$b_1 = \frac{1}{4} [(-1) \cdot 30 + (+1) \cdot 15 + (-1) \cdot 20 + (+1) \cdot 5] = -7,5,$$

$$b_2 = \frac{1}{4} [(-1) \cdot 30 + (-1) \cdot 15 + (+1) \cdot 20 + (+1) \cdot 5] = -5.$$

Тоді модель у кодованих змінних матиме вигляд

$$y = 17,5 - 7,5 \cdot X_1 - 5 \cdot X_2.$$

Здійснимо перехід до натуральних мінних. Для цього треба знати, які були конкретні значення швидкості різання та подачі при проведенні експерименту, результати якого представлені в матриці. Нехай під час експерименту швидкість різання змінювала своє значення від 50 до 150 м/хв, а подача – від 0,1 до 0,3 мм/об. Тоді параметри кодування зададуться таблицею (табл. 5.2).

Т а б л и ц я 5.2

Кодування факторів

Характеристика параметра кодування	Позначення	V, м/хв	s, Мм/об
Середина інтервалу зміни	V_0, s_0	100	0,2
Інтервал зміни фактора	$\Delta V, \Delta s$	50	0,1
Нижній рівень (-1)	V_1, V_2	50	0,1
Верхній рівень (+1)	V_2, s_2	150	0,3

Вирази для переходу до натуральних змінних визначаються із формул, що використовувались для кодування. Отже, матимемо

$$X_1 = \frac{V - V_0}{\Delta V} = \frac{V - 100}{50} = 0,02 \cdot V - 2,$$

$$X_2 = \frac{s - s_0}{\Delta s} = \frac{s - 0,2}{0,1} = 10 \cdot s - 2.$$

Тоді математична модель у натуральних змінних визначиться як

$$T = 17,5 - 7,5(0,02 \cdot V - 2) - 5(10 \cdot s - 2);$$

$$T = 42,5 - 0,15 \cdot V - 50 \cdot s.$$

Отримане рівняння регресії описує досліджуваний процес. Знак коефіцієнта при факторі показує напрям зміни показника ефективності процесу при зростанні фактора. Значення коефіцієнтів вказують на

ступінь впливу цих факторів, тобто на їх відносний вклад у значення показника ефективності процесу.

5.4. Статистична обробка та аналіз експериментальних даних

5.4.1. Мета і задачі статистичної обробки експериментальних даних

Статистична обробка експериментальних даних полягає у визначенні кількох простих і досить інформативних статистичних показників, здатних позбавити нас від вивчення сотень, а часом і тисяч, значень вибірки. Більш того, ми беремо на себе сміливість стверджувати, що практично неможливо отримати необхідну інформацію маючи в розпорядженні лише масиви статистичних даних без попередньої їх обробки. Іншими словами метою методів описової статистики є узагальнення і згортання первинної інформації значних обсягів. Згортання статистичної сукупності досягають методом обчислення певних визначених числових характеристик, що описують основи особливості розподілу випадкових величин.

Таким чином, статистична обробка емпіричних даних, власне кажучи, зводиться до наступних задач.

Перша задача вивчення статистичних сукупностей полягає в *одержанні декількох раціонально обраних числових характеристик сукупності, що досліджується тобто одержання точкових характеристик випадкової величини.*

З цією задачею тісно пов'язана друга задача: *знайти ймовірність того, що випадково обраний елемент сукупності має значення, що входить у наперед задані межі.*

Цими задачами можна було б обмежитися, якби емпірична сукупність містила всі елементи досліджуваного типу. Такі повні сукупності, як було відзначено вище, називаються генеральними. Як правило, генеральна сукупність завжди невідома через її надто великий обсяг або з економічних міркувань (проведення дослідів призводять до значних витрат коштів). Тому на практиці, як правило користуються вибірковим методом визначення випадкової величини. *Вибірковий метод припускає одержання не істинних числових характеристик генеральної сукупності, а їхніх оцінок по обмеженій вибірці, у яку елементи генеральної сукупності попадають випадковим чином.*

Якщо для вибіркової сукупності цілком вирішені перші дві задачі, то виникає третя задача: *з'ясувати, якою мірою отримані числові параметри вибіркової сукупності описують генеральну сукупність.*

Іншими словами задача полягає у визначенні довірчої імовірності того, що випадкова величина виміру знаходиться у заданому інтервалі, тобто в одержанні інтервальної характеристики випадкової величини. В теорії статистичної обробки експериментальних даних використовуються два методи оцінки характеристик вибірки: точковий і інтервальний.

5.4.2. Визначення точкових характеристик емпіричного розподілу випадкових величин

Найчастіше у якості точкових характеристик генеральної сукупності використовують математичне сподівання, дисперсію і стандартне відхилення. Однак, оскільки на практиці, як правило мають справу з конкретною вибіркою з генеральної сукупності, що досліджується, то в якості її точкових характеристик використовують *емпіричне середнє вибірки і емпіричну дисперсію або стандартне відхилення вибірки*, яке і є оцінкою математичного сподівання, дисперсії і стандартного відхилення всієї генеральної сукупності.

Точкові оцінки – це оцінки деяких невідомих числових параметрів розподілу. Вони являють собою числа, отримані шляхом підстановки вибіркових значень a_1, a_2, \dots, a_n у відповідну формулу дня оцінювання шуканого параметра генеральної сукупності.

Варіаційним рядом вибірки називається такий ряд даних, у яких значення величин, які варіюють, розташовані у порядку зростання або спадання з відповідними їм частотами.

Приклад 5.1. При випробуванні відремонтованого насосу буди отримані наступні результати вимірів його об'ємної подачі: 83,9; 84,7; 84,3; 83,4; 85,2; 85,6; 86,0; 86,3; 86,6; 87,0; $\text{дм}^3/\text{хв}$.

Для цієї вибірки варіаційний ряд має вигляд: 83,4; 83,9; 84,3; 84,7; 85,2; 85,6; 86,0; 86,3; 86,6; 87,0.

Оцінкою для математичного сподівання генеральної сукупності є вибіркоче середнє арифметичне, яке визначається для незгрупованих даних варіаційного ряду за формулою:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}, \quad (5.42)$$

де a_i – і-та варіанта варіаційного ряду;

n – число членів варіаційного ряду.

Для згрупованих даних вибіркоче середнє в дискретному варіаційному ряді визначається формулою:

$$\hat{a}\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (5.43)$$

де f_i – частота повторення ознаки варіанти.

У варіаційному ряді вибіркоче середнє значення за формулою:

$$\hat{a}\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_{cpi} \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (5.44)$$

де a_{cpi} – середина і-того інтервалу; f_i – частота попадання варіанти в і-тий інтервал.

Приклад 5.2. Оцінкою математичного сподівання за (5.42) об'ємної подачі насоса (див. приклад 5.1) є величина $\bar{a} = 85.3$

Ще раз звернемо увагу на те, що вираз (5.1) справедливий тільки в тому випадку, якщо окремі виміри a_i мають однакову імовірність, «однакову вагу». У протилежному випадку оцінка математичного сподівання визначається за формулою (5.43) або (5.44).

Основною властивістю математичного сподівання випадкової величини (при нормальному закон розподілу) є рівність суми всіх позитивних і всіх негативних відхилень від неї. Іншими словами, сума відхилень всіх окремих елементів розподілу від математичного сподівання дорівнює нулю при $n \rightarrow \infty$.

5.4.3. Показники варіації ознаки вимірів

Середня величина дає узагальнюючу характеристику всієї сукупності явища, що досліджується. Однак два ряди розподілу, що мають однакову середню арифметичну величину, можуть значно відрізнятися один від одного за ступенем мінливості (варіації) величини ознаки, що досліджується. Якщо індивідуальні значення ознаки ряду мало відрізняються одне від одного, то середня арифметична буде досить показовою характеристикою даної сукупності. Якщо ж ряд розподілу характеризується значним розсіюванням індивідуальних

значень ознаки, то середня арифметична буде недовірчою характеристикою цієї сукупності і не буде мати практичного значення.

Точніше характеризує варіацію ознаки показник, який враховує мінливості всіх значень ознаки. Оскільки середня арифметична є узагальнюючою характеристикою сукупності, більшість показників варіації засновано на розгляді відхилень значень ознаки від цієї величини. До таких показників відносяться *середнє лінійне відхилення*, *дисперсія* і *стандартне відхилення*, що представляють собою середню арифметичну з відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної, причому середнє лінійне відхилення і стандартне відхилення розраховується з відхилень у першому ступені, дисперсія – з відхилень у другому ступені. Оскільки алгебраїчна сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної завжди дорівнює нулю, то для розрахунку середнього лінійного відхилення використовується арифметична сума відхилень, тобто підсумовуються абсолютні значення індивідуальних відхилень незалежно від знака

Середнє лінійне відхилення d обчислюється за наступними формулами:

– для первинного ряду:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n |a_i - \hat{a}|}{n}, \quad (5.45)$$

де n – кількість вимірів, дослідів;

- відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної позначимо:

$$\bar{d} = a_i - \bar{a}, \quad (5.46)$$

– для варіаційного ряду;

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k |a_i - \bar{a}\hat{a}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{\sum_{i=1}^k |d_i| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}, \quad (5.47)$$

де k – кількість інтервалів.

Дисперсія служить основною мірою варіації розсіювання випадкової величини, що досліджується. Дисперсія визначається, як частка від розподілу суми квадратів відхилень на число усіх вимірів без одиниці (для малих вибірок при $(n > 20)$):

– для первинного ряду:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2 f_i}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i^2}{n-1}, \quad (5.48)$$

– для варіаційного ряду:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^k (a_i - \bar{a})^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{\sum_{i=1}^k f_i}, \quad (5.49)$$

Розмірність дисперсії дорівнює квадрату розмірності досліджуваної випадкової величини, що незручно. А тому на практиці для вимірювання розсіювання використовують іншу характеристику, що має розмірність досліджуваної величини і називають стандартним відхиленням. Стандартне відхилення одиничного дослідження або окремого виміру визначають по наступній залежності:

– для первинного ряду:

$$S_{ai} = \sqrt{\bar{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-1}}, \quad (5.50)$$

– для варіаційного ряду:

$$S_{ai} = \sqrt{\bar{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}}. \quad (5.51)$$

У випадку малого обсягу вибірки стандартне відхилення рекомендується корегувати відповідно до ГОСТ 11004–74[27] за залежністю:

$$S_{ai} = M_k \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n-1}}, \quad (5.52)$$

де M_k – поправочний коефіцієнт, що може бути визначений з таблиці 5.3.

Розмах варіації, середнє лінійне і стандартне відхилення є величинами іменованими. Вони мають ті ж одиниці виміру, що й індивідуальні значення ознаки. Дисперсія і стандартне відхилення, –

найбільше широко застосовувані показники варіації. Пояснюється це тим, що вони входять до більшості *теорем теорії ймовірностей, які служать фундаментом математичної статистики*. Крім того, дисперсія може бути розкладена на складові елементи, що дозволяють оцінити вплив різних факторів, що обумовлюють варіацію ознаки. Дисперсія використовується для побудови показників тісноти кореляційного зв'язку, при оцінці результатів вибірових спостережень, у дисперсійному аналізі тощо.

Т а б л и ц я 5.3

Значення коефіцієнта M_k відповідно ГОСТ 11004-74

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	60
M_k	1,253	1,128	1,085	1,064	1,051	1,042	1,036	1,032	1,028	1,025	1,022	1,019	...	1,004

Стандартне відхилення вибіркової середнього результату всієї серії дослідів (вибірки) – $S_{\bar{a}}$ є величина, що визначається за формулою:

$$S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{S_{ai}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}}, \quad (5.53)$$

або

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_{ai}}{\sqrt{n}}. \quad (5.54)$$

Стандартне відхилення вибіркової середньої (похибка вибіркової середньої) $S_{\bar{a}}$ прямо пропорційне стандартному відхиленню одиничного виміру S_{ai} і зворотно пропорційне кореню квадратному з числа дослідів або вимірів.

Стандартне відхилення вибіркової середньої $S_{\bar{a}}$ є мірою відхилення вибіркової середньої в від математичного сподівання. Похибки вибірки властиві тільки вибіркового методу дослідження. Вони пов'язані з тим, що результати, отримані при дослідженні вибірки, переносяться на всю генеральну сукупність. Стандартне відхилення вибіркової середньої пропорційне ступеню мінливості досліджуваної випадкової величини і зворотно пропорційне кореню квадратному з обсягу вибірки [див.(5.53) і (5.54)].

5.4.4. Інтервальні характеристики розподілу випадкових величин

До істотних недоліків точкових характеристик випадкової величини варто віднести наступне. Оскільки сама вибірка є випадковою, то випадковими будуть і отримані на її основі оцінки точкових характеристик $\bar{a}_1, S_{a1}, S_{\bar{a}2}$. Нова серія дослідів на тому ж об'єкті з використанням тих же приладів дасть нові результати, що у загальному випадку будуть відрізнятися іншими точковими оцінками $\bar{a}_2, S_{a2}, S_{\bar{a}2}$. При використанні точкового методу залишаться невідомими імовірність і точність результату. Тому більш інформативний спосіб оцінювання невідомих параметрів полягає не у визначенні одиничного точкового значення, а в побудові інтервалу, у якому виявиться оцінюваний параметр B із заданого довірчою імовірністю, тобто побудова інтервальної оцінки параметра B .

Інтервальною оцінкою параметра a називається інтервал, межі якого I_1 і I_2 є функціями вибіркових значень a_1, a_2, \dots, a_n , і які з заданою довірчою імовірністю α покривають параметр B , що оцінюють:

$$P(I_1 \leq B \leq I_2) = \alpha. \quad (5.55)$$

Будь-яка інтервальна оцінка може бути охарактеризована сукупністю двох чисел: шириною інтервалу $L = I_2 - I_1$, що є мірою точності оцінювання параметра і довірчою імовірністю α , що характеризує ступінь вірогідності (надійності) результатів.

Припустимо, що ми маємо деяку генеральну сукупність, і нехай розподіл величин у ній підкоряється, наприклад, нормальному закону розподілу.

Виділимо навколо середнього значення вибірки \bar{a} інтервал $\pm \Delta a$. Тоді інтервал:

$$(\bar{a} - \Delta a, \bar{a} + \Delta a), \quad (5.56)$$

називається *довірчим* інтервалом, у який попадає істинне значення випадкової величини a з заданою імовірністю α , тобто виконується умова:

$$P[(a_i - \Delta a \leq a \leq (a_i + \Delta a)] = \alpha. \quad (5.57)$$

Надійністю результату серії вимірів називають імовірність α того, що істинне значення величини a , яка вимірюється попадає в даний довірчий інтервал (5.57) і виражається або в частках одиниці, або у відсотках.

Чим більше довірчий інтервал $(\bar{a} - \Delta a, \bar{a} + \Delta a)$, тобто чим більше похибка результату вимірювання Δa , що задається, тим з більшою надійністю шукана величина a попадає в цей інтервал.

На рис. 5.13 приведена графічна інтерпретація поняття довірчого інтервалу. Бачимо, що імовірність α попадання випадкової величини a в

інтервал $(\bar{a} \pm \Delta a)$ дорівнює заштрихованій області, обмеженій зверху кривою розподілу щільності випадкової величини $f(a)$, знизу віссю абсцис, а ліворуч і праворуч відповідно ординатами $(\bar{a} - \Delta a)$ і $(\bar{a} + \Delta a)$.

Величина Δa залежить від числа n вимірювань, а також від абсолютної похибки Δa , що задається. Так, наприклад, при $n \geq 25$, вибираючи Δa рівним значенню $\sigma_{\bar{a}}$, ми одержимо величину надійності $\alpha = 0,68$. На рис. 5.13, а ця величина надійності зображена заштрихованою площею під кривою нормального розподілу (уся площа під кривою дорівнює одиниці). Іншими словами, за межі довірчого інтервалу $(\bar{a} - \sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + \sigma_{\bar{a}})$ при повторенні серії по n вимірів потрапить $(1 - \alpha)$ – частка від числа всіх результатів вимірювань тобто приблизно 32% усіх результатів дослідів буде більше Δa .

Аналогічно, задамо Δa рівним значенню $2\sigma_{\bar{a}}$, і одержимо значення надійності рівне $\alpha = 0,95$, тобто за межі довірчого інтервалу $(\bar{a} - 2\sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + 2\sigma_{\bar{a}})$ випаде 5% усіх результатів вимірювань (рис. 5.13, б).

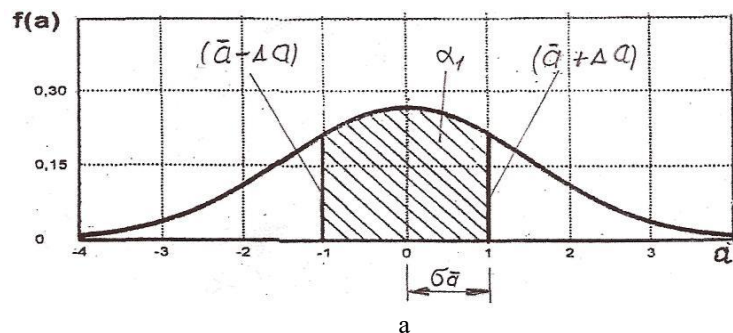
Якщо виберемо Δa рівним значенню $3\sigma_{\bar{a}}$, то отримаємо значення надійності рівне $\alpha = 0,997$, тобто за межі довірчого інтервалу $(\bar{a} - 3\sigma_{\bar{a}}; \bar{a} + 3\sigma_{\bar{a}})$ випаде 0,3% усіх результатів вимірювань (рис. 5.13, в).

З аналізу рис. 5.13 бачимо, що чим більше величина Δa , тим ширше довірчий інтервал $(\bar{a} \pm \Delta a)$ і тим більше довірна ймовірність α того, що істинне значення шуканої величини a потрапить у цей інтервал. При цьому абсолютна похибка результату вимірювань Δa зростає, а точність вимірювань зменшується.

Для практичних розрахунків похибку результату вимірювань Δa зручно задавати в частках стандартного відхилення $\sigma_{\bar{a}}$ середнього значення вибірки, що наочно представлено на рис. 5.13:

$$\Delta a = k_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{a}} \quad (5.58)$$

де k_{α} – коефіцієнт, що характеризує довірчу ймовірність α при нормальному розподілу.



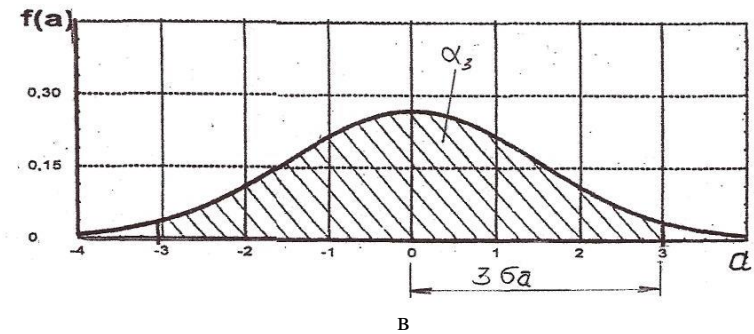
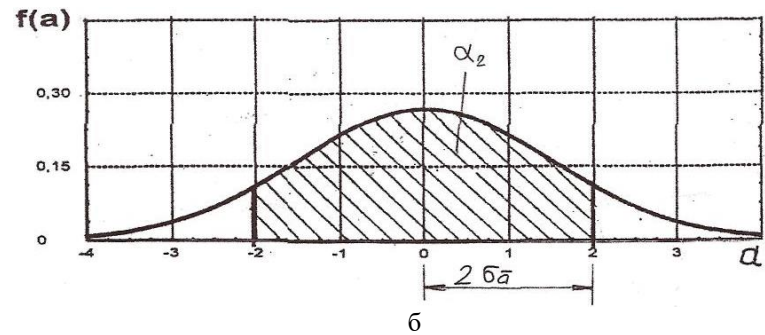


Рис. 5.13. Значення довірчої ймовірності результатів дослідів для нормального розподілу при значеннях коефіцієнта k_α : а - $k_\alpha = 1$, $\alpha_1 = 0,68$; б - $k_\alpha = 2$, $\alpha_2 = 0,95$; в - $k_\alpha = 3$, $\alpha_3 = 0,997$

Визначивши за експериментальними даними вибірки значення $S a_i$ і $S \bar{a}$ (див. залежності (5.50)...(5.52)) величину довірчого інтервалу чи похибку одиничного вимірювання встановлюють у частках стандартного відхилення у вигляді:

$$\Delta a_i = k_\alpha \cdot S a_i, \quad (5.59)$$

а довірчий інтервал чи похибка або ж похибка усієї дослідів (вимірів)

$$\Delta \bar{a} = k_\alpha \cdot S \bar{a}. \quad (5.60)$$

Обчислюють довірчий інтервал за наступними залежностями:

– для одиничного виміру

$$\bar{a} - k_\alpha \cdot S a_i \leq a_i \leq \bar{a} + k_\alpha \cdot S a_i, \quad (5.61)$$

– для серії вимірів

$$\bar{a} - k_\alpha \cdot S \bar{a} \leq \bar{a} \leq \bar{a} + k_\alpha \cdot S \bar{a}. \quad (5.62)$$

Результат пошуку довірчого інтервалу може бути представлений або у вигляді (5.61),(5.62), або у зверненому вигляді:

$$a_i = \bar{a} \pm k_\alpha \cdot S_{ai}, \quad (5.63)$$

$$\bar{a} = \bar{a} \pm k_\alpha \cdot S_{\bar{a}}, \quad (5.64)$$

Звернемо увагу на те, що величина інтервалу $\bar{a} \pm \Delta a$ залежить від двох параметрів k_α і S_{ai} або $S_{\bar{a}}$. Чим більшим вибираємо k_α , тим ширше буде довірчий інтервал і тим більше буде довірна ймовірність α попадання випадкової величини в цей інтервал, але точність дослідю (або серії дослідів) нижче, бо у відповідності до співвідношень (5.59)...(5.64) росте й абсолютна похибка дослідю – Δa .

Визначають довірчий інтервал у наступній послідовності.

1. Обчислюють точкові характеристики вибірки: \bar{a} , S_{ai} , $S_{\bar{a}}$.
2. Вибирають довірчу ймовірність α .
3. Визначають відповідне обраному значенню α число k_α з табл. 5.4 табульованих значень стандартного нормального розподілу [16].
4. Обчислюють довірчий інтервал за залежностями (5.61), (5.62) або (5.63), (5.64).

Таблиця 5.4

Табульовані значення стандартного нормального розподілу

α	0,68	0,90	0,95	0,955	0,98	0,99	0,9973	0,999
k_α	1,0	1,645	1,96	2,0	2,4	2,576	3,0	3,291

5.4.5. Визначення довірчих інтервалів випадкових величин при малій кількості вимірів ($n \leq 25$)

При знаходженні меж довірчого інтервалу для випадкової величини a при малих значеннях n ($n \leq 30$) ми не можемо користуватися коефіцієнтом k_α , обумовленим формулою (5.58), і визначити похибки дослідів і межі інтервалу за формулами (5.61)...(5.64). Як було показано раніше, величини S_{ai} і $S_{\bar{a}}$ обумовлені даними вибірки малих обсягів, є випадковими величинами і сильно залежать від числа дослідів n .

Щоб одержати оцінки довірчого інтервалу для випадкової величини a при малих обсягах вибірок $n \leq 25$ вводиться коефіцієнт Ст'юдента $t_{\omega n}$, використання якого дозволяє враховувати похибки при визначенні величин S_{ai} і $S_{\bar{a}}$.

Перші роботи в області теорії малих вибірок були виконані англійським статистиком В.С. Госсетом у 1908 р. (псевдонім – “Ст’юдент”) і продовжені в дослідженнях Р.А. Фішера.

Таблицю ймовірностей Ст’юдента часто викладають у короткій зустрічній для практичного використання формі: для кожного числа вимірів n указують величину співвідношення Ст’юдента $t_{\alpha,n}$, що із заданою ймовірністю α не буде перевищена по абсолютній величині в силу випадковості вибірки (табл. 5.5).

Таблиця 5.5

Значення коефіцієнтів Ст’юдента $t_{\alpha,n}$ [23]

Число вимірів, n	Довірча імовірність α								
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,99
	Коефіцієнт $t_{\alpha,n}$								
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,92	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,84	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,60	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,03	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,71	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,36	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,25	4,8
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,98	4,1
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,86	3,9
40	0,68	0,85	1,1	1,2	1,7	2,0	2,4	2,71	3,6

За таблицями коефіцієнтів Ст’юдента $t_{\alpha,n}$ (табл. 5.5) можна визначити на скільки потрібно збільшити стандартний довірчий інтервал для одиничного виміру (дослід) $[\pm S_{di}]$ і для всієї серії вимірів (дослідів) $[\pm S_d]$, щоб при визначеному числі вимірів n одержати задану довірчість α .

Порядок обробки результатів вимірів наступний:

- виконують n вимірів і записують їхні результати в таблицю;
- обчислюють середнє значення випадкової величини \bar{a} ;

– за формулами (5.50), (5.51) або (5.52) обчислюють стандартне відхилення одиночного виміру S_{ai} , стандартне відхилення всієї серії вимірів $S_{\bar{a}}$ обчислюють за формулою (5.53);

– знаходять коефіцієнт Ст'юдента $t_{\alpha n}$ в залежності від заданої довірчої ймовірності α і числа вимірів n .

Тоді результат вимірів записують у вигляді:

– для одиночного виміру

$$a = \bar{a} \pm t_{\alpha n} \cdot S_{ai}, \quad (5.65)$$

– для всієї серії вимірів

$$a = \bar{a} \pm t_{\alpha n} \cdot S_{\bar{a}}, \quad (5.66)$$

– в розгорнутому вигляді для одиночного виміру (дослідів)

$$\bar{a} - t_{\alpha} \cdot S_{ai} \leq a_i \leq \bar{a} + t_{\alpha} \cdot S_{ai}, \quad (5.67)$$

– у розгорнутому вигляді для всієї серії вимірів (дослідів)

$$\bar{a} - t_{\alpha} \cdot S_{\bar{a}} \leq \bar{a} \leq \bar{a} + t_{\alpha} \cdot S_{\bar{a}}. \quad (5.68)$$

Наведемо приклад, що ілюструє практичне застосування розподілу Ст'юдента.

Приклад 5.3. Шість вимірів подачі насоса дали наступні результати: 105; 95; 100; 103; 98 і 99 м³/год. Визначимо інтервальні оцінки для математичного сподівання.

Розрахунками встановлено, що для цієї вибірки: $\bar{a}=100$ м³/год і $S_{\bar{a}}=1,535$ м³/год.

Для числа вимірів $n=6$ і довірчої ймовірності $\alpha=0,95$ з табл. 5.3 знаходимо критерій Ст'юдента $t_{\alpha}=2,6$. Тому результат вимірів повинний бути представлений у вигляді

$$\bar{a} \pm t_{\alpha} S_{\bar{a}} = 100 \pm 2,6 \cdot 1,535 = 100 \pm 3,84.$$

Таким чином, подача насоса з довірчої ймовірності $\alpha=0,95$ знаходиться в інтервалі $96,16 \leq \bar{a} \leq 103,84$.

У такому вигляді варто подавати кінцевий результат.

5.4.6. Абсолютна і відносна похибка експерименту

На похибку вимірювань впливають наступні причини: обмежена точність і чутливість вимірювальних приладів; зовнішні фактори; фізичні властивості об'єкта, що досліджується.

Похибки вимірювань, пов'язані із вимірювальними приладами, розглянуто в п.п. 4.4 (залежності 4.1...4.4).

В цьому розділі розглянуто визначення абсолютної і відносної похибки експериментальних вимірювань з позиції їх статистичного аналізу.

Абсолютною похибкою вимірювання Δa називають значення вимірюваної величини:

$$\Delta a_i = (\bar{a} - a_i), \quad (5.69)$$

де \bar{a} – середнє значення величини, що вимірюється, так як що істинне значення цієї величини, як правило не відома, то на основі залежностей (5.18)... (5.27) абсолютна похибка досліду може бути визначена наступним чином:

– для одиничного виміру

$$\Delta a_i = K_\alpha \cdot S_{a_i} \quad \text{або} \quad \Delta a_i = t_\alpha \cdot S_{a_i}, \quad (5.70)$$

- для середнього значення вибірки

$$\Delta a_i = K_\alpha \cdot S_{\bar{a}} \quad \text{або} \quad \Delta a_i = t_\alpha \cdot S_{\bar{a}}. \quad (5.71)$$

Слід зазначити, що величина абсолютної похибки результату вимірів Δa сама по собі ще не визначає точності вимірів.

Для оцінки точності вимірів вводять поняття відносної похибки ε , рівної відношенню абсолютної похибки результату вимірів Δa до середнього значення серії вимірів \bar{a} :

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta a}{\bar{a}}. \quad (5.72)$$

Часто ця похибка виражається у відсотках:

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta a}{\bar{a}} \cdot 100\%. \quad (5.72)$$

Відносна похибка ε є мірою точності результатів вимірів.

Величину обернену до відносної похибки називають точністю вимірів і визначають за формулою

$$\psi = \frac{1}{\varepsilon}. \quad (5.73)$$

Приклад 5.4. Зробити статистичну обробку результатів вимірів діаметра циліндра. Статистичну обробку проведемо для двох значень довірчої ймовірності $\alpha = 0,95$ і $\alpha = 0,99$. П'ять значень діаметра циліндра наведені в табл. 5.6. Виміри проводилися мікрометром ціною поділки шкали 0,01 мм.

Знайдемо середнє значення діаметра і границі довірчого інтервалу для цих вимірів.

Середнє значення діаметра циліндра $\bar{d} = 14,818$ мм і дисперсія середнього значення вибірки (при $n = 5$) – $S_{\bar{d}}^2 = 1,35 \cdot 10^{-4}$ мм².

Т а б л и ц я 5.6

Результати вимірів діаметра циліндра

Номер виміру	1	2	3	4	5
Вимірний діаметр циліндра d, мм	14,85	14,80	14,84	14,81	14,79

Стандартне відхилення середнього значення вибірки згідно залежності (5.52) з урахуванням коефіцієнта $M_k = 1,051$ (табл. 5.3), складе:

$$S_d = 1,051 \cdot \sqrt{1,35 \cdot 10^{-4}} = 0,0122 \text{ мм.}$$

Для довірчої ймовірності $\alpha = 0,95$ з табл. 5.5 знаходимо значення коефіцієнта Ст'юдента $t_{\alpha} = 2,8$ й обчислюємо абсолютну похибку результату вимірів:

$$\Delta d_d = 2,8 \cdot 0,0122 = 0,0342 \text{ мм.}$$

Тоді результат вимірів можна представити у вигляді:

$$14,818 - 0,0342 \leq d \leq 14,818 + 0,0342, \text{ або } d = (14,818 \pm 0,0342),$$

або $14,784 \leq d \leq 14,852$.

Тоді відносна похибка серії п'яти вимірів складе

$$\varepsilon_d = \frac{0,0342}{14,818} \cdot 100\% = 0,23\%. \quad (5.74)$$

Тепер знайдемо абсолютну і відносну похибку для тих же п'яти вимірів при іншому значенні довірчої ймовірності: $\alpha = 0,99$. По табл. 5.5 знаходимо для $n = 5$ і $\alpha = 0,99$ значення $t_{\alpha} = 4,6$. Тоді абсолютна похибка результату вимірів:

$$\Delta d_d = 4,60 \cdot 0,0122 = 0,0561 \text{ мм.}$$

Інтервальні характеристики вимірів діаметра циліндра можна представити у вигляді:

$$(14,818 - 0,0561) < d < (14,818 + 0,0561) \text{ або } d = (14,818 \pm 0,0561),$$

або $14,762 < d < 14,874$.

Тоді відносна похибка серії з перших п'яти вимірів складе:

$$\varepsilon_d = \frac{0,0561}{14,818} \cdot 100\% = 0,379\%. \quad (5.75)$$

Порівнюючи результат (5.74) і (5.75), ми бачимо, що границі довірчого інтервалу при збільшенні надійності від, $\alpha = 0,95$ до $\alpha = 0,99$ зросли, зросла і відносна похибка, а точність виміру знизилася.

5.4.7. Визначення мінімально необхідної кількості експериментів

З теорії математичної статистики відомо, що з підвищенням числа дослідів підвищується точність проведення експериментів. Але з іншої сторони зростання числа дослідів веде, часом, до не виправданих витрат, оскільки підвищена точність не завжди потрібна для дослідження процесів на макрорівні.

Наведена в цьому розділі методика надає рекомендації по розрахунку мінімально необхідної кількості дослідів n для забезпечення

необхідної наперед заданої відносної похибки ε і довірчої ймовірності α . Відмітимо, що відносна похибка ε і довірна ймовірність α можуть бути різними, як для окремих галузей знань, так і для різних випадків в межах однієї і тієї ж науки.

Дана методика ґрунтується на теоремі, яка доводиться в теорії математичної статистики [25] і формулюється наступним чином.

При заданій довірчій ймовірності α гранична похибка середньої вибірки дорівнює k_α – кратній величині стандартного відхилення σ_a , де k_α є те значення аргументу, при якому функція розподілу Лапласа $\Phi(k)$ дорівнює α .

Для визначення мінімально необхідної кількості дослідів попередньо роблять збір експериментальних даних невеликого обсягу $n < 10$ [27]. Потім визначають точкові характеристики випадкової величини.

Середнє арифметичне значення \bar{a} отриманих експериментальних даних визначають за формулами (5.42), (5.43) або (5.44).

Вибіркове стандартне відхилення одиничного виміру S_{ai} визначають за формулами (5.50) або (5.51).

У силу малого обсягу вибірки вибіркове стандартне відхилення рекомендується корегувати за формулою (5.52)

Вибіркове стандартне відхилення середнього значення вибірки визначають за формулою:

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_{ai}}{\sqrt{n}}, \quad (5.76)$$

З теорії математичної статистики відомо, що абсолютна похибка, середнього при малому числі дослідів може бути визначена за формулою [23]

$$\Delta \bar{a} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\bar{a}}, \quad (5.77)$$

де t_α – коефіцієнт розподілу Ст'юдента.

Підставивши (5.76) у (5.77), одержимо:

$$\Delta \bar{a} = t_{\alpha, n} \cdot \frac{S_{ai}}{\sqrt{n}}. \quad (5.78)$$

Знаходимо залежність мінімально необхідної кількості дослідів в залежності від наперед заданої абсолютної похибки за (5.78):

$$n = \frac{t_{\alpha, n}^2 \cdot S_{ai}^2}{\Delta \bar{a}^2}. \quad (5.79)$$

За означенням відносна похибка вимірів визначається за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}}. \quad (5.80)$$

З цього витікає, що

$$\Delta \bar{a} = \varepsilon \bar{a}. \quad (5.81)$$

Тоді формулу (5.79), яка відображає залежність мінімально необхідної кількості дослідів від наперед заданої відносної похибки ε , можна представити у вигляді:

$$n = \frac{t_{\alpha, n}^2 \cdot S_{ai}^2}{\varepsilon^2 \cdot \bar{a}^2}. \quad (5.42)$$

Задавши відносну похибку ε і довірчу ймовірність α [25], обчисливши вибіркові значення S_{ai} і \bar{a} , визначимо коефіцієнт розподілу Ст'юдента $t_{\alpha, n}$ по таблиці 5.5. Підставимо знайдені значення параметрів у залежність (5.82) і обчислимо мінімально необхідну кількість дослідів n .

Після цього проводять перевірку, яка полягає у визначенні фактичної відносної похибки ε при отриманому значенні мінімального числа дослідів n за формулою:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{t_{\alpha, n}^2 \cdot S_{ai}^2}{n \cdot \bar{a}^2}}, \quad (5.83)$$

де коефіцієнт $t_{\alpha, n}$ визначається для числа ступенів вільності:

$$\nu = n - 1, \quad (5.84)$$

де n – мінімальна кількість дослідів, що була розрахована за формулою (5.82).

Якщо передбачається, що обсяг дослідів буде великим ($n > 30$), то замість розподілу Ст'юдента використовують закон нормального розподілу Лапласа (вище наведено теорему). У цьому випадку вираз (5.83) можна переписати у вигляді:

$$n = \frac{k_{\alpha}^2 \cdot S_{ai}^2}{\varepsilon^2 \cdot \bar{a}^2}, \quad (5.85)$$

де k_{α} – аргумент функції Лапласа, який можна визначити для наперед заданої довірчої ймовірності α по табл. 5.2 [16].

Можлива й така постановка задачі. За відомою кількістю дослідів (вимірів) n малої вибірки ($n < 30$) визначити довірчу ймовірність того, що абсолютна похибка середнього значення не перевершить заданої абсолютної похибки середнього значення \bar{a} , тобто довірчу ймовірність того, що середнє значення вимірів лежить в інтервалі:

$$(\bar{a} - \Delta\bar{a}) \leq \bar{a} \leq (\bar{a} + \Delta\bar{a}). \quad (5.86)$$

Цю задачу вирішують у такій послідовності. Обчислюють середнє значення \bar{a} за формулами (5.50), (5.51) або (5.52), стандартне відхилення середньої $S_{\bar{a}}$ за формулами (5.53), (5.54). Далі задаючись величиною абсолютної похибки \bar{a} визначають значення коефіцієнта Ст'юдента за формулою:

$$t_{\alpha,n} = \frac{\Delta\bar{a}}{S_{\bar{a}}}. \quad (5.87)$$

По визначеному коефіцієнту $t_{\alpha,n}$ і числу дослідів n за табл. 5.5 знаходимо довірчу ймовірність α попадання вимірювальної величини \bar{a} в інтервал $\bar{a} \pm \Delta a$.

Визначення мінімальної кількості необхідних дослідів (вимірів певного параметру) за умови, що $n \leq 25$, здійснюється наступним чином.

1. За результатом попередньої вибірки n вимірів визначаємо середнє значення величини \bar{a} і стандартне відхилення одиничного виміру S_{a_i} за залежністю (5.52).

2. Задаємо довірчу ймовірність α та відносну похибку вимірів ε . Орієнтовно похибка ε щодо галузі машинобудування і ремонтного виробництва вибирається у межах $\varepsilon = 0,05 - 0,2$ [10].

3. Визначаємо коефіцієнт розподілу Ст'юдента $t_{\alpha,n}$ за залежністю (5.87).

4. За залежністю (5.85) визначаємо мінімально необхідну кількість дослідів (вимірів) n .

Далі проводимо перевірку, яка полягає в корегуванні довірчої ймовірності α шляхом зміни числа вимірів n для визначеного коефіцієнта $t_{\alpha,n}$ або уточнення відносної похибки ε .

Після визначення мінімально необхідної кількості експериментів, що визначають відносну похибку і довірчу ймовірність одержаних результатів вимірів, приступають до їхньої статистичної обробки.

Існують різноманітні методи обробки даних, що мають різну складність і нерідко вимагають великих обчислювальних ресурсів. Нині у результаті бурхливого прогресу технічного і програмного забезпечення персональних комп'ютерів обробки даних стала доступною практично кожному досліднику. Багато фахівців вже усвідомили важливість уміння правильно орієнтуватися в стихії інформаційних потоків, отримання з них необхідної інформації, отримання нових знань.

Спектр сучасних систем статистичного аналізу надзвичайно широкий як по своєму призначенню, так і своєї складності, як у програмуванні, так і в освоєнні.

Серед методів обробки даних виділяють три основні групи. Перша призначена для одержання і представлення загальних (описових) характеристик числових даних. Методи другої групи орієнтовані на порівняння двох і більш вибірок чисел, і, нарешті, методи третьої групи націлені на виявлення і відображення взаємозв'язків між досліджуваними величинами, тим самим створюючи умови для отримання нового знання.

Нині на світовому ринку представлені біля тисячі пакетів прикладних програм, що вирішують різні задачі статистичного аналізу даних.

З західних універсальних пакетів найбільш відомі і добре відпрацьовані комп'ютерні системи SAS, SPSS, SYSTAT, Minitab, Statistica, Statgraphics. Багато фахівців особливо виділяють популярний у країнах СНД пакети Statistica і Statgraphics.

Одним з найбільш популярних і доступних для засвоєння пакетів програм з багатою бібліотекою статистичних методів є Microsoft Excel [4]. Однак існують і більш спеціалізовані і, як наслідок? більш потужні пакети прикладних програм, націлені на статистичну обробку даних. Серед них такі як, STATISTIKA, STATGRAPHICS Plus for Windows, SPSS, S – plus, російська STADIA і ряд інших.

Запитання для самоконтролю знань

1. Види зв'язків між двома вимірювальними параметрами.
2. Як визначається щільність зв'язку між двома змінними величинами?
3. Мета і задачі багатофакторного експерименту.
4. Характеристика пасивного багатофакторного експерименту.
5. Особливості активного багатофакторного експерименту.
6. Поняття точкових характеристик випадкової величини.
7. Інтервальні характеристики випадкової величини.
8. Довірча ймовірність і довірчий інтервал.
9. Абсолютна і відносна похибки вимірювань.
10. Використання розподілу Стьюдента при визначенні інтервальних характеристик випадкової величини.
11. Поняття мінімально необхідної кількості дослідів або вимірів.
12. Теорема математичної статистики, на якій ґрунтується методика визначення мінімальної кількості дослідів.
13. Як визначити довірчу ймовірність α того, що відносна

похибка ε середнього значення вибірки не перевищує наперед задану відносну похибку ε_0 ?

14. В якій послідовності визначається мінімальна кількість необхідних дослідів?

Література

1. Веденялин В.Г. Общая методика экспериментального исследования и обработки экспериментальных данных. – М.: Колос, 1973. – 199 с.
2. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
3. Карасев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебн. – М.: Статистика, 1979, – 279 с.
4. Коваленко С.О., Стеценко А.І., Хоменко С.М. Статичний аналіз експериментальних даних за допомогою Excel: Навч. посібник. – Черкаси. 2002. –144 с.
5. Кулешков Ю.В., Черновол М.І., Василенко Ф.І. та ін. Статистичні методи обробки та аналізу експериментальних даних: Навч. посібник / За ред. Ю.В. Кулешкова. – Кіровоград: КНТУ, 2002. –145 с.
6. Пальчевський Б.О. Дослідження технологічних систем (моделювання, проектування, оптимізація): Навч. посібник. – Львів: Світ, 2001. – 232 с.
7. Фицни Д.Н. Введение в теорию планирования экспериментов. – М.: Наука, 1979. – 283 с.
8. ГОСТ 11004–74. Прикладная статистика. Правило определения оценок и доверительных границ для параметров нормативного распределения. – М, Изд-во стандартов. 1973. – 43 с.

Розділ 6

ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ (СМО) В ДОСЛІДЖЕННІ ТС

6.1. Узагальнена структура, класифікація та характеристики ефективності СМО

6.2. Формалізація СМО марковськими випадковими процесами.

6.3. Пуассонівські СМО розімкнутого типу. Методи аналізу.

6.4. СМО з відмовами в обслуговуванні та відсутності черги чекання.

6.5. СМО з відмовами при багатоканальному обслуговуванні.

6.1. Узагальнена структура, класифікація та характеристики ефективності СМО

Теорія систем масового обслуговування є одним з розділів теорії імовірностей, але в зв'язку з дуже поширеним практичним застосуванням сформувався в 70-х роках XIX століття як самостійна галузь прикладної науки зі своїми, саме їй притаманними методами та прийомами вирішення певного класу практичних задач.

Вважається, що основоположником теорії СМО є К.Ерланг, який опублікував в 1909 році першу роботу, присвячену застосуванню методів теорії імовірності при проектуванні та експлуатації телефонних станцій.

У подальшому значний внесок в розвиток СМО внесли зарубіжні вчені К.Пальм, Ф.Поллачек, Д.Кендалл, Д.Кокс, Т.Сааті, Г.Поттгоф та інші, а також вчені держав СНД, такі як Н.П.Бусленко, А.Н.Колмогоров, А.Я.Хинчин, Б.В.Гнеденко, Є.С.Вентцель, Ю.П.Зайченко та ін.

СМО займаються аналізом таких процесів та систем, в яких з різних причин виникають черги на обслуговування. Такими причинами можуть бути:

- кількість вимог на обслуговування в одиницю часу, що змінюється випадково;
- термін обслуговування, що також є випадковою величиною.

Системи, в яких формуються потоки вимог на обслуговування (вхідні потоки), здійснюється їх послідовне обслуговування і в результаті чого формуються потоки обслужених вимог (потоки

обслуговувань або вихідні потоки), називаються *системами масового обслуговування* (СМО).

Узагальнена структурна схема СМО наведена на рис. 6.1.

Вимоги на обслуговування ($\lambda_1 \dots \lambda_m$) надходять на вхід СМО і в залежності від типу вимог за допомогою дисципліни черги (D_1) ставляться у відповідні черги ($Q_1 \dots Q_N$). Їх обслуговування виконується каналами обслуговування ($K_1 \dots K_M$) (універсальними, або спеціалізованими, що обслуговують лише окремі типи вимог). Для кожного K_j вважаються відомими функції розподілу терміну обслуговування. Призначення кожної з вимог черги Q_k ($k = \overline{1, N}$) до каналу K_j ($j = \overline{1, m}$) здійснюється в загальному випадку за допомогою дисципліни обслуговування D_2 , що призначає черговість обслуговування. В результаті роботи K_j ($j = \overline{1, m}$) формується вихідний потік обслугованих вимог $\lambda_1^o \dots \lambda_m^o$ (потік обслуговувань).

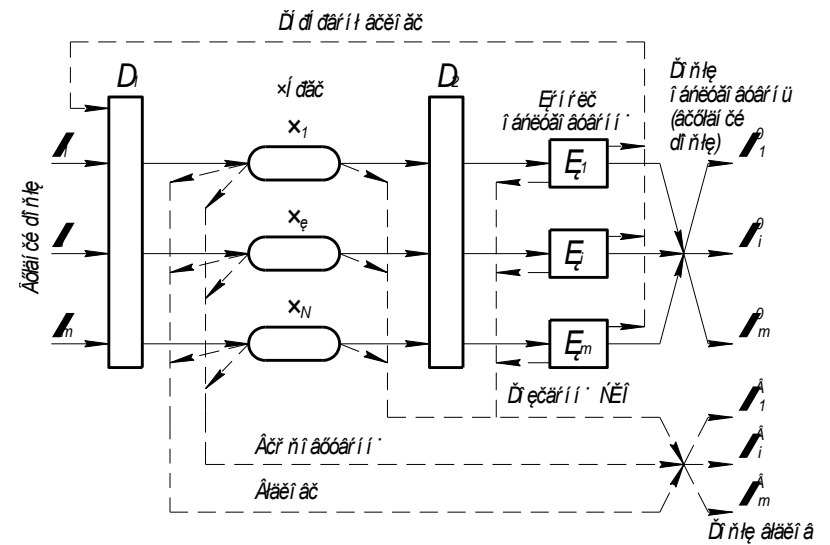


Рис. 6.1. Узагальнена структура СМО

Якщо на момент надходження вимоги є вільні канали, обслуговування починається без очікування. Але у випадку, коли канали зайняті, вимога за допомогою D_1 ставиться в одну з черг ($Q_1 \dots Q_N$), при цьому черга може бути або загальною ($N=1$), або

роздільною. Розподілення здійснюється в цьому випадку за пріоритетним принципом.

На кількість місць очікування можуть накладатися обмеження, що викликає в певних обставинах відмови в постановці в чергу очікування. При цьому можливі також окремі конфліктні ситуації, що призводять до рішення щодо зняття окремих вимог з черги (при цьому утворюється потік виштовхувачів).

Вимоги, що надійшли до черги очікування, можуть бути "стерпними" або "нестерпними", які, втративши терпіння, покидають СМО необслуженими. Ці вимоги також входять до потоку відмов. Аналогічні ситуації можуть мати місце в каналах обслуговування, при цьому також утворюється потік покидання СМО з каналів обслуговування. В загальному випадку потоки відмов, виштовхування та покидання СМО утворюють вихідний потік втрат СМО. Звичайно, в залежності від типу СМО, окремі складові СМО та складові вхідних і вихідних потоків можуть бути відсутні.

Таким чином, будь-яка СМО включає дві частини: таку, що обслуговується, та таку, що обслуговує. При цьому частина, що обслуговується, включає сукупність джерел вимог, що створюють вхідний потік вимог СМО. Частина, що обслуговує, включає у загальному випадку, деякий накопичувач вимог на обслуговування (вимог, що чекають на обслуговування) і механізм обслуговування, що формує вихідний потік вимог після обслуговування. Механізм обслуговування може функціонувати паралельно, обслуговуючи одночасно кілька вимог. При цьому йдеться про багатоканальну СМО. Але механізм обслуговування може мати також деякі операції обслуговування, що виконуються послідовно для кожної вимоги. В цьому випадку йдеться про наявність багатофазового каналу обслуговування і про багатофазну СМО. Очевидно, що в загальному випадку мова йде про багатоканальні та багатофазні СМО, де здійснюється паралельна багатофазна обробка кількох вимог.

Наприклад, система організації завантаження автомобілів на крупному вантажному терміналі представляє собою багатоканальну та багатофазну СМО. В цій СМО завантаження автомобілів може здійснюватися одночасно кількома автотранспортними засобами, після завантаження необхідно зробити кілька допоміжних операцій: оформлення документів, зважування вантажу, перевірка на виїзді та інші, що визначає багатофазність каналів.

З точки зору СМО таку систему необхідно формалізувати, представляючи її у вигляді деякої узагальненої структури, проаналізувати закон надходження вимог в СМО, визначити час

знаходження вимог в кожній фазі, кількість автомобілів в черзі, кількість зайнятих каналів тощо. При цьому необхідно оцінити втрати від очікування та часу обслуговування, а також втрати від простою механізмів обслуговування, якщо вимог немає. В результаті аналізу можливо визначити найбільш раціональну організацію роботи терміналу (збільшити або зменшити кількість каналів обслуговування, змінити порядок обслуговування або його термін та ін.). Таким чином, методи СМО дозволяють визначити характер функціонування і структуру ТС за характеристиками її окремих частин: вхідний потік, накопичувач, механізм обслуговування, вихідний потік) ще на етапі проектування ТС, коли вона фізично ще не існує.

Відрізняють два основних види СМО: з відмовами та з чергою очікування.

В СМО з відмовами вимога на обслуговування, що надходить, коли всі канали обслуговування зайняті, покидає СМО необслуженою і більше не розглядається. В СМО з чергою очікування при зайнятості всіх каналів вимога ставиться в чергу очікування. При цьому її обслуговування, як правило, здійснюється за правилом черги: першим прийшов – обслуговується першим (так зване безпріоритетне обслуговування).

В окремих випадках здійснюється пріоритетне обслуговування вимог (наприклад, машини швидкої допомоги на АЗС обслуговуються позачергово і так далі).

Пріоритет може бути *абсолютним*, коли вимога, *що щойно прийшла, "відштовхує" ті, що очікують, а також* відносним, коли більш "вагома" вимога займає краще місце в черзі (наприклад, автомобілі ветеранів війни на СТО обслуговуються швидше, ніж автомобілі звичайних клієнтів). Слід зауважити, що визначення пріоритетності заявок (її ще називають дисципліною обслуговування) поки що є недостатньо розробленою і тому в транспортних системах частіше застосовується безпріоритетне обслуговування.

Як вже відзначалося раніше, СМО бувають одноканальні або багатоканальні за кількістю паралельних каналів обслуговування (наприклад, станції технічного обслуговування автомобілів можуть бути як одно –, так і багатоканальними, враховуючи кількість ліній обслуговування). Як правило, СМО не класифікуються за числом фаз обслуговування в одному каналі, але при детальному аналізі кожного каналу це обов'язково береться до уваги.

В залежності від кількості джерел вимог на обслуговування відрізняють розімкнуті та замкнуті СМО. В *розімкнутих* СМО кількість вимог, що надходить до СМО для обслуговування, вважається

необмеженою, тобто їхня кількість не залежить від режиму роботи СМО та її стану. Для *замкнених* СМО характерним є обмежена кількість джерел вимог обслуговування, які багаторазово повертаються в СМО, хоча період повернення є випадковою величиною. Очевидно, що потік вимог в таких СМО залежить від того, скільки вимог в поточний час пов'язані із СМО (обслуговуються або перебувають в черзі очікування). Прикладом замкнутої СМО може бути сумісна робота навантажувально-розвантажувального агрегату на вантажному терміналі, який обслуговує певну кількість транспортних засобів. Розімкнутою системою можна розглядати, наприклад, бюро прийому телефонних замовлень на здійснення перевезень, де кількість замовлень не залежить від етапу СМО та інше.

В залежності від умов формування вхідного та вихідного потоків СМО діляться також на:

– СМО з *дискретним часом*, коли прибуття вимоги на обслуговування або її покидання СМО обслугованою здійснюється в певні моменти часу, відстані між якими кратні деякій фіксованій величині. Подібний режим змін стану СМО характерний здебільшого для ЕОМ, що здійснює обробку різноманітної інформації лише за командами пристрою управління, який синхронізує роботу усіх блоків ЕОМ і алгоритмів обробки інформації;

– СМО з *безперервним часом*, коли прибуття вимог в СМО здійснюється в будь-які моменти часу, без жодних обмежень на інтервал між ними. Подібний режим змін стану СМО характерний, наприклад, для роботи автозаправних станцій (АЗС) та станцій технічного обслуговування (СТО), коли автомобілі прибувають і покидають такі СМО в будь-який момент часу.

Будь-яка СМО характеризується параметрами, характеристиками та критеріями ефективності. До *параметрів* СМО відносяться показники структури (одно- або багатоканальна СМО), умови її роботи (з чеканням або з відмовами, замкнута або розімкнута СМО). Ці параметри ми вже розглядали раніше.

До *характеристик* СМО належать такі властивості СМО, що можуть бути оцінені кількісно. До них належать:

1. Інтенсивність вхідного потоку (λ , *од/од. часу*), тобто середня кількість вимог на обслуговування, що надходять в СМО за одиницю часу. Ця усереднена характеристика має супроводжуватись обов'язково характеристикою закону розподілу потоку (пуассонівський, ерлангівський, гауссівський та ін.)

2. Інтенсивність вихідного потоку (μ , *од/од. часу*), яка характеризує пропускну здатність механізму обслуговування і

визначається як величина, зворотна середньому часу обслуговування за умови, що наступна вимога надходить саме в момент, коли закінчується обслуговування попередньої вимоги. Тобто при вихідному потоці μ СМО завжди є в роботі і не має вільного часу. Тому не слід змішувати поняття μ з інтенсивністю реального потоку обслуговування в СМО, яка завжди є меншою за μ , зважаючи на випадковий характер надходження вимог на обслуговування, що обумовлює певні інтервали часу, коли СМО є у вільному стані.

3. Абсолютна пропускна здатність (A) СМО – це середня кількість обслужених СМО вимог за одиницю часу. По суті, ця характеристика і є характеристикою реального потоку обслуговування в СМО і залежить як від інтенсивності вхідного потоку λ , так і від пропускної здатності механізму обслуговування μ . Тому, говорячи про абсолютну пропускну здатність СМО, слід, віддавати собі звіт у тому, що це не є певний параметр СМО, а лише характеристика СМО при визначеному вхідному потоці вимог на обслуговування. Очевидно, що в СМО без відмов $A = \lambda$.

4. Відносна пропускна здатність (q) СМО – це відношення кількості обслужених вимог (інтенсивності обслуговування) до загальної кількості вимог, що надійшли в СМО. Це визначення q дозволяє вважати також, що q є також імовірністю обслуговування вимог, що надходять в СМО. Очевидно, що в СМО без відмов $q = 1$, з відмовами $q < 1$.

Наступні характеристики СМО можуть розглядатись одночасно як критерії ефективності їхньої роботи, тобто змінюючи або структуру, або режим роботи СМО, можливо міняти певні параметри СМО з метою поліпшення саме цих характеристик:

- середня кількість зайнятих каналів;
- середня кількість вимог у черзі очікування;
- середній час очікування в черзі;
- середній час обслуговування;
- середній час знаходження вимоги в СМО (тобто час очікування + час обслуговування)
- імовірність відмов в обслуговуванні та інші.

6.2. Формалізація СМО марковськими випадковими процесами

Функціонування будь-якої СМО представляє собою послідовність її переходів з одного стану в інший. Наприклад, АЗС може бути вільною; може йти заправка одного, двох і т.д. автомобілів; може бути в черзі чекання одна чи більше машин. Все це є різні стани АЗС з точки зору СМО. Зміна станів відбувається під впливом різних причин, здебільшого, під впливом вхідного, а також вихідного потоків подій.

СМО є системою з дискретними станами, якщо множина її станів зліченна (кінцева), а переходи з одного до іншого стану здійснюються раптово. При цьому кожен зі станів характеризується певною імовірністю перебування у ньому СМО. Як вже відмічалось, якщо переходи здійснюються в будь-які моменти часу, то СМО є системою з безперервним часом. Саме такі СМО ми розглядатимемо далі.

Випадковий процес змін станів в СМО має назву *марковського випадкового процесу* (або процесу змін станів без післядії), якщо для будь-якого моменту часу t_0 імовірність будь-якого стану в майбутньому (при $t > t_0$) залежить тільки від стану СМО при $t = t_0$ не залежить від того, яким чином СМО прийшла в цей стан. Відмітимо, що для СМО з безперервним часом марковський процес змін стану є також безперервним, а граф станів та переходів представляє собою безперервний марковський ланцюг.

Для безперервного марковського ланцюга з кількістю станів n визначимо імовірність кожного стану через $P_i(t) (i = \overline{1, n})$. Оскільки для будь-якого моменту часу t усі можливі стани утворюють повний ансамбль, тому $\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1$. Граф станів при цьому подається у виді, показаному на рис. 6.2.

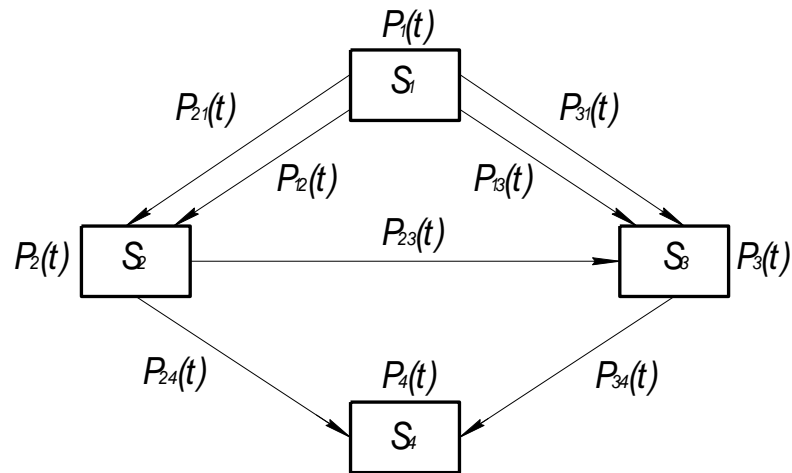


Рис. 6.2. Граф станів і переходів СМО

Позначимо через $P_i(t)$ ($i = \overline{1,4}$) – імовірність i -того стану в момент часу t . $P_{j \rightarrow i}(t)$ – імовірності переходів з j -того стану в i -тий стан. Розглянемо елементарний відрізок часу Δt , що примикає до t . Назвемо інтенсивністю переходу $\lambda_{ji}(t)$ границю відношення:

$$\lambda_{ji}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ji}(t)}{\Delta t}. \quad (6.1)$$

Визначимо перехід від $P_j(t)$ до $P_i(t)$ як

$$P_i(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^n P_j(t) P_{ji}(\Delta t) = P_i(t) P_{ii}(\Delta t) + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n P_j(t) P_{ji}(\Delta t). \quad (6.2)$$

Враховуючи

$$P_{ii}(\Delta t) = 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n P_{ij}(\Delta t), \quad (6.3)$$

матимемо

$$P_i(t + \Delta t) - P_i(t) = -P_i(t) \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n P_{ij}(\Delta t) + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n P_j(t) P_{ji}(\Delta t). \quad (6.4)$$

Ділимо (6.4) на Δt . Тоді

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_i(t + \Delta t) - P_i(t)}{\Delta t} = -P_i(t) \sum \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(\Delta t)}{\Delta t} + \sum P_j(t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ji}(\Delta t)}{\Delta t}. \quad (6.5)$$

В результаті отримаємо систему диференціальних рівнянь, що має назву системи рівнянь А.Н. Колмогорова [3]

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -P_i(t) \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n \lambda_{ij}(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n P_j(t) \lambda_{ji}(t) \quad (6.6)$$

при $i = \overline{1, n}$; $P_i(0) = P_{i0}$.

Аналіз системи n рівнянь Колмогорова дозволяє сформулювати формальне правило їхнього запису. В лівій частині кожного рівняння міститься відповідна похідна імовірності стану, що розглядається. Права частина містить стільки доданків, скільки дуг графа станів пов'язано з цим станом, при чому кожен з доданків дорівнює добутку інтенсивності λ_{ij} або λ_{ji} на імовірність стану, з яким вона пов'язана. Якщо стрілки дуги направлені *від* стану, що розглядається, то цей доданок береться із знаком „мінус”, якщо дуга має напрям *до* стану, що розглядається, то доданок береться зі знаком „плюс”.

Це мнемонічне правило залишається справедливим для будь-якої СМО при її представленні неперервним марковським ланцюгом.

Наприклад, для СМО, що зображена на рис. 6.1, маємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= \lambda_{21}(t)P_2(t) + \lambda_{31}(t)P_3(t) - \lambda_{12}(t)P_1(t) - \lambda_{13}(t)P_1(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda_{12}(t)P_1(t) - \lambda_{31}(t)P_2(t) - \lambda_{23}(t)P_2(t) - \lambda_{24}(t)P_2(t) \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda_{13}(t)P_1(t) + \lambda_{23}(t)P_2(t) - \lambda_{31}(t)P_3(t) - \lambda_{34}(t)P_3(t) \\ \frac{dP_4(t)}{dt} &= \lambda_{24}(t)P_2(t) + \lambda_{34}(t)P_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

В цієї системи $P_i(t)$ є імовірності того, що система S знаходиться саме в стані S_i ($i = \overline{1,4}$).

Враховуючи, що $\sum_i^n P_i(t) = 1$ є нормуючим рівнянням, його можна використати замість будь-якого з рівнянь системи (3.6), залишаючи в ній тільки $(n-1)$ диференціальних рівнянь.

Для розв'язання системи рівнянь Колмогорова необхідно задати початкові умови. Наприклад: $P_i(0) = 1; P_j(0) = 0 (j = \overline{1, n-1}; j \neq i)$.

Відмітимо також, що при $\lambda_{ij} = const$ марковський процес є однорідним, якщо інтенсивність $\lambda_{ij}(t)$ – неоднорідна.

На графах станів СМО значення $\lambda_{ij}(t)$ проставляється звичайно біля відповідних дуг замість $P_{ij}(t)$.

Наприклад, для СМО на рис. 6.1, граничні імовірності за умови $\lambda_i = const$ визначаються з системи рівнянь Колмогорова (6.7) за умови $dP/dt = 0$, тобто:

$$\left\{ \begin{aligned} -\lambda_{12}P_1 - \lambda_{13}P_1 + \lambda_{12}P_2 - \lambda_{31}P_3 &= 0, \\ \lambda_{12}P_1 - \lambda_{21}P_2 - \lambda_{23}P_2 - \lambda_{24}P_2 &= 0, \\ \lambda_{13}P_1 + \lambda_{23}P_2 - \lambda_{31}P_3 - \lambda_{34}P_3 &= 0, \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= 1. \end{aligned} \right. \quad (6.8)$$

Відмітимо, що марковські ланцюги, що мають сталий режим, називають ергодичними марковськими ланцюгами. Серед ергодичних марковських ланцюгів слід визначити також ланцюги з поглинаючими станами. Це такі стани, в які дуги графа лише входять, але жодна дуга не виходить. Якщо СМО в якусь мить увійшла в цей стан, то вона з нього ніколи вже не вийде. Прикладом поглинаючого стану є S_4 на рис.6.1. Для СМО з поглинаючими станами при її аналізі за допомогою (6.6) йдеться лише про визначення процесу змін станів в перехідному режимі від початкового стану до поглинаючого.

При описі процесів функціонування СМО найбільш поширеними є типові структури „блукання” (процес „загибелі та розмноження”), а також циклічна структура. Розглянемо кожну з цих структур.

Процес „загибелі та розмноження”

Неперервний марковський ланцюг називається *процесом „загибелі та розмноження”*, якщо його граф станів представляє послідовний ланцюг, в якому кожний середній стан пов’язаний прямим та зворотним зв’язком з кожним із сусідніх станів (рис. 6.3). Ця назва процесу пішла від його першого використання для опису змін у об’ємі популяції, де вважалось, що популяція у стані S_i , якщо об’єм дорівнює i . Перехід в стан S_{i-1} – загибелі однієї особи популяції.

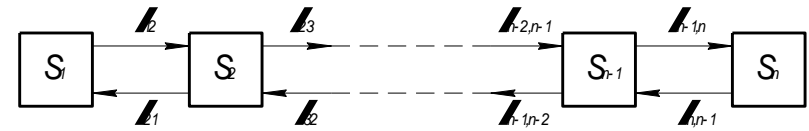


Рис. 6.3. Граф станів процесу „загибелі та розмноження”

Якщо $\lambda_{ij} = \text{const}$ і n – певне натуральне число, то для сталого режиму цього процесу можна записати систему алгебраїчних рівнянь у виді:

$$\left. \begin{aligned} -\lambda_{12}P_1 + \lambda_{12}P_2 &= 0 \\ \lambda_{i-1,i}P_{i-1} + \lambda_{i+1,i}P_{i+1} - (\lambda_{i,i-1} + \lambda_{i,i+1})P_i &= 0 \quad i = 2, n-1 \\ \lambda_{n-1,n}P_{n-1} - \lambda_{n,n-1}P_n &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (6.9)$$

З першого рівняння маємо:

$$P_2 = (\lambda_{12} / \lambda_{21})P_1. \quad (6.10)$$

З другого:

$$\lambda_{12}P_1 + \lambda_{32}P_3 = (\lambda_{21} + \lambda_{23})P_2.$$

З урахуванням (6.9)

$$P_3 = [(\lambda_{12}\lambda_{23}) / (\lambda_{21}\lambda_{32})]P_1. \quad (6.11)$$

Для S_j :

$$P_j = [(\lambda_{12}\lambda_{23}\dots\lambda_{j-1,j}) / (\lambda_{21}\lambda_{32}\dots\lambda_{j,j-1})]P_1. \quad (6.12)$$

Усі імовірності P_j виражено через початкову P_1 , значення якої можна отримати з урахуванням нормувального рівня

$$P_1 = \left(1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}}{\lambda_{21}\lambda_{32}} + \dots + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}\dots\lambda_{n-1,n}}{\lambda_{21}\lambda_{32}\dots\lambda_{n,n-1}} \right)^{-1}. \quad (6.13)$$

Таким чином, для марковського процесу „загибелі та розмноження”, знаючи лише інтенсивності усіх переходів, можна визначити імовірності знаходження СМО в кожному з станів.

Циклічний процес

Неперервний марковський ланцюг називається *циклічним процесом*, якщо стани пов’язані між собою в кільце (цикл) з односторонніми зв’язками (рис. 6.4)

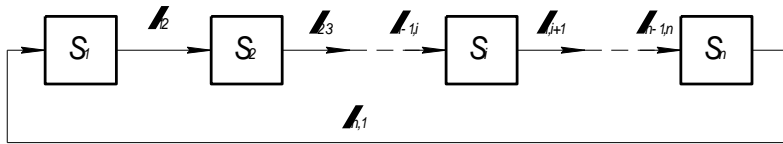


Рис. 6.4. Граф станів циклічного процесу

Для цього марковського ланцюга, що має визначену кількість станів та можливість усіх переходів, сталий (граничний) режим також існує. Визначимо його за допомогою рівнянь Колмогорова.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{n,1} P_n &= \lambda_{12} P_1 \\ \dots \dots \dots \\ \lambda_{i-1,i} P_{i-1} &= \lambda_{i,i+1} P_i \\ \dots \dots \dots \\ \lambda_{n-1,n} P_{n-1} &= \lambda_{n,1} P_n \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

Визначаємо усі P_i ($i = \overline{2, n}$) через P_1 .

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} P_1; P_3 = \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34}} P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{34}} P_1; \dots \\ P_i &= \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{i,i+1}} P_1; \dots; P_n = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{n,1}} P_1 \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

Застосувавши ці формули в нормувальному рівнянні, отримаємо P_1 :

$$P_1 = [1 + \lambda_{12} (\lambda_{23}^{-1} + \lambda_{34}^{-1} + \dots + \lambda_{n,1}^{-1})]^{-1} \quad (6.16)$$

Формули (6.15) на практиці зручніше виразити через середній час \bar{t}_i перебування системи в стані S_i ($i = \overline{1, n}$). Враховуючи експоненціальний закон розподілу часових інтервалів змін стану S_i ,

можна стверджувати, що $\bar{t}_i = \frac{1}{\lambda_{i,i+1}}$, тобто $\lambda_{i,i+1} = \frac{1}{\bar{t}_i}$ для усіх $i=1,2,\dots,n-1$.

Для $i = n$, враховуючи циклічність процесу, матимемо: $\lambda_{n,1} = \frac{1}{\bar{t}_n}$.

Тоді формули (6.15) з урахуванням (6.16) можна зобразити у виді:

$$P_1 = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_1 + \bar{t}_2 + \dots + \bar{t}_n}, \quad P_2 = \frac{\bar{t}_2}{\bar{t}_1 + \bar{t}_2 + \dots + \bar{t}_n} \text{ і так далі,}$$

або в скороченому виді

$$P_i = \frac{\bar{t}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{t}_i}, \quad (6.17)$$

тобто граничні імовірності станів циклічного процесу відносяться, як середні часи перебування СМО в кожному із станів, наприклад, $P_1/P_2 = \bar{t}_1/\bar{t}_2$; $P_2/P_3 = \bar{t}_2/\bar{t}_3$; і т.д.

Розглянемо приклад циклічного марковського процесу.

Вантажний автомобіль працює безвідмовно у середньому 30 діб, середній час знаходження автомобіля у ремонті становить 1 добу. Після ремонту він має бути підготовлений до роботи протягом 0,2 доби. Знайти граничні імовірності усіх станів автомобіля.

Розв'язок.

Процес перебування автомобіля в роботі, ремонті та після ремонтної підготовки є циклічним процесом, що має 3 стани.

Тоді

$$P_1 = \frac{t_1}{\sum_1^3 t_i} = \frac{30}{30+1+0,2} \approx 0,96; \quad P_2 = \frac{t_2}{\sum_1^3 t_i} = \frac{1}{31,2} \approx 0,03;$$

$$P_3 = \frac{t_3}{\sum_1^3 t_i} = \frac{0,2}{31,2} \approx 0,01.$$

Таким чином, зі 100% загального часу знаходження в роботі він є працездатним протягом 96% загального терміну роботи, 3% – в ремонті і 1% – в підготовчому до роботи періоді.

6.3. Пуассонівські СМО розімкнутого типу. Методи аналізу

В цьому розділі розглядаються лише методи аналізу СМО, що мають стаціонарні пуассонівські вхідні і вихідні потоки вимог і обслуговувань. Такі СМО в літературі зводяться іноді пуассонівськими (найпростішими) СМО (по типу потоків, що розглядаються). Оскільки вхідний і вихідний потоки є пуассонівськими, тобто без післядії, для аналізу найпростіших СМО найбільш придатними є методи аналізу марковських ланцюгів, розглянутих у попередньому розділі. Найпростіші СМО у своїй більшості відповідають процесу „загибелі і розмноження”, який є найбільш поширеною моделлю подібних СМО.

Нагадаємо, що СМО є *розімкнутою* (відкритою), якщо в ній кількість джерел, що формують вхідний потік вимог на обслуговування, не є обмеженою і не залежить від стану СМО. Навпаки, в замкнених СМО кількість джерел обмежена і зміни в стані СМО суттєво впливають на інтенсивність вхідного потоку. В цьому розділі розглядатимуться тільки розімкнуті СМО.

Нехай СМО розімкнутого типу містить n однотипних каналів обслуговування, кожен з яких характеризується експоненціальним розділом значень часу обслуговування з середнім значенням $t_{обс}$, що еквівалентно інтенсивності потоку обслуговувань $\mu = \frac{1}{t_{обс}}$ незалежно від типу замовлення, що обслуговується.

При повністю завантажених каналах вимоги на обслуговування можуть чекати у загальній черзі з числом місць чекання m . Дисципліна обслуговування є безпріоритетною. Заявки на вході СМО відносяться до одного з M типів, причому заявки j -того типу ($j = \overline{1, M}$) створюють найпростіший потік з інтенсивністю λ_j . Очевидно, що в цьому випадку за умови безпріоритетності обслуговування заявок загальний вхідний потік дорівнює

$$\lambda = \sum_{j=1}^M \lambda_j . \quad (6.18)$$

Деякі заявки є „нетерплячими”, тобто такими, що перебувають в СМО на більше $t_{дон}$ одиниць часу. Якщо час перебування перевищує $t_{дон}$, то заявка покидає СМО не обслуженою і вважається втраченою, що створює потік втрат СМО. Будемо вважати, що $t_{дон}$ є також випадковою величиною з експоненціальною щільністю розподілу часу перебування $f(t_{дон})$ і значенням математичного сподівання $\bar{t}_{дон}$. Таким чином, можна говорити, що потік втрат СМО є найпростішим з інтенсивністю

$\nu = 1/\bar{t}_{дон}$. При цьому можливі втрати як з черги чекання, коли $t_{чек} > t_{дон}$, так і з каналу обслуговування, коли $t_{обс} > t_{дон}$. Методично доцільно відрізнити два потоки втрат:

- до моменту початку обслуговування з інтенсивністю $\nu_{чек}$;
- після початку обслуговування з інтенсивністю $\nu_{обс}$.

Будемо вважати, що момент призначення заявки на обслуговування випадково призначається на інтервалі між сусідніми моментами залишення черги заявками. При цьому відрізок часу як між моментами надходження заявок у чергу і можливого залишення черги, так і між початком обслуговування і моментом можливого відкликання заявки в процесі обслуговування будуть мати однаковий експоненціальний розподіл з математичним сподіванням $\bar{t}_{дон}$. Причиною цього явища є властивість відсутності післядії, якою володіють саме найпростіші потоки. Тому вважатимемо, що

$$\nu_{чек} = \nu_{обс} = \nu = 1/\bar{t}_{дон}.$$

Така СМО є досить загальною структурою, з якою можна, прирівнюючи деякі параметри або до нуля, або до одиниці, або до нескінченності, отримати часткові типи СМО, тому отримаємо спочатку загальні формули аналізу СМО з наступним їхнім спрощенням для окремих часткових випадків.

Граф станів розглянутої СМО із застосуванням марковського процесу „загибелі та розмноження” представлений на рис.6.5.

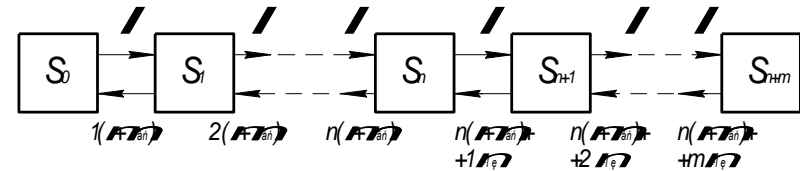


Рис. 6.5. Узагальнений граф станів найпростішої СМО розімкнутого типу

В цьому графі: S_0 – в СМО немає заявок на обслуговування (СМО вільна); S_1 – в СМО є тільки одна заявка, що обслуговується, черги немає; S_n – усі n каналів обслуговування СМО зайняті, але черги немає; S_{n+1} – n каналів обслуговування СМО зайняті, одна заявка в черзі чекання; S_{n+m} – n каналів обслуговування зайняті, m заявок в черзі чекання. В цьому випадку чергова заявка, що надходить в СМО, отримуватиме відмову в обслуговуванні і покидатиме СМО.

Інтенсивність потоку завантаження („розмноження”), що переводить СМО зі стану S_i до стану S_{i+1} (верхні стрілки переходів на рис. 6.5) дорівнює інтенсивності вхідного потоку λ , тому що збільшення заявок в системі можливе саме завдяки вхідному потоку.

Інтенсивність потоку розвантаження (нижні стрілки переходів на рис. 6.5) міняються в залежності від стану СМО. Якщо обслуговуванням заявок зайнятий будь-який один канал (стан S_i), то інтенсивність потоку розвантаження обслугованих заявок $\mu = 1/t_{обс}$ плюс інтенсивність втрат в процесі обслуговування $v_{обс}$, при стані S_2 ця сумарна інтенсивність подвоюється і т.д. до стану S_n . Після цього стану інтенсивність обслуговування і втрат у процесі обслуговування залишається незмінною, але додається складова, пов'язана з наявністю втрат „нетерплячих” клієнтів у процесі чекання ($v_{чек}$), яка пропорційно зростає у міру росту черги чекання до m заявок.

Як витікає з рис. 6.5, кількість можливих станів СМО дорівнює $(m+n+1)$ і є зліченною величиною. Переходи з будь-якого стану в будь-який інший є можливими, тому в розглянутій СМО граничний (сталий) режим існує. Використовуючи правило складання системи рівнянь Колмогорова (див. розділ 6.2) для процесу „загибелі та розмноження”, що зображено на рис. 6.5, отримаємо з урахуванням нормувального рівняння:

$$\sum_{i=0}^{m+n} P_i = 1. \quad (6.19)$$

Значення імовірностей кожного зі станів:

$$P_i = \frac{\lambda^i}{i!(\mu + v_{обс})^i} P_0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (6.20)$$

$$P_{n+r} = \frac{\lambda^n}{n!(\mu + v_{обс})^n} \prod_{i=1}^r \frac{\lambda}{[n(\mu + v_{обс}) + i v_{чек}]} P_0, \quad r = \overline{1, m}. \quad (6.21)$$

Якщо ввести у розгляд $\rho = \lambda/\mu$ – приведену інтенсивність вхідного потоку, яка дорівнює середній кількості вхідних заявок за час обслуговування однієї заявки, а також $\alpha_{обс} = v_{обс}/\mu$ – приведену інтенсивність втрат одного каналу обслуговування і $\alpha_{чек} = v_{чек}/\mu$ – те ж саме для потоку втрат з черги чекання, то отримаємо

$$P_i = \frac{\rho^i}{i!(1 + \alpha_{обс})^i} P_0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (6.22)$$

$$P_{n+r} = \frac{\rho^n}{n!(1 + \alpha_{обс})^n} \prod_{i=1}^r \frac{\rho}{[n(1 + \alpha_{обс}) + i\alpha_{чек}]} P_0, \quad r = \overline{1, m}. \quad (6.23)$$

При цьому імовірність вільного стану СМО (P_0), що входить в (6.21) і (6.22), визначається за допомогою (6.19) як

$$P_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{\rho^i}{i!(1 + \alpha_{обс})^i} + \frac{\rho^n}{n!(1 + \alpha_{обс})^n} \sum_{r=1}^m \prod_{i=1}^r \frac{\rho}{[n(1 + \alpha_{обс}) + i\alpha_{чек}]} \right]^{-1}. \quad (6.24)$$

В залежності від кількості каналів обслуговування (n), кількості місць чекання у черзі (m), а також інтенсивностей λ , μ , $\nu_{обс}$, $\nu_{чек}$ формули (6.22); (6.23) (6.24) дозволяють визначити граничні (сталі) імовірності будь-якого стану СМО, що функціонує згідно зі схемою "загибелі та розмноження".

Визначимо деякі показники ефективності роботи СМО.

1. Імовірність відмов в обслуговуванні ($P_{від}$) визначається як імовірність стану СМО, коли усі канали обслуговування зайняті і немає вільних місць чекання, тобто при S_{n+m}

$$P_{від} = P_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n!(1 + \alpha_{обс})^n \prod_{i=1}^m [n(1 + \alpha_{обс}) + i\alpha_{чек}]} P_0. \quad (6.25)$$

2. Середня кількість каналів (\bar{K}), зайнятих обслуговуванням, визначається в загальному виді як математичне сподівання дискретної випадкової величини \bar{K} :

$$\bar{K} = 0 \cdot P_0 + \sum_{i=1}^n iP_i + n \sum_{i=1}^m iP_{n+i} = \sum_{i=0}^n iP_i + n \left(1 - \sum_{i=0}^n P_i \right). \quad (6.26)$$

3. Середня кількість заявок у черзі чекання (середня довжина черги) визначається аналогічно:

$$\bar{r} = 0 \cdot \sum_{i=0}^n P_i + n \sum_{r=1}^m rP_{n+r} = \sum_{r=1}^m rP_{n+r}. \quad (6.27)$$

4. Середня кількість заявок, пов'язана з обслуговуванням в СМО

$$\bar{z} = \bar{r} + \bar{K}. \quad (6.28)$$

5. Середній час чекання заявки у черзі ($t_{чек}$) і перебування заявки в СМО ($t_{сис}$):

$$\bar{t}_{чек} = \bar{r} / \lambda; \quad \bar{t}_{сис} = \bar{z} / \lambda. \quad (6.29)$$

6. Імовірність втрат в СМО ($P_{втр}$) визначається як

$$P_{втр} = P_{від} + P_{Пчек} + P_{Побс}, \quad (6.30)$$

де $P_{Пчек}$, $P_{Побс}$ – відповідно імовірності покидання "нетерплячими" заявками черги та покидання ними системи в процесі обслуговування.

Значення $P_{Побс}$ визначимо як відношення сумарної інтенсивності покидань заявками системи за час обслуговування, яка дорівнює $\bar{K} \cdot \nu_{обс}$, до інтенсивності вхідного потоку, тобто

$$P_{Побс} = \frac{\bar{K} \nu_{обс}}{\lambda}. \quad (6.31)$$

Аналогічно

$$P_{Пчек} = \frac{\bar{r} \cdot \nu_{чек}}{\lambda}. \quad (6.32)$$

7. Після визначення імовірності втрат ($P_{втр}$) можна визначити імовірність появи будь-якої заявки, що надійшла до СМО для обслуговування, в вихідному потоці обслужених заявок (імовірність її обслуговування $P_{обс}$)

$$P_{обс} = 1 - P_{втр}. \quad (6.33)$$

Ця величина чисельно співпадає з відносною пропускною здатністю СМО, яка також характеризує частку вихідних заявок, що буде обслужена, тобто $q = P_{обс}$.

8. Тоді інтенсивність потоку обслужених заявок, яка є і абсолютною пропускною здатністю А СМО, визначається:

$$A = \lambda_{обс} = P_{обс} \cdot \lambda = \lambda(1 - P_{втр}). \quad (6.34)$$

6.4. СМО з відмовами в обслуговуванні та відсутності черги чекання

Особливістю транспортних СМО є такий режим роботи, за якого заявки, що надійшли для обслуговування, залишаються в СМО до повного обслуговування (необхідність ремонту автомобілів на СТО, завдання до завантаження та розвантаження у визначених пунктах і т.д.).

Іншими словами, для транспортних СМО більш характерним є режим "терплячого" чекання в черзі, якщо за умовами СМО заявка не отримує відмови на момент прибуття в СМО. Умова відсутності "нетерплячих" клієнтів в транспортних СМО приводить до того, що при визначенні імовірностей кожного стану СМО за допомогою узагальненої методики аналізу, яка була визначена у попередньому

розділі, необхідно прийняти $\nu_{обс} = 0$ і $\nu_{чек} = 0$ (або $\alpha_{обс} = 0$ і $\alpha_{чек} = 0$), що значно спрощує отримані формули для аналізу. Враховуючи це, розглянемо найбільш поширені СМО розімкнутого типу, що застосовуються на транспорті, які не мають втрат заявок в черзі чекання, а також в процесі обслуговування.

Але, незважаючи на "терпіння" заявок, у ряді СМО мають місце відмови в обслуговуванні, пов'язані з обмеженими можливостями механізму обслуговування. Насамперед розглянемо СМО саме такого типу.

Спочатку розглянемо одноканальну СМО із вказаними властивостями. Її прикладом може служити телефонне бюро замовлень на транспортні перевезення, обладнане лише одним телефоном. Якщо телефон є зайнятим прийомом замовлення, то будь-яка інша заявка отримує відмову в з'єднанні з бюро замовлень і покидає бюро не обслуженою. При повторному виклику вона може знайти телефон бюро замовлень вільним і буде обслужена, або знову отримує відмову, якщо він є зайнятим. Відмітимо, що цей режим існує лише при умові, що в СМО не передбачено буфер пам'яті, де послідовно накопичувались би у черзі телефонні виклики, що надійшли у СМО. Це вже інший тип СМО.

Нехай середня інтенсивність вхідного потоку заявок λ (од. часу)⁻¹. Середня тривалість обслуговування однієї заявки $\bar{t}_{обс}$ (в прикладі, що розглядається, – середня тривалість прийому замовлення по телефону). Потоки заявок і обслуговувань – найпростіші, для яких інтенсивність потоку обслуговувань $\mu = 1/\bar{t}_{обс}$.

Подібна СМО має лише 2 стани: S_0 – СМО вільна; S_1 – СМО зайнята, при цьому наступна заявка отримує відмову в обслуговуванні. Як було показано раніше, граничний (сталій) режим визначатиметься при підстановці ($t \rightarrow \infty$) в систему рівнянь Колмогорова (6.7).

Як вже відмічалось, граничний режим існуватиме, якщо кількість можливих станів обмежена і можливі усі переходи з одного стану до інших. Для СМО, що розглядається, ця умова виконується, тому можна для визначення імовірностей сталого режиму використовувати безпосередньо формули Колмогорова, що на, практиці можуть бути сформульовані наступним чином: "скільки входить в стан, стільки і виходить із даного стану", маючи на увазі $\sum P_k \cdot \lambda_{k1}$ – "те, що входить в стан S_1 " і $\sum P_i \cdot \lambda_{im}$ – "те, що виходить із стану S_1 ".

Тоді вказане мнемонічне правило дозволяє записати рівність:

$$\sum P_k \cdot \lambda_{ki} = \sum P_i \cdot \lambda_{im},$$

де k – стани, з яких є стрілки переходів до S_i ; m – стани, до яких є стрілки переходів з S_i .

У випадку, що розглядається, – матимемо

$$\lambda \cdot P_0 = \mu \cdot P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 = \rho P_0. \quad (6.35)$$

При додаванні нормувального рівняння $P_0 + P_1 = 1$ матимемо:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1}{(1 + \rho)}; P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{\rho}{(1 + \rho)}, \text{ де } \rho = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (6.36)$$

Решта характеристик режиму роботи одноканальної СМО з відмовами та відсутністю черги визначається таким чином:

1) Відносна пропускна спроможність

$$q = 1 - P_{\text{від}} = 1 - P_1 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}. \quad (6.37)$$

2) Абсолютна пропускна спроможність, що є також інтенсивність потоку обслуговувань

$$A = \lambda \cdot q = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu}. \quad (6.38)$$

Слід зауважити, що в СМО з відмовами завжди $A < \mu$, де $\mu = 1/\bar{t}_{\text{обс}}$ – пропускна спроможність каналу обслуговування. Це пояснюється тим, що при реальних вхідних потоках певний час СМО знаходиться у вільному стані і обслуговування не має місця, в той час як μ передбачає надходження заявки саме в термін закінчення обслуговування попередньої, тобто в СМО при цьому вільного стану не передбачається.

3) Середній час обслуговування (з урахуванням можливого вільного стану СМО)

$$\bar{t}_{\text{обс}} = \frac{1}{A}. \quad (6.39)$$

4) Середній час перебування заявки в СМО

$$\bar{t}_{\text{сис}} = \bar{t}_{\text{обс}}. \quad (6.40)$$

Розглянемо багатоканальну СМО ($n > 1$) з відмовами та без черги чекання ($m=0$). Граф станів такої СМО представлений на рис.6.6, де S_0 – вільний стан СМО; S_1 – зайнято один будь-який канал обслуговування з n існуючих; S_2 – зайнято два будь-яких канали; ... S_n – зайняті усі n каналів обслуговування. Якщо СМО перебуває в стані S_n , то наступна заявка отримує відмову і покине СМО не обслуженою.

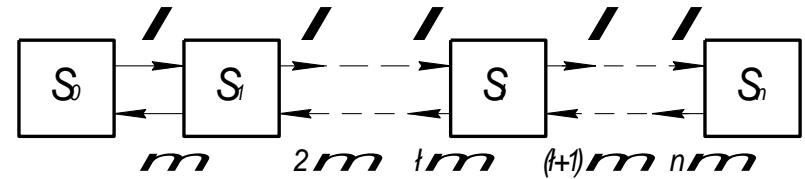


Рис.6.6. Граф станів багатоканальної СМО з відмовами та відсутністю черги чекання

Потік завантаження СМО (що викликає переміщення від S_i до S_{i+1}) чисельно дорівнює λ (тобто кожна заявка викликає збільшення номера стану S_i). Потік розвантаження, на відміну від загального випадку (рис. 6.5), буде залежати лише від кількості каналів, зайнятих обслуговуванням: при S_1 – це інтенсивність потоку розвантаження одного каналу $\mu = 1/\bar{t}_{обс}$; при S_2 – відповідно 2μ ; при S_n – $n\mu$ (за умови відсутності нетерплячих клієнтів, тобто $\nu_{обс} = 0$).

З урахуванням (6.22) (6.23) (6.24) при $n > 1$ і $m = 0$ матимемо формули для розрахунків кожного зі станів (формули Ерланга):

$$P_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{\rho^i}{i!} \right]^{-1}. \quad (6.41)$$

$$P_i = \frac{\rho^i}{i!} \cdot P_0 \quad (i = \overline{1, n}). \quad (6.42)$$

Аналогічно визначаємо імовірність відмови в обслуговуванні

$$P_{від} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0, \quad (6.43)$$

а також імовірність обслуговування, що є також і відносною пропускною спроможністю СМО

$$q = P_{обс} = 1 - P_{від} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_0. \quad (6.44)$$

Інші характеристики ефективності режиму роботи СМО, представлені на рис. 6.6, визначаються:

– абсолютна пропускна спроможність СМО:

$$A = \lambda \cdot q = \lambda \cdot (1 - P_n); \quad (6.45)$$

як і в попередньому випадку, $A < \mu = 1/\bar{t}_{обс}$;

– середня кількість зайнятих каналів:

$$\bar{K} = \frac{A}{\mu} = \rho(1 - P_n) = \rho \cdot q; \quad (6.46)$$

– середній час перебування заявки в СМО (середній час обслуговування заявки):

$$\bar{t}_{\text{сист}} = \frac{1}{A}. \quad (6.47)$$

6.5. СМО з відмовами при багатоканальному обслуговуванні

Подібні завдання виникають, як правило, при аналізі роботи автостоянок зі значною (але обмеженою) кількістю місць стоянок, при аналізі функціонування інформаційних систем, технологічних багатопотокових ліній та ін.

В загальному випадку можливе безпосереднє застосування формул, наведених в попередньому розділі, але велике значення n досить ускладнює проведення розрахунків.

При великих значеннях n доцільно використовувати табульовану функцію розподілу Пуассона

$$P(m, a) = \frac{a^m}{m!} e^{-a}, \quad (6.48)$$

а також її інтегральну функцію

$$R(m, a) = \sum_{k=0}^m \frac{a^k}{k!} e^{-a}, \quad (6.49)$$

що мають взаємний зв'язок у виді

$$P(m, a) = R(m, a) - R(m-1, a). \quad (6.50)$$

Значення функції $P(m, a)$ наведені в додатку В (табл. В2), а значення функції $R(m, a)$ може бути знайдене за допомогою функції $\bar{R}(m, a)$, наведеної в додатку В (табл. В3) таким чином:

$$R(m, a) = 1 - \bar{R}(m, a). \quad (6.51)$$

Примітка: якщо число в таблиці $\bar{R}(m, a)$ не має степеня, то ним буде показник степеня найближчого числа, що розташоване вище. Наприклад: $\bar{R}(33, 19) = 1,2067 \cdot 10^{-3}$.

Використовуючи функції $P(m, a)$ і $R(m, a)$, імовірності будь-якого стану СМО з відмовами за відсутності черги з урахуванням залежностей (6.41) і (6.42) можуть бути представлені у виді

$$P_k = \frac{P(k, \rho)}{R(n, \rho)} (k = 0, 1, 2, \dots, n). \quad (6.52)$$

Ця залежність дозволяє визначити ймовірність будь-якого стану СМО з відмовами за допомогою таблиць додатку В. При застосуванні табл. В2 додатку В замість m вибирається значення k (номеру шуканого стану) і замість a - ρ . Аналогічно для табл. В3 додатку В: спочатку визначається за таблицею функція $\bar{R}(n, \rho)$, потім розраховується $R(n, \rho) = 1 - \bar{R}(n, \rho)$ і отримані значення $P(k, \rho)$ і $R(n, \rho)$ застосовуються в (6.52) для розрахунків $P_k(k = \overline{0, n})$. При значеннях n , більших за зазначені в табл. В3 додатку В, можна прийняти $R(n, \rho) \approx 1$.

Решта розрахункових формул, що визначають показники роботи СМО з відмовами (k, q, A та ін.), залишаються незмінними.

Приклад. Визначити ймовірності присутності 4 і 5 автомобілів на стоянці, що має 10 місць. Інтенсивність автомобілів, що надходять на стоянку, дорівнює 10 авт/год, середній час стоянки одного автомобіля становить 0,4 години.

Таким чином, ми маємо СМО з відмовами з $n=10$, $\lambda=10$ авт/год, $\mu=1/t_{cm}=1/0,4=0,25$ авт/год; $\rho=\lambda/\mu=4$.

Визначаємо за допомогою додатку 1:

$$P(4;4) = 0,195; P(5;4) = 0,156$$

і за допомогою додатка 2:

$$R(10;4) = 0,00284,$$

що відповідає $R(10;4) = 1 - 0,00284 = 0,9973$.

Тоді ймовірність присутності 4-х автомобілів на стоянці, що має $n=10$ при $\rho=4$:

$$P_4 = \frac{P(4;4)}{R(10;4)} = \frac{0,195}{0,9973} \approx 0,2;$$

5-ти автомобілів:

$$P_5 = \frac{P(5;4)}{R(10;4)} = \frac{0,156}{0,9973} \approx 0,16.$$

Достатньо часто зустрічаються СМО, що мають практично необмежену кількість каналів обслуговування. Прикладом систем можуть бути автоматизовані термінові сховища вантажів на розвантажувально-навантажувальних терміналах і аеропортах. При цьому кількість каналів обслуговування (n) дорівнює кількості місць для зберігання вантажу (яка вважається необмеженою через їхню постійну недозавантаженість). Особливістю таких СМО є те, що при $n \rightarrow \infty$ будь-яка заявка, що надійшла в систему, буде обслуговуватись без черги, тому що в подібних СМО ймовірність $P_{від} = P_k$ практично

дорівнює нулю. Умова $n \rightarrow \infty$ вказує також на відсутність в обслуговуванні.

В подібних СМО розраховують лише граничні імовірності станів ($P_i, i = \overline{1, n}$) і середню кількість зайнятих каналів (\overline{k}).

З урахуванням (6.41) і (6.42) при $n \rightarrow \infty$ матимемо:

$$P_0 = \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\rho_i}{i!} \right\}^{-1} = e^{-\rho}; P_i = \frac{\rho_i}{i!} e^{-\rho} = P(k, \rho), \quad (6.53)$$

де $P(k; \rho)$ визначається за допомогою додатка 1.

Таким чином, при досить великій кількості n , яка дозволяє стверджувати про відсутність відмов в обслуговуванні, немає необхідності застосовувати $R(n; \rho)$, як в формулі (6.52), а можна обмежитись лише значенням $P(k; \rho)$.

Заяпитання до самоконтролю знань

1. Наведіть узагальнену структурну схему СМО.
2. Дайте визначення кількісних характеристик СМО.
3. Наведіть характеристику графу станів марковського випадкового процесу
4. Сформулюйте загальні принципи аналізу пуассонівських СМО розімкнутого типу.
5. Загальна характеристика СМО з відмовами в обслуговуванні за відсутності черги чекання.
6. Особливості визначення характеристик СМО з відмовами при багатоканальному обслуговуванні.

Література

1. Гнеденко Б.В. Теория массового обслуживания. Пер с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 432с.
3. Лоттгоф Г. Теория массового обслуживания. – М.: Транспорт, 1979. – 144 с.
4. Четвертухин Б.М., Бокуліч О.О., Радкевич С.Д. Дослідження операцій в транспортних системах. Ч.2. Системи масового обслуговування: Навч. посібник. – К.: НТУ, 2001, –141 с.

Додаток А

Таблиця А 1

Основні фізичні ефекти і явища,
що використовуються при вирішенні технічних задач

№	Фізичний ефект	Вхідна дія	Фізичний об'єкт	Вихідний ефект
1	2	3	4	5
1	Теплове розширення	Температура	Тверде тіло або рідина	Збільшення розмірів і об'єму
2	Фазовий перехід першого роду	Температура (визначена)	Тверде тіло або рідина	Зміна агрегатного стану (твердий, рідинний, газоподібний)
3	Фазовий перехід другого роду	Температура (визначена)	Тверде тіло з кристалічною структурою	Перебудова кристалічної решітки
4	Закон Кулона	Електричне поле	Діелектрик	Притягання різномірно заряджених тіл
5	Електроопір	Різниця потенціалів	Провідник	Протікання електричного струму визначеної сили
6	П'єзоелектричний ефект	Механічні напруження	П'єзокристал	Електричне поле. Висока різниця потенціалів
7	Зворотний п'єзоелектричний ефект	Електричне поле	П'єзокристал	Механічна напруга. Малі переміщення
8	Термоелектричний ефект	Різниця температур	Різнорідні метали	ТермоЕРС
9	Зворотний термоелектричний ефект	Різниця потенціалів	Різнорідні метали	Поглинання або виділення тепла
10	Трибоелектричний ефект	Тертя	Діелектрик	Електризація тіл
11	Електрореологічний ефект	Електричне поле (500–5000 В)	Електрореологічна (мінеральне масло+50% порошку кварцу)	Збільшення в'язкості, моментальне затвердження

Продовження табл. А 1

1	2	3	4	5
12	Сила Лоренца	Постійне магнітне поле	Рухомий заряд	Зміщення в напрямку, перпендикулярному до швидкості руху
13	Струми Фуко (вихрові струми)	Змінне магнітне поле	Нерухома або рухома провідна пластина	Струм значної сили у пластині. Гальмування та нагрів пластини
14	Поверхневий ефект	Струм високої частоти	Провідник струму	Струм іде тільки по поверхні провідника
15	Магнітне притягання (відштовхування)	Магнітне поле	Феромагнетик	Переміщення у магнітному полі. Два феромагнетики притягуються
16	Точка Кюрі	Температура (вище визначеної: сталь – 770°C, окалина металу – 580°C)	Феромагнетик	Перехід у парамагнетик і зникнення феромагнітних властивостей
17	Магніострикція	Магнітне поле	Феромагнетик	Зміна розмірів тіла і його об'єму
18	Магнітна рідина	Магнітне поле	Рідина+порошок феромагнетика (до 50%)	Всі властивості феромагнетиків
19	Вібростабілізація	Механічні коливання малої амплітуди	Поверхні тертя	Зниження сил тертя ковзання
20	Теплові труби	Тепло	Закритий циліндр з легковипаровуваною рідиною	Велика теплопередача при різних перепадах температури
21	Псевдопластичність	Добавка довголанцюгового полімеру, наприклад, поліакриламід	Потік рідини	Зниження тертя шляхом переходу від турбулентного до ламінарного потоку

Продовження табл. А 1

1	2	3	4	5
2 2	Гідравлічний удар	Швидке перекриття трубопроводу	Потік рідини	Різке підвищення тиску завдяки пружній хвилі
2 3	Електрогідравлічний удар	Імпульсний розряд	Рідина	
2 4	Світлогідравлічний удар	Лазерне випромінювання	Рідина	
2 5	Ефект резонансу	Періодична силова дія	Пружна механічна система	Різке зростання амплітуди вимушених коливань при збігу частот
2 6	Ефект фотопружності	Механічні напруження	Ізотропне прозоре тіло, поляризоване світло	Інтерференційна картина, що свідчить про напруження
2 7	Рідинні кристали	Електричне поле, тепло, світло	Рідина з молекулами видовженої форми	Орієнтація молекул. Поява анізотропних властивостей
2 8	Волоконна оптика	Світло	Складні сіглопро-води, трубчасті відбивачі	Передача світла на відстань з малими втратами. Передача зображень по криволінійній траєкторії
2 9	Активіація води	Магнітне, електричне, механічне поле	Вода	Зміна властивостей води як розчинника і основи сумішей
3 0	Ефект Ребіндера	Механічні напруження	Поверхне-воактивні речовини	Зменшення міцності твердих тіл
3 1	Закон Архімеда	Сила тяжіння	Рідина	До центра тяжіння зануреного тіла прикладається сила, що дорівнює вазі витісненої

				рідини
--	--	--	--	--------

Т а б л и ц я А 2

Можливе використання фізичних явищ та ефектів в технічних задачах

№	Необхідна дія, властивість	Фізичні явища та ефекти (за табл. 1.1)
1	Переміщення об'єктів	15, 19, 22, 25, 31
2	Орієнтація об'єктів та керування їхнім положенням в просторі	15, 17, 19, 31
3	Малі переміщення об'єктів з регульованою частотою	7, 17, 19
4	Оборотна зміна форми об'єктів	1, 4, 18
5	Регулювання та саморегулювання зазорів у з'єднаннях	1, 7, 17, 18, 25
6	Створення полів деформації та напружень	1, 2, 7, 15, 17, 18, 22–25, 30
7	Створення великих зусиль та тиску рідини і газу	2, 15, 17, 22, 23, 24
8	Розподілення суміші та сортування об'єктів на фракції	12, 13, 15, 19, 25, 31
9	Індикація та контроль переміщень об'єктів	6, 7, 25, 28
10	Вимірювання в'язкості, температури	1, 2, 3, 8, 18, 20
11	Вимірювання параметрів руху твердих тіл	5, 17, 19
12	Вимірювання параметрів перепаду тиску рідинних та газоподібних речовин	5, 29, 31
13	Вимірювання витрат (кількості) рідинної та газоподібної речовини	5, 13, 31
14	Підвищення міцності	3, 18, 19
15	Нагрів, охолодження та стабілізація температури	2, 5, 9, 13, 14, 20
16	Зміна властивостей рідинного середовища	12, 11, 18, 21, 29
17	Зрівноваження зусиль	15, 19, 31

18	Видалення забруднень, окалини та ін.	12, 15, 19, 22, 23, 25
----	--------------------------------------	------------------------

Додаток Б

Найважливіші одиниці Міжнародної системи (SI)

Основні одиниці

Метр дорівнює 1650763,73 довжин хвиль у вакуумі, що відповідає переходу між рівнями $2p_{10}$ і $5d_5$ атома кріптон-86.

Кілограм дорівнює масі міжнародного прототипу кілограму.

Секунда дорівнює 9192631770 періодам випромінювання, що відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133.

Ампер дорівнює силі незмінного струму, який протікає по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і малої площі кругового поперечного перерізу, розташованих у вакуумі на відстані 1 м один від одного, викликає в кожній ділянці провідника силу взаємодії, яка дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Кельвін дорівнює $1/273,16$ частини термодинамічної температури постійної точки води.

Моль дорівнює кількості речовини системи, яка містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці-12 масою 0,012 кг.

Кандела дорівнює силі світла джерела у заданому напрямку, що випромінює монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямку становить $1/683$ Вт/ср.

Т а б л и ц я Б 1

Основні і додаткові одиниці системи SI

Назва	Величина		Одиниця	
	Розмірність	Назва	Позначення	
			укр.	міжнар.
Довжина	L	метр	м	m
Маса	M	кілограм	кг	kg
Час	T	секунда	с	s
Сила електричного струму	I	ампер	A	A
Термодинамічна температура	Θ	кельвін	K	K
Сила світла	J	кандела	кд	cd
Площинний кут	–	радіан	Рад	rad
Тілесний кут	–	стерадіан	Ср	sr
Кількість речовини		моль	моль	mol

Похідні одиниці простору і часу

Величина			Одиниця	
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			укр.	міжнар.
Площа	L^2	квадратний метр	m^2	m^2
Об'єм, вмістимість	L^3	кубічний метр	m^3	m^3
Швидкість	LT^{-1}	метр за секунду	м/с	m/s
Прискорення	LT^{-2}	метр за секунду в квадраті	м/с ²	m/s ²
Частота періодичного процесу	T^{-1}	герц	Гц	Hz
Частота дискретних подій (імпульсів, ударів тощо)	T^{-1}	секунда в мінус першому степені	s^{-1}	s^{-1}
Частота обертання	T^{-1}	секунда в мінус першому степені	s^{-1}	s^{-1}
Кутова швидкість	T^{-1}	радіан за секунду	рад/с	rad/s
Кутове прискорення	T^{-2}	радіан за секунду в квадраті	рад/с ²	rad/s ²
Хвильове число	L^{-1}	метр в мінус першому степені	m^{-1}	m^{-1}
Коефіцієнт затухання	T^{-1}	секунда в мінус першому степені	s^{-1}	s^{-1}

Таблиця Б3

Похідні одиниці механічних величин

Величина			Одиниця	
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			укр.	міжнар.
1	2	3	4	5
Густина	$L^{-3}M$	кілограм на кубічний метр	кг/м ³	kg/m ³
Питомий об'єм	L^3M^{-1}	кубічний метр на кілограм	м ³ /кг	m ³ /kg
Момент інерції (динамічний момент інерції)	L^2M	кілограм-метр в квадраті	кг·м ²	kg·m ²
Момент інерції (другий момент) площі плоскої фігури (осьовий, полярний, доцентровий)	L^4	метр в четвертому степені	m^4	m^4
Момент опору плоскої фігури	L^3	метр в третьому степені	m^3	m^3
Кількість руху	LMT^{-1}	кілограм-метр за секунду	кг·м/с	kg·m/s
Момент кількості руху(момент імпульсу)	L^2MT^{-1}	кілограм-метр в квадраті за секунду	кг·м ² /с	kg·m ² /s

Продовження табл. Б3

1	2	3	4	5
Сила, вага	LMT^{-1}	ньютон	Н	N
Момент сили, момент пари сил	L^2MT^{-2}	ньютон-метр	Н·м	N·m
Імпульс сили	LMT^{-1}	ньютон-секунда	Н·с	N·с
Тиск, напруга (механічна)	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	Pa
Поверхневий натяг	MT^{-2}	ньютон на метр	Н/м	N/m
Робота, енергія	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Потужність	L^2MT^{-3}	ват	Вт	W
Динамічна в'язкість	$L^{-1}MT^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s
Кінематична в'язкість	L^2T^{-1}	квадратний метр за секунду	м ² /с	m ² /s
Масова витрата	MT^{-1}	кілограм за секунду	кг/с	kg/s

Таблиця Б4

Похідні одиниці електричних і магнітних величин

Величина			Одиниця	
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			укр.	міжнар.
1	2	3	4	5
Густина електричного струму	$L^{-2}I$	ампер на квадратний метр	A/м ²	A/m ²
Лінійна густина електричного струму	$L^{-1}I$	ампер на метр	A/м	A/m
Кількість електрики (електричний заряд)	TI	кулон	Кл	C
Просторова густина електричного заряду	$L^{-3}TI$	кулон на кубічний метр	Кл/м ³	C/m ³
Поверхнева густина електричного заряду	$L^{-2}TI$	кулон на квадратний метр	Кл/м ²	C/m ²
Поляризованість	$L^{-2}TI$	кулон на квадратний метр	Кл/м ²	C/m ²
Електрорушійна сила	$\frac{L^2MT^{-3}}{I}$	вольт	В	V
Напруженість електричного поля	$\frac{LMT^{-3}}{I}$	вольт на метр	В/м	V/m
Електрична напруга	$\frac{L^2MT^{-3}}{I}$	вольт	В	V
Електричний потенціал	$\frac{L^2MT^{-3}}{I}$	вольт	В	V

Продовження табл. Б4

Різниця електричних потенціалів	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	V
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарада	Ф	F
Абсолютна діелектрична проникність	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	фарада на метр	Ф/м	F/m
Електричний опір	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	Ω
Питомий електричний опір		ом–метр	Ом·м	$\Omega \cdot m$
Електрична провідність	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сіменс	См	S
Магнітний потік	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	Wb
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Т	T
Магніторушійна сила	I	ампер	А	A
Напруженість магнітного поля	$L^{-1}I$	ампер на метр	А/м	A/m
Індуктивність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генрі	Г	H
Взаємна індуктивність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генрі	Г	H
Абсолютна магнітна проникність	$LMT^{-2}I^{-2}$	генрі на метр	Г/м	H/m
Намагніченість	$L^{-1}I$	ампер на метр	А/м	A/m
Магнітний опір	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$	ампер на вебер	А/Вб	A/Wb
Магнітна провідність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	вебер на ампер	Вб/А	Wb/A
Електромагнітна енергія	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Активна потужність	L^2MT^{-3}	ват	Вт	W
Реактивна потужність	L^2MT^{-3}	вар	вар	var
Повна потужність	L^2MT^{-3}	вольт–ампер	В·А	V·A

Таблиця Б5

Похідні одиниці теплових величин

Величина			Одиниця	
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			укр.	міжнар.
Кількість теплоти	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Термодинамічний потенціал (внутрішня енергія, ентальпія)	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Теплота фазового перетворення	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Теплота хімічної реакції	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	J
Питома кількість теплоти	L^2T^{-2}	джоуль на кілограм	Дж/кг	J/kg
Питома теплота хімічної реакції	L^2T^{-2}	джоуль на кілограм	Дж/кг	J/kg
Теплоємність системи	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Ентропія системи	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Тепловий потік	L^2MT^{-3}	ват	Вт	W
Поверхнева густина теплового потоку	MT^{-3}	ват на квадратний метр	Вт/м ²	W/m ²
Коефіцієнт теплообміну	$MT^{-3}\Theta^{-1}$	ват на квадратний метр-кельвін	Вт/м ² ·К	W/m ² ·K
Коефіцієнт теплопередачі	$MT^{-3}\Theta^{-1}$	ват на квадратний метр-кельвін	Вт/м ² ·К	W/m ² ·K
Температурний градієнт	$L^{-1}\Theta$	кельвін на метр	К/м	K/m
Теплопровідність	$LMT^{-3}\Theta^{-1}$	ват на метр-кельвін	Вт/м·К	W/mK
Температурний коефіцієнт	Θ^{-1}	кельвін в мінус першому степені	К ⁻¹	K ⁻¹

Назви приставок для отримання кратних і часткових

х одиниць

Множник	Приставка		
	Назва	Позначення	
		міжнародне	українське
10^{18}	екса	E	Е
10^{15}	пета	P	П
10^{12}	тера	T	Т
10^9	гіга	G	Г
10^6	мега	M	М
10^3	кіло	k	к
10^2	гекто	h	г
10^1	дека	da	да
10^{-2}	деци	d	д
10^{-3}	мілі	m	м
10^{-6}	мікро	μ	мк
10^{-9}	нано	n	н
10^{-12}	піко	p	п
10^{-15}	фемто	f	ф
10^{-18}	атто	a	а

Додаток В

Таблиця В 1

Критерій Фішера

Число ступенів свободи $f_1 = N(n-1)$	Число ступенів свободи $f_2 = N-1$				
	Рівень значущості $\alpha = 0,05$				
	1	2	3	4	5
1	161	200	216	225	230
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,3
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05
6	5,99	5,14	4,86	4,53	4,39
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20
12	4,75	3,88	3,99	3,26	3,11

Функція ймовірностей $\bar{R}(m, a) = 1 - R(m, a)$

m	a=0,1	a=0,2	a=0,3	a=0,4	a=0,5
0	$9,5163^{-2}$	$1,8127^{-1}$	$2,5918^{-1}$	$3,2968^{-1}$	$8,9347^{-1}$
1	$4,6788^{-3}$	$1,7523^{-2}$	$3,6936^{-2}$	$6,1552^{-2}$	$9,0204^{-2}$
2	$1,5465^{-4}$	$1,1485^{-3}$	$3,5995^{-3}$	$7,9263^{-3}$	$1,4388^{-2}$
3	$3,8468^{-6}$	$5,6840^{-5}$	$2,6581^{-4}$	$7,7625^{-4}$	$1,5613^{-3}$
4		$2,2592^{-6}$	$1,5785^{-5}$	$6,1243^{-5}$	$1,7212^{-4}$
5				$4,0427^{-6}$	$1,4165^{-5}$
6					$1,0024^{-6}$
m	a=0,6	a=0,7	a=0,8	a=0,9	
0	$4,5119^{-1}$	$5,0341^{-1}$	$5,5067^{-1}$	$5,9343^{-1}$	
1	$1,2190^{-1}$	$1,5580^{-1}$	$1,9121^{-1}$	$2,2752^{-1}$	
2	$2,3115^{-2}$	$3,4142^{-2}$	$4,7423^{-2}$	$6,2857^{-2}$	
3	$3,3587^{-3}$	$5,75350^{-3}$	$9,0799^{-3}$	$1,3459^{-2}$	
4	$3,9449^{-4}$	$7,8554^{-4}$	$1,4113^{-3}$	$2,3441^{-3}$	
5	$3,8856^{-5}$	$9,0026^{-5}$	$1,8434^{-4}$	$3,4349^{-4}$	
6	$3,2931^{-6}$	$8,8836^{-6}$	$2,0747^{-5}$	$4,3401^{-5}$	
7			$2,0502^{-6}$	$4,8172^{-6}$	

m	a=1	a=2	a=3	a=4	a=5
0	$6,3212^{-1}$	$8,6466^{-1}$	$9,5021^{-1}$	$9,8168^{-1}$	$9,9326^{-1}$
1	$2,6424^{-1}$	$5,9399^{-1}$	$8,0085^{-1}$	$9,0842^{-1}$	$9,5957^{-1}$
2	$8,0310^{-2}$	$3,2332^{-1}$	$5,7681^{-1}$	$7,6190^{-1}$	$8,7535^{-1}$
3	$1,8988^{-2}$	$1,4288^{-1}$	$3,5277^{-1}$	$5,6653^{-1}$	$7,3497^{-1}$
4	$3,6598^{-3}$	$5,2653^{-2}$	$1,8474^{-1}$	$3,7116^{-1}$	$5,5951^{-1}$
5	$5,9418^{-4}$	$1,6564^{-2}$	$8,3918^{-2}$	$2,1487^{-1}$	$3,8404^{-1}$
6	$8,3241^{-5}$	$4,5338^{-3}$	$3,3509^{-2}$	$1,1067^{-1}$	$2,3782^{-1}$
7	$1,0219^{-5}$	$1,0967^{-3}$	$1,1905^{-2}$	$5,1134^{-2}$	$1,3337^{-1}$
8	$1,1252^{-6}$	$2,3745^{-4}$	$3,8030^{-3}$	$2,1368^{-2}$	$6,8094^{-2}$
9		$4,6498^{-5}$	$1,1025^{-3}$	$8,1322^{-3}$	$3,1828^{-2}$
10		$8,3082^{-6}$	$2,9234^{-4}$	$2,839^{-3}$	$1,3695^{-2}$
11		$1,3646^{-6}$	$7,1387^{-5}$	$9,1523^{-4}$	$5,4531^{-3}$
12			$1,6149^{-5}$	$2,7372^{-4}$	$2,0189^{-3}$
13			$3,4019^{-6}$	$7,6328^{-5}$	$6,9799^{-4}$
14				$1,9932^{-5}$	$2,2625^{-4}$
15				$4,8926^{-6}$	$6,9008^{-5}$
16				$1,1328^{-6}$	$1,9869^{-5}$
17					$5,4163^{-6}$
18					$1,4017^{-6}$

Продовження табл. В3

m	a=6	a=7	a=8	a=9	a=10
0	9,9752 ⁻¹	9,9909 ⁻¹	9,9966 ⁻¹	9,9988 ⁻¹	9,9995 ⁻¹
1	9,8265 ⁻¹	9,9270 ⁻¹	9,9698 ⁻¹	9,9877 ⁻¹	9,9950 ⁻¹
2	9,3803 ⁻¹	9,7036 ⁻¹	9,8625 ⁻¹	9,9377 ⁻¹	9,9723 ⁻¹
3	8,4880 ⁻¹	9,1823 ⁻¹	9,5762 ⁻¹	9,7877 ⁻¹	9,8966 ⁻¹
4	7,1494 ⁻¹	8,2701 ⁻¹	9,0037 ⁻¹	9,4504 ⁻¹	9,7075 ⁻¹
5	5,5432 ⁻¹	6,9929 ⁻¹	8,0876 ⁻¹	8,8431 ⁻¹	9,3291 ⁻¹
6	39370 ⁻¹	5,5029 ⁻¹	6,8663 ⁻¹	7,9322 ⁻¹	8,6986 ⁻¹
7	2,5602 ⁻¹	4,0129 ⁻¹	5,4704 ⁻¹	6,7610 ⁻¹	7,7978 ⁻¹
8	1,5276 ⁻¹	2,7091 ⁻¹	4,0745 ⁻¹	5,4435 ⁻¹	6,6718 ⁻¹
9	8,3924 ⁻²	1,6950 ⁻¹	2,8338 ⁻¹	4,1259 ⁻¹	5,4207 ⁻¹
10	4,2621 ⁻²	9,8521 ⁻²	1,8411 ⁻¹	2,9401 ⁻¹	4,1696 ⁻¹
11	2,0092 ⁻²	5,3350 ⁻²	1,1192 ⁻¹	1,9699 ⁻¹	3,0322 ⁻¹
12	8,8275 ⁻³	2,7000 ⁻²	6,3797 ⁻²	1,2423 ⁻²	2,0844 ⁻¹
13	3,6285 ⁻³	1,2811 ⁻²	3,4181 ⁻²	7,3851 ⁻²	1,3554 ⁻¹
14	1,4004 ⁻³	5,7172 ⁻³	1,7257 ⁻²	4,1466 ⁻²	8,3458 ⁻²
15	5,0910 ⁻⁴	2,4066 ⁻³	8,2310 ⁻³	2,2036 ⁻²	4,8740 ⁻²
16	1,7488 ⁻⁴	9,5818 ⁻⁴	3,7180 ⁻³	1,1106 ⁻²	2,7042 ⁻²
17	5,6917 ⁻⁵	3,6178 ⁻⁴	1,5943 ⁻³	5,3196 ⁻³	1,4278 ⁻²
18	1,7597 ⁻⁵	1,2985 ⁻⁴	6,5037 ⁻⁴	2,4264 ⁻³	7,1868 ⁻³
19	5,1802 ⁻⁶	4,4402 ⁻⁵	2,5294 ⁻⁴	1,0560 ⁻³	3,4543 ⁻³
20	1,4551 ⁻⁶	1,4495 ⁻⁵	9,3968 ⁻⁵	4,3925 ⁻⁴	1,5883 ⁻³
21		4,5263 ⁻⁶	3,3407 ⁻⁵	1,7495 ⁻⁴	6,9965 ⁻⁴
22		1,3543 ⁻⁶	1,1385 ⁻⁵	6,6828 ⁻⁵	2,9574 ⁻⁴
23			3,7255 ⁻⁶	2,4519 ⁻⁵	1,2012 ⁻⁴
24			1,1722 ⁻⁶	8,6531 ⁻⁶	4,6946 ⁻⁵
25				2,9414 ⁻⁶	1,7680 ⁻⁵
26					6,4229 ⁻⁶
27					2,2535 ⁻⁶

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
Розділ 1	
ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	4
1.1. Система понять наукових знань	4
1.2. Структура та сутність методів наукового пізнання.....	8
1.3. Основні закономірності розвитку наукових знань	13
1.4. Визначення структури та етапів прикладного дослідження	14
1.5. Обґрунтування напряму дослідження	17
Запитання для самоконтролю.....	20
Література.....	20
Розділ 2	
МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ	
ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ.....	21
2.1. Основні вимоги до математичних моделей технічних об'єктів та їхня класифікація	21
2.2. Принципи та етапи розробки математичних моделей функціональних систем технічних об'єктів	29
2.3. Імітаційна модель опису функціонування перевантажувального маніпулятора	33
2.4. Розробка узагальнених математичних моделей (УММ) на основі математичного планування експерименту	38
Запитання для самоконтролю	44
Література.....	45
Розділ 3	
ОБґРУНТУВАННЯ ІНЖЕНЕРНИХ РІШЕНЬ	
ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ТЕХНІЧНИХ ТА ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ	46
3.1. Основні етапи життєвого циклу технічних систем.....	46
3.2. Системний підхід в дослідженні технічних об'єктів.....	52
3.3. Принципи постановки проблеми дослідження та інженерних задач	56
3.4. Структура інженерних задач	59
3.5. Методологічні принципи обґрунтування інженерних рішень	63
3.6. Загальні методи аналізу технічних систем	68
3.7. Метод функціонально – вартісного аналізу технічних об'єктів. Загальна система проведення	75
3.8. Аналіз функціональних моделей технічних систем	80
3.9. Творчий пошук при обґрунтуванні технічних рішень	90
Запитання для самоконтролю знань.....	94
Література.....	95
Розділ 4	
ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МЕТРОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	96
ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ.....	96
4.1. Базові терміни та поняття в галузі метрології.....	96
4.2. Систематизація фізичних величин	99
4.3. Класифікація способів вимірювань фізичних величин	103
4.4. Похибки вимірювань та їхні види	106
4.5. Загальна характеристика методів та засобів вимірювань	110

Запитання для самоконтролю знань	114
Література.....	115
Розділ 5	
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ (ТС)...	116
5.1. Роль експерименту у дослідженні ТС	116
5.2. Однофакторний експеримент	121
5.2.1. Види зв'язків між двома параметрами	121
5.2.2. Визначення взаємозв'язку параметрів і значень коefficientів залежностей	124
5.2.3. Визначення щільності зв'язку між двома змінними величинами	129
5.2.4. Планування однофакторного експерименту	134
5.3. Багатофакторний експеримент	137
5.3.1. Характеристика багатофакторного експерименту	137
5.3.2. Пасивний багатофакторний експеримент	137
5.3.3. Активний багатофакторний експеримент та його математичне планування	139
5.4. Статистична обробка та аналіз експериментальних даних	149
5.4.1. Мета і задачі статистичної обробки експериментальних даних	149
5.4.2. Визначення точкових характеристик емпіричного розподілу випадкових величин	150
5.4.3. Показники варіації ознаки вимірів	151
5.4.4. Інтервальні характеристики розподілу випадкових величин	155
5.4.5. Визначення довірчих інтервалів випадкових величин при малій кількості вимірів ($n \leq 25$)	158
5.4.6. Абсолютна і відносна похибка експерименту	160
5.4.7. Визначення мінімально необхідної кількості експериментів	162
Запитання для самоконтролю знань	166
Література.....	167
Розділ 6	
ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ (СМО) В ДОСЛІДЖЕННІ ТС	168
6.1. Узагальнена структура, класифікація та характеристики ефективності СМО.....	168
6.2. Формалізація СМО марковськими випадковими процесами.....	173
6.3. Пуассонівські СМО розімкнутого типу. Методи аналізу	180
6.4. СМО з відмовами в обслуговуванні та відсутності черги чекання	184
6.5. СМО з відмовами при багатоканальному обслуговуванні	188
Запитання до самоконтролю знань	190
Література.....	190
Додаток А	191
Додаток Б.....	196
Додаток В	202

Навчальне видання

НОСКО Павло Леонідович
НИГОРА Володимир Миколайович
ФІЛЬ Павло Володимирович
БОЙКО Григорій Олексійович

**МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ
НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ
МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Редактори	З.І. Андронova Л.В. Бугокова
Техн. редактор	Т.М. Дроговоз
Оригінал-макет	Г.С. Федорова

Підписано до друку 02.02.2009
Формат 60x84 $\frac{1}{16}$. Папір типограф. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Умов. друк. арк. 12,9. Обл. вид. арк. 13,0, 1.
Тираж 100 прим. Вид. № 2262. Замов. №

Видавництво Східноукраїнського національного
університету імені Володимира Даля

Свідоцтво про реєстрацію: серія ДК № 1620 від 18.12.2003

Адреса видавництва: 91034, м. Луганськ, кв. Молодіжний, 20а
Телефон: 8 (0642) 41 –34 –12. Факс: 8 (0642) 41 –31 –60
E –mail: uni@snu.edu.ua. <http://snu.edu.ua>