

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



**ГОЛУБНИЧИЙ Олексій Георгійович**

УДК 621.396:51-74 (043.3)

**МЕТОДОЛОГІЯ СИНТЕЗУ ТА ОБРОБКИ  
УЗАГАЛЬНЕНИХ БІНАРНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ  
БАРКЕРА ДЛЯ ШИРОКОСМУГОВИХ КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ**

05.12.02 – «Телекомунікаційні системи та мережі»

**Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Київ – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі телекомунікаційних та радіоелектронних систем Національного авіаційного університету Міністерства освіти і науки України.

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор  
**Конахович Георгій Филімонович**,  
Національний авіаційний університет,  
професор кафедри телекомунікаційних та  
радіоелектронних систем

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, доцент  
**Москалець Микола Вадимович**,  
Харківський національний  
університет радіоелектроніки,  
професор кафедри інфокомунікаційної інженерії  
імені В.В. Поповського

доктор технічних наук, професор  
**Толіпа Сергій Васильович**,  
Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка,  
професор кафедри кібербезпеки  
та захисту інформації

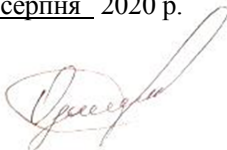
доктор технічних наук, доцент  
**Отрох Сергій Іванович**,  
Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського”,  
професор кафедри автоматизації проектування  
енергетичних процесів і систем

Захист відбудеться «24» вересня 2020 р. о 13<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.062.19 у Національному авіаційному університеті за адресою: 03058, м. Київ, пр. Любомира Гузара, 1, ауд. 3-201.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Національного авіаційного університету за адресою: 03058, м. Київ, пр. Любомира Гузара, 1.

Автореферат розісланий «20» серпня 2020 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради,  
д.т.н., доцент



Р. С. Одарченко

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми дослідження.** На фізичному рівні сучасних широкосмугових телекомунікаційних систем (ТКС), в яких здійснюється розширення спектру інформаційного сигналу (*spread-spectrum telecommunications*), використовуються, а у перспективних ТКС, наприклад таких, як 5G з технологіями фізичного рівня *multi-carrier DSSS & MIMO, NOMA* тощо, – планується використовувати, сигнально-кодові конструкції, зокрема, на основі бінарних дискретно-кодованих послідовностей (ДКП), основними визначальними властивостями яких є їх кореляційні властивості. Від цих властивостей залежать характеристики та якість виявлення сигналів на фізичному рівні ТКС і, як наслідок, пропускна спроможність, завадостійкість, якість передавання дискретних повідомлень у каналах зв'язку з постійними та змінними параметрами.

Кореляційні властивості ДКП та їх систем залежать від значень та форми автокореляційної функції (АКФ), періодичної автокореляційної функції (ПАКФ), взаємнокореляційної функції (ВКФ) та періодичної взаємнокореляційної функції (ПВКФ), які виокремлені у теорії складних (шумоподібних) сигналів та використовуються при аналізі та синтезі ДКП. З теорії електричного зв'язку та теорії обробки сигналів відомо, що високі показники якості передавання дискретних повідомлень у каналах зв'язку широкосмугових ТКС забезпечуються при АКФ ДКП, яка близька за формою до  $\delta$ -функції Дірака; ПАКФ ДКП, яка близька за формою до періодично повторюваної з періодом ДКП  $\delta$ -функції Дірака; ВКФ та ПВКФ у системі ДКП, при яких виконуються умови часткової або повної (при відповідних нульових значеннях ВКФ або ПВКФ) ортогональності сигнально-кодових конструкцій на фізичному рівні широкосмугових ТКС.

Для бінарних ДКП та систем ДКП, до яких висуваються вимоги щодо вищевказаних значень та форми їх ПАКФ, ВКФ або ПВКФ, відомі регулярні методи їх синтезу, що дозволяють формувати ДКП з використанням певних детермінованих правил кодування (синтезу). Наприклад, регулярні методи синтезу відомі для М-послідовностей (оптимальні за формою ПАКФ в умовах бінарних структур ДКП), функцій Уолша (оптимальні ВКФ за рахунок ортогональності систем ДКП при відсутності часових зсувів між ДКП), кодів Голда (квазіоптимальні ПВКФ при довільних часових зсувах між ДКП у системі ДКП).

Натомість регулярні методи синтезу бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімаксимним критерієм щодо їх АКФ, тобто таких ДКП, що характеризуються мінімально можливим значенням максимального рівня абсолютних значень бічних пелюсток АКФ ДКП серед усіх можливих структур ДКП при заданих умовах, що робить АКФ таких ДКП близькою за формою до  $\delta$ -функції Дірака, є *невідомими*, а усі відомі методи синтезу ДКП з такими АКФ містять як один з етапів перебір (В. С. Гантмахер, Д. В. Чеботарьов, Н. Є. Бистров, 2005). Відсутність регулярних методів синтезу бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімаксимним критерієм щодо їх АКФ, пов'язана з аналізом та синтезом регулярних (певним чином упорядкованих) структур таких ДКП та є науковою теоретичною проблемою.

У англomовній науковій літературі ця проблема дістала назви “*Low Autocorrelation Binary Sequence Problem*” та “*Searches for Low Autocorrelation Peak Sidelobe Level (low-PSL) Codes*”, які у результатах сучасних наукових досліджень характеризуються як “*hard combinatorial problem*” (J. Brest, B. Bošković, 2018), причиною чого, зокрема, є відсутність зазначених вище регулярних методів синтезу бінарних ДКП.

Складність проблеми та обмеженість існуючих методологічних підходів, які характеризуються нерегулярними методами синтезу ДКП (напрямленим перебір, евристичні методи тощо), пов'язані з тим, що математична постановка проблеми у загальному вигляді зводиться до необхідності розв'язання системи нелінійних діофантових рівнянь або нерівностей (відносно невідомих цілочисельних елементів ДКП), що є предметом десятої проблеми Гільберта, для якої доведена її алгоритмічна нерозв'язність (Ю. Матіясевич, 1970). Цей факт лежить в основі гіпотези про те, що не існує якої-небудь системи методів для прямого розв'язання в загальному вигляді зазначеної проблеми відсутності регулярних методів синтезу ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ, що, у свою чергу, потребує наукових досліджень та пошуку шляхів розв'язання цієї проблеми непрямым чином. Окрім того, проблема відсутності регулярних методів синтезу бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ, містить *протириччя*, яке полягає в тому, що регулярні методи синтезу можуть формувати певні регулярні структури ДКП, а для цих ДКП, які відповідають моделі дельта-корельованого дискретного випадкового процесу з обмеженням його значень (бінарна структура ДКП), в цілому властивою повинна бути відсутність регулярних структур у їх складі.

Бінарними ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ за умов додаткових, найжорсткіших з точки зору бінарних структур ДКП, обмежень на максимальний рівень абсолютних значень бічних пелюсток АКФ, є бінарні послідовності Баркера, що визначає їх велику теоретичну та практичну цінність. Наукові літературні джерела містять факти про те, що усі відомі бінарні послідовності Баркера були знайдені методом напрямленого перебору, а їх існування при парному числі елементів ДКП, більшим від чотирьох, залишається *невідомим*, зокрема через відсутність їх регулярних методів синтезу.

Значний внесок у теорію телекомунікаційних систем у галузі синтезу ДКП, основними властивостями яких є кореляційні, зокрема структура АКФ, внесли R. H. Barker, P. S. Moharig, R. C. Dixon, S. W. Golomb, M. Golay, R. Scholtz, N. Chang, R. J. Turyn, C. J. Nunn, G. E. Coxson, J. Jedwab, M. G. Parker, M. Friese, K.-U. Schmidt, D.G. Luenberger, M. A. Nasrabadi, M. H. Bastani, A. Ukil, J. Brest, B. Bošković, J. С. Варакін, Е. І. Кренгель, В. С. Гантмахер, М. І. Мазурков, А. Я. Білецький, К. О. Мешковський, В. Я. Чечельницький, О. А. Смірнов, О. Д. Мрачковський та інші.

Однак, оскільки у зазначеній галузі залишаються невідомими регулярні методи синтезу бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ, тому, враховуючи вищевикладені практичні та теоретичні аспекти, *актуальною науково-технічною проблемою* є розроблення методології синтезу та обробки узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх мультиплікативно-комплементарних структур, відмінною характерною рисою якої було б узагальнення усіх відомих бінарних послідовностей Баркера та подальший розвиток цього типу ДКП на основі нових узагальнених структур ДКП та їх комбінаторних систем, які могли б бути представлені як регулярні структури та синтезовані саме з використанням регулярних методів синтезу.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційне дослідження відповідає п.2 напрямів розвитку телекомунікаційних мереж, визначених Концепцією розвитку телекомунікацій в Україні, у частині розвитку широкосмугового абонентського доступу з використанням перспективних технологічних рішень, зокрема технологій надширокосмугового радіодоступу.

Результати дисертації використані у НДР № 674-ДБ10 “Технологія створення, експлуатації та експертизи комплексних систем захисту інформації” (№ держ. реєстрації 0110U000225), НДР № 874-ДБ13 “Створення та дослідження нових систем захищеного авіаційного радіозв’язку в рамках концепції CNS/ATM ICAO” (№ держ. реєстрації 0113U000093), в яких автор був виконавцем та які виконувались на кафедрі телекомунікаційних систем Національного авіаційного університету. Частина дисертаційного дослідження була виконана автором відповідно до плану наукових досліджень у рамках програми міжнародної академічної мобільності Erasmus Mundus ACTIVE (Action 2 Lot 5, postdoctoral exchange) в Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes університету Ecole Centrale de Nantes (м. Нант, Франція) у 2015-16 рр. (Agreement No AC/TG1/ECN/PD/18/2015).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розроблення методології синтезу та обробки узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх мультиплікативно комплементарних структур для фізичного рівня широкосмугових телекомунікаційних систем, яка узагальнює усі відомі бінарні послідовності Баркера та розвиває цей тип послідовностей шляхом введення нових регулярних структур бінарних послідовностей, їх комбінаторних систем та регулярних методів їх синтезу.

Для досягнення поставленої мети дослідження як основний було використано загальнонауковий підхід “синтез через аналіз” (дозволив отримати зазначене у меті узагальнення), а також здійснено постановку та розв’язання таких наукових задач:

- розроблення параметрично-критеріальної модифікації ЕМ-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі для системно-структурного аналізу кореляційних зв’язків у системах кодових конструкцій, а також на її основі методу структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами, якими у дослідженні є комбінаторні набори інверсно-ізоморфних структур усіх відомих бінарних послідовностей Баркера;

- виявлення базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера та обґрунтування класифікації узагальнених бінарних послідовностей Баркера за типами;

- розроблення регулярного методу синтезу узагальнених бінарних послідовностей Баркера;

- систематизація та аналіз властивостей регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера, які можуть бути синтезовані з використанням регулярного методу їх синтезу;

- розроблення повної системи математичних моделей для аналітичного опису автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера як регулярних структур;

- розроблення повної системи математичних моделей декомпозиційного представлення структур автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера на основі проріджених за значенням зсуву лінійних складових та локально розташованих точок автокореляційної функції;

- виявлення та аналіз системних властивостей структур автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера;

- розроблення методу синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера;

- розроблення методу декомпозиції структури вихідного сигналу на виході системи обробки мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних послідовностей Баркера;

– аналіз взаємнокореляційних властивостей систем мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних послідовностей Баркера;

– розроблення методу оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодкових конструкцій та завад на фізичному рівні широкосмугових каналів передавання інформації з постійними та змінними параметрами, в яких використовуються узагальнені бінарні послідовності Баркера;

– порівняльний аналіз якості (завадостійкість, спектральна ефективність, пропускна спроможність) передавання повідомлень у каналах зв'язку з постійними та змінними параметрами при використанні узагальнених бінарних послідовностей Баркера та комплементарних послідовностей Голея (найближчий аналог).

**Об'єктом дослідження** є процеси синтезу та обробки бінарних ДКП та їх комбінаторних систем, основними властивостями яких є їх кореляційні властивості (форма автокореляційної функції) та які використовуються на фізичному рівні широкосмугових телекомунікаційних систем для передавання інформації каналами з постійними та змінними параметрами.

**Предметом дослідження** є методи та моделі аналізу, регулярні методи синтезу сигналів та кодів для передавання інформації у широкосмугових каналах зв'язку.

**Методи дослідження**, які є основними у дисертації, ґрунтуються на основі теорії шумоподібних сигналів та теорії обробки сигналів (розроблення регулярного методу синтезу узагальнених бінарних послідовностей Баркера, методу оцінювання енергетичних параметрів сигналів та завад), теорії інформації та передавання сигналів (порівняльний аналіз якості передавання повідомлень при використанні синтезованих та відомих ДКП), теорії ймовірності та математичної статистики (гаусівська змішана модель, ЕМ-алгоритм та метод k-середніх, метод максимальної правдоподібності при синтезі регулярних структур ДКП; математичні моделі для оцінювання щільностей розподілу ймовірностей значень сигналу на виході системи обробки мультиплікативно комплементарних ДКП), теорії множин (аналітичний опис АКФ ДКП), теорії систем (емерджентність та інші системні властивості синтезованих ДКП та їх АКФ), методів кластерного аналізу (аналіз інверсно-ізоморфних структур відомих бінарних послідовностей Баркера), структурного прогнозування (виділення базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера), структурно-логічного аналізу (аналіз структур синтезованих ДКП, їх АКФ, структури сигналу на виході системи обробки мультиплікативно комплементарних ДКП).

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає в наступному:

– *вперше розроблено* метод структуризації кодкових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами, який за рахунок розробленої у дисертації параметрично-критеріальної модифікації ЕМ-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі для аналізу кореляційних зв'язків у системі кодкових конструкцій дозволив виявити базові регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера та обґрунтувати класифікацію узагальнених бінарних послідовностей Баркера за типами з метою подальшого розроблення регулярних методів синтезу сигнально-кодкових конструкцій на їх основі для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами;

– *вперше розроблено* класифікацію узагальнених бінарних послідовностей Баркера за типами, обґрунтовану за рахунок аналізу виявлених базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера, а також апостеріорної перевірки виявленої кластеризації цих структур з використанням методу k-середніх,

яка разом з результатами аналізу виявлених базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера дозволила синтезувати детерміновані правила кодування узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх мультиплікативно комплементарних структур з метою їх використання як сигнально-кодових конструкцій для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами;

– *вперше розроблено* регулярний метод синтезу узагальнених бінарних послідовностей Баркера, який за рахунок детермінованих правил кодування узагальнених бінарних послідовностей Баркера дозволив отримати регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера, їх мультиплікативно комплементарні структури та виявити у них системні властивості з метою синтезу сигнально-кодових конструкцій, які підвищують пропускну спроможність систем передавання дискретних повідомлень у широкосмугових каналах зв'язку з постійними та змінними параметрами у порівнянні з комплементарними послідовностями Голя (найближчий аналог);

– *вперше розроблено* повну систему математичних моделей для аналітичного опису автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера, які за рахунок структурно-логічного аналізу та декомпозиційного представлення автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера лінійними складовими дозволили проводити аналіз та виявляти системні властивості у автокореляційних функціях узагальнених бінарних послідовностей Баркера, синтезувати мультиплікативно комплементарні структури сигнально-кодових конструкцій на їх основі для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами;

– *вперше розроблено* метод синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера, який за рахунок виявлених системних властивостей (емерджентність) у структурах автокореляційних функцій узагальнених бінарних послідовностей Баркера та мультиплікативної сумісної обробки результатів узгодженої фільтрації сигнальних складових дозволяє здійснювати синтез та обробку сигнально-кодових конструкцій на основі мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера, що зменшує ймовірність помилок першого роду при виявленні сигналів у широкосмугових каналах передавання інформації з постійними та змінними параметрами та підвищує пропускну спроможність передавання дискретних повідомлень у них у порівнянні з комплементарними послідовностями Голя (найближчий аналог);

– *вперше розроблено* метод декомпозиції мультиплікативної структури сигналу на виході системи сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера, який за рахунок виокремлення частинних пелюсток у складі сигналу дозволив здійснювати статистичний аналіз вихідного сигналу з нестационарним характером складової завад при обробці сигнально-кодових конструкцій на основі узагальнених бінарних послідовностей Баркера при їх використанні для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами;

– *вперше розроблено* метод оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодових конструкцій та завад, який за рахунок непрямих вимірювань, реалізованих шляхом статистичного аналізу сигналів на виході системи

кореляційної обробки сигналів, дозволяє одночасно оцінювати постійні та змінні параметри (рівень повільних завмирань та дисперсію адитивних завад) широкосмугових каналів передавання інформації при використанні сигнально-кодових конструкцій на основі узагальнених бінарних послідовностей Баркера, підвищувати живучість зв'язку на фізичному рівні широкосмугових телекомунікаційних систем при використанні таких каналів зв'язку до зовнішніх впливів, пов'язаних з чутливістю мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера до мультиплікативних завад;

– отримали подальший розвиток аналітичні моделі оцінювання показників якості (завадостійкість, пропускна спроможність, спектральна ефективність) передавання інформації у широкосмугових каналах зв'язку шляхом розроблення таких моделей для випадку використання узагальнених бінарних послідовностей Баркера як сигнально-кодових конструкцій для передавання інформації широкосмуговими каналами зв'язку з поостійними та змінними параметрами, що дозволило аналітично оцінювати зазначені показники якості;

– вперше розроблено методологію синтезу та обробки узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх мультиплікативно комплементарних структур, яка за рахунок їх синтезованих регулярних структур та їх системно досліджених властивостей розв'язує науково-прикладну проблему синтезу бінарних дискретно-кодованих послідовностей, які є оптимальними за мінімаксімним критерієм щодо їх автокореляційної функції, у частині синтезу регулярних структур цих дискретно-кодованих послідовностей та їх комбінаторних систем в умовах обмежень на максимальний рівень абсолютних значень бічних пелюсток їх автокореляційної функції (послідовності Баркера), що дозволяє використовувати їх для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами та підвищити пропускну спроможність передавання дискретних повідомлень у таких каналах у порівнянні з комплементарними послідовностями Голя (найближчий аналог).

#### **Практичне значення одержаних результатів:**

– розроблено детерміновані правила кодування узагальнених бінарних послідовностей Баркера для значень їх довжин  $N = 4k - 1$ ,  $N = 4k$  та  $N = 4k + 1$ ,  $k \in \mathbb{Z}_+$ ;

– розроблено процедури для виявлення внутрішніх структур та взаємозв'язків між ними у системах ДКП, які апіорі можуть вважатися такими, що мають стохастичний (неструктурований) характер;

– розроблено додаткові критерії кластеризації для забезпечення виходу зі стану математичної сингулярності (програмно ідентифікуються повідомленнями типу “ділення на 0”) при кластеризації систем ДКП на основі використання ЕМ-алгоритму при аналізі сигнально-кодових конструкцій фізичного рівня широкосмугових ТКС;

– розроблено алгоритм формування та структурну схему обробки сигналів на фізичному рівні широкосмугових ТКС для випадку використання мультиплікативно комплементарних систем ДКП на основі узагальнених бінарних послідовностей Баркера; спектральна ефективність передавання при використанні розробленого алгоритму та схеми обробки сигналів вища до 1,6 раз при меншій ймовірності виникнення помилок першого роду (при виявленні сигналів) через до 4,1 дБ вище співвідношення сигнал/шум у області бічних пелюсток сигналу на виході системи обробки сигналів у порівнянні з найближчим аналогом (комплементарними



послідовностями Голея); підвищення вказаних показників супроводжується негативним явищем підвищення ймовірності виникнення помилок другого роду (при виявленні сигналів) через до 8,9 дБ нижче співвідношення сигнал/шум у області основної пелюстки сигналу на виході системи обробки сигналів у порівнянні з найближчим аналогом, що визначає сферу практичного застосування розробленого алгоритму та схеми обробки сигналів на фізичному рівні ТКС, які є більш критичними до помилок першого роду, ніж до помилок другого роду при виявленні сигналів (наприклад, передавання сигналів у дискретних каналах керування БПЛА);

– розроблено структурну схему передавання інформації у ТКС, що функціонують за технологією DSSS, з використанням узагальнених бінарних послідовностей Баркера, особливістю якої у порівнянні з найближчим аналогом (комплементарними послідовностями Голея) є краща адаптованість (через структурні особливості систем синтезованих ДКП) до використання методів багатопозиційної модуляції з кількістю можливих станів сигналу, більшою чотирьох (8-PSK, QAM-16 тощо);

– визначено можливості використання узагальнених бінарних послідовностей Баркера як квазіортогональних сигнально-кодових конструкцій; виявлено, що ці можливості обмежуються максимальним абсолютним значенням нормованої функції взаємної кореляції, яке для синтезованих систем ДКП складає 0,25;

– розроблено алгоритм роботи та структурну схему системи оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодових конструкцій, що використовуються для передавання складових синтезованих систем ДКП, та завод на фізичному рівні ширококугових каналів передавання інформації з постійними та змінними параметрами; визначено особливості умов використання розробленого алгоритму та структурної схеми.

Результати дисертації можуть бути використані для побудови каналів зв'язку у ширококугових ТКС, які працюють за технологією DSSS. Результати впроваджено у науково-технічну діяльність Авіакомпанії «Украерорух» (ДП «Украерорух») та освітню діяльність кафедри телекомунікаційних та радіоелектронних систем факультету Аеронавігації, електроніки та телекомунікацій Національного авіаційного університету.

**Особистий внесок здобувача.** Наукові положення та результати дисертації отримані автором самостійно. У опублікованих у співавторстві роботах автором дисертації зроблено такий особистий внесок: [1], [15] – розроблено регулярний метод синтезу мультиплікативно комплементарних ДКП на основі узагальнених бінарних послідовностей Баркера; [2] – проаналізовано особливості методу при використанні різних спектральних складових ДКП; [3] – порівняльний аналіз адитивно та мультиплікативно комплементарних ДКП; [4] – проаналізовано вплив показників якості зв'язку на надійність радіонавігаційних систем; [5] – розроблено сигнально-кодові конструкції з низьким еквівалентним рівнем бічних пелюсток АКФ; [6] – синтезовано моделі каналів зв'язку для БПЛА з використанням узагальнених бінарних послідовностей Баркера; [18] – розроблено формулу та опис винаходу; [23], [24] – розроблено складові елементів структурних схем корисних моделей; [25], [34], [35] – проаналізовано передавання інформації по каналам авіаційного зв'язку; [26] – проаналізовано ширококуговий канал авіаційної рухомої супутникової служби; [27], [28] – оцінено впливу параметрів сигналів у каналах зв'язку; [29] – розроблено модель кластеризації променів; [43] – обґрунтовано особливості архітектури ТКС; інші 26 робіт з 44, які наведено в авторефераті, опубліковано одноосібно без співавторів.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення та результати дисертаційної роботи докладалися і обговорювалися на IEEE 4<sup>th</sup> та 5<sup>th</sup> International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control / MSNMC-2016, MSNMC-2018 (Київ, 2016, 2018), науковому семінарі Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes “Journée ADTSI” (Nantes, France, 2015), IEEE 2<sup>nd</sup> International Conference Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments Proceedings / APUAVD-2013 (Київ, 2013), Signal Processing Symposium / SPS-2013 (Jachranka, Poland, 2013; одноосібна наукова доповідь з подальшою публікацією, яка індексується наукометричними базами даних Scopus та Web of Science, здобула відзнаку “The Best Poster Presentation”, 2<sup>nd</sup> prize), Загальноукраїнській конференції “MATLAB та комп’ютерні обчислення в освіті, науці та інженерії” (Київ, 2019), науково-технічній конференції “Проблеми розвитку глобальної системи зв’язку, навігації, спостереження та організації повітряного руху CNS/ATM” (Київ, 2014), науково-практичній конференції “Проблеми експлуатації та захисту інформаційно-комунікаційних систем” (Київ, 2014), III Всеукраїнській науково-практичній конференції з міжнародною участю “Сучасні проблеми інформаційної безпеки на транспорті” / СПБТ-2013 (Миколаїв, 2013), XIII Міжнародній науково-практичній конференції молодих учених і студентів “Політ. Сучасні проблеми науки” (Київ, 2013), Міжнародній науковій конференції “Statistical Methods of Signal and Data Processing” / SMSDP-2013 (Київ, 2013), науково-практичних конференціях “Захист інформації в інформаційно-комунікаційних системах” (Київ, 2011, 2012, 2013), Всеукраїнській науково-практичній конференції молодих учених і студентів “Проблеми навігації і управління рухом” (Київ, 2013), XI Міжнародній науково-технічній конференції “Авіа-2013” (Київ, 2013), IV науково-технічній конференції студентів та аспірантів “Захист інформації з обмеженим доступом та автоматизація її обробки” / PIRAT-2012 (Київ, 2012), I Міжнародній науково-технічній конференції “Відновлювана енергетика та антитероризм – виклики інтелектуальній робототехніці XXI сторіччя” (Київ, 2011).

**Публікації.** Основні наукові положення та результати дисертації опубліковано у 44 наукових працях, у тому числі в 1 патенті на винахід, 2 наукових статтях у періодичних виданнях іноземних держав, які індексуються наукометричною базою даних Scopus, 18 наукових статтях у періодичних фахових виданнях України (з них: 14 – опубліковано одноосібно без співавторів; 14 – опубліковано у виданнях, які включено до міжнародних наукометричних баз даних, зокрема Index Copernicus та інших), 2 патентах на корисну модель, 18 тезах доповідей та матеріалах конференцій (з них 5 індексуються наукометричними базами даних Scopus та Web of Science).

**Структура дисертації та її обсяг.** Дисертація складається з анотації, вступу, шести розділів, загальних висновків, додатків, списків літератури до розділів (205 найменувань) та має загальний обсяг 396 сторінок, у тому числі 305 сторінок основного тексту та 65 сторінок додатків, а також містить 65 рисунків та 38 таблиць.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

У **вступі** виокремлено наукову проблему, вирішенню якої присвячене дослідження, сформульовано актуальність теми дисертації, показано її зв’язок з науковими програмами, планами та темами, визначено мету, задачі, об’єкт, предмет та методи дослідження, сформульовано положення наукової новизни, зазначено відомості щодо практичної цінності, апробації та публікації результатів дисертації.

У **першому розділі** проаналізовано відомі методологічні підходи до вирішення проблеми синтезу ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ,

тобто  $\min_{\mathbf{X}} \max_{\tau, \overline{\tau}, \overline{(N-1)}} |R(\tau|\mathbf{X})| = \min_{\mathbf{X}} \max_{\tau, \overline{\tau}, \overline{(N-1)}} \left| \sum_{j=1+\tau}^N x_j x_{j-\tau} \right|$  серед  $\forall \mathbf{X}$  довжини  $N$ , де

$R(\tau|\mathbf{X}) = \sum_{j=1+\tau}^N x_j x_{j-\tau}$  – АКФ ДКП  $\mathbf{X} = \{x_i\}$ , яка у випадку бінарної ДКП складається з

елементів  $x_i = \pm 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $\tau = \overline{0, (N-1)}$  – значення зсуву (аргумент АКФ). Проблема

полягає в тому, що на сьогоднішній день невідомі регулярні методи синтезу бінарних ДКП із вказаними властивостями. Встановлено, що відомі методологічні підходи до синтезу таких ДКП ґрунтуються на використанні нерегулярних методів, основними з яких є напрямлений перебір (зокрема, з формуванням обмеження областей перебору на основі використання гіпотези про апріорний розподіл довжин блоків з однаковими елементами у структурі ДКП), евристичні методи, методи синтезу ДКП з близькою до оптимальної АКФ на основі ДКП з оптимальною ПАКФ (наприклад, на основі М-послідовностей), методи на основі алгебраїчних перетворень у полях Галуа  $GF(2^m)$ , а також методи синтезу комбінаторних ДКП (наприклад, послідовності Голея), які дають в результаті обробки сигналів еквівалентний низький рівень бічних пелюсток АКФ. Результати аналізу показали, що використання різних нерегулярних методів

дозволило синтезувати бінарні ДКП з  $N \leq 105$  та  $\rho \leq 5$ ,  $\rho = \max_{\tau, \overline{\tau}, \overline{(N-1)}} \left| \sum_{j=1+\tau}^N x_j x_{j-\tau} \right|$ ,

$\rho \in \mathbb{Z}_+$  (знайдені переважно методом напрямленого перебору), а також деякі бінарні

ДКП з  $N \leq 225$ , які мають найнижчий серед усіх інших відомих бінарних ДКП максимальний абсолютний рівень бічних пелюсток АКФ (евристичний алгоритм, *J. Brest, B. Bošković*, 2018). У складі проблеми синтезу ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ, виокремлюється проблема синтезу бінарних послідовностей Баркера, для яких мінімакний критерій щодо їх АКФ має додаткове обмеження  $\rho = 1$ . З наукових літературних джерел встановлено, що: 1) на сьогоднішній день відомі бінарні послідовності Баркера лише для  $N \leq 13$ , які були синтезовані методом напрямленого перебору (нерегулярний метод); 2) не існує таких ДКП для непарного значення  $N > 13$ ; 3) залишається невідомим, чи існують такі ДКП для парних значень  $N > 4$ . Теоретична складність проблеми синтезу регулярними методами бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімакним критерієм щодо їх АКФ, суттєвим чином пов'язана з її математичною постановкою в загальному вигляді, яка полягає у необхідності розв'язання системи  $N-1$  нелінійних діофантових

рівнянь або нерівностей виду  $\forall m \in \overline{2, N}$ ,  $\left| \sum_{j=m}^N x_j x_{j-m+1} \right| \leq \rho$ ,  $x_i = \pm 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ , що в

загальному випадку є предметом десятої проблеми Гільберта, для якої доведена її алгоритмічна нерозв'язність (*Ю. Матіасевич*, 1970). Сформульовано *основну наукову гіпотезу* дослідження, яка полягає в тому що бінарні послідовності Баркера є частиною більш узагальнених регулярних структур ДКП, які можуть бути синтезовані саме регулярними методами синтезу, обґрунтовано використання підходу “синтез через аналіз” (узагальнених структур ДКП на основі їх частинних відомих випадків).

**Другий розділ** присвячено виявленню апіорі невідомих базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера та обґрунтуванню їх класифікації за типами на основі методів та підходів кластерного аналізу, структурного прогнозування та структурно-логічного аналізу. Для цього розроблено параметрично-критеріальну модифікацію *expectation-maximization* (EM) алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі для системно-структурного аналізу кореляційних зв'язків у системах кодових конструкцій, а також на її основі метод структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами, якими у дослідженні є комбінаторні набори інверсно-ізоморфних структур усіх відомих бінарних послідовностей Баркера.

Особливістю бінарних ДКП Баркера, регулярні структури яких необхідно виявити, є наявність інверсно-ізоморфних структур, що полягає в тому, що одна й та сама ДКП має 4 можливі форми її запису (“зліва направо”, “справа наліво”, “зліва направо з інверсією”, “справа наліво з інверсією”). При цьому різні інверсно-ізоморфні структури мають одну й ту саму форму АКФ. У табл. 1 наведено усі відомі бінарні послідовності Баркера довжини  $N = 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13$  (для  $N = 2$  та  $N = 4$  існує дві різні ДКП), а також їх інверсно-ізоморфні структури.

Таблиця 1

Відомі бінарні послідовності Баркера та їх інверсно-ізоморфні структури

$N$	ДКП			
2	1; -1		-1; 1 *	
2	1; 1		-1; -1 *	
3	1; 1; -1	-1; -1; 1	-1; 1; 1 *	1; -1; -1
4	1; 1; 1; -1	-1; -1; -1; 1	-1; 1; 1; 1 *	1; -1; -1; -1
4	1; 1; -1; 1	-1; -1; 1; -1	1; -1; 1; 1	-1; 1; -1; -1 *
5	1; 1; 1; -1; 1	-1; -1; -1; 1; -1	1; -1; 1; 1; 1	-1; 1; -1; -1; -1 *
7	1; 1; 1; -1; -1; 1; -1	-1; -1; -1; 1; 1; -1; 1	-1; 1; -1; -1; 1; 1; 1 *	1; -1; 1; 1; -1; -1; -1
11	1; 1; 1; -1; -1; -1; 1; -1; -1; 1; -1		-1; -1; -1; 1; 1; 1; -1; 1; 1; -1; 1	
	-1; 1; -1; -1; 1; 1; -1; -1; 1; 1; 1 *		1; -1; 1; 1; -1; 1; 1; 1; 1; -1; -1	
13	1; 1; 1; 1; 1; -1; -1; 1; -1; 1; -1; 1		-1; -1; -1; -1; -1; 1; 1; 1; -1; -1; 1; -1	
	1; -1; 1; -1; 1; 1; -1; -1; 1; 1; 1; 1		-1; 1; -1; 1; -1; -1; 1; 1; -1; -1; -1; -1 *	

Наявність інверсно-ізоморфних структур визначає комбінаторну складність задачі структуризації ДКП. У табл. 1 знаком (\*) виділено ті інверсно-ізоморфні структури ДКП, які забезпечили можливість здійснення структуризації ДКП у дослідженні. Апостеріорним критерієм вибору саме цих інверсно-ізоморфних структур ДКП є максимум логарифмічної функції правдоподібності у розробленій параметрично-критеріальній модифікації EM-алгоритму (розглядається нижче). Наукова ідея методу структуризації ДКП з апіорі невідомими внутрішніми структурами, який розробляється у дисертації, полягає в тому, що взаємнокореляційні зв'язки між ДКП містять інформацію про внутрішні структури цих ДКП та взаємозв'язки між ними. Для реалізації цієї ідеї на *1-му етапі* методу визначаються взаємнокореляційні зв'язки між такими обраними інверсно-ізоморфними структурами ДКП Баркера:

$$\mathbf{X}_1 = \{-1; 1\}, \mathbf{X}_2 = \{-1; -1\}, \mathbf{X}_3 = \{-1; 1; 1\}, \mathbf{X}_4 = \{-1; 1; 1; 1\}, \mathbf{X}_5 = \{-1; 1; -1; -1\},$$

$$\mathbf{X}_6 = \{-1; 1; -1; -1; -1\}, \mathbf{X}_7 = \{-1; 1; -1; -1; 1; 1; 1\}, \mathbf{X}_8 = \{-1; 1; -1; -1; 1; -1; -1; -1; 1; 1; 1\},$$

$$\mathbf{X}_9 = \{-1; 1; -1; 1; -1; -1; 1; 1; -1; -1; -1; -1\}.$$

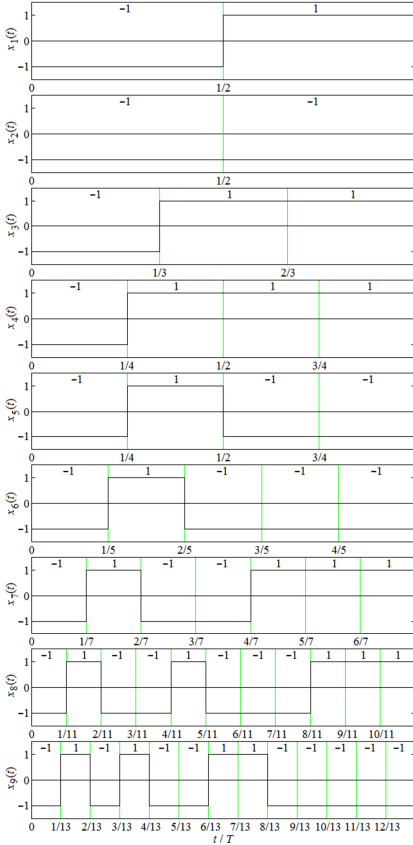


Рис. 1. Сигнально-кодові конструкції на основі ДКП  $\mathbf{X}_m$ ,  $m=\overline{1,9}$ .

Особливістю кореляційного аналізу є те, що взаємнокореляційні зв'язки визначаються для пар бінарних послідовностей Баркера різних довжин таким чином, що послідовності утворюють сигнально-кодові конструкції  $x_m(t)$ ,  $m=\overline{1,9}$ , які існують на деякому інтервалі часу  $T$ , що формалізовано виразом  $x_m(t) = \sum_{i=1}^{N_m} x_i \{H[t - (i-1)\tau_m] - H[t - i\tau_m]\}$ , де  $x_i$ ,  $i=\overline{1, N_m}$  – елементи ДКП  $\mathbf{X}_m$  довжини  $N_m$ , що утворюють  $x_m(t)$ ,  $H(t)$  – функція Гевісайда,  $\tau_m = T/N_m$  – тривалість елемента ДКП  $\mathbf{X}_m$  (рис. 1).

Кореляційний аналіз полягає у визначенні взаємнокореляційних зв'язків  $r_{u,v} = \frac{1}{T} \int_{t \in T} x_u(t)x_v(t)dt$ ,  $u=\overline{1,9}$ ,  $v=\overline{1,9}$ , у системі сигнально-кодових конструкцій  $x_m(t)$ ,  $m=\overline{1,9}$ . Результатом такого кореляційного аналізу є матриця коефіцієнтів взаємної кореляції  $\mathbf{r}$  (1).

Для подальшого статистичного аналізу використовуються лише ті елементи  $\mathbf{r}$ , які знаходяться нижче її головної діагоналі, оскільки елементи, які знаходяться вище головної діагоналі, дублюють статистичну інформацію ( $r_{u,v} = r_{v,u}$ ,  $u=\overline{1,9}$ ,  $v=\overline{1,9}$ ).

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2/3 & 1/2 & -1/2 & -2/5 & 4/7 & 2/11 & -2/13 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/2 & 1/2 & 3/5 & -1/7 & 1/11 & 5/13 \\ 2/3 & -1/3 & 1 & 5/6 & -1/6 & -7/15 & 5/21 & 7/33 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 5/6 & 1 & 0 & -3/10 & 3/14 & 1/22 & -7/26 \\ -1/2 & 1/2 & -1/6 & 0 & 1 & 7/10 & -1/2 & -1/22 & 7/26 \\ -2/5 & 3/5 & -7/15 & -3/10 & 7/10 & 1 & -1/5 & -9/55 & 19/65 \\ 4/7 & -1/7 & 5/21 & 3/14 & -1/2 & -1/5 & 1 & 15/77 & -29/91 \\ 2/11 & 1/11 & 7/33 & 1/22 & -1/22 & -9/55 & 15/77 & 1 & -3/11 \\ -2/13 & 5/13 & -1/3 & -7/26 & 7/26 & 19/65 & -29/91 & -3/11 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Статистична інформація з головної діагоналі  $r_{u,u} = 1$ ,  $u = \overline{1,9}$ , також є тривіальною та не містить відомостей, які могли б бути корисними для подальшого аналізу ДКП. Елементи  $\mathbf{r}$ , що використовуються для подальшого аналізу, записано у спосіб, який формалізовано виразом (2).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}} = (\tilde{r}_j) = & (r_{2,1}^*, r_{3,1}^*, r_{3,2}^*, r_{4,1}^*, r_{4,2}^*, r_{4,3}^*, r_{5,1}^*, r_{5,2}^*, r_{5,3}^*, r_{5,4}^*, r_{6,1}^*, r_{6,2}^*, r_{6,3}^*, r_{6,4}^*, r_{6,5}^*, r_{7,1}^*, r_{7,2}^*, r_{7,3}^*, \\ & r_{7,4}^*, r_{7,5}^*, r_{7,6}^*, r_{8,1}^*, r_{8,2}^*, r_{8,3}^*, r_{8,4}^*, r_{8,5}^*, r_{8,6}^*, r_{8,7}^*, r_{9,1}^*, r_{9,2}^*, r_{9,3}^*, r_{9,4}^*, r_{9,5}^*, r_{9,6}^*, r_{9,7}^*, r_{9,8}^*) = \\ = & (0, 2/3, -1/3, 1/2, -1/2, 5/6, -1/2, 1/2, -1/6, \\ & 0, -2/5, 3/5, -7/15, -3/10, 7/10, 4/7, -1/7, 5/21, \\ & 3/14, -1/2, -1/5, 2/11, 1/11, 7/33, 1/22, -1/22, -9/55, \\ & 15/77, -2/13, 5/13, -1/3, -7/26, 7/26, 19/65, -29/91, -3/11), \\ & j = \overline{1, D}, D = 36. \end{aligned} \quad (2)$$

На 2-му етапі методу структуризації ДКП з апіорі невідомими внутрішніми структурами проводиться подальший аналіз значень  $\tilde{\mathbf{r}}$  при їх представленні у вигляді змішаної гаусівської моделі з виділенням (кластеризацією) її компонент, яка здійснюється з використанням розробленої у дисертації параметрично-критеріальної модифікації EM-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі. Необхідність розроблення зазначеної параметрично-критеріальної модифікації EM-алгоритму викликана такими чинниками: 1) кількість компонент гаусівської змішаної моделі (структурний параметр EM-алгоритму) є апіорі невідомою та потребує обґрунтування; 2) початкове наближення параметрів моделі є апіорі невідомим та потребує обґрунтування; 3) реалізація EM-алгоритму при аналізі значень  $\tilde{\mathbf{r}}$  призводить до виникнення математичних сингулярностей з утворенням невизначеностей типу 0/0 у логарифмічній функції правдоподібності (зокрема, через малий об'єм вибірки  $D = 36$  та  $\tilde{\mathbf{r}} \in \mathbb{Q}$ ), що викликає необхідність їх розкриття, аналізу та введення додаткових критеріїв кластеризації, які б дозволили приймати рішення про корегування процедури подальшої реалізації EM-алгоритму до її збіжності з урахуванням особливостей контексту кластеризації об'єктів, якими є значення  $\tilde{\mathbf{r}}$ .

Для  $\tilde{\mathbf{r}}$  гаусівська змішана модель може бути представлена виразом (3).

$$p(\tilde{\mathbf{r}}) = \sum_{k=1}^K \theta_k \mathcal{N}(\tilde{\mathbf{r}}; \mu_k, \sigma_k^2) = \sum_{k=1}^K \frac{\theta_k}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{\mathbf{r}} - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right], \quad (3)$$

де  $p(\tilde{\mathbf{r}})$  – щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини  $\tilde{\mathbf{r}}$ ;  $K$  – кількість компонент суміші, що є гаусівською змішаною моделлю;  $\mathcal{N}(\tilde{\mathbf{r}}; \mu_k, \sigma_k^2)$  –  $k$ -а гаусівська компонента з математичним сподіванням  $\mu_k$  та дисперсією  $\sigma_k^2$ , яка входить до складу суміші  $p(\tilde{\mathbf{r}})$ ;  $\theta_k$  – ваговий коефіцієнт  $k$ -ї гаусівської компоненти у складі суміші  $p(\tilde{\mathbf{r}})$ , який є ймовірністю того, що випадкова величина  $\tilde{\mathbf{r}}$  належить  $k$ -й компоненті  $\mathcal{N}(\tilde{\mathbf{r}}; \mu_k, \sigma_k^2)$ ;  $\sum_{k=1}^K \theta_k = 1$ .

При статистичному аналізі  $\tilde{\mathbf{r}}$  з використанням гаусівської змішаної моделі (3) оцінюванню підлягають параметри моделі  $\boldsymbol{\omega} = \{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}\} = (\theta_1, \dots, \theta_K, \mu_1, \dots, \mu_K, \sigma_1, \dots, \sigma_K)$ , які в методі структуризації ДКП, що розробляється у дисертації, є побічним продуктом аналізу. Основним продуктом аналізу, який визначається через  $\boldsymbol{\omega}$ , є значення прихованих змінних гаусівської змішаної моделі  $\gamma = (\gamma_{j,k})$ ,  $j = \overline{1, D}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , які є апостеріорними ймовірностями того, що  $\tilde{r}_j$  належить  $k$ -й компоненті суміші (кластеру). З використанням значень  $\gamma$  виконується кластеризація значень  $\tilde{\mathbf{r}}$  з подальшим структурно-логічним аналізом отриманих у кожному кластері даних та структурним прогнозуванням регулярних структур ДКП на основі цього аналізу.

Для оцінювання  $\boldsymbol{\omega}$  та  $\gamma$  використовується розроблена в дисертації параметрично-критеріальна модифікація EM-алгоритму. EM-алгоритм за своєю сутністю реалізує метод максимальної правдоподібності, що максимізує логарифмічну функцію правдоподібності  $L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}})$  гіпотези щодо параметрів  $\boldsymbol{\omega}$  при спостережуваних даних  $\tilde{\mathbf{r}}$ , які містять  $D$  об'єктів (коефіцієнтів взаємної кореляції між досліджуваними ДКП)

$$L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}}) = \ln \prod_{j=1}^D p(\tilde{r}_j | \boldsymbol{\omega}) = \sum_{j=1}^D \ln \sum_{k=1}^K \frac{\theta_k}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right], \quad (4)$$

а оцінками параметрів компонент суміші є  $\hat{\boldsymbol{\omega}} = \arg \max_{\boldsymbol{\omega}} L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}})$ .

У своїй основі EM-алгоритм полягає у реалізації ітерацій з двох кроків:

1. E (*expectation*), на якому при поточному наближенні параметрів моделі  $\boldsymbol{\omega}^{(s-1)} = \{\boldsymbol{\theta}^{(s-1)}, \boldsymbol{\mu}^{(s-1)}, \boldsymbol{\sigma}^{(s-1)}\} = (\theta_1^{(s-1)}, \dots, \theta_K^{(s-1)}, \mu_1^{(s-1)}, \dots, \mu_K^{(s-1)}, \sigma_1^{(s-1)}, \dots, \sigma_K^{(s-1)})$ , де  $s$  – номер ітерації алгоритму (починаючи з  $s = 1$ ), оцінюються значення прихованих змінних

$$\gamma_{j,k}^{(s-1)} = \frac{\frac{\theta_k^{(s-1)}}{\sigma_k^{(s-1)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k^{(s-1)})^2}{2(\sigma_k^{(s-1)})^2} \right]}{\sum_{l=1}^K \frac{\theta_l^{(s-1)}}{\sigma_l^{(s-1)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_l^{(s-1)})^2}{2(\sigma_l^{(s-1)})^2} \right]}, \quad j = \overline{1, D}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (5)$$

На цьому кроці також оцінюється кількість  $D_k^{(s-1)}$  об'єктів з  $\tilde{\mathbf{r}}$ , які належать  $k$ -й компоненті суміші  $D_k^{(s-1)} = \sum_{j=1}^D \gamma_{j,k}^{(s-1)}$ .

2. M (*maximization*), на якому визначаються такі нові оцінки параметрів моделі  $\boldsymbol{\omega}^{(s)} = \{\boldsymbol{\theta}^{(s)}, \boldsymbol{\mu}^{(s)}, \boldsymbol{\sigma}^{(s)}\} = (\theta_1^{(s)}, \dots, \theta_K^{(s)}, \mu_1^{(s)}, \dots, \mu_K^{(s)}, \sigma_1^{(s)}, \dots, \sigma_K^{(s)})$ , які у поточній  $s$ -й ітерації максимізують  $L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}})$ :

$$\theta_k^{(s)} = \frac{D_k^{(s-1)}}{D}, \mu_k^{(s)} = \frac{1}{D_k^{(s-1)}} \sum_{j=1}^N \gamma_{j,k}^{(s-1)} \tilde{r}_j, \sigma_k^{(s)} = \sqrt{\frac{1}{D_k^{(s-1)}} \sum_{j=1}^N \gamma_{j,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)})^2}, k = \overline{1, K}. \quad (6)$$

Критерієм зупинки EM-алгоритму є умова  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) - L(\boldsymbol{\omega}^{(s-1)} | \tilde{\mathbf{r}}) < \varepsilon$ , де  $\varepsilon$  – додатне число, при якому поточну точність оцінювання параметрів моделі в контексті збіжності алгоритму можна вважати достатньою. За оцінку параметрів гаусівської змішаної моделі (3) приймається  $\hat{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}^{(s_{\max})}$ .

*Розроблення параметрично-критеріальної модифікації EM-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі.*

### 1. Обґрунтування структурного параметру $K$ та його варіативності.

Кількість об'єктів у суміші  $\tilde{\mathbf{r}}$ , які підлягають аналізу та кластеризації, становить  $D = 36$ , що є достатньо малою кількістю для виділення декількох гаусівських компонент, навіть якщо вони присутні у спостережуваній вибірці суміші (для достатнього опису однієї, наприклад  $k$ -ї, гаусівської компоненти необхідно, щоб у суміші були присутні, в залежності від її параметрів  $\mu_k$  та  $\sigma_k^2$ , принаймні  $D_k > 10 \dots 30$  об'єктів, які належать цій компоненті). Тому використання таких підходів до модифікації EM-алгоритму, в яких відбувається додавання компонент, призводить до того, що значна кількість або усі (залежить від початкового наближення параметрів моделі  $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$ ) об'єкти суміші ідентифікуються з однією й тією ж самою компонентою (одна або дві початкові компоненти при кластеризації є “аттракторами” усіх об'єктів суміші при малому об'ємі їх вибірки  $D$ ), а процес додавання компонент є суттєво ускладненим через необхідність більш складного обґрунтування критерію додавання компонент на основі, наприклад, правила  $\forall k \in \overline{1, K}, \gamma_{j,k} < \gamma_0$ , де  $\gamma_0$  – порогове значення апостеріорної ймовірності того, що  $\tilde{r}_j$  належить якійсь компоненті з поточних існуючих  $K$  компонент суміші (існує проблема вибору порогу  $\gamma_0$ , від якого, у свою чергу, залежить ймовірність помилок першого та другого роду при кластеризації). Тому при розробленні модифікації EM-алгоритму було обрано шлях використання таких підходів до його модифікації, в яких відбувається видалення компонент моделі. При цьому розроблена модифікація EM-алгоритму матиме структурний параметр  $K_{\max}$ , що є початковою максимально можливою кількістю компонент. Враховуючи те, що аналізу підлягають дані  $\tilde{\mathbf{r}}$ , які є значеннями коефіцієнтів взаємної кореляції між ДКП, можна було б обрати максимально можливу кількість компонент суміші  $K_{\max} = D = 36$ . Однак кластеризація у цьому випадку в залежності від початкового наближення параметрів моделі  $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$  може зводитися до того, що є 36 кластерів, у кожному з яких знаходиться по одному або декілька (якщо їх значення співпадають, як у випадку, наприклад,  $\tilde{r}_1 = \tilde{r}_{10}$ ) коефіцієнтів взаємної кореляції  $\tilde{r}_j$ ,  $j = \overline{1, D}$ . При цьому буде також певна кількість порожніх кластерів, оскільки  $K_{\max} = D$ , а до якогось кластеру буде входити більше одного об'єкта. Зміст та інтерпретація такої кластеризації є тривіальними і показують лише те, що будь-які дві різні ДКП певним чином корельовані між собою, що є апіорі відомим, або декілька різних ДКП корельовані між собою попарно однаково з одним і тим самим значенням коефіцієнта кореляції, що також можна визначити під час простого аналізу значень  $\tilde{\mathbf{r}}$ .



Для того щоб проаналізувати структуру певної ДКП в контексті її взаємозв'язків з іншими ДКП для виділення їх регулярних структур у системі  $\mathbf{X}_m$ ,  $m = \overline{1, 9}$ , доцільним є висунення припущення про те, що до кластеру входить принаймні два об'єкти, тому в якості початкового структурного параметру параметрично-критеріальної модифікації EM-алгоритму з видаленням компонент обрано  $K_{\max} = D/2 = 18$ .

## 2. Обґрунтування початкового наближення параметрів моделі $\omega^{(0)}$ .

Початкове наближення доцільно обрати таким чином щоб забезпечити максимально можливу еквідистантність між гаусівськими компонентами у діапазоні усіх можливих значень коефіцієнта взаємної кореляції у загальному випадку, тобто  $-1 \leq \hat{r} \leq 1$ . Це забезпечить рівномірне охоплення початковими кластерами діапазону усіх можливих значень  $\hat{r}$  під час аналізу. Положення початкових кластерів при цьому визначатиметься  $\mu^{(0)}$ , які можна визначити з умови максимально можливої еквідистантності між  $K$  кластерами таким чином:  $\mu_k^{(0)} = -1 + k\Delta\mu - \Delta\mu/2$ ,  $k = \overline{1, K}$ , де  $\Delta\mu = (\max \hat{r} - \min \hat{r})/K = 2/K$ . Ширину одного початкового кластеру можна визначити, використовуючи правило  $3\sigma$ , при якому кожен початковий кластер матиме інтервал  $(\mu_k^{(0)} - 3\sigma_k^{(0)}; \mu_k^{(0)} + 3\sigma_k^{(0)})$ . Враховуючи умову максимально можливої еквідистантності між  $K$  кластерами та правило  $3\sigma$  для ширини одного початкового кластеру, значення  $\sigma_k^{(0)}$  визначатиметься таким чином:  $\sigma_k^{(0)} = \frac{\max \hat{r} - \min \hat{r}}{6K} = \frac{1}{3K}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . В умовах апріорної невизначеності щодо розподілу об'єктів по початковим кластерам вважатимемо, що ці об'єкти розподіляються між  $K$  кластерами рівномірно, тобто  $\theta_k^{(0)} = 1/K$ ,  $k = \overline{1, K}$ .

**3. Введення та обґрунтування додаткових критеріїв кластеризації для корегування процедури реалізації EM-алгоритму за умов виникнення математичних сингулярностей у логарифмічній функції правдоподібності, а також врахування особливостей контексту кластеризації об'єктів для подальшої структуризації ДКП.**

**Критерій 1.**  $k$ -й кластер (гаусівська компонента) є порожнім (не містить об'єктів) та повинен бути видалений при подальшому аналізі тоді, коли на  $s$ -у кроці EM-алгоритму одночасно виконуються такі умови, які є взаємопов'язаними через апостеріорні ймовірності  $\gamma_{j,k}^{(s-1)}$  ( $\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0$ ,  $j = \overline{1, D}$ , при виконанні нижчезазначених жорстких умов):

- 1)  $D_k^{(s-1)} \ll 1$  (жорстка умова:  $D_k^{(s-1)} = 0$ ) – визначальна умова;
- 2)  $\sigma_k^{(s)} \approx 0$  (жорстка умова:  $\sigma_k^{(s)} = 0$ );
- 3)  $\theta_k^{(s)} \ll 1/K$  (жорстка умова:  $\theta_k^{(s)} = 0$ ).

При практичній реалізації EM-алгоритму жорсткі умови критерію 1 можуть не досягатися через те, що оцінювані апостеріорні ймовірності  $\gamma_{j,k}^{(s-1)}$ ,  $j = \overline{1, D}$ , для  $k$ -го кластеру, який не містить елементів, не завжди становлять точні значення  $\gamma_{j,k}^{(s-1)} = 0$ ,  $j = \overline{1, D}$ , а можуть бути наближеними до них з прийнятною для прийняття рішення відповідно до критерію 1 точністю оцінками, тобто  $\gamma_{j,k}^{(s-1)} \approx 0$ ,  $j = \overline{1, D}$ .

**Критерій 2.**  $k$ -й кластер (гаусівська компонента) містить лише один об'єкт та повинен бути видалений при подальшому аналізі через те, що цей один виділений об'єкт (коефіцієнт взаємної кореляції) у кластері є тривіальним (апріорі відомо, що будь-які дві різні ДКП певним чином корельовані між собою; див. також обґрунтування структурного параметру  $K_{\max}$  вище) тоді, коли на  $s$ -у кроці ЕМ-алгоритму одночасно виконуються такі умови:

- 1)  $D_k^{(s-1)} \approx 1$  (жорстка умова:  $D_k^{(s-1)} = 1$ ) – визначальна умова;
- 2)  $\sigma_k^{(s)} \approx 0$  (жорстка умова:  $\sigma_k^{(s)} = 0$ ).

Об'єкт, який виділено відповідно до критерію 2, залишається у складі  $\tilde{\mathbf{r}}$  для подальшого аналізу (подальший аналіз відбувається без видаленого  $k$ -го кластеру).

**Критерій 3.**  $k$ -й кластер (гаусівська компонента) містить декілька однакових об'єктів тоді, коли на  $s$ -у кроці ЕМ-алгоритму одночасно виконуються такі умови:

- 1)  $D_k^{(s-1)} > 1$  (жорстка умова:  $D_k^{(s-1)} > 1, D_k^{(s-1)} \in \mathbb{Z}_+$ ) – визначальна умова;
- 2)  $\sigma_k^{(s)} \approx 0$  (жорстка умова:  $\sigma_k^{(s)} = 0$ ).

ДКП, що беруть участь у формуванні об'єктів, які виділено за критерієм 3, вилучаються та аналізуються на предмет їх можливої структуризації. Подальший аналіз проводиться для даних  $\tilde{\mathbf{r}}$ , які формуються без вилучених ДКП.

Введення зазначених критеріїв 1–3 пов'язане з тим, що при вказаних для них жорстких умов виконується  $\sigma_k^{(s)} = 0$  для певного  $k$ -го кластеру, що вводить ЕМ-алгоритм в стан математичної сингулярності з утворенням невизначеностей типу  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$ , що впливає з аналізу (3). Введені критерії дозволяють виходити з зазначеного стану математичної сингулярності ЕМ-алгоритму та продовжувати подальший статистичний аналіз з кластеризацію об'єктів. При цьому введені критерії також пояснюють значення умов, якими супроводжується вхід ЕМ-алгоритму в стан математичної сингулярності в контексті розв'язуваної задачі. Для обґрунтування критеріїв 1–3 з позицій аналізу утворюваних математичних сингулярностей ЕМ-алгоритму з невизначеностями типу  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$  доведено теореми 1 та 2.

**Теорема 1.** Про математичну сингулярність ЕМ-алгоритму, яка виникає при виконанні жорстких умов критерію 1, а також її контекст при статистичному аналізі ДКП.

При виконанні жорстких умов критерію 1 на  $s$ -й ітерації ЕМ-алгоритму невизначеність типу  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$  розкриватиметься таким чином, що значення  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$  прямуватиме до такого, яке було б без порожнього  $k$ -го кластеру.

*Доведення.* Проаналізуємо невизначеність типу  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$  для загального випадку утворення на  $s$ -й ітерації  $k$ -го порожнього кластеру, тобто  $\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, D}} L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$ .

Представляючи  $\boldsymbol{\omega}^{(s)}$  через  $\boldsymbol{\gamma}^{(s-1)}$  з використанням (6), отримаємо:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) &= \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \sum_{j=1}^D \ln \sum_{k=1}^K \frac{\theta_k^{(s)}}{\sqrt{2\pi(\sigma_k^{(s)})^2}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k)^2}{2(\sigma_k^{(s)})^2} \right] \equiv \\ &\equiv \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \sum_{j=1}^D \ln \sum_{k=1}^K \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{D \sqrt{2\pi \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)})^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2} \right]. \end{aligned}$$

Проаналізуємо значення

$$A_{j,k} = \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{D \sqrt{2\pi \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)})^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2} \right].$$

Для зручності використаємо логарифмування та властивість границі неперервної функції, тобто знайдемо

$$A_{j,k} = \exp(\ln A_{j,k}) =$$

$$\begin{aligned} &= \exp \left[ \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \ln \left\{ \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{D \sqrt{2\pi \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2}} \exp \left[ -\frac{(\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)})^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2} \right] \right\} \right] = \\ &= \exp \left[ \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \left( \ln \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \ln D - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{(\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)})^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Для  $\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \left( \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right)$  використаємо правило Лопіталля,

враховуючи також те, що для порожнього  $k$ -го кластеру  $\tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \neq 0$ ,  $j = \overline{1, \overline{D}}$ :

$$\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}} = \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\frac{\partial}{\partial \gamma_{j,k}^{(s-1)}} \left\{ \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}}{\frac{\partial}{\partial \gamma_{j,k}^{(s-1)}} \left\{ \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} (\tilde{r}_p - \mu_k^{(s)})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \left( \frac{\frac{3}{2} \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2 \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right) = \\
&= \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \left( \frac{3 \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2} \right) = 0.
\end{aligned}$$

Для  $\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2}$  також використаємо правило Лопітала:

$$\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2} = \lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \frac{\frac{\partial}{\partial \gamma_{j,k}^{(s-1)}} \left\{ \left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right\}}{\frac{\partial}{\partial \gamma_{j,k}^{(s-1)}} \left\{ 2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2 \right\}} = \frac{\left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2}{2 \left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2} = \frac{1}{2}.$$

З урахуванням цього

$$\lim_{\substack{\gamma_{j,k}^{(s-1)} \rightarrow 0, \\ j=1, \overline{D}}} \left( \ln \frac{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left( \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \ln D - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{\left( \tilde{r}_j - \mu_k^{(s)} \right)^2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)}}{2 \sum_{p=1}^D \gamma_{p,k}^{(s-1)} \left( \tilde{r}_p - \mu_k^{(s)} \right)^2} \right) = -\infty,$$

$A_{j,k} = \exp(\ln A_{j,k}) = \exp(-\infty) = 0$ ,  $j = \overline{1, D}$ , для деякого  $k$ -го порожнього кластеру.

Таким чином, при статистичному аналізі ДКП з використанням розробленої у дисертації параметрично-критеріальної модифікації EM-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі можливе таке утворення в ітераційній процедурі EM-алгоритму порожніх кластерів та відповідних невизначеностей (математичних сингулярностей) у  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$ , усунення яких можливе шляхом виключення для кожного ідентифікованого за критерієм 1 порожнього  $k$ -го кластеру відповідної  $k$ -ї виродженої ( $\sigma_k^{(s)} \rightarrow 0$ ,  $\theta_k^{(s)} \rightarrow 0$ ) компоненти гаусівської змішаної моделі на  $s$ -й ітерації EM-алгоритму зі складу  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$ . Значення  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$  при цьому прямуватиме до такого, яке було б без порожнього  $k$ -го кластеру (гаусівської компоненти у складі моделі) через те, що для цього кластеру  $A_{j,k} = 0$ ,  $j = \overline{1, D}$ . ■

**Теорема 2.** *Про математичну сингулярність ЕМ-алгоритму, яка виникає при виконанні жорстких умов критеріїв 2 та 3, а також її контекст при статистичному аналізі ДКП.*

При виконанні жорстких умов критерію 2 або 3 на  $s$ -й ітерації ЕМ-алгоритму невизначеність типу  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$  розкриватиметься таким чином, що  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) \rightarrow +\infty$ , а  $k$ -й кластер містить один об'єкт або декілька однакових об'єктів.

*Доведення.* Нехай у складі суміші у вигляді гаусівської змішаної моделі ідентифікується  $k$ -а вироджена гаусівська компонента  $\mathcal{N}(\tilde{r}; \mu_k, 0)$ , яка містить у своєму складі лише одне (у випадку критерію 2) або декілька однакових значень (у випадку критерію 3) з  $\tilde{\mathbf{r}}$ . Тоді ці значення дорівнюватимуть їх середньому  $\mu_k$ , а

щільність розподілу ймовірностей  $p(\tilde{r}) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\tilde{r} - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right]$  вироджуватиметься

в цьому випадку у  $\delta$ -функцію Дірака  $p(\tilde{r} | \sigma_k \rightarrow 0) = \delta(\tilde{r} - \mu_k)$ . Така необмежена зверху  $\delta(\tilde{r} - \mu_k)$  входить до складу  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$  як вироджена  $k$ -а гаусівська компонента. Підстановка у таку  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$  значень (або одного значення)  $\tilde{r}_j = \mu_k$ , які належать  $k$ -му кластеру, дає  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}) \rightarrow +\infty$ .

Таким чином, при статистичному аналізі ДКП з використанням розробленої у дисертації параметрично-критеріальної модифікації ЕМ-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі можливе таке утворення в ітераційній процедурі ЕМ-алгоритму кластерів з лише одним об'єктом або з декількома однаковими об'єктами, а також відповідних невизначеностей (математичних сингулярностей) у  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$ , усунення яких можливе шляхом виключення для кожного ідентифікованого за критерієм 2 або критерієм 3  $k$ -го кластеру відповідної  $k$ -ї виродженої ( $\sigma_k^{(s)} \rightarrow 0$ ) компоненти гаусівської змішаної моделі на  $s$ -й ітерації ЕМ-алгоритму зі складу  $L(\omega^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}})$  та аналізу виокремлених у  $k$ -му кластері об'єктів. ■

*Реалізація розробленої параметрично-критеріальної модифікації ЕМ-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі у складі розробленого методу структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами.*

**Раунд 1.** Вхідні дані:  $\tilde{\mathbf{r}}$ ,  $D = 36$ . Структурний параметр  $K = K_{\max} = D/2 = 18$ . Початкове наближення  $\omega^{(0)}$ :  $\theta_k^{(0)} = 1/18$ ,  $\mu_k^{(0)} = -1 + (2k - 1)/18$ ,  $\sigma_k^{(0)} = 1/54$ ,  $k = \overline{1, 18}$ .

Поітераційна максимізація  $L(\omega | \tilde{\mathbf{r}})$ :  $L(\omega^{(0)} | \tilde{\mathbf{r}}) = -36,1$ ;  $L(\omega^{(1)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 28,1$ ;  $L(\omega^{(2)} | \tilde{\mathbf{r}}) = 0/0$  (досягнення математичної сингулярності модифікації ЕМ-алгоритму через виконання умов критеріїв 1 – 3 з розкриттям невизначеності при прийнятті до уваги “жорстких умов” критерію 2 та критерію 3  $L(\omega^{(2)} | \tilde{\mathbf{r}}) \rightarrow +\infty$ ).

Отримані результати:  $\theta^{(2)} = (0; 0; 0; 2 \cdot 10^{-7}; 0,11; 0,05; 0,14; 0,14; 0,06; 0,08; 0,11; 0,09; 0,03; 0,06; 0,06; 0,05; 7 \cdot 10^{-4}; 0,03)$ ,  $\mu^{(2)} = (-0,5; -0,5; -0,5; -0,5; -0,492; -0,368; -0,301; -0,165; -0,02; 0,046; 0,201; 0,265; 0,385; 0,5; 0,596; 0,686; 0,833; 0,833)$ ,  $\sigma^{(2)} = (0; 0; 0; 0; 0,014; 0,037; 0,026; 0,019; 0,023; 0,039; 0,014; 0,024; 0; 0; 0,031; 0,016; 0; 0)$ ,  $D^{(1)} = (0; 0; 0; 7 \cdot 10^{-6}; 3,99; 1,85; 5,17; 5; 2,11; 2,89; 3,94; 3,06; 1; 2; 2,29; 1,72; 0,03; 0,97)$ .

Аналіз отриманих у раунді 1 результатів.

1. Критерію 1 відповідають 5 кластерів:  $k = 1; k = 2; k = 3; k = 4; k = 17$ . Ці порожні кластери видаляються з подальшого аналізу.

2. Критерію 2 відповідають 2 кластери:  $k = 13; k = 18$ . У кластері  $k = 13$  виокремлено об'єкт  $\tilde{r}_{30}$  ( $\gamma_{30,13}^{(1)} = 1$ ), у кластері  $k = 18$  виокремлено об'єкт  $\tilde{r}_6$  ( $\gamma_{6,18}^{(1)} = 0,973$ ). Ці кластери, які містять по одному об'єкту, видаляються з подальшого аналізу. Об'єкти, які було у них виокремлено, залишаються для подальшого аналізу.

3. Критерію 3 відповідає 1 кластер  $k = 14$ , у якому виокремлено об'єкти  $\tilde{r}_4$  ( $\gamma_{4,14}^{(1)} = 0,998$ ) та  $\tilde{r}_8$  ( $\gamma_{8,14}^{(1)} = 0,998$ ). Цей кластер, який містить 2 об'єкти, видаляється з подальшого аналізу у модифікації ЕМ-алгоритму. Об'єкти, які було у ньому виокремлено, а також відповідні ДКП, підлягають аналізу на предмет структуризації.

Зазначене вище видалення кластерів здійснюється шляхом встановлення нових наближень (перепризначення кластерів) у наступному раунді модифікації ЕМ-алгоритму.

Аналіз виокремлених об'єктів:  $\tilde{r}_4 = r_{4,1} = 1/2$ ,  $\tilde{r}_8 = r_{5,2} = 1/2$ ; ДКП, які відповідають виокремленим об'єктам:  $X_1$  та  $X_4$  – для об'єкта  $r_{4,1}$ ;  $X_2$  та  $X_5$  – для об'єкта  $r_{5,2}$ .

Виявлена структуризація виокремлених у раунді 1 кластеризації з використанням модифікації ЕМ-алгоритму ДКП  $\{X_1, X_4\}$  та  $\{X_2, X_5\}$  показана на рис. 2.

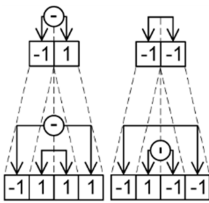


Рис. 2. Результат структуризації ДКП Баркера  $N = 2$  та  $N = 4$ .

Раунд 2. З урахуванням того, що у раунді 1 модифікації ЕМ-алгоритму були виокремлені та структуризовані ДКП  $X_1, X_2, X_4$  та  $X_5$ , подальшому аналізу підлягає система ДКП, яка містить  $X_3, X_6, X_7, X_8$  та  $X_9$ . Матриця коефіцієнтів взаємної кореляції  $r^*$  (6) для цієї системи ДКП утворюється з матриці  $r$  шляхом видалення строк та стовпчиків з номерами 1, 2, 4, 5. Для аналізу використовується  $\tilde{r}^*$  (7), яка утворюється з  $r^*$  (6) таким самим чином, як  $\tilde{r}$  (2) утворюється з  $r$  (1).

$$r^* = \begin{pmatrix} 1 & -7/15 & 5/21 & 7/33 & -1/3 \\ -7/15 & 1 & -1/5 & -9/55 & 19/65 \\ 5/21 & -1/5 & 1 & 15/77 & -29/91 \\ 7/33 & -9/55 & 15/77 & 1 & -3/11 \\ -1/3 & 19/65 & -29/91 & -3/11 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}}^* &= (\tilde{r}_j^*) = (r_{2,1}^*, r_{3,1}^*, r_{3,2}^*, r_{4,1}^*, r_{4,2}^*, r_{4,3}^*, r_{5,1}^*, r_{5,2}^*, r_{5,3}^*, r_{5,4}^*) = \\ &= (-7/15, 5/21, -1/5, 7/33, -9/55, 15/77, -1/3, 19/65, -29/91, -3/11), \quad (7) \\ j &= \overline{1, D}, \quad D = 10.\end{aligned}$$

Вхідні дані:  $\tilde{\mathbf{r}}^*$ ,  $D = 10$ . Структурний параметр  $K = D/2 = 5$ . Початкове наближення  $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$ :  $\theta_k^{(0)} = 1/5$ ,  $\mu_k^{(0)} = -1 + (2k - 1)/5$ ,  $\sigma_k^{(0)} = 1/15$ ,  $k = \overline{1, 5}$ .

Поітераційна максимізація  $L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}}^*)$ :  $L(\boldsymbol{\omega}^{(0)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = -20,2$ ;  $L(\boldsymbol{\omega}^{(1)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 4,5$ ;  
 $L(\boldsymbol{\omega}^{(2)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 0/0$  (досягнення математичної сингулярності модифікації ЕМ-алгоритму через виконання умов критерію 1 з розкриттям невизначеності при прийнятті до уваги його “жорстких умов”  $L(\boldsymbol{\omega}^{(2)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 5,5165$ ).

Отримані результати:  $\boldsymbol{\theta}^{(2)} = (1,1 \cdot 10^{-4}; 0,48; 0,16; 0,37; 5 \cdot 10^{-13})$ ,  $\boldsymbol{\mu}^{(2)} = (-0,47; -0,31; -0,12; 0,24; 0,29)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^{(2)} = (0; 0,09; 0,2; 0,04; 1,5 \cdot 10^{-14})$ ,  $\mathbf{D}^{(1)} = (10^{-3}; 4,79; 1,56; 3,65; 5 \cdot 10^{-12})$ .

Аналіз отриманих у раунді 2 результатів. Критерію 1 відповідають 2 кластери:  $k = 1$  та  $k = 5$ . Ці порожні кластери видаляються з подальшого аналізу.

Раунд 3. Вхідні дані:  $\tilde{\mathbf{r}}^*$ ,  $D = 10$ . Структурний параметр  $K = 3$  (через видалення двох порожніх кластерів у раунді 2). Початкове наближення  $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$  відповідає останньому отриманому наближенню  $\boldsymbol{\omega}^{(2)}$  у раунді 2, але без порожніх кластерів:  $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (0,48; 0,16; 0,37)$ ,  $\boldsymbol{\mu}^{(0)} = (-0,31; -0,12; 0,24)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^{(0)} = (0,09; 0,2; 0,04)$ .

Поітераційна максимізація  $L(\boldsymbol{\omega} | \tilde{\mathbf{r}}^*)$ :  $L(\boldsymbol{\omega}^{(0)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 5,5165$ ;  $L(\boldsymbol{\omega}^{(1)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 5,9178$ ;  
 $L(\boldsymbol{\omega}^{(2)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 6,1345$ ;  $L(\boldsymbol{\omega}^{(3)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 6,1836$ ; ...  $L(\boldsymbol{\omega}^{(30)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 7,1722$ ;  $L(\boldsymbol{\omega}^{(31)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 7,1724$ ;  
 $L(\boldsymbol{\omega}^{(32)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 7,1725$ ;  $L(\boldsymbol{\omega}^{(33)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) = 7,1725$  (зупинка модифікації ЕМ-алгоритму при виконанні умови  $L(\boldsymbol{\omega}^{(s)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) - L(\boldsymbol{\omega}^{(s-1)} | \tilde{\mathbf{r}}^*) < \varepsilon$  при  $\varepsilon = 10^{-4}$ ).

Отримані результати:  $\boldsymbol{\theta}^{(33)} = (0,425; 0,175; 0,4)$ ,  $\boldsymbol{\mu}^{(33)} = (-0,339; -0,181; 0,234)$ ,  
 $\boldsymbol{\sigma}^{(33)} = (0,079; 0,018; 0,037)$ ,  $\mathbf{D}^{(32)} = (4,246; 1,754; 4)$ .

Аналіз отриманих у раунді 3 результатів.

1. Критеріям 1 – 3 не відповідає жоден з кластерів.
2. Аналізу підлягають об'єкти, які виділені у трьох кластерах раунду 3: у кластері  $k = 1$  виокремлено об'єкти  $\tilde{r}_1^*$  ( $\gamma_{1,1}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_7^*$  ( $\gamma_{7,1}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_9^*$  ( $\gamma_{9,1}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_{10}^*$  ( $\gamma_{10,1}^{(32)} = 1$ ); у кластері  $k = 2$  виокремлено об'єкти  $\tilde{r}_3^*$  ( $\gamma_{3,2}^{(32)} = 0,825$ ),  $\tilde{r}_5^*$  ( $\gamma_{5,2}^{(32)} = 0,929$ ); у кластері  $k = 3$  виокремлено об'єкти  $\tilde{r}_2^*$  ( $\gamma_{2,3}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_4^*$  ( $\gamma_{4,3}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_6^*$  ( $\gamma_{6,3}^{(32)} = 1$ ),  $\tilde{r}_8^*$  ( $\gamma_{8,3}^{(32)} = 1$ ).

Аналіз виокремлених об'єктів:  $\tilde{r}_1^* = r_{2,1}^* = r_{6,3}^* = -7/15$ ,  $\tilde{r}_7^* = r_{5,1}^* = r_{9,3}^* = -1/3$ ,  
 $\tilde{r}_9^* = r_{5,3}^* = r_{9,7}^* = -29/91$ ,  $\tilde{r}_{10}^* = r_{5,4}^* = r_{9,8}^* = -3/11$  (у кластері  $k=1$ );  $\tilde{r}_3^* = r_{3,2}^* = r_{7,6}^* = -1/5$ ,  
 $\tilde{r}_5^* = r_{4,2}^* = r_{8,6}^* = -9/55$  (у кластері  $k=2$ );  $\tilde{r}_2^* = r_{3,1}^* = r_{7,3}^* = 5/21$ ,  $\tilde{r}_4^* = r_{4,1}^* = r_{8,3}^* = 7/33$ ,  
 $\tilde{r}_6^* = r_{4,3}^* = r_{8,7}^* = 15/77$ ,  $\tilde{r}_8^* = r_{5,2}^* = r_{9,6}^* = 19/65$  (у кластері  $k=3$ ).

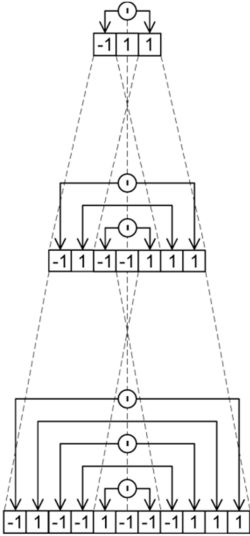


Рис. 3. Результат структуризації ДКП Баркера  $N=3$ ,  $N=7$ ,  $N=11$ .

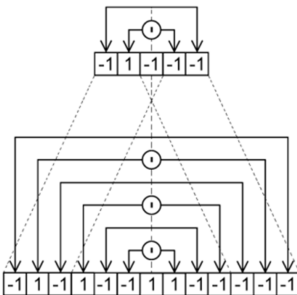


Рис. 4. Результат структуризації ДКП Баркера  $N=5$  та  $N=13$ .

В результаті використання розробленого у дисертації методу структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами для аналізу усіх відомих ДКП Баркера були виявлені їх певним чином упорядковані структури (рис. 2 – рис. 4), які є основою для подальшого узагальнення цього типу ДКП (*базові регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера*).

Запропонована така їх класифікація на основі результатів кластеризації: тип 1 –  $N=2$ ,  $N=4$  (рис. 2), тип 2 –  $N=3$ ,  $N=7$ ,  $N=11$  (рис. 3), тип 3 –  $N=5$ ,  $N=13$  (рис. 4).

Для ДКП  $X_3$  та  $X_6$  (об'єкт  $r_{6,3}$ ),  $X_3$  та  $X_9$  (об'єкт  $r_{9,3}$ ),  $X_7$  та  $X_9$  (об'єкт  $r_{9,7}$ ),  $X_8$  та  $X_9$  (об'єкт  $r_{9,8}$ ), що відповідають виокремленим об'єктам у кластері  $k=1$  раунду 3, їх можлива структуризація не виявлена. Для ДКП  $X_6$  та  $X_7$  (об'єкт  $r_{7,6}$ ),  $X_6$  та  $X_8$  (об'єкт  $r_{8,6}$ ), що відповідають виокремленим об'єктам у кластері  $k=2$  раунду 3, їх можлива структуризація не виявлена. Для ДКП  $X_3$  та  $X_7$  (об'єкт  $r_{7,3}$ ),  $X_3$  та  $X_8$  (об'єкт  $r_{8,3}$ ),  $X_7$  та  $X_8$  (об'єкт  $r_{8,7}$ ),  $X_6$  та  $X_9$  (об'єкт  $r_{9,6}$ ), що відповідають виокремленим об'єктам у кластері  $k=3$  раунду 3, виявлена їх структуризація для груп  $\{X_3, X_7, X_8\}$  та  $\{X_6, X_9\}$ , яка показана на рис. 3 та рис. 4.

У раунді 3 модифікації ЕМ-алгоритму у кластерах  $k=1$  та  $k=2$  було виокремлено побічні результати статистичного аналізу, які не дали можливої структуризації ДКП. Важливою ознакою того, що об'єкти, які містять інформацію щодо структуризації ДКП, знаходяться саме у кластері  $k=3$  є той факт, що цей кластер було виокремлено модифікацією ЕМ-алгоритму у раунді 3 найбільш явно:  $D_3^{(32)} = 4$  (у порівнянні з  $D_1^{(32)} = 4,246$  та  $D_2^{(32)} = 1,754$  для кластеру  $k=1$  та  $k=2$  відповідно) за умови отриманих оцінок апостеріорних ймовірностей приналежності йому об'єктів  $\gamma_{2,3}^{(32)} = \gamma_{4,3}^{(32)} = \gamma_{6,3}^{(32)} = \gamma_{8,3}^{(32)} = 1$ . Ще однією важливою ознакою кластеризації у кластері  $k=3$  є те, що в ньому нескладно ідентифікувати субкластер з об'єктів, якими є усі можливі попарні взаємні кореляції у групі ДКП  $\{X_3, X_7, X_8\}$ .

В результаті використання розробленого у дисертації методу структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами для аналізу усіх відомих ДКП Баркера були виявлені їх певним чином упорядковані структури (рис. 2 – рис. 4), які є основою для подальшого узагальнення цього типу ДКП (*базові регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера*).

Запропонована така їх класифікація на основі результатів кластеризації: тип 1 –  $N=2$ ,  $N=4$  (рис. 2), тип 2 –  $N=3$ ,  $N=7$ ,  $N=11$  (рис. 3), тип 3 –  $N=5$ ,  $N=13$  (рис. 4).



Для перевірки коректності результатів кластеризації ДКП Баркера та запропонованої на її основі класифікації базових регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера виконано апостеріорну (відома кількість ДКП різних типів) перевірку виявленої кластеризації структур ДКП з використанням методу k-середніх, реалізація якого в цьому випадку полягає в такому. Нехай у системі ДКП  $\mathbf{X}_m$ ,  $m = 1, 9$ , необхідно виділити кластер з трьох ДКП, критерієм приналежності до якого є те, що сигнально-кодові конструкції на основі цих ДКП є взаємно корельованими в “однаковому ступені” (апріорі невідомо, з яким саме значенням коефіцієнта взаємної кореляції та відхиленням від нього). Використання для кластеризації ДКП методу k-середніх у цій задачі формалізовано виразом (8).

$$\exists \{r_{a',b'}, r_{a',c'}, r_{b',c'}\}, 1 \leq a' \leq 7, a' < b' \leq 8, b' < c' \leq 9,$$

$$\sum_{r \in \{r_{a',b'}, r_{a',c'}, r_{b',c'}\}} (r - M_{a',b',c'})^2 = \min \left\{ \sum_{r \in \{r_{a,b}, r_{a,c}, r_{b,c}\}} (r - M_{a,b,c})^2 \right\}, \quad (8)$$

$$1 \leq a \leq 7, a < b \leq 8, b < c \leq 9, M_{a',b',c'} = \frac{r_{a',b'} + r_{a',c'} + r_{b',c'}}{3}, M_{a,b,c} = \frac{r_{a,b} + r_{a,c} + r_{b,c}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{r_{a',b'}, r_{a',c'}, r_{b',c'}\} \Leftrightarrow \{\mathbf{X}_{a'}, \mathbf{X}_{b'}, \mathbf{X}_{c'}\} - \text{шуканий кластер.}$$

Для розв'язання задачі необхідно знайти значення  $V_{a,b,c} = \sum_{r \in \{r_{a,b}, r_{a,c}, r_{b,c}\}} (r - M_{a,b,c})^2$

(їх кількість складає  $C_9^3 = 84$ ), мінімальне з яких і буде критерієм для визначення шуканого кластеру. Визначено, що  $\min V_{a,b,c} = V_{3,7,8} \approx 0,001$ , тобто шуканим кластером є  $\{\mathbf{X}_3, \mathbf{X}_7, \mathbf{X}_8\}$ . Це відповідає усім виявленим раніше з використанням розробленої модифікації ЕМ-алгоритму базовим регулярним структурам узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 2 (рис. 3). Також, для прикладу, найближчим більшим за  $\min V_{a,b,c} = V_{3,7,8}$  значенням є  $V_{4,5,8} \approx 0,004$ , а  $\max V_{a,b,c} = V_{2,3,4} \approx 1,056$ .

У **третьому розділі** синтезовано детерміновані правила кодування узагальнених бінарних послідовностей Баркера та регулярний метод синтезу узагальнених бінарних послідовностей Баркера на їх основі для формування регулярних структур цих ДКП.

Для цього базові регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера (рис. 2 – рис. 4) екстрапольовано у дослідженні таким чином, щоб отримати нову повну систему регулярних структур цих ДКП, що показано на рис. 5 – рис. 8.

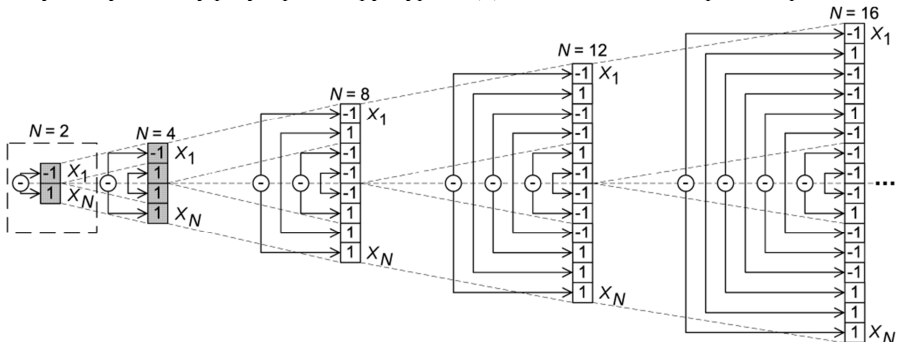


Рис. 5. Регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 1 підтипу А.

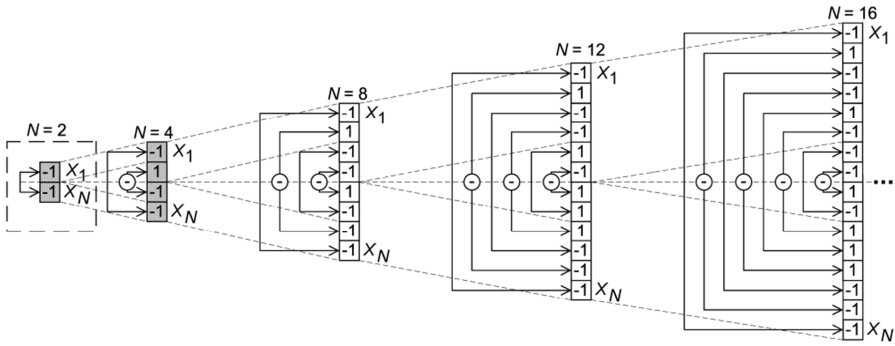


Рис. 6. Регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 1 підтипу В.

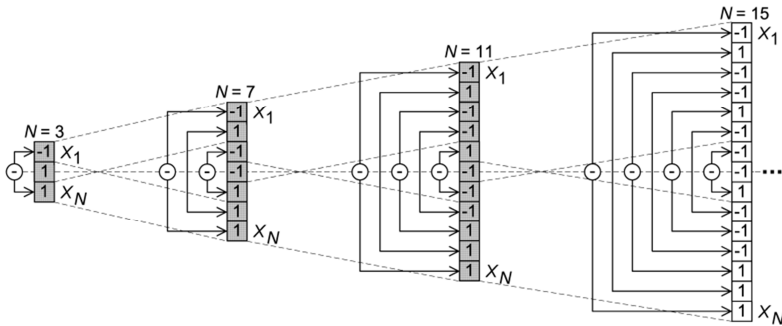


Рис. 7. Регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 2.

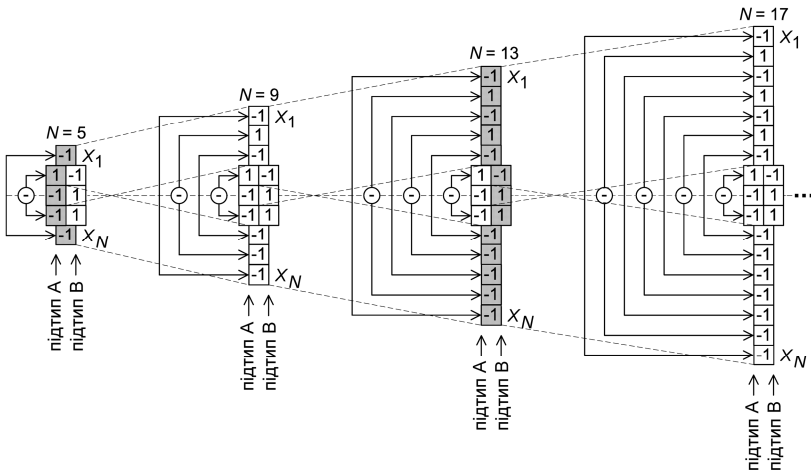


Рис. 8. Регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 3 (підтипи А, В).

На рис. 5 – рис. 8 базові регулярні структури виокремлено затіненням у повній синтезованій системі регулярних структур. При екстраполяції структур також виокремлено підтипи А та В для типів 1 та 3, які забезпечують системність структур.

Запропонована система регулярних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера характеризується тим, що ДКП типу 1 мають довжину  $N = 4k$ , ДКП типу 2 – довжину  $N = 4k - 1$ , ДКП типу 3 – довжину  $N = 4k + 1$ , де  $k \in \mathbb{Z}_+$ .

Синтезовано правила кодування узагальнених бінарних послідовностей Баркера:

– для ДКП типу 1 ( $N = 4k$ ,  $k \in \mathbb{Z}_+$ ):

– для ДКП типу 2 ( $N = 4k - 1$ ,  $k \in \mathbb{Z}_+$ ):

$$x_i = \begin{cases} -1, & i = 1, \\ (-1)^{S^{(1)}}, & i = 2S^{(1)} + 1, \\ (-1)^{S^{(2)}} x_{2S^{(2)}-1}, & i = 2S^{(2)}, \\ \begin{cases} x_{2S^{(2)}}, & \text{п/т А,} \\ -x_{2S^{(2)}}, & \text{п/т В,} \end{cases} & i = N + 1 - 2S^{(2)}, \\ \begin{cases} -x_{2S^{(2)}-1}, & \text{п/т А,} \\ x_{2S^{(2)}-1}, & \text{п/т В,} \end{cases} & i = N + 2 - 2S^{(2)}, \\ S^{(1)} \Big|_{N \geq 8} = 1, \overline{\left(\frac{N}{4} - 1\right)}, \quad S^{(2)} = 1, \overline{\frac{N}{4}}. \end{cases} \quad (9)$$

$$x_i = \begin{cases} -1, & i = 1, \\ (-1)^{S^{(1)}}, & i = 2S^{(1)} + 1, \\ (-1)^{S^{(2)}} x_{2S^{(2)}-1}, & i = 2S^{(2)}, \\ x_{2S^{(1)}}, & i = N + 1 - 2S^{(1)}, \\ -x_{2S^{(1)}+1}, & i = N - 2S^{(1)}, \\ -x_1, & i = N, \\ S^{(1)} \Big|_{N \geq 7} = 1, \overline{\left(\frac{N+1}{4} - 1\right)}, \\ S^{(2)} = 1, \overline{\frac{(N+1)}{4}}. \end{cases} \quad (10)$$

– для ДКП типу 3 ( $N = 4k + 1$ ,  $k \in \mathbb{Z}_+$ ):

$$x_i = \begin{cases} -1, & i = 1, 2S + 1, N, \\ -x_{2S-1}, & i = 2S, \\ \begin{cases} 1, & \text{п/т А,} \\ -1, & \text{п/т В,} \end{cases} & i = \frac{N-1}{2}, \\ \begin{cases} -1, & \text{п/т А,} \\ 1, & \text{п/т В,} \end{cases} & i = \frac{N+1}{2}, \frac{N+3}{2}, \\ -x_{2S}, & i = N + 1 - 2S, \\ x_{2S+1}, & i = N - 2S, \\ S \Big|_{N \geq 9} = 1, \overline{\left(\frac{N-5}{4}\right)}. \end{cases} \quad (11)$$

Правила кодування (9) – (10) містить гіперпараметр  $\mathbf{S} = \{S^{(1)}, S^{(2)}\}$ ,  $\mathbf{S} \in \mathbb{Z}_+$ , який використовується для визначення номерів та значень елементів ДКП при синтезі її структури. Аналогічно, правило кодування (11) містить параметр  $S \in \mathbb{Z}_+$ .

Випадок ДКП  $N = 2$  не враховано у правилі кодування (9), оскільки він є тривіальним (частинний випадок регулярної структури ДКП типу 1, яка не містить середини). Також подібним тривіальним випадком можна вважати формальну ДКП Баркера  $x_1 = -1$  ( $N = 1$ ) як ДКП типу 3, яка не містить середини.

Синтезовані з використанням (9) – (11) регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера (рис. 5 – рис. 8) мають такі системні властивості:

1) рекурентність за довжиною ДКП: при збільшенні  $N$  в одному й тому ж самому типі/підтипі “розвиток” ДКП відбувається з середини, а початок та закінчення ДКП залишаються такими самими;

2) ДКП мають симетрично-дзеркальну структуру відносно середини ДКП;

3) ДКП мають рекурентно-проріджену структуру (диференційовану за непарними та парними елементами 1-ї половини ДКП);

4) усі відомі бінарні ДКП Баркера з точністю до їх інверсно-ізоморфних структур відповідають регулярній структурі синтезованих у дисертації узагальнених бінарних послідовностей Баркера та можуть бути представлені як їх частинні випадки.

У **четвертому розділі** синтезовано повну систему математичних моделей для аналітичного опису АКФ узагальнених бінарних послідовностей Баркера, розроблено модифікацію цієї системи для представлення зазначених АКФ у вигляді сукупності проріджених за значенням зсуву лінійних складових та локально розташованих точок АКФ, досліджено системні властивості структур АКФ узагальнених бінарних послідовностей Баркера, в результаті чого виявлено новий тип комбінаторних конструкцій ДКП – мультиплікативно комплементарні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера.

Синтезовану математичну модель аналітичного опису АКФ узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 2 представлено у (12), типу 3 – у (13), а типу 1 – у (14).

$$R^{\text{II}}(\tau) = \begin{cases} N, & \tau = 0, \\ 0, & \tau = 1 + 2m, \quad m = 0, \overline{\left(\frac{N-1}{2}\right)}, \\ -1, & \tau = 2 + 4p, \quad p = 0, \overline{\left(\frac{N-3}{4}\right)}, \\ -1, & (\tau = N-3, \tau > 0) \vee (\tau = N-7, \tau > 0), \\ N-12, & \tau = 4, \quad N \geq 15, \\ N-12-4s, & \tau = 4(s+1), \quad s = 1, \overline{\left(\frac{N-15}{4}\right)}, \quad N \geq 19. \end{cases} \quad (12)$$

$$R^{\text{III}}(\tau) = \begin{cases} N, & \tau = 0, \\ 0, & \tau = 1 + 2m, \quad m = 0, \overline{\left(\frac{N-1}{2}\right)}, \\ 1, & \tau = \frac{N-1}{2} + 2p, \quad p = 0, \overline{\left(\frac{N-1}{4}\right)} \left( \begin{array}{l} \text{окрім випадку} \\ N = 5, p = 0, \text{ п/т В} \end{array} \right), \\ N-4s, & \tau = 2s, \quad s = 1, \overline{\left(\frac{N-5}{4}\right)}, \quad N \geq 9 \quad - \text{ п/т А}, \\ \begin{cases} N-12, & N \geq 9 \\ -3, & N = 5 \end{cases}, & \tau = 2 \quad - \text{ п/т В}, \\ N-12-4n, & \tau = 4 + 2n, \quad n = 0, \overline{\left(\frac{N-13}{4}\right)}, \quad N \geq 13 \quad - \text{ п/т В}. \end{cases} \quad (13)$$

Розроблена модифікація системи математичних моделей (12)–(14), у якій структура АКФ ДКП представлена у вигляді обмеженої кількості її лінійних складових та локально розташованих точок представлена для узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 1 підтипу А у (15), для типу 1 підтипу В – у (16), типу 2 – у (17), типу 3 підтипу А – у (18), типу 3 підтипу В – у (19). Математичні моделі (15)–(19) містять гіперпараметр  $\mathbf{Q} \in \mathbb{Z}_+$  для ДКП типу 1 та  $\mathbf{Q} \in \mathbb{N}_0$  для ДКП типів 2 та 3. Визначено, що: 1) структура АКФ будь-якої ДКП типу 1 (усі можливі ДКП з парним  $N$ ) містить не більше 19 складових, з яких не більше 13 є лінійними складовими та не більше 6 – локально розташованими точками АКФ; 2) структура АКФ будь-якої ДКП типу 2 або 3 (усі можливі ДКП з непарним  $N$ ) містить не більше 7 складових, з яких не більше 3 є лінійними складовими та не більше 4 – локально розташованими точками АКФ.

$$\begin{aligned}
 & N, \tau = 0, \\
 & N - 16, \tau = 4, N > 8, \\
 & 0, \left( \tau = 4p - 2, p = 1, \overline{\frac{N}{4}} \right) \vee \left( \tau = 4r, r = \begin{cases} \frac{\overline{\frac{N}{8}}, \frac{N}{4}, & N \equiv 0 \pmod{8}, \\ \left( \frac{N+4}{8} \right), \frac{N}{4}, & N \equiv 4 \pmod{8} \end{cases} \right), \\
 & N - 16 - 8q, \tau = 4(q+1), q = \begin{cases} 1, \left( \frac{N}{8} - 2 \right), & N \equiv 0 \pmod{8}, \\ 1, \left( \frac{N-12}{8} \right), & N \equiv 4 \pmod{8}, \end{cases} \quad N > 16, \\
 & \begin{cases} 4s - 3, & \text{п/Г A,} \\ -(4s - 3), & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = 4s - 3, s = \begin{cases} 1, \frac{N}{8}, & N \equiv 0 \pmod{8}, \\ 1, \left( \frac{N-4}{8} \right), & N \equiv 4 \pmod{8}, \end{cases} \quad N > 4, \\
 & \begin{cases} \frac{N}{2} - 5 - 4t, & \text{п/Г A,} \\ -\left( \frac{N}{2} - 5 - 4t \right), & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = \frac{N}{2} - 3 + 4t, t = 1, \left( \frac{N}{8} - 1 \right), N \equiv 0 \pmod{8}, N > 8, \\
 & R^1(\tau) = \begin{cases} \frac{N}{2} - 5, & \text{п/Г A,} \\ -\left( \frac{N}{2} - 5 \right), & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = \frac{N}{2} - 1, N \equiv 4 \pmod{8}, N > 4, \\
 & \begin{cases} \frac{N}{2} - 7 - 4u, & \text{п/Г A,} \\ -\left( \frac{N}{2} - 7 - 4u \right), & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = \frac{N}{2} - 1 + 4u, u = 1, \left( \frac{N-12}{8} \right), N \equiv 4 \pmod{8}, N > 12, \\
 & \begin{cases} -3, & \text{п/Г A,} \\ 3, & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = \frac{N}{2} - 1, N \equiv 0 \pmod{8}, \\
 & \begin{cases} 1, & \text{п/Г A,} \\ -1, & \text{п/Г B,} \end{cases} \tau = 4v - 1, v = \begin{cases} 1, \left( \frac{N}{8} - 1 \right), & N \equiv 0 \pmod{8}, \\ 1, \left( \frac{N-4}{8} \right), & N \equiv 4 \pmod{8}, \end{cases} \quad N > 8, \\
 & \begin{cases} -1, & \text{п/Г A,} \\ 1, & \text{п/Г B,} \end{cases} \left( \tau = N + 3 - 4w, w = \begin{cases} 1, \frac{N}{8}, & N \equiv 0 \pmod{8}, \\ 1, \left( \frac{N+4}{8} \right), & N \equiv 4 \pmod{8} \end{cases} \right) \vee (\tau = N - 3, N > 4), \\
 & (1, \text{п/Г A}) \vee (-1, \text{п/Г B}), \tau = 1, N = 4.
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
R^{\text{IA}}(\tau) = & \{N \mid \tau=0\} \cup \{N-16 \mid \tau=4, N>8\} \cup \\
& \cup \{0 \mid \tau=4Q^{(1)}-2, Q^{(1)} \in [1, N/4] \vee \tau=4Q^{(2)}, Q^{(2)} \in [N/8, N/4], N \equiv 0 \pmod{8} \vee \\
& \vee \tau=4Q^{(3)}, Q^{(3)} \in [(N+4)/8, N/4], N \equiv 4 \pmod{8}\} \cup \\
& \cup \{-2\tau+N-8 \mid \tau=4(Q^{(4)}+1), Q^{(4)} \in [1, N/8-2], N \equiv 0 \pmod{8}, N>16\} \cup \\
& \cup \{-2\tau+N-8 \mid \tau=4(Q^{(5)}+1), Q^{(5)} \in [1, (N-12)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>16\} \cup \\
& \cup \{\tau \mid \tau=4Q^{(6)}-3, Q^{(6)} \in [1, N/8], N \equiv 0 \pmod{8}, N>4\} \cup \\
& \cup \{\tau \mid \tau=4Q^{(7)}-3, Q^{(7)} \in [1, (N-4)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>4\} \cup \\
& \cup \{-\tau+N-8 \mid \tau=N/2-3+4Q^{(8)}, Q^{(8)} \in [1, N/8-1], N \equiv 0 \pmod{8}, N>8\} \cup \quad (15) \\
& \cup \{N/2-5 \mid \tau=N/2-1, N \equiv 4 \pmod{8}, N>4\} \cup \{-3 \mid \tau=N/2-1, N \equiv 0 \pmod{8}\} \cup \\
& \cup \{-\tau+N-8 \mid \tau=N/2-1+4Q^{(9)}, Q^{(9)} \in [1, (N-12)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>12\} \cup \\
& \cup \{1 \mid \tau=4Q^{(10)}-1, Q^{(10)} \in [1, N/8-1], N \equiv 0 \pmod{8}, N>8 \vee \\
& \vee \tau=4Q^{(11)}-1, Q^{(11)} \in [1, (N-4)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>8 \vee \tau=1, N=4\} \cup \\
& \cup \{-1 \mid \tau=N+3-4Q^{(12)}, Q^{(12)} \in [1, N/8], N \equiv 0 \pmod{8}\} \cup \\
& \vee \tau=N+3-4Q^{(13)}, Q^{(13)} \in [1, (N+4)/8], N \equiv 4 \pmod{8} \vee \tau=N-3, N>4\}, \\
\mathbf{Q} \in \mathbb{Z}_+, \mathbf{Q} = & \{Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}, Q^{(4)}, Q^{(5)}, Q^{(6)}, Q^{(7)}, Q^{(8)}, Q^{(9)}, Q^{(10)}, Q^{(11)}, Q^{(12)}, Q^{(13)}\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^{\text{IB}}(\tau) = & \{N \mid \tau=0\} \cup \{N-16 \mid \tau=4, N>8\} \cup \\
& \cup \{0 \mid \tau=4Q^{(1)}-2, Q^{(1)} \in [1, N/4] \vee \tau=4Q^{(2)}, Q^{(2)} \in [N/8, N/4], N \equiv 0 \pmod{8} \vee \\
& \vee \tau=4Q^{(3)}, Q^{(3)} \in [(N+4)/8, N/4], N \equiv 4 \pmod{8}\} \cup \\
& \cup \{-2\tau+N-8 \mid \tau=4(Q^{(4)}+1), Q^{(4)} \in [1, N/8-2], N \equiv 0 \pmod{8}, N>16\} \cup \\
& \cup \{-2\tau+N-8 \mid \tau=4(Q^{(5)}+1), Q^{(5)} \in [1, (N-12)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>16\} \cup \\
& \cup \{-\tau \mid \tau=4Q^{(6)}-3, Q^{(6)} \in [1, N/8], N \equiv 0 \pmod{8}, N>4\} \cup \\
& \cup \{-\tau \mid \tau=4Q^{(7)}-3, Q^{(7)} \in [1, (N-4)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>4\} \cup \\
& \cup \{\tau-N+8 \mid \tau=N/2-3+4Q^{(8)}, Q^{(8)} \in [1, N/8-1], N \equiv 0 \pmod{8}, N>8\} \cup \quad (16) \\
& \cup \{-N/2+5 \mid \tau=N/2-1, N \equiv 4 \pmod{8}, N>4\} \cup \{3 \mid \tau=N/2-1, N \equiv 0 \pmod{8}\} \cup \\
& \cup \{\tau-N+8 \mid \tau=N/2-1+4Q^{(9)}, Q^{(9)} \in [1, (N-12)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>12\} \cup \\
& \cup \{-1 \mid \tau=4Q^{(10)}-1, Q^{(10)} \in [1, N/8-1], N \equiv 0 \pmod{8}, N>8 \vee \tau=1, N=4 \vee \\
& \vee \tau=4Q^{(11)}-1, Q^{(11)} \in [1, (N-4)/8], N \equiv 4 \pmod{8}, N>8\} \cup \\
& \cup \{1 \mid \tau=N+3-4Q^{(12)}, Q^{(12)} \in [1, N/8], N \equiv 0 \pmod{8}\} \cup \\
& \vee \tau=N+3-4Q^{(13)}, Q^{(13)} \in [1, (N+4)/8], N \equiv 4 \pmod{8} \vee \tau=N-3, N>4\}, \\
\mathbf{Q} \in \mathbb{Z}_+, \mathbf{Q} = & \{Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}, Q^{(4)}, Q^{(5)}, Q^{(6)}, Q^{(7)}, Q^{(8)}, Q^{(9)}, Q^{(10)}, Q^{(11)}, Q^{(12)}, Q^{(13)}\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^{\text{II}}(\tau) = & \{N \mid \tau = 0\} \cup \{0 \mid \tau = 1 + 2Q^{(1)}, Q^{(1)} \in [0, (N-1)/2]\} \cup \\
& \cup \{-1 \mid \tau = 2 + 4Q^{(2)}, Q^{(2)} \in [0, (N-3)/4] \vee \tau = N-3, N \geq 7 \vee \tau = N-7, N \geq 11\} \cup \\
& \cup \{N-12 \mid \tau = 4, N \geq 15\} \cup \{-\tau + N - 8 \mid \tau = 4(Q^{(3)} + 1), Q^{(3)} \in [1, (N-15)/4], N \geq 19\}, \\
\mathbf{Q} \in \mathbb{N}_0, \mathbf{Q} = & \{Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}\}.
\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
R^{\text{IIIa}}(\tau) = & \{0 \mid \tau = 1 + 2Q^{(1)}, Q^{(1)} \in [0, (N-1)/2]\} \cup \\
& \cup \{1 \mid \tau = [(N-1)/2] + 2Q^{(2)}, Q^{(2)} \in [1, (N-1)/4]\} \cup \\
& \cup \{-2\tau + N \mid \tau = 2Q^{(3)}, Q^{(3)} \in [0, (N-1)/4]\}, \mathbf{Q} \in \mathbb{N}_0, \mathbf{Q} = \{Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}\}.
\end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
R^{\text{IIIb}}(\tau) = & \{N \mid \tau = 0\} \cup \{0 \mid \tau = 1 + 2Q^{(1)}, Q^{(1)} \in [0, (N-1)/2]\} \cup \\
& \cup \{1 \mid \tau = [(N-1)/2] + 2Q^{(2)}, Q^{(2)} \in [0, (N-1)/4], N \geq 9 \vee \tau = 4, N = 5\} \cup \\
& \cup \{-2\tau + N - 4 \mid \tau = 4 + 2Q^{(3)}, Q^{(3)} \in [0, (N-13)/4], N \geq 13\} \cup \\
& \cup \{-3 \mid \tau = 2, N = 5\} \cup \{N-12 \mid \tau = 2, N \geq 9\}, \mathbf{Q} \in \mathbb{N}_0, \mathbf{Q} = \{Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}\}.
\end{aligned} \quad (19)$$

Виявлено системні властивості АКФ узагальнених бінарних послідовностей Баркера:

1) в АКФ основна пелюстка ( $\tau = 0$ ) відділена від найближчої великої за значенням бічної пелюстки однією або декількома бічними пелюстками зі значенням 0 або  $\pm 1$ ;

2) АКФ має гребінчасту структуру, в якій великі за значенням бічні пелюстки відділені між собою однією або декількома бічними пелюстками зі значенням 0 або  $\pm 1$ ;

3) структури АКФ можуть бути представлені сукупністю обмеженої кількості їх лінійних складових (визначають кількість структур типу “ $\sin x/x$ ” у структурі спектру ДКП відповідно до теореми Вінера-Хінчина) та локально розташованих точок АКФ;

4) структури АКФ ДКП різних типів мають властивість емерджентності, яка полягає в тому, що в результаті множення деяких масштабованих по  $\tau$  АКФ ДКП різних типів утворюється структура, яка близька за формою до  $\delta$ -функції Дірака з шириною основної пелюстки  $\Delta\tau_{\text{оп}} = \Delta\tau_{\text{мін}}$  та максимальним нормованим абсолютним рівнем бічних пелюсток  $R_{\text{макс}}^{\text{БП}} = 1/N_{\text{макс}}$ , де  $\Delta\tau_{\text{мін}}$  – найменша тривалість елемента ДКП серед усіх ДКП у системі,  $N_{\text{макс}}$  – найбільша довжина ДКП серед усіх ДКП у системі; ця структура не є властивою кожній окремо взятій АКФ ДКП і властива лише системі АКФ ДКП; називатимемо системи ДКП з такими властивостями їх АКФ *мультиплікативно комплементарними структурами узагальнених бінарних послідовностей Баркера*.

Враховуючи те, що сигнал на виході узгодженого фільтра (УФ) при використанні оптимальної лінійної фільтрації відтворює форму АКФ сигналу на вході УФ, важливий практичний зміст мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера полягає в тому, що на фізичному рівні ТКС можливе використання цих систем ДКП, які в результаті їх сумісної обробки даватимуть такий результат, який еквівалентний певним неіснуючим окремим бінарним ДКП Баркера.

У **п'ятому розділі** розроблено метод синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера та метод декомпозиції мультиплікативної структури сигналу на виході системи обробки мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних послідовностей Баркера на фізичному рівні широкосмугових ТКС.

Метод синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера ґрунтується на властивостях їх АКФ та показаний на прикладі системи з двох ДКП:  $S_1 = \{-1; 1; 1\}$ ,  $N_1 = 3$ , тип 2;  $S_2 = \{-1; 1; -1; -1; 1; -1; -1; -1; 1; 1; 1\}$ ,  $N_2 = 12$ , тип 1, п/т А. Ці ДКП утворюють сигнально-кодові конструкції  $S_1(t)$  та  $S_2(t)$  на інтервалі часу тривалістю  $T$  (рис. 9).

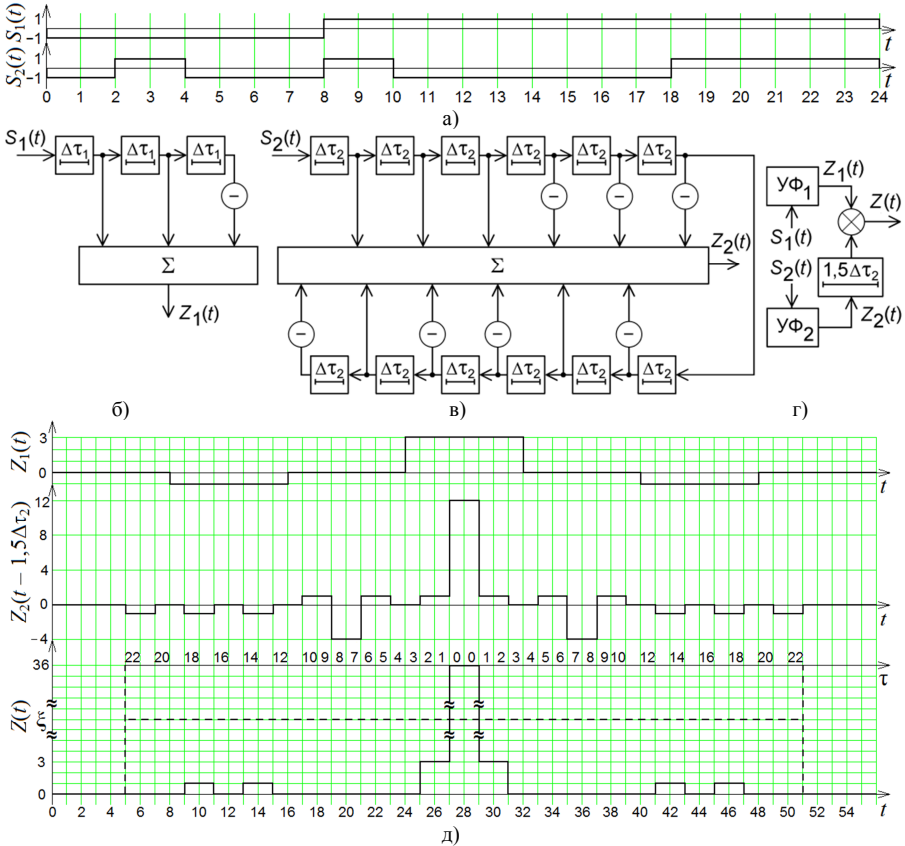


Рис. 9. Сигнально-кодові конструкції  $S_1(t)$  та  $S_2(t)$  (а); структура  $Y\Phi_1$  для обробки  $S_1(t)$  (б); структура  $Y\Phi_2$  для обробки  $S_2(t)$  (в); схема сумісної обробки  $S_1(t)$  та  $S_2(t)$  на основі  $S_1$  та  $S_2$  (г); процес утворення результату сумісної обробки мультиплікативно комплементарних ДКП (д).

У розглянутому прикладі  $T = 24$ , тривалість елементів ДКП  $S_1$  та  $S_2$  становить  $\Delta\tau_1 = T/N_1 = 8$  та  $\Delta\tau_2 = T/N_2 = 2$  відповідно, лінія затримки на  $1,5\Delta\tau_2$  у схемі сумісної обробки (рис. 9,г) служить для суміщення центрів основних пелюсток результатів оптимальної лінійної фільтрації  $Z_1(t)$  та  $Z_2(t)$  у одному моменті часу ( $t = 28$ ). Як видно з рис. 9,  $Z_1(t)$  має  $\Delta\tau_1^{\text{оп}} = \Delta\tau_1 = 8$  та  $R_{\max 1}^{\text{БП}} = 1/N_1 = 1/3$ , а  $Z_2(t)$  має  $\Delta\tau_2^{\text{оп}} = \Delta\tau_2 = 2$  та  $R_{\max 2}^{\text{БП}} = 4/N_2 = 1/3$ . Результат сумісної обробки  $Z(t)$  має  $\Delta\tau_{12}^{\text{оп}} = \Delta\tau_{\min} = 2$  та  $R_{\max 12}^{\text{БП}} = 1/N_{\max} = 1/12$ , що еквівалентно обробці ДКП з  $N = 12$ ,  $R_{\max}^{\text{БП}} = 1/12$ .

Синтезовано мультиплікативно комплементарні структури, які складаються з “базової” ДКП  $x_i^u$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ , де  $u$  – тип та п/т ДКП, та ДКП 1-го типу (п/т – будь-який)  $x_i^1$ ,  $i = \overline{1, N_w}$ ,  $N_w = 2^w N_1$ ,  $w = \overline{2, W}$ , де  $W$  – кількість ДКП у системі (табл. 2). Сумісна обробка полягає у отриманні  $Z(t) = Z_1(t) \prod_{w=2}^W Z_w(t - \Delta_w)$ , де  $\Delta_w = (2^{w-1} - 0,5)\Delta\tau_w$ ,  $w = \overline{2, W}$ .



Значення  $R_{\max}^{\text{БП}}$  деяких синтезованих систем мультиплікативно комплементарних ДКП

Базова ДКП	$W=2$	$W=3$	$W=4$	$W=5$	$W=6$	$W=7$	$W=8$
$x^I$ , $N_1=4$	5/64* ( $N_2=16$ )	1/32 ( $N_3=32$ )	1/64 ( $N_4=64$ )	1/128 ( $N_5=128$ )	1/256 ( $N_6=256$ )	1/512 ( $N_7=512$ )	1/1024 ( $N_8=1024$ )
$x^{II}$ , $N_1=3$	1/12 ( $N_2=12$ )	1/24 ( $N_3=24$ )	1/48 ( $N_4=48$ )	1/96 ( $N_5=96$ )	1/192 ( $N_6=192$ )	1/384 ( $N_7=384$ )	1/768 ( $N_8=768$ )
$x^{III}$ , $N_1=7$	9/196* ( $N_2=28$ )	1/56 ( $N_3=56$ )	1/112 ( $N_4=112$ )	1/224 ( $N_5=224$ )	1/448 ( $N_6=448$ )	1/896 ( $N_7=896$ )	1/1792 ( $N_8=1792$ )
$x^{IIIA}$ , $N_1=5$	1/20 ( $N_2=20$ )	1/40 ( $N_3=40$ )	1/80 ( $N_4=80$ )	1/160 ( $N_5=160$ )	1/320 ( $N_6=320$ )	1/640 ( $N_7=640$ )	1/1280 ( $N_8=1280$ )
$x^{IIIB}$ , $N_1=5$	3/20* ( $N_2=20$ )	51/800* ( $N_3=40$ )	1683/80000* ( $N_4=80$ )	1/160 ( $N_5=160$ )	1/320 ( $N_6=320$ )	1/640 ( $N_7=640$ )	1/1280 ( $N_8=1280$ )

\* системи ДКП, що не мають повної комплементарності АКФ ДКП на рівні  $R_{\max}^{\text{БП}} = 1/N_{\max}$

Метод декомпозиції мультиплікативної структури сигналу  $Z(t)$  на виході системи обробки мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних послідовностей Баркера на фізичному рівні широкосмугових ТКС полягає у тому, що  $Z(t)$  може бути розкладено у часі на  $2(2^{W+1}N_1 - 1)$  симетричних пелюсток, які містять основні ( $\tau = 0$ ) та бічні  $\tau = 1, 2(2^w N_1 - 1)$  пелюстки (рис. 9,д). Значення цих пелюсток можуть бути визначені через АКФ ДКП, які входять до системи ДКП з використанням (20).

$$R_Z(\tau) = R_i^u \left( \left[ \frac{\tau - 2^W + 1}{2^{W+1}} \right] \right) \prod_{w=2}^W R_w^l \left( \left[ \frac{\tau - 2^{W-w} + 1}{2^{W-w+1}} \right] \right), \quad \tau = \overline{0, 2(2^W N_1 - 1)}, \quad (20)$$

де  $R_i^u(\tau)$ ,  $\tau = \overline{0, (N_1 - 1)}$  – АКФ “базової” ДКП  $x_i^u$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ ;

$R_w^l(\tau)$ ,  $\tau = \overline{0, (N_w - 1)}$  – АКФ ДКП  $x_i^l$ ,  $i = \overline{1, N_w}$ ,  $N_w = 2^w N_1$ ,  $w = \overline{2, W}$ ;

$\lceil \psi \rceil = \min \{ \lambda \in \mathbf{Z} \mid \lambda \geq \psi \}$  – округлення до найближчого цілого у бік більших чисел.

Важливість такого розкладу  $Z(t)$  полягає в тому, що при дії стаціонарних завод (на вході системи обробки) заводи у складі  $Z(t)$  (на виході системи обробки) матимуть нестационарний характер (через особливості множення структур), але в межах кожної окремої пелюстки  $Z(t)$  сигнал матиме квазістаціонарний характер (у вузькому сенсі).

**Шостий розділ** присвячено дослідженню особливостей функціонування фізичного рівня ТКС при використанні синтезованих у дисертації узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх порівнянню з комплементарними послідовностями Голея, які є найближчим аналогом (адитивно комплементарні ДКП).

Однією з особливостей мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних послідовностей Баркера є їх чутливість до мультиплікативних завод, що впливає на вибір порогу прийняття рішення  $\xi$  (рис. 9,д). З метою оцінювання рівня таких мультиплікативних завод у вигляді повільних (у порівнянні з  $T$ ) завмирань розроблено метод оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодових конструкцій, які переносять складові системи мультиплікативно комплементарних ДКП. Зміст методу полягає в нижчевикладеній обробці сигналів.

Нехай широкосмуговий сигнал з базою  $B$  є сумою  $G$  ортогональних компонент  $S(t) = \sum_{g=1}^G S_g(t)$ , а кожна ортогональна компонента може бути представлена у вигляді  $S_g(t) = v_g(t)x_g(t)$ ,  $g = \overline{1, G}$ , де  $v_g(t)$  – біполярні дискретні величини (символи), які передаються з використанням сигналу-носія  $x_g(t)$  ( $x_g(t)$ ,  $g = \overline{1, G}$ , – ортогональні). Сигнал на виході каналу ТКС може бути представлено моделлю  $Z_\Sigma(t) = \mu S(t) + \eta(t)$ , де  $\mu$  – складова мультиплікативних завад,  $\eta(t)$  – адитивні завади. Оцінюванню підлягають значення  $\mu$  та дисперсія завад  $\sigma_\eta^2$ . Оцінювання цих параметрів реалізується у методі, що пропонується, шляхом врахування для окремо взятої компоненти  $S_g(t)$  у складі  $Z_\Sigma(t)$  дисперсій відгуків кореляційної обробки виду (21).

$$E_\lambda = \int_{t \in \Delta\tau_{\min}} [L_\lambda Z_\Sigma(t) + \eta_{\text{ДК}}(t)] [C_\lambda x_g(t) + \zeta_{\text{ДК}}(t)] dt, \quad \lambda = \overline{1, 2}, \quad (21)$$

де  $L_\lambda$ ,  $C_\lambda$  – коефіцієнти, які встановлюються у системі обробки,  $\eta_{\text{ДК}}(t)$ ,  $\zeta_{\text{ДК}}(t)$  – некорельовані між собою на інтервалі обробки  $t \in \Delta\tau_{\min}$  сигнали, близькі за властивостями до білого шуму, які додатково формуються у системі обробки.

Показано, що значення  $\mu$  та  $\sigma_\eta^2$  можуть бути визначені таким чином:

$$\mu = \sqrt{(b_1 c_2 - b_1 d_2 - c_1 b_2 + d_1 b_2) / (a_1 b_2 - b_1 a_2)}, \quad \sigma_\eta^2 = (a_2 c_1 - a_2 d_1 - c_2 a_1 + d_2 a_1) / (a_1 b_2 - b_1 a_2), \quad (22)$$

$a_\lambda = BL_\lambda^2 \sigma_x^2 \sigma_v^2 (BC_\lambda^2 \sigma_x^2 + G\sigma_{\zeta_{\text{ДК}}}^2)$ ,  $b_\lambda = BL_\lambda^2 (C_\lambda^2 \sigma_x^2 + \sigma_{\zeta_{\text{ДК}}}^2)$ ,  $c_\lambda = B\sigma_{\eta_{\text{ДК}}}^2 (C_\lambda^2 \sigma_x^2 + \sigma_{\zeta_{\text{ДК}}}^2)$ ,  $d_\lambda = \sigma_{E_\lambda}^2$ , де  $\lambda = \overline{1, 2}$ ,  $\sigma_x^2$  – дисперсія  $x_g(t)$ ,  $\sigma_v^2$  – дисперсія  $v_g(t)$ ,  $\sigma_{\zeta_{\text{ДК}}}^2$  – дисперсія  $\zeta_{\text{ДК}}(t)$ ,  $\sigma_{\eta_{\text{ДК}}}^2$  – дисперсія  $\eta_{\text{ДК}}(t)$ ,  $\sigma_{E_\lambda}^2$  – дисперсія відгуків кореляційної обробки  $E_\lambda$  (кількість таких відгуків, наприклад, для випадку, який розглянуто на рис. 9, становитиме по  $T/\Delta\tau_{\min} = 12$  значень відгуків  $E_1$  та  $E_2$  кожної з двох ланок обробки  $\lambda = 1$  та  $\lambda = 2$ ).

Розроблено алгоритм роботи та структурну схему системи оцінювання енергетичних параметрів для розробленого методу, які базуються на (21) та (22). Визначено особливості умов використання цього алгоритму та структурної схеми, які пов'язані з  $a_1 b_2 - b_1 a_2 \neq 0$  у (22) та забезпечуються при  $B \neq G$  та  $C_2/C_1 \neq \sigma_{\zeta_{\text{ДК}2}}/\sigma_{\zeta_{\text{ДК}1}}$ .

Досліджено взаємнокореляційні зв'язки між ДКП у синтезованих системах мультиплікативно комплементарних ДКП, зазначених у табл. 2. Визначено, що ці системи ДКП можуть бути використані для синтезу систем квазіортогональних сигнально-кодових конструкцій, які, однак, характеризуються великим максимальним абсолютним значенням нормованої функції взаємної кореляції, яке становить 0,25.

На основі розробленого у п'ятому розділі методу синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера розроблено алгоритм формування та структурну схему обробки сигналів на фізичному рівні широкосмугових ТКС (приклад для  $W = 2$  та  $N_1 = 3$  з табл. 2 – на рис. 9), а також, при  $W > 2$ , структурну схему передавання інформації у ТКС, що функціонує за технологією DSSS з використанням  $2^W$ -позиційних методів модуляції (до QAM-256 при передаванні систем з  $W = 8$  мультиплікативно комплементарних ДКП з табл. 2).

Розроблено аналітичні моделі для оцінювання завадостійкості, спектральної ефективності, пропускної спроможності у системах TH-DSSS, а також ймовірностей помилок 1-го та 2-го роду при виявленні сигналів при використанні синтезованих у дисертації мультиплікативно комплементарних узагальнених бінарних ДКП Баркера.

Ймовірність виникнення бітової помилки (BER) у системі TH-DSSS з кодуванням  $M$  часових позицій у кодї Грея при використанні синтезованих у дисертації мультиплікативно комплементарних ДКП та співвідношенні сигнал/шум за потужністю на вході системи обробки  $h^2 \gg 0$  визначається як  $P_0 \approx P_S / \log_2 M$ , де  $M = 2^{W+1} N_1 - 1$  (на практиці зручно  $M = 2^9$ ,  $9 = \lceil \log_2(2^{W+1} N_1 - 1) \rceil - 1$ ), а  $P_S$  – ймовірність неправильного прийому символу (ідентифікації часової позиції основної пелюстки), оцінка якої зверху з урахуванням рис. 9 визначається виразом (23).

$$\widehat{P}_S = 1 - \left[ \prod_{\forall \tau | \tau \neq 0}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} p_Z(z | \tau) dz \right] \left[ 1 - \prod_{\forall \tau=0}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} p_Z(z | \tau) dz \right], \quad (23)$$

де  $p_Z(z | \tau)$  – щільність розподілу ймовірностей сигналу  $Z(t)$  з завадами у пелюстці  $\tau$ .

При  $W = 2$  та гаусівських некорельованих завадах на вході системи обробки

$$p_Z(z | \tau) = \frac{h^2}{2\pi\sqrt{N_1 N_2}} \int_0^{\infty} 1 \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{z}{\varphi} - R_1^u \left( \left\lceil \frac{\tau-3}{8} \right\rceil \right) \right)^2 \frac{h^2}{2N_1} - \left( \varphi - R_2^l \left( \left\lceil \frac{\tau}{2} \right\rceil \right) \right)^2 \frac{h^2}{2N_2} \right] + \exp \left[ - \left( -\frac{z}{\varphi} - R_1^u \left( \left\lceil \frac{\tau-3}{8} \right\rceil \right) \right)^2 \frac{h^2}{2N_1} - \left( -\varphi - R_2^l \left( \left\lceil \frac{\tau}{2} \right\rceil \right) \right)^2 \frac{h^2}{2N_2} \right] \right\} d\varphi. \quad (24)$$

Пропускна спроможність у системі TH-DSSS:

$$R_{\max} = \frac{\log_2(2^{W+1} N_1 - 1) \left[ 1 + (1 - P_0) \log_2(1 - P_0) + P_0 \log_2 P_0 \right]}{\Delta\tau_{\min}(2^{W+1} N_1 - 1)}, \text{ біт/с}. \quad (25)$$

Сумарна ширина смуги частот (за шириною основних пелюсток спектру ДКП), яка необхідна для передавання усіх мультиплікативно комплементарних ДКП становить  $\Delta f_{\Sigma} = \sum_{w=1}^W \frac{1}{\Delta\tau_w}$ , Гц, а спектральна ефективність  $\beta = R_{\max} / \sum_{w=1}^W \frac{1}{\Delta\tau_w}$ , (біт/с)/Гц.

Ймовірності помилок 1-го роду  $P_I$  (при наявності сигналу є його реєстрація у області бічних пелюсток незалежно від його реєстрації у основній пелюстці) та 2-го роду  $P_{II}$  (при наявності сигналу відсутня його реєстрація у області основної пелюстки незалежно від його реєстрації у бічних пелюстках) при виявленні сигналів:

$$P_I = 1 - \prod_{\forall \tau | \tau \neq 0}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} p_Z(z | \tau) dz. \quad (26) \quad P_{II} = \prod_{\forall \tau=0}^{\xi} \int_{-\infty}^{\xi} p_Z(z | \tau) dz. \quad (27)$$

Виконано порівняння синтезованих ДКП з комплементарними послідовностями Голея, зокрема, випадку на рис. 9 та ДКП Голея з  $N = 8$ . Виявлено, що синтезовані ДКП при  $\Delta f_{\Sigma} = \text{const}$  здатні забезпечити до 1,5 раз вищу  $R_{\max}$  та  $\beta$ , зокрема, завдяки тому, що забезпечують у 1,5 рази менше  $\Delta\tau_{\min}$  на виході системи обробки сигналів.

## ВИСНОВКИ

У дисертації вирішена актуальна науково-прикладна проблема синтезу бінарних ДКП, які є оптимальними за мінімаксним критерієм щодо їх АКФ, у частині синтезу регулярних структур цих ДКП та їх комбінаторних систем в умовах обмежень на максимальний рівень абсолютних значень бічних пелюсток їх АКФ (ДКП Баркера).

Вирішенням зазначеної проблеми у галузі телекомунікацій є новий синтезований у дисертації тип ДКП – узагальнені бінарні послідовності Баркера, які характеризуються *регулярними структурами*, можуть бути синтезовані *регулярними методами синтезу (основна критеріальна ознака наукової проблеми, яка вирішувалась у дисертації)* та утворюють нові мультиплікативно комплементарні структури бінарних ДКП.

У дисертаційному дослідженні отримано такі основні результати:

1. Проведено аналіз відомих методологічних підходів до вирішення проблеми синтезу ДКП, які є оптимальними за мінімаксним критерієм щодо їх АКФ, в результаті чого виявлено існуючі теоретичні обмеження щодо синтезу таких ДКП регулярними методами (десята проблема Гільберта), сформульовано основну наукову гіпотезу дослідження (існування узагальнених регулярних структур ДКП в умовах обмежень на форму АКФ) та обґрунтовано використання підходу “синтез через аналіз” для розв’язання проблеми.

2. Розроблено метод структуризації кодових конструкцій з апіорі невідомими внутрішніми структурами, які через властивості їх АКФ можуть бути використані на фізичному рівні ширококугових ТКС.

3. Виявлено базові регулярні структури узагальнених бінарних послідовностей Баркера.

4. Розроблено класифікацію за типами узагальнених бінарних послідовностей Баркера.

5. Розроблено детерміновані правила кодування та регулярний метод синтезу узагальнених бінарних послідовностей Баркера на їх основі.

6. Розроблено повну систему математичних моделей для аналітичного опису АКФ узагальнених бінарних послідовностей Баркера.

7. Розроблено метод синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера для використання їх як сигнально-кодових конструкцій у ширококугових каналах передавання інформації з постійними та змінними параметрами.

8. Розроблено метод декомпозиції мультиплікативної структури сигналу на виході системи сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур узагальнених бінарних послідовностей Баркера для статистичного аналізу вихідного сигналу при обробці сигнально-кодових конструкцій на їх основі у ширококугових каналах передавання інформації з постійними та змінними параметрами.

9. Розроблено метод оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодових конструкцій та завад для одночасного оцінювання постійних та змінних параметрів (рівень повільних завмирань, дисперсія адитивних завад) ширококугових каналів передавання інформації при використанні сигнально-кодових конструкцій на основі узагальнених бінарних послідовностей Баркера.

10. Розроблено аналітичні моделі оцінювання показників якості передавання інформації (завадостійкість, пропускну спроможність, спектральна ефективність) у ширококугових каналах зв’язу для випадку використання узагальнених бінарних послідовностей Баркера як сигнально-кодових конструкцій.

11. Запропоновано методологію синтезу та обробки узагальнених бінарних послідовностей Баркера та їх мультиплікативно комплементарних структур, яка дозволяє використовувати їх для передавання інформації широкосмуговими каналами з постійними та змінними параметрами та підвищити пропускну спроможність передавання дискретних повідомлень у таких каналах до 1,6 раз у порівнянні з комплементарними послідовностями Голя (найближчий аналог).

12. Розроблено структурну схему передавання інформації за технологією DSSS з використанням узагальнених бінарних послідовностей Баркера, особливою якої у порівнянні з комплементарними послідовностями Голя є краща адаптованість до використання методів багатопозиційної модуляції з кількістю можливих станів сигналу, більшою чотирьох (8-PSK, QAM-16 тощо).

13. Результати дисертації впроваджено у ДП «Укранерорух» та на факультеті Аеронавігації, електроніки та телекомунікацій Національного авіаційного університету.

### ПУБЛІКАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. A.H. Holubnychi, G.F. Konakhovych, «Multiplicative complementary binary signal-code constructions», *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 61, no. 10, pp. 431-443, 2018. (*Scopus*)

2. Ye.I. Gabrousenko, A.G. Holubnychi, Z. Hu, A.G. Taranenko, F.J. Yanovsky, «Estimation of electromagnetic shielding efficiency», *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 78, no. 2, pp. 181-189, 2019. (*Scopus*)

3. A.G. Holubnychi, G.F. Konakhovych, A.G. Taranenko, Ye.I. Gabrousenko, «Comparison of additive and multiplicative complementary sequences for navigation and flight control systems», *Proc. IEEE 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC)*, Kyiv, Oct. 16-18, 2018, pp. 24-27. (*Scopus, Web of Science*)

4. A.G. Taranenko, Ye.I. Gabrousenko, A.G. Holubnychi, I.A. Slipukhina, «Estimation of redundant radionavigation system reliability», *Proc. IEEE 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC)*, Kyiv, Oct. 16-18, 2018, pp. 28-31. (*Scopus, Web of Science*)

5. A.G. Holubnychi, G.F. Konakhovych, R.S. Odarchenko, «Signal constructions with low resultant sidelobes for pulse compression navigation and radar systems», *Proc. IEEE 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC)*, Kyiv, Oct. 18-20, 2016, pp. 267-270. (*Scopus, Web of Science*)

6. A.G. Holubnychi, G.F. Konakhovych, «Spread-spectrum control channels for UAV based on the generalized binary Barker sequences», *Proc. IEEE 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments Proceedings (APUAVD)*, Kyiv, Oct. 15-17, 2013, pp. 99-103. (*Scopus, Web of Science*)

7. A. Holubnychi, «Generalized binary Barker sequences and their application to radar technology», *Proc. Signal Processing Symposium (SPS)*, Serock, Poland, June 5-7, 2013, pp. 1-9. (*Scopus, Web of Science*)

8. A.G. Holubnychi, «Statistical analysis of output signal in signal processing system for multiplicative complementary generalized binary Barker sequences», *Electronics and Control Systems*, vol. 2, no. 60, pp. 9-15, 2019.

9. О.Г. Голубничий, «Аналіз особливостей реалізації ЕМ-алгоритму при кластеризації систем сигнальних конструкцій», *Наукоємні технології*, Т. 42, № 2, С. 246-253, 2019.

10. A.G. Holubnychyi, «Cross-correlation analysis of sets of generalized binary Barker sequences», *Electronics and Control Systems*, vol. 1, no. 59, pp. 9-15, 2019.

11. О. Голубничий, «Метод структуризації кодових конструкцій на основі гаусівської змішаної моделі та виділення її компонент», *Захист інформації*, Т. 21, № 2, С. 74-88, 2019.

12. О.Г. Голубничий, «Лінійні структури коваріаційної функції узагальнених бінарних послідовностей Баркера непарної довжини», *Мікросистеми, Електроніка та Акустика*, Т. 24, № 1, С. 21-28, 2019.

13. О.Г. Голубничий, «Синтез аналітичних форм опису автокореляційної функції узагальнених бінарних послідовностей Баркера типу 1 на основі її декомпозиції з використанням лінійних складових», *Науковий технології*, Т. 41, № 1, С. 10-15, 2019.

14. A.G. Holubnychyi, «Features of multiplicative complementary signal constructions based on generalized binary Barker sequences», *Electronics and Control Systems*, vol. 4, no. 58, pp. 19-26, 2018.

15. О. Голубничий, «Аналіз конфіденційності передавання інформації у системах DSSS за умов обмеженості систем використовуваних сигнально-кодових конструкцій», *Захист інформації*, Т. 20, № 4, С. 221-230, 2018.

16. О.Г. Голубничий, «Синтез систем корельованих сигналів з використанням доповненої процедури Грама-Шмідта», *Науковий технології*, Т. 40, № 4, С. 405-409, 2018.

17. А.Г. Голубничий, Г.Ф. Коначович, «Мультипликативно комплементарные бинарные сигнально-кодовые конструкции», *Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника*. Т. 61, № 10, С. 551-565, 2018.

18. Голубничий О.Г., Коначович Г.Ф., «Спосіб підвищення точності виявлення сигналів у радіолокаційних системах зі складними зондувальними сигналами», *Патент № 108898 України на винахід*, МПК G01S 7/36, заявник та патентовласник Національний авіаційний університет, № а 2013 04823, заявл. 16.04.2013, опубл. 25.06.2015, бюл. № 12, 15 с.

19. А.Г. Голубничий, «Корреляционные свойства обобщённых бинарных последовательностей Баркера», *Проблеми інформатизації та управління*, № 2(50), С. 48-55, 2015.

20. A.G. Holubnychyi, «Barker-like systems of sequences and their processing», *Технология и конструирование в электронной аппаратуре*, № 6, С. 19-24, 2013.

21. А.Г. Голубничий, «Правила кодирования и структура обобщённых бинарных последовательностей Баркера», *Проблеми інформатизації та управління*, № 4(44), С. 20-26, 2013.

22. О. Голубничий, «Аналіз вимог та рекомендацій ICAO щодо забезпечення інформаційної безпеки мережі АТН», *Захист інформації*, Т. 15, № 4, С. 376-382, 2013.

23. Одарченко Р.С., Коначович Г.Ф., Голубничий О.Г., «Пристрій для адаптивної зміни тривалості циклічного префікса OFDM-символу при формуванні OFDM-сигналів», *Патент № 76901 України на корисну модель*, МПК H04J 11/00, заявник та патентовласник Національний авіаційний університет, № u 2012 06628, заявл. 31.05.2012, опубл. 25.01.2013, бюл. № 2, 4 с.

24. Одарченко Р.С., Коначович Г.Ф., Голубничий О.Г., «Спосіб адаптивної зміни тривалості циклічного префікса OFDM-символу при формуванні OFDM-сигналів», *Патент № 76902 України на корисну модель*, МПК H04J 11/00, заявник та патентовласник Національний авіаційний університет, № u 2012 06629, заявл. 31.05.2012, опубл. 25.01.2013, бюл. № 2, 4 с.

25. В. Антонов, О. Голубничий, «Визначення параметрів розбірливості мови, що є прийнятними для авіаційних систем захищеного радіозв'язку», *Захист інформації*, № 1(54), С. 99-103, 2012.

26. О.Г. Голубничий, В.В. Антонов, «Аналіз конфіденційності передавання даних у ширококутових каналах авіаційної рухомої супутникової служби AMSS», *Сучасний захист інформації*, № 1, С. 61-66, 2012.

27. Г. Конахович, О. Голубничий, Р. Одарченко, П. Войдук, «Розробка теоретичного методу аналізу захищеності приміщень у залежності від параметрів корисних сигналів, сигналів зашумлення та розбірливості мови», *Безпека інформації*, № 2(18), С. 54-60, 2012.

28. Г. Конахович, Ю. Беженар, О. Голубничий, Р. Одарченко, «Оцінка якості відновлення мови в захищених безпроводових каналах зв'язку», *Безпека інформації*, № 1(17), С. 37-41, 2012.

29. О.Г. Голубничий, М.В. Тронь, «Каскадна модель каналу зв'язку, що враховує явище кластеризації променів», *Наукоємні технології*, № 3-4 (11-12), С. 26-29, 2011.

30. О.Г. Голубничий, «Аналіз атак К-дії на фізичному рівні ширококутової радіосистеми при можливості модифікації приймального пристрою», *Сучасний захист інформації*, № 4, С. 42-54, 2011.

31. О.Г. Голубничий, «Методика оцінювання якості функціонування стільникових систем ширококутового радіодоступу на фізичному рівні», *Проблеми інформатизації та управління*, № 4(36), С. 28-32, 2011.

32. О.Г. Голубничий, «Особливості моделювання сигнально-кодкових конструкцій та методів обробки сигналів у MATLAB», *MATLAB та комп'ютерні обчислення в освіті, науці та інженерії: загальноукраїнська конф.*, Київ, 16-18 травня 2019 р., С. 19.

33. О.Г. Голубничий, «Кореляційні властивості одного типу псевдовипадкових послідовностей для систем виявлення сигналів у CNS/ATM», *Проблеми розвитку глобальної системи зв'язку, навігації, спостереження та організації повітряного руху CNS/ATM: наук.-техн. конф.*, Київ, 17-19 листопада 2014 р., С. 45.

34. О.Г. Голубничий, Г.Ф. Конахович, «Аналіз нормативних рекомендацій щодо захисту наскрізного зв'язку "повітря-земля" у мережі ATN», *Проблеми експлуатації та захисту інформаційно-комунікаційних систем: наук.-практ. конф.*, Київ, 2-5 червня 2014 р., С. 13-16.

35. Г.Ф. Конахович, О.Г. Голубничий, «Аналіз вимог та рекомендацій ICAO до захисту сеансів зв'язку "Повітря-Земля" в мережі ATN», *Сучасні проблеми інформаційної безпеки на транспорті (СПБТ-2013): III Всеукраїнська наук.-практ. конф. з міжнар. участю*, Миколаїв, 3-6 вересня 2013 р., С. 51-55.

36. А.Г. Голубничий, «Обеспечение защиты связи при организации воздушного движения в соответствии с требованиями ICAO», *Політ. Сучасні проблеми науки: XIII міжнар. наук.-практ. конф. молодих учених і студ.*, Київ, 3-4 квітня 2013 р., С. 109.

37. А.Г. Голубничий, «Обобщенные бинарные последовательности Баркера для систем обнаружения сигналов», *Statistical Methods of Signal and Data Processing (SMSDP-2013): міжнар. наук. конф.*, Київ, 16-17 жовтня 2013 р., С. 187-192.

38. О.Г. Голубничий, «Аналіз вимог та рекомендацій ICAO до захисту сеансів зв'язку "земля-земля" в мережі ATN», *Захист інформації в інформаційно-комунікаційних системах: наук.-практ. конф.*, Київ, 3-6 червня 2013 р., С. 82-83.

39. О.Г. Голубничий, «Аналіз захищеності від несанкціонованого доступу фізичного рівня ширококутових каналів AMSS», *Проблеми навігації і управління*

рухом: *Всеукраїнської наук.-практ. конф. молодих учених і студ.*, Київ, 18-20 листопада 2013 р., С. 101.

40. А.Г. Holubnychyi, «Generation rules and structure of generalized binary Barker sequences», *Авіа-2013: XI міжнар. наук.-техн. конф.*, Київ, 21-23 травня 2013 р, Т. 2., С. 11.33-11.36.

41. О.Г. Голубничий, «Аналіз конфіденційності передавання даних у каналах AMSS», *Захист інформації в інформаційно-комунікаційних системах: наук.-практ. конф.*, Київ, 24-27 квітня 2012 р., С. 18-20.

42. О.Г. Голубничий, «Аналіз атак К-дії на фізичному рівні широкосмугової радіосистеми при можливості модифікації приймача», *Захист інформації з обмеженим доступом та автоматизація її обробки" (PIRAT-2012): IV наук.-техн. конф. студ. та асп.*, Київ, 9-10 лютого 2012 р., С. 12-13.

43. А.В. Степанов, Г.Ф. Коначович, О.Г. Голубничий, «Параметри вибору архітектури внутрішньої інформаційно-комунікаційної системи», *Захист інформації в інформаційно-комунікаційних системах: наук.-практ. конф.*, Київ, 7-10 червня 2011 р., С. 34.

44. А.Г. Голубничий, «О возможности увеличения помехоустойчивости и дальности обмена видеопотоками данных между БПЛА и наземным пунктом управления», *Відновлювана енергетика та антитероризм – виклики інтелектуальній робототехніці XXI сторіччя: I міжнар. наук.-техн. конф.*, Київ, 9 грудня 2011 р., С. 53-55.

## АНОТАЦІЯ

**Голубничий О.Г. Методологія синтезу та обробки узагальнених бінарних послідовностей Баркера для широкосмугових каналів зв'язку.** – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.12.02 – «Телекомунікаційні системи та мережі». – Національний авіаційний університет, Київ, 2019.

У дисертаційній роботі вирішується актуальна науково-технічна проблема синтезу бінарних дискретно-кодованих послідовностей (ДКП), які є оптимальними за мінімаксімним критерієм щодо їх автокореляційної функції (АКФ), у частині синтезу регулярних структур цих ДКП та їх комбінаторних систем в умовах обмежень на максимальний рівень абсолютних значень бічних пелюсток їх АКФ (ДКП Баркера). Вирішенням зазначеної проблеми у дисертації є новий синтезований тип ДКП – узагальнені бінарні послідовності Баркера (УБПБ), які характеризуються регулярними структурами, можуть бути синтезовані регулярними методами синтезу та утворюють нові мультиплікативно комплементарні структури бінарних ДКП.

У роботі розроблено методологію синтезу та обробки УБПБ та їх мультиплікативно комплементарних структур, яка у своєму складі містить розроблену параметрично-критеріальну модифікацію ЕМ-алгоритму з видаленням компонент гаусівської змішаної моделі для аналізу кореляційних зв'язків у системах ДКП та доведені теореми про його математичну сингулярність за певних умов такого статистичного аналізу для обґрунтування введених у модифікації алгоритму критеріїв, розроблені метод структуризації ДКП з апіорі невідомими внутрішніми структурами, регулярний метод синтезу УБПБ, метод синтезу та сумісної обробки мультиплікативно комплементарних структур УБПБ, метод декомпозиції структури вихідного сигналу системи обробки мультиплікативно комплементарних УБПБ, метод



оцінювання енергетичних параметрів ортогональних сигнально-кодових конструкцій та завод при передаванні УБПБ. У дослідженні також обґрунтовано класифікацію УБПБ, виявлено та досліджено системні властивості регулярних структур УБПБ та їх АКФ, синтезовано повну систему математичних моделей для аналітичного опису АКФ УБПБ, розроблено аналітичні моделі оцінювання показників якості передавання повідомлень у телекомунікаційних системах при використанні УБПБ.

**Ключові слова:** послідовності Баркера, синтез сигналів, обробка сигналів, кореляційні властивості, комплементарні структури, регулярні структури, фізичний рівень телекомунікаційної системи, широкосмугові телекомунікаційні системи.

## АННОТАЦИЯ

**Голубничий А.Г. Методология синтеза и обработки обобщённых бинарных последовательностей Баркера для широкополосных каналов связи.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук по специальности 05.12.02 – «Телекоммуникационные системы и сети». – Национальный авиационный университет, Киев, 2019.

Диссертационная работа посвящена решению актуальной научно-технической проблемы синтеза бинарных дискретно-кодированных последовательностей (ДКП), оптимальных по минимаксному критерию в отношении их автокорреляционной функции (АКФ), в части синтеза регулярных структур этих ДКП и их комбинаторных систем в условиях ограничений на максимальный уровень абсолютных значений боковых лепестков их АКФ (ДКП Баркера). Решением указанной проблемы в диссертации является новый синтезированный тип ДКП – обобщённые бинарные последовательности Баркера (ОБПБ), которые характеризуются регулярными структурами, могут быть синтезированы регулярными методами синтеза и образуют новые мультипликативно комплементарные структуры бинарных ДКП.

В работе разработана методология синтеза и обработки ОБПБ и их мультипликативно комплементарных структур, которая в своём составе содержит разработанную параметрически-критериальную модификацию ЕМ-алгоритма с удалением компонент гауссовской смешанной модели для анализа корреляционных связей в системах ДКП и доказанные теоремы о его математической сингулярности в определённых условиях такого статистического анализа для обоснования введённых в модификации алгоритма критериев, разработанные метод структуризации ДКП с априори неизвестными внутренними структурами, регулярный метод синтеза ОБПБ, метод синтезу и совместной обработки мультипликативно комплементарных структур ОБПБ, метод декомпозиции структуры сигнала на выходе системы обработки мультипликативно комплементарных ОБПБ, метод оценивания энергетических параметров ортогональных сигнально-кодовых конструкций и помех при передаче ОБПБ. В исследовании также обоснована классификация ОБПБ, выявлены и исследованы системные свойства регулярных структур ОБПБ и их АКФ, синтезирована полная система математических моделей для аналитического описания АКФ ОБПБ, разработаны аналитические модели оценивания показателей качества передачи сообщений в телекоммуникационных системах при использовании ОБПБ.

**Ключевые слова:** последовательности Баркера, синтез сигналов, обработка сигналов, корреляционные свойства, комплементарные структуры, регулярные структуры, физический уровень телекоммуникационной системы, широкополосные телекоммуникационные системы.

## ABSTRACT

### **A. Holubnychyi. Methodology of synthesis and signal processing of generalized binary Barker sequences for spread spectrum communications.** – Manuscript.

Thesis for a degree of Doctor of Technical Science in specialty 05.12.02 – «Telecommunication Systems and Networks». – National Aviation University. – Kyiv, 2019.

The thesis is devoted to solving the actual scientific and engineering problem dealing with a synthesis of binary sequences, which are optimal by the minimax criterion with respect to their autocorrelation function, in terms of a synthesis of regular structures of these binary sequences and their combinatorial systems under additional restrictions on the peak sidelobe level of their autocorrelation function (Barker sequences). The solution of the problem, proposed in the thesis, boils down to a new synthesized kind of binary sequences – generalized binary Barker sequences, which are characterized by regular structures, can be synthesized by means of regular synthesis method and form new multiplicative complementary structures of binary sequences.

The methodology of synthesis and signal processing of generalized binary Barker sequences and their multiplicative complementary structures, developed in the thesis, consists of: (a) the modification (parametric and criteria features) of the expectation-maximization (EM) algorithm with removing components of the Gaussian mixture model and additional clustering criteria for a statistical analysis of cross-correlations between sequences in a system for their further structuring, based on proved theorems on mathematical singularities in the log-likelihood function in the mentioned statistical analysis of cross-correlations; (b) the method of structuring binary sequences with a priori unknown structures, which provides selecting groups of binary sequences with interconnected structures and further detecting these interconnected structures in an explicit form; (c) the regular method for synthesis of generalized binary Barker sequences, based on the deterministic generation rules for these sequences; (d) the method for synthesis and joint signal processing of multiplicative complementary structures of generalized binary Barker sequences, based on the multiplication of results of matched filtering of signal components; (e) the method of a structural decomposition of output signal in signal processing system for multiplicative complementary generalized binary Barker sequences (an output signal can be represented by some number of separately taken partial lobes, each of which is characterized by constant mean value and variance of signal), which allows to perform a statistical analysis of output signal for noise immunity analysis, detection and other purposes in telecommunication system; (f) the method of estimation of energetic parameters of orthogonal signal-code constructions and noise on the physical layer of telecommunication system in case of use of generalized binary Barker sequences.

The classification by types and subtypes of generalized binary Barker sequences, based on statistical clustering using the EM and k-means algorithms, is also justified in the research. The properties of regular structures of generalized binary Barker sequences and properties of their autocorrelation functions are detected and studied. A complete system of mathematical models for analytical description of the autocorrelation function of generalized binary Barker sequences is synthesized. The analytical models for estimation of quality characteristics on the physical layer of telecommunication system in case of use of generalized binary Barker sequences are developed. Spectral and detection features of generalized binary Barker sequences and their comparison with Golay complementary sequences are also studied in the research. In contrast with Golay complementary sequences, generalized binary Barker sequences provide larger values of the processing gain in

sidelobes (by 4.1 dB for a considered case), which provides less noise in sidelobes and a lower number of errors of the first genus in the case of the use of generalized binary Barker sequences. At the same time, the main disadvantage of generalized binary Barker sequences in comparison with Golay complementary sequences is that the processing gain in the main central lobe is lower (by 8.9 dB for a considered case), which causes more noise in the main lobe and a greater number of errors of the second genus in the case of the use of generalized binary Barker sequences. With this, the compared systems of sequences are characterized by almost the same total bandwidth, and the fact that generalized binary Barker sequences also provide a lower pulse width in the main lobe after signal processing (by 1.5 times), which provides a greater maximum data transfer rate and spectral efficiency on the physical layer of spread-spectrum telecommunication system (up to 1.5 times).

The research results were implemented in the production and research activities of the UKSATSE Flight Calibration & Rescue Service (Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise «UKSATSE») and educational processes at the Faculty of Air Navigation, Electronics and Telecommunications (National Aviation University, Kyiv).

**Keywords:** Barker sequences, synthesis of signals, signal processing, correlation properties, complementary structures, regular structures, physical layer of communication system, spread-spectrum telecommunications.