

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ЕКОНОМІКИ ТА БІЗНЕС АДМІНІСТРУВАННЯ

Кафедра економічної кібернетики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
до виконання контрольної роботи з дисципліни  
з дисципліни «Економетричні моделі в умовах цифрової економіки»

для студентів заочної форми навчання

Галузь знань: 05 "Соціальні та поведінкові науки"  
Спеціальність 051 «Економіка»  
Освітньо-професійна програма «Цифрова економіка»

Укладачі:  
к.е.н., Густера О.М.

Методичні рекомендації  
розглянуті та схвалені  
на засіданні кафедри  
економічної кібернетики  
Протокол № 5 від 2.09.2019 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Н.О. Іванченко

КИЇВ-2019

УДК 519.25:004.67(076.5)  
ББК У.с51р  
І619

Укладачі : Густера Олег Михайлович

Рецензенти:

Інтернет речей : Методичні вказівки до виконання контрольної роботи /  
Уклад.: О.М. Густера - К.: НАУ, 2019. – 27 с.

Методичні вказівки містять рекомендації до виконання контрольної роботи з  
дисципліни «Інтернет речей» для студентів-магістрів заочної форми навчання  
ОПП «Цифрова економіка».

© Густера О.М. 2019

© НАУ, 2019

## Лабораторна робота №1 “ Економетрична модель парної лінійної регресії ”

**1. Мета роботи:** Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді парної класичної лінійної регресії, її верифікації і практичного використання в економічних дослідженнях.

### **2. Задачі роботи:**

1. Специфікація економетричної моделі.
2. Оцінювання параметрів моделі і їх інтерпретація.
3. Верифікація моделі.
4. Прогнозування за моделлю парної лінійної регресії.
5. Економіко-математичний аналіз на основі моделі парної лінійної регресії.

### **3. Завдання роботи і вихідні дані.**

Для деякого регіону виконується дослідження залежності місячних витрат домогосподарств на продукти харчування  $Q$  від наявного місячного доходу  $D$ . Дані вибіркового статистичного спостереження за зазначеними показниками (у грошових одиницях) для 10-ти домогосподарств наведені у таблиці.

Номер спостереження $i$	Наявний місячний дохід $D$ , гр. од.	Місячні витрати на продукти харчування $Q$ , гр. од.
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

### *Грунтуючись на наведених статистичних даних :*

1. Виконати специфікацію економетричної моделі споживання, яка описує залежність тижневих витрат домогосподарства на продукти харчування від наявного місячного доходу.
2. Визначити оцінки параметрів моделі методом найменших квадратів.
3. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої моделі для рівня значимості  $\alpha = 0,05$ .
4. Для прогнозного значення місячного доходу  $D_{pr} = \underline{\hspace{2cm}}$  розрахувати точковий, а також інтервальні прогнози місячних витрат на продукти харчування для рівня довіри  $p=0,95$  і дати їм економічну інтерпретацію.
5. Виконати економіко-математичний аналіз споживання на основі побудованої моделі.

## **4. Виконання роботи**

### **1. Специфікація економетричної моделі.**

- 1.1. Ідентифікація змінних моделі:  $D$  - \_\_\_\_\_  
 $Q$  - \_\_\_\_\_
- 1.2. Умовні позначення змінних моделі  $x$  - \_\_\_\_\_  $y$  - \_\_\_\_\_
- 1.3. Теоретична модель у загальному вигляді \_\_\_\_\_
- 1.4. Вибіркове рівняння регресії - \_\_\_\_\_

Вибіркова економетрична модель. - \_\_\_\_\_

## 2. Оцінювання параметрів моделі. (параметризація моделі)

Параметри моделі :  $b_0 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_1 =$  \_\_\_\_\_

Оцінене (вибіркове) рівняння регресії - \_\_\_\_\_

Вибіркова модель - \_\_\_\_\_

## 3. Верифікація моделі.

### 3.1. Показники якості вибіркової моделі :

- вибірковий коефіцієнт парної кореляції  $r_{yx} =$  \_\_\_\_\_ ;
- вибірковий коефіцієнт детермінації  $R^2 =$  \_\_\_\_\_ ;
- стандартна похибка моделі  $\hat{\sigma}_\varepsilon =$  \_\_\_\_\_ ;

#### Висновки:

### 3.2. Перевірка статистичної значимості моделі :

#### А. Перевірка статистичної значимості у цілому

Розрахункове значення критерію Фішера  $F^* =$

Критичне значення критерію Фішера  $F_{кр} =$  \_\_\_\_\_ ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = n-2 =$  \_\_\_\_\_ )

**Висновок:** побудована економетрична модель у цілому \_\_\_\_\_.

#### Б. Перевірка статистичної значимості параметрів моделі

Розрахункові значення критерію Ст'юдента :  $t_{b_0}^* =$  \_\_\_\_\_ ,  $t_{b_1}^* =$  \_\_\_\_\_

Критичне значення критерію Ст'юдента.  $t_{кр} = t_{\alpha/2} =$  \_\_\_\_\_ ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $\nu = n-2 =$  \_\_\_\_\_ )

**Висновки:** параметр  $b_0$  статистично \_\_\_\_\_ параметр  $b_1$  статистично \_\_\_\_\_

#### В. Перевірка статистичної значимості коефіцієнта парної кореляції

Розрахункове значення  $t$  – статистики для коефіцієнта парної кореляції  $t_R^* =$  \_\_\_\_\_

**Висновок:** вибірковий коефіцієнт парної кореляції  $r_{yx}$  статистично \_\_\_\_\_

**Загальні висновки щодо якості, адекватності та статистичної значимості побудованої моделі :**

#### **4. Прогнозування.**

4.1. Прогнозне значення місячного доходу  $x_{pr} = D_{pr} = 16 + K =$

4.2. Точковий прогноз витрат на продукти харчування :  $\hat{y} =$  \_\_\_\_\_

4.3. Інтервальний прогноз для математичного сподівання витрат \_\_\_\_\_  $< M(y_{pr}) <$  \_\_\_\_\_

4.4. Інтервальний прогноз для індивідуального значення витрат \_\_\_\_\_  $< y_{pr} <$  \_\_\_\_\_

#### **Висновки:**

#### **5. Економіко – математичний аналіз.**

5.1. Оцінювання граничного впливу доходів домогосподарств на їхні витрати на продукти харчування.

$$b_1 =$$

$$\underline{\hspace{2cm}} < \beta < \underline{\hspace{2cm}}$$

**Висновки:**

5.2. Оцінювання відносного впливу доходів домогосподарств на їхні витрати на продукти харчування.

Середній коефіцієнт еластичності  $\bar{E} = b_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} =$

**Висновки:**

## **Лабораторна робота №2 “Багатофакторна лінійна економетрична модель”**

**1. Мета роботи:** Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді багатофакторної класичної лінійної регресії, її верифікації і практичного використання в економічних дослідженнях.

### **2. Задачі роботи:**

1. Специфікація моделі.
2. Оцінювання параметрів багатофакторної лінійної регресійної моделі і їх інтерпретація.
3. Верифікація моделі.
4. Прогнозування за моделлю багатофакторної лінійної регресії.
5. Економіко-математичний аналіз на основі моделі багатофакторної лінійної регресії.

### **3. Завдання роботи і вихідні дані.**

Для деякого підприємства отримані наступні результати вибірових статистичних спостережень за останні 24 місяця (2 роки), що містять дані по продуктивності праці та факторам, що впливають на цей показник.

Місяць	Продуктивність праці ( гр. од / людино-год )	Фондомісткість продукції ( гр. од. )	Коефіцієнт плинності робочої сили ( % )	Рівень втрат робочого часу ( % )
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				

**Грунтуючись на наведених статистичних даних :**

1. У припущенні щодо лінійної залежності між наведеними показниками побудувати економетричну модель продуктивності праці, що описує залежність між продуктивністю праці і наведеними вище факторами.
2. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої моделі для рівня значимості  $\alpha = 0,05$ .

3. Розрахувати прогноз продуктивності праці на наступний місяць з рівнем надійності  $p=0,95$ , якщо очікувані значення чинників, що впливають на неї дорівнюють :
- фондомісткість продукції – \_\_\_\_\_ ;
  - коефіцієнт плинності робочої сили – \_\_\_\_\_ ;
  - рівень втрат робочого часу – \_\_\_\_\_ .
4. Оцінити граничний абсолютний вплив кожної пояснюючої змінної моделі на продуктивність праці.
5. Оцінити відносний вплив кожної пояснюючої змінної моделі на продуктивність праці.
6. Виконати ранжування пояснюючих змінних моделі за силою їх впливу на продуктивність праці і зробити відповідні висновки

#### 4. Виконання роботи:

##### 1. Специфікація економетричної моделі.

1.1. Ідентифікація та умовні позначення змінних моделі :

$x_1$  - \_\_\_\_\_

$x_2$  - \_\_\_\_\_

$x_3$  - \_\_\_\_\_

$y$  - \_\_\_\_\_

1.3. Теоретична модель у загальному вигляді \_\_\_\_\_

1.4. Вибіркове рівняння регресії - \_\_\_\_\_

Вибіркова економетрична модель. - \_\_\_\_\_

##### 2. Оцінювання параметрів моделі (параметризація моделі)

Оцінки параметрів моделі :  $b_0 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_1 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_2 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_3 =$  \_\_\_\_\_

Оцінене (вибіркове) рівняння регресії - \_\_\_\_\_

Вибіркова модель - \_\_\_\_\_

##### 3. Верифікація моделі.

###### 3.1. Показники якості вибіркової моделі :

– вибірковий коефіцієнт множинної кореляції  $R =$  \_\_\_\_\_ ;

– вибірковий коефіцієнт детермінації  $R^2 =$  \_\_\_\_\_ ;

– стандартна похибка моделі  $\hat{\sigma}_\varepsilon =$  \_\_\_\_\_ ;

###### Висновки:



### 3.2. Перевірка статистичної значимості моделі :

#### А. Перевірка статистичної значимості у цілому

Розрахункове значення критерію Фішера  $F^* =$

Критичне значення критерію Фішера  $F_{кр} =$  ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $\nu_1 = 3$ ,  $\nu_2 = n-4 =$  )

**Висновок:** побудована економетрична модель у цілому \_\_\_\_\_.

#### Б. Перевірка статистичної значимості параметрів моделі

Розрахункові значення критерію Ст'юдента :  $t_{b_0}^* =$  \_\_\_\_\_ ,  $t_{b_1}^* =$  \_\_\_\_\_ ,  
 $t_{b_2}^* =$  \_\_\_\_\_ ,  $t_{b_3}^* =$  \_\_\_\_\_ .

Критичне значення критерію Ст'юдента.  $t_{кр} = t_{\alpha/2} =$  \_\_\_\_\_ ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $\nu = n-4 =$  )

**Висновки:** параметр  $b_0$  статистично \_\_\_\_\_ параметр  $b_1$  статистично \_\_\_\_\_  
 параметр  $b_2$  статистично \_\_\_\_\_ параметр  $b_3$  статистично \_\_\_\_\_

#### В. Перевірка статистичної значимості коефіцієнта множинної кореляції

Розрахункове значення t – статистики для коефіцієнта множинної кореляції  $t_R^* =$  \_\_\_\_\_

**Висновок:** вибірковий коефіцієнт множинної кореляції  $R$  статистично \_\_\_\_\_

**Загальні висновки щодо якості, адекватності та статистичної значимості побудованої моделі :**

### 4. Прогнозування .

4.1. Прогнозні значення пояснюючих змінних моделі:  $X_{1,pr} =$  \_\_\_\_\_ ,  
 $X_{2,pr} =$  \_\_\_\_\_ ,  
 $X_{3,pr} =$  \_\_\_\_\_ .

4.2. Точковий прогноз продуктивності праці :  $\hat{y} =$  \_\_\_\_\_

4.3. Інтервальний прогноз для математичного сподівання продуктивності праці

$$\text{_____} < M(y_{pr}) < \text{_____}$$

4.4. Інтервальний прогноз для індивідуального значення продуктивності праці

$$\text{_____} < y_{pr} < \text{_____}$$

**Висновки:**

**5. Економіко – математичний аналіз.**

5.1. Оцінювання граничного впливу кожного фактора (кожної пояснюючої змінної) на продуктивність праці :

$$M_1 = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} = b_1 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad M_2 = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} = b_2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad M_3 = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_3} = b_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Висновки:**

5.2. Інтервали довіри для параметрів моделі:  $\underline{\hspace{2cm}} < \beta_0 < \underline{\hspace{2cm}}$

$$\begin{aligned} & \text{_____} < \beta_1 < \text{_____} \\ & \text{_____} < \beta_2 < \text{_____} \\ & \text{_____} < \beta_3 < \text{_____} \end{aligned}$$

**Висновки :**

5.3. Оцінювання відносного впливу кожного фактора (кожної пояснюючої змінної) на продуктивність праці :

$$\bar{E}_1 = b_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = \text{_____}, \quad \bar{E}_2 = b_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \text{_____}, \quad \bar{E}_3 = b_3 \frac{\bar{x}_3}{\bar{y}} = \text{_____}$$

$$p = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = \text{_____}$$

**Висновки:**

5.4. Ранжування пояснюючих змінних (факторів) за силою їх впливу на продуктивність праці :

$$b_1^* = b_1 \frac{\widehat{\sigma}_{x_1}}{\widehat{\sigma}_y} = \text{_____}, \quad b_2^* = b_2 \frac{\widehat{\sigma}_{x_2}}{\widehat{\sigma}_y} = \text{_____}, \quad b_3^* = b_3 \frac{\widehat{\sigma}_{x_3}}{\widehat{\sigma}_y} = \text{_____}.$$

**Висновки :**

### Лабораторна робота №3 “Нелінійна економетрична модель”

**1. Мета роботи:** Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді нелінійної регресії (на основі неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа) та її використання для аналізу і прогнозування процесу виробництва.

**2. Задачі роботи :**

1. Оцінювання параметрів неокласичної виробничої функції Кобба – Дугласа.
2. Верифікація побудованої моделі.
3. Аналіз виробництва на основі побудованої моделі.
4. Прогнозування на основі побудованої моделі.

**3. Завдання роботи і вихідні дані.**

На основі вибірових статистичних спостережень на протязі 12 років за деякою галуззю (табл. 1) отримані статистичні дані щодо річного випуску продукції галузі **Y** (млн. гр. од.), вартості основного капіталу **K** (млн. гр. од.) і чисельності зайнятих у галузі **L** (тис. чоловік).

Таблиця 1

Рік	Y	K	L
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

*Грунтуючись на наведених статистичних даних:*

1. Побудувати неокласичну виробничу функцію Кобба–Дугласа  $Y = a_0 K^\alpha L^\beta$ , де  $Y$  – річний випуск продукції у галузі,  $K$  - вартість основного капіталу,  $L$  – чисельність зайнятих у галузі,  $a_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  - параметри моделі.
2. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої виробничої функції для рівня значимості  $\alpha = 0,05$ .
3. На основі побудованої виробничої функції:
  - a) оцінити вплив виробничих ресурсів на річний випуск продукції ;
  - b) оцінити вплив зростання масштабів виробництва на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва ;
  - c) для планового випуску продукції  $Y = Y^* = \underline{\hspace{2cm}}$  обчислити необхідну чисельність зайнятих у галузі  $L^*$  у припущенні, що вартість основного капіталу (основних фондів) залишиться на рівні останнього року у вибірці ;
  - d) для планового випуску продукції  $Y = Y^* = \underline{\hspace{2cm}}$  обчислити необхідну вартість основного капіталу  $K^*$  (основних фондів) у припущенні, що чисельність зайнятих у галузі залишиться на рівні останнього року у вибірці ;
  - e) для прогнозних значень основного капіталу  $K_{pr} = \underline{\hspace{2cm}}$  і кількості зайнятих у галузі  $L_{pr} = \underline{\hspace{2cm}}$  обчислити середню і граничну продуктивність праці та основного капіталу ;
  - f) для прогнозних значень основного капіталу  $K_{pr} = \underline{\hspace{2cm}}$  і кількості зайнятих у галузі  $L_{pr} = \underline{\hspace{2cm}}$  розрахувати точковий прогноз випуску продукції.

**4. Виконання роботи**

1 Лінеаризація виробничої функції.

1.1. Виконуємо логарифмування обох частин виразу  $Y = a_0 K^\alpha L^\beta \rightarrow$

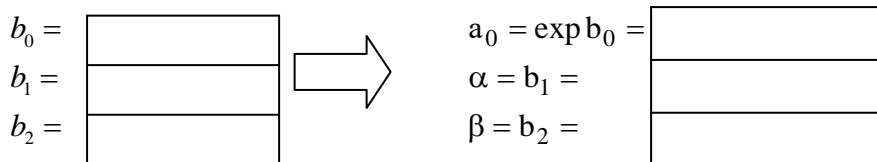
$$\ln Y = \ln a_0 + \alpha \ln K + \beta \ln L .$$

1.2. Виконуємо заміну змінних :  $y = \ln Y; \quad x_1 = \ln K; \quad x_2 = \ln L .$

1.3. Зводимо нелінійну мультиплікативну виробничу функцію  $Y = a_0 K^\alpha L^\beta$  до наступної лінійної форми :  $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ , де  $b_0 = \ln a_0$ ,  $b_1 = \alpha$ ,  $b_2 = \beta$ .

1.4. Перетворюємо змінні виробничої функції для подальшого оцінювання параметрів лінійної форми (на основі п.1.2).

**2. Оцінювання параметрів виробничої функції**



– оцінена лінійна форма виробничої функції :  $\hat{y} = \quad + \quad x_1 + \quad x_2$

– оцінена виробнича функція Кобба-Дугласа :  $Y = \quad K \quad L$

**3. Верифікація моделі на основі лінійної форми**

- вибірковий множинний коефіцієнт кореляції  $R = \underline{\hspace{2cm}}$
- вибірковий множинний коефіцієнт детермінації  $R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
- розрахункове значення критерію Фішера  $F^* = \underline{\hspace{2cm}}$
- розрахункові значення критерію Ст'юдента для параметрів моделі  $t_{b_0}^* = \quad t_{b_1}^* = \quad t_{b_2}^* =$
- t-статистика для вибіркового коефіцієнта кореляції  $t_R^* =$
- критичне значення критерію Фішера  $F_{кр} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $v_1 = m = \quad v_2 = n - k = \quad$  )
- критичне значення критерію Ст'юдента.  $t_{кр} = t_{\alpha/2} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $v = n - k = \quad$  )

**Висновок :**

**4. Аналіз виробництва**

4.1 Часткові коефіцієнти еластичності випуску продукції за виробничими ресурсами

$$E_K = \alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad E_L = \beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Висновок:**

4.2 Загальний коефіцієнт еластичності  $p = E_K + E_L = \alpha + \beta =$

**Висновок:**

4.3 Для планового випуску продукції  $Y = Y^* =$  \_\_\_\_\_ маємо :

- необхідна чисельність зайнятих у галузі  $L^* =$  \_\_\_\_\_ при  $K =$  \_\_\_\_\_
- необхідна вартість основного капіталу  $K^* =$  \_\_\_\_\_ при  $L =$  \_\_\_\_\_

4.4 Для прогнозних значень основного капіталу  $K_{pr} =$  \_\_\_\_\_ і кількості зайнятих у галузі

$L_{pr} =$  \_\_\_\_\_ маємо :

- середню продуктивність праці  $AP_L =$  \_\_\_\_\_
- граничну продуктивність праці  $MP_L =$  \_\_\_\_\_
- середню продуктивність основного капіталу  $AP_K =$  \_\_\_\_\_
- граничну продуктивність основного капіталу  $MP_K =$  \_\_\_\_\_

### **5. Прогнозування**

Вихідні дані :  $K_{pr} =$  \_\_\_\_\_ ,  $L_{pr} =$  \_\_\_\_\_ .

Результат:  $\hat{Y}_{pr} =$  \_\_\_\_\_

**Висновок :**

## Лабораторна робота №4 “Мультиколінеарність”

1. **Мета роботи:** Набуття практичних навичок тестування наявності мультиколінеарності в економетричних моделях і її усунення.

2. **Задачі роботи :**

1. Тестування наявності мультиколінеарності у багатофакторній лінійній регресійній моделі на основі тесту Фаррара-Глобера.
2. Усунення мультиколінеарності.

3. **Завдання роботи і вихідні данні.**

Для деякого регіону виконується економетричне дослідження, метою якого є аналіз реального споживання населення  $y$  (в млн. грошових одиниць) в залежності від наступних трьох факторів:  $x_1$  - купівлі та оплати товарів і послуг (в млн. грошових одиниць),  $x_2$  - заощаджень (в % від загального доходу) і  $x_3$  - заробітної плати (в млн. грошових одиниць). Вважається, що залежність між зазначеними економічними показниками може бути представлена економетричною моделлю багатофакторної лінійної регресії. Дані вибіркового статистичного спостереження наведені нижче у таблиці.

i	y	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

*Грунтуючись на наведених статистичних даних :*

1. За допомогою тесту Фаррара-Глобера перевірити наявність мультиколінеарності між пояснюючими змінними моделі.
2. При наявності мультиколінеарності запропонувати шляхи її вилучення.

4. **Виконання роботи**

### 1. Тест Фаррара – Глобера на мультиколінеарність.

1.1 Обчислюємо кореляційну матрицю пояснюючих змінних моделі  $\mathbf{r}$  :

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_2x_1} & 1 & r_{x_2x_3} \\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & & \\ \hline & 1 & \\ \hline & & 1 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

1.2. Обчислюємо визначник кореляційної матриці  $|\mathbf{r}| = \underline{\hspace{2cm}}$  .

1.3. Обчислюємо розрахункове значення  $\chi^2$  - критерію :  $\chi^2 = -\left[ n - 1 - \frac{1}{6}(2m + 5) \right] \ln|\mathbf{r}| = \underline{\hspace{2cm}}$



Табличне значення  $\chi^2_{\text{табл}} = \underline{\hspace{2cm}}$  (для  $\alpha=0,05$  і ступеня вільності  $v = \frac{1}{2} m(m-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ )

**Висновок:**

1.4. Обчислюємо матрицю  $C$ :  $C = r^{-1} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \left( \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \right)$

1.5. Для кожної пояснюючої змінної моделі розраховуємо F-критерій Фішера :

$$F_1 = (c_{11} - 1) \frac{n-m}{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad F_2 = (c_{22} - 1) \frac{n-m}{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad F_3 = (c_{33} - 1) \frac{n-m}{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Критичне значення критерію Фішера  $F_{\text{кр}} = \underline{\hspace{2cm}}$  (для  $\alpha = 0,05$ ,  $v_1 = m-1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $v_2 = n-m = \underline{\hspace{2cm}}$ )

**Висновок:**

1.6. Обчислюємо часткові коефіцієнти кореляції між пояснюючими змінними моделі:

$$r_{12} = \frac{-c_{12}}{\sqrt{c_{11}c_{22}}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad r_{13} = \frac{-c_{13}}{\sqrt{c_{11}c_{33}}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad r_{23} = \frac{-c_{23}}{\sqrt{c_{22}c_{33}}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

1.7 Обчислюємо розрахункові значення t- критерію Ст'юдента:

$$t_{12} = \frac{r_{12} \sqrt{n-m}}{\sqrt{1-r_{12}^2}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad t_{13} = \frac{r_{13} \sqrt{n-m}}{\sqrt{1-r_{13}^2}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad t_{23} = \frac{r_{23} \sqrt{n-m}}{\sqrt{1-r_{23}^2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Критичне значення t- критерію Ст'юдента  $t_{\text{кр}} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( для  $\alpha = 0,05$  і  $v=n-m = \underline{\hspace{2cm}}$  ).

**Висновок:**

## 2. Пропозиції щодо усунення мультиколінеарності

## Лабораторна робота №5 “Гетероскедастичність”

**1. Мета роботи:** Набуття практичних навичок тестування наявності гетероскедастичності і оцінювання параметрів економетричної моделі узагальненим методом найменших квадратів

### 2. Задачі роботи :

1. Тестування наявності гетероскедастичності за допомогою параметричного тесту Голдфелда – Квондта.
2. Оцінювання параметрів економетричної моделі узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена).

### 3. Завдання роботи і вихідні дані.

Для деякого регіону виконується економетричне дослідження залежності заощаджень населення ( $y$ ) від доходу на душу населення ( $x$ ). Вважається, що залежність між зазначеними економічними показниками може бути представлена економетричною моделлю парної лінійної регресії. Вибіркові статистичні дані за 18 років наведені нижче у таблиці.

Рік	Заощадження (млн. грошових одиниць)	Доход на душу населення (млн. грошових одиниць)	Рік	Заощадження (млн. грошових одиниць)	Доход на душу населення (млн. грошових одиниць)
1			10		
2			11		
3			12		
4			13		
5			14		
6			15		
7			16		
8			17		
9			18		

*Грунтуючись на наведених статистичних даних :*

1. Виходячи з ймовірності існування гетероскедастичності виконати параметричний тест Голдфелда – Квондта (для рівня значимості  $\alpha=0,05$ ).
2. Знайти оцінки параметрів моделі узагальненим методом найменших квадратів.

### 4. Виконання роботи

#### 1. Параметричний тест Голдфелда – Квондта на гетероскедастичність.

1.1. Виконуємо ранжування (впорядкування) даних статистичних спостережень у порядку зростання значень величини доходу (незалежної змінної  $x$ ).

1.2. Вилучаємо з середини впорядкованої вибірки  $c = 4$  спостереження. Утворюють дві вибірки розміром  $n_1 = n_2 = \frac{n - c}{2} = \frac{18 - 4}{2} = 7$ .

1.3. Для обох вибірок будуємо моделі парної лінійної регресії, на основі яких обчислюємо залишки (табл. 1).

Таблиця 1

Модель	Рік	$x_i$	$y_i$	$b_0$	$b_1$	$\hat{y}_i$	$e_i$
1							

2							

1.4. На основі даних табл.1 обчислюємо суми квадратів залишків :  $SSE_1 = \sum_{i=1}^7 e_{1,i}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$  ,

$$SSE_2 = \sum_{i=1}^7 e_{2,i}^2 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

1.5. Обчислюємо F - статистику :  $F^* = \frac{SSE_2}{SSE_1} =$

Критичне значення критерію Фішера  $F_{кр.} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = 7-k =$  )

**Висновок:**

## **2. Оцінювання параметрів моделі узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена)**

Приймаємо гіпотезу про те, що дисперсія стохастичної моделі пропорційна до зміни пояснюючої змінної (фактора)  $x$ . Тоді для елементів матриці  $S$  маємо  $\lambda_i = \frac{1}{x_i}$ , ( $i = \overline{1,18}$ ). Після оцінювання параметрів моделі методом Ейткена маємо :  $b_0 = \underline{\hspace{2cm}}$  ,  $b_1 = \underline{\hspace{2cm}}$  .

**Узагальнена (з врахуванням гетероскедастичності) економетрична модель має вигляд:**



4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
$\Sigma$	---	---	---			---		

3. Розрахунковий критерій Дарбіна – Уотсона: 
$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} =$$

4.  $d_L =$  \_\_\_\_\_,  $d_U =$  \_\_\_\_\_ ( для  $\alpha = 0,05$ ,  $n = 10$  і  $m=1$  )  
 $4-d_L =$  \_\_\_\_\_,  $4-d_U =$  \_\_\_\_\_ .

**Висновок:**

**2. Оцінювання параметрів економетричної моделі з автокорельованими залишками узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена).**

1. Приймаємо гіпотезу про те, що залишки моделі відповідають авторегресійній схемі першого порядку  $\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i$  .

2. Обчислюємо оцінку коефіцієнта автокореляції  $\rho \approx \frac{n}{n-1} \frac{\sum_{i=2}^n e_i e_{i-1}}{\sum_{i=1}^n e_i^2} + \frac{m+1}{n} =$

Після оцінювання параметрів моделі методом Ейткена маємо :  $b_0 =$  \_\_\_\_\_ ,  
 $b_1 =$  \_\_\_\_\_ .

Узагальнена (з врахуванням автокореляції залишків) економетрична модель має вигляд:



2							---	---
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
Сума	---	---	---	---			---	

7. Обчислюємо розрахунковий критерій Дарбіна – Уотсона:  $DW = \frac{\sum_{t=3}^{10} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{10} e_t^2} =$

4. Обчислюємо оцінку коефіцієнта автокореляції першого порядку:  $\rho = 1 - \frac{1}{2} DW =$

5. Обчислюємо розрахункове значення h-статистики Дарбіна:  $h = \rho \sqrt{\frac{n}{1 - n \sigma_{\beta_2}^2}} =$

Критична точка  $u_{\alpha/2} =$  \_\_\_\_\_

**Висновок:**

**2. Оцінювання параметрів економетричної моделі методом інструментальних змінних.**

$Z =$ 

1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		

, 
  $X =$ 

1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		
1		

, 
  $Y =$ 


Оцінки параметрів моделі за методом інструментальних змінних :

$b_0 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_1 =$  \_\_\_\_\_ ,  $b_2 =$  \_\_\_\_\_ .

Оцінене за методом інструментальних змінних рівняння регресії:





## **Лабораторна робота №8 “Симультативні моделі. Непрямий метод найменших квадратів”**

**1. Мета роботи :** Набуття практичних навичок оцінювання параметрів симультативних моделей непрямим методом найменших квадратів і використання цих моделей для прогнозу і аналізу.

**2. Задачі роботи :**

1. Ідентифікація системи структурних рівнянь.
2. Приведення системи структурних рівнянь до прогнозної форми.
3. Визначення оцінок параметрів рівнянь приведеної форми.
4. Перевірка якості та статистичної значимості оцінених рівнянь приведеної форми.
5. Визначення оцінок параметрів рівнянь структурної форми.
6. Прогнозування і аналіз.

**3. Завдання роботи і вихідні данні.**

На основі вибірових статистичних даних за 8 років побудувати макромодель Кейнса і визначити:

- прогнозне значення сукупного споживання і національного доходу для прогнозного значення інвестицій  $I_{pr}$ ;
- граничну схильність до споживання MPC.

Макромодель Кейнса прийняти у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} C_t &= \beta_0 + \beta_1 y_t + \varepsilon_t, \\ y_t &= C_t + I_t, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $y_t$  – національний дохід;  $C_t$  – сукупне споживання;  $I_t$  – інвестиції;  $\varepsilon_t$  – стохастична складова моделі;  $\beta_0, \beta_1$  – параметри моделі.

Дані вибірових статистичних спостережень наведені нижче у таблиці.

Рік	$C_t$	$y_t$	$I_t$
1	28,04+N	50,5+N	26,08+N
2	32,99+N	57,2+N	27,38+N
3	34,67+N	67,5+N	31,78+N
4	35,72+N	71,05+N	30,88+N
5	41,99+N	69,55+N	34,42+N
6	40,58+N	77,2+N	36,68+N
7	45,8+N	82,9+N	38,56+N
8	45,2+N	83,45+N	42,18+N

**Прогнозне значення інвестицій  $I_{pr} = 48 + N$ .**

**ПРИМІТКА.**

1. При ідентифікації рівнянь структурної форми використовувати тільки умову порядку.
2. Після побудови рівнянь приведеної (прогновної) форми економетричної моделі достатньо виконати тільки перевірку цих рівнянь на загальну статистичну значимість за F-критерієм Фішера.
3. Прогнозні значення споживання і національного доходу визначати як точкові.

**4. Виконання роботи.**

**1. Ідентифікація рівнянь структурної форми.**

$$\begin{aligned} k_1 &= \quad , m_1 = \quad , m = \quad , k_1 - 1 = \quad , m - m_1 = \quad . \\ k_2 &= \quad , m_2 = \quad , m = \quad , k_2 - 1 = \quad , m - m_2 = \quad \end{aligned}$$

**Висновки:**

**2. Перетворення структурної форми до приведеної форми та оцінювання параметрів рівнянь приведеної форми:**

2.1. Приведена (прогнозна) форма у загальному вигляді:

$$C_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{\beta_1}{1-\beta_1} I_t + \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t,$$

$$y_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{1}{1-\beta_1} I_t + \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t$$

або

$$C_t = r_{10} + r_{11} \cdot I_t + u_1,$$

$$y_t = r_{20} + r_{21} \cdot I_t + u_2,$$

$$r_{10} = r_{20} = \frac{\beta_0}{1-\beta_1}, r_{11} = \frac{\beta_1}{1-\beta_1}, r_{21} = \frac{1}{1-\beta_1},$$

де

$$u_1 = \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_1, u_2 = \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_2.$$

2.2. Оцінки параметрів рівнянь приведеної форми:

$$\hat{r}_{10} = \text{_____}, \hat{r}_{11} = \text{_____}, \hat{r}_{20} = \text{_____}, \hat{r}_{21} = \text{_____}.$$

**Оцінена система рівнянь приведеної (прогнозної) форми:**

$$\hat{C}_t = \quad + \quad \cdot I_t,$$

$$\hat{y}_t = \quad + \quad \cdot I_t.$$

**3. Перевірка якості та статистичної значимості рівнянь приведеної форми.**

1-е рівняння:  $r_1 = \text{_____}$ ,  $R_1^2 = \text{_____}$ ,  $F_1^* = \text{_____}$ .

2-е рівняння:  $r_2 = \text{_____}$ ,  $R_2^2 = \text{_____}$ ,  $F_2^* = \text{_____}$ .

Критичне значення критерію Фішера  $F_{кр} = \text{_____}$  (для  $\alpha = 0,05$ ,  $v_1 = 1$ ,  $v_2 = n-2 = \text{_____}$ ).

**Висновки:**

**4. Визначення оцінок параметрів рівнянь структурної форми.**

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\widehat{r}_{11}}{(1 + \widehat{r}_{11})} =$$

$$\widehat{\beta}_0 = \widehat{r}_{10}(1 - \widehat{\beta}_1) =$$

Оцінена система рівнянь структурної форми:

$$\widehat{C}_t = \quad + \quad \cdot y_t,$$

$$\widehat{y}_t = C_t + I_t.$$

**5. Прогнозування і аналіз.**

5.1. Прогнозування.

– прогнозне значення інвестицій  $I_{pr} =$  \_\_\_\_\_ ;

– точковий прогноз сукупного споживання  $\widehat{C}_{t,pr} =$  \_\_\_\_\_ ;

– точковий прогноз національного доходу  $\widehat{y}_{t,pr} =$  \_\_\_\_\_ .

**Висновки:**

5.2. Аналіз граничної схильності до споживання.

–  $MPC = \beta_1 =$  \_\_\_\_\_ .

**Висновок:**