

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ

О.М. Густера

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
до виконання лабораторних робіт з дисципліни
«Економетричні моделі в умовах цифрової економіки»

Галузь знань: 05 «Соціальні та поведінкові науки»
Спеціальність 051 «Економіка»
Спеціалізація «Цифрова економіка»

КИЇВ-2019

УДК 519.25:004.67(076.5)
ББК У.с51р
І619

Рецензенти:

Рекомендовано Вченою радою Навчально-наукового інституту Економіки та менеджменту Національного авіаційного університету як методичні рекомендації до виконання практичних завдань з дисципліни «Інтернет речей» для студентів спеціалізації «Цифрова економіка» (протокол № _ від _____року).

Густера О.М. Інтернет речей [Текст] : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / О.М. Густера. – К. :НАУ, 2019. – 41 с.

У методичних рекомендаціях представлені практичні завдання в ході виконання яких студенти працюють з основними платформами для побудування та роботи Інтернету речей. Видання призначене для студентів вищих навчальних закладів, докторантів, викладачів та слухачів курсів післядипломної освіти.

СХВАЛЕНО
на засіданні кафедри економічної
кібернетики НАУ і рекомендовано до
друку (протокол № від року)

© НАУ, 2019

© О.М. Густера, 2019

Лабораторна робота №1 “Економетрична модель парної лінійної регресії”

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді парної класичної лінійної регресії, її верифікації і практичного використання в економічних дослідженнях.

2. Задачі роботи:

1. Специфікація економетричної моделі.
2. Оцінювання параметрів моделі.
3. Верифікація моделі.
4. Прогнозування за моделлю парної лінійної регресії.
5. Економіко-математичний аналіз на основі моделі парної лінійної регресії.

3. Завдання роботи і вихідні дані

Для деякого регіону виконується дослідження залежності місячних витрат домогосподарств на продукти харчування Q від наявного місячного доходу D . Дані вибіркових статистичних спостережень за зазначеними показниками (у грошових одиницях) для 10-ти домогосподарств регіону наведені у додатку 1.


Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. Виконати специфікацію економетричної моделі, яка описує залежність місячних витрат домогосподарства на продукти харчування від наявного місячного доходу.

2. Визначити оцінки параметрів моделі методом найменших квадратів.
3. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої моделі для рівня значимості $\alpha = 0,05$.
4. Для прогнозного значення місячного доходу $D_{pr} = 16+K$ розрахувати точковий, а також інтервальні прогнози місячних витрат на продукти харчування для рівня довіри $p=0,95$ і дати їм економічну інтерпретацію.
5. Виконати економіко-математичний аналіз споживання на основі побудованої моделі:
 - оцінити граничний вплив доходів домогосподарств на їхні витрати на продукти харчування;
 - оцінити відносний вплив доходів домогосподарств на їхні витрати на продукти харчування.

4. Порядок виконання роботи

1. Виконується специфікація економетричної моделі: визначається залежна і незалежна змінні моделі, вводяться умовні позначення змінних, будується діаграма розсіювання, вибирається відповідна аналітична форма моделі, записується у загальному вигляді теоретична модель, а також вибіркове рівняння регресії і вибіркова економетрична модель.
2. Використовуючи команду **Регрессия** пакету **Анализ данных** (команда **Анализ данных** меню **Сервис**), обчислюються і заносяться до журналу лабораторної роботи:
 - коефіцієнт парної кореляції r_{yx} ;
 - коефіцієнт детермінації R^2 ;
 - стандартна похибка моделі $\hat{\sigma}_e$;
 - точкові оцінки параметрів моделі b_0, b_1 ;
 - інтервали довіри для параметрів моделі (інтервальні оцінки параметрів моделі);
 - розрахункове значення F-критерію Фішера F^* ;
 - розрахункові значення t-критерію Ст'юдента для параметрів моделі $t_{b_0}^*$ і $t_{b_1}^*$.

 **Зауваження.** Слід зазначити, що оскільки інструмент **Регрессия** завжди обчислює значення множинного коефіцієнта кореляції, при

записі значення коефіцієнта кореляції у журнал лабораторної роботи потрібно корегувати знак коефіцієнта парної кореляції, виходячи із характеру зв'язку між змінними моделі (прямий чи обернений).

3. Записується оцінене вибіркове рівняння регресії та вибіркова економетрична модель.

4. Дається змістовна інтерпретація числових значень коефіцієнта парної кореляції r_{yx} та коефіцієнта детермінації R^2 ; робиться відповідний висновок стосовно тісноти зв'язку між змінними моделі та рівня адекватності побудованої вибіркової моделі.

5. За статистичними таблицями F-розподілу Фішера (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **FRASPOBR**) для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1 = m$ і $\nu_2 = n-k$ ($m=1$, $n=10$, $k=2$) визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Порівнюючи розрахункове значення критерію Фішера F^* з критичним робиться висновок про статистичну значимість побудованої економетричної моделі у цілому.

6. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступеня вільності $\nu = n-k$ ($n=10$, $k=2$) за статистичними таблицями t-розподілу Ст'юдента (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **СТ'ЮДРАСПОБР**) визначається критичне значення критерію Ст'юдента $t_{кр} = t_{\alpha/2}$. Порівнюючи розрахункові значення критерію

Ст'юдента $t_{b_0}^*$ і $t_{b_1}^*$ для параметрів моделі з критичним оцінюються статистична значимість параметрів вибіркової парної регресії і робиться відповідний висновок.

7. Перевіряється статистична значимість вибіркового коефіцієнта парної кореляції r_{yx} . Розрахункове значення t-статистики для коефіцієнта парної кореляції визначається за наступною залежністю:

$$t_{r_{yx}}^* = \frac{r_{yx} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{yx}^2}} = \frac{r_{yx} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}. \quad (1)$$

8. Робиться загальна оцінка якості, адекватності і статистичної значимості побудованої моделі (з врахуванням результатів п. 4, 5, 6, 7).

9. Для прогнозного значення місячного доходу $D_{пр}$ розраховуються:

- точковий прогноз витрат на продукти харчування:

$$\hat{y}_{pr} = X'_{pr} \cdot B ; \quad (2)$$

- інтервальний прогноз для математичного сподівання витрат:

$$M(y_{pr}) = \hat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{\varepsilon} \sqrt{X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}} ; \quad (3)$$

- інтервальний прогноз для індивідуального значення витрат:

$$y_{pr} = \hat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{\varepsilon} \sqrt{1 + X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}} , \quad (4)$$

де $X_{pr} = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{pr} \end{pmatrix}$ – вектор прогнозних значень пояснюючих змінних;

X'_{pr} - транспонований вектор прогнозних значень пояснюючих змінних; $x_{pr} = D_{pr}$ - прогнозне значення пояснюючої змінної (доходу); B – вектор оцінок параметрів моделі; X - регресійна матриця; X' - транспонована регресійна матриця; $\hat{\sigma}_{\varepsilon}$ - стандартна похибка рівняння регресії; $t_{\alpha/2}$ - критичне значення критерію Ст'юдента.

При розрахунках прогнозів використовуються вбудовані функції MS Excel **ТРАНСП**, **МУМНОЖ**, **МОБР** і **КОРЕНЬ**. Дається економічна інтерпретація отриманих прогнозних значень.

10. Виконується економіко-математичний аналіз споживання у наступній послідовності:

- використовуючи точкову оцінку b_1 параметра β_1 і його інтервал довіри оцінюється граничний вплив місячних доходів домогосподарств на їхні місячні витрати на продукти харчування;
- обчислюється середній коефіцієнт еластичності

$$\bar{E} = b_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} , \quad (5)$$

де $\bar{x} = \bar{D}$ – середнє значення місячного доходу; $\bar{y} = \bar{Q}$ – середнє значення місячних витрат;

- на основі обчисленого середнього коефіцієнта еластичності

оцінюється відносний вплив місячних доходів домогосподарств на їхні місячні витрати на продукти харчування.

5. Підготовка до роботи

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен знати:**

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- форму запису економетричної моделі парної лінійної регресії і її структуру, математичний зміст параметрів регресії;
- послідовність і зміст етапів економетричного дослідження;
- формули для обчислення точкового та інтервальних прогнозів;
- формулу для обчислення коефіцієнта еластичності для парної лінійної регресії;
- правила виконання основних операцій з матрицями (транспонування, обертання і множення матриць).

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вміти:**

- виконувати побудову і редагування точкових діаграм у середовищі табличного процесора Excel;
- користуватися інструментом **Регресія** пакету **Анализ данных** табличного процесора MS Excel;
- користуватися статистичними таблицями F і t - розподілу ;
- користуватися вбудованими функціями MS Excel **МОБР**, **МУМНОЖ**, **КОРЕНЬ**, **ТРАНСП**, **ФРАСПОБР**, **СТЫОДРАСПОБР**.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен підготувати:**

- журнал лабораторної роботи с вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними.

6. Питання для контролю та самоконтролю.

1. Етапи економетричного дослідження, їх зміст і задачі.
2. Який загальний вигляд має економетрична модель парної лінійної регресії і її структура?
3. Математична і економічна інтерпретація параметрів парної лінійної регресії.

4. Як визначається вибірковий коефіцієнт парної кореляції, його властивості і застосування?
5. Як визначається вибірковий коефіцієнт детермінації для парної лінійної регресії, його властивості і застосування?
6. За яким критерієм і як здійснюється перевірка загальної статистичної значимості моделі парної лінійної регресії?
7. За яким критерієм і як здійснюється перевірка статистичної значимості оцінок параметрів моделі парної лінійної регресії?
8. За яким критерієм і як здійснюється перевірка статистичної значимості вибіркового коефіцієнта парної кореляції для лінійної парної регресії?
9. Для чого будуються інтервали довіри для параметрів парної лінійної регресії?
10. Призначення та застосування точкового і інтервальних прогнозів.
11. Як оцінюється граничний вплив пояснюючої змінної на залежну у випадку парної регресії?
12. Як оцінюється відносний вплив пояснюючої змінної на залежну у випадку парної регресії?

3. Лабораторна робота №2 “Багатофакторна лінійна економетрична модель”

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді багатофакторної класичної лінійної регресії, її верифікації і практичного використання в економічних дослідженнях.

2. Задачі роботи:

1. Специфікація моделі.
2. Оцінювання параметрів багатофакторної лінійної економетричної моделі.
3. Верифікація моделі.
4. Прогнозування на основі багатофакторної лінійної економетричної моделі.
5. Економіко-математичний аналіз на основі багатофакторної лінійної економетричної моделі.

3. Завдання роботи і вихідні дані

Для деякого підприємства отримані наступні результати вибірових статистичних спостережень за останні 24 місяці (2 роки), що містять дані щодо продуктивності праці та факторів, що впливають на цей показник.

Місяць	Продуктивність праці (гр. од / людино-год)	Фондомісткість продукції (гр. од.)	Коефіцієнт плинності робочої сили (%)	Рівень втрат робочого часу (%)
1	60+K	30+N	13,0+0,3N	15,0+0,1N
2	61+K	35+N	12,5+0,3N	14,3+0,1N
3	58+K	33+N	12,0+0,3N	12,0+0,1N
4	59+K	34+N	11,0+0,3N	12,8+0,1N
5	62+K	36+N	10,0+0,3N	13,0+0,1N
6	63+K	38+N	9,0+0,3N	12,5+0,1N
7	65+K	40+N	8,5+0,3N	11,0+0,1N
8	60+K	41+N	8,2+0,3N	11,5+0,1N
9	68+K	45+N	8,0+0,3N	10,0+0,1N
10	69+K	45+N	5,5+0,3N	9,0+0,1N
11	70+K	46+N	5,0+0,3N	8,0+0,1N
12	72+K	48+N	4,7+0,3N	7,5+0,1N
13	73+K	47+N	4,6+0,3N	6,5+0,1N
14	78+K	50+N	4,0+0,3N	6,0+0,1N
15	75+K	49+N	4,1+0,3N	6,2+0,1N
16	80+K	51+N	4,2+0,3N	5,8+0,1N
17	81+K	50+N	4,5+0,3N	5,5+0,1N
18	83+K	53+N	4,0+0,3N	5,0+0,1N
19	81+K	55+N	4,0+0,3N	4,5+0,1N
20	85+K	56+N	3,0+0,3N	4,7+0,1N
21	87+K	58+N	4,0+0,3N	5,0+0,1N
22	88+K	58+N	5,0+0,3N	5,1+0,1N
23	90+K	59+N	5,0+0,3N	4,8+0,1N
24	92+K	60+N	6,0+0,3N	5,2+0,1N

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. У припущенні щодо лінійної залежності між наведеними показниками побудувати економетричну модель продуктивності праці, що описує залежність між продуктивністю праці і наведеними вище факторами.
2. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої моделі для рівня значимості $\alpha = 0,05$.
3. Розрахувати прогноз продуктивності праці на майбутнє з рівнем надійності $p=0,95$, якщо очікувані значення чинників, що впливають на неї будуть мати наступні значення:
 - фондомісткість продукції – $60+N$;
 - коефіцієнт плинності робочої сили – $4+0,3N$;
 - рівень втрат робочого часу – $5+0,1N$.
4. Оцінити граничний абсолютний вплив кожного фактора на продуктивність праці.
5. Оцінити відносний вплив кожного фактора на продуктивність праці.
6. Виконати ранжування факторів за силою їх впливу на продуктивність праці і зробити відповідні висновки.

4. Порядок виконання роботи

1. Виконується специфікація економетричної моделі і до журналу лабораторної роботи у загальному вигляді записується теоретична модель, вибіркова модель і вибіркове рівняння регресії.
2. Використовуючи команду **Регрессия** пакету **Анализ данных** (команда **Анализ данных** меню **Сервис**), обчислюються і заносяться до журналу лабораторної роботи:
 - коефіцієнт множинної кореляції R ;
 - коефіцієнт детермінації R^2 ;
 - стандартна похибка моделі $\hat{\sigma}_\varepsilon$;
 - точкові оцінки параметрів моделі b_0, b_1, b_2, b_3 ;
 - інтервали довіри для параметрів моделі;
 - розрахункове значення F –критерію Фішера F^* ;
 - розрахункові значення t –критерію Ст'юдента для параметрів моделі $t_{b_0}^*, t_{b_1}^*, t_{b_2}^*, t_{b_3}^*$.
3. Записується оцінене вибіркове рівняння регресії та вибіркова економетрична модель.

4. Дається змістовна інтерпретація числових значень коефіцієнта множинної кореляції R та коефіцієнта детермінації R^2 ; робиться відповідний висновок стосовно тісноти зв'язку між змінними моделі та рівня адекватності побудованої вибіркової моделі.

5. За статистичними таблицями F-розподілу Фішера (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **FRASPOBR**) для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1 = m$ і $\nu_2 = n - k$ ($m=3$, $n=24$, $k=4$) визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Порівнюючи розрахункове значення критерію Фішера F^* з критичним робиться висновок про статистичну значимість побудованої економетричної моделі у цілому.

6. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступеня вільності $\nu = n - k$ ($n=24$, $k=4$) за статистичними таблицями t-розподілу Ст'юдента (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **СТ'ЮДРАСПОБР**) визначається критичне значення критерію Ст'юдента $t_{кр} = t_{\alpha/2}$. Порівнюючи розрахункові значення критерію

Ст'юдента для параметрів моделі $t_{b_0}^*$, $t_{b_1}^*$, $t_{b_2}^*$, $t_{b_3}^*$ з критичним оцінюється статистична значимість параметрів вибіркової парної регресії і робиться відповідний висновок.

7. Перевіряється статистична значимість вибіркового коефіцієнта множинної кореляції R . Розрахункове значення t-статистики для коефіцієнта множинної кореляції визначається за наступною залежністю:

$$t_R^* = \frac{R\sqrt{n-k}}{\sqrt{1-R^2}}. \quad (1)$$

8. Виконується загальна оцінка якості, адекватності і статистичної значимості побудованої моделі (з врахуванням результатів п. 4, 5, 6 і 7).

9. Для прогнозних значень пояснюючих змінних розраховується:

- точковий прогноз продуктивності праці:

$$\hat{y}_{pr} = X'_{pr} \cdot B; \quad (2)$$

- інтервальний прогноз для математичного сподівання продуктивності праці:

$$M(y_{pr}) = \hat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}}; \quad (3)$$

- інтервальний прогноз для індивідуального значення продуктивності праці:

$$y_{pr} = \hat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{1 + X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}}, \quad (4)$$

де $X = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{1,pr} \\ x_{2,pr} \\ x_{3,pr} \end{pmatrix}$ – вектор прогнозних значень пояснюючих змінних;

X'_{pr} – транспонований вектор прогнозних значень пояснюючих змінних; $x_{1,pr}$ – прогнозне (очікуване) значення фондомісткості продукції, $x_{2,pr}$ – прогнозне (очікуване) значення коефіцієнта плинності робочої сили, $x_{3,pr}$ – прогнозне (очікуване) значення рівня втрат робочого часу; X – регресійна матриця; X' – транспонована регресійна матриця; $\hat{\sigma}_\varepsilon$ – стандартна похибка рівняння регресії; $t_{\alpha/2}$ – критичне значення критерію Ст'юдента.

При розрахунках прогнозів використовуються вбудовані функції MS Excel **ТРАНСП**, **МОБР**, **МУМНОЖ**, **КОРЕНЬ**. Дається економічна інтерпретація отриманих прогнозних значень.

10. Виконується економіко-математичний аналіз моделі продуктивності у наступній послідовності:

- на основі обчислених коефіцієнтів регресії b_1, b_2 і b_3 оцінюється граничний вплив M_j кожного фактора на продуктивність праці;
- обчислюються часткові середні коефіцієнти еластичності

$$\bar{E}_j = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}, \quad (j=1,3) \quad (5)$$

і оцінюється відносний вплив кожного фактора на продуктивність праці;

- обчислюється загальний коефіцієнт еластичності p і оцінюється загальний відносний вплив всіх факторів на продуктивність праці:

$$p = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 ; \quad (6)$$

- обчислюються стандартизовані коефіцієнти регресії і виконується ранжування пояснюючих змінних моделі за силою їх впливу на продуктивність праці:

$$b_j^* = b_j \frac{\bar{\sigma}_{x_j}}{\bar{\sigma}_y}, (j = \overline{1,3}), \quad (7)$$

де b_j – коефіцієнт регресії при пояснючій змінній x_j ;
 $\bar{\sigma}_{x_j}$ – стандартна похибка пояснюючої змінної x_j ; $\bar{\sigma}_y$ – стандартна похибка залежної змінної моделі (для обчислення стандартних похибок використовується вбудована функція MS Excel **СТАНДОТКЛОНП**).

5. Підготовка до роботи

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен знати*:

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- форму запису економетричної моделі багатфакторної лінійної регресії і її структуру, математичний зміст параметрів регресії;
- послідовність і зміст етапів економетричного дослідження;
- формули для обчислення точкового і інтервального прогнозів;
- формули для обчислення показників граничного і відносного впливу кожної пояснюючої змінної на залежну змінну моделі, а також показників для оцінювання сили впливу кожної пояснюючої змінної на залежну змінну моделі;
- правила виконання основних операцій з матрицями (транспонування, обертання і множення матриць).

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен вміти*:

- користуватися командою **Регресия** пакету **Анализ данных** табличного процесора MS Excel;
- користуватися статистичними таблицями F і t -розподілу;
- користуватися вбудованими функціями Excel: **СРЗНАЧ**,

КОРЕНЬ, МОБР, МУМНОЖ, ТРАНСП, СТАНДОТКЛОНП, ФРАСПОБР, СТЬЮДРАСПОБР.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен підготувати:*

- журнал лабораторної роботи с вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними.

6. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Як специфікується економетрична модель багатofакторної лінійної регресії, її структура і математичний зміст її параметрів?
2. За яким критерієм і як здійснюється перевірка загальної статистичної значимості моделі багатofакторної лінійної регресії?
3. За яким критерієм і як здійснюється перевірка статистичної значимості параметрів моделі багатofакторної лінійної регресії?
4. Для чого і як будуються інтервали довіри параметрів моделі багатofакторної лінійної регресії?
5. Для чого і як будуються прогнози для моделі багатofакторної лінійної регресії?
6. Як оцінити абсолютний граничний вплив кожної пояснюючої змінної багатofакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну?
7. Як оцінити відносний вплив кожної пояснюючої змінної багатofакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну?
8. Як оцінити силу впливу кожної пояснюючої змінної багатofакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну?

4. Лабораторна робота № 3 “Нелінійна економетрична модель”

1. **Мета роботи:** Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді нелінійної регресії (на основі неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа) та її використання для аналізу і прогнозування процесу виробництва.

2. Задачі роботи:

1. Оцінювання параметрів неокласичної виробничої функції Кобба – Дугласа.
2. Верифікація побудованої моделі.
3. Аналіз виробництва на основі побудованої моделі.
4. Прогнозування на основі побудованої моделі.

3. Завдання роботи і вихідні дані

На основі вибірових статистичних спостережень на протязі 12 років за деякою галуззю отримані статистичні дані щодо річного випуску продукції галузі Y (млн. гр. од.), вартості основного капіталу K (млн. гр. од.) і чисельності зайнятих у галузі L (тис. чоловік). Дані наведені у таблиці 1 (Додаток 2).

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. Побудувати неокласичну виробничу функцію Кобба–Дугласа:

$$Y = a_0 K^\alpha L^\beta, \quad (1)$$

де Y – річний випуск продукції у галузі; K – вартість основного капіталу; L – чисельність зайнятих у галузі; a_0 , α , β – параметри моделі.

2. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої виробничої функцію для рівня значимості $\alpha = 0,05$.

3. На основі побудованої виробничої функції:

- оцінити вплив виробничих ресурсів на річний випуск продукції;
- оцінити вплив зростання масштабів виробництва на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва;
- для планового випуску продукції $Y = Y^*$ (Табл. 2, Додаток 2) обчислити необхідну чисельність зайнятих у галузі L^* у припущенні, що вартість основного капіталу залишиться на рівні останнього року у вибірці;
- для планового випуску продукції $Y = Y^*$ (Табл. 2, Додаток 2) обчислити необхідну вартість основного капіталу K^* у припущенні, що чисельність зайнятих у галузі залишиться на рівні останнього року у вибірці;
- для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} (Табл.2, Додаток 2) обчислити середню і граничну продуктивність праці та основного капіталу;

- для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} (Табл.2, Додаток 2) розрахувати точковий прогноз випуску продукції.

4. Порядок виконання роботи

1. Виконується лінеаризація виробничої функції і вона зводиться до лінійної форми. Лінеаризація виконується у два кроки. Спочатку виконується логарифмування обох частин виразу (1):

$$\ln Y = \ln a_0 + \alpha \ln K + \beta \ln L. \quad (2)$$

Потім виконується наступна заміна змінних:

$$y = \ln Y; \quad x_1 = \ln K; \quad x_2 = \ln L. \quad (3)$$

В результаті цього нелінійна мультиплікативна виробнича функція (1) зводиться до наступної лінійної:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2, \quad (4)$$

де параметри лінійної і нелінійної форм пов'язані наступним співвідношеннями:

$$b_0 = \ln a_0, \quad b_1 = \alpha, \quad b_2 = \beta. \quad (5)$$

Перетворення змінних виробничої функції для подальшого оцінювання параметрів лінійної форми (3) виконується у таблиці 1 (стовпці Рік, y_i , x_{1i} , x_{2i}).

2. Використовуючи команду **Анализ данных** (вибір **Регрессия**) з меню **Сервис** табличного процесора MS Excel:

- оцінюються параметри b_0, b_1, b_2 лінійної форми виробничої функції;
- обчислюється вибірковий множинний коефіцієнт кореляції R і детермінації R^2 ;
- обчислюється стандартна похибка лінійної форми $\widehat{\sigma}_\varepsilon$;
- розрахункове значення критерію Фішера F^* ;
- розрахункові значення критерію Ст'юдента для параметрів моделі $t_{b_j}^*$.

Обчислені показники заносяться до журналу лабораторної роботи.

3. Розраховується t-статистика для вибіркового коефіцієнта кореляції, як для багатофакторної лінійної регресії:

$$t_R^* = \frac{R\sqrt{n-k}}{\sqrt{1-R^2}}, \quad (6)$$

де n – обсяг статистичної вибірки, k – кількість параметрів лінійної форми.

4. За статистичними таблицями F -розподілу Фішера для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1 = m$ і $\nu_2 = n - k$ визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Порівнюючи розрахункове значення критерію Фішера з табличним (критичним) робиться висновок про статистичну значимість економетричної моделі у цілому.

5. За статистичними таблицями t -розподілу Ст'юдента для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступеня вільності $\nu = n - k$ визначається критичне значення критерію Ст'юдента $t_{кр} = t_{\alpha/2}$. Порівнюючи розрахункові значення критерію Ст'юдента з критичним оцінюється статистична значимість параметрів лінійної форми і коефіцієнта кореляції.

6. Робиться загальний висновок щодо якості, адекватності і статистичної значимості побудованої виробничої функції.

7. Шляхом зворотних перетворень виробнича функція представляється для її подальшого використання у традиційній нелінійній формі $Y = a_0 K^\alpha L^\beta$. Параметри a_0, α, β визначаються на основі оцінених параметрів лінійної форми за наступними залежностями:

$$a_0 = e^{b_0}, \quad \alpha = b_1, \quad \beta = b_2. \quad (7)$$

8. Визначаються часткові коефіцієнти еластичності випуску продукції за виробничими ресурсами за наступними співвідношеннями:

$$E_K = \alpha; \quad E_L = \beta, \quad (8)$$

де E_K – коефіцієнт еластичності випуску продукції за основним капіталом, E_L – коефіцієнт еластичності випуску продукції за працею. На основі цих коефіцієнтів еластичності оцінюється вплив кожного з зазначених ресурсів на річний випуск продукції галузі.

9. Визначається загальний коефіцієнт еластичності p :

$$p = E_K + E_L = \alpha + \beta. \quad (9)$$

Оцінюється вплив зростання виробничих ресурсів (зростання масштабів виробництва) на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва:

а) якщо $p > 1$, то темпи росту випуску продукції вищі за темпи росту виробничих ресурсів і ми маємо зростання ефективності виробництва при зростанні масштабів виробництва і економію виробничих ресурсів.

б) якщо $p < 1$, то темпи росту випуску продукції нижчі за темпи росту ресурсів і ми маємо падіння ефективності виробництва при зростанні масштабів виробництва і зростання витрат ресурсів на одиницю продукції.

в) якщо $p = 1$ – маємо постійну ефективність виробництва, тобто темпи росту випуску продукції дорівнюють темпу росту виробничих ресурсів.

10. Для планового випуску продукції $Y = Y^*$ розраховується необхідна чисельність зайнятих у галузі L^* :

$$L^* = \left(\frac{Y^*}{a_0 K^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (10)$$

11. Для планового випуску продукції $Y = Y^*$ розраховується необхідна вартість основного капіталу K^* :

$$K^* = \left(\frac{Y^*}{a_0 L^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (11)$$

12. Для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} обчислюється середня і гранична продуктивність праці за наступними залежностями:

$$AP_L = \frac{Y}{L} = a_0 K^\alpha L^{\beta-1}, \quad MP_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \cdot AP_L, \quad (12)$$

де AP_L – середня продуктивність праці; MP_L – гранична продуктивність праці.

13. Для прогнозних значень вартості основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} обчислюється середня і гранична продуктивність основного капіталу (фондовіддача) за наступними залежностями:

$$AP_K = \frac{Y}{K} = a_0 K^{\alpha-1} L^\beta, \quad MP_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \cdot AP_K, \quad (13)$$

де AP_K – середня продуктивність основного капіталу, MP_K – гранична продуктивність основного капіталу.

14. Для прогнозних значень K_{pr} і L_{pr} розраховується точковий прогноз обсягу випуску продукції по галузі:

$$\hat{Y}_{pr} = a_0 K_{pr}^\alpha L_{pr}^\beta. \quad (14)$$

5. Підготовка до роботи

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен знати:**

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- методи лінеаризації нелінійних економетричних моделей;
- властивості неокласичної виробничої функції Кобба-Дугласа;
- визначення і формули для обчислення середньої і граничної продуктивності праці і капіталу на основі неокласичної виробничої функції Кобба-Дугласа;
- поняття еластичності основного капіталу і праці, їх використання для аналізу виробництва;

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вміти:**

- користуватися статистичними таблицями F – розподілу Фішера (або вбудованою статистичною функцією **FRASPOBR**);
- користуватися вбудованими функціями MS Excel **LN**, **EXP**, **КОРЕНЬ**, **СТЕПЕНЬ**.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен підготувати:**

- журнал лабораторної роботи с вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними;
- заготовку допоміжної електронної таблиці 1 (див. нижче).

6. Допоміжний матеріал

Таблиця 1

Рік	$y_i = \ln Y_i$	$x_{1i} = \ln K_i$	$x_{2i} = \ln L_i$
1			
2			
...
11			
12			

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Який економічний зміст мають параметри неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа?
2. Що таке повний (сумарний) коефіцієнт еластичності неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа і для чого він використовується?
3. Як визначається середня продуктивність праці і основного капіталу на основі неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа?
4. Як визначається гранична продуктивність праці і основного капіталу на основі неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа?
5. Як обчислити необхідні виробничі ресурси при заданому рівні випуску на основі виробничої функції Кобба–Дугласа?
6. Як оцінюється вплив зростання масштабів виробництва на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Варіанти вихідних даних до лабораторної роботи № 1

Номер варіанта N - порядковий номер студента за списком групи.

i	Номер варіанта									
	1		2		3		4		5	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	5,2	10,9	5,1	10,8	4,5	12,3	5,2	11,3	5,2	12,2
2	5,7	11,7	5,8	11,6	5,8	14,4	5,9	12,1	5,7	13,8
3	6,1	12,9	6,3	13,8	5,7	16,6	6,4	13,4	5,4	13,3
4	6,3	14,5	6,7	14,6	6,9	20,9	6,3	14,5	6,1	14,8
5	6,8	15,7	6,9	16,1	7,1	24,9	6,8	15,1	6,3	16
6	6,6	17,1	7,4	17,6	8,2	28	7,5	17,4	6,4	17,8
7	7,1	18,1	7,3	19,1	7,9	30,6	7,4	18,7	6,7	18,3
8	7,6	19,3	7,8	19,4	8,8	32,6	7,9	20,4	7,2	19,8
9	7,9	20,9	7,8	20,5	9	36,1	8,2	21,2	6,9	20,4
10	8,3	21,6	8,1	21,1	9,7	39,2	8,5	22,5	7,8	22,1
i	Номер варіанта									
	6		7		8		9		10	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	5,8	15,9	5,7	14,2	5,3	13,9	5,8	14,4	5,9	14,5
2	6,8	18,3	5,9	14,5	5,6	14,2	6,3	15,9	6,4	15,6
3	7,5	20,1	6,3	16,2	6,1	15,7	6,2	16,1	6,3	16,2
4	5,6	14,2	6,8	17,4	5,8	15,9	6,7	16,9	7	17,4
5	6,1	15,7	7	18,4	6,5	16,7	7,4	18	6,9	18,4
6	6,7	17,4	7,5	18,6	6,6	17,8	7,3	19,1	7,4	19,2
7	7,1	18,8	7,4	19,2	7,1	18,8	7,7	20,3	7,8	19,5
8	6,5	16,7	7,8	20,4	7,5	20,1	7,8	20,5	7,6	20,6
9	7,3	20,9	7,6	21,2	7,6	21,4	7,5	21,1	8,2	21,9
10	8,2	22,6	8,5	22,9	8,5	22,9	8,7	23,1	8,8	23,2

i	Номер варіанта									
	11		12		13		14		15	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	5,5	14,5	4,9	13,9	6,1	14,4	4,8	13,1	5,6	14,2
2	5,7	14,8	6,1	15,3	6,3	15,5	5,2	13,5	5,8	14,8
3	5,9	16,1	6,3	16,6	6,5	16,4	5,4	14,3	6,1	15,7
4	6,1	16,2	6,6	17,2	6,7	16,9	5,7	15,2	6,5	16,7
5	6,2	16,7	6,8	18,3	7	18	6,1	16,2	6,7	17,4
6	6,4	17,8	7,1	18,8	7,4	18,5	6,3	16,9	6,8	18,3
7	6,7	18,3	7,5	20,1	7,3	19,1	6,4	17,8	7,1	18,8
8	7,2	19,8	7,3	20,9	7,8	20,5	6,7	18,3	7,5	20,1
9	6,9	20,4	7,7	22,4	7,5	21,1	7,2	19,8	7,6	20,3
10	7,8	22,1	8,2	24,6	8,4	22,8	7,4	20,4	7,8	20,9
i	Номер варіанта									
	16		17		18		19		20	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	5,8	14,4	5,4	14,2	5,5	13,5	5,4	13,9	5,6	13,7
2	6,3	15,9	5,8	14,5	5,6	14,3	6,1	15,7	6,2	14,6
3	6,2	16,1	6,3	16,2	5,7	15,2	5,8	15,9	6	15,6
4	6,7	16,9	6,7	17,4	6,1	16,2	6,5	16,7	6,5	16,1
5	6,9	17,6	6,9	17,7	6,3	16,9	6,7	17,4	6,5	17,1
6	7,4	18,5	7,3	19,2	6,4	18,1	6,8	18,6	6,9	17,6
7	7,3	19,1	7,7	20,4	6,7	18,3	7,1	18,8	7,5	18,5
8	7,7	20,3	7,8	20,6	6,6	19,2	7,6	20,3	7,7	19,6
9	7,8	20,5	7,5	21,2	6,9	19,8	7,5	21,8	7,9	21,8
10	7,5	21,1	8	22,2	7,1	21,3	8,2	22,6	8,5	23,1
i	Номер варіанта									
	21		22		23		24		25	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	6,2	14,5	4,9	12,6	5,6	13,3	5,4	14,3	6,2	14,5
2	6,3	16,2	5,5	13,5	5,9	14,2	6,1	14,4	6,3	16,2
3	6,4	16,2	5,7	14,7	6,1	15,2	6,2	16,1	6,4	16,2
4	6,8	17,4	6,4	16,1	6,6	16,3	6,9	17,6	6,8	17,7
5	7,5	18,9	6,3	16,9	6,7	17,4	6,4	18,3	7	19,2
6	7,4	19,2	6,7	17,8	6,2	18,1	7,3	19,1	7,5	20,2

7	7,8	20,4	7,2	18,6	7,1	18,8	7,4	20,1	7,4	22,1
8	7,9	20,6	7,8	19,9	7,5	20,1	7,7	20,3	7,8	24,3
9	7,8	22,1	8,2	21,4	8,3	22,3	7,7	22	8	26,7
10	8,5	25,9	8,5	23,7	8,9	24,1	8,4	23,8	8,5	28,9
i	Номер варіанта									
	26		27		28		29		30	
	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D	Q	D
1	5,2	13,4	5,4	13,9	5,6	14,1	5,7	14,2	7,2	14,2
2	5,5	14,2	5,7	14,6	5,9	15	6,2	15,4	7,7	15,3
3	5,7	15,2	5,7	15,3	6,3	15,9	5,8	16,1	7,8	16,2
4	6,3	16,9	6,1	15,7	6,2	17	6,6	17,1	8,3	17
5	6,7	17,6	6,2	16,8	6,9	17,6	6,5	18,4	8,8	17,9
6	6,9	19,2	6,7	17,4	7,3	18,9	7,5	19,5	9,5	18,6
7	7,7	20,1	6,8	18,1	7,4	20,1	7,8	22,1	9,4	19,2
8	7,9	22,6	7,2	19	7,7	22	7,8	24	9,8	19,8
9	8,6	24,3	7,5	20,1	8,6	23,9	8,7	27,4	9,9	20,6
10	8,5	26,2	7,5	21,8	9,3	25	9,4	29,1	10,3	21,2

Додаток 2. Варіанти вихідних даних до лабораторної роботи № 3

Номер варіанта N - порядковий номер студента за списком групи.

Таблиця 1

Рік	Номер варіанта								
	1			2			3		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	34,09	21,6	50,6	35,71	22,6	54,6	36,51	22,6	55,6
2	41,92	23,9	73,3	38,52	26,9	54,3	39,31	29,9	54,3
3	37,77	20,7	64,0	42,37	25,7	62,0	40,16	26,7	63,0
4	41,06	27,2	66,1	43,68	28,2	70,1	43,47	25,2	69,1
5	43,64	29,8	65,7	45,23	30,8	76,7	44,02	30,8	80,7
6	45,77	26,6	74,6	47,35	28,6	76,6	48,14	31,6	77,6
7	48,09	31,1	87,9	49,66	33,1	85,9	50,43	32,1	80,9
8	49,37	33,6	78,5	50,91	35,6	80,5	51,68	36,6	81,5
9	50,71	30,3	82,6	52,26	33,3	90,6	58,03	36,3	85,6

10	52,22	34,0	92,0	53,77	36,0	86,0	54,54	37,0	89,0
11	54,14	33,2	97,2	55,69	37,2	91,2	56,46	38,2	92,2
12	57,59	37,3	95,4	59,14	39,3	97,4	59,91	40,3	98,4
Рік	Номер варіанта								
	4			5			6		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	44,42	25,6	52,6	45,42	26,6	57,6	39,74	23,6	54,6
2	47,93	27,9	58,3	48,92	28,9	54,3	42,74	26,9	63,3
3	49,18	24,7	62,5	50,17	25,7	65,0	44,65	29,7	58,6
4	52,96	32,2	60,1	53,96	30,2	71,1	46,97	27,2	68,1
5	56,05	28,8	69,7	57,03	28,8	68,7	49,72	29,8	70,7
6	58,84	30,6	78,6	59,83	31,6	79,6	51,98	32,6	80,6
7	61,70	35,1	70,9	56,68	26,1	82,9	54,5	35,1	77,9
8	63,21	32,6	77,5	64,18	32,6	83,5	55,96	39,6	86,5
9	65,06	35,3	86,6	66,04	38,3	87,6	57,36	36,3	80,6
10	67,05	40,8	80,2	64,02	36,0	91,0	58,98	42,0	89,0
11	69,21	39,2	93,2	70,19	40,2	94,2	60,94	39,2	96,2
12	73,25	41,3	99,4	74,23	42,3	100,4	62,51	43,3	103,4
Рік	Номер варіанта								
	7			8			9		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	63,26	28,6	59,6	64,64	25,6	57,6	66,01	30,6	57,6
2	68,21	30,9	60,3	69,59	27,9	59,3	70,96	32,9	60,3
3	70,37	26,7	67,0	71,75	31,7	68,0	73,12	30,7	69,0
4	75,23	32,2	73,1	76,62	30,2	76,1	78,01	34,2	65,1
5	79,38	34,8	72,7	80,76	33,8	71,7	82,14	32,8	68,7
6	83,63	35,6	81,6	86,02	38,6	84,6	86,40	37,6	78,6
7	87,61	38,1	78,9	88,99	41,1	78,9	90,36	40,1	80,9
8	89,57	35,6	85,5	90,94	35,6	86,5	92,30	36,6	87,5
9	92,56	40,3	89,6	93,94	40,3	93,6	95,31	38,3	91,6
10	95,58	41,0	89,3	96,96	44,5	99,8	98,33	43,0	85,9
11	98,27	42,2	96,2	102,65	43,2	97,2	101,03	44,2	98,2
12	100,62	44,3	102,4	105,01	45,3	103,4	106,39	46,3	104,4

Рік	Номер варіанта								
	10			11			12		
	Y	К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	67,38	31,6	62,6	65,55	27,6	53,6	74,28	28,6	57,6
2	72,32	28,9	67,3	74,51	31,9	64,3	79,82	35,9	57,3
3	74,49	33,7	62,7	68,72	30,7	61,0	82,39	32,7	68,1
4	79,39	35,2	71,1	77,68	36,2	74,1	87,81	34,2	79,1
5	83,52	34,8	73,7	81,85	34,8	69,7	92,38	38,8	72,7
6	87,78	38,6	74,6	86,2	39,6	82,6	97,32	43,6	88,6
7	91,74	41,1	82,9	90,21	44,1	81,9	99,76	39,1	81,9
8	93,66	37,6	78,5	90,13	38,6	89,5	103,84	42,6	90,5
9	96,68	40,3	92,6	97,25	42,3	97,6	107,42	47,3	98,6
10	101,7	44,0	86,9	98,37	48,0	92,7	110,94	43,6	92,0
11	106,4	45,2	99,2	101,12	46,2	102,2	113,91	47,2	101,2
12	104,77	47,3	95,4	106,63	52,3	108,4	115,93	53,3	107,4
Рік	Номер варіанта								
	13			14			15		
	Y	К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	148,87	34,6	65,6	202,27	70,8	66,6	142,08	71,8	67,6
2	161,11	36,9	70,3	214,55	72,2	71,3	150,93	73,2	72,3
3	167,59	34,7	70,0	235,35	82,7	68,0	165,38	83,7	70,5
4	177,49	38,2	79,1	248,9	77,9	80,1	175,57	78,9	77,1
5	187,24	40,8	77,7	256,09	85,1	76,7	180,98	86,1	84,7
6	198,74	41,6	87,6	278,81	82,2	88,6	205,49	104,2	82,6
7	208,71	44,1	83,9	287,22	88,2	85,9	194,29	85,2	92,9
8	213,47	42,6	91,5	289,81	96,0	92,5	205,24	97,0	93,5
9	221,98	44,3	95,6	302,17	96,8	96,6	214,07	87,8	91,6
10	230,25	48,5	95,0	320,51	108,3	100,0	227,15	105,3	101,0
11	235,52	45,2	102,2	338,14	114,5	103,2	240,02	115,5	104,2
12	247,50	50,3	108,4	354,15	117,7	109,4	252,04	118,7	110,4

Рік	Номер варіанта								
	16			17			18		
	Y	К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	144,48	72,8	64,6	146,88	63,8	62,6	159,21	74,8	70,6
2	153,35	80,2	72,3	155,77	68,2	69,3	168,73	76,2	75,3
3	167,83	84,7	76,0	170,29	85,7	77,0	184,32	86,7	74,8
4	178,04	88,9	74,1	180,51	76,9	76,1	195,16	82,9	78,1
5	183,46	82,1	85,7	185,94	88,1	86,7	200,94	89,1	87,7
6	208,02	96,2	87,6	199,34	97,2	84,9	225,3	107,2	90,6
7	189,81	94,2	80,9	208,56	104,23	87,6	216,92	98,2	95,9
8	207,77	102,0	94,5	210,29	94,8	95,5	226,98	92,3	96,5
9	216,61	110,8	98,6	219,16	99,8	101,6	236,51	100,8	100,6
10	229,71	116,3	97,6	232,28	107,3	97,0	250,56	108,3	104,0
11	242,6	118,5	105,2	240,19	111,5	106,2	264,29	118,5	107,2
12	250,64	129,7	111,4	259,24	126,7	122,4	277,10	121,7	113,4
Рік	Номер варіанта								
	19			20			21		
		К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	161,79	75,8	71,6	243,44	76,8	72,6	247,51	72,8	70,6
2	171,32	71,2	76,3	258,77	78,2	77,3	262,89	79,2	78,3
3	186,95	75,7	84,9	283,77	88,7	76,8	287,97	74,7	77,0
4	197,81	88,9	81,1	325,60	82,9	86,1	304,84	88,9	87,1
5	212,60	88,1	85,7	309,76	91,1	89,7	324,02	92,1	90,7
6	230,02	90,2	89,6	351,95	109,2	88,6	340,03	105,3	83,5
7	221,62	95,2	92,9	335,65	100,2	97,9	362,00	113,2	95,9
8	229,68	101,0	97,5	351,67	102,0	98,5	372,17	106,8	106,6
9	239,23	97,8	101,6	367,77	102,8	102,6	395,06	117,3	107,0
10	253,31	109,3	98,5	390,61	110,3	106,0	416,48	132,5	116,2
11	267,06	112,5	103,2	411,98	120,5	109,2	426,32	118,2	108,6
12	272,88	122,7	114,4	432,42	123,7	115,4	446,95	142,7	118,4

Рік	Номер варіанта								
	22			23			24		
	Y	К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	305,24	78,8	94,6	327,09	79,8	95,6	331,61	80,8	91,6
2	330,51	80,2	99,3	353,29	85,2	100,3	357,85	82,2	101,3
3	348,61	90,7	102,1	373,11	91,7	103,1	377,73	92,7	104,1
4	367,85	87,9	109,2	393,42	85,9	101,2	398,09	84,9	111,2
5	373,78	93,1	102,7	399,68	94,1	112,7	404,37	95,1	103,7
6	390,09	95,2	116,6	448,77	112,2	114,6	453,54	93,2	128,6
7	414,33	99,2	119,9	422,67	103,2	112,9	427,45	94,2	121,9
8	417,67	104,0	115,5	446,19	101,5	121,5	450,96	106,0	112,5
9	453,76	104,8	124,6	463,28	105,8	125,6	478,10	106,8	116,6
10	458,11	112,3	132,4	489,09	113,3	130,4	493,95	114,3	130,0
11	481,34	122,5	129,2	513,62	123,5	132,2	518,52	124,5	133,2
12	501,82	125,7	137,4	535,26	126,7	143,4	540,20	127,7	139,4
Рік	Номер варіанта								
	25			26			27		
	Y	К	L	Y	К	L	Y	К	L
1	247,19	75,8	97,6	250,32	78,8	95,6	243,44	78,8	93,6
2	258,77	83,2	92,3	261,91	84,2	103,3	270,06	78,2	96,3
3	277,92	93,7	105,1	281,09	94,7	106,1	284,26	95,7	109,1
4	292,83	85,9	102,2	296,03	90,9	108,2	303,97	90,1	122,7
5	297,56	96,1	110,7	300,77	97,1	115,7	312,22	97,9	108,2
6	326,50	101,2	112,9	319,75	106,2	123,9	312,99	107,2	116,9
7	328,85	97,0	120,5	332,09	100,8	124,5	335,34	103,6	125,5
8	340,61	107,8	117,6	334,19	115,2	120,6	335,43	116,2	114,6
9	348,95	114,2	119,6	343,87	108,8	128,6	347,14	108,8	129,6
10	357,33	110,3	131,0	360,61	116,3	142,0	363,90	117,3	128,0
11	373,21	125,5	134,2	376,50	126,5	135,2	379,80	129,5	136,2
12	398,46	128,7	140,4	391,77	129,7	141,4	395,09	130,7	142,4

Рік	Номер варіанта								
	28			29			30		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	276,27	78,8	96,6	328,52	82,8	97,6	400,06	86,8	102,6
2	288,83	86,2	105,3	353,66	87,2	106,3	419,14	88,2	107,3
3	309,61	96,7	103,1	368,57	97,7	98,1	450,04	98,7	110,1
4	325,66	90,9	115,2	387,70	105,0	108,2	473,95	93,9	108,2
5	340,75	99,1	117,7	393,79	95,1	118,7	481,59	101,1	119,7
6	352,10	108,2	110,9	421,54	105,2	116,9	509,03	110,2	127,9
7	364,60	102,3	126,5	434,44	101,0	127,5	532,02	119,2	124,6
8	354,73	117,2	122,6	450,07	111,8	135,6	532,50	106,0	128,5
9	377,39	110,8	125,6	454,43	124,2	123,6	552,55	112,8	132,6
10	395,50	114,3	134,0	471,85	119,3	135,0	579,85	120,3	142,0
11	412,57	128,5	133,2	492,05	142,5	152,2	604,67	130,5	139,2
12	428,99	131,7	143,4	511,70	140,7	149,4	629,39	133,7	145,4

Таблиця 2

Показники	Номер варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y*	60	60	62	75	75	66	105	108	108	110
K _{pr}	40	40	42	42	44	45	46	48	49	49
L _{pr}	97	99	99	100	102	102	103	105	105	100
Показники	Номер варіанта									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y*	108	116	250	360	257	254	260	280	285	440
K _{pr}	53	52	52	118	120	130	130	124	127	127
L _{pr}	107	108	109	111	112	112	125	114	115	116
Показники	Номер варіанта									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Y*	456	525	545	559	410	415	420	437	530	635
K _{pr}	128	128	129	130	134	138	135	135	145	137
L _{pr}	117	139	141	140	142	148	144	146	149	146

Додаток 3. Статистичні таблиці

Таблиця 1

Таблиця F-розподілу для $\alpha=0,05$

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	1,94	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,82	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39

$v_1 = m$, $v_2 = n-k$, m - кількість факторів (пояснюючих змінних),
 n – кількість спостережень, k – кількість параметрів моделі.

Таблиця 2

Таблиця t-розподілу Ст'юдента

v	Рівень значимості α (для двостороннього тесту)						
	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,3
2	0,861	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,210
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,93
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552

$v = n - k$, n – кількість спостережень, k – кількість параметрів моделі.

Додаток 4. Функції табличного процесора Excel

Функції для роботи з матрицями. (категорія „Математические”, „Ссылки и массивы” майстра функцій).

МУМНОЖ (масив1; масив2) – повертає добуток матриць, які знаходяться у масивах.

ТРАНСП (масив) – функція повертає (знаходить) транспоновану матрицю. Вихідна матриця знаходиться у масиві.

МОБР (масив) – знаходить (повертає) обернену матрицю. Вихідна матриця знаходиться у масиві.

Статистичні функції. (категорія „Статистические”
майстра функцій)

СРЗНАЧ (масив) – визначає (обчислює) середнє арифметичне ряду даних.

СТАНДОТКЛОНП (масив) – обчислює середньоквадратичне відхилення (стандартну похибку) деякої випадкової величини, заданою масивом своїх значень.

ФРАСПОБР (вероятность; степени_свободы1; степени_свободы2) – визначає зворотнє значення для F – розподілу для рівня значимості α (вероятность) і ступенів вільності ν_1 (степени_свободы1) і ν_2 (степени_свободы2). Функція може бути використана для визначення критичних значень F – розподілу - F_{кр}

СТЮДРАСПОБР (вероятность; степени_свободы) – визначає t – значення розподілу Ст’юдента для рівня значимості α (вероятность) і ступеню вільності ν (степени_свободы).. Функція може бути використана для визначення критичних значень t – розподілу - t_{кр}

Математичні функції. (категорія „Математические”
майстра функцій)

КОРЕНЬ (число) – обчислює корінь квадратний з числа. Замість числа може бути посилання на клітинку.

СТЕПЕНЬ (число; степень) – підводить число до заданої степені. Замість числа може бути посилання на клітинку.

LN (число) – обчислює натуральний логарифм додатного числа. Замість числа може бути посилання на клітинку.

EXP(число) – обчислює значення константи e, підведеної до степені, заданої значенням **число**. Замість числа може бути посилання на клітинку.

1. Лабораторна робота № 4 “Мультиколінеарність”

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок тестування наявності мультиколінеарності в економетричних моделях і її усунення.

2. Задачі роботи:

1. Тестування наявності мультиколінеарності у багатофакторній лінійній регресійній моделі на основі тесту Фаррара-Глобера.
2. Усунення мультиколінеарності.

3. Завдання роботи і вихідні данні.

Для деякого регіону виконується економетричне дослідження, метою якого є аналіз реального споживання населення y (в млн. грошових одиниць) в залежності від наступних трьох факторів: x_1 – купівлі та оплати товарів і послуг (в млн. грошових одиниць), x_2 – заощаджень (в % від загального доходу) і x_3 – заробітної плати (в млн. грошових одиниць). Вважається, що залежність між зазначеними економічними показниками може бути представлена економетричною моделлю багатофакторної лінійної регресії. Дані вибіркового статистичного спостереження наведені нижче у таблиці.

i	y	x_1	x_2	x_3
1	14+К	9+0,1N	7,90+0,1N	16,78+0,1N
2	16+К	10+0,1N	9,04+0,1N	19,68+0,1N
3	15+К	11+0,1N	9,95+0,1N	21,56+0,1N
4	14+К	13+0,1N	9,22+0,1N	22,46+0,1N
5	20+К	13+0,1N	11,12+0,1N	22,50+0,1N
6	19+К	15+0,1N	13,47+0,1N	27,20+0,1N
7	22+К	14+0,1N	13,46+0,1N	28,52+0,1N
8	27+К	16+0,1N	12,57+0,1N	30,00+0,1N
9	29+К	18+0,1N	12,40+0,1N	29,56+0,1N
10	29+К	16+0,1N	13,20+0,1N	24,23+0,1N
11	30+К	14+0,1N	13,50+0,1N	25,00+0,1N
12	30+К	20+0,1N	14,52+0,1N	30,00+0,1N
13	31+К	21+0,1N	14,00+0,1N	32,15+0,1N
14	28+К	23+0,1N	15,00+0,1N	32,00+0,1N
15	31+К	20+0,1N	14,50+0,1N	33,00+0,1N

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. За допомогою тесту Фаррара-Глобера перевірити модель на мультиколінеарність.
2. При наявності мультиколінеарності запропонувати шляхи її вилучення.

4. Порядок виконання роботи.

1. На основі вихідних даних заповнюються перші чотири стовпця таблиці 1 (див. п.6 „Допоміжний матеріал”).
2. У таблиці 1 визначаються середні значення і стандартні відхилення всіх пояснюючих змінних моделі (функції MS Excel **СРЗНАЧ**, **СТАНДОТКЛОН**).
3. Виконується стандартизація пояснюючих змінних. Елементи стандартизованих векторів пояснюючих змінних визначаються за наступною формулою:

$$x_{ik}^* = \frac{x_{ik} - \bar{X}_k}{\sigma_{x_k}}, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (k = \overline{1, m}), \quad (1)$$

де n – число спостережень; m – число факторів моделі (пояснюючих змінних); \bar{X}_k – середнє арифметичне k -ї пояснюючої змінної; σ_{x_k} – стандартне відхилення k -ї пояснюючої змінної. Допоміжні розрахунки виконуються у таблиці 1. Для обчислення стандартизованих векторів пояснюючих змінних використовується вбудована функція MS Excel **НОРМАЛІЗАЦІЯ**.

4. На основі виконаних розрахунків формується матриця стандартизованих пояснюючих змінних X^* і транспонована до неї матриця $X^{*'} ($ функція **ТРАНСП**).
5. Використовуючи вбудовану функцію **МУМНОЖ** обчислюється добуток матриць $X^{*'} X^*$.
6. Обчислюється кореляційна матриця пояснюючих змінних моделі r :

$$r = \begin{pmatrix} 1 & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_2x_1} & 1 & r_{x_2x_3} \\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{n} X^{*'} X^*. \quad (2)$$

7. Обчислюється визначник кореляційної матриці $|r|$ (функція **МОПРЕД**).

8. Обчислюється розрахункове значення критерію χ^2 :

$$\chi^2 = - \left[n - 1 - \frac{1}{6}(2m + 5) \right] \ln|r|. \quad (3)$$

9. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступеня вільності $\nu = \frac{1}{2}m(m-1)$

за статистичними таблицями χ^2 -розподілу (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **ХИ2ОБР**) знаходиться табличне значення $\chi^2_{\text{табл}}$ і порівнюється з фактичним розрахунковим. Робиться відповідний висновок.

10. Обчислюється матриця **C**, обернена до кореляційної матриці **r** (функція **МОБР**):

$$C = r^{-1}. \quad (4)$$

11. Для кожної пояснюючої змінної моделі розраховується F-критерій Фішера за наступною формулою:

$$F_k = (c_{kk} - 1) \frac{n - m}{m - 1}, \quad (k = \overline{1, m}), \quad (5)$$

де c_{kk} – елементи матриці **C**, які знаходяться на головній діагоналі.

12. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1 = m-1$ та $\nu_2 = n-m$ за статистичними таблицями F-розподілу (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **FRАСПОБР**) знаходиться критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Табличне значення $F_{кр}$ порівнюється з розрахунковими значеннями F_k і робляться відповідні висновки.

13. Використовуючи матрицю **C** обчислюються часткові коефіцієнти кореляції між пояснюючими змінними моделі:

$$r_{kj} = \frac{-c_{kj}}{\sqrt{c_{kk}c_{jj}}}, \quad (k = \overline{1, m}), \quad (j = \overline{1, m}), \quad (6)$$

де c_{kj} – елемент матриці **C**, що міститься у k-му рядку і j-тому стовпці; c_{kk} і c_{jj} – діагональні елементи матриці **C**. Слід зазначити, що враховуючи симетричність матриці часткових коефіцієнтів кореляції, у лабораторній роботі достатньо визначити

тільки три часткові коефіцієнти кореляції: r_{12} , r_{13} і r_{23} .

14. На основі знайдених часткових коефіцієнтів кореляції обчислюються розрахункові значення t-критерію Ст'юдента:

$$t_{kj} = \frac{r_{kj} \sqrt{n-m}}{\sqrt{1-r_{kj}^2}}, \quad (k = \overline{1, m}), \quad (j = \overline{1, m}). \quad (7)$$

Як і у попередньому пункті слід обчислити тільки три значення t – статистики: t_{12} , t_{13} і t_{23} .

15. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і для ступеню вільності $\nu = n - m$ за статистичними таблицями t-розподілу Ст'юдента (або використовуючи статистичну функцію **СТЬЮДРАСПОБР**) знаходиться критичне значення t-критерію Ст'юдента – $t_{кр}$. Порівнюючи розрахункові значення t_{kj} з критичним $t_{кр}$ робляться відповідні висновки.

16. У разі виявлення наявності мультиколінеарності пропонуються шляхи її усунення. У лабораторній роботі у якості такого шляху слід застосувати вилучення з моделі однієї з кожної пари пояснюючих змінних, які корелюють між собою.

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен знати:**

- мету і завдання роботи, порядок її виконання;
- ідею і алгоритм тесту Фаррара-Глобера;
- шляхи усунення мультиколінеарності;
- структуру кореляційної матриці для множинної лінійної регресії.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вміти:**

- користуватися вбудованими функціями Excel **СРЗНАЧ**, **СТАНДОТКЛОНП**, **НОРМАЛИЗАЦИЯ**, **КОРЕНЬ**, **LN**, **СТЕПЕНЬ**, **МОБР**, **МОПРЕД**, **МУМНОЖ**, **ТРАНСП**, **ХИ2ОБР**, **ФРАСПОБР**, **СТЬЮДРАСПОБР** ;
- користуватись статистичними таблицями F-розподілу, t-розподілу і χ^2 – розподілу.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен**

підготувати:

- журнал лабораторної роботи з вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними.
- заготовку допоміжної електронної таблиці 1.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 1

i	X_{1i}	X_{2i}	X_{3i}	X_{1i}^*	X_{2i}^*	X_{3i}^*
1						
2						
...
15						
Середнє	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	---	---	---
Стандартне відхилення	σ_{x_1}	σ_{x_2}	σ_{x_3}	---	---	---

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Що означає мультиколінеарність пояснюючих змінних економетричної моделі?
2. При моделюванні яких економічних явищ і процесів найчастіше можливо очікувати на мультиколінеарність?
3. Чим відрізняється повна мультиколінеарність від неповної?
4. Як впливає наявність мультиколінеарності на статистичні показники і оцінки параметрів моделі?
5. Основні ознаки мультиколінеарності.
6. Ідея і основні етапи тесту Фаррара-Глобера.
7. Шляхи усунення мультиколінеарності.

2. Лабораторна робота № 5 “Гетероскедастичність”

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок тестування наявності гетероскедастичності і оцінювання параметрів економетричної моделі узагальненим методом найменших квадратів

2. Задачі роботи:

1. Тестування наявності гетероскедастичності за допомогою параметричного тесту Голдфелда–Квондта.

- Оцінювання параметрів економетричної моделі узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена).

3. Завдання роботи і вихідні дані.

Для деякого регіону виконується економетричне дослідження залежності заощаджень населення (y) від доходу на душу населення (x). Вважається, що залежність між зазначеними економічними показниками може бути представлена економетричною моделлю парної лінійної регресії. Вибіркові статистичні дані за 18 років наведені нижче у таблиці.

Рік	Заощадження (млн. грошових одиниць)	Доход на душу населення (млн. грошових одиниць)	Рік	Заощадження (млн. грошових одиниць)	Доход на душу населення (млн. грошових одиниць)
1	2,30+0,2N	15+0,1N	10	2,50+0,2N	22+0,1N
2	2,50+0,2N	68+0,1N	11	3,10+0,2N	64+0,1N
3	2,08+0,2N	16+0,1N	12	2,20+0,2N	15+0,1N
4	2,20+0,2N	17+0,1N	13	2,82+0,2N	72+0,1N
5	2,10+0,2N	17+0,1N	14	3,04+0,2N	80+0,1N
6	2,70+0,2N	85+0,1N	15	2,32+0,2N	18+0,1N
7	3,99+0,2N	100+0,1N	16	2,20+0,2N	20+0,1N
8	2,50+0,2N	20+0,1N	17	3,10+0,2N	95+0,1N
9	3,94+0,2N	90+0,1N	18	2,45+0,2N	19+0,1N

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

- Виходячи з ймовірності існування гетероскедастичності виконати параметричний тест Голдфелда–Квондта (для рівня значимості $\alpha=0,05$).
- Знайти оцінки параметрів моделі узагальненим методом найменших квадратів.

4. Порядок виконання роботи.

- Виконується ранжування (впорядкування) даних статистичних спостережень у порядку зростання значень величини доходу (незалежної змінної x). З цією метою використовується команда

Сортировка (меню **Данные**). Ранжування виконується у таблиці 1 (див. п.6 „Допоміжний матеріал”).

2. З середини впорядкованої вибірки відкидається **c** спостережень. Значення **c** при цьому визначається за наступною залежністю:

$$\frac{c}{n} = \frac{4}{15}, \quad (1)$$

де **n** – кількість спостережень (обсяг вибірки). У лабораторній роботі можна прийняти **c = 4**.

3. На основі 1МНК будуються дві лінійні парні регресії для двох утворених сукупностей спостережень, кожна з яких має обсяг

$$n_1 = n_2 = \frac{n - c}{2} = \frac{18 - 4}{2} = 7. \text{ Розрахунки оцінок параметрів обох}$$

моделей (b_0 і b_1) простіше виконати з використанням вбудованих функцій **ОТРЕЗОК** і **НАКЛОН**. Допоміжні розрахунки виконуються у таблиці 2 (див. п.6 „Допоміжний матеріал”).

4. На основі отриманих рівнянь регресії для кожної з двох моделей обчислюються розрахункові значення залежної змінної \hat{y}_i , ($i = \overline{1,7}$)

(заощадження) і залишки e_i , ($i = \overline{1,7}$). Розрахунки зазначених величин виконуються у тій же допоміжній таблиці 2.

5. Використовуючи вбудовану функцію **СУММКВ** для кожної побудованої моделі визначаються суми квадратів залишків:

$$SSE_1 = \sum_{i=1}^7 e_{1,i}^2, \quad SSE_2 = \sum_{i=1}^7 e_{2,i}^2 \quad (2)$$

де $e_{1,i}$ – залишки першої моделі; $e_{2,i}$ – залишки другої моделі.

6. Обчислюється статистика F^* за формулою:

$$F^* = \frac{SSE_2}{SSE_1}. \quad (3)$$

7. За статистичними таблицями F -розподілу Фішера (або використовуючи вбудовану статистичну функцію **ФРАСПОБР**) для ступенів вільності $\nu_1 = \nu_2 = [(n-c)/2] - k$ (де k – кількість оцінених у кожній регресії параметрів) і рівня значимості $\alpha = 0,05$ знаходиться критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$.

8. Порівнюючи значення F^* і $F_{кр}$ робиться висновок про наявність або відсутність гетероскедастичності.

9. Виконується оцінювання параметрів моделі узагальненим

методом найменших квадратів (методом Ейткена) у наступній послідовності:

- приймається гіпотеза про те, що дисперсія залишків пропорційна до зміни пояснюючої змінної (фактора) x , тобто для елементів матриці S маємо:

$$\lambda_i = \frac{1}{x_i}, \quad (i = \overline{1,18}); \quad (4)$$

- формується матриця спостережень за незалежними змінними моделі X :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_{18} \end{pmatrix}, \quad \dim X = 18 \times 2, \quad (5)$$

і знаходиться транспонована до неї матриця X' (функція **ТРАНСП**):

$$X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{18} \end{pmatrix}, \quad \dim X' = 2 \times 18; \quad (6)$$

- формується матриця S^{-1} , обернена до матриці перетворень S :

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{18} \end{pmatrix}, \quad \dim S^{-1} = 18 \times 18; \quad (7)$$

- знаходиться добуток матриць $X' S^{-1}$ (функція **МУМНОЖ**);
- знаходиться добуток матриць $X' S^{-1} X$ (функція **МУМНОЖ**);
- знаходиться обернена матриця $(X' S^{-1} X)^{-1}$ (функція **МОБР**);
- знаходиться матриця $X' S^{-1} Y$ (функція **МУМНОЖ**);
- знаходиться вектор оцінок параметрів узагальненої моделі B :

$$B = (X' S^{-1} X)^{-1} (X' S^{-1} Y) \quad (\text{функція } \mathbf{МУМНОЖ}). \quad (8)$$

10. Записується оцінене рівняння регресії.

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен знати*:

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- ідею і алгоритм параметричного тесту Голдфелда–Квондта;
- ідею і алгоритм узагальненого методу найменших квадратів;
- поняття про матрицю перетворень S , її структуру, визначення її елементів і застосування;

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен вміти*:

- користуватися вбудованими функціями Excel **ОТРЕЗОК**, **НАКЛОН**, **СУММКВ**, **ТРАНСП**, **МОБР**, **МУМНОЖ** і командою **Сортировка**;
- користуватись статистичними таблицями F -розподілу (або вбудованою статистичною функцією **FPАСПОБР**).

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен підготувати*:

- журнал лабораторної роботи з вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними.
- заготовки двох допоміжних таблиць 1 і 2.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 1

Рік	x_i	y_i
1		
2		
3		
...
16		
17		
18		

Таблиця 2

Модель	Рік	x_i	y_i	b_0	b_1	\hat{y}_i	e_i
1							
				b_0	b_1		
							Σ
2							
				b_0	b_1		
							Σ

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Що таке гетероскедастичність і її природа?
2. Як впливає гетероскедастичність на оцінки параметрів моделі, отриманих за МНК?
3. Основна ідея і алгоритм параметричного тесту Голдфелда–Квондта.
4. Основна ідея і алгоритм узагальненого методу найменших квадратів (методу Ейткена) у випадку гетероскедастичності.
5. Як визначається матриця перетворень S у випадку гетероскедастичності?

3. Лабораторна робота № 6 “Автокореляція залишків”

1. **Мета роботи:** Набуття практичних навичок тестування наявності автокореляції залишків і оцінювання параметрів економетричної моделі з автокорельованими залишками узагальненим методом найменших квадратів.

2. Задачі роботи:

1. Тестування автокореляції залишків за допомогою тесту Дарбіна–Уотсона.
2. Оцінювання параметрів економетричної моделі з автокорельованими залишками узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена).
3. Перевірка статистичної значимості узагальненої економетричної моделі з автокорельованими залишками.*
4. Прогнозування на основі узагальненої економетричної моделі з автокорельованими залишками.*

3. Завдання роботи і вихідні дані.

На основі вибірових статистичних спостережень за 10 років будується наступна економетрична модель:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

де y_t – роздрібний товарообіг у році t ; x_t – доходи населення у році t .

Рік	Роздрібний товарообіг (млрд. грошових одиниць)	Доходи населення (млрд. грошових одиниць)
1	24,0+К	27,1+0,2N
2	25,0+К	28,2+0,2N
3	25,7+К	29,3+0,2N
4	27,0+К	31,3+0,2N
5	28,8+ К	34,0+0,2N
6	30,8+ К	36,0+0,2N
7	33,8+ К	38,7+0,2N
8	38,1+ К	43,2+0,2N
9	49,4+ К	50,0+0,2N
10	51,5+ К	52,1+0,2N

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. Перевірити наявність автокореляції залишків за допомогою тесту Дарбіна–Уотсона.
2. Визначити оцінки параметрів моделі узагальненим методом найменших квадратів.
3. Перевірити статистичну значимість оціненої узагальненої моделі з автокорельованими залишками.*

4. Обчислити точковий та інтервальні прогнози роздрібного товарообігу на наступний рік для очікуваного рівня доходів населення $58 + K$ млрд. грошових одиниць.*

Примітка. Пункти завдання, помічені символом * є додатковими (але не обов'язковими пунктами лабораторної роботи), за які студент отримує додаткові бонусні бали.

4. Порядок виконання роботи.

1. За методом найменших квадратів визначаються оцінки параметрів моделі b_0 і b_1 . Розрахунки оцінок параметрів моделі виконуються з використанням вбудованих статистичних функцій Excel **ОТРЕЗОК** і **НАКЛОН**. Допоміжні розрахунки виконуються у таблиці 1 (див. п.б „Допоміжний матеріал”).
2. На основі оціненого рівняння регресії обчислюються розрахункові значення залежної змінної \hat{y}_i , ($i = \overline{1,10}$) і залишки e_i , ($i = \overline{1,10}$). Розрахунки зазначених величин виконуються у тій же допоміжній таблиці 1.
3. Використовуючи обчислені у таблиці 1 залишки, виконуються допоміжні розрахунки у таблиці 2 (див. п.б „Допоміжний матеріал”).
4. На основі даних таблиці 2 розраховується критерій Дарбіна–Уотсона:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}, \quad (2)$$

де e_i – залишок у поточному спостереженні (поточному році),
 e_{i-1} – залишок у попередньому спостереженні (попередньому році).

5. За статистичними таблицями DW–розподілу Дарбіна–Уотсона для рівня значимості $\alpha = 0,05$, числа спостережень $n = 10$ і числа факторів моделі $m=1$ знаходяться критичні точки d_L і d_U .
6. На основі знайдених значень **DW**, d_L і d_U робиться висновок про відсутність або наявність автокореляції залишків.
7. Виконується оцінювання параметрів моделі узагальненим методом найменших квадратів (методом Ейткена) у наступній

послідовності:

- приймається гіпотеза про те, що залишки моделі відповідають авторегресійній схемі першого порядку:

$$\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + u_i; \quad (3)$$

- обчислюється оцінка коефіцієнта автокореляції ρ за наступною залежністю:

$$\rho \approx \frac{n}{n-1} \frac{\sum_{i=2}^n e_i e_{i-1}}{\sum_{i=1}^n e_i^2} + \frac{m+1}{n}, \quad (4)$$

- формується матриця спостережень за незалежними змінними моделі X :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_{10} \end{pmatrix}, \quad \dim X = 10 \times 2, \quad (5)$$

і знаходиться транспонована до неї матриця X' (функція **ТРАНСП**):

$$X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{10} \end{pmatrix}, \quad \dim X' = 2 \times 10; \quad (6)$$

- формується матриця S^{-1} :

$$S^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{pmatrix} 1 & -\rho & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \dots & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \dim S^{-1} = 10 \times 10; \quad (7)$$

- знаходиться добуток матриць $X' S^{-1}$ (функція **МУМНОЖ**);

- знаходиться добуток матриць $X' S^{-1} X$ (функція **МУМНОЖ**);
- знаходиться обернена матриця $(X' S^{-1} X)^{-1}$ (функція **МОБР**);
- знаходиться матриця $X' S^{-1} Y$ (функція **МУМНОЖ**);
- знаходиться вектор оцінок параметрів узагальненої моделі B :

$$B = (X'S^{-1}X)^{-1}(X'S^{-1}Y) \text{ (функція МУМНОЖ)}. \quad (8)$$

8. Записується оцінене рівняння регресії.

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен знати*:

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- алгоритм тесту Дарбіна–Уотсона;
- ідею і алгоритм узагальненого методу найменших квадратів;
- поняття про допоміжну матрицю перетворень S , її структуру, визначення її елементів і застосування.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен вміти*:

- користуватися вбудованими функціями Excel **ОТРЕЗОК**, **НАКЛОН**, **СУММ**, **ТРАНСП**, **МУМНОЖ**, **МОБР**;
- користуватися статистичними таблицями DW –розподілу.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент *повинен підготувати*:

- журнал лабораторної роботи з вихідними даними роботи;
- електронну таблицю з вихідними даними.
- заготовки допоміжних таблиць 1 і 2.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 1

Рік	x_i	y_i	b_0	b_1	\hat{y}_i	e_i
1						
...
10						
Сума	---	---	---	---	---	Σ

Таблиця 2

Рік	e_i	e_i^2	$e_i - e_{i-1}$	$(e_i - e_{i-1})^2$	$e_i e_{i-1}$
1			---	---	---
2					
...
10					
Сума	---	Σ	---	Σ	Σ

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Що таке автокореляція залишків економетричної моделі, природа і причини цього явища?
2. Як впливає автокореляція залишків на оцінки параметрів економетричної моделі, які оцінені за ІМНК?
3. Алгоритм і розрахункові залежності тесту Дарбіна–Уотсона на автокореляцію залишків.
4. Основна ідея і алгоритм узагальненого методу найменших квадратів (методу Ейткена) у випадку автокореляції залишків.
5. Як визначається матриця перетворень S у випадку автокореляції залишків?

4. Лабораторна робота № 7 “Економетричні моделі динаміки. Метод інструментальних змінних”

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок оцінювання параметрів економетричних моделей динаміки методом інструментальних змінних.

2. Задачі роботи:

1. Тестування автокореляції залишків в авторегресійних моделях.
2. Оцінювання параметрів авторегресійних моделей методом інструментальних змінних.

3. Завдання роботи і вихідні данні.

На основі вибірових статистичних спостережень за 10 років побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на харчування і доходами сім'ї. Відповідна економетрична модель специфікована наступним чином:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 y_{t-1} + v_t, \quad (1)$$

де y_t – витрати на харчування у поточному році t ; y_{t-1} – витрати на харчування у попередньому році $t-1$; x_t – доходи сім'ї у поточному році t . Параметри моделі не пов'язані зі схемою Койка, моделлю адаптивних очікувань або моделлю часткового корегування. Вважається, що у наведеній моделі можлива автокореляція залишків, яка відповідає авторегресійній схемі першого порядку

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t, \quad |\rho| \leq 1, \quad \varepsilon_t \in N(0, \sigma_\varepsilon^2).$$

Рік	Витрати на харчування (гр. од.)	Доходи (гр. од.)
1	4 + N	25 + N
2	5 + N	29 + N
3	6 + N	34 + N
4	6 + N	33 + N
5	8 + N	41 + N
6	11 + N	50 + N
7	14 + N	55 + N
8	14 + N	54 + N
9	16 + N	56 + N
10	14 + N	62 + N

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. Перевірити наявність автокореляції залишків моделі за допомогою тесту Дарбіна.
2. На основі методу інструментальних змінних визначити оцінки параметрів моделі.

4. Порядок виконання роботи.

1. На основі статистичної вибірки методом найменших квадратів визначаються оцінки параметрів моделі (1) – b_0 , b_1 і b_2 . При цьому, модель (1) розглядається як багатофакторна лінійна регресія, у якій змінні x_t і y_{t-1} виступають у якості першої і другої пояснюючої змінної відповідно. Оцінювання параметрів моделі (1) виконується за допомогою інструменту **Регресія** пакету **Анализ даних** табличного процесора MS Excel, при цьому, для виведення у

результатах роботи цього інструменту залишків, у діалоговому вікні інструменту **Регрессия** обов'язково слід активізувати опцію **Остатки**. Дані, необхідні для використання інструменту **Регрессия** беруться з перших трьох стовпців допоміжної таблиці 1 (див. п.б „Допоміжний матеріал”), при цьому використовуються тільки 9 спостережень, починаючи з 2-го року.

2. Використовуючи результати роботи інструменту **Регрессия**, до таблиці 1 переносяться розрахункові значення залежної змінної \hat{y}_t і значення залишків e_t , на основі яких обчислюються їхні квадрати e_t^2 , а також величини $(e_t - e_{t-1})$ і $(e_t - e_{t-1})^2$.

3. Використовуючи дані таблиці 1 обчислюється DW-критерій Дарбіна-Уотсона:

$$DW = \frac{\sum_{t=3}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^n e_t^2}, \quad (2)$$

де e_t – залишок у поточному році, e_{t-1} – залишок у попередньому році.

4. Обчислюється оцінка коефіцієнта автокореляції першого порядку за формулою:

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{1}{2} DW. \quad (3)$$

5. Обчислюється розрахункове значення h-статистики Дарбіна:

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n\hat{\sigma}_{\beta_2}^2}}, \quad (4)$$

де n – об'єм вибірки ($n = 9$), $\hat{\sigma}_{\beta_2}^2$ – оцінка дисперсії параметра при лаговій змінній y_{t-1} у вибірковій регресії. Значення β_2 береться з останньої таблиці групи таблиць **ВЫВОД ИТОГОВ** (результати роботи інструменту **Регрессия**) у стовпці **Стандартная ошибка** проти рядка **Переменная X2**)

6. Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ за статистичними таблицями стандартизованого нормального розподілу визначається критична точка $u_{\alpha/2}$ з умови $\Phi(u_{\alpha/2}) = (1 - \alpha)/2$, де Φ – функція Лапласа і

порівнюється із значенням критерію h . Якщо $|h| > u_{\alpha/2}$ – автокореляція залишків присутня, якщо $|h| \leq u_{\alpha/2}$ – автокореляція залишків відсутня.

7. Використовуючи метод інструментальних змінних оцінюються параметри моделі у наступній послідовності:

- модель (1) переписується у наступному вигляді:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 x_t + v_t; \quad (5)$$

- у якості інструментальної змінної для лагової змінної y_{t-1} приймається змінна x_{t-1} ;
- визначаються оцінки параметрів моделі (5) за наступною залежністю:

$$B = (Z' X)^{-1} Z' Y, \quad (6)$$

де матриці Z , X і вектор Y визначаються наступним чином:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_2 \\ 1 & x_2 & x_3 \\ 1 & x_3 & x_4 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n-1} & x_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & y_1 & x_2 \\ 1 & y_2 & x_3 \\ 1 & y_3 & x_4 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & y_{n-1} & x_n \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix};$$

- записується оцінене рівняння регресії.

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен знати**:

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- алгоритм тестування автокореляції залишків в авторегресійних моделях;
- ідею, застосування і алгоритм методу інструментальних змінних.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вміти**:

- розраховувати значення DW-критерію Дарбіна–Уотсона;

- розраховувати значення h -критерію Дарбіна;
- користуватися статистичними таблицями стандартизованого нормального розподілу;
- користуватися вбудованими функціями Excel **ТРАНСП**, **МОБР**, **МУМНОЖ**, **СУММА**.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен підготувати**:

- алгоритм розв'язання задач лабораторної роботи у середовищі табличного процесора Excel;
- макет і заготовку електронної таблиці з вихідними даними і допоміжною таблицею.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вивчити**:

- ідею, застосування і алгоритм методу інструментальних змінних.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 1

Рік	y_t	x_t	y_{t-1}	\hat{y}_t	e_t	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})$	$(e_t - e_{t-1})^2$
2							---	---
3								
4								
5								

10								
Сума	---	---	---	---	Σ	Σ	---	Σ

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Що таке лаг і лагова змінна?
2. Причини виникнення лагів в економіці і в економетричних моделях.
3. Що таке модель нескінченного розподіленого лагу?
4. Що таке модель з кінцевим числом лагів?
5. Які проблеми виникають при оцінюванні параметрів моделей з кінцевим числом лагів?

6. Які існують підходи до оцінювання параметрів моделей нескінченного лагу?
7. Що таке авторегресійні моделі?
8. Які проблеми виникають при оцінювання параметрів авторегресійних моделей?
9. Від чого залежить вибір методу оцінювання параметрів авторегресійних моделей?
10. Який тест і на основі якого критерію використовується при тестуванні автокореляції залишків в авторегресійних моделях?

5. Лабораторна робота № 8 “Симультативні моделі. Непрямий метод найменших квадратів,,

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок оцінювання параметрів симультативних моделей непрямим методом найменших квадратів і використання цих моделей для прогнозу і аналізу.

2. Задачі роботи:

1. Ідентифікація системи структурних рівнянь.
2. Приведення системи структурних рівнянь до прогнозної форми.
3. Визначення оцінок параметрів рівнянь приведеної форми.
4. Визначення оцінок параметрів рівнянь структурної форми.
5. Прогнозування і аналіз.

3. Завдання роботи і вихідні данні.

На основі вибірових статистичних даних за 8 років побудувати макромодель Кейнса і визначити:

- прогнозне значення сукупного споживання і національного доходу для прогнозного значення інвестицій **Ipr**;
- граничну схильність до споживання MPC.

Макромодель Кейнса прийняти у наступному вигляді:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$y_t = C_t + I_t,$$

де y_t – національний дохід; C_t – сукупне споживання; I_t – інвестиції; ε_t – стохастична складова моделі; β_0, β_1 – параметри моделі.

Дані вибіркового статистичного спостереження наведені нижче у таблиці.

Рік	C_t	Y_t	I_t
1	28,04+N	50,5+N	26,08+N
2	32,99+N	57,2+N	27,38+N
3	34,67+N	67,5+N	31,78+N
4	35,72+N	71,05+N	30,88+N
5	41,99+N	69,55+N	34,42+N
6	40,58+N	77,2+N	36,68+N
7	45,8+N	82,9+N	38,56+N
8	45,2+N	83,45+N	42,18+N

Прогнозне значення інвестицій $I_{pr} = 48 + N$.

Примітка.

1. При ідентифікації рівнянь структурної форми використовувати тільки умову порядку.
2. Для рівнянь приведеної форми виконати перевірку цих рівнянь тільки на загальну статистичну значимість.
3. Прогнозні значення споживання і національного доходу визначати як точкові.

4. Порядок виконання роботи.

1. Виконується ідентифікація кожного рівняння структурної форми за формулою

$$k_s - 1 \leq m - m_s, \quad (s = 1, 2), \quad (2)$$

де k_s – число ендогенних змінних у s-му рівнянні, m – число екзогенних змінних моделі, m_s – число екзогенних змінних у s-му рівнянні. Робиться відповідний висновок про можливість застосування непрямого методу найменших квадратів для оцінювання параметрів функції споживання моделі Кейнса.

2. Система структурних рівнянь (1) приводиться до прогнозної форми:

$$C_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{\beta_1}{1-\beta_1} I_t + \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t, \quad (3)$$

$$y_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{1}{1-\beta_1} I_t + \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t,$$

або

$$C_t = r_{10} + r_{11} \cdot I_t + u_1, \quad (4)$$

$$y_t = r_{20} + r_{21} \cdot I_t + u_2,$$

де

$$r_{10} = r_{20} = \frac{\beta_0}{1-\beta_1}, r_{11} = \frac{\beta_1}{1-\beta_1}, r_{21} = \frac{1}{1-\beta_1}, \quad (5)$$

$$u_1 = \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_1, u_2 = \frac{1}{1-\beta} \varepsilon_2.$$

3. Використовуючи дані статистичної вибірки відносно показників C_t і I_t за методом найменших квадратів (1 МНК) оцінюємо параметри r_{10} і r_{11} першого рівняння приведеної форми. Для цього можна використати вже відомий інструмент **Регресия** пакету **Анализ данных**.

4. Використовуючи дані статистичної вибірки відносно показників y_t і I_t за методом найменших квадратів (1 МНК) оцінюємо параметри r_{20} і r_{21} другого рівняння приведеної форми. Для цього також використовуємо інструмент **Регресия** пакету **Анализ данных**.

5. Записується система рівнянь прогнозованої форми.

6. Для кожного рівняння приведеної форми визначається коефіцієнт кореляції, детермінації та розрахункове значення критерію Фішера.

7. Для кожного рівняння приведеної форми аналізуються значення коефіцієнтів кореляції та детермінації, і робляться відповідні висновки.

8. Для рівня значимості $\alpha=0,05$ і ступенів вільності $v_1=1$ і $v_2=n-2$ за статистичними таблицями F-розподілу визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Табличне значення $F_{кр}$ порівнюється з розрахунковим значенням F і робиться відповідний висновок щодо статистичної значимості рівнянь приведеної форми.

9. Використовуючи побудовану приведену (прогнозу) форму

моделі знаходиться точкова оцінка прогнозу сукупного споживання C_t і національного доходу y_t для прогнозного значення інвестицій I_{pr} .

10. Використовуючи взаємозв'язок (5) між коефіцієнтами приведені і структурної форми моделі визначаються оцінки параметрів структурної форми:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \frac{\hat{\tau}_{11}}{(1 + \hat{\tau}_{11})}, \\ \hat{\beta}_0 &= \hat{\tau}_{10}(1 - \hat{\beta}_1)\end{aligned}\quad (6)$$

і записується оцінена система структурних рівнянь.

11. Визначається гранична схильність до споживання $MPC = \hat{\beta}_1$ і дається відповідна економічна інтерпретація.

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен знати:**

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- умову порядку при ідентифікації рівнянь структурної форми симультаивних моделей;
- алгоритм оцінки параметрів системи одночасних рівнянь непрямим методом найменших квадратів;
- як перейти від структурної форми симультаивної моделі до приведені і навпаки.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен вміти:**

- знаходити критичні значення F-критерію Фішера за статистичними таблицями;
- користуватися інструментом **Регресія** пакету **Анализ даних** табличного процесора MS Excel.

Для успішного виконання лабораторної роботи студент **повинен підготувати:**

- алгоритм розв'язання задач лабораторної роботи у середовищі табличного процесора Excel;
- макет і заготовку електронної таблиці з вихідними даними і допоміжною таблицею.

6. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Що таке симультивні економетричні моделі і коли вони застосовуються?
2. Чи можна оцінювати параметри симультивних моделей однокроковим методом найменших квадратів (МНК)?
3. Що таке структурна форма симультивної моделі, її використання і властивості її параметрів?
4. Що таке приведена форма симультивної моделі, її використання і властивості її параметрів?
5. В чому полягає основна ідея непрямого методу найменших квадратів (НМК)?
6. Алгоритм непрямого методу найменших квадратів.
7. До яких рівнянь структурної форми можна застосовувати непрямий метод найменших квадратів?

ДОДАТКИ

Додаток 1. Статистичні таблиці

Таблиця 1

Таблиця F-розподілу для $\alpha=0,05$

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	1,94	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,82	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39

$v_1 = m$, $v_2 = n-k$, m - кількість факторів (пояснюючих змінних),
 n - кількість спостережень, k - кількість параметрів моделі.

Таблиця 2

Таблиця t-розподілу Ст'юдента

v	Рівень значимості α (для двостороннього тесту)						
	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,3
2	0,861	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,210
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,93
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552

$v = n - k$, n – кількість спостережень, k – кількість параметрів моделі.

Таблиця 3

Критичні точки розподілу χ^2

Ступінь вільності df	Довірча імовірність p					
	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,001	0,0002
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,621
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872

$df = \frac{1}{2} m(m-1)$, де m - кількість факторів (пояснюючих змінних).

Таблиця 4

DW-статистика Дарбіна-Уотсона.

Критичні точки d_L ; d_U при рівні значимості $\alpha = 0,05$

Число спостере- жень n	Число факторів							
	m=1		m=2		m=3		m=4	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0,61	1,40	---	---	---	---	---	---
7	0,70	1,36	0,47	1,90	---	---	---	---
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29	---	---
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13	0,30	2,59
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02	0,38	2,41

Таблиця 5

Таблиця стандартизованого нормального розподілу
(функція Лапласа)

u	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	,0000	,0040	,0080	,0120	,0160	,0199	,0239	,0279	,0319	,0359
0,1	,0398	,0438	,0478	,0517	,0557	,0596	,0636	,0675	,0714	,0753
0,2	,0793	,0832	,0871	,0910	,0948	,0987	,1026	,1064	,1103	,1141
0,3	,1179	,1217	,1255	,1293	,1331	,1368	,1406	,1443	,1480	,1517
0,4	,1554	,1591	,1628	,1664	,1700	,1736	,1772	,1808	,1844	,1879
0,5	,1915	,1950	,1985	,2019	,2054	,2088	,2123	,2157	,2190	,2224
0,6	,2257	,2291	,2324	,2357	,2389	,2422	,2454	,2486	,2517	,2549
0,7	,2580	,2611	,2642	,2673	,2704	,2734	,2764	,2794	,2823	,2852
0,8	,2881	,2910	,2939	,2967	,2995	,3023	,3051	,3078	,3106	,3133
0,9	,3150	,3186	,3212	,3238	,3264	,3289	,3315	,3340	,3365	,3389
1,0	,3413	,3438	,3461	,3485	,3508	,3531	,3554	,3577	,3599	,3621
1,1	,3643	,3665	,3686	,3708	,3729	,3749	,3770	,3790	,3810	,3830
1,2	,3849	,3869	,3888	,3907	,3925	,3944	,3962	,3980	,3997	,4015
1,3	,4032	,4049	,4066	,4082	,4099	,4115	,4131	,4147	,4162	,4177
1,4	,4192	,4207	,4222	,4236	,4251	,4265	,4279	,4292	,4306	,4319
1,5	,4332	,4345	,4357	,4370	,4382	,4394	,4406	,4418	,4429	,4441
1,6	,4452	,4463	,4474	,4484	,4495	,4505	,4515	,4525	,4535	,4545
1,7	,4554	,4564	,4573	,4582	,4591	,4599	,4608	,4616	,4625	,4633
1,8	,4611	,4649	,4656	,4664	,4671	,4678	,4686	,4693	,4699	,4706
1,9	,4713	,4719	,4726	,4732	,4738	,4744	,4750	,4756	,4761	,4767
2,0	,4772	,4778	,4783	,4788	,4793	,4798	,4803	,4808	,4812	,4817

Додаток 2. Функції табличного процесора Excel

Функції для роботи з матрицями. (категорія **Математические**”, „Ссылки и массивы” майстра функцій).

МУМНОЖ (масив1; масив2) – функція обчислює добуток двох матриць, які знаходяться у масивах.

ТРАНСП (масив) – функція формує транспоновану матрицю. Вихідна матриця знаходиться у масиві.

МОБР (масив) – знаходить обернену матрицю. Вихідна матриця знаходиться у масиві.

Статистичні функції. (категорія „Статистические” майстра функцій)

СРЗНАЧ (масив) – визначає середнє арифметичне ряду даних.

СТАНДОТКЛОНП (масив) – обчислює середньоквадратичне відхилення (стандартну похибку) деякої випадкової величини, заданою масивом своїх значень.

КОРРЕЛ (масив1; масив2) – обчислює коефіцієнт парної кореляції для двох масивів випадкових даних.

ФРАСПОБР (вероятность; степени_свободы1; степени_свободы2) – визначає зворотне значення для F-розподілу для рівня значимості α (вероятность) і ступенів вільності ν_1 (степени_свободы1) і ν_2 (степени_свободы2). Функція може бути використана для визначення критичних значень F-розподілу – $F_{кр}$.

СТЬЮДРАСПОБР (вероятность; степени_свободы) – визначає t-значення розподілу Ст'юдента для рівня значимості α (вероятность) і ступеню вільності ν (степени_свободы). Функція може бути використана для визначення критичних значень t-розподілу - $t_{кр}$.

Математичні функції. (категорія „Математические” майстра функцій)

СУММ (масив) – обчислює суму елементів масиву (блоку) клітинок.

СУММПРОИЗВ (масив1; масив2; масив3;) – обчислює суму добутків масивів чисел. Функція перемножує відповідні елементи кожного з масивів, сумує ці добутки і потім повертає (визначає)

суму цих добутків.

СУММКВ (масив) – обчислює суму квадратів елементів деякого масиву (блоку) клітинок. Функція спочатку підводить до квадрату всі елементи масиву, а потім визначає суму цих квадратів.

КОРЕНЬ (число) – обчислює корінь квадратний з числа. Замість числа може бути посилання на клітинку.

СТЕПЕНЬ (число; степень) – підводить число до заданої степені. Замість числа може бути посилання на клітинку.

LN (число) – обчислює натуральний логарифм додатного числа. Замість числа може бути посилання на клітинку.

EXP(число) – обчислює значення константи e , підведеної до степені, заданої значенням **число**. Замість числа може бути посилання на клітинку.