

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЛАДИГІНА Ольга Анатоліївна

УДК 004.738 (043.3)

**ДИСЕРТАЦІЯ
МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЛУГОВУВАННЯ
НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКУ В ГЕТЕРОГЕННИХ
КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ**

05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело _____ О.А. Ладигіна

Науковий керівник:

Ігнатів Володимир Олексійович
доктор технічних наук, професор

АНОТАЦІЯ

Ладигіна О.А. Методи статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти. – Національний авіаційний університет, Міністерства освіти і науки України, Київ, 2020.

У дисертаційній роботі отримано нове вирішення актуальної наукової задачі, що полягає у підвищенні якості обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах, розробці нових та вдосконаленні існуючих методів статистичної оптимізації по критерію мінімуму середнього ризику обслуговування трафіка з урахуванням існуючих обмежень на базі вдосконалених логіко-математичних моделей нестационарного трафіка з високим ступенем адекватності.

Основними напрямками сучасних наукових досліджень трафіка є побудова математичних моделей трафіка з використанням методів моделювання часових послідовностей, самоподібних фрактальних моделей.

Побудова математичної моделі, що адекватно відображає нестационарний трафік довільного характеру і структури, у багатьох випадках є нетривіальною проблемою. Від адекватного вибору моделі в остаточному підсумку залежить рішення всього комплексу задач аналізу, синтезу і оптимізації функціонування гетерогенної мережі відносно заданої якості і послуг, що надаються.

Особливо актуальним є напрям, пов'язаний з розв'язанням наукової задачі удосконалення оптимального обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням неоднорідності систем, а також обмежень, як основи оптимального розподілу пропускних здатностей інформаційно-комунікаційних систем. У зв'язку з викладеним обрана тема роботи є актуальною.

Мета дисертаційної роботи полягає у підвищенні ефективності обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах

за рахунок статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка з урахуванням існуючих обмежень шляхом вдосконалення моделей нестационарного трафіка для підвищення їх адекватності реальним умовам.

Досягнення поставленої мети вимагає вирішення наступних завдань:

- аналітичний огляд відомих методів, моделей і алгоритмів аналізу, вимірювання, оцінювання і управління трафіком;
- розробка методу верифікації та удосконалення логіко-математичних моделей динаміки нестационарного трафіка;
- розробка методу виявлення періодичності та спектру нестационарного трафіка на фоні завад;
- удосконалення методів статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах;
- проведення імітаційних експериментів з метою підтвердження теоретичних положень, а також дослідження властивостей нестационарного трафіка, запропонованих методів, логіко-математичних моделей.

Вирішення цих завдань виконано за допомогою критеріїв методу мінімуму середнього ризику якості трафіка з урахуванням обмежень реально існуючого характеру, що дозволяє забезпечувати статистичну оптимізацію обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням випадкових аргументів, факторів, властивостей гетерогенних мереж.

Вирішення поставлених задач дало змогу підвищити ефективність обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах, розробки нових та вдосконалення існуючих методів статистичної оптимізації по критерію мінімуму середнього ризику якості трафіка з урахуванням існуючих обмежень на базі вдосконалених логіко-математичних моделей нестационарного трафіка.

Одержані наступні основні наукові результати:

1. Удосконалено метод виявлення періодичності та спектру нестационарного трафіка на фоні завад, що дозволяє дослідити вплив основних параметрів завади на обсяг інформації, яка передається мережею.

2. Набув подальшого розвитку метод статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в симплексних і дуплексних лініях зв'язку в багатоканальних системах та гетерогенних комп'ютерних мережах. Удосконалений метод дозволяє оцінити втрати, що виникають через неоптимальність режиму, визначити відповідні керуючі впливи для наближення режиму до оптимального.

3. Вперше розроблено метод верифікації логіко-математичних моделей динаміки нестационарного трафіка, який враховує параметр розмірності моделей з різним числом станів трафіку для перевірки адекватності моделей, а також виконує оцінку впливу некерованих змінних на оптимальні рішення.

Вирішення завдань удосконалення логіко-математичних моделей нестационарного трафіка дозволило підвищити якість обслуговування трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Запропоновані математичні моделі періодичного трафіка доведено до практичної реалізації у вигляді програм в системі Mathcad для всебічного дослідження закономірностей моніторингу трафіка з урахуванням основних параметрів корисного сигналу і завади.

Запропонований метод верифікації моделей нестационарного трафіка з обраною системою показників адекватності дозволяє виконувати верифікацію з необхідним ступенем повноти. Процедура верифікації розуміється як перевірка адекватності моделей трафіка еталонній моделі за допомогою обраних критеріїв і показників адекватності, у ролі яких використані цільові функціонали, що визначають точність і достовірність моделей нестационарного трафіка. У ролі показників точності обрані: середнє значення середньоквадратичного відхилення модельних значень трафіка від значень еталонної моделі на інтервалі нестационарності, середнє значення коефіцієнта варіації, коефіцієнти конкордації модельних і еталонних значень обвідної трафіка, точкові та інтервальні оцінки конкордації.

Розроблені методи статистичної оптимізації нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням випадкових аргументів,

факторів, властивостей гетерогенних мереж розв'язують задачі оптимізації пропускних здатностей ліній зв'язку в умовах невизначеності, коли оптимальні рішення залежать від випадкових параметрів.

Обґрунтовані і розроблені математичні статистичні моделі глобальних критеріїв оптимальності обслуговування трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах, що включають системи з різними принципами дії та техніко-економічними характеристиками.

Виконана класифікація обмежень задач оптимізації за ознаками вибору значення вагових коефіцієнтів з метою розв'язання задач різних класів. Використання різних за змістом вагових коефіцієнтів дозволяє враховувати багато принципових відмінностей в техніко-економічних характеристиках систем гетерогенних комп'ютерних мереж або видів їх трафіка.

Результати експериментальних досліджень підтвердили адекватність розроблених моделей, дозволили виявити закономірності, корисні властивості, особливості й можливості практичного використання запропонованих методів і алгоритмів. Створені програми в системі Mathcad дозволяють виконувати різноманітні масштабні експерименти по дослідженню поліноміального і періодичного трафіка за результатами натурних спостережень трафіка в комп'ютерних системах та гетерогенних мережах.

Розроблені методи статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах корисні при вирішенні завдань їх аналізу, синтезу й оптимізації, налагодження програмного забезпечення й апаратури формування, передачі, маршрутизації, пріоритезації й обробки даних у комп'ютерних системах і мережах.

Ключові слова: нестационарний трафік, обслуговування трафіка, періодичність трафіка, гетерогенна комп'ютерна мережа, статистична оптимізація, верифікація моделей трафіка.

ABSTRACT

Ladygina O.A. Methods of Statistical Optimization of Non-stationary Traffic Service in Heterogeneous Computer Networks. – Qualifying scientific work on the rights of manuscript.

The scientific thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences in specialty 05.13.05 – Computer Systems and Components. – National Aviation University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2020.

The dissertation presents the realized actual scientific task of improving the technology of optimal service of non-stationary traffic in heterogeneous computer networks which are adequate to the analyzed random processes and based on traffic models that realistically reflect its main features.

The main trends in modern scientific research of traffic are mathematical modelling of traffic using methods of time sequence simulation, self-similar models, fractal models and wavelet theory.

Mathematical modelling that adequately reflects the operation of a real network tele-traffic system, in many cases, is a rather non-trivial problem. The correct choice of a model ultimately depends on the success of the solution of the whole complex of the problems of the analysis, synthesis and optimization of the system.

Particularly relevant is the trend connected with solving the scientific problem of improving the technology of optimal service of non-stationary traffic in heterogeneous computer networks that are adequate to the analyzed random processes and based on traffic models that realistically reflect its main features. Taking into account the above-mentioned information, the chosen theme of the work is relevant.

The objective of the dissertation is to increase the efficiency of service of non-stationary traffic in heterogeneous computer systems and networks according to the criterion of the method of maximum probability and according to the criterion of minimum of average risk taking into account the limits of a real-existent character and improvement of models of non-stationary traffic in order to increase their sufficiency to real conditions.

In order to achieve the objective, the main tasks were set:

- improvement of logical and mathematical models of the dynamics of non-stationary traffic and development of the methods of their verification;
- development of methods for determining the structure and parameters of traffic periodicity in case of noises;
- development of methods of statistical optimization of traffic service in heterogeneous network systems;
- experimental study of the sufficiency of the developed methods, algorithms, logical and mathematical models.

These tasks were solved using the criteria of the method of maximum likelihood and the minimum of average risk taking into account the limits of a real-existent character which allows providing statistical optimization of non-stationary traffic in heterogeneous computer networks taking into account random arguments, factors and features of heterogeneous networks.

Solving the set tasks the following scientific results were obtained:

- the methods for determining the intensity of changes in traffic conditions, graph-analytic iterative search for optimal numerical solutions of optimization equations for non-stationary traffic that allow modelling non-stationary traffic with a high degree of sufficiency were developed for the first time;
- for the first time we suggested the methods of detecting the frequency of traffic in case of noises and optimal identification of the structure and parameters of traffic periodicity;
- for the first time the method of optimal choice according to the criterion of the minimum of average risk of bandwidth of communication lines, computer systems and computer networks was suggested. This method allows increasing the efficiency of using the bandwidth of communication lines, computer systems and computer networks;
- the Markov randomized models of the dynamics of non-stationary polynomial traffic were improved and the models of periodic traffic that optimally estimate its structure and parameters were developed;

- the methods of statistical optimization of traffic service in simplex and duplex communication lines, in multichannel systems, heterogeneous computer networks for increasing the efficiency of the bandwidth were further developed.

The solution of the problems of improving the logical and mathematical models of non-stationary traffic has allowed improving the quality of traffic servicing in heterogeneous computer networks.

The proposed mathematical models of periodic traffic were practically implemented in the form of programmes in the Mathcad system for the detailed study of patterns of traffic monitoring taking into account basic parameters of the useful signal and noise.

The proposed method of verification of non-stationary traffic models with the chosen system of indicators of sufficiency allows performing verification with the necessary degree of completeness. The verification procedure is understood as confirming the adequacy of traffic models to the reference model with the help of selected criteria and indicators of adequacy which are the functionals that determine the accuracy and reliability of non-stationary traffic models. In the role of accuracy indicators we selected the following: the average value of the mean square deviation of model values of traffic from the values of the reference model in the interval of instability, the average value of the coefficient of variation, the coefficients of concordance of model and reference values of inbound traffic, point and interval estimates of concordation.

The developed methods of statistical optimization of non-stationary traffic in heterogeneous computer networks taking into account random arguments, factors, properties of heterogeneous networks, allow solving problems of optimization of bandwidth of communication lines under uncertain conditions. It is when optimal solutions depend on random parameters.

The mathematical statistical models of global criteria of optimality of traffic service in heterogeneous computer networks which include systems with different principles of operation and technical and economic characteristics were substantiated and developed.

The classification of the limitations of optimization problems on the basis of the

choice of the weighting coefficient values in order to solve problems of different classes was carried out. The application of different weighting coefficients allows taking into account many fundamental differences in the technical and economic characteristics of systems of heterogeneous computer networks or types of their traffic.

The results of experimental studies confirmed the adequacy of the developed models and allowed to reveal regularities, useful properties, features and possibilities of practical application of the proposed methods and algorithms. The created programmes in the Mathcad system allow carrying out various large-scale experiments on the research of polynomial and periodic traffic on the basis of the results of field observations of traffic in computer systems and heterogeneous networks.

The developed methods of statistical optimization of service of non-stationary traffic in heterogeneous computer networks can be useful in solving problems of their analysis, synthesis and optimization, adjustment of software and equipment for the formation, transmission, routing, prioritization and processing of data in computer systems and networks of responsible designation.

Keywords: non-stationary traffic, traffic servicing, frequency of traffic, heterogeneous computer network, statistical optimization, verification of traffic patterns.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Ладигіна О.А. Дослідження методів та моделей управління трафіком в комп'ютерних мережах / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2011. – №4(36). – С.60-66.

2. Ігнатов В.О. Оптимізація моделей нестационарного поліноміального трафіку комп'ютерної мережі / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2014. – №3(47). – С.36-40.

3. Ігнатов В.О. Статистична оптимізація обслуговування трафіка в гетерогенних інфокомунікаційних мережах / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2015. – №1(49). – С.37-40.

4. Ладигіна О.А. Спосіб виявлення скритої шумом періодичності трафіку / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015 –

№2(50). – С.86-90.

5. Ігнатов В.О. Визначення та дослідження спектру періодичного трафіку / В.О. Ігнатов, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №3(51). – С.61-66.

6. Ладигіна О.А. Розв'язання задач статистичної оптимізації розподілу пропускних здатностей гетерогенних мереж / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №4(52). – С.82-87.

7. Ладигіна О.А. Верифікація моделей нестационарного поліноміального трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2018. – №4(40). – С. 410-414.

8. Ладигіна О.А. Оптимізація методів верифікації моделей нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна, М.М. Гузій // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №1(41). – С. 16-22.

9. Ладигіна О.А. Оптимальне оцінювання гармонійних складових нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №3(43). – С. 307-312.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

10. Ладигіна О.А. Синтез методу верифікації моделей нестационарного трафіку в гетерогенних мережах / О.А. Ладигіна // Комп'ютерні системи та мережні технології: III Міжнародна науково-технічна конференція, 15-17 черв. 2010: Збірн. тез.– К.: НАУ, 2010. – С.78.

11. Ігнатов В.О. Верифікація моделей нестационарного трафіку комп'ютерних мереж / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Комп'ютерні системи та мережні технології: VI міжнародна науково-технічна конференція, 11-13 черв. 2013: Збірн. тез. – К.: НАУ, 2013. – С.64.

12. Ладигіна О.А. Обмеження задач оптимізації розподілу пропускних здатностей систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж // Інформаційна безпека та комп'ютерні технології: Міжнародна науково-практична конференція, 24-25 берез. 2016 : Збірн. тез. – Кіровоград: КНТУ, 2016. – С.104-105.

13. Ladygina O.A. Optimal Identification of the Periodic Traffic Structure in Heterogeneous Computer Networks Distorted by Noise / O.A. Ladygina // XIV International Scientific Conference "AVIA-2019", Kyiv, April 23-25, 2019, С.8.39-8.41.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	13
ВСТУП.....	14
РОЗДІЛ 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД МЕТОДІВ, АЛГОРИТМІВ АНАЛІЗУ ТА ОБСЛУГОВУВАННЯ ТРАФІКУ В КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ.....	20
1.1. Постановка завдань.....	20
1.2. Методи аналізу та оцінювання трафіка	21
1.3. Аналіз моделей трафіка.....	27
1.4. Аналіз алгоритмів обслуговування трафіку	34
Висновки до розділу 1.....	43
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА АДЕКВАТНИХ МОДЕЛЕЙ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКА В ГЕТЕРОГЕННИХ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ.....	45
2.1. Постановка завдань.....	45
2.2. Визначення інтенсивностей змін станів трафіку	46
2.3. Метод оптимізації моделей нестационарного поліноміального трафіка.....	51
2.4. Метод виявлення періодичності трафіка на фоні завад.....	58
2.5. Метод визначення структури і параметрів періодичного трафіка	70
Висновки до розділу 2	80
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ І МОДЕЛІ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЛУГОВУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКУ.....	83
3.1. Постановка завдань.....	83
3.2. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку.....	84
3.3. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку.....	90
3.4. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в багатоканальних системах.....	95
3.5. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах	106
Висновки до розділу 3.....	115

РОЗДІЛ 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКА	118
4.1. Мета і завдання експерименту.....	118
4.2. Метод верифікації моделей нестационарного трафіка.....	120
4.3. Верифікація моделей поліноміального трафіка	122
4.4. Верифікація моделі основної гармоніки періодичного трафіка	134
4.5. Верифікація моделі спектру періодичного трафіка	141
Висновки до розділу 4.....	147
ВИСНОВКИ.....	150
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	152
Додаток А.....	167
Додаток Б.....	171
Додаток В.....	173
Додаток Г.....	250

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

QoS - якість обслуговування трафіку

C - пропускна здатність лінії (каналу, центру, маршрутизатора) зв'язку

C_0 - середнє значення пропускної здатності лінії (каналу) зв'язку

D - критерій середнього ризику

$D[X]$ - операція визначення дисперсії випадкової величини X

$F(x)$ - функція розподілу ймовірностей випадкової величини X

$f(x)$ - щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X

$M[X]$ - операція визначення математичного очікування випадкової величини X

N_j - обсяг вибірки в j-му статистичному експерименті

$P_i(t)$ - імовірність перебування трафіка в стані S_i в момент часу t

R - агреговане значення трафіка

R_0 - середнє значення трафіка

T_{ij_0} - середня тривалість перебування трафіка в i - му стані до переходу в j - е стан

V - коефіцієнт варіації

m - число каналів в лінії зв'язку

η (ета) - інтенсивність зміни станів трафіка

η_{ij} - інтенсивність переходу трафіка зі стану S_i в стан S_j

X - випадкова величина

x - реалізація випадкової величини X

Z_i - i-е квантоване значення трафіка

z_i - i-ий рівень квантування

RTT - час прийому-передачі пакету даних

TCP - Transmission Control Protocol

Λ (лямбда) - сумарна інтенсивність навантаження

λ (лямбда) - параметр стаціонарного потоку пакетів даних

ММП - метод максимальної правдоподібності

МНК - метод найменших квадратів

ГАІМ - графоаналітичний ітераційний метод

ВСТУП

Наукові задачі, які вирішуються у рамках дисертаційної роботи, спрямовані на підвищення ефективності обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах за рахунок статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка з урахуванням неоднорідності систем, а також обмежень, як основи оптимального розподілу пропускних здатностей комп'ютерних систем і мереж.

Обґрунтування вибору теми дослідження. В світлі сучасних досягнень в області комп'ютерних систем, мереж та компонентів особливої актуальності набувають проблеми аналізу і моделювання комп'ютерних мереж, зокрема аналізу і оптимізації неоднорідного трафіка, до якого пред'являють вимоги по забезпеченню високого рівня якості обслуговування трафіка (QoS).

Основними напрямками сучасних наукових досліджень трафіка є побудова математичних моделей трафіка з використанням методів моделювання часових послідовностей, самоподібних моделей, фрактальних моделей.

Сьогодні методи теорії масового обслуговування використовують для рішення самого широкого кола задач - від побутового обслуговування до космічних досліджень, однак визначальну роль у розвитку теорії масового обслуговування продовжує грати одна з її галузей - теорія трафіка[1]. Як і будь-яка інша математична теорія, теорія трафіка оперує не з самими системами передачі і розподілу інформації, а з їхніми математичними моделями [2, 3-10].

Побудова математичної моделі, що адекватно відображає нестационарний трафік довільного характеру і структури, у багатьох випадках є нетривіальною проблемою. Від адекватного вибору моделі в остаточному підсумку залежить рішення всього комплексу задач аналізу, синтезу і оптимізації функціонування гетерогенної мережі відносно заданої якості і послуг, що надаються.

Подальший розвиток в теорію трафіка внесено науковою школою професора В.О. Ігнатова [11,12]. В ній були обґрунтовані моделі пропускної здатності багатоканальних ліній зв'язку, критерії оптимальності та обмеження в

двоїстих задачах оптимального управління трафіком в гетерогенних комп'ютерних мережах. Сформульована постановка проблеми оцінювання трафіка як випадкового процесу, яка потребує подальшого розвитку для нестационарних і періодичних режимів.

Дослідженнями проблем аналізу, синтезу і оптимізації функціонування телекомунікаційних та комп'ютерних мереж привячені роботи відомих вітчизняних та зарубіжних вчених, таких як Ігнатов В.О., Мельник А.О., Харченко В.С., Мухін В.Є., Кулаков Ю.О., Азаров О.Д., Конахович Г.Ф., Вишневський В.М., Городецький А.Я., D.Hutchison, A. K. Marnerides, W.E.Leland, M.S.Taqqu, W.Willinger, T. Gneiting, D.P. Pazaros та багатьох інших.

Особливо актуальним є напрям, пов'язаний з розв'язанням наукової задачі удосконалення оптимального обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням неоднорідності систем, а також обмежень, як основи оптимального розподілу пропускних здатностей інформаційно-комунікаційних систем.

При використанні технології пакетної передачі даних особливу роль відіграють моделі пропускної здатності багатоканальних ліній зв'язку з урахуванням характеристик трафіка (час передачі даних, надійність передачі, ширина смуги пропускання каналу, завантаження мережевого буферу). Тому у сукупності з елементами управління потоками даних моделі пропускної здатності повинні адаптуватися до зміни характеристик якості обслуговування мережевого трафіка, що неминуче виникає як наслідок стохастичного і пульсуючого характеру нестационарного трафіка гетерогенної мережі.

Специфічні особливості гетерогенної мережі збільшують проблему розроблення універсальних методів обслуговування трафіку. Мережа працює ефективно, коли кожен її ресурс істотно завантажений, але не перевантажений.

Отже, необхідно прагнути до поліпшення QoS, понизити затримки пакетів, зменшити втрати пакетів і збільшити інтенсивність трафіка, а також максимально збільшити завантаження всіх ресурсів мережі з метою підвищення якості обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Враховуючи викладене, тема досліджень, яка полягає у розробці методів статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням неоднорідності систем, а також обмежень, як основи оптимального розподілу пропускних здатностей інформаційно-комунікаційних систем є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі телекомунікаційних систем Інституту аеронавігації Національного авіаційного університету. Автор брав участь як співвиконавець у виконанні НДР № 36Б11 «Розробка методів підвищення оперативності передачі та захисту інформації у телекомунікаційних системах» (№ ДР 0113U003086) Центральноукраїнського національного технічного університету та НДР №863-ДБ13 «Розроблення теорії, методів та технологій оптимального управління гарантоздатною комп'ютерною мережею» (ДР №0113U000082) у Національному авіаційному університеті.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у підвищенні ефективності обслуговування нестаціонарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах за рахунок статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіка з урахуванням існуючих обмежень шляхом вдосконалення моделей нестаціонарного трафіка для підвищення їх адекватності реальним умовам.

Досягнення поставленої мети вимагає вирішення наступних завдань:

- аналітичний огляд відомих методів, моделей і алгоритмів аналізу, вимірювання, оцінювання і управління трафіком;
- розробка методу верифікації та удосконалення логіко-математичних моделей динаміки нестаціонарного трафіка;
- розробка методу виявлення періодичності та спектру нестаціонарного трафіка на фоні завад;
- удосконалення методів статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіка в гетерогенних мережних системах;

- проведення імітаційних експериментів з метою підтвердження теоретичних положень, а також дослідження властивостей нестационарного трафіка, запропонованих методів, логіко-математичних моделей.

Об'єкт дослідження - процес обслуговування нестационарного трафіка в комп'ютерних системах та мережах.

Предмет дослідження - методи статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Методи дослідження: метод лінеаризації і гаусовської апроксимації розподілу нелінійних функцій випадкових аргументів, метод невизначених множників Лагранжа для врахування обмежень реального характеру, методи системного аналізу, методи теорії ймовірностей і математичної статистики, імітаційне комп'ютерне моделювання.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в подальшому удосконаленні та розробці нових теоретичних та прикладних методів статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах по критерію мінімуму середнього ризику обслуговування трафіка з урахуванням існуючих обмежень оптимального розподілу пропускних здатностей.

Автором одержані наступні основні нові наукові результати:

1. Удосконалено метод виявлення періодичності та спектру нестационарного трафіка на фоні завад, що дозволяє дослідити вплив основних параметрів завади на обсяг інформації, яка передається мережею.

2. Набув подальшого розвитку метод статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в симплексних і дуплексних лініях зв'язку в багатоканальних системах та гетерогенних комп'ютерних мережах. Удосконалений метод дозволяє оцінити втрати, що виникають через неоптимальність режиму, визначити відповідні керуючі впливи для наближення режиму до оптимального.

3. Вперше розроблено метод верифікації логіко-математичних моделей динаміки нестационарного трафіка, який враховує параметр розмірності моделей з

різним числом станів трафіку для перевірки адекватності моделей, а також виконує оцінку впливу некерованих змінних на оптимальні рішення.

Практичне значення отриманих результатів дисертаційної роботи полягає у тому, що на підставі виконаних досліджень вирішено актуальну задачу визначення реалізацій оптимального розподілу пропускних здатностей телекомунікаційних та комп'ютерних мереж з урахуванням неоднорідності мереж, а також обмежень, що мають місце на практиці.

Працездатність та ефективність запропонованих у роботі методів підтверджено обчислювальними експериментами з початковими даними реальних комп'ютерних мереж, що дозволили виявити закономірності, корисні властивості, особливості й можливості практичного використання запропонованих методів.

Результати дисертаційного дослідження використані при виконанні НДР №36Б115 у КНТУ (№ДР 0115U003193), ДКР у ТОВ «Елан», а також у навчальному процесі Центральноукраїнського національного технічного університету (кафедра кібербезпеки та програмного забезпечення) та Національного авіаційного університету (кафедра комп'ютерних систем та мереж) і показали їх досить високу техніко-економічну і соціальну ефективність.

Запропоновані математичні моделі і методи доведені до практичної реалізації у вигляді програмних продуктів для експериментального дослідження нестационарного трафіка і можуть бути застосовані для дослідження закономірностей моніторингу трафіка з урахуванням основних параметрів корисного сигналу і завади, виконувати верифікацію нестационарного трафіка з обраною системою показників адекватності.

Розроблені практичні рекомендації і організаційно-технічні заходи по впровадженню результатів дослідження.

Особистий внесок здобувача полягає в теоретичному обґрунтуванні одержаних результатів, їх експериментальній перевірці та дослідженні, а також створенні програмних продуктів для практичного використання цих результатів. У роботах, написаних у співавторстві, авторові належать: удосконалення оптимальних моделей нестационарного поліноміального трафіка в гетерогенних

комп'ютерних мережах [Б.2], метод оптимального управління нестационарним трафіком в комп'ютерних мережах [Б.3], метод визначення спектру періодичного трафіка [Б.5], метод верифікації моделей нестационарного трафіка в комп'ютерних мережах [Б.9], створення програм в системі Mathcad для імітаційного комп'ютерного моделювання нестационарного трафіка.

Апробація результатів дисертації. Основні результати проведених досліджень доповідалися й обговорювалися на наукових конференціях, серед яких: III Міжнародна науково-технічна конференція «Комп'ютерні системи та мережні технології» (Київ, 2010 р.); Всеукраїнська науково-практична конференція молодих учених і студентів «Проблеми навігації і управління рухом» (Київ, 2010 р.); V Міжнародна науково-технічна конференція «Комп'ютерні системи та мережні технології» (Київ, 2013 р.); Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційна безпека та комп'ютерні технології» (Кіровоград, 2016 р.); XIV International Scientific Conference «AVIA-2019».

Публікації. За результатами виконаних досліджень опубліковано 12 наукових робіт, серед яких 9 статей у науково-технічних журналах (з них 5 статей у наукових фахових виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз), 3 тези доповідей на науково-технічних конференціях.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних літературних джерел (139 найменування), 4 додатка. Повний обсяг дисертаційної роботи складає 258 сторінок, у тому числі 152 сторінки основного тексту, 4 додатки на 92 сторінках, 26 рисунків, 5 таблиць.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД МЕТОДІВ, АЛГОРИТМІВ АНАЛІЗУ ТА ОБСЛУГОВУВАННЯ ТРАФІКУ В КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ

1. 1. Постановка завдань

Метою першого розділу є огляд методів, засобів аналізу, вимірювання, оцінювання трафіка та алгоритмів обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Для досягнення мети ставляться і розв'язуються наступні завдання:

- дати характеристику стану проблеми дослідження трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах на основі аналізу публікацій по даній проблематиці, виконати аналітичний огляд методів, засобів аналізу, вимірювання, оцінювання трафіка;
- розглянути відомі теоретичні методи і засоби експериментального дослідження трафіка та аналізу одержаних даних, проаналізувати найбільш розповсюджені моделі трафіка;
- проаналізувати типові алгоритми обслуговування трафіку;
- зробити висновки за результатами аналітичного огляду і визначити досягнення та недоліки результатів відомих досліджень;
- вибрати мету і задачі дослідження.

Аналіз інтенсивності трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах дозволяє:

- оцінити фактичне завантаження мережі і необхідну місткість її каналів;
- з'ясувати стійкість роботи мережі і оперативність реакції на різні нештатні ситуації;
- судити про динаміку розвитку мережі і планувати терміни її модернізації;
- регулювати різні інформаційні потоки на комунікаційних вузлах зв'язку;
- судити про розгалуженість мережі і число її користувачів;

- формулювати рекомендації про оптимальні режими виконання різних комунікаційних завдань.

Другий параграф присвячений аналізу методів аналізу та оцінюванню трафіка. В третьому параграфі виконується аналіз відомих моделей трафіка. Четвертий параграф присвячений аналізу алгоритмів обслуговування трафіку в комп'ютерних мережах. В п'ятому параграфі формулюються висновки по результатам дослідження першого розділу та обґрунтовуються мета і задачі дослідження.

1.2. Методи аналізу та оцінювання трафіка

Метою цього підрозділу є аналітичний огляд методів аналізу та оцінювання трафіка.

Для досягнення цієї мети ставляться та розв'язуються наступні задачі:

- позначити необхідність та актуальність розробки методів аналізу та оцінювання трафіка;
- охарактеризувати два основних підходи для побудови моделей трафіка комп'ютерної мережі;
- виконати узагальнену класифікацію методів аналізу та оцінювання трафіка;
- проаналізувати контекстний, статистичний та ймовірнісний методи аналізу та оцінювання трафіка.

Сучасні комп'ютерні мережі є складним комплексом систем, що взаємодіють між собою на різних логічних рівнях. Моделі мереж повинні включати сукупність моделей окремих елементів і створюватися на підставі аналізу алгоритмів їх роботи і результатів тестових випробувань реальних пристроїв. При комплексному підході до моделювання мереж обчислення цільових характеристик проводиться на підставі початкових даних про трафік (мережеве навантаження), який створюється споживачами мережевого ресурсу [82]. Завдання створення довершених адекватних моделей трафіка є актуальним, оскільки інформація, одержана в результаті, використовується потім як початкові

дані для розрахункових алгоритмів, що використовують в загальній мережевій моделі.

В даний час спостерігається два основних підходи для побудови моделей трафіка обчислювальної мережі. При першому підході фіксується час і вимірюються поточні характеристики мережі. Далі, виходячи з одержаних даних, будується і досліджується математична модель.

Основними недоліками даного підходу є:

- залежність моделі від часу;
- на етапі виділення істотних характеристик отримують велику кількість параметрів одного порядку значимості;
- великий розмір моделі мережі, що робить складним отримання статистично значимого результату.

Другий підхід відомий як принцип економії [82-83]. Його ідея полягає в знаходженні таких характеристик, які залишаються інваріантними для різних мереж. Пошук подібних характеристик привів до достатньо несподіваних результатів. Перш за все, була виявлена велика кількість параметрів з нескінченною дисперсією [84-86]. До таких параметрів відносяться: час роботи процесора, розміри файлів. Інтервали між моментами приходу пакетів мають функцію розподілу «з важким хвостом».

Методи моделювання мережевого трафіка розділяються на два класи – аналітичні і імітаційні.

Аналітичне моделювання є формальним описом об'єктів і процесів, що моделюються, у вигляді сукупності математичних рівнянь і виразів. Дані моделі зручні для проведення теоретичних досліджень і формальних маніпуляцій. Проте, в більшості випадків побудова адекватної аналітичної моделі для багатьох видів мережевого трафіка є практично складним завданням.

Імітаційні моделі є набором алгоритмів, які відтворюють події, що відбуваються в реальній системі і використовуються для оцінки параметрів модельованої системи. Суть імітаційного моделювання трафіка полягає в створенні алгоритму, який дозволив би генерувати послідовності величин, які

схожі з послідовностями значень інтенсивності трафіка, що спостерігається в досліджуваній мережі.

Можливі різні підходи до моделювання. Класичний підхід полягає у відтворенні подій в мережі якомога точніше і поетапному моделюванні наслідків цих подій. Необхідно вибрати деякий постійний часовий інтервал і вважати, що події відбулися одночасно, якщо відстань між ними менше цього інтервалу. Такого роду припущень при моделюванні доводиться робити відносно багато. З цієї причини у край важливо порівнювати результати моделювання з даними, одержаними для реальної мережі. Якщо відмінності лежать в межах 10-20%, можна вважати, що зроблені припущення не відвели програму дуже далеко від життя і нею можна користуватися для розрахунків.

Іншим підходом може стати метод, де для кожного логічного сегменту (зони зіткнень) спочатку моделюється черга подій, яка час від часу модифікується. При цьому в кожній робочій станції моделюється послідовність пакетів, які чекають відправки. Після того, як така черга для кожного мережевого об'єкту побудована, запускається програма відправки пакетів: вибирається найперший за часом пакет (який чекає довше інших) і перевіряються для нього початкові умови. Якщо умови відправки виконані, пакет посилається в мережу.

У кожного існуючого методу аналізу та оцінювання є свої недоліки. Здійснюючи побудову моделі мережі, необхідно пам'ятати до яких результатів повинна привести дана модель. Для простих операцій підійде аналітична модель. Її відносна простота допоможе швидко оцінити і виправити недоліки і помилки в побудові мережі. Для детальнішого аналізу необхідно використовувати статистичне представлення моделі. Результати, одержані за допомогою моделювання всіх процесів в мережі, будуть достатньою підставою для оцінки якості побудованої мережі, але на їх отримання піде немало часу і ресурсів. Дана модель припускає моделювання процесів в мережі за допомогою спеціальних програмних засобів. Використання збору статистики через малі проміжки часу приведе до підвищення точності, крім того, при неklasичному підході можуть

бути помітно прискорені розрахунки при великому числі вузлів, але малому завантаженню мережі.

В результаті моніторингу мережевого трафіка в [87] було встановлено, що послідовності величин інтенсивності мережевого навантаження мають виражені контекстні залежності, тобто статистичні залежності між своїми контекстами і вірогідністю наступних за ними реалізацій. Це обумовлює можливість ефективного застосування контекстних методів для моделювання основних характеристик трафіка.

При чисельному моделюванні створюють випадкові послідовності Y_1, Y_n довільної довжини, статистичні властивості яких подібні статистичним властивостям вибірки $X = (x_1, \dots, x_n)$, якою представлений часовий ряд трафіка. Йдеться про побудову імітаційної моделі трафіка, що дозволяє багато разів відтворювати випадкові послідовності аналогічні тим, які спостерігаються в реальних комп'ютерних мережах. Про вибірку X , що спостерігається, робиться важливе припущення про те, що x_1, \dots, x_n є вибірковими значеннями стаціонарної та ергодичної випадкової послідовності з кінцевою дисперсією. Прийняте припущення про стаціонарність та ергодичність процесу використовується для спрощення завдання, яке полягає в конструюванні чисельної моделі стаціонарної випадкової послідовності Y_1, Y_n . [86].

Одним з істотних показників мережевого трафіка вважається його фрактальна розмірність [62]. Для оцінки фрактальної розмірності рядів, що спостерігаються, використовується так званий дисперсійний метод, обґрунтований для випадкових процесів із стаціонарними приростами в роботі [88].

Збільшені вартості проектування і самої проектованої системи пред'являють підвищені вимоги до якості проектних рішень, особливо до точності визначення пропускної здатності каналів, часу затримки пакетів, об'ємів пам'яті буферів. Одним з плідних підходів до оцінки цих найважливіших конструктивних показників є імовірнісне моделювання [65, 92-94]. При такому моделюванні

комп'ютерні системи представляються у вигляді сукупності ресурсів, використання яких здійснюється по черзі відповідно до заданої дисципліни.

Достовірність результатів імовірнісного моделювання з використанням методів теорії масового обслуговування, теорії черг і інших методів залежить багато в чому від адекватності моделей реальним системам. Проектувальники і розробники мережевого устаткування мають потребу в отриманні інформації про поведінку мереж різних масштабів, архітектури і топологій, про якісні характеристики цих мереж. Відповідно є необхідними засоби моделювання, які б враховували всі особливості функціонування мереж, дозволяли задавати початкову інформацію в термінах величини прогнозованого трафіка і одержувати основні характеристики мереж.

При розв'язанні задач, пов'язаних з обробкою експериментальних даних, виникає необхідність аналізу часових процесів, які створили ці дані. Такою при рішенні деяких динамічних задач в техніці є проблема спектрального аналізу і оцінки розвитку (прогнозу) хвилевих процесів, що містять аперіодичну компоненту. Це актуально при дослідженні нестационарних процесів, при обробці яких потрібна екстраполяція, і які можуть бути різних типів: періодичні, аперіодичні, випадкові, детерміновані, зокрема піддані спотворенням і накладенню шуму [95-97].

В даний час визначення спектру процесів і окремих сигналів засновано на використанні їх розкладань в ряди або відображенням інтегралами Фур'є із застосуванням базисних ортогональних функцій. Проте ці способи разом з їх модифікаціями не завжди є ефективними при аналізі коротких процесів. Головним є те, що в них штучно нав'язується його поведінка на кінцях і поза інтервалом визначення, що негативно позначається на показниках, які характеризують його коливальні властивості. Спектри на основі розкладань Фур'є володіють також значною надмірністю по кількості гармонік. В результаті традиційний спектр короткого процесу, що складається з декількох гармонік, не є лінійчатим, що не відповідає реальності. Існує також спосіб розрахунку спектру на основі методу Проні, але він дозволяє визначити спектр процесу, що

складається тільки з одних гармонік. Тому для практичних додатків корисно застосування нового, ефективнішого способу опису коливальних властивостей коротких процесів.

На сьогодні не існує єдиної методики для розрахунку, прогнозування і аналізу трафіка мультисервісних мереж. Існують лише окремі методики, наприклад, для мережі АТМ - це алгоритм "дірявого відра", моніторинг, комплексний аналіз; для телефонних мереж - метод побудови матриці інформаційного тяжіння.

Всі вищезгадані методи призначені для розрахунку трафіка, що генерується абонентами на прикладному рівні. Проте вони не передбачають той факт, що на подальших рівнях моделі розмір пакетів, що згенерували, збільшується на величину, рівну розміру службової інформації протоколу, що діє на даному рівні, яка може грати значну роль при розрахунку максимально допустимої пропускної спроможності мультисервісної мережі.

Дослідження показують, що задача аналізу трафіка є складною із статистичної точки зору. Це пов'язано з різними типами порушення стаціонарності, властивими трафіку, такими як коливання дисперсії спостережень протягом доби, сезонними ефектами різної періодичності, нехарактерними спостереженнями. Для її вирішення необхідні як розроблені алгоритми з використання моделей з неоднорідним потоком заявок [98], так і створення нових, що дозволяють виконати аналіз властивостей систем з пріоритетною передачею даних і сформулювати рекомендації для проектування пріоритетних мереж, оцінювання необхідної пропускної спроможності каналів зв'язку.

Таким чином, в цьому параграфі поставлені та розв'язані задачі обґрунтування необхідності та актуальності розробки методів аналізу та оцінювання трафіка. Описано два основних підходи до побудови моделей трафіка обчислювальної мережі. Виконана узагальнена класифікація методів аналізу та оцінювання трафіка. Проаналізовано контекстний, статистичний та імовірнісний методи аналізу та оцінювання трафіка.

1.3. Аналіз моделей трафіка

Метою цього підрозділу є аналіз моделей трафіка. Для досягнення цієї мети ставляться та розв'язуються наступні задачі:

- визначення особливостей побудови і аналізу моделей трафіка;
- аналіз основних напрямів побудови математичних моделей трафіка з використанням методів моделювання часових послідовностей, фрактальних моделей, теорії вейвлетів та інших;
- аналіз найбільш поширених моделей, призначених для імітації фрактального трафіка;
- класифікація моделей, які застосовують для моделювання мережевого трафіка;
- аналіз марковських рандомізованих моделей динаміки трафіка, що дозволяють більш вірно відображати реальний трафік.

Функціонування комп'ютерних мереж ключовим чином залежить від їх технічної і програмної підтримки з урахуванням моделей, що побудовані на основі виявлених закономірностей і відображають основні особливості мережевого трафіка, до якого пред'являють різні вимоги [98-100]. У зв'язку з цим важливим і актуальним завданням для комп'ютерних мереж є розробка моделей трафіка, які б реалістично відображали основні його особливості, а також математичних методів, адекватних аналізованим випадковим процесам. Такі моделі можуть допомогти в розробці методів і засобів, націлених на підвищення якості обслуговування, забезпечення ефективного контролю і управління інформаційними потоками.

Мережний трафік носить нестационарний випадковий характер, що приводить до необхідності мати відповідний запас мережного ресурсу на випадок виникнення перевантаження. Але створення мереж на максимальне навантаження не є раціональним, тому на практиці використовуються різні механізми запобігання перевантаженням, методи активного управління чергою, модифікації

протоколів, реалізації схем управління потоками для підвищення якості обслуговування пріоритетних видів трафіка [101, 102].

Широкий діапазон швидкостей передачі, випадковий характер інформаційних потоків, велика різноманітність мережевих конфігурацій - всі ці фактори значно ускладнюють опис трафіка в сучасних інформаційних системах. Тому задачі розв'язання проблем моделювання динаміки трафіка та оптимізації пропускних здатностей систем комп'ютерних мереж є актуальними.

Основними напрямками сучасних наукових досліджень організації управління в комп'ютерних мережах є побудова математичних моделей трафіка з використанням методів моделювання часових послідовностей, фрактальних моделей, теорії вейвлетів та інші [62, 103-106].

Дослідження мережевого трафіка показують, що він є складним динамічним процесом, що характеризується розподілами з важкими хвостами, довгомасштабними кореляціями, мультифрактальністю і складається з потоку окремих дискретних інформаційних елементів (пакети, кадри, осередки).

Математично він може бути описаний декількома засобами [107]:

- точкового процесу, що складається з послідовності величин $T_0, T_1, \dots, T_n, \dots$, ($T_0 = 0$), які є моментами прибуття інформаційних елементів;

- невід'ємного цілочисельного процесу з безперервним часом $N = \{N(t)\}_{t=0}^{\infty}$, де $N = \max\{n: T_n \leq t\}$ - кількість появ пакетів в інтервалі $\{0, t\}$;

- невід'ємного цілочисельного процесу, що складається з послідовності величин значень сумарного навантаження, обчисленого за рівні непересічні інтервали часу;

- невід'ємного процесу, що складається з послідовності інтервалів між появами пакетів.

Сучасні дослідження [108-114] мережевого трафіка показують, що канонічної теорії масового обслуговування недостатньо для адекватного опису трафіка як випадкового процесу.

У роботі [108] показано, що для адекватного опису трафіка як самоподібного випадкового процесу доцільно використовувати статистичні моделі з важкими хвостами. Моделі даного сімейства мають специфічний характер спаду (хвіст), що в результаті опису статистичної вибірки враховує доведені фрактальні властивості. Поняття важкого хвоста означає, що функція розподілу з важким хвостом убуває повільніше, ніж експонентний розподіл.

Вибір представлення трафіка залежить від області застосування моделі і застосованого методу.

На сьогодні можна виділити п'ять класів моделей, які застосовують для моделювання мережевого трафіка:

- класичні моделі потоків, що вживають в теорії масового обслуговування;
- моделі, що засновані на модульованих випадкових процесах;
- фрактальні моделі, що враховують статистичну самоподібність деяких видів трафіка;
- імітаційні послідовності, що будують, за зразком трафіка;
- моделювання за допомогою вейвлетів.

Найбільш перспективними вважаються моделі на основі узагальнених модульованих випадкових процесів [115], марковські моделі і фрактальні моделі на основі хаотичних відображень [116].

У моделях на основі узагальнених процесів з детермінованою модуляцією джерело трафіка може бути в одному з N станів. Система залишається в i -м стані на протязі інтервалу часу t_i , при цьому джерело генерує навантаження з інтенсивністю λ_i . Величини t_i розподілені по геометричному закону.

У моделях на основі процесів з марківською модуляцією керуючий процес є марківським процесом $M = \{M(t)\}_{t=0}^{\infty}$ з безперервним часом і дискретним числом станів $\{1, m\}$. В цьому випадку поточний закон розподілу надходження пакетів повністю визначається поточним станом k процесу M .

Також знаходять застосування моделі з різновидом процесів з марківською модуляцією, в яких джерело генерує пуасонівське навантаження з інтенсивністю

λ_k , коли допоміжний процес M знаходиться у стані k . Є два стани – в залежності від стану допоміжного процесу M джерело генерує пуасонівський потік або має нульову активність.

Останні дослідження мереж з комутацією пакетів виявили статистичну самоподібність деяких видів трафіку і наявність ефекту довгострокової залежності.

Найбільш поширеними і концептуально простими моделями, що дозволяють генерувати самоподібний трафік, є моделі, що побудовані на хаотичних відображеннях, які використовують менше число параметрів ніж фрактальні моделі. Хаотичні відображення часто використовуються в ON-OFF моделях як генератори переходів між станами активності і пасивності джерела. Варіюючи параметр ε у послідовності «перемежаємість»

$$x_{n+1} = \begin{cases} \varepsilon + x_n + cx_n^m, & 0 < x_n \leq d \\ \frac{x_n - d}{1 - d}, & d < x_n < 1 \end{cases}, \quad (1.1)$$

де $c = \frac{1 - \varepsilon - d}{d^m}$; d – параметр відображення; n – послідовність ітерацій;

можна змінювати тривалість знаходження моделі в першому стані, за допомогою параметрів d і m можна управляти середнім значенням інтенсивності трафіка.

У роботі [117] на основі штучної нейронної мережі прямого розповсюдження побудована динамічна модель трафіка, яка дозволяє одержати оцінку розмірності вкладення і відтворити форму розподілу потоку інформації. Основна перевага нейронної мережі полягає в тому, що вона не вимагає апріорної інформації, що особливо важливо через те, що динамічна система трафіка складна і відсутня інформація про внесок окремих компонент в динаміку системи.

З точки зору відповідності моделі асинхронного альтернуючого потоку трафік має два стани, в першому з яких спостерігається пуасонівський потік з параметром λ , а в другому - події потоку відсутні. Інтервали, на яких потік знаходиться в першому або другому стані, розподілені по експоненціальному

закону з параметром α_1 і α_2 . Для порівняння з результатами моделі пуасонівського потоку з інтенсивністю λ_P використані оцінки параметрів асинхронного альтернуючого потоку [118] і оцінка моментів для інтенсивності пуасонівського потоку [119].

На рис. 1.1 представлена динаміка оцінок параметрів трафіка при активному використанні мережевих ресурсів на часовому інтервалі, який дорівнює одній хвилині, та інтенсивності переходу системи із одного стану в інший. На першому графіку криві характеризують значення оцінок параметрів λ (верхня крива) і $\tilde{\lambda}$ (нижня крива). Оцінки параметра $\tilde{\lambda}$ відповідають теоретичному розподілу пуасонівського потоку подій, тоді як оцінки параметра λ відносяться до альтернуючого потоку. На другому графіку відображені оцінки параметрів α_1 (верхня крива) і α_2 (нижня крива). Значення оцінок параметрів α_1 і α_2 вказують на те, яка середня тривалість інтервалів, коли система перебувала в першому стані, коли потік подій є пуасонівський з інтенсивністю λ , а скільки в другому стані процесу, коли потік подій відсутній.

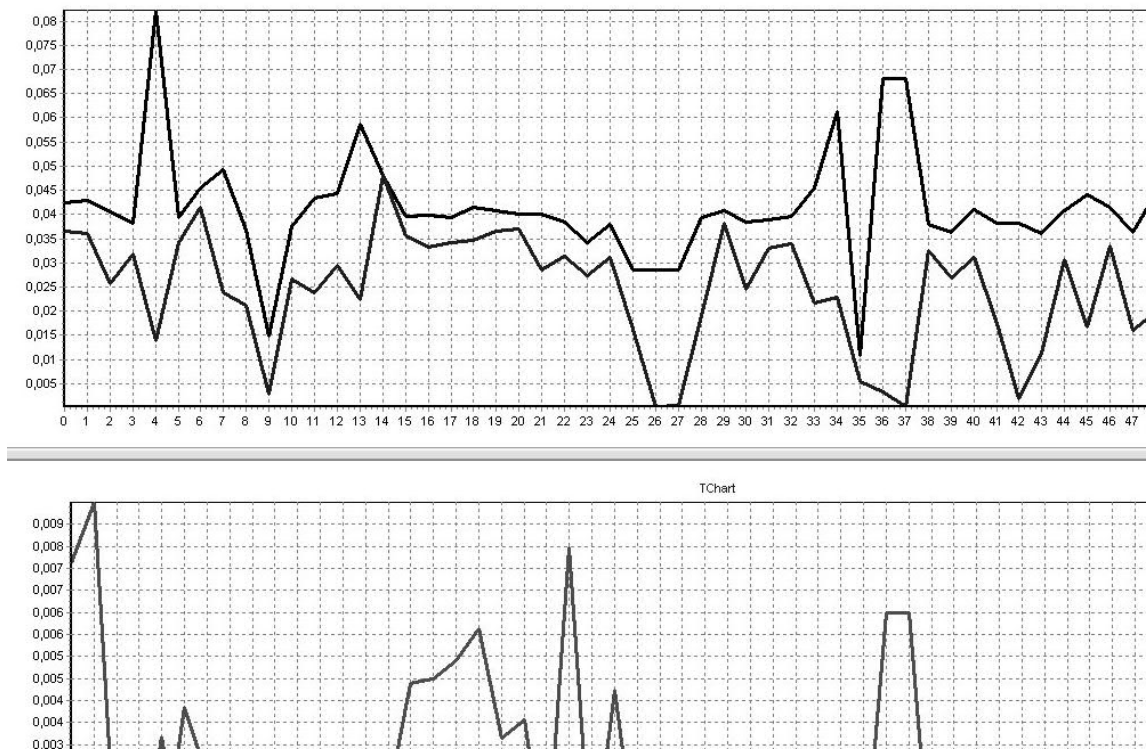


Рис.1.1. Динаміка оцінок параметрів трафіка та інтенсивностей

Для одержаних параметрів обчислюються значення середньої оцінки, дисперсії, нижня і верхня межі інтервалу оцінки з ймовірністю 0,95. По параметрам α_1 і α_2 можна судити про стани, в яких знаходилася досліджувана система. На інтервалах, яким відповідають пікові значення параметра α_1 , потік даних був в стані, при якому активність була нульовою. А на інтервалах з піковими значеннями α_2 потік був близький до пуасонівського, тобто інтенсивність прийому, або передачі даних була дуже високою. Різка зміна оцінок для альтернуючого потоку дозволяє використовувати їх для аналізу мережевої активності.

Модель пуасонівського потоку, найбільш поширена для опису мережевої активності в комп'ютерних системах, такої інформації надати не може, а отже модель альтернуючого потоку є гнучкішою і дає краще уявлення про характер процесів, що відбуваються в системі, що спостерігається.

Для побудови більш адекватних моделей необхідно враховувати добову, тижневу періодичність, що вимагає наявності даних за можливо триваліший період. Ці моделі повинні адекватно описувати реальне навантаження телекомунікаційних каналів комп'ютерних мереж і дозволяють застосовувати методи стандартизованого опису основних видів трафіків, що періодично змінюються на певному інтервалі.

Традиційні методи гармонійного аналізу не завжди придатні для побудови логіко-математичних моделей трафіка комп'ютерних мереж тому, що для свого використання вимагають досить точного знання періоду функції, на якому її апроксимують рядом, а також аналітичного виду функції, який для реальних видів трафіка як правило невідомий.

Методи канонічного розкладу випадкових процесів, в тому числі й такі як розклад Котельникова, також не є ефективні, бо вони вимагають точного знання верхньої частоти спектру трафіка і періоду коливання основної частини спектру, роль якого звичайно грає інтервал спостереження за трафіком. Але останній не завжди співпадає з періодом коливання трафіка.

Марковські рандомізовані моделі динаміки трафіка дозволяють більш вірно відображати реальний трафік [120-122]. Принциповою особливістю марковських моделей є те, що інтенсивності переходів розглядаються як випадкові функції часу перебування процесу в різних станах. Припускається, що в даних моделях тривалості перебування процесу в різних станах мають гаусові розподіли. Таке припущення дозволяє наблизити моделі до реальних умов, врахувати те, що коефіцієнти варіації тривалостей можуть відрізнитися від одиниці і знаходитись в інтервалі $\{0,1\}$. Якщо обидва параметри гаусових розподілів тривалості станів відомі, то марковські рандомізовані моделі дозволяють застосувати метод лінеаризації нелінійних функцій випадкових аргументів в точці, що відповідає математичним сподіванням аргументів, і знаходити математичне сподівання і дисперсії цих функцій. Ці моделі дозволяють по числових характеристиках випадкових інтенсивностей змін станів трафіка визначати числові характеристики трафіка як для нестационарних режимів, так і для режимів статистичної рівноваги.

Існують певні труднощі використання вже напрацьованих моделей в рамках теорії систем і мереж масового обслуговування, пов'язані з дефіцитом і гетерогенністю інформації про функціонування мереж, що швидко розвиваються. Тому в деяких випадках переважно статистичний підхід до аналізу завантаження телекомунікаційних каналів, що заснований на значно меншій інформації, ніж вимагає теорія систем масового обслуговування, оскільки в якості об'єкту дослідження береться тільки величина завантаження самого каналу, яка фіксується через певні інтервали часу.

Трафік кожного каналу зв'язку гетерогенної мережі є важливим фактичним показником її роботи, тому аналіз результатів вимірювання трафіка грає важливу роль в забезпеченні ефективної експлуатації мережевого вузла, в плануванні нових мереж і розширенні тих, що існують з урахуванням майбутніх потреб, а також в управлінні мережевим трафіком. Інформація про трафік забезпечує точне уявлення про стан трафіка в мережі і дозволяє виявити ситуації перевантаження, невживані мережеві ресурси або збої в мережі. Таким чином, на основі цієї інформації розробляються методи оптимального управління мережевим трафіком.

Таким чином, в цьому параграфі поставлені та розв'язані задачі визначення особливостей побудови і аналізу моделей трафіка, виконано аналіз основних напрямів побудови математичних моделей трафіка з використанням методів моделювання часових послідовностей, фрактальних моделей, теорії вейвлетів та інших; виконано аналіз найбільш поширених моделей, призначених для імітації фрактального трафіка, зроблена класифікація моделей, які застосовують для моделювання мережевого трафіка; виконано аналіз марковських рандомізованих моделей динаміки трафіка, що дозволяють більш вірно відображати реальний трафік.

1.4. Аналіз алгоритмів обслуговування трафіку

Метою цього параграфу є аналіз алгоритмів обслуговування трафіку. Для досягнення мети ставляться та розв'язуються наступні задачі:

- аналіз умов ефективного обслуговування трафіку;
- обґрунтування необхідності рішення задач оптимального управління трафіком в комп'ютерних мережах з використанням інтелектуальних технологій, здатних автоматично приймати і впроваджувати рішення щодо управління трафіка;
- описання алгоритму, що дозволяє балансувати швидкість прийому-передачі пакетів на основі статистики RTT-затримок;
- обговорення типових постановок задач оптимального управління трафіком;
- розгляд алгоритму модифікації механізмів управління трафіком (полісінгу і шейпінгу, які служать для реалізації функцій забезпечення якості обслуговування) за допомогою введення додаткового модуля, що прогнозує на деякий час наперед необхідне значення B_c відповідно до зміни інтенсивності пакетів, що поступають;
- оптимізація пропускної здатності багатоканальних ліній зв'язку мереж з комутацією повідомлень та фіксованою процедурою вибору шляху.

Аналітичний огляд відомих методів, алгоритмів і моделей аналізу, синтезу і оптимального управління трафіком в комп'ютерних мережах показав [123], що на сьогодні ще недостатньо вивчені властивості трафіка як випадкового нестационарного процесу, як випадкового періодичного процесу, як процесу, що має на деяких відрізках часу режим статистичної рівноваги.

При організації оптимального управління трафіком не враховані втрати, що пов'язані з низькими коефіцієнтами використання пропускної здатності ліній зв'язку, в тому числі багатоканальних, мостів і маршрутизаторів, комунікаційних центрів, комутаторів [124]. Залишається актуальною проблема створення оптимальної математичної моделі гетерогенної мережі зв'язку, що враховує всі особливості сучасного трафіка, яка дозволить вирішувати задачу проектування мережі і надання послуг мультисервісної мережі з високою якістю і оптимальним використанням мережевих ресурсів.

Ефективне обслуговування трафіку неможливе без урахування його властивостей. Складна структура і висока неоднорідність в плані вимог до параметрів мережі сучасних потоків даних розширюють круг характеристик якості обслуговування. Тому проектувальники систем виділяють три основних показники якості обслуговування: ймовірність переповнювання буфера, ймовірність втрати пакету, варіація затримки пакету. Вони пов'язані з процесом буферизації даних, які важливі для потоку з будь-якими властивостями і визначаються ефективністю рішення задач по управлінню чергами на вузлах комп'ютерної мережі, що вирішуються на маршрутизаторах і комутаторах.

Суть цих завдань полягає у формуванні черг відповідно до пріоритету пакетів, що поступають на обслуговування, обслуговування черг з видачею пакетів в канал зв'язку, розподіл пропускної спроможності каналу зв'язку між пакетами того або іншого пріоритету. Порядок розподілу буферного простору і каналної місткості переважно встановлюється адміністративно, тобто поза реальним часом, хоча динаміка зміни стану окремого мережевого вузла вище, ніж динаміка завантаженості мережі. У зв'язку з цим є актуальним завдання про

додання характеристик трафіка, що поступає на вузол, величини доступного ресурсу, необхідних показників якості обслуговування – Quality of Service (QoS).

Ефективне рішення задачі оптимального управління трафіком в комп'ютерних мережах потребує використання інтелектуальних технологій, здатних автоматично приймати і впроваджувати рішення щодо обмеження трафіка. Для цього необхідно розв'язати ряд задач:

1. Проаналізувати програмно-апаратні середовища, що використовуються в конкретній інформаційній мережі та визначити, які можливості для контролю трафіка надаються системою.

2. Розробити та дослідити інформаційно-вартісні критерії оцінки інформаційних потоків у мережі.

3. Розробити систему для впровадження прийнятих рішень та збору статистичної інформації про функціонування мережі та використання мережевих ресурсів в технології мультиагентних систем.

4. На базі розробленої математичної моделі синтезувати систему автоматичної оптимізації обслуговування трафіку.

Для забезпечення найефективнішої передачі мережевого трафіка необхідно підтримувати чітко визначені швидкості надходжень даних до приймача. Але для об'єднаних мереж та бездротових каналів це практично неможливо. Для балансування швидкостей та підтримки порядку надходжень поточкових даних необхідно виконувати шейпінг трафіка за алгоритмом token bucket за допомогою буфера затримки в приймачі [125]. Тут виникає оптимізаційна задача щодо максимального використання буфера приймача при мінімізації швидкості відправки даних TCP - протоколом.

Для поліпшення обслуговування трафіку в умовах флуктації затримок (які можуть значно перевищувати швидкість зчитування трафіка приймачем) в роботі [126] описано алгоритм, що дозволяє балансувати швидкість прийому-передачі пакетів на основі статистики RTT-затримок. Алгоритм базується на основі моделі [127] прийому-передачі трафіка в умовах флуктації затримок

$$P_k = b_{1,k} R_k + b_{2,k} R_{k-1} + \dots + b_{i,k} R_{k-i-1}, \quad (1.2)$$

де R_k і P_k – швидкості відправлення і надходження даних до приймача, що дискретизовані за проміжками часу зчитування даних з буфера приймача;

k – номер інтервалу зчитування;

$b_{i,k}$ - доля пакетів переданих на k -му інтервалі зчитування.

На основі даної моделі оптимізаційний критерій J_k швидкості передачі й завантаження буфера приймача розраховується за формулою:

$$J_k = (\omega_p Q_k - \omega_q Q_r)^2 + (\omega_r R_k)^2, \quad (1.3)$$

де Q_k, Q_r - максимальний й поточний рівні завантаження буфера приймача;

$\omega_p, \omega_q, \omega_r$ - вагові коефіцієнти, l, n .

Управління трафіком відбувається шляхом регулювання міжпакетних інтервалів відправки пакетів даних, що розраховуються на основі оцінок розподілу RTT - затримок з дискретизацією зчитування даних приймачем та швидкістю підтвердження прийому даних на основі АСК - пакетів. В роботі [126] тестування даного алгоритму було проведено лише на моделі мережі.

В [128] описані засоби управління потоковим TCP - трафіком на базі NDIS - драйвера, які призначені для балансування завантажень віддаленого TCP - буфера в умовах високої флуктації RTT - затримок. Використання візуального середовища тестування NDIS - драйверів є важливим для проведення досліджень та практичного впровадження засобів управління мережевим трафіком, що працюють на нижніх рівнях моделі OSI. Приймачем трафіка є звичайний TCP - клієнт, що працює на іншому хості в мережі. В якості інформації про буфер приймача трафіка використовуються дані про розмір TCP - вікна приймача та порядкові номери пакетів підтверджень. Підтримка рівня завантаження буфера приймача в схемі управління трафіком відбувається регулюванням IDT - інтервалів пакетів з використанням статистики (1.2) на базі оцінок поточних RTT - затримок та їх прогнозів.

Регулювання трафіка дозволяє стабілізувати завантаження буфера в той час, як рівень завантаження буфера при звичайній передачі TCP - протоколом в середньому вищий і має більшу амплітуду, частіше спадає до нуля. За рахунок

зниження кількості перевантажень буфера трохи знижується загальна інтенсивність передачі даних.

У роботі [129] запропонована потокова модель динамічного обслуговування черг із статичним закріпленням початкової пропускної спроможності каналу зв'язку за кожною з черг. У [130] завдання розподілу каналного і буферного ресурсу мають динамічний характер рішень, узгоджений з результатами рішення задачі обслуговування черг по різним керуючим змінним, а в [131] рішення задачі по розподілу пропускної спроможності каналу зв'язку здійснюється за фактом рішення задачі обслуговування черг, що не дозволяє виділити тому або іншому типу трафіка більшої величини каналної місткості, ніж його інтенсивність, що є однією з основних умов досягнення заданих значень часових показників QoS і показників надійності доставки пакетів.

У [132] запропонована математична модель динамічного управління з урахуванням кінцевого об'єму буфера на вузлах мережі з обмеженнями нелінійного характеру, визначених трафіком і вибраною моделлю обслуговування пакетів на мережевих вузлах. Просте нарощування буферної пам'яті і продуктивності програмних комутаторів не може дати довготривалого ефекту без розробки нових алгоритмів оптимальної обробки і передачі трафіка: перерозподілу, сегментації, адаптації до зміни характеристик. Для забезпечення необхідної ефективності функціонування мережі і якості обслуговування необхідний постійний контроль пропускної спроможності і запобігання перевантаження на окремих фрагментах і у всій мережі.

Специфічні особливості різних систем ускладнюють проблему розроблення універсальних методів обслуговування трафіку. За системного підходу до проблеми підвищення якості надання інформаційних послуг в умовах реальних потоків трафіка неможливо обійтися без точних математичних методів аналізу систем розподілу інформації (пакетні комутатори, комутаційні вузли, які обслуговують трафік за певним алгоритмом) та оцінки якості обслуговування трафіка в реальних умовах формування його потоків.

Кількісна оцінка процесу обслуговування трафіка та якість обслуговування потоку заявок залежить від усіх елементів (вхідний потік заявок на обслуговування, схема системи розподілу інформації, дисципліна обслуговування потоку заявок) математичної моделі системи розподілу інформації. За допомогою схеми системи розподілу інформації отримують інформацію про кількість обслуговуючих пристроїв, їх взаємне з'єднання та доступність для вхідного потоку заявок, основними характеристиками якого є його параметр та інтенсивність. Дисципліна обслуговування потоку заявок описується такими характеристиками:

- засобом обслуговування заявок (з втратами, з чергами);
- порядком обслуговування заявок (у порядку черги або випадково);
- режимами пошуку виходів схеми (довільний, груповий);
- законами розподілу часу обслуговування;
- наявністю обмежень при обслуговуванні;
- законами розподілу ймовірностей виходу з ладу елементів схеми.

Для кожної дисципліни обслуговування заявок властивий певний набір основних і допоміжних параметрів якості обслуговування.

Практичні виміри параметрів потоків заявок свідчать, що реальний трафік (нерівномірність якого ще більше обумовлює пачковість [133]) в гетерогенних комп'ютерних мережах має довгострокові залежності в інтенсивності та істотніше відрізняється від моделі пуасонівського потоку і навіть від будь-яких інших потоків, що визначаються одномірною функцією розподілу інтервалу часу між моментами надходження пакетів, тим, що корінь з дисперсії інтенсивності трафіка (кількість заявок в умовну одиницю часу) може в десятки разів перевищувати її математичне сподівання. При цьому такі потоки точніше апроксимуються функцією нормального розподілу [134], а у деяких випадках для апроксимації реального трафіка застосовуються складніші математичні моделі, наприклад, модель фрактального процесу [135]. Однак, для усіх цих моделей трафіка отримано тільки часткові або неточні методи розрахунку якості обслуговування.

Адекватнішою моделлю потоків в таких мережах є самоподібні процеси, однак, дослідження характеристик якості обслуговування систем розподілу інформації в цих умовах є складною математичною задачею, а вплив явища самоподібності трафіка на пропускну спроможність мережі ще не досліджено повною мірою. Причиною цьому є слабка формалізація моделі самоподібних потоків, внаслідок чого й неможливо отримати аналітично обґрунтовані результати для оцінки параметрів QoS в системах розподілу інформації.

Трафік характеризується законом розподілу, який встановлює зв'язок між значенням випадкової величини (кількістю пакетів) і імовірності появи цього значення. Здебільшого для розрахунку параметрів QoS досить знати про закон розподілу тільки деякі його числові характеристики – моменти розподілу різних порядків. Для розрахунку в умовах пуасонівського розподілу достатньо математичного сподівання, а для нормального розподілу – мати значення математичного сподівання і дисперсії. Інколи вхідні процеси трафіка характеризуються однаковими значеннями математичного сподівання і дисперсії, але мають різну структуру. Одні процеси можуть мати плавно мінливі реалізації, для яких характерна велика передбачуваність реалізацій, а інші – яскраво виражену коливальну структуру із стрибкоподібною зміною окремих значень випадкової величини, між якими дуже мала імовірнісна залежність. Імовірнісні закони розподілу опису такого трафіка, що зараз використовують, ще не дають такої кількісної оцінки невизначеності стану системи масового обслуговування, як ентропія розподілу, що не залежить від значень, яких набуває випадкова величина, а тільки від їхніх ймовірностей.

В роботі [136] запропоновано ентропійний метод розрахунку параметрів QoS, який зводиться до використання методів розрахунку відомих розподілів, ентропія яких збігається або є найближчою до ентропії станів системи під час обслуговування самоподібного трафіка.

У роботі [137] розроблений новий алгоритм забезпечення якості обслуговування на основі алгоритмів полісінгу і шейпінгу, з реалізацією

принципу динамічного розподілу пропускної спроможності за допомогою прогнозування і призначений для роботи з самоподібним трафіком.

Ідея даного алгоритму полягає в модифікації механізмів управління трафіком (полісінгу і шейпінгу, які служать для реалізації функцій забезпечення якості обслуговування) за допомогою введення додаткового модуля, що прогнозує на деякий час вперед необхідне значення B_c відповідно до зміни інтенсивності пакетів, що поступають. При цьому не трафік вирівнюється під заданий наперед профіль, а навпроти, пропускна спроможність системи підстроюється під профіль трафіка, зменшуючи при цьому втрати і збільшуючи використання виділених ресурсів.

Основним методом розв'язання задач оптимізації є класичний метод невизначених множників Лагранжа. Він дозволяє розв'язувати нелінійні задачі математичного програмування і враховувати обмеження на допустимі значення керованих змінних. В [11] на конкретному прикладі показано, як можна оптимізувати пропускну здатність багатоканальних ліній зв'язку мереж з комутацією повідомлень та фіксованою процедурою вибору шляху.

В залежності від поставленої задачі оптимізації (оптимізація технічного обслуговування систем, що експлуатуються, або оптимізація систем по технічно-економічним критеріям якості тощо) та обраного критерію буде отримане відповідне рішення [12].

На підставі проведеного аналізу проблеми управління мережами можна зробити висновок, що роботи, які вийшли в світ, присвячені проблемі управління в мережах передачі даних, достатньо повно висвітлюють різні сторони цієї проблеми (методи управління маршрутизацією, методи управління інтенсивністю потоків, можливості реалізації методів управління процесів обміну інформацією в конкретних мережах). Проте, в них не враховуються особливості, властиві гетерогенним мережам (широка різноманітність видів інформаційних потоків, велика розмірність, ієрархічна топологічна структура, використання швидких цифрових каналів зв'язку) і тому отримані результати не можуть бути

безпосередньо використані для дослідження і розробки методів управління процесом обміну інформації в сучасних мережах.

Оптимізація інформаційно-обчислювальних мереж на мережевому рівні еталонної моделі взаємодії відкритих систем як наукове завдання існує достатньо давно. Проте, традиційні підходи, коли мережі представляються як одноканальні, багатоканальні системи масового обслуговування або у вигляді зв'язних графів накладають певні обмеження на область застосування отриманих результатів. Так штучне розчленовування мережі на ряд незалежних ланок веде до істотних погрішностей обчислень при аналізі мережі як єдиної структури [139]. Крім того, відмова від урахування специфіки побудови окремих каналів зв'язку, приводить до невиправданого за grubіння моделей, і, як наслідок, встає питання про відповідність результатів, одержаних за допомогою таких моделей, реальній поведінці мережі.

Питання статистичного ущільнення і методика розрахунку допустимої кількості віртуальних з'єднань різних служб в цифровому тракті, залежно від кількості джерел і параметрів трафіка при заданих значеннях параметрів якості обслуговування, є цікавим самостійним завданням, пов'язаним з управлінням ресурсами.

Таким чином, в цьому параграфі поставлені та розв'язані задачі аналізу умов ефективного обслуговування трафіку, обґрунтування необхідності рішення задачі оптимального управління трафіком в комп'ютерних мережах і використання інтелектуальних технологій, здатних автоматично приймати і впроваджувати рішення щодо управління трафіком. Описано алгоритм, що дозволяє балансувати швидкість прийому-передачі пакетів на основі статистики RTT - затримок. Обговорені постановки задач оптимального управління трафіком. Розглянуто алгоритм модифікації механізмів управління трафіком (полісінгу і шейпінгу, які служать для реалізації функцій забезпечення якості обслуговування) за допомогою введення додаткового модуля, що прогнозує на деякий час наперед необхідне значення розміру пам'яті буферу B_c відповідно до зміни інтенсивності пакетів, що поступають. Описано оптимізацію пропускної здатності

багатоканальних ліній зв'язку мереж з комутацією повідомлень та фіксованою процедурою вибору шляху.

Висновки до розділу 1

1. Дослідження трафіка через ряд особливостей експлуатації комп'ютерних мереж є новою і ще не до кінця допрацьованою задачею в методичному плані. Загальним недоліком моделей мережевого трафіка є їх специфічність і відсутність універсальності, тобто враховуються лише частини особливостей трафіка, що не завжди ефективно і ускладнює адаптацію моделі до параметрів мережевої конфігурації для обслуговування трафіку. Тому у зв'язку з цим важливим завданням для комп'ютерних мереж є розробка моделей трафіка, які б більш реалістично відображали його особливості. Такі моделі можуть допомогти в розробці методів і засобів, націлених на підвищення якості обслуговування, забезпечення ефективного контролю і управління інформаційними потоками.

2. Специфічні особливості різних систем збільшують проблему розроблення універсальних методів обслуговування трафіку. Мережа працює ефективно, коли кожен її ресурс істотно завантажений, але не перевантажений. Отже, необхідно прагнути до поліпшення якості обслуговування трафіку, понизити затримки в просуванні пакетів, зменшити втрати пакетів і збільшити інтенсивності потоків трафіка, а також максимально збільшити завантаження всіх ресурсів мережі з метою підвищення економічних показників.

3. Проведений аналіз стану питання і огляд робіт в області дослідження інфокомунікаційних систем показує, що дослідження процесів управління неоднорідним трафіком вимагає комплексного підходу, заснованого на застосуванні багаторівневого ієрархічного моделювання, що поєднує аналітичні і статистичні методи. Таким чином, розробка моделей і алгоритмів управління динамічним розділенням завантаження каналів в гетерогенних комп'ютерних мережах є актуальною задачею.

4. Істотними недоліками результатів відомих досліджень, які служать основою для формулювання переліку актуальних проблем, є:

- відсутність конструктивних змістовних логіко-математичних моделей поведінки нестаціонарного і періодичного трафіка в гетерогенних мережах;
- розмитість, а іноді і відсутність математичних моделей, критеріїв і обмежень в завданнях оптимального управління пропускнуою здатністю і інфраструктурою гетерогенних комп'ютерних мереж;
- відносно неефективний евристичний підхід до оптимізації інформаційної інфраструктури і способів обслуговування трафіку в гетерогенних мережах;
- неповне дослідження впливу дисциплін обслуговування, вибору пріоритетів, способів маршрутизації і зв'язності гетерогенних мереж на показники QoS та ефективності використання всіх видів ресурсів.

5. Виходячи з виявлених недоліків і актуальних проблем, направлених на оцінювання і оптимальне обслуговування трафіку в гетерогенних мережах, автор вибрав наступну мету дисертаційного дослідження - розробити методи статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Для досягнення цієї мети поставлені наступні завдання:

- аналітичний огляд відомих методів, моделей і алгоритмів аналізу, вимірювання, оцінювання і управління трафіком;
- розробка методу верифікації та удосконалення логіко-математичних моделей динаміки нестаціонарного трафіка;
- розробка методу виявлення періодичності та спектру нестаціонарного трафіка на фоні завад;
- удосконалення методів статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіку в гетерогенних мережних системах;
- проведення імітаційних експериментів з метою підтвердження теоретичних положень, а також дослідження властивостей нестаціонарного трафіка, запропонованих методів, логіко-математичних моделей.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА АДЕКВАТНИХ МОДЕЛЕЙ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКА В ГЕТЕРОГЕННИХ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ

2. 1. Постановка завдань

Головна мета розділу є розробка адекватних моделей нестационарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Для досягнення цієї мети ставляться і розв'язуються наступні завдання:

- обґрунтування постановки завдань;
- визначення інтенсивностей змін станів трафіку;
- вдосконалення моделей нестационарного поліноміального трафіка;
- виявлення періодичності трафіка на фоні завад;
- визначення структури періодичного трафіка на фоні завад.

Перший параграф присвячено обґрунтуванню мети і постановки завдань розділу. Дається коротка характеристика завдань розділу, їх взаємозв'язків поміж собою. Другий параграф присвячено визначенню інтенсивностей змін станів трафіку. Розроблено метод визначення інтенсивностей змін станів трафіку для обраного поліноміального еталону трафіка.

Третій параграф присвячено розробці процедури вдосконалення моделей нестационарного поліноміального трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах. Для розробки критеріїв оптимізації використано метрики просторів Евкліду та Гілберта. В ролі керованих змінних обрані квантовані значення і дисперсії трафіка, що дозволяє визначити математичні сподівання і дисперсії трафіка в залежності від часу та виконати гаусовську апроксимацію багатовимірного розподілу нестационарного трафіку.

В четвертому параграфі розроблено метод виявлення періодичності трафіка на фоні завад та оцінювання оптимальних параметрів першої гармоніки трафіка. В ролі критерію оптимальності вибрана відстань у просторі Евкліда між реалізацією трафіка, що спостерігається, та її оптимальною оцінкою.

П'ятий параграф присвячено визначенню структури і параметрів трафіка, який має випадковий періодичний характер, тобто визначенню числа і параметрів гармонік в структурі нестационарного трафіка. Пропонується новий метод визначення гармонійних складових трафіка на фоні завади, який є узагальненням перетворень Фур'є на випадок, коли спостерігаються зашумлені реалізації трафіка. Основними показниками ефективності методу є точність, яка визначається коефіцієнтами варіації оптимальних за критерієм максимальної правдоподібності оцінок параметрів трафіка.

Шостий параграф містить висновки по результатам другого розділу, кожному параграфу відповідає свій висновок.

2.2. Визначення інтенсивностей змін станів трафіку

Мета цього параграфу є визначення інтенсивностей змін станів трафіку для випадків числа станів трафіку $n=2,3,4$. Розгляд цих трьох випадків дає досить повну характеристику задач і загального алгоритму визначення інтенсивностей змін станів трафіку.

Для досягнення мети ставляться та розв'язуються наступні завдання:

- вибір еталону поліноміального трафіка;
- вибір загального числа станів трафіку та конкретних значень рівнів квантування трафіка;
- вибір системи рівнянь для визначення моментів часу перетину трафіком обраних рівнів квантування;
- визначення інтервалів часу перебування трафіка в кожному кванті;
- визначення інтенсивностей зміни станів трафіку при рівномірному квантуванні;
- визначення інтенсивностей зміни станів трафіку при нерівномірному квантуванні.

Розв'язання цих завдань є важливою початковою ланкою побудови адекватних моделей динаміки нестационарного трафіка. Отримані інтенсивності грають роль коефіцієнтів диференційних рівнянь, що описують динаміку трафіка.

Через ці інтенсивності визначаються ймовірності станів трафіку, які, в свою чергу, є початковими даними для оптимізації математичних сподівань і дисперсій квантованих значень трафіка. Ці числові характеристики моделей трафіка дозволяють побудову багатомірного розподілу трафіка для будь-якого ансамблю моментів часу на інтервалі спостереження. Крім того, інтенсивності переходів трафіка дозволяють також оптимальне прогнозування його поведінки у майбутні моменти часу, за межами інтервалу спостереження.

Для побудови адекватної моделі динаміки трафіка на інтервалі спостереження, як еталон, була обрана нормована огибаюча трафіку на нормованому інтервалі часу у вигляді нормованої параболи (рис. 2.1)

$$F(x) = x(2-x), \quad (2.1)$$

де $F(x) \in [0,1]$, а $x \in [0,1]$.

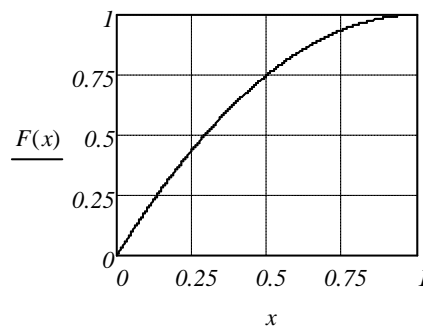


Рис.2.1. Графік еталонного трафіка

2.2.1. Випадок визначення інтенсивності переходу трафіка з нульового стану до першого при $n = 2$.

Рівень x_0 рівномірного квантування трафіка обрано: $x_0 = 0,5$. Для визначення моменту перетину t_0 трафіком рівня квантування x_0 необхідно розв'язати квадратне рівняння

$$F(t_0) - x_0 = 0, \quad (2.2)$$

відносно t_0 і використати це значення в формулі (2.3) для визначення інтенсивності

$$\eta_0 = 1 / t_0, \quad (2.3)$$

Рівняння (2.3) записується в розгорнутому вигляді і визначають значення t_0 з квадратного рівняння

$$t_0^2 - 2 t_0 + x_0 = 0, \quad (2.4)$$

Отримуються два значення $t_0 = 1 \pm \sqrt{1 - 0.5} = 1 \pm 0.707107$

Перше значення t_0 знаходиться за межами нормованого інтервалу часу, тому як рішення рівняння (2.4) приймає друге значення $t_0 = 0.292893$. Його використання в формулі (2.3) дає значення інтенсивності $\eta_0 = 3.414216$.

Приклад 2.1. Треба визначити похибки розв'язання рівняння (2.4). Абсолютна похибка розв'язання рівняння (2.4) визначається заданим числом значущих чисел в результаті. В даному випадку

$$\Delta = 0.292893 (2 - 0.292893) - 0.5 = -3.094 \cdot 10^{-7} \quad (2.5)$$

Відносна похибка δ_0 визначення t_0

$$\delta_0 = \Delta / t_0 = -3.094 \cdot 10^{-7} / 0.292893 = -1.056 \cdot 10^{-6}. \quad (2.6)$$

Отримані значення похибок показують, що визначення моменту перетину t_0 трафіком рівня квантування x_0 може бути отримано із заданою точністю. Цей висновок є справедливим і для обчислення інтенсивності η_0 .

2.2.2. Випадок визначення інтенсивностей η_0, η_1 переходу трафіка з нульового стану до першого стану і з першого стану до другого стану при $n = 3$.

Рівні x_0, x_1 рівномірного квантування трафіка обрано таким чином: $x_0 = 0,333, x_1 = 0,667$. Для визначення моментів перетину t_0, t_1 трафіком рівнів квантування x_0, x_1 вже необхідно розв'язати систему з двох рівнянь

$$F(t_i) - x_i = 0, \quad i = 0, 1, \quad (2.7)$$

відносно t_0, t_1 і використати ці значення в формулах (2.8) для визначення інтенсивностей

$$\eta_0 = 1 / t_0, \quad \eta_1 = 1 / (t_1 - t_0), \quad (2.8)$$

Система рівнянь (2.7) записується в розгорнутому вигляді і визначають значення t_i із системи двох квадратних рівнянь

$$t_i^2 - 2 t_i + x_i = 0, \quad i = 0, 1, \quad (2.9)$$

отримуються два значення

$$t_0 = 0.183299, t_1 = 0.422938, t_1 - t_0 = 0.239639 \quad (2.10)$$

Значення (2.10) дозволяють отримати за формулами (2.8) такі значення інтенсивностей $\eta_0 = 5.455567, \eta_1 = 4.172943$.

Абсолютна похибка розв'язання рівнянь (2.9), як і в попередньому випадку, визначається заданим числом значущих чисел в результаті. Значення похибок для цього випадку теж показують, що визначення моментів перетинів t_0, t_1 , трафіком рівнів квантування x_0, x_1 може бути отримано із наперед заданою точністю. Цей висновок є справедливим і для обчислення інтенсивності η_0, η_1 .

2.2.3. Випадок визначення інтенсивностей η_0, η_1, η_2 змін станів трафіку при $n = 4$.

При числі станів трафіку $n = 4$ інтенсивності η_0, η_1, η_2 визначаються із системи трьох рівнянь

$$F(t_i) - x_i = 0, i = 0, 2. \quad (2.11)$$

де рівні рівномірного квантування обрані наступним чином:

$$x_0 = 0.25; x_1 = 0.5; x_2 = 0.75. \quad (2.12)$$

Для визначення моментів перетину t_0, t_2 трафіком рівнів квантування $x_i, i = 0, 2$, була використана стандартна процедура системи Mathcad виду:

$$\text{Given } t_i (2-t_i) - x_i = 0, \text{ Find } (t_i), i = 0, 2. \quad (2.13)$$

В результаті для рівнів квантування (2.12) були отримані моменти часу (з точністю до 6 значущих цифр після крапки), що відповідають змісту задачі:

$$t_0 = 0.133975, t_1 = 0.292893, t_2 = 0.5. \quad (2.14)$$

Для визначення інтервалів часу перебування трафіка в i -му стані використана система рівнянь:

$$\Delta t_0 = t_0, \quad \Delta t_i = t_i - t_{i-1}, i = 1, 2. \quad (2.15)$$

Використання значень моментів часу (2.14) в системі (2.15) дає такі інтервали часу:

$$\Delta t_0 = 0.133975, \Delta t_1 = 0.158918, \Delta t_2 = 0.207107. \quad (2.16)$$

Інтенсивності η_i змін станів трафіку визначаються за формулою:

$$\eta_i = 1 / \Delta t_i, i = 0, 2. \quad (2.17)$$

Використовуючи значення інтервалів (2.16), отримують значення всіх трьох інтенсивностей зміни станів трафіку:

$$\eta_0 = 7.464079, \quad \eta_1 = 6.292553, \quad \eta_2 = 4.828422. \quad (2.18)$$

Можна помітити, що для еталону параболічного трафіка, що описується формулою (2.1), значення інтервалів часу (2.6) збільшуються з ростом номеру кванту, а значення інтенсивностей (2.8) зменшуються. Для спрощення моделей можна використовувати нерівномірне квантування, при якому усі інтенсивності будуть однакові. При цьому суттєво скорочується число інтенсивностей, що дозволяє будувати всі моделі при значеннях

$$\eta = n. \quad (2.19)$$

Розроблений в цьому параграфі алгоритм визначення інтенсивностей зміни станів трафіку включає такі сім операцій:

1. Вибір еталону трафіка для побудови моделей динаміки трафіка.
2. Нормування обраного інтервалу часу спостереження, на якому досліджуються зміни трафіка.
3. Нормування по максимальному значенню трафіка діапазону змін трафіку на обраному інтервалі спостереження.
4. Вибір загального числа станів трафіку, відповідне йому число і конкретні значення рівнів квантування трафіку.
5. Визначення з системи рівнянь типу (2.11) моментів часу t_i , $i = 0, 2$, перетину трафіком обраних рівнів квантування x_i , $i = 0, 2$, (2.12) за стандартною процедурою Mathcad.
6. Визначення з системи рівнянь типу (2.16) інтервалів часу перебування трафіка в певних квантах.
7. Визначення з системи рівнянь типу (2.17) інтенсивностей зміни станів трафіка.

Таким чином, в цьому підрозділі поставлені та розв'язані завдання вибору еталону поліноміального трафіка, загального числа станів трафіку, відповідного числа і конкретних значень рівнів квантування трафіку, системи рівнянь для визначення моментів часу перетину трафіком обраних рівнів квантування за

стандартною процедурою системи Mathcad (додаток В.1), визначення інтервалів часу перебування трафіка в певних квантах, визначення інтенсивностей зміни станів трафіку. Показано, що при нерівномірному квантуванні можна суттєво скоротити число інтенсивностей і спростити моделі динаміки нестационарного трафіка.

2.3. Метод оптимізації моделей нестационарного поліноміального трафіка

Метою цього параграфу є розробка методу оптимізації параметрів моделей випадкового нестационарного поліноміального трафіка в телекомунікаційних і комп'ютерних мережах.

Для досягнення мети ставляться і розв'язуються наступні завдання:

- обґрунтувати і вибрати критерії оптимальності та керовані змінні в задачах оптимізації параметрів моделей випадкового нестационарного трафіка,
- розв'язати задачі оптимізації моделей з $n = 2, 3, 4$ станами;
- виконати порівняльний аналіз можливостей оптимальних моделей.

За результатами розв'язання цих завдань складається метод оптимізації параметрів моделей випадкового нестационарного поліноміального трафіка в телекомунікаційних і комп'ютерних мережах.

Для вибору критеріїв оптимізації використовуються метрики просторів Евкліда і Гілберта. Ці метрики дозволяють оптимально вибирати числові характеристики керованих змінних і порівнювати точність оптимальних моделей для випадків, коли час змінюється дискретно (дискретний випадок) і коли час змінюється неперервно (неперервний випадок). В обох випадках в ролі критерію оптимізації доцільно вибирати квадрат відстані між числовими характеристиками еталонного і модельного нестационарного трафіка. Кращою є та модель трафіка, яка дає менший квадрат цієї відстані у вибраній метриці, тобто числові характеристики якої знаходяться ближче до характеристик еталону.

У просторі Евкліда критерій оптимізації вибору квантованих значень трафіка з метою оптимізації модельного математичного сподівання може бути представлений у такому вигляді:

$$\varepsilon^2(Z_1, Z_n) = \sum_{t_k=0}^N [m(t_k) - M(t_k, Z_1, Z_n)]^2, \quad (2.20)$$

де N – загальне число моментів спостереження за трафіком,

t_k, k – *ий* момент спостережень за математичним сподіванням трафіка,

n - число станів трафіку ($n = 2, 3, 4$),

$m(t_k)$ – значення математичного сподівання еталону трафіка в момент t_k ,

$M(t_k, Z_1, Z_n)$ - значення математичного сподівання моделі трафіка в момент t_k ,

Z_1, Z_n – квантовані значення трафіка, що розглядаються як змінні оптимального управління.

Аналогічно вибирається критерій оптимізації дисперсії моделі трафіка

$$\varepsilon^2(d_1, d_n) = \sum_{t_k=0}^N [D0(t_k) - DM(t_k, d_1, d_n)]^2, \quad (2.21)$$

де N – загальне число моментів спостереження за дисперсією трафіка,

t_k, k – *ий* момент спостережень за дисперсією трафіка,

n - число станів трафіку ($n = 2, 3, 4$),

$D0(t_k)$ – значення дисперсії еталону трафіка в момент часу t_k ,

$DM(t_k, d_1, d_n)$ - значення дисперсії моделі трафіка в момент часу t_k ,

d_1, d_n – параметри дисперсії моделі трафіка, що розглядаються як змінні оптимального управління.

Оптимальні квантовані значення трафіка визначають із системи рівнянь оптимізації n -го порядку, яку отримують класичним методом пошуку екстремумів функцій – взяттям похідних від функції по змінним, значення яких оптимізують, і прирівнюванням результату до нуля.

Система рівнянь оптимізації n -го порядку відносно невідомих Z_i має вигляд

$$\frac{d\varepsilon^2(Z_i)}{dZ_i} = 0, \quad i = 1, n \quad (2.22)$$

Аналогічно визначаються оптимальні значення параметрів дисперсії моделі трафіка із системи рівнянь оптимізації

$$\frac{d\varepsilon^2(d_i)}{dd_i} = 0, \quad i = 1, n \quad (2.23)$$

При використанні прийнятих апроксимацій математичного сподівання для еталону і моделі, отримується наступна конкретизована форма критерію оптимізації математичного сподівання у вигляді

$$\varepsilon^2(Z_1, Z_n) = \sum_{t_k=0}^N [t_k (m_1 - m_2 t_k) - \sum_{i=1}^n Z_i P_i(t_k)]^2 \quad (2.24)$$

де $m_1 = 2$ – математичне сподівання випадкового параметру a_1 еталону,

t_k - k -ий момент часу спостережень за математичним сподіванням трафіка,

$m_2 = -1$ - математичне сподівання випадкового параметру a_2 еталону,

$P_i(t_k)$ – ймовірність перебування трафіка у i – му стані в k – ий момент часу.

Еталон випадкового нестационарного трафіка задається в поліноміальній канонічній формі

$$Z(t, a_1, a_2) = a_2 t^2 + a_1 t, \quad (2.25)$$

де незалежні випадкові величини мають відомі математичні сподівання і дисперсії

$$M[a_1] = m_1, \quad M[a_2] = m_2, \quad (2.26)$$

$$D[a_1] = D_1, \quad D[a_2] = D_2 \quad (2.27)$$

Для оптимізації дисперсії моделі використовується критерій

$$\varepsilon^2(d_1, d_n) = \sum_{t_k=0}^N [D_2 t_k^4 + D_1 t_k^2 - \sum_{i=1}^n d_i P_i^2(t_k)]^2, \quad (2.28)$$

де d_1, d_n - параметри дисперсії моделі, значення яких оптимізується із умови найкращого наближення дисперсії еталону трафіка.

Аналогічно виконується оптимізація параметрів моделей трафіка з використанням метриці простору Гілберта. Квадрат відстані між першими початковими моментами еталонного і модельного нестационарного трафіка представляється у вигляді

$$\varepsilon_0^2(Z_1, Z_n) = \int_0^1 [t_k(2-t_k) - \sum_{i=1}^n Z_i P_i(t_k)]^2 dt_k \quad (2.29)$$

де t_k виступає в ролі змінної інтегрування.

Для оптимізації параметрів дисперсії моделі в просторі Гілберту використовується критерій

$$\varepsilon_2^2(d_1, d_n) = \int_0^1 [D_2 t_k^4 + D_1 t_k^2 - \sum_{i=1}^n d_i P_i^2(t_k)]^2 dt_k \quad (2.30)$$

Постановка задачі оптимізації вибору середніх квантованих значень трафіка для дискретного і неперервного випадків така: відомі вирази для критеріїв оптимізації середніх квантованих значень Z_1, Z_n у вигляді функціоналів (2.29) (2.30), класичним методом пошуку мінімуму цих функціоналів потрібно знайти такі Z_{1opt}, Z_{nopt} , що доставляють мінімум

$$\min_{Z_1, Z_n} \varepsilon^2(Z_1, Z_n) = \varepsilon_{min}^2(Z_{1opt}, Z_{nopt}), \quad (2.31)$$

де через Z_{1opt}, Z_{nopt} , скорочено позначено $Z_{1opt}, Z_{2opt}, \dots, Z_{nopt}$.

Беручи похідні по параметрам Z_1, Z_n від функціоналів (2.29), (2.30), дорівнюючі їх нулю, одержано систему з n рівнянь оптимізації щодо невідомих значень Z_1, Z_n .

Для дискретного випадку:

$$\sum_{t_k=0}^N [t_k - (2 - t_k) - \sum_{i=1}^n Z_i \cdot P_i(t_k)] \cdot P_j(t_k) = 0, \quad j = 1, n. \quad (2.32)$$

Для неперервного випадку:

$$\int_0^1 [t_k - (2 - t_k) - \sum_{i=1}^n Z_i \cdot P_i(t_k)] \cdot P_j(t_k) dt_k = 0, \quad j = 1, n. \quad (2.33)$$

За логічним смислом ці рівняння є балансовими рівняннями виду:

$$\sum_{t_k=0}^N [t_k - (2 - t_k)] \cdot P_j(t_k) = \sum_{t_k=0}^N \sum_{i=1}^n Z_i \cdot P_i(t_k) \cdot P_j(t_k), \quad j = 1, n.$$

$$\int_0^1 [t_k - (2 - t_k)] \cdot P_j(t_k) dt_k = \int_0^1 \sum_{i=1}^n Z_i \cdot P_i(t_k) \cdot P_j(t_k) dt_k, \quad j = 1, n.$$

Ці системи рівнянь приводяться до канонічної форми систем з n лінійних алгебраїчних рівнянь

$$AZ=B \quad (2.34)$$

де елементи матриці A складаються з коефіцієнтів при невідомих координатах Z_1, Z_n вектора Z , а праві частини рівнянь створюють вектор B .

Приклад 2.2. Побудова алгебраїчної системи при $n=2$.

Розв'язується система з двох рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}Z_1 + a_{12}Z_2 &= b_1 \\ a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2 &= b_2, \end{aligned} \quad (2.35)$$

де елементи матриці A , наприклад, для неперервного випадку розраховуються за наступними формулами: $P_1(t_k)$

$$a_{11} = \int_0^1 P_1(t_k)P_1(t_k)dt_k \quad (2.36)$$

$$a_{12} = \int_0^1 P_1(t_k)P_2(t_k)dt_k \quad (2.37)$$

$$a_{21} = \int_0^1 P_2(t_k)P_1(t_k)dt_k \quad (2.38)$$

$$a_{22} = \int_0^1 P_2(t_k)P_2(t_k)dt_k \quad (2.39)$$

$$b_1 = \int_0^1 P_1(t_k)[t_k \cdot (2 - t_k)]dt_k \quad (2.40)$$

$$b_2 = \int_0^1 P_2(t_k)[t_k \cdot (2 - t_k)]dt_k \quad (2.41)$$

Приклад 2.3. Визначення оптимальних квантованих значень трафіка при наступних початкових даних: $P_{10} = 0.95$, $P_{20} = 0.05$, $\eta = 3.4141$.

Використовуючи формули (2.36) – (2.41), стандартну процедуру системи автоматизації обчислень Mathcad Isolve (A, B) і спеціально розроблену програму SOE – 2 (Solving of Optimization Equations at $n = 2$), отримують:

$$a_{11} = 0.132029, \quad a_{12} = 0.137072, \quad b_1 = 0.107675$$

$$a_{21} = 0.137072, \quad a_{22} = 0.593826, \quad b_2 = 0.558992$$

$$Z_{1opt} = -0.212733; \quad Z_{2opt} = 0.990443;$$

Аналогічно розв'язуються задачі при інших n . Зі збільшенням розмірності моделі росте розмірність векторів і матриць, при цьому розширюються можливості оптимального управління точністю апроксимації еталонного трафіку.

Оптимальні квантовані значення керованих змінних одержують по правилу Крамера або за допомогою графоаналітичного ітераційного методу (ГАІМу) пошуку оптимального рішення:

$$Z_{10} = \frac{|A1|}{|A|}, Z_{20} = \frac{|A2|}{|A|}, Z_{30} = \frac{|A3|}{|A|}, Z_{40} = \frac{|A4|}{|A|} \quad (2.42)$$

де $|A|, |A1|, |A2|, |A3|$ - визначники системи рівнянь (2.34) при $n=3$,

$|A|, |A1|, |A2|, |A3|, |A4|$ - визначники системи рівнянь (2.34) при $n=4$.

Шляхом підстановки цих значень у функціонали (2.30) при $n=3$ і при $n=4$, знаходяться мінімальні значення (2.31).

Приклад 2.4. Особливості визначення оптимальних квантованих значень і мінімального середнє квадратичного відхилення моментів першого порядку випадкового нестационарного поліноміального трафіка при наступних початкових даних:

$$P_{10} = 0.5, P_{20} = 0.29, P_{30} = 0.21, \eta_1 = 5.449502, \eta_2 = 4.181529$$

в моделі розмірності $n = 3$.

Параметри системи алгебраїчних рівнянь для дискретного випадку:

$$a_{11}=0.250005 \quad a_{12}=0.14506 \quad a_{13}=0.107084 \quad b_1=2.149222 \times 10^{-3}$$

$$a_{21}=0.14506 \quad a_{22}=0.084885 \quad a_{23}=0.088072 \quad b_2=0.028018$$

$$a_{31}=0.107084 \quad a_{32}=0.088072 \quad a_{33}=0.984676 \quad b_3=0.969833$$

Параметри системи алгебраїчних рівнянь для неперервного випадку

$$a_{11}=0.022937 \quad a_{12}=0.028028 \quad a_{13}=0.040392 \quad b_1=0.027126$$

$$a_{21}=0.028028 \quad a_{22}=0.046489 \quad a_{23}=0.107195 \quad b_2=0.08778$$

$$a_{31}=0.040392 \quad a_{32}=0.107195 \quad a_{33}=0.579344 \quad b_3=0.551761$$

Оптимальні квантовані значення за формулою (2.42) рівні:

1. Для дискретного випадку

$$Z_{10} = -0.293446 \quad Z_{20} = -0.246346 \quad Z_{30} = 1.0545 \quad (2.43)$$

2. Для неперервного випадку

$$Z_{10} = -0.071721 \quad Z_{20} = -0.481611 \quad Z_{30} = 1.0465. \quad (2.44)$$

Мінімальні значення цільових функціоналів і середнє квадратичних погрішностей моделі математичного очікування еталонного трафіка:

1. Для дискретного випадку

$$\varepsilon_{\min}^2(Z_1, Z_2, Z_3) = 9.22304 \times 10^{-14} \quad \sigma_{\min} = \sqrt{9.22304 \times 10^{-14}} = 3.03694 \times 10^{-7} \quad (2.45)$$

2. Для неперервного випадку

$$\varepsilon_{\min}^2(Z_1, Z_2, Z_3) = 1.369 \times 10^{-4} \quad \sigma_{\min} = \sqrt{1.369 \times 10^{-4}} = 0,0117 = 1,17\% \quad (2.46)$$

Для дискретного випадку мінімальне значення погрішності значно менше ніж в неперервному випадку тому, що контроль адекватності дискретних моделей виконується всього лише в N точках.

Мінімальне значення середнього коефіцієнта варіації погрішності на інтервалі нестационарності:

1. Для дискретного випадку

$$V_{\min} = \frac{\sigma_{\min}}{m_0} = \frac{3.03694 \times 10^{-7}}{0,667} = 4.553132 \times 10^{-7}. \quad (2.47)$$

2. Для неперервного випадку

$$V_{\min} = \frac{\sigma_{\min}}{m_0} = \frac{0.0117}{0,667} = 1.8\% \quad (2.48)$$

На рис. 2.2. відображені порівняння розроблених моделей нестационарного поліноміального трафіка з еталоном: $m(t_k)$ - модель математичного очікування еталонного нестационарного трафіка; $M1(t_k)$ - оптимізована в просторі Гілберта модель з параметрами (2.43) і показником точності (2.47); $M2(t_k)$ - оптимізована в просторі Евкліда модель, а також модель $M3(t_k)$, в якій в ролі квантованих значень використані середні значення квантів. Порівнюючи графіки, можна відмітити, що оптимізована в просторі Гілберта модель $M1(t_k)$ з параметрами (2.44) і показником точності (2.48) дає найкращі результати, тобто більш наближена до еталонного трафіку.

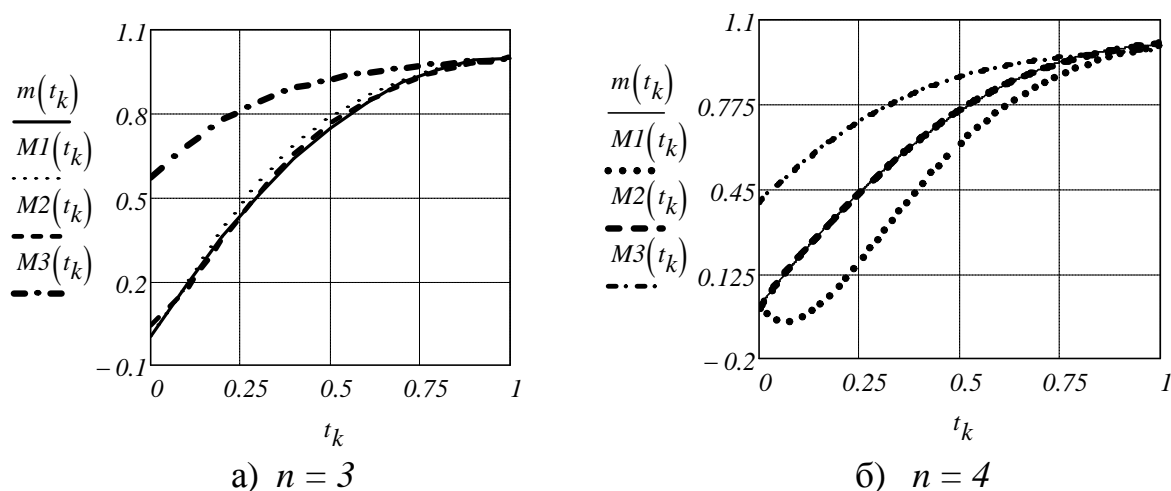


Рис. 2.2. Порівняння моделей нестационарного трафіка з еталоном

За наслідками аналізу і порівняння початкових моментів модельного і еталонного трафіків при $n=2,3,4$ можна зробити такі висновки:

1. Із зростанням порядку моделей нестационарного трафіка збільшується точність побудови моделей трафіка. Цей ефект особливо проявляється у випадках, коли порядок моделей перевищує порядок еталонного поліному. При $n=4$ досягається майже повна адекватність синтезу моделей математичного сподівання і дисперсії нестационарного трафіка, особливо в неперервному випадку.

2. Моделі нестационарного трафіка, що оптимізовані в просторі Евкліда, поступаються по точності моделям, що оптимізовані в просторі Гілберта. Проте і вони можуть знайти широке застосування в практичних додатках, оскільки для їх побудови вони не вимагають значних об'ємів початкових даних, об'ємів пам'яті і високої швидкодії систем вимірювання і управління.

3. В ролі показників точності вибрані: абсолютні та відносні похибки, середнє значення середньоквадратичного відхилення модельних значень трафіка від значень еталонної моделі на інтервалі нестационарності, середнє значення коефіцієнта варіації.

2.4. Метод виявлення періодичності трафіка на фоні завад

Метою цього параграфу є розробка методу виявлення періодичності трафіка на фоні завад та оптимальне оцінювання параметрів першої гармоніки трафіка в

комп'ютерних мережах. В ролі критерію оптимальності вибрана відстань у просторі Евкліда між реалізацією трафіку, що спостерігається в сніфері, та її оптимальною оцінкою.

Проблема виявлення періодичності трафіка на фоні завад в комп'ютерних мережах розв'язується в контексті побудови системи моніторингу та оптимізації обслуговування трафіку, тому вона є актуальною.

Для досягнення мети ставляться і розв'язуються наступні завдання:

- обґрунтування початкових даних задачі виявлення періодичності трафіка на фоні завад та оптимального оцінювання параметрів першої гармоніки трафіка в комп'ютерних мережах;

- розробка математичних моделей основної гармоніки трафіка та завади;

- вибір критерію оптимальності та складання рівнянь оптимізації параметрів гармоніки трафіка;

- розв'язання рівнянь оптимізації і отримання оптимальних оцінок параметрів гармоніки трафіка;

- визначення погрешностей оптимального оцінювання параметрів гармоніки трафіка;

- розроблення алгоритму оптимізації оцінок параметрів основної гармоніки трафіка в комп'ютерних мережах.

Основною початковою інформацією, як правило, є дані, що отримують від сніферу у вигляді реалізацій трафіку за певний час спостереження. Тому доцільно припустити, що спостерігається така реалізація трафіку, яка має довжину не менше двох, трьох періодів трафіка, що дозволяє оптимально оцінювати його параметри. Як показують результати досліджень, трафік має добову, тижневу, місячну, річну та інші види періодичності. Для оперативного оптимального управління обслуговуванням трафіку, в першу чергу, важливе визначення добової періодичності трафіка. Це дозволяє вчасно організувати оптимальне обслуговування і маршрутизацію трафіку за певним чином вибраними критеріями оптимальності, забезпечити наперед обрані показники якості та ефективності передачі даних в комп'ютерних мережах.

Надалі вважається справедливою гіпотеза про те, що на виході сніферу спостерігається реалізація трафіку $Z(t)$, довжиною приблизно два періоду, що має корисну складову $X(t)$ (корисний сигнал) і адитивну заваду $Y(t)$ (шум). Тому для побудови математичної моделі зашумленого трафіка $Z(t)$ необхідно розробити математичну модель корисного сигналу $X(t)$ і математичну модель завади $Y(t)$.

На першому етапі досліджень вимірюється основна (перша) гармоніка трафіка, тому математична модель корисного сигналу має вигляд

$$X(A_1, \omega_1, \phi_1, t) = A_1 [\cos(\omega_1 t) \cos(\phi_1) - \sin(\omega_1 t) \sin(\phi_1)] \quad (2.49)$$

де A_1 - амплітуда, ω_1 - кругова частота, ϕ_1 – початкова фаза сигналу, t - час.

Адитивна завада розглядається як високочастотний вузькосмуговий процес, що має частоту ω_0 набагато більшу частоти ω_1 корисного сигналу, задану початкову фазу ϕ_0 і амплітуду A_0 , що визначається заданим відношенням сигнал/шум h за потужностями:

$$Y(A_0, \omega_0, \phi_0, t) = \frac{A_0}{\sqrt{h}} [\cos(\omega_0 t) \cos(\phi_0) - \sin(\omega_0 t) \sin(\phi_0)] \quad (2.50)$$

Таким чином, математична модель періодичного трафіка включає шість параметрів, залежить від часу і має такий вигляд

$$Z(A_1, \omega_1, \phi_1, A_0, \omega_0, \phi_0, t) = X(A_1, \omega_1, \phi_1, t) + Y(A_0, \omega_0, \phi_0, t) \quad (2.51)$$

Частота завади

$$\omega_0 = n_0 \cdot \omega_1 \quad (2.52)$$

визначається через масштабний коефіцієнт n_0 , що значно більший 10, та частоту корисного сигналу ω_1 .

Для досліджень задається початкова фаза завади як поточна дискретна змінна за допомогою формули

$$\phi_0 = \frac{k}{n_1} \frac{\pi}{2}, \quad k = 0, 1, \dots, n_1, \quad (2.53)$$

де k – поточний індекс фази завади,

n_1 - загальне число можливих значень фази завади, $\phi_0 \in [-\pi/2, \pi/2]$.

Формули (2.51) – (2.53) дозволяють визначити модель трафіка (2.51) через три параметри завади і досліджувати вплив цих параметрів на процедуру оптимального оцінювання параметрів трафіка на фоні завади. З урахуванням цих формул модель періодичного трафіка можна представити у такому компактному замкнутому вигляді:

$$Z(t, h, n_0, k) = A_1 \left[\cos(\omega_1 t - \phi_1) + \frac{1}{\sqrt{h}} \cos\left(n_0 \omega_1 t - \frac{k \pi}{n_1}\right) \right] \quad (2.54)$$

Звичайно статистичні задачі оптимального оцінювання параметрів сигналів на фоні завади вирішують за допомогою критерію максимальної правдоподібності у припущенні, що оцінки мають гаусовський розподіл. Якщо вважати у першому наближенні справедливим це припущення, можна в ролі критерію оптимальності обирати критерій методу найменших квадратів у такому вигляді

$$S(A_1, \omega_1, \phi_1) = \sum_t^{T_2} [Z(h, n_0, k, t) - X(A_1, \omega_1, \phi_1, t)]^2 \quad (2.55)$$

де t – моменти часу взяття відліків, T_2 – довжина реалізації.

Обмеження в цієї задачі відсутні, тому оптимальні оцінки параметрів корисного сигналу отримують із розв'язання системи з трьох рівнянь, яку отримують стандартним методом пошуку таких значень керованих змінних, які доставляють мінімум критерію (2.55). Для складання рівнянь беруться похідні від критерію по керованим змінним і дорівнюються нулю.

В результаті застосування цього стандартного методу отримано наступну систему рівнянь оптимізації оцінок параметрів періодичного трафіка

$$\sum_t [Z(h, n_0, k, t) - X(A_1, \omega_1, \phi_1, t)] \cos(\omega_1 t - \phi_1) = 0 \quad (2.56)$$

$$\sum_t [Z(h, n_0, k, t) - X(A_1, \omega_1, \phi_1, t)] \sin(\omega_1 t - \phi_1) = 0 \quad (2.57)$$

$$\sum_t [Z(h, n_0, k, t) - X(A_1, \omega_1, \phi_1, t)] \sin(\omega_1 t - \phi_1) = 0 \quad (2.58)$$

З рівняння (2.56) оптимальна оцінка амплітуди знаходиться в аналітичній формі

$$A_{1opt} = \frac{\sum_t [Z(h, n_0, k, t) \cos(\omega_1 t - \phi_1)]}{\sum_t \cos(\omega_1 t - \phi_1)^2} \quad (2.59)$$

Ця формула є узагальненням формули перетворення Фур'є на випадок, коли сигнал є викривлений завадою, або має погрішності вимірювань.

Для розв'язання рівнянь оптимізації частоти (2.57) і фази (2.58) розроблено численний графоаналітичний ітераційний метод (ГАІМ), що дозволяє отримувати оптимальні оцінки частоти і фази з наперед заданою точністю. Сутність цього методу полягає в тому, що інтервал оптимального оцінювання, в якому знаходиться оптимальна оцінка, на початку ітераційного процесу визначають за графіками критерію оптимальності, а потім його поступово зменшують до тих пір, поки відносна погрішність оцінки не стане меншою наперед заданої або поки нев'язка рівняння не стане меншою за наперед заданої величини.

Для застосування цього методу рівняння оптимізації приводяться до зручного для визначення нев'язки вигляду. Суть цього перетворення полягає в тому, що в рівняннях оптимізації визначають ліві та праві частини, різниця між якими створює нев'язку рівняння, яка є функцією значення оптимальної оцінки. Коли значення оцінки дорівнюється з певною погрішністю оптимальному значенню, нев'язка рівняння «проходить через нуль». Це дозволяє зафіксувати довжину інтервалу, в якому знаходиться оптимальна оцінка із заданою погрішністю, а також і відповідну середню довжину нев'язки. Точність визначення оптимальної оцінки зручно задавати в кількості знаків після крапки.

Визначення лівої, правої частини та нев'язки рівняння (2.57) оптимізації оцінки частоти ω_1 основної гармоніки:

- ліва частина рівняння має вигляд

$$LP1(\omega_1) = \sum_t X(A_1, \omega_1, \phi_1, t) \sin(\omega_1 t - \phi_1) t \quad (2.60)$$

- права частина

$$RP1(\omega_1, h, n_0, k) = \sum_t Z(h, n_0, k, t) \sin(\omega_1 t - \phi_1) t \quad (2.61)$$

- нев'язка рівняння

$$\Delta LP1(\omega_1, h, n_0, k) = LP1(\omega_1) - RP1(\omega_1, h, n_0, k). \quad (2.62)$$

Аналогічно визначають параметри рівняння (2.58) оптимізації оцінки початкової фази ϕ_1 основної гармоніки:

- ліва частина рівняння має вигляд

$$LP2(\phi_1) = \sum_t X(A_1, \omega_1, \phi_1, t) \sin(\omega_1 t - \phi_1) \quad (2.63)$$

- права частина

$$RP2(\phi_1, h, n_0, k) = \sum_t Z(h, n_0, k, t) \sin(\omega_1 t - \phi_1) \quad (2.64)$$

- нев'язка рівняння

$$\Delta LP2(\phi_1, h, n_0, k) = LP2(\phi_1) - RP2(\phi_1, h, n_0, k) \quad (2.65)$$

За результатами досліджень оптимальних рішень рівняння (2.62) було встановлено, що при любых значеннях частоти і індексу початкової фази завади існує закономірний зв'язок (пропорція) між відношеннями сигнал/шум і середніми довжинами нев'язки, який відображається еквівалентними формулами:

$$\Delta l(\omega_1, h_2, n_0, k) \sqrt{h_2} = \Delta l(\omega_1, h_1, n_0, k) \sqrt{h_1}, \quad (2.66)$$

$$\frac{\Delta l(\omega_1, h_2, n_0, k)}{\Delta l(\omega_1, h_1, n_0, k)} = \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{h_2}} \quad (2.67)$$

Ці формули дозволяють по середній нев'язці $\Delta l(\omega_1, h_1, n_0, k)$, що була визначена при обраному відношенні h_1 сигнал/шум і певних значеннях параметрів n_0, k , визначити середню нев'язку $\Delta l(\omega_1, h_2, n_0, k)$ при будь-якому іншому відношенні h_2 сигнал/шум. Тому використання виявленої закономірності та формул (2.66), (2.67) дозволяє суттєво спростити розрахунки показників точності оптимальних оцінок частоти.

Цикл першої ітерації оптимального оцінювання параметрів періодичного викривленого завадою трафіка має такий вигляд: «попередня оцінка періоду по реалізації трафіка – визначення кругової частоти трафіка – оптимальне оцінювання фази першої гармоніки трафіка за допомогою рівняння (2.65) - оптимальне оцінювання амплітуди першої гармоніки трафіка за допомогою рівняння (2.59) - оптимальне оцінювання кругової частоти першої гармоніки трафіка за допомогою рівняння (2.62). Далі ітераційний процес продовжується до отримання оптимальних оцінок параметрів трафіка з наперед заданою точністю.

Моделювання цієї ітераційної процедури було виконано за допомогою розробленого в системі Mathcad пакету Worksheet OptEst – РТ - 1 (додаток В.3). В цьому параграфі представлено результати, отримані за допомогою цього пакету для випадку, коли оброблюється одна реалізація трафіку.

На рис. 2.3 обозначені реалізації $Z(t_1)$ періодичного трафіку, викривленого завадою, зображеної в квазінеперервному часі t_1 при відношенні сигнал/шум $h_{01}=81$. Штрих-пунктирною лінією позначено істинне значення $X(t_1)$ трафіка, неперервною лінією – заваду $Y(t_1)$. Добре видно, як завада спотворює сигнал. Метою оптимального оцінювання є визначення оптимальної оцінки істинного значення трафіка по викривленій завадою реалізації трафіку.

Для розробки ітераційної процедури оптимального оцінювання обрані такі початкові дані:

$$A_1 = 0.666667, T = 1, \omega_1 = 6.283185, \phi_1 = 0.523599, h_{01} = 9, h_0 = 81, k = 18, \\ n_0 = 29, n_1 = 36, \phi_0 = 0.7853980, \phi_1 - \phi_0 = - 0.261799.$$

Ітераційний алгоритм оптимального оцінювання параметрів основної гармоніки періодичного трафіка є наступним. Для початку ітераційної процедури оптимального оцінювання реалізацію трафіку, що отримують на виході сніферу, використовують для наближеного визначення періоду сигналу. Період визначається, як звичайно, через різницю моментів часу, що спостерігаються при однакових сусідніх значеннях трафіка. Кругова частота визначається по відомій формулі:

$$\omega_1 = 2 \pi / T. \quad (2.68)$$

Після визначення кругової частоти за формулою (2.68) організовують першу ітераційну процедуру визначення фази. Отримані оптимальні оцінки частоти і фази використовують в формулі (2.59) для визначення оптимальної оцінки амплітуди. Ітераційну процедуру Worksheet OptEst – РТ - 1 оцінювання параметрів основної гармоніки періодичного трафіка завершують тоді, коли всі три параметри визначаються з наперед заданою кількістю знаків після крапки.

Приклад 2.5. Визначення періоду і кругової частот трафіка за результатами спостережень.

При $t_{10} = 0$ реалізація трафіку має значення $Z_{01}(0) = 0.734$. Таке ж значення тільки із знаком мінус повторюється через половину періоду при $t_{11} = 0.5$, а це значить, що

$$t_{11} - t_{10} = 0.5 = T/2, \text{ а } T = 0.5 \times 2 = 1.0.$$

Кругова частота $\omega_1 = 2\pi/T = 2\pi$.

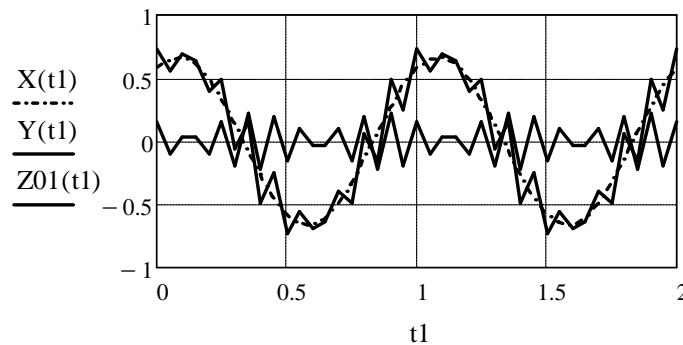


Рис. 2.3. Реалізації корисного сигналу $X(t_1)$, завади $Y(t_1)$ та викривленого завадою сигналу $Z_{01}(t_1)$ при відношенні сигнал/шум $h_{01} = 81$

Таким чином, результати спостереження показують, що

$$T = 1.0, \omega_1 = 2\pi.$$

Ця частота використовується для організації ітераційної процедури пошуку оптимальної оцінки фази. Критерій оптимізації оцінки фази представляють у наступному вигляді функції поточної фази ϕ_{11}

$$S_2(\phi_{11}, h_0, n_0, k) = \sum_{t_1} [Z_1(\phi_{11}, h_0, n_0, k, t_1) - X_1(\phi_{11}, t_1)]^2 \quad (2.69)$$

і будуються графіки залежності критерію від поточної фази (рис. 2.4). На ньому показані графіки залежності критерію оптимальності від поточної фази при відношеннях сигнал/шум $h_0 = 81; 162; 243$.

На початку ітераційного процесу задають розширений інтервал зміни фаз $[-\pi/2; \pi/2]$, а потім на підставі даних рис. 2.5 зменшують його до значень $[0.512; 0.531]$, зручних для визначення мінімуму.

Приклад 2.6. Пошук оптимальної оцінки фази сигналу численним графоаналітичним ітераційним методом при $h_0 = 81$, $n_0 = 29$, $k = 18$.

На рис. 2.5 показані графіки залежності нев'язки рівняння оптимізації оцінки фази при різних значеннях відношення сигнал/завада.

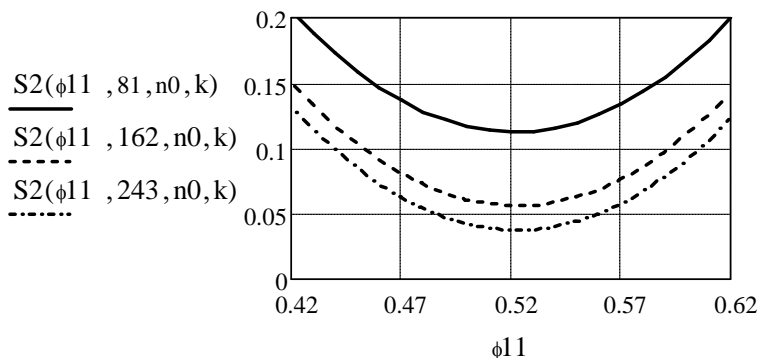


Рис. 2.4. Графіки залежності критерію оптимізації від фази сигналу при різних значеннях відношення сигнал/завада

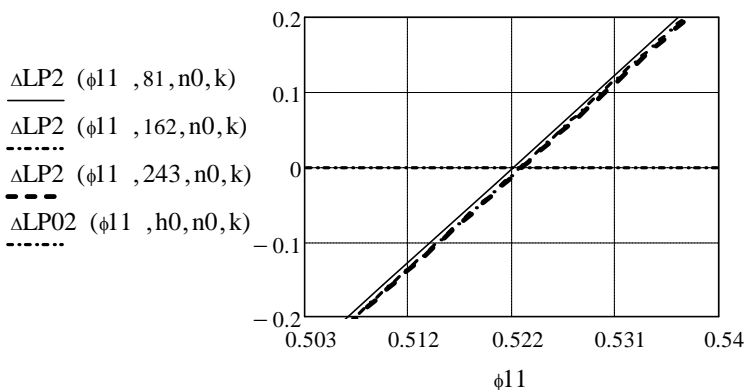


Рис. 2.5. Графіки залежності нев'язки рівняння оптимізації оцінки фази при різних значеннях відношення сигнал/завада

Рис. 2.5 показує, що оптимальна оцінка фази знаходиться в інтервалі $[0.512; 0.531]$. Тому на початку ітераційного процесу задають поточні значення фази $\phi_{12} = 0.512, 0.513..0.531$ і визначають для них значення нев'язки.

З таблиці 2.2 видно, що нев'язка «проходить через нуль» в інтервалі фаз $[0.521; 0.522]$ - в ньому нев'язка міняє знак. Тому для другої ітерації вибирають цей інтервал. На цій ітерації задають поточні значення фази вже з точністю до 4 знаку $\phi_{13} = 0.5211, 0.5212..0.5219$.

Далі призначають 5 знаків після крапки, і визначають за допомогою таблиці 2.3 наступний зменшений інтервал [0.5216; 0.5217].

Визначення поточних значень фаз в новому інтервалі $\phi_{14} = 0.52161, 0.52162 \dots 0.52169$ і значення нев'язки в цьому інтервалі (таблиці. 2.4).

Визначення поточних значень фаз в новому інтервалі [0.52166; 0.52167] $\phi_{15} = 0.521661, 0.521662 \dots 0.521669$.

Виконуючи останню ітерацію, отримують підсумкову таблицю 2.5, звідки випливає, що наперед задана до 6 знаків після крапки точність обчислення фази досягнута.

Оптимальна оцінка фази визначається як середнє значення інтервалу оцінювання $\phi_{101} = (0.521665 + 0.521666)/2$; $\phi_{101} = 0.5216655$.

Таблиця 2.2

Значення нев'язок при першій ітерації

$\phi_{12} =$	$\Delta LP2 (\phi_{12}, 81, 29, 18)$
0.512	-0.131
0.513	-0.117
0.514	-0.104
0.515	-0.09
0.516	-0.077
0.517	-0.063
0.518	-0.05
0.519	-0.036
0.52	-0.023
0.521	$-9.012 \cdot 10^{-3}$
0.522	$4.531 \cdot 10^{-3}$
0.523	0.018
0.524	0.032
0.525	0.045
0.526	0.059
...	...

Таблиця 2.3

Друга ітерація

$\phi_{13} =$	$\Delta LP2 (\phi_{13}, h_0, n_0, k)$
0.5211	$-7.658 \cdot 10^{-3}$
0.5212	$-6.304 \cdot 10^{-3}$
0.5213	$-4.949 \cdot 10^{-3}$
0.5214	$-3.595 \cdot 10^{-3}$
0.5215	$-2.241 \cdot 10^{-3}$
0.5216	$-8.863 \cdot 10^{-4}$
0.5217	$4.68 \cdot 10^{-4}$
0.5218	$1.822 \cdot 10^{-3}$
0.5219	$3.177 \cdot 10^{-3}$

Таблиця 2.4
Третя ітерація

$\phi_{14} =$	$\Delta LP2 (\phi_{14}, h_0, n_0, k)$
0.52161	$-7.509 \cdot 10^{-4}$
0.52162	$-6.155 \cdot 10^{-4}$
0.52163	$-4.8 \cdot 10^{-4}$
0.52164	$-3.446 \cdot 10^{-4}$
0.52165	$-2.091 \cdot 10^{-4}$
0.52166	$-7.371 \cdot 10^{-5}$
0.52167	$6.173 \cdot 10^{-5}$
0.52168	$1.972 \cdot 10^{-4}$
0.52169	$3.326 \cdot 10^{-4}$

Таблиця 2.5
Остання ітерація

$\phi_{15} =$	$\Delta LP2 (\phi_{15}, h_0, n_0, k)$
0.521661	$-6.017 \cdot 10^{-5}$
0.521662	$-4.662 \cdot 10^{-5}$
0.521663	$-3.308 \cdot 10^{-5}$
0.521664	$-1.954 \cdot 10^{-5}$
0.521665	$-5.992 \cdot 10^{-6}$
0.521666	$7.551 \cdot 10^{-6}$
0.521667	$2.11 \cdot 10^{-5}$
0.521668	$3.464 \cdot 10^{-5}$
0.521669	$4.818 \cdot 10^{-5}$

Відносна погрішність фази:

$$\delta\phi_0 = (0.521666 - 0.521665) / 0.5216655 = 1.917 \cdot 10^{-6}.$$

Середнє значення нев'язки:

$$\Delta LP200 = (7.551 - (-5.992)) \cdot 10^{-6} / 2 = 6.771 \cdot 10^{-6}.$$

Таким чином, оптимальне значення фази визначено з високою наперед заданою точністю - 6 знаків після крапки. Оцінка є зміщеною із-за дії завади.

Показник відносної зміщеності оцінки:

$$\delta\phi_{01} = (\phi_{101} - \phi_1) / \phi_1 = (0.5216655 - 0.523599) / 0.523599 = -0.369 \text{ \%}.$$

Результати цього прикладу показують, що фаза сигналу при вказаних вхідних даних визначається з достатньо високою точністю.

Пошук оптимальної оцінки частоти сигналу виконується аналогічно за допомогою численним ГАІМом при $h_0 = 81$, $n_0 = 29$, $k = 18$ і критерію оптимізації оцінки частоти ω_1 :

$$S_{01}(\omega_1, h_0) = \sum_{t_1} Z_2 [(\omega_1 t_1, h_0, n_0, k, t_1) - A_1 \cos(\omega_1 t_1 - \phi_1)]^2 \quad (2.70)$$

Оптимальні оцінки усіх трьох параметрів, визначені з точністю до 6-8 знаків після крапки є такими:

$$A_{101}(81, 29, 18) = 0.727148; \omega_{101} = 6.28500075; \phi_{101} = 0.5216655$$

Оптимальна оцінка періодичного трафіка в цілому (з урахуванням усіх трьох оптимальних оцінок параметрів)

$$X_{101}(h_0, n_0, k, t_1) = A_{101}(h_0, n_0, k) \cos(\omega_{101} t_1 - \phi_{101}) \quad (2.71)$$

Абсолютна та відносна погрішності цієї оптимальної оцінки

$$\Delta X_{101}(h_0, n_0, k, t_1) = X_{101}(h_0, n_0, k, t_1) - X(t_1) \quad (2.72)$$

$$\delta X_{101}(h_0, n_0, k, t_1) = [X_{101}(h_0, n_0, k, t_1) - X(t_1)] / X(t_1) \quad (2.73)$$

На рис. 2.6 - 2.7 відображені підсумкові результати оптимального оцінювання основної гармоніки періодичного трафіка.

Аналізуючи графіки рис. 2.6, можна помітити, як впливає завада на визначення оптимальної оцінки періодичного трафіка. Із-за зміщеності оптимальних оцінок амплітуди, частоти і фази оптимальна оцінка основної гармоніки трафіка теж є зміщеною.

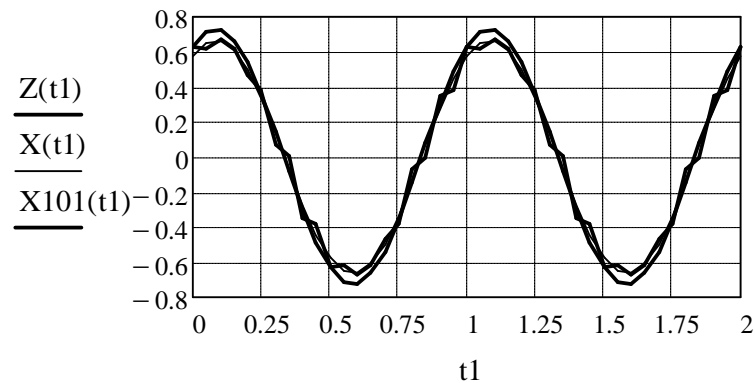


Рис. 2.6. Реалізації викривленого завадою сигналу $Z(t_1)$, самого сигналу $X(t_1)$ та його оптимальної оцінки $X_{101}(t_1)$

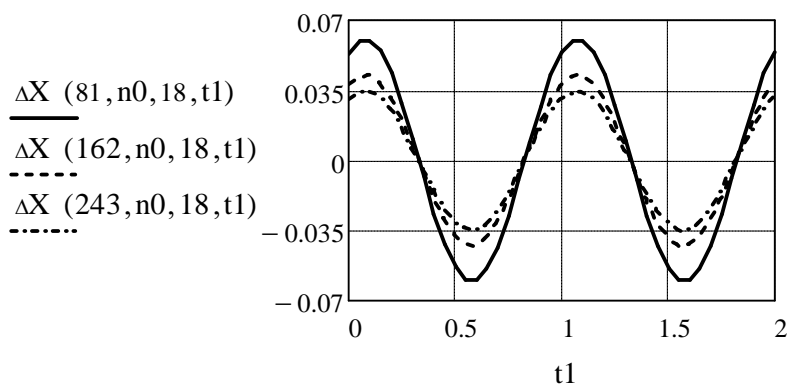


Рис. 2.7. Графіки залежностей від часу абсолютних погрішностей оптимального оцінювання періодичного трафіка

Таким чином, в цьому параграфі поставлені і розв'язані завдання обґрунтування початкових даних виявлення періодичності трафіка на фоні завад та оптимального оцінювання параметрів першої гармоніки трафіка в комп'ютерних мережах. Розроблені математичні моделі випадкового періодичного трафіка та завади. Вибрано критерій оптимальності та складено рівняння оптимізації параметрів періодичного трафіка. Розв'язані рівняння оптимізації і отримані оптимальні оцінки параметрів гармонічного трафіка. Визначені погрішності оптимального оцінювання параметрів гармонічного трафіка. Розроблено алгоритм оптимізації параметрів гармонічного трафіка в комп'ютерних мережах.

2.5. Метод визначення структури і параметрів періодичного трафіка

Метою цього параграфу є розробка методу визначення структури і параметрів періодичного трафіка викривленого завадою в комп'ютерних мережах. В ролі критерію оптимальності, як і раніш, вибрана відстань у просторі Евкліда між реалізацією трафіка, що спостерігається в сніфері, та її оптимальною оцінкою.

Для досягнення мети ставляться і розв'язуються наступні завдання:

- обґрунтування початкових даних задачі визначення структури і параметрів викривленого завадою періодичного трафіка в комп'ютерних мережах;
- розробка математичних моделей випадкового періодичного трафіка та завади;
- вибір критерію оптимальності та складання рівнянь оптимізації параметрів періодичного трафіка;
- розв'язання рівнянь оптимізації і отримання оптимальних оцінок параметрів періодичного трафіка;
- визначення погрішностей оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка;
- розроблення алгоритму і методики визначення структури та оптимізації оцінок параметрів періодичного трафіка в комп'ютерних мережах.

Припускається, що на виході сніферу спостерігається реалізація трафіку $Z(t)$, довжиною приблизно два періоду, що має корисну складову $X(t)$ (корисний сигнал) і адитивну заваду $Y(t)$ (шум). Для побудови математичної моделі зашумленого трафіка $Z(t)$ необхідно розробити математичну модель корисного сигналу $X(t)$ і математичну модель завади $Y(t)$. На відміну від попереднього параграфу вважається, що періодичний трафік має більш складну структуру і включає в загальному випадку декілька гармонік.

Задача розв'язується у такій загальній постановці:

А. Відомо:

1. Існує певна періодичність в трафіку, що досліджується.
2. Періодичність трафіка може породжуватися декількома гармоніками з різними початковими фазами.
3. Трафік досліджується на фоні адитивної високочастотної завади.
4. На сніфері спостерігається одна реалізація трафіку, довжиною більш одного періоду, що включає не менш ніж два максимуму або мінімуму.

Б. Для розв'язання задачі використовується метод максимальної правдоподібності у формі методу найменших квадратів.

В. Очікувані результати розв'язання задачі:

1. Визначення періоду трафіка.
2. Визначення числа гармонік, тобто загальної структури трафіка.
3. Оптимальні оцінки параметрів гармонік.
4. Погрішності оптимального оцінювання трафіка.
5. Алгоритм і методика визначення структури та оптимізації оцінок параметрів періодичного трафіка в комп'ютерних мережах.

Пропонуються наступні типові алгоритм і методика розв'язання завдань:

1. Формалізація постановки задачі: вибір математичної моделі періодичного трафіка, обґрунтування структури і числа гармонік, вибір математичної моделі завади.

2. Обґрунтування критерію оптимальності та обмежень.

3. Складання системи рівнянь оптимізації оцінок параметрів періодичного трафіка.

4. Попереднє визначення по виду реалізації і таблиці спостереження трафіка періоду і кругової частоти основної гармоніки трафіка.

5. Розв'язання численним графоаналітичним ітераційним методом (ГАІМом) нелінійних рівнянь оптимізації основної частоти та початкових фаз гармонік.

6. Визначення оптимальних оцінок амплітуд гармонік.

7. Вибір показників для визначення погрішностей оптимального оцінювання періодичного трафіка.

8. Розробка методу оптимального оцінювання структури і параметрів періодичного трафіка.

Для формалізації опису корисної складової $X(t)$ періодичного трафіка використано перетворення Фур'є у такій формі

$$X(t) = \sum_{k=1}^n A_k [\cos(\omega_k t) \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k t) \sin(\phi_k)] \quad (2.74)$$

де k – поточний номер гармоніки, A_k – амплітуда k -ої гармоніки,

ω_k - кругова частота k – ої гармоніки, $\omega_k = k \omega_1$,

ω_1 - кругова частота першої гармоніки, ϕ_k - початкова фаза k -ої гармоніки,

n – число гармонік (структурний параметр).

Ця математична модель періодичного трафіка є узагальненням моделі (2.49) на випадок, коли періодичний трафік включає не одну, а декілька гармонік.

Аналогічно обрана математична модель завади з урахуванням того, що частоти гармонік завади в n_0 раз вищі ніж частоти сигналу

$$\omega_0 = n_0 \omega_1, \quad (2.75)$$

де ω_0 - основна кругова частота завади.

Математична модель завади

$$Y(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{\sqrt{h}} [\cos(n_0 \omega_k t) \cos(\phi_k) + \sin(n_0 \omega_k t) \sin(\phi_k)] \quad (2.76)$$

де h – відношення сигнал/шум за потужностями.

Математична модель викривленого завадою періодичного трафіка з урахуванням співвідношень (2.74) – (2.76) приймає вигляд

$$Z(t) = \sum_{k=1}^n A_k [\cos(\omega_k t - \phi_k) + \frac{1}{\sqrt{h}} \cos[n_0 \omega_k t - \phi_k]] \quad (2.77)$$

Ця модель є узагальненням моделі (2.54) на випадок, коли число гармонік $n > 1$. На рис. 2.8 показано реалізацію періодичного трафіку $Z(t)$, викривленого завадою, при відношенні сигнал/шум $h_{01} = 81$. Тонкою лінією показане істинне значення $X(t)$. Головний зміст задачі оптимального оцінювання періодичного трафіка полягає в тому, щоб по реалізації $Z(t)$ найкращим чином з певної точки зору оцінити $X(t)$ і показати, які погрішності має отримана при цьому оцінка $X_0(t)$. Як відомо, вибір критерію оптимальності оцінки є формалізацією цієї «певної точки зору».

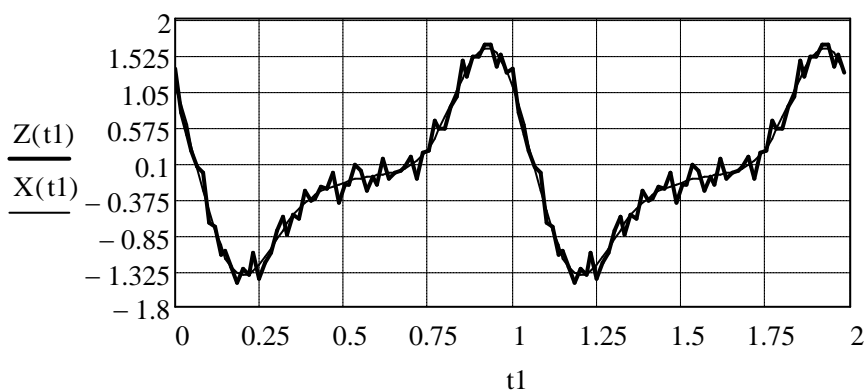


Рис. 2.8. Реалізації періодичного трафіку при $n = 3$

Критерій методу найменших квадратів (МНК) (2.55) узагальнюється на випадок, коли періодичний трафік включає n гармонік. Тоді

$$S_0(A_k, \omega_k, \phi_k) = \sum_t \sum_{k=1}^n [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k))]^2 \quad (2.77)$$

Критерій (2.77) включає $3n$ параметрів гармонік, оптимальний вибір яких дозволяє мінімізувати відстань між $Z(t)$ та $X_0(t)$ у просторі Евкліда, тобто найкращим чином апроксимувати $Z(t)$ оптимальною оцінкою $X_0(t)$. Якщо по

якомусь параметру гармоніки критерій (2.77) є постійним (не змінюється), це є ознакою відсутності цієї гармоніки в структурі трафіка.

Ітераційна процедура оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка в кожному циклі оцінювання параметрів гармоніки з певним номером першою включає логічну операцію перевірки існування цієї гармоніки в структурі трафіка.

Наприклад, якщо для k -ої гармоніки

$$S_0(A_k, \omega_k, \phi_{1k}) = \text{const}, \quad \phi_{1k} = \phi_{11k}, \phi_{12k}, \dots, \phi_{1N_k}, \quad (2.78)$$

де ϕ_{1k} - поточне значення фази k -ої гармоніки, $\phi_{1k} \in [-\pi/2; \pi/2]$, тоді приймається рішення про відсутність цієї гармоніки в структурі періодичного трафіка.

Для оптимального визначення структури і параметрів викривленого завадою періодичного трафіка в системі Mathcad розроблено процедуру Worksheet OptEst-PT-n (додаток В.4), що узагальнює процедуру Worksheet OptEst-PT-1 на випадок, коли структура періодичного трафіка включає $n > 1$ гармонік. В цій процедурі рівняння (2.56) - (2.58) замість індексу 1 при параметрах гармонік мають індекс k . Аналогічна заміна індексів має місце і в формулах (2.59) - (2.65). Цикли оптимального оцінювання параметрів гармонік також мають відповідний індекс циклу $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Для підвищення точності і прискорення ітераційного процесу пошуку оптимальних рішень нелінійних рівнянь розроблено новий рекурсивний спосіб. Головна ідея цього способу полягає в тому, що оптимальні значення керованої змінної в ітераційній процедурі і звуження інтервалів оптимального оцінювання в наступній ітерації виконують в залежності від отриманих на попередній ітерації оптимальних значень керованої змінної, а також довжини і знаку нев'язки.

Логіко-арифметичні операції способу описуються системою, яка складається з алгебраїчних рівнянь (2.79) - (2.82) та підсистеми логічних умов відносно поведінки нев'язки (2.83), якими визначаються порядок дій в алгебраїчних рівняннях.

Нижче пояснюються технологічні операції методу та позначення, прийняті в формулах (2.79) - (2.82). На кожному кроці ітераційної процедури метод включає дві основні арифметичні та логічні операції. До арифметичних операцій відносяться операція визначення обох границь інтервалу оптимального оцінювання та операція визначення відповідних цим границям нев'язок. До логічних операцій відносяться операція контролю числа розрядів в границях інтервалів оптимального оцінювання та операція контролю знаків і значень нев'язок.

Алгоритм методу включає наступні операції:

1. Вибір початкового інтервалу $[x_{10}(q), x_{20}(q)]$ оптимального оцінювання по графіку залежності нев'язки від керованої змінної так, щоб значення $x_{10}(q)$, $x_{20}(q)$ знаходилися приблизно на однаковій відстані зліва і справа від точки перетину нев'язкою нульового рівня і мали q розрядів після крапки (звичайно $q_0=3$).

2. Визначення за формулами типу (2.79), (2.80) довжин нев'язки $\Delta_1\{x_{10}(q),g\}$, $\Delta_2\{x_{20}(q),g\}$, на границях інтервалу оптимального оцінювання $[x_{10}(q), x_{20}(q)]$ з точністю до $g_0 \geq q_0$ розрядів після крапки.

3. Перевірка виконання умов «переходу значення нев'язки через нуль» в інтервалі оптимального оцінювання:

$$\Delta_1\{x_{10}(q),g\} < 0, \quad (2.79)$$

$$\Delta_2\{x_{20}(q),g\} > 0 \quad (2.80)$$

4. Визначення поправки для границь наступного звуженого інтервалу оптимального оцінювання

$$\frac{\Delta_2\{x_{20}(q),g\}}{\Delta_2\{x_{20}(q),g\}-\Delta_1\{x_{10}(q),g\}} 10^{-(q+1)} \quad (2.81)$$

5. Визначення верхньої границі наступного звуженого інтервалу оптимального оцінювання

$$x_{21}(q+g) = x_{20}(q) - \frac{\Delta_2\{x_{20}(q),g\}}{\Delta_2\{x_{20}(q),g\}-\Delta_1\{x_{10}(q),g\}} 10^{-(q+1)} \quad (2.82)$$

6. Перевірка виконання умови (2.79) для верхньої границі інтервалу оптимального оцінювання.

7. Визначення нижньої границі наступного звуженого інтервалу оптимального оцінювання

$$x_{11}(q+g) = x_{21}[q+g, (-1)], \quad (2.83)$$

де символ (-1) позначає зменшення числа $x_{11}(q+g)$ в останньому, $(q+g)$ -му розряді на -1.

8. Перевірка умови (2.80) для нижньої границі інтервалу оптимального оцінювання.

На цьому цикл визначення «границь інтервалу – нев'язок – поправки – нових звужених границь» закінчується і якщо не виконується умова забезпечення заданої точності оптимального оцінювання

$$q_1 = (q_0 + g_0) > Q^* \quad (2.84),$$

де Q^* - наперед задане число вірних розрядів в значеннях границь (2.82), (2.83) інтервалу оптимального оцінювання, яким задається потрібна точність оптимального оцінювання керованої змінної, тоді з п.2 виконується наступна ітерація.

Після п.2 і п.5 може виконуватися також перевірка умов досягнення заданої точності по довжині інтервалу оптимального оцінювання або по значенню нев'язки. Ітераційний процес зупиняється у двох випадках: у випадку досягнення наперед заданого вірного числа розрядів в границях інтервалу або у випадку досягнення наперед заданого значення довжини нев'язки.

Поправка (2.82), що має число вірних розрядів g , забезпечує додавання в наступне більш точне значення границі інтервалу оптимальної оцінки додатково g вірних розрядів. Поправка вноситься в q розряд наступного значення, що відображає множник $10^{-(q+1)}$. Вона задається пропорційною до сумарного відхилення нев'язки від нуля.

Як показали експериментальні дослідження, виконані за допомогою пакету Worksheet OptEst-PT-n (додаток В.4), розроблений метод дозволяє в 3-4 рази

зменшити кількість ітерацій в графоаналітичному ітераційному методі та отримувати точні оптимальні оцінки частоти і фази гармонік з вірними 12-15 розрядами після крапки. В інженерних розрахунках та наукових дослідженнях, як правило, доцільно задавати $q^* = g^* = 3$. Оптимальні рішення з $q^* + g^* = 6$ розрядами отримуються за 1-2 ітерації.

Робота пакету Worksheet OptEst-PT-n ілюструється на конкретному прикладі 2.8.

Приклад 2.8. Припустимо, що центрований, без середнього значення, трафік (2.74) має три гармоніки з такими параметрами:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1.0; & A_2 &= 0.666667; & A_3 &= 0.166666; & A_4 &= 0 \\ \omega_1 &= 6.283185; & \omega_2 &= 12.566371; & \omega_3 &= 18.849556; & \omega_4 &= 25.132741; \\ \phi_1 &= 1.047198; & \phi_2 &= 0.785398; & \phi_3 &= 0.628319; & \phi_4 &= 0.523599. \end{aligned}$$

Трафік вимірюється на фоні завади (2.76), з такими параметрами:

$$h_k = 81; N_k = 13, 17, 23, 29; \omega_{1k} = N_k \omega_k; B_k = A_k / \sqrt{h_k};$$

фази гармонік завади мають такі значення:

$$\psi_{11} = 0.261799; \psi_{12} = 0.523599; \psi_{13} = 1.047198; \psi_{14} = 0.785398;$$

Математична модель викривленого завадою періодичного трафіка $Z(t)$ описується формулою (2.77). Реалізації трафіку при зазначених параметрах показані на рис. 2.8.

Візуалізація трафіка виконана з інтервалом дискретизації, що на порядок менший половини періоду третьої гармоніки. При оптимальному оцінюванні параметри оцінювалися при дискретизації з подвоєною частотою третьої гармоніки, а також для порівняння з частотою на порядок вищою.

Для порівняльного аналізу було використано нормований період першої гармоніки $T_1 = 1$, розглядалися реалізації трафіку довжиною два періоди основної частоти.

Оптимальні оцінки амплітуд гармонік розраховувалися за формулою (2.59) при різних індексах гармонік. Оптимальні оцінки початкових фаз гармонік отримувалися численним графоаналітичним ітераційним методом із

застосуванням спеціально розробленого нового рекурсивного способу пошуку оптимальних числових рішень нелінійних рівнянь.

Оптимальна оцінка частоти основної гармоніки виконувалася на першому етапі через період за допомогою графіка, а потім уточнювалася з оптимального рішення нелінійного рівняння відносно частоти першої гармоніки.

В результаті оптимального оцінювання структури і параметрів за допомогою пакету Worksheet OptEst-PT-n (додаток В.4) були отримані наступні оцінки та їх відносні погрішності (оцінки позначені індексом нуль):

$$A_{10} = 1.078588; \quad \delta A_1 = 7.859 \% , \quad A_{20} = 0.685818; \quad \delta A_2 = 2.873\%$$

$$A_{30} = 0.178109; \quad \delta A_3 = 6.865 \% , \quad n = 3.$$

$$\omega_{10} = 6.321860; \quad \delta \omega_1 = 0.616 \% , \quad \omega_{20} = 12.64372;$$

$$\omega_{30} = 18.96558; \quad \delta \omega_2 = \delta \omega_3 = \delta \omega_1;$$

$$\phi_{10} = 0.974493; \quad \delta \phi_1 = - 6.942 \% ; \quad \phi_{20} = 0.635332; \quad \delta \phi_2 = -19.107\%;$$

$$\phi_{30} = 0.635332; \quad \delta \phi_3 = -1.592 \cdot 10^{-6} \% .$$

Відносні погрішності вищих гармонік однакові і співпадають з відносною погрішністю основної гармоніки. Логічна умова перевірки існування четвертої гармоніки (2.78) вірно підтвердила, що цієї гармоніки нема у складі трафіка, тому її параметри не оцінювалися.

Аналіз результатів оптимального оцінювання структури і параметрів гармонік періодичного центрованого трафіка показує, що при відношенні сигнал/шум 81 за потужностями (або 9 за середнє квадратичними значеннями) може бути досягнута потрібна в інженерних розрахунках точність. При збільшенні значень цього відношення точність оптимального оцінювання зростає.

Рис. 2.9 - 2.11 наочно ілюструють цей висновок. На рис. 2.9 показані реалізації викривленого завадою трафіка, його істинного значення та оптимальної оцінки. Можна зробити висновок про те, що оптимальна оцінка трафіка досить точно відображає істинне значення. Погрішності оптимального оцінювання також мають періодичний характер залежності від часу.

Абсолютні погрішності мають періодичний симетричний відносно осі часу характер. З ростом відношення сигнал/шум значення абсолютних погрішностей зменшуються, вони суттєво залежать від фазових співвідношень гармонік трафіка, а також від амплітуд гармонік.

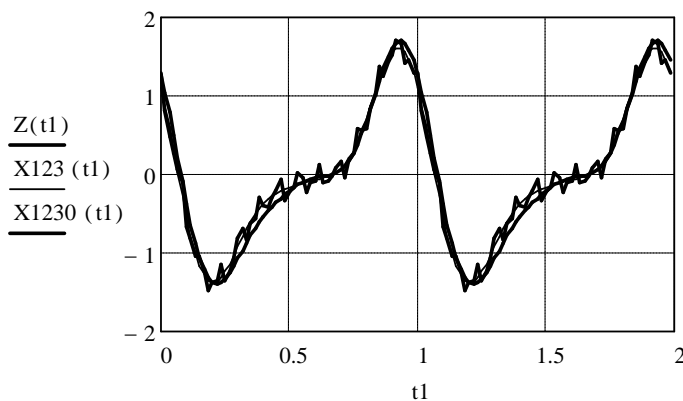


Рис.2.9. Реалізації викривленого завадою трафіка $Z(t_1)$, його істинного значення $X_{123}(t_1)$ та оптимальної оцінки $X_{1230}(t_1)$ в режимі візуалізації

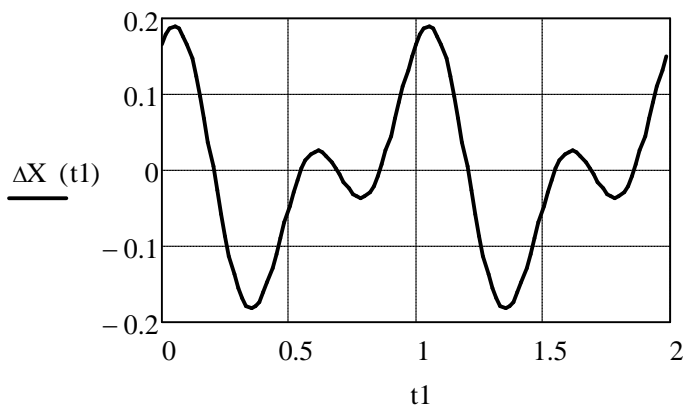


Рис.2.10. Графіки залежності від часу візуалізації абсолютної погрішності оптимальної оцінки центрованого періодичного трафіка

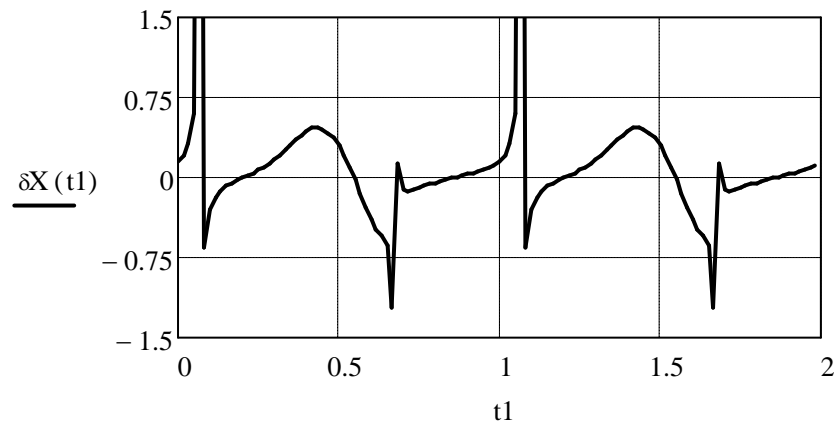


Рис. 2.11. Графіки залежності від часу візуалізації відносної погрішності оптимальної оцінки центрованого періодичного трафіка

Зменшення частоти дискретизації приводить до збільшення абсолютних погрішностей.

Відносні погрішності мають «стрибки та розриви першого роду» через ділення на відносно малі в деякі моменти дискретизації значення центрованого трафіка. Тому малі значення трафіка мають відносно великі погрішності, що має враховуватися при моніторингу та оптимальному обслуговуванні трафіку.

Таким чином, в цьому параграфі розроблено метод визначення структури і параметрів викривленого завадою періодичного трафіка в комп'ютерних мережах. Розроблені математичні моделі випадкового періодичного трафіка та завади; вибрано критерій оптимальності та складено рівняння оптимізації параметрів періодичного трафіка і отримані оптимальні оцінки параметрів періодичного трафіка.

Висновки до розділу 2

1. Поставлені та розв'язані завдання вибору еталонної поліноміальної моделі випадкового нестационарного трафіка, отримані формули для визначення інтенсивностей змін станів трафіку для випадків числа станів трафіку $n = 2, 3, 4$. Розгляд цих трьох випадків дає достатню повну характеристику задач і алгоритму визначення інтенсивностей змін станів трафіку.

Застосування алгоритму визначення інтенсивностей змін станів трафіку є важливою початковою ланкою оптимального моделювання динаміки

нестационарного трафіка. Отримані інтенсивності відіграють роль коефіцієнтів диференціальних рівнянь, що описують динаміку трафіка. Через ці інтенсивності визначаються ймовірності станів трафіку, які, в свою чергу, є початковими даними для оптимізації математичних сподівань і дисперсій квантованих значень трафіка.

2. Вдосконалено метод оптимізації моделей динаміки нестационарного поліноміального трафіка з числом станів $n_0=2, 3, 4$, побудований на основі методу квантування і марковської апроксимації. В дискретному випадку використана метрика простору Евкліда, в неперервному випадку використана метрика простору Гілберта. Показані принципові відмінності моделей при виборі різних метрик. Викладено результати розв'язання задач побудови моделей динаміки нестационарного трафіка з використанням методу квантування і марковської апроксимації; визначено логічний смисл початкових ймовірностей в адекватних моделях; виконано порівняння моделей з різним числом станів трафіку.

3. Поставлені і розв'язані завдання обґрунтування початкових даних для виявлення періодичності трафіка на фоні завади та оптимального оцінювання параметрів першої гармоніки трафіка в комп'ютерних мережах. Розроблені математичні моделі випадкового періодичного трафіка та завади. Вибрано критерій оптимальності та складено рівняння оптимізації параметрів періодичного трафіка. Визначені погрішності оптимального оцінювання параметрів гармонічного трафіка. Для досліджень процедури оптимального оцінювання в системі Mathcad розроблено пакет Worksheet «OptEst-PT-1». Практичне застосування цього пакету прикладних програм дозволяє дослідити закономірності моніторингу періодичного трафіка з урахування основних параметрів корисних сигналів і завад.

4 Розроблений метод визначення структури і параметрів викривленого завадою періодичного трафіка в комп'ютерних мережах. Отримані оптимальні оцінки параметрів періодичного трафіка; визначені погрішності оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка. Наведено приклади використання пакету Worksheet «OptEst-PT-n».

Результати експериментальних досліджень даного розділу наведено в таких публікаціях:

1. Ігнатов В.О. Оптимізація моделей нестационарного поліноміального трафіку комп'ютерної мережі / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2014. – №3(47). – С.36-40.
2. Ладигіна О.А. Спосіб виявлення скритої шумом періодичності трафіку / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015 – №2(50). – С.86-90.
3. Ігнатов В.О. Визначення та дослідження спектру періодичного трафіку / В.О. Ігнатов, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №3(51). – С.61-66.
4. Ладигіна О.А. Оптимальне оцінювання гармонійних складових нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №3(43). – С. 307-312.
5. Ladygina O.A. Optimal Identification of the Periodic Traffic Structure in Heterogeneous Computer Networks Distorted by Noise / O.A. Ladygina // XIV International Scientific Conference "AVIA-2019", Kyiv, April 23-25, 2019, C.8.39-8.41.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ І МОДЕЛІ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЛУГОВУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКУ

3.1. Постановка завдань

Метою розділу є розробка методів і моделей статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах. Для досягнення мети вибираються критерії оптимальності, що включають випадкові аргументи і враховують випадкові фактори. Статистична оптимізація обслуговування трафіку виконується оптимальним вибором числових характеристик пропускних здатностей і обсягів пам'яті буферних пристроїв систем гетерогенних комп'ютерних мереж.

Вихідні числові характеристики визначаються методом лінеаризації нелінійних функцій випадкових аргументів і гаусовської апроксимації розподілів випадкових величин. В ролі типових систем гетерогенних мереж розглядаються найбільш поширені системи: симплексні, дуплексні та багатоканальні лінії зв'язку, комунікаційні центри, сервери, мости, комутатори, маршрутизатори.

Обґрунтовуються постановки і вирішуються задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних, дуплексних та багатоканальних системах в гетерогенних комп'ютерних мережах.

В кожній постановці задачі виконується обґрунтування вибору необхідних вхідних даних, методу розв'язання задачі, очікуваних результатів. В ролі вхідних даних використовуються статистичні дані прямих вимірювань трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах, а також результати спостережень за їх роботою.

Для пошуку екстремумів функцій одної та багатьох змінних використовується класичний метод. В задачах з обмеженнями використовується метод невизначених множників Лагранжа. В ролі очікуваних результатів розглядаються математичні моделі та прикладні алгоритми статистичної оптимізації обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах.

Другий параграф присвячено розробці моделей і алгоритмів статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних (одноканальних) системах гетерогенних комп'ютерних мереж за критерієм середнього ризику. Ця ідея в наступних параграфах розвивається на дуплексні та багатоканальні системи обслуговування трафіка і на гетерогенні комп'ютерні мережі в цілому.

В третьому параграфі оптимальне рішення, що отримано для симплексної системи обслуговування трафіку, узагальнюється на дуплексні системи.

В четвертому параграфі обґрунтовуються постановки і вирішуються задачі побудови еквівалентної схеми і математичної моделі функціонування багатоканальної системи оптимального обслуговування трафіку в умовах невизначеності. Дано обґрунтування залежності критерію оптимальності від випадкових аргументів, вибору методу оптимізації і пошуку оптимального рішення, аналізу залежностей оптимального рішення від параметрів функціонування багатоканальної системи обслуговування трафіку. Визначено взаємозв'язки основних характеристик оптимального режиму.

В п'ятому параграфі ставляться і вирішуються задачі обґрунтування та розроблення математичних моделей критеріїв оптимальності обслуговування трафіка і обмежень для гетерогенних комп'ютерних мереж у цілому. Розв'язуються приклади статистичної оптимізації розподілу реалізацій пропускних здатностей систем гетерогенних комп'ютерних мереж. Аналізуються отримані оптимальні рішення і формулюються певні висновки по результатам аналізу.

Шостий параграф містить висновки по результатам досліджень третього розділу.

3.2. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку

Метою цього параграфу є розробка математичних моделей і методу статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку.

Для досягнення мети ставляться та розв'язуються наступні завдання:

- обґрунтування і вибір критеріїв та вхідних даних задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку;
- отримання залежностей вихідних характеристик від вхідних даних;
- визначення числових характеристик оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку;
- аналіз оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку;
- формулювання висновків і практичних рекомендацій по результатам розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку.

Симплексні (одноканальні) лінії зв'язку забезпечують передачу сигналів в одному напрямку від джерела до користувача інформації, вони є найбільш простими елементами комп'ютерних мереж. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку комп'ютерних мереж дозволяє розв'язувати задачі оптимізації пропускних здатностей ліній зв'язку в умовах невизначеності, коли оптимальні рішення залежать від випадкових параметрів.

В роботі [12] запропоновано метод оптимізації обслуговування трафіку в одноканальних системах гетерогенних комп'ютерних мереж для випадку, коли повністю відомі параметри критерію середнього ризику якості обслуговування трафіку. Задача розв'язується оптимальним вибором пропускної здатності симплексної системи за умов, коли на практиці спостерігаються дві протилежні тенденції. З одного боку, створення і експлуатаційне забезпечення роботи лінії зв'язку супроводжується певними витратами, що прямо пропорційні пропускній здатності системи обслуговування трафіку. З другого боку, при відносно малій пропускній здатності системи обслуговування виникають значні втрати, що обумовлені відмовами в обслуговуванні пакетів даних або великими чергами, що виникають в буферних пристроях комунікаційних центрів тоді, коли швидкість передачі пакетів даних перевищує пропускну здатність системи обслуговування і порушуються умови першої теореми К.Шенона.

Математичне сподівання середнього ризику D_0 визначається з урахуванням середнього коефіцієнту ρ_0 використання лінії зв'язку через ймовірності протилежних подій [12]

$$D_0(a, b, c) = \frac{\rho_0}{1 + \rho_0} \frac{a}{c} + \frac{1}{1 + \rho_0} bc, \quad (3.1)$$

де a, b — параметри функцій втрат і витрат;

c — пропускна здатність симплексної лінії зв'язку,

середній коефіцієнт використання пропускної здатності лінії зв'язку

$$\rho_0 = R_0 / C_0, \quad (3.2)$$

середня швидкість передачі інформації на інтервалі спостереження — середня швидкість трафіка,

$$R_0 = \lambda_0 / \mu_0, \text{ дв. од./сек.}, \quad (3.3)$$

де C_0 — середня пропускна здатність лінії зв'язку на інтервалі спостереження.

Суттєвими недоліками вибору критерію оптимальності обслуговування трафіка у вигляді (3.1) є те, що він не враховує дію випадкових факторів — параметри втрат і витрат розглядаються як точно відомі детерміновані величини.

Для усунення цих недоліків параметри a, b в цій роботі далі розглядаються як випадкові величини, що мають гаусовські розподіли з відповідними числовими характеристиками:

$$M[a] = m_a, \quad D[a] = \sigma_a^2, \quad M[b] = m_b, \quad D[b] = \sigma_b^2 \quad (3.4)$$

У цьому більш загальному випадку задача оптимізації обслуговування трафіка приймає статистичний характер. Критерій оптимізації перетворюється у функцію двох випадкових аргументів. Оптимальне рішення стає також залежним від цих двох випадкових аргументів. Саме у цьому сенсі введено нове поняття «статистична оптимізація обслуговування трафіку».

Виконуючи операції обчислення математичного сподівання, дисперсії та коефіцієнта варіації критерію оптимізації (3.1) з урахуванням числових

характеристик (3.4), отримуються числові характеристики задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку:

$$M[D_0(a, b, c)] = \left(\frac{1}{1 + \rho_0} \right) \left(\frac{m_a \rho_0}{m_c} + m_b m_c \right) \quad (3.5)$$

$$D[D_0(a, b, c)] = \left(\frac{1}{1 + \rho_0} \right)^2 \left[\left(\frac{\sigma_a \rho_0}{m_c} \right)^2 + \sigma_b^2 m_c^2 \right] \quad (3.6)$$

$$V[D_0(a, b, c)] = \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_a \rho_0}{m_c} \right)^2 + \sigma_b^2 m_c^2 \right]} \left/ \left(\frac{m_a \rho_0}{m_c} + m_b m_c \right) \right. \quad (3.7)$$

Формули (3.5) – (3.7) дозволяють розраховувати числові характеристики критерію середнього ризику по заданим числовим характеристикам втрат і витрат (3.4).

Оптимальне рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку також залежить від випадкових параметрів a , b .

Оптимальне значення пропускної здатності

$$C_{opt}(a, b) = \sqrt{\frac{a}{b} \rho_0} = \sqrt{\rho_0} \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad (3.8)$$

мінімальне значення критерію середнього ризику

$$D_{0min}(a, b) = \frac{2\sqrt{\rho_0}}{1 + \rho_0} \sqrt{ab} \quad (3.9)$$

Критерій середнього ризику $D_{0min}(\rho_0)$ досягає максимальних значень при $\rho_0 = 1$

$$D_{0minmax}(\rho_0 = 1) = \sqrt{ab}. \quad (3.10)$$

За допомогою методу лінеаризації і гаусовської апроксимації розподілів випадкових функцій (3.8), (3.9) визначають числові характеристики оптимального рішення. Після обчислення відповідних похідних і використання операцій визначення математичного сподівання отримують математичне сподівання, дисперсію та коефіцієнт варіації оптимального значення пропускної здатності симплексного каналу

$$M[C_{opt}(a,b)] = m_{C0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b} \rho_0} \quad (3.11)$$

$$D[C_{opt}(a,b)] = D_{C0} = \frac{1}{4} m_{C0}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] \quad (3.12)$$

$$V^2[C_{opt}(a,b)] = V^2_{C0} = \frac{D[C_{opt}(a,b)]}{M^2[C_{opt}(a,b)]} = \frac{1}{4} [V_a^2 + V_b^2] \quad (3.13)$$

$$V[C_{opt}(a,b)] = V_{C0} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} \quad (3.14)$$

Аналогічно визначають математичне сподівання, дисперсію та коефіцієнт варіації мінімального значення критерію середнього ризику при оптимальному обслуговуванні трафіку в симплексному каналі

$$M[D_{min}(a,b)] = m_{Dm} = \frac{2\sqrt{\rho_0}}{1+\rho_0} \sqrt{m_a m_b} \quad (3.15)$$

$$D[D_{min}(a,b)] = D_{Dm} = \frac{1}{4} m_{Dm}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] \quad (3.16)$$

$$V^2[D_{min}(a,b)] = V^2_{Dm} = \frac{D[D_{min}(a,b)]}{M^2[D_{min}(a,b)]} = \frac{1}{4} [V_a^2 + V_b^2] \quad (3.17)$$

$$V[D_{min}(a,b)] = V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} \quad (3.18)$$

Аналізуючи співвідношення (3.11) – (3.18), можна зробити такі висновки:

- відносна погрішність визначення обох числових характеристик оптимального рішення визначається однаково через відносні погрішності втрат і витрат за формулами (3.14) і (3.18);

- при однакових відносних погрішностях втрат і витрат відносні погрішності оптимального рішення зменшуються пропорційно кореню другого ступеню з числа випадкових змінних.

Нижче наведений приклад розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексній лінії зв'язку. Для цього використано

спеціально розроблену в Mathcad програму розрахунку числових характеристик оптимальних симплексних каналів «Simplex channel» (додаток В.5.1).

Приклад 3.1. Припустимо, що відомі наступні вхідні дані:

$$m_{a1} = 0.5 \cdot 10^7 \text{ у.о. дв. од. / рік сек. лінію};$$

$$\sigma_{a1} = 0.75 \cdot 10^6 \text{ у.о. дв. од. / рік сек. лінію};$$

$$m_{b1} = 0.25 \cdot 10^{-3} \text{ у.о. сек. / рік дв. од. лінію};$$

$$\sigma_{b1} = 0.375 \cdot 10^{-4} \text{ у.о. сек. / рік дв. од. лінію};$$

$$\rho_0 = 0.1; V_{a1} = V_{b1} = 0.15.$$

Необхідно визначити числові характеристики оптимального рішення.

Числові характеристики оптимальної пропускної здатності симплексної лінії розраховують за формулами (3.11) - (3.14) і отримують:

$$m_{C0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} \rho_0 = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^7}{0.25 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0.1 = 0.447 \cdot 10^5 \text{ дв. од./сек.};$$

$$D_{C0} = \frac{1}{4} m_{C0}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{4} (0.447 \cdot 10^5)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 0.224 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}^2;$$

$$V_{C0} = V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.15^2 + 0.15^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.045} = 0.106 = 10.6\%$$

Розраховуються числові характеристики мінімального значення критерію середнього ризику:

$$m_{Dm} = \frac{2\sqrt{\rho_0}}{1+\rho_0} \sqrt{m_a m_b} = \frac{2\sqrt{0.1}}{1+0.1} \sqrt{0.5 \cdot 10^7 \times 0.25 \cdot 10^{-3}} = 20.3 \text{ у.о. / рік лінію};$$

$$D_{Dm} = \frac{1}{4} m_{Dm}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] = \frac{1}{4} (20.3)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 4.64 \text{ (у.о. / рік лінію)}^2$$

$$V^2_{Dm} = \frac{D_{Dm}}{m_{Dm}^2} = \frac{1}{4} [V_a^2 + V_b^2]. \quad V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = 0.106 = 10.6\%$$

Можна зробити висновок про те, що числові характеристики оптимального рішення визначаються з достатньою для інженерних розрахунків точністю.

Метод статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку включає наступні операції: обґрунтування і вибір критерію та вхідних даних задачі, отримання залежностей вихідних характеристик від вхідних даних, визначення числових характеристик оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку, аналіз оптимального рішення задачі, формулювання висновків і практичних рекомендацій по результатам розв'язання задачі.

Таким чином, в цьому параграфі побудовані математичні моделі (3.5) – (3.7), (3.11) – (3.18), що дозволяють розробляти прикладні алгоритми статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку. Обґрунтовані і вибрані критерії статистичної оптимізації обслуговування трафіку та необхідні вхідні дані задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Отримані залежності вихідних характеристик (3.5) – (3.7) від вхідних даних (3.4). Визначені числові характеристики (3.11) – (3.18) оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Наведено приклад розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Сформульовано висновки і практичні рекомендації по результатам розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку.

3.3. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку

Метою цього параграфу є розробка математичних моделей і методу статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку.

Дуплексні (двоканальні) лінії зв'язку забезпечують одночасно двосторонню передачу сигналів по лінії зв'язку, вони є найбільш розповсюдженими елементами інфокомунікаційних мереж. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку комп'ютерних мереж дозволяє розв'язувати задачі оптимізації пропускних здатностей ліній зв'язку в умовах невизначеності, коли оптимальні рішення залежать від випадкових параметрів.

Для дуплексних ліній зв'язку критерій середнього ризику приймає вигляд

$$D_0(c_1, c_2) = \sum_{i=1}^2 q_i \left(\frac{\rho_i}{1 + \rho_i} \frac{a_i}{c_i} + \frac{1}{1 + \rho_i} b_i c_i \right), \quad (3.19)$$

де показник відносної завантаженості i – го каналу

$$q_i = \rho_i / \sum_{i=1}^2 \rho_i,$$

a_i – випадковий параметр втрат від перевантаження i -го каналу,

b_i – випадковий параметр витрат на створення і обслуговування i -го каналу,

c_i – пропускна здатність i -го каналу,

ρ_i – середній коефіцієнт використання пропускної здатності i -го каналу.

Критерій оптимізації (3.19) у цьому випадку представляє собою функцію чотирьох випадкових аргументів. Якщо припустити, що всі аргументи мають гаусовські розподіли з відповідними числовими характеристиками

$$M[a_i] = m_{ai}, D[a_i] = \sigma_{ai}^2, M[b_i] = m_{bi}, D[b_i] = \sigma_{bi}^2, i = 1, 2, \quad (3.20)$$

тоді можна знайти, як це було зроблено в попередньому параграфі, всі числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку дуплексною лінією зв'язку.

Оптимальний розподіл пропускної здатності між прямим і зворотнім каналами у цьому випадку визначається співвідношенням (3.8) з урахуванням поточного індексу каналу зв'язку за умови, що q_i не дорівнюють нулю,

$$C_{i,opt}(a_i, b_i) = \sqrt{\frac{a_i}{b_i} \rho_i} = \sqrt{\rho_i} \sqrt{\frac{a_i}{b_i}}, \quad i = 1, 2. \quad (3.21)$$

Мінімальне значення критерію середнього ризику визначається за формулою

$$D_m(a_1, b_1, a_2, b_2) = \sum_{i=1}^2 q_i D_{mi}(a_i, b_i) = \sum_{i=1}^2 q_i \frac{2\sqrt{\rho_i}}{1 + \rho_i} \sqrt{a_i b_i} \quad (3.22)$$

Застосовуючи метод лінеаризації і гаусовської апроксимації складових оптимального рішення, отримують математичне сподівання, дисперсію і коефіцієнт варіації оптимального значення пропускної здатності i -го каналу:

$$m_{Ci} = \sqrt{\frac{m_{ai}}{m_{bi}} \rho_i}, \quad i = 1, 2; \quad (3.23)$$

$$D_{Ci} = \frac{1}{4} m_{Ci}^2 \left[\frac{\sigma_{ai}^2}{m_{ai}^2} + \frac{\sigma_{bi}^2}{m_{bi}^2} \right] \quad (3.24)$$

$$V_{Ci} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_{ai}^2 + V_{bi}^2]} \quad (3.25)$$

Аналогічно отримується математичне сподівання, дисперсія і коефіцієнт варіації мінімального значення критерію середнього ризику при оптимальному обслуговуванні трафіку дуплексною лінією зв'язку

$$m_{Dm} = \sum_{i=1}^2 q_i \frac{2\sqrt{\rho_i}}{1+\rho_i} \sqrt{m_{ai}m_{bi}} \quad (3.26)$$

$$D_{Dm} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 q_i^2 m_{Di}^2 \left[\frac{\sigma_{ai}^2}{m_{ai}^2} + \frac{\sigma_{bi}^2}{m_{bi}^2} \right] = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 q_i^2 m_{Di}^2 [V_{ai}^2 + V_{bi}^2] \quad (3.27)$$

$$V_{Dm} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^2 q_i^2 m_{Di}^2 [V_{ai}^2 + V_{bi}^2]}}{\sum_{i=1}^2 q_i \frac{2\sqrt{\rho_i}}{1+\rho_i} \sqrt{m_{ai}m_{bi}}} \quad (3.28)$$

Нижче наведено приклад розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку дуплексною лінією зв'язку за допомогою спеціально розробленої в Mathcad програми розрахунку числових характеристик оптимальних дуплексних каналів «Duplex channel» (В.5.2).

Приклад 3.2. Припустимо, що прямий канал має числові характеристики оптимальної симплексної лінії зв'язку, що була розглянута в прикладі 3.1. Тоді

$$m_{C1} = \sqrt{\frac{m_{a1}}{m_{b1}} \rho_1} = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^7}{0.25 \cdot 10^3} \cdot 0.1} = 0.447 \cdot 10^5 \text{ дв. од./сек.};$$

$$D_{C1} = \frac{1}{4} m_{C1}^2 \left[\frac{\sigma_{a1}^2}{m_{a1}^2} + \frac{\sigma_{b1}^2}{m_{b1}^2} \right] = \frac{1}{4} (0.447 \cdot 10^5)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 0.224 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}^2$$

$$V_{C1} = V_{D1} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_{a1}^2 + V_{b1}^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.15^2 + 0.15^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.045} = 0.106 = 10.6\%.$$

$$m_{D1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{1+\rho_1} \sqrt{m_{a1}m_{b1}} = \frac{2\sqrt{0.1}}{1+0.1} \sqrt{0.5 \cdot 10^7 \cdot 0.25 \cdot 10^3} = 20.3 \text{ у. о. / рік канал};$$

$$D_{D1} = \frac{1}{4} m_{D1}^2 \left[\frac{\sigma_{a1}^2}{m_{a1}^2} + \frac{\sigma_{b1}^2}{m_{b1}^2} \right] = \frac{1}{4} (20.3)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 4.64 \text{ (у. о. / рік канал)}^2$$

$$V_{D1} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_{a1}^2 + V_{b1}^2]} = 0.106 = 10.6 \%$$

Вхідні дані для розрахунку вихідних характеристик оптимального зворотного симплексного каналу:

$$m_{a2} = 0.45 \cdot 10^7 \text{ у.о. дв. од. / рік сек. канал};$$

$$\sigma_{a2} = 0.75 \cdot 10^6 \text{ у.о. дв. од. / рік сек. канал}; \quad V_{a2}^2 = \sigma_{a2}^2 / m_{a2}^2 = 0.167$$

$$m_{b2} = 0.125 \cdot 10^{-3} \text{ у.о. сек. / рік дв. од. канал};$$

$$\sigma_{b2} = 0.275 \cdot 10^{-4} \text{ у.о. сек. / рік дв. од. канал}; \quad V_{b2}^2 = \sigma_{b2}^2 / m_{b2}^2 = 0.155$$

$$\rho_2 = 0.075;$$

Розрахунок вихідних характеристик оптимального зворотного каналу:

$$m_{C2} = \sqrt{\frac{m_{a2}}{m_{b2}}} \rho_2 = \sqrt{\frac{0.45 \cdot 10^7}{0.125 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0.075 = 0.52 \cdot 10^5 \text{ дв. од./сек.};$$

$$D_{C2} = \frac{1}{4} m_{C2}^2 \left[\frac{\sigma_{a2}^2}{m_{a2}^2} + \frac{\sigma_{b2}^2}{m_{b2}^2} \right] = \frac{1}{4} (0.52 \cdot 10^5)^2 [0.167^2 + 0.155^2] = 0.35 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}$$

2

$$V_{C2} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_{a2}^2 + V_{b2}^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.167^2 + 0.155^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.0518} = 0.114 = 11.4\%.$$

$$m_{D2} = \frac{2\sqrt{\rho_2}}{1+\rho_2} \sqrt{m_{a2} m_{b2}} = \frac{2\sqrt{0.075}}{1+0.075} \sqrt{0.45 \cdot 10^7 \times 0.125 \cdot 10^{-3}} = 12.1 \text{ у.о. / рік канал};$$

$$D_{D2} = \frac{1}{4} m_{D2}^2 \left[\frac{\sigma_{a2}^2}{m_{a2}^2} + \frac{\sigma_{b2}^2}{m_{b2}^2} \right] = \frac{1}{4} (12.1)^2 [0.167^2 + 0.155^2] = 1.89 \text{ (у.о. / рік канал)}^2$$

$$V_{D2} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_{a2}^2 + V_{b2}^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.167^2 + 0.155^2]} = 0.114 = 11.4\% \%$$

За формулами (3.26) – (3.28) обраховуються вихідні характеристики оптимальної дуплексної лінії зв'язку

$$\begin{aligned}
m_{Dm} &= \sum_{i=1}^2 q_i \frac{2\sqrt{\rho_i}}{1+\rho_i} \sqrt{m_{ai}m_{bi}} = \frac{0.1}{0.1+0.075} \frac{2\sqrt{0.1}}{1+0.1} \sqrt{0.5 \cdot 10^7 \cdot 0.25 \cdot 10^{-3}} + \\
&+ \frac{0.075}{0.1+0.075} \frac{2\sqrt{0.075}}{1+0.075} \sqrt{0.45 \cdot 10^7 \cdot 0.125 \cdot 10^{-3}} = 0.571 \cdot 0.575 \cdot 35.3 + 0.429 \cdot 0.509 \cdot 23.7 = \\
&= 11.6 + 5.18 = 16.78 \\
D_{Dm} &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 q_i^2 m_{Di}^2 [V_{ai}^2 + V_{bi}^2] = \frac{1}{4} [0.571^2 \cdot 20.3^2 (0.15^2 + 0.15^2) + \\
&+ 0.429^2 \cdot 12.1^2 (0.167^2 + 0.155^2)] = \frac{1}{4} [6.045 + 1.398] = 1.86 \\
V_{Dm} &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^2 q_i^2 m_{Di}^2 [V_{ai}^2 + V_{bi}^2]}}{\sum_{i=1}^2 q_i \frac{2\sqrt{\rho_i}}{1+\rho_i} \sqrt{m_{ai}m_{bi}}} = \frac{\sqrt{1.86}}{16.78} = 0.08127 = 8.127\%
\end{aligned}$$

Таким чином, розрахунок вихідних характеристик оптимальної дуплексної лінії зв'язку включає в себе, на першому етапі, розрахунок вихідних характеристик прямого та зворотного каналів як симплексних каналів зв'язку, а потім, на другому етапі, розрахунок вихідних характеристик оптимальної дуплексної лінії зв'язку.

За результатами цього параграфу можна зробити такі висновки:

1. Побудовані математичні моделі і алгоритми статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку.
2. Обґрунтовані та вибрані критерії, а також вхідні дані статистичної оптимізації обслуговування трафіку.
3. Отримані залежності вихідних характеристик від вхідних даних.
4. Визначені числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях (3.23-3.28).
5. Наведено приклад аналізу оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку дуплексними лініями.

3.4. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в багатоканальних системах

Головною метою цього параграфу є узагальнення оптимального рішення, що отримано для симплексних і дуплексних каналів обслуговування трафіку, на багатоканальні системи, в ролі яких звичайно виступають багатоканальні лінії зв'язку, комунікаційні центри, вузли мережі, маршрутизатори.

Для досягнення цієї мети обґрунтовуються постановки і вирішуються наступні завдання:

- обґрунтування еквівалентної схеми і математичної моделі функціонування багатоканальної системи обслуговування трафіку;
- обґрунтування критерію оптимальності;
- вибір методу оптимізації і пошук оптимального рішення;
- аналіз залежностей оптимального рішення від параметрів функціонування багатоканальної системи обслуговування трафіку;
- визначення взаємозв'язків основних характеристик оптимального режиму обслуговування трафіку.

Для загального моделювання принципу функціонування багатоканальної системи обслуговування трафіку використано еквівалентну схему рис 3.1, що була запропонована в роботі [12].

Схема пов'язує такі характеристики: загальну інтенсивність λ_N потоку пакетів даних, що поступають в систему обслуговування

$$\lambda_N = \sum_{i=1}^N \lambda_i, \quad (3.29)$$

середню довжину пакетів даних

$$\ell_N = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\lambda_N} \frac{1}{\mu_i} = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\lambda_N} \ell_i = \frac{1}{\mu_N}, \quad (3.30)$$

середню швидкість передачі пакетів даних

$$R_N = \frac{\lambda_N}{\mu_N} = \lambda_N \cdot \ell_N \quad (3.31)$$

середню пропускну здатність багатоканальної лінії зв'язку

$$C_N = \sum_{i=1}^N C_i, \quad (3.32)$$

середній коефіцієнт використання багатоканальної лінії зв'язку

$$\rho_N = \frac{R_N}{C_N} = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i / \mu_i}{\sum_{i=1}^N C_i} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{\sum_{i=1}^N C_i} \quad (3.33)$$

а також ймовірність того, що число n вимог на обслуговування буде дорівнювати або буде більше, ніж число N каналів в лінії зв'язку, тобто ймовірність того, що лінія буде зайнята

$$P(n \geq N) = \frac{(N\rho_0)^N / (1 - \rho_0)N!}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N\rho_0)^n}{n!} + \frac{(N\rho_0)^N}{(1 - \rho_0)N!}} \quad (3.34)$$

і ймовірність того, що лінія буде вільна (доступна)

$$P(n < N) = 1 - P(n \geq N) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N\rho_0)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N\rho_0)^n}{n!} + \frac{(N\rho_0)^N}{(1 - \rho_0)N!}}, \quad (3.35)$$

де N — кількість каналів в системі обслуговування трафіку,

n — кількість пакетів даних, що поступають на обслуговування,

коефіцієнт використання пропускну здатності системи обслуговування за умови, що усі її канали мають однакові характеристики, тобто

$$\rho_0 = \frac{R_0}{C_0} \quad (3.36)$$

$$R_N = NR_0 = \sum_{i=1}^N R_i \quad (3.37)$$

$$C_{N\Sigma} = NC_0 = \sum_{i=1}^N C_i \quad (3.38)$$

$$\rho_N = \rho_0. \quad (3.39)$$

Джерелами пакетів даних для схеми рис. 3.1 є попередні вузли мережі $B_1 - B_{N_1}$, що надсилають потоки пакетів даних з сумарною інтенсивністю (3.29), середньою довжиною пакету даних (3.30) і середньою швидкістю передачі пакетів даних (3.31). Буферний пристрій приймає пакети даних і формує чергу для їх обслуговування. Якщо є хоча б один вільний канал у вихідній багатоканальній лінії зв'язку, комутатор пакетів (КП) даних не надсилає їх в чергу, а відразу ж направляє на обслуговування.

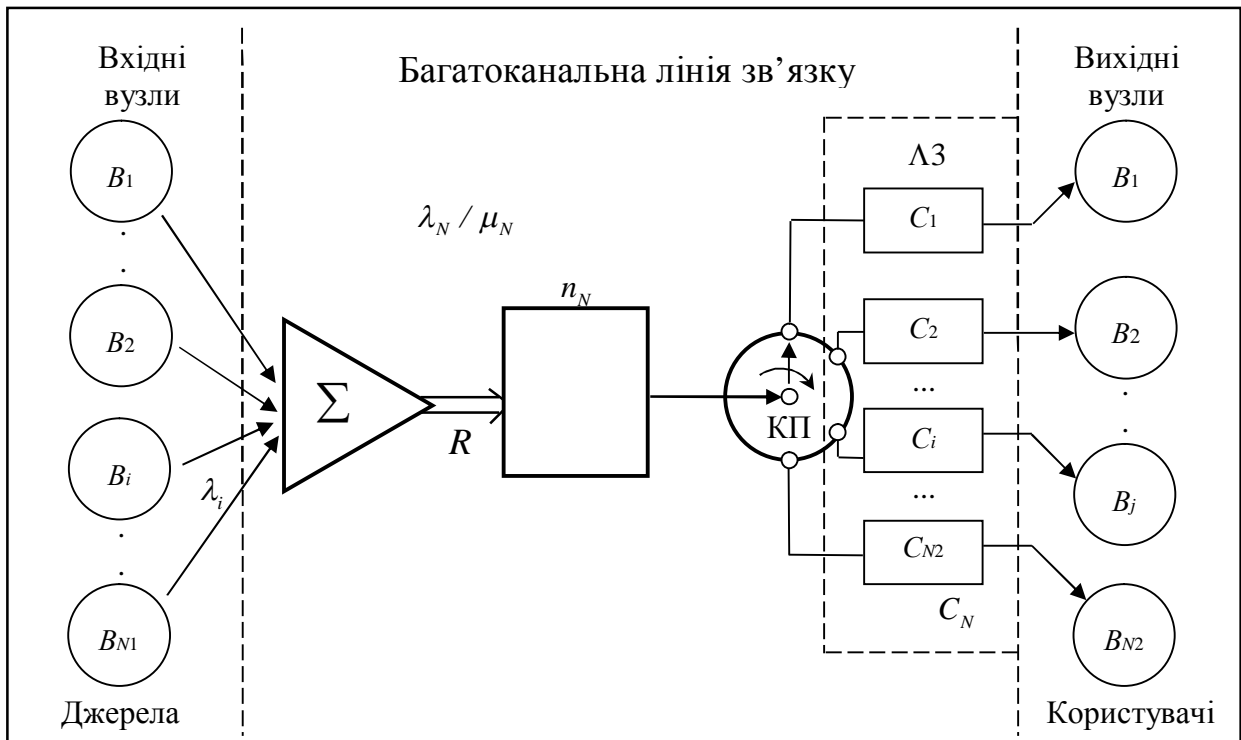


Рис. 3.1. Еквівалентна схема багатоканальної системи обслуговування трафіку

Якщо всі канали зайняті, пакет даних займає місце в черзі в буферному пристрої. Як і раніш, кожен канал має власну тривалість обслуговування

$$T_{0i} = \frac{1}{\mu_i C_i} = \frac{\ell_i}{C_i} \quad (3.40)$$

для тих пакетів даних, які не затримуються в черзі, а відразу ж поступають на обслуговування.

З метою спрощення математичної моделі, усі канали схеми в даному параграфі обрано ідентичними з однаковими характеристиками, тобто

$$C_i = C_0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.41)$$

Приймається також припущення про те, що пакет даних, який поступив першим, першим обслуговується і надходить на перший вільний канал. Якщо вільних каналів декілька, вибір одного з них виконується простим випадковим вибором за рівномірним розподілом ймовірностей вибору каналу. Тривалість обслуговування пакету даних складається з тривалості очікування обслуговування в черзі і тривалості передачі по каналу зв'язку.

В ролі критерію оптимізації пропускної здатності лінії зв'язку, як і раніш, вибрано критерій середнього ризику, який в цьому узагальненому випадку має такий вигляд

$$D(n, N, a, b, C_N) = P(n \geq N) \frac{a_N}{C_N} + P(n < N) b_N C_N, \quad (3.42)$$

де a_N і b_N — випадкові параметри функцій втрат і витрат в N каналній системі,

C_N — сумарна пропускна здатність вихідної багатоканальної лінії зв'язку,

$P(n \geq N)$ і $P(n < N)$ — ймовірності (3.34), (3.35).

Якщо справедливою апроксимацією (3.42) критерію середнього ризику і прийняті припущення щодо функціонування еквівалентної схеми багатоканальної системи обслуговування, тоді оптимальне значення пропускної здатності вихідної багатоканальної лінії як функції випадкових параметрів a_N і b_N

$$C_{Nopt}(a_N, b_N) = \sqrt{\frac{P(n \geq N) a_N}{P(n < N) b_N}}, \quad (3.43)$$

Це оптимальне значення пропускної здатності вихідної багатоканальної лінії забезпечує таке мінімальне значення критерію (3.42)

$$D_{min}(a_N, b_N) = 2\sqrt{P(n \geq N)P(n < N)}\sqrt{a_N b_N}, \quad (3.44)$$

При $N = 1$ з результатів (3.43), (3.44) випливають як сингулярний випадок результати (3.8), (3.9) для симплексних каналів, тому (3.43), (3.44) є

узагальненням задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку на випадки $N > 1$.

Ці результати дозволяють:

- визначати вплив числа пакетів n і числа каналів N системи обслуговування трафіку на оптимальне рішення;
- визначати переваги і недоліки застосування багатоканальної системи обслуговування трафіку, що функціонує в оптимальному режимі, відносно оптимальної симплексної лінії зв'язку;
- визначати числові характеристики критерію середнього ризику по числовим характеристикам випадкових параметрів a_N, b_N , а також чисел n, N .

Вхідними даними для розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в багатоканальних лініях зв'язку служать числові характеристики випадкових параметрів a_N, b_N :

$$M[a_N] = m_{a_N}, D[a_N] = (\sigma_{a_N})^2, M[b_N] = m_{b_N}, D[b_N] = (\sigma_{b_N})^2. \quad (3.45)$$

Метод лінеаризації і гаусовської апроксимації використовується для визначення по цим даним числових характеристик оптимального рішення (3.43) - (3.44).

Для скорочення запису формул введені допоміжні коефіцієнти

$$K_1(n, N) = \sqrt{\frac{P(n \geq N)}{P(n < N)}}, \quad K_2(n, N) = 2\sqrt{P(n \geq N)P(n < N)}. \quad (3.46)$$

Для ілюстрації особливостей застосування методу лінеаризації і гаусовської апроксимації показано, як обчислюються математичні сподівання, похідні і компоненти дисперсії оптимальної пропускної здатності (3.43).

Математичне сподівання оптимальної пропускної здатності (3.43)

$$M[C_{Nopt}(a_N, b_N)] = K_1(n, N) \sqrt{\frac{m_{a_N}}{m_{b_N}}} \quad (3.47)$$

Похідна оптимальної пропускної здатності по параметру a_N

$$\frac{\partial C_N}{\partial a_N} = K_1(n, N) \left(\frac{-1}{2} \right) \sqrt{\frac{b_N}{a_N}} \frac{1}{b_N} = \left(\frac{-1}{2} \right) C_{Nopt}(a_N, b_N) \frac{1}{a_N} \quad .$$

Тому перша складова дисперсії оптимальної пропускної здатності, що обумовлена випадковим параметром a_N , визначається за формулою

$$M\left[\left(\frac{\partial C_N}{\partial a_N}\right)^2\right] (\sigma_{a_N})^2 = \frac{1}{4} M[C_{\text{Opt}}^2(a_N, b_N)] \left(\frac{\sigma_{a_N}}{m_{a_N}}\right)^2.$$

Аналогічно визначається друга складова дисперсії оптимальної пропускної здатності, що обумовлена випадковим параметром b_N ,

$$M\left[\left(\frac{\partial C_N}{\partial b_N}\right)^2\right] (\sigma_{b_N})^2 = \frac{1}{4} M[C_{\text{Opt}}^2(a_N, b_N)] \left(\frac{\sigma_{b_N}}{m_{b_N}}\right)^2.$$

Таким чином, дисперсія оптимальної пропускної здатності багатоканальної лінії зв'язку визначається за формулою

$$D[C_{\text{Opt}}(a_N, b_N)] = \frac{1}{4} M[C_{\text{Opt}}^2(a_N, b_N)] \left[\left(\frac{\sigma_{a_N}}{m_{a_N}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b_N}}{m_{b_N}}\right)^2 \right]. \quad (3.48)$$

Коефіцієнт варіації оптимальної пропускної здатності багатоканальної лінії зв'язку визначається за формулою

$$V[C_{\text{Opt}}(a_N, b_N)] = \frac{1}{2} \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_{a_N}}{m_{a_N}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b_N}}{m_{b_N}}\right)^2 \right]}. \quad (3.49)$$

Приклад 3.3. Визначити характеристики (3.43), (3.44) оптимального рішення при числі прямих симплексних каналів в лінії $N = 2$. Для ілюстрації необхідних особливостей розрахунків проведені потрібні проміжні перетворення.

1. Визначення ймовірності (3.34) і (3.35). Ймовірність того, що двоканальна система буде зайнята обслуговуванням попередніх пакетів даних

$$P(n \geq 2) = \frac{(2\rho_0)^2 / (1 + \rho_0) 2!}{1 + \frac{2\rho_0}{l!} + \frac{(2\rho_0)^2}{(1 + \rho_0) 2!}} = \frac{2\rho_0^2 / (1 + \rho_0)}{1 + 2\rho_0 + \frac{2\rho_0^2}{1 + \rho_0}} = \frac{2\rho_0^2}{1 + \rho_0} = \frac{\rho_0}{1 + \rho_0} 2\rho_0 \quad (3.50)$$

Порівнюючи $P(n \geq 2)$ з $P(n \geq 1)$ для одноканальної лінії зв'язку (3.1), можна помітити, що ймовірність зайнятості системи визначається множником $2\rho_0$. При $\rho_0 < 1/2$ ймовірність зайнятості двоканальної системи менша ніж у одноканальної

системи, при $\rho_0 \geq 1/2$ ймовірність зайнятості системи більша ніж у одноканальній системі.

Ймовірність того, що система буде вільна (доступна для обслуговування наступного пакет даних)

$$P(n < 2) = 1 - P(n \geq 2) = 1 - \frac{2\rho_0^2}{1 + \rho_0} = \frac{1 + \rho_0 - 2\rho_0^2}{1 + \rho_0} \quad (3.51)$$

Оптимальна пропускна здатність двоканальної системи зв'язку згідно (3.43)

$$C_{2opt} = \sqrt{\frac{2\rho_0^2}{1 + \rho_0} \frac{1 + \rho_0}{1 + \rho_0 - 2\rho_0^2} \frac{a_2}{b_2}} = \sqrt{\frac{2\rho_0^2}{1 + \rho_0 - 2\rho_0^2}} \sqrt{\frac{a_2}{b_2}} \quad (3.52)$$

З формули (3.52) слідує, що оптимальне значення пропускної здатності кожного каналу двоканальної системи

$$C_{1,2opt} = \rho_0 \sqrt{\frac{1}{2(1 + \rho_0 - 2\rho_0^2)}} \sqrt{\frac{a_2}{b_2}} \quad (3.53)$$

Якщо припустити, що витрати на обслуговування каналів однакові:

$$a_2 = a, \quad b_2 = 2b, \quad (3.54)$$

тоді порівняння відносно одноканальної системи показує, що індексний показник ефективності двоканальної системи порівняно з одноканальною системою доцільно описувати співвідношенням

$$W(\rho_0) = \frac{C_{1,2opt}}{C_{1opt}} = \sqrt{\frac{\rho_0}{4(1 + \rho_0 - 2\rho_0^2)}} = C_{1opt} \sqrt{\frac{1}{4(1 + \rho_0 - 2\rho_0^2)}} \quad (3.55)$$

Нижче наведено, як змінюється коефіцієнт

$$k_c(\rho_0) = \sqrt{\frac{1}{4(1 + \rho_0 - 2\rho_0^2)}} \quad (3.56)$$

показника ефективності в залежності від ρ_0 .

На рис. 3.2 показано графік залежності $k_c(\rho_0)$. Аналізуючи формулу (3.56) і цей графік, можна зробити висновок, що оптимальна двоканальна система при $\rho_0 = 0.9$ має однакову оптимальну пропускну здатність каналів. В той же час при

$\rho_0 \geq 0.75$ різко зменшується оптимальна пропускна здатність кожного каналу двоканальної системи.

Сумарні мінімальні витрати для двоканальної системи визначаються за допомогою співвідношення (3.47)

$$D_{\min 2}(C_{2opt}) = 2 \sqrt{\frac{2\rho_0^2(1+\rho_0 - 2\rho_0^2)}{(1+\rho_0)^2}} \sqrt{a_2 b_2} \quad (3.57)$$

Враховуються припущення (3.54) відносно параметрів двоканальної системи, тоді нормовані мінімальні витрати

$$Z_{\min 2}(C_{2opt}) = \frac{4\rho_0}{1+\rho_0} \sqrt{1+\rho_0 - 2\rho_0^2} \quad (3.58)$$

Порівнюючи формули (3.58) з (3.9), визначають, що мінімальні сумарні витрати двоканальної і одноканальної систем пов'язані співвідношенням

$$K_D(\rho_0) = \frac{4\rho_0}{1+\rho_0} \frac{\sqrt{1+\rho_0 - 2\rho_0^2}(1+\rho_0)}{2\sqrt{\rho_0}} = 2\sqrt{\rho_0(1+\rho_0 - 2\rho_0^2)} \quad (3.59)$$

Графік залежності $K_D(\rho_0)$ показано на рис. 3.2. Аналізуючи цей графік, можна зробити висновок про те, що використання двоканальної системи при $\rho_0 < 0.2$ і $\rho_0 > 0.87$ дає суттєве зменшення нормованих мінімальних витрат. В той же час, при $0.2 < \rho_0 < 0.87$ перевагу має застосування одноканальної системи.

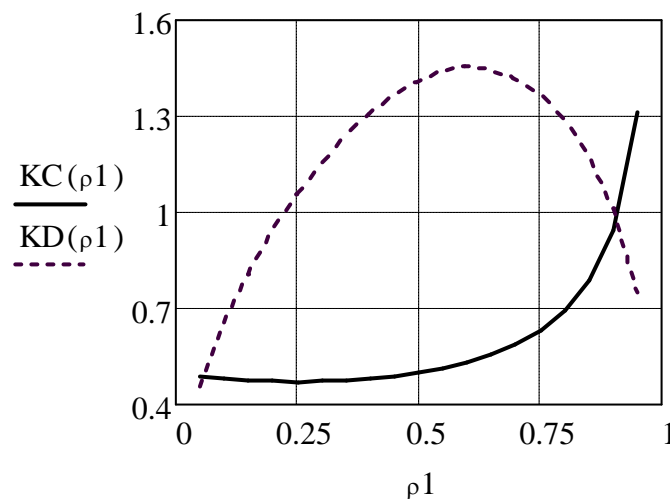


Рис. 3.2. Графіки залежностей коефіцієнтів від $\rho_1 = \rho_0$

Співвідношення показників оптимального режиму (3.43) і (3.44) для N каналної системи в загальному випадку мають вигляд

$$C_{N\Sigma opt} = \sqrt{\frac{(N\rho_0)^N n!}{(1-\rho_0)N! \sum_{n=0}^{N-1} (N\rho_0)^n}} \sqrt{\frac{a_N}{b_N}} \quad (3.60)$$

$$D_{\min}(C_{N\Sigma opt}) = 2 \sqrt{\frac{\left[\frac{(N\rho_0)^N}{(1-\rho_0)N!} \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N\rho_0)^n}{n!} \right]}{\left[\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N\rho_0)^n}{n!} + \frac{(N\rho_0)^N}{(1-\rho_0)N!} \right]^2}} \sqrt{a_N b_N} \quad (3.61)$$

В багатоканальній системі обслуговування трафіку середня тривалість обслуговування пакетів даних T_{0N} і ймовірність $P(n \geq N)$ того, що система буде зайнята (недоступна для обслуговування) пов'язані парою перетворень

$$T_{0N} = \frac{\ell_N}{C_{N\Sigma}} \left[N + \frac{P(n \geq N)}{1 - \rho_N} \right], \quad (3.62)$$

$$P(n \geq N) = \frac{\left(T_{0N} - N \frac{\ell_N}{C_{N\Sigma}} \right) (1 - \rho_N)}{\ell_N / C_{N\Sigma}} \quad (3.63)$$

В багатоканальній системі середня тривалість обслуговування пакетів даних визначається формулою:

$$T_{0N} = \frac{N}{\mu_N C_{N\Sigma}} + \frac{P(n \geq N)}{(1 - \rho_N) \mu_N C_{N\Sigma}} \quad (3.64)$$

Враховують те, що середня тривалість обслуговування пакету даних, який не очікує обслуговування в черзі,

$$T_N = \frac{1}{\mu_N C_{N\Sigma}} = \frac{l_N}{C_{N\Sigma}} \quad (3.65)$$

Підставляють значення (3.65) в формулу (3.64), отримують пряме перетворення (3.62) ймовірності $P(n \geq N)$ того, що система буде зайнята і пакету даних прийдеться очікувати обслуговування в черзі, в середню тривалість обслуговування T_{0N} з урахуванням затримки в черзі. Розв'язуючі (3.62) відносно

$P(n \geq N)$ з урахуванням (3.65), отримують зворотнє перетворення (3.63) середньої тривалості обслуговування T_{0N} в ймовірність $P(n \geq N)$.

Взаємозв'язки середньої тривалості T_{0N} обслуговування в багатоканальній системі з ймовірністю $P(n \geq N)$ того, що вона буде зайнята обслуговуванням попередніх пакетів даних, порівняння неоптимальних і оптимальних режимів, дослідження впливу оптимізації режиму на обсяги пам'яті буферних пристроїв відображені в додатку В.5.

В оптимальній по критерію мінімуму середнього ризику (3.58) багатоканальній системі середня тривалість T_{0N}^* обслуговування пакетів даних і ймовірність $P^*(n \geq N)$ того, що система буде недоступна для обслуговування чергового пакету даних, пов'язані парою перетворень

$$T_{0N}^* = \frac{\ell_N \left[N + \frac{P^*(n \geq N)}{1 - \rho_N^*} \right]}{\sqrt{\frac{P^*(n \geq N) a_N}{P^*(n < N) b_N}}} \quad (3.66)$$

$$P^*(n \geq N) = \frac{T_{0N}^* \frac{\ell_N N}{\sqrt{P^*(n \geq N) a_N / P^*(n < N) b_N}} (1 - \rho_0^*)}{\ell_N / \sqrt{P^*(n \geq N) a_N / P^*(n < N) b_N}} \quad (3.67)$$

В оптимальній системі пропускна здатність визначається співвідношенням (3.60). Після підстановки значення (3.54) в перетворення (3.62), (3.63) отримують перетворення (3.66) і (3.67) для оптимальної системи.

Перетворення (3.67) визначає $P^*(n \geq N)$ для оптимальної системи в неявній формі тому що і ρ_0^* , і $C_{N\Sigma opt}^*$, і T_N^* самі залежать від $P^*(n \geq N)$. Крім того, при розрахунках по формулах (3.66), (3.67) необхідно враховувати те, що, як правило,

$$\sqrt{\frac{a_N}{b_n}} = \sqrt{\frac{a}{Nb}} \quad (3.68)$$

При розрахунках по формулах (3.66), (3.68) необхідно враховувати те, що коефіцієнт використання пропускної здатності для багатоканальної оптимальної системи визначається за формулою

$$\rho_N^* = \sqrt{\rho_N} \cdot \quad (3.69)$$

Збільшення затримки пакетів даних в черзі приведе до збільшення обсягів пам'яті.

Середні обсяги пам'яті буферних пристроїв багатоканальних систем обслуговування трафіку, що функціонують в оптимальному і неоптимальному режимах, пов'язані співвідношенням

$$n_N^* = \frac{\rho_N^*}{\rho_N} \frac{1 - \rho_N^*}{1 - \rho_N} \frac{N(1 - \rho_N^*) + P^*(n \geq N)}{N(1 - \rho_N) + P(n \geq N)} n_N \quad (3.70)$$

де n_N^*, n_N — відповідно, обсяги пам'яті буферного пристрою для оптимального і неоптимального режимів.

Середня кількість пакетів даних, що очікують обслуговування в черзі для багатоканальної системи, описується формулою

$$n_N = \frac{\rho_N}{1 - \rho_N} [N(1 - \rho_N) + P(n \geq N)] \quad (3.71)$$

Для того, щоб не було втрат пакетів даних, відповідні обсяги пам'яті буферного пристрою повинні в середньому дорівнювати цій величині. Враховуючи параметри оптимального і неоптимальних режимів в (3.71) отримано (3.70).

З цих результатів можна зробити такі висновки:

1. У зв'язку з більшою затримкою пакетів даних в черзі обсяг пам'яті n_N^* буферного пристрою для оптимального режиму повинен бути більшим;
2. Збільшення обсягів пам'яті буферного пристрою в оптимальному режимі обумовлено як зростанням коефіцієнту використання пропускної здатності системи, так і зростанням ймовірності зайнятості.

Таким чином, в цьому параграфі вирішена задача узагальнення оптимального рішення для симплексної і дуплексної систем обслуговування трафіку на багатоканальні системи, що мають еквівалентну схему рис. 3.1. Визначені основні характеристики цієї еквівалентної схеми, обґрунтовані необхідні припущення для побудови математичної моделі, обрано узагальнений

критерій оптимізації (3.42), який відображає середні сумарні витрати, що пов'язані з функціонуванням багатоканальної системи обслуговування трафіку, показано існування оптимального рішення (3.43), (3.44), розглянуто приклади визначення характеристик оптимального режиму для двоканальних і трьох канальних систем, показано оптимальне рішення (3.60), (3.61) для загального випадку (довільного $N > 1$). В додатку В.5 визначені взаємозв'язки середніх тривалостей обслуговування пакетів даних багатоканальними системами в оптимальному і неоптимальному режимах, взаємозв'язки обсягів пам'яті буферних пристроїв багатоканальних систем для оптимального і неоптимальних режимів. Отримані результати дозволяють не тільки виконувати порівняльний аналіз ефективності багатоканальних систем поміж собою, а й з одноканальними системами, а також визначати переваги та недоліки застосування оптимального режиму обслуговування трафіку відносно неоптимальних режимів.

3.5. Статистична оптимізація обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах

У попередньому параграфі розв'язана задача оптимізації обслуговування трафіку в багатоканальній системі у припущенні, що усі канали системи мають ідентичні характеристики і однакову пропускну здатність. Таке припущення для гетерогенних комп'ютерних мереж, що складаються з неоднорідних комп'ютерних систем, не завжди відповідає дійсності.

Наприклад, в мережах мобільного зв'язку застосовують одночасно кабельні, оптоволоконні і радіорелейні лінії зв'язку, вони мають суттєво різні технічні та економічні характеристики. Тому є важливою задача визначення реалізацій оптимального розподілу пропускну здатностей систем в гетерогенних комп'ютерних мережах з урахуванням неоднорідності систем, а також і обмежень, що мають місце на практиці.

Неоднорідність систем може бути обумовлена також і різними видами їх основного трафіка: мовний трафік, відеотрафік, передача даних та інше. Тому прийняте в параграфі 3.4 основне припущення про однакову пропускну здатність

каналів і систем, як правило, є несправедливим для гетерогенних комп'ютерних мереж.

У зв'язку з цим метою цього параграфу є обґрунтування і розробка математичних статистичних моделей глобальних критеріїв оптимальності обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мереж, що включають системи з різними принципами дії та техніко-економічними характеристиками.

По суті, задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в таких мережах є задачами статистичного пошуку реалізацій оптимального розподілу пропускних здатностей систем гетерогенних комп'ютерних мереж з урахуванням їх особливостей і реально існуючих обмежень.

Для досягнення мети ставляться і вирішуються наступні задачі:

- обґрунтування статистичних критеріїв оптимальності і обмежень;
- розроблення математичних моделей критеріїв оптимальності і обмежень,
- загальна класифікація поставлених задач за обраними ознаками;
- розв'язання прикладів задач оптимізації розподілу реалізацій пропускних здатностей окремих систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж;
- аналіз отриманих оптимальних рішень і формулювання певних висновків по результатам аналізу.

Основним методом розв'язання задач оптимізації обрано метод невизначених множників Лагранжа. Як відомо, цей метод дозволяє розв'язувати нелінійні задачі математичного програмування і враховувати обмеження на допустимі значення керованих змінних. Суттєвою є та обставина, що статистичні нелінійні задачі оптимізації не мають рішень у аналітичному вигляді. Вони мають наближені рішення тільки для реалізацій випадкових параметрів.

Для розв'язання задачі пошуку оптимального рішення для багатосистемної гетерогенної комп'ютерної мережі зв'язку з різними техніко-економічними характеристиками систем вибрані статистичні критерії оптимальності у вигляді сепарабельної адитивної функції вагових коефіцієнтів q_i , $i = 1, \dots, N$, визначальних

параметрів стану систем, втрат і витрат a_i і b_i , пропускних здатностей систем C_i як керованих змінних:

$$D_N(q_i, n_i, N_s, a_i, b_i, C_i) = \sum_{i=1}^{N_s} q_i D_i = \sum_{i=1}^{N_s} q_i \left(P_i(n_i \geq N_i) a_i c_i^{-1} + P_i(n_i < N_i) b_i c_i \right), \quad (3.72)$$

де N_s – загальне число різнорідних систем обслуговування трафіку в гетерогенній комп'ютерній мережі, $i = 1, N_s$,

D_i – локальний критерій оптимізації типу (3.42) для i – ої системи,

$q_i = D_i / \sum_{i=1}^{N_s} D_i$ – ваговий коефіцієнт i -ої системи обслуговування.

Для скорочення запису критеріїв типу (3.72) ймовірності станів систем у подальших формулах для критеріїв включаються в структуру коефіцієнтів a_i і b_i . Також, в подальшому позначенні сум, де це не приводить до непорозумінь, не використовується індекс в числі систем N_s .

Як видно із формули, в математичній моделі критерію оптимальності (3.72) вагові коефіцієнти повинні відповідати двом основним умовам: умові позитивності

$$0 \leq q_i \leq 1 \quad (3.73)$$

і умові нормування

$$\sum_{i=1}^{N_s} q_i = 1. \quad (3.74)$$

Використання різних за змістом вагових коефіцієнтів q_i дозволяє враховувати багато принципових відмінностей в техніко-економічних характеристиках систем гетерогенних комп'ютерних мереж або видів їх трафіка. Розв'язання задач різних класів вимагає різних вхідних даних. Наприклад, деякі задачі певних класів потребують знання коефіцієнтів варіації тривалості обслуговування, а також попереднього розв'язання одномірної задачі оптимізації для i – ої системи.

Очевидно, що для обмежень теж можна виконувати класифікацію за певними ознаками. Для цього зручно представити обмеження в такому узагальненому вигляді:

$$C_N = \sum_{i=1}^N g_i C_i, \quad (3.75)$$

де вагові коефіцієнти $g_i, i=1, N$, обираються в залежності від діючого реально класу обмеження.

Найбільш суттєві класи обмежень:

1. Всі коефіцієнти однакові

$$g_{i1} = 1, i = 1, N, \quad (3.76)$$

тоді обмеження накладається на загальну сумарну пропускну здатність усіх систем комп'ютерної мережі

$$\sum_{i=1}^N C_i \geq C_N^*, \quad (3.77)$$

де C_N^* – необхідне значення інтегральної пропускну здатності мережі.

2. Обмеження накладається на загальну щорічну вартість обслуговування систем мережі, тоді

$$g_{i2} = b_i, i = 1, N, \quad (3.78)$$

$$\sum_{i=1}^N b_i C_i \leq D_N^*, \quad (3.79)$$

де D_N^* – допустима загальна щорічна вартість обслуговування мережі.

3. Обмеження враховує витрати, що обумовлені відмовами в обслуговуванні пакетів даних в мережі, тоді

$$g_{i3} = q_{i1}, i = 1, N, \sum_{i=1}^N g_{i3} = 1. \quad (3.80)$$

4. Обмеження враховує витрати на одиницю пропускну здатності системи, тоді

$$g_{i4} = q_{i2}, i = 1, N, \quad (3.81)$$

5. Обмеження враховує коефіцієнти варіації тривалості обслуговування, тоді

$$g_{i5} = q_{i3}, i = 1, N, \quad (3.82)$$

6. Обмеження враховує максимальні значення математичного сподівання сумарних витрат, тоді

$$g_{i6} = q_{i4}, i = 1, N, \quad (3.83)$$

Як і класифікація критеріїв, класифікація обмежень також не є вичерпною. Наприклад, обмеження може враховувати пріоритети трафіка по каналах, тоді

$$g_{i7} = q_{i5}, i = 1, N, \quad (3.84)$$

Крім того, може діяти не одне, а декілька обмежень. Наприклад може бути одночасно два обмеження: 1 і 2.

Головна вимога для задач оптимізації з обмеженнями: загальне число m_l обмежень не повинно дорівнювати або бути більше числа керованих змінних, тобто повинна виконуватися необхідна умова

$$m_l \leq n_c, (m_l / n_c) \leq 1., \quad (3.85)$$

де n_c – загальне число керованих змінних. При виконанні умови (3.85) оптимальне рішення існує.

Загальна постановка прямої задачі пошуку оптимального розподілу реалізацій пропускних здатностей систем в гетерогенній комп'ютерній мережі має такий вигляд: необхідно знайти оптимальний розподіл реалізацій пропускних здатностей систем мережі

$$C_{i \text{ opt}} = \arg \min_{C_i} D_N(C_i), i = 1, \dots, N, \quad (3.86)$$

за умови, що виконується нерівність

$$C_N = \sum_{i=1}^N g_i C_i \geq G_N^*, \quad (3.87)$$

де C_N^* – необхідне значення середньої пропускної здатності систем мережі.

Для розв'язання цієї нелінійної задачі оптимізації складається допоміжна функція Лагранжа виду

$$L(a_i, b_i, C_i, \lambda) = \sum_{i=1}^N q_i (a_i C_i^{-1} + b_i C_i) + \lambda \left[C_N^* - \sum_{i=1}^N g_i C_i + v^2 \right], \quad (3.88)$$

де λ – допоміжний множник Лагранжа,

v - допоміжна змінна, яка вводиться у тому випадку, коли (3.87) задано у вигляді нерівності.

Для пошуку оптимального розподілу реалізацій $C_{i \text{ opt}}$, $i = 1, \dots, N$, пропускних здатностей складових гетерогенної комп'ютерної мережі розв'язується система нелінійних рівнянь оптимізації

$$\begin{cases} \frac{\partial L(a_i, b_i, C_i, \lambda, q_i, g_i)}{\partial C_i} = 0, & i = 1, \dots, N, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial v} = 0. \end{cases} \quad (3.89)$$

Оптимальний розподіл реалізацій $C_{i \text{ opt}}$, що отримується з розв'язання системи (3.89) забезпечує мінімальне значення $D_{\min}(C_{i \text{ opt}})$ при дотриманні обмеження (3.87).

Допоміжний множник Лагранжу

$$\lambda = \frac{\partial D_{\min}(C_{i \text{ opt}})}{\partial C_N^*} \quad (3.90)$$

показує, як змінюється приріст значення $D_{\min}(C_{i \text{ opt}})$ в залежності від приросту значення C_N^* обмеження.

Приклад 3.4. Припускається, що $N = 2$. Виконати пошук реалізацій оптимального розподілу пропускних здатностей C_1, C_2 двох різних систем мережі.

1. Допоміжна функція Лагранжа має вигляд

$$L(a_1, a_2; b_1, b_2; C_1, C_2; q_1, q_2; g_1, g_2; \lambda) = \sum_{i=1}^2 q_i (a_i C_i^{-1} + b_i C_i) + \lambda \left[C_2^* - \sum_{i=1}^2 g_i C_i - v^2 \right] \quad (3.91)$$

2. Реалізація системи рівнянь оптимізації (3.83) при $N = 2$ має вигляд

$$\begin{cases} q_1 b_1 - \frac{q_1 a_1}{C_1^2} - \lambda g_1 = 0, \\ q_2 b_2 - \frac{q_2 a_2}{C_2^2} - \lambda g_2 = 0, \\ g_1 C_1 + g_2 C_2 - v^2 = C_2^*, \\ 2\lambda v = 0. \end{cases} \quad (3.92)$$

Як видно, система оптимізації керованих змінних є нелінійною алгебраїчною системою, знайти точне аналітичне рішення якої у загальному випадку неможливо. Тому необхідно застосовувати наближені методи чисельного розв'язання рівнянь оптимізації цієї системи для реалізацій випадкових параметрів. Для отримання потрібної точності оптимальних оцінок рішення необхідно набирати певний обсяг вибірок.

Найбільш зручним є використання методу Ньютона. Для побудови ітераційної процедури пошуку реалізацій оптимального рішення використовується розклад нелінійної функції в ряд Тейлора. За допомогою цього методу будується відповідна ітераційна процедура пошуку оптимального рішення (3.92).

Припускається, що обмеження має вигляд рівняння, тоді останнє рівняння в (3.92) відсутнє і систему рівнянь (3.92) зручно представити у такому вигляді

$$\frac{q_1 a_1}{C_1^2} = q_1 b_1 - \lambda g_1, \quad \frac{q_2 a_2}{C_2^2} = q_2 b_2 - \lambda g_2, \quad g_1 C_1 + g_2 C_2 = C_2^* \quad (3.93)$$

Для з'ясування логічного смислу допоміжного множника Лагранжа λ , складаються перші два рівняння системи (3.93) і визначаються значення λ через інші керовані змінні:

$$\lambda = q_1 b_1 + q_2 b_2 - \left(\frac{a_1 q_1}{C_1^2} + \frac{a_2 q_2}{C_2^2} \right) = b_0 - b_0(C_1, C_2). \quad (3.94)$$

Аналізуючи співвідношення (3.94), можна зробити висновок, що множник λ представляє собою відхилення від середнього значення b_0 витрат $b_0(C_1, C_2)$, які мають місце при оптимальних значеннях пропускних здатностей каналів.

Для допоміжної функції Лагранжу (3.85) цей результат можна узагальнити

$$\lambda_N = \sum_{i=1}^N q_i b_i - \sum_{i=1}^N q_i \frac{a_i}{C_i^2} = b_{0N} - b_0(C_1, C_N) \quad (3.95)$$

Таким чином, допоміжний множник Лагранжа коригує мінімальні значення математичного сподівання сумарних витрат на функціонування N – системної комп'ютерної мережі в залежності від параметрів b_i , $b_i(C_i)$, q_i , g_i , а також керованих змінних C_i , $i = 1, \dots, N$.

Приклад 3.5. Побудова ітераційної процедури пошуку реалізацій оптимального рішення $C_{i \text{ opt}}$, $i = 1, 2$, для нелінійної системи рівнянь оптимізації (3.92).

Алгоритм пошуку включає наступні кроки:

1. Вводяться позначення

$$f_i(C_{i \text{ opt}}) = q_i b_i - \lambda g_i \quad (3.96)$$

$$f_i(C_i) = q_i \frac{a_i}{C_i^2} \quad (3.97)$$

2. Нелінійна функція (3.97) розкладається в ряд Тейлора

$$f_i(C_i, C_{i0}) = f_i(C_{i0}) + \frac{df_i(C_{i0})}{dC_i} (C_i - C_{i0}), \quad (3.98)$$

де C_{i0} – точка розкладу $f_i(C_i, C_{i0})$. Знаходиться похідна функції (3.97)

$$f_i'(C_{i0}) = -2q_i \frac{a_i}{C_{i0}^3}$$

3. Визначається із співвідношення (3.96) значення C_i на $K + 1$ ітерації

$$C_{i, K+1} = C_{iK} + \frac{f_i(C_{iK}) - f_i(C_{i \text{ opt}})}{f_i'(C_{iK})} = C_{iK} + \frac{q_i b_i - \lambda g_i}{-2q_i a_i} C_{i, K-1}^3 \quad (3.99)$$

4. Враховується те, що початкове значення C_{i0} для C_i в ітераційній процедурі обирається як оптимальне значення $C_{i \text{ opt}} = \sqrt{a_i/b_i}$ для i -ої системи мережі, тоді

$$f_i'(C_{i0}) = -\frac{2a_i q_i}{C_{i0}^3} = -2 \frac{q_i b_i}{\sqrt{a_i/b_i}}. \quad (3.100)$$

5. Перше значення оптимальної пропускної здатності i – ої системи

$$C_{i,1} = C_{i,0} - \frac{q_1 b_1 - \lambda g_1}{2q_1 b_1} \sqrt{\frac{a_1}{b_1}} \approx C_{10} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda g_1}{q_1 b_1} \right) \quad (3.101)$$

Другий безрозмірний множник в співвідношенні (3.101) зручно розглядати як поправку значення $C_{i,1}$, що має місце на i -му кроку ітераційної процедури. Застосування співвідношення (3.101) без додаткових перетворень незручно, тому що в нього входить невизначений множник λ . Співвідношення (3.101) приводиться до більш зручного виду для випадку $N = 2$.

6. Визначається λ із першого рівняння і отримується на першому кроці ітераційної процедури

$$\lambda_1 = 2 \frac{C_1 - C_{10}}{C_{10}} \frac{q_1}{C_1} b_1 \quad (3.102)$$

7. Підставляється це значення λ_1 в друге рівняння (3.93) при $i = 2$, після необхідних проміжних перетворень остаточно отримується співвідношення (3.103), що зв'язує значення $C_{1\ opt}$ на нульовій і першій ітераціях

$$C_{1\ opt,1} = \left[C^* - g_2 C_{20} \left(1 - \frac{q_1}{q_2} \frac{g_2}{g_1} \frac{b_1}{b_2} \right) \right] / \left[1 - g_2 \left(1 - \frac{q_1}{q_2} \frac{g_2}{g_1} \frac{b_1}{b_2} \frac{C_{20}}{C_{10}} \right) \right] \quad (3.103)$$

8. Аналогічно, враховуючи третє рівняння, отримується, що

$$C_{2\ opt,1} = \frac{C^* - g_1 C_{1\ opt,1}}{g_2} = \frac{1}{g_2} \left\{ C^* - g_1 \left[\frac{C^* - g_2 C_{20} \left(1 - \frac{q_1}{q_2} \frac{g_2}{g_1} \frac{b_1}{b_2} \right)}{1 - g_2 \left(1 - \frac{q_1}{q_2} \frac{g_2}{g_1} \frac{b_1}{b_2} \frac{C_{20}}{C_{10}} \right)} \right] \right\} \quad (3.104)$$

9. Для визначення λ_1 використовують (3.104) із значенням $C_{1\ opt,1}$, що визначено співвідношенням (3.103).

Нелінійна система оптимізації розподілу реалізацій пропускних здатностей систем N – системної комп'ютерної мережі (3.93) узагальнює рівняння оптимізації (3.12) для одноканальної лінії зв'язку і рівняння оптимізації пропускної здатності комунікаційного центру за критерієм (3.14).

Таким чином, в даному параграфі обґрунтовані критерії оптимальності і обмеження в прямій постановці задачі оптимізації розподілу реалізацій пропускних здатностей систем гетерогенних комп'ютерних мереж. Розроблені

математичні моделі для критеріїв оптимальності і обмежень, виконана класифікація обмежень задач оптимізації за ознаками вибору значення вагових коефіцієнтів. Визначено логічний зміст значення невизначеного множника Лагранжа (3.94), (3.95). Наведені приклади, що ілюструють особливості застосування методу Ньютона для отримання реалізацій оптимальних рішень нелінійних задач оптимізації з обмеженнями.

Висновки до розділу 3

1. Розроблений метод статистичної оптимізації обслуговування трафіку в системах гетерогенних комп'ютерних мереж. Вибрані критерії оптимальності, що включають випадкові аргументи і враховують випадкові фактори. Розроблені алгоритми і математичні моделі дозволяють статистичну оптимізацію обслуговування трафіку по числовим характеристикам вхідних випадкових даних. Статистична оптимізація обслуговування трафіку виконана оптимальним вибором числових характеристик пропускних здатностей і обсягів пам'яті буферних пристроїв систем гетерогенних комп'ютерних мереж.

В кожній постановці задач виконано обґрунтування вибору необхідних вхідних даних, методу розв'язання задачі, очікуваних результатів. В ролі вхідних даних, як правило, використовують статистичні дані прямих вимірювань трафіка в гетерогенних інфокомунікаційних мережах, а також результати спостережень за їх роботою.

2. Побудовані математичні моделі (3.5) – (3.7), (3.11) – (3.17), що дозволяють розробляти прикладні алгоритми статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних лініях зв'язку. Обґрунтовані і вибрані критерії статистичної оптимізації обслуговування трафіку та необхідні вхідні дані задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Отримані залежності вихідних характеристик (3.5) – (3.7) від вхідних даних (3.4). Визначені числові характеристики (3.11) – (3.17) оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Наведено приклад розв'язання задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку.

3. Побудовані математичні моделі і метод статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях зв'язку. Обґрунтовані та вибрані критерії, а також вхідні дані статистичної оптимізації обслуговування трафіку. Отримані залежності вихідних характеристик від вхідних даних (3.18 – 3.22). Визначені числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях (3.23 – 3.28). Наведено приклад аналізу оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях.

4. Оптимальні рішення для симплексної і дуплексної систем обслуговування трафіку узагальнені на багатоканальні системи. Визначені основні характеристики (3.40) - (3.52), обґрунтовані необхідні припущення для побудови математичної моделі, обрано узагальнений критерій оптимізації (3.53), який відображає середні сумарні витрати, що пов'язані з функціонуванням багатоканальної системи обслуговування трафіку, показано існування оптимального рішення (3.54), (3.55). Отримані результати дозволяють не тільки виконувати порівняльний аналіз ефективності багатоканальних систем поміж собою і з одноканальними системами, а також визначати переваги та недоліки застосування оптимального режиму обслуговування трафіку відносно неоптимальних режимів.

5. Обґрунтовані критерії оптимальності і обмеження в прямій постановці задачі оптимізації розподілу реалізацій пропускних здатностей систем гетерогенних комп'ютерних мереж. Розроблені математичні моделі для критеріїв оптимальності і обмежень, виконана класифікація обмежень задач оптимізації за ознаками вибору значень вагових коефіцієнтів. Визначено логічний зміст невизначеного множника Лагранжа (3.94), (3.95). Наведені приклади, що ілюструють особливості застосування методу Ньютона для отримання реалізацій оптимальних рішень нелінійних задач оптимізації з обмеженнями.

Результати експериментальних досліджень даного розділу наведено в таких публікаціях:

1. Ігнатов В.О. Статистична оптимізація обслуговування трафіка в гетерогенних інфокомунікаційних мережах / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2015. – №1(49). – С.37-40.

2. Ладигіна О.А. Розв'язання задач статистичної оптимізації розподілу пропускних здатностей гетерогенних мереж / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №4(52). – С.82-87.

3. Ладигіна О.А. Обмеження задач оптимізації розподілу пропускних здатностей систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж / О.А. Ладигіна // Інформаційна безпека та комп'ютерні технології: Міжнародна науково-практична конференція, 24-25 берез. 2016 : Збірн. тез. – Кіровоград: КНТУ, 2016. – С.104-105.

РОЗДІЛ 4

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКА

4.1. Мета і завдання експерименту

Мета четвертого розділу полягає в тому, щоб виконати експериментальне дослідження моделей і методів оптимального оцінювання поліноміального і періодичного трафіків в комп'ютерних мережах. Показати, як впливають на показники точності синтезу моделей вибір числа рівнів квантування і оптимізація параметрів моделей, що побудовані методом квантування і марковської апроксимації.

Багатомірний закон розподілу всіх значень агрегованого трафіка на інтервалі нестационарності передбачається гаусовським. Для оцінювання точності апроксимації трафіку вводиться поняття еталонного трафіка і використовується порівняння перших двох моментних характеристик обвідної модельного і еталонного трафіків. Це дозволяє порівнювати багатомірні гаусові розподіли еталонного та модельного нестационарного трафіка. У ролі еталонних моделей обвідної агрегованого трафіку вибрано канонічне розкладання обвідної за ступенями полінома та розкладання в ряд Фур'є періодичного трафіка на фоні завади.

Отже, для формування еталонів в першому випадку використовується клас поліноміального локального моделювання нестационарного трафіка на інтервалі нестационарності і еталонами служать поліноми з випадковими нормально розподіленими параметрами обраного порядку. В другому випадку для формування еталонів використовуються ряди Фур'є, що розглядаються при заданому відношенні сигнал/шум щодо кожної гармоніки періодичного трафіка.

У ролі показників точності обрані: середнє значення середньоквадратичного відхилення модельних значень трафіка від значень еталонної моделі на інтервалі нестационарності, середнє значення коефіцієнта варіації, коефіцієнти конкордації модельних і еталонних значень обвідної агрегованого трафіка, коефіцієнти

конкордації модельних і еталонних середніх значень обвідної агрегованого трафіка, точкові та інтервальні оцінки конкордації, показники конкордації параметрів гармонік періодичного трафіка.

Загальна постановка задачі верифікації, як задачі аналізу адекватності моделей нестационарного трафіка еталонному трафіку, наступна. Відомі гаусовські закони розподілу випадкових параметрів поліноміального подання еталонного трафіка. Методами теорії наближення функцій та математичного програмування потрібно оцінити ступінь адекватності відображення перших двох моментів еталонного нестационарного трафіка вдосконаленими моделями квантування і марковській апроксимації різної розмірності. Використання рядів Фур'є дозволяє узагальнити методи спектрального аналізу на випадки дії завад при різних відношеннях амплітуд періодичного сигналу та шуму.

Для досягнення мети дослідження ставляться і вирішуються однорідні задачі синтезу моделей трафіка при різному числі станів поліноміального трафіка та різному числі гармонік в періодичному трафіку при різних відношеннях потужностей періодичного сигналу та шуму. Збільшення розмірності моделей супроводжується зростанням точності апроксимації поліноміального і періодичного трафіка. Тому отримані при вирішенні цих завдань результати дозволяють виявити загальні закономірності росту точності апроксимації трафіку (ступеня адекватності моделей) в залежності від збільшення розмірності моделей та обсягів вибірок.

В другому параграфі проведено експеримент на прикладі дослідження поліноміального трафіка. У третьому параграфі виконується верифікація адекватних моделей поліноміального трафіка. Четвертий параграф присвячено верифікації параметрів основної гармоніки періодичного трафіка на фоні завади. В п'ятому параграфі викладені результати верифікації структури і параметрів періодичного трафіка на фоні завади. Шостий параграф містить висновки за результатами четвертого розділу.

4.2. Метод верифікації моделей нестационарного трафіка

Метою цього параграфа є викладення методу верифікації моделей нестационарного трафіка комп'ютерних мереж. Процедура верифікації розуміється як перевірка адекватності моделей трафіка еталонним моделям за допомогою обраних критеріїв і показників адекватності, у ролі яких використані цільові функціонали, які визначають точність і достовірність моделювання трафіка. Основними критеріями служать точкові та інтервальні оцінки конкордації (узгодженості) між собою модельних і еталонних значень моментів поліноміального трафіка або гармонік періодичного трафіка.

Метод верифікації розглядається на прикладі поліноміального трафіка. В ньому використовується наступний алгоритм розв'язання задач:

1. Нормування та приведення до безрозмірного вигляду діапазону зміни реалізацій обвідної поліноміального трафіку і інтервалу його нестационарності. Це дозволяє моделювати динаміку трафіка в «одичному квадраті» з координатами вершин: $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$.

2. Вибір розмірності моделі n , тобто можливого числа дискретних станів нестационарного трафіка. Це число показує, на скільки квантів ділиться одичний квадрат для ступінчастої апроксимації нестационарного трафіка.

3. Визначення безрозмірних нормованих інтенсивностей зміни станів трафіку. Інтенсивності переходів визначаються як інтенсивності перетину трафіком заданих рівнів квантування.

4. Побудова логіко-математичної моделі динаміки трафіка у вигляді графа, вершинами якого служать стани трафіку, а спрямовані ребра - стрілки з вказівкою напрямків зміни станів трафіку.

5. Складання по логіко-математичної моделі динаміки трафіка диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена щодо ймовірностей станів трафіка.

6. Вибір системи початкових умов для вирішення задачі Коші за допомогою складених диференціальних рівнянь динаміки трафіка.

7. Пряме перетворення Лапласа системи диференціальних рівнянь в систему алгебраїчних рівнянь щодо зображень ймовірностей станів трафіку при початкових умовах п.б.

8. Розв'язання отриманої системи алгебраїчних рівнянь щодо зображень ймовірностей станів трафіка методом Гауса або методом перетворення матриці системи до трикутного вигляду з урахуванням умови нормування для невідомих зображень.

9. У разі необхідності перетворення методом невизначених коефіцієнтів зображень до виду сум раціональних дробів, зручних для пошуку оригіналів в зворотному перетворенні Лапласа.

10. Виконання зворотного перетворення Лапласа для отриманих зображень ймовірностей.

11. Використання ймовірностей станів і квантованих значень трафіка для визначення математичного сподівання і дисперсії обвідної нестационарного гаусовського трафіка.

12. Розв'язання системи рівнянь оптимізації квантованих значень трафіка з метою досягнення найкращого наближення модельних і еталонних моментів трафіка.

13. Визначення графоаналітичним ітераційним методом оптимальних значень нормованих інтенсивностей.

14. Обґрунтування і вибір критеріїв адекватності, визначення ступеня адекватності моделі еталонному трафіку за обраними критеріями.

15. Аналіз результатів порівняння характеристик модельного і еталонного трафіків і виявлення закономірностей моделювання та формулювання висновків.

За цією методикою з необхідним рівнем деталізації кроків 1-15 алгоритму в параграфі 4.3 вирішується завдання верифікації поліноміального трафіка для найбільш важкого випадку: при $n = 2$. У наступних параграфах 4.4 -4.5 аналогічні завдання, але вже без деталізації, вирішуються для верифікації моделей періодичного трафіка.

4.3. Верифікація моделей поліноміального трафіка

Мета цього параграфа полягає в розробці процедури верифікації логіко-математичних моделей апроксимації нестационарного поліноміального трафіка, побудованих методом квантування і марковській апроксимації. Для цього використовується логіко-математична модель першого наближення, в якій розглядаються всього два стани трафіка, тобто модель найменшої розмірності, в якій $n_{\min} = 2$ (додаток В.2).

Основне призначення цієї моделі полягає в тому, щоб за її допомогою показати всі основні особливості застосування методу верифікації, запропонованого у параграфі 4.2.

Основні особливості вибору оптимальних квантованих значень показуються для двох поширених випадків вибору метрики просторів порівняння: дискретного і безперервного випадків. У дискретному випадку використовується метрика простору Евкліда, в безперервному випадку використовується метрика простору Гілберта. Для використання можливості порівняльного аналізу пункти 2-11 алгоритму виконуються паралельно для обох випадків.

Послідовне застосування методу верифікації моделей при використанні з кількістю станів нестационарного трафіку логіко-математичної моделі $n_{\min} = 2$ дає наступні результати:

1. Нормування та приведення до безрозмірного вигляду діапазону зміни реалізацій обвідної трафіку і інтервалу його нестационарності.

На рис. 4.1 показаний «одичний квадрат» для дослідження адекватності моделювання моментів першого порядку - математичних очікувань нестационарного, зростаючого на інтервалі нестационарності, гаусовського трафіка.

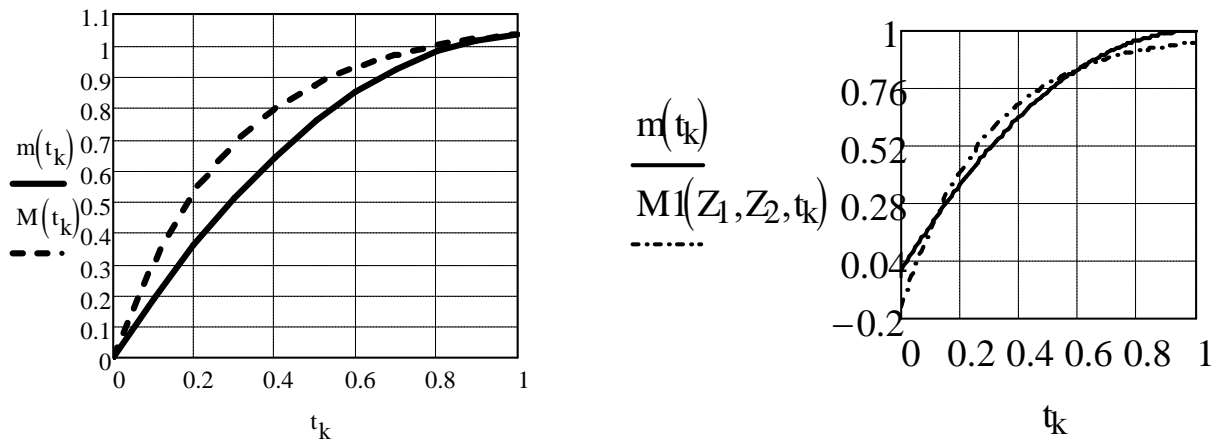


Рис. 4.1. Нормування значень трафіка та інтервалу часу нестационарності у дискретному та неперервному випадках

Суцільна лінія представляє нормоване безрозмірне математичне сподівання $m(t_k)$ еталонного трафіка, представленого в гільбертовому просторі як парабола, нормована на нормованому інтервалі нестационарності $[0,1]$:

$$m(t_k) := t_k \cdot (2 - t_k), \quad (4.1)$$

де t_k - k -ий момент часу з безрозмірного нормованого інтервалу $[0,1]$ часу нестационарності.

Штрихпунктирна лінія показує нормоване безрозмірне математичне сподівання $M(t_k)$ модельного трафіка, представленого в тому ж нормованому гільбертовому просторі:

$$M(t_k) := Z_2 - (Z_2 - Z_1) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta_1 \cdot t_k}, \quad (4.2)$$

де Z_1, Z_2 - квантовані значення трафіка,

P_{10} - початкове значення ймовірності першого стану трафіку,

η_1 - інтенсивність зміни першого стану трафіку.

Більш глибокий смисл параметрів формули (4.2) розкрито пізніше при побудові логіко-математичної моделі динаміки трафіка.

2. Вибір розмірності моделі n , тобто числа дискретних станів нестационарного трафіка.

У цьому параграфі обрана мінімальна розмірність моделі: $n_{\min} = 2$. При $n_{\min} = 2$ існує всього два стани трафіку. Вони визначаються двома квантами

трафіка Δ_1, Δ_2 і трьома рівнями квантування трафіка: $z_0 = 0, z_1 = 0,5, z_2 = 1$. Ці значення використовуються у визначенні інтенсивності зміни трафіку і оптимальних квантованих значень трафіка Z_1, Z_2 для двох станів.

При квантуванні трафіка виконують такі нелінійні перетворення трафіка. Всі значення трафіка, які потрапляють в перший інтервал квантування

$$\Delta_1 = z_1 - z_0, \quad (4.3)$$

замінюють одним квантованим значенням Z_1 . Всі значення трафіка, які потрапляють у другій інтервал квантування

$$\Delta_2 = z_2 - z_1, \quad (4.4)$$

замінюють одним квантованим значенням Z_2 .

При квантуванні континуальний простір зміни трафіка замінюється дискретним простором з кінцевим числом станів. В результаті безперервна монотонна зміна нестационарного трафіка замінюється ступінчастою лінією, яка складається з квантованих постійних значень трафіка на інтервалах квантування. Надалі квантовані значення трафіка розглядаються як реалізації дискретного трафіка, які мають місце з вірогідністю дискретних станів трафіка.

3. Визначення безрозмірних нормованих інтенсивностей зміни станів трафіка.

При $n_{\min} = 2$ існує всього лише одна інтенсивність зміни трафіка - інтенсивність η_1 переходу трафіка з першого стану в другий. За визначенням η_1 є величина, зворотна середньому часу до перетину математичним очікуванням еталонного трафіка першого рівня квантування. Більш точно фізичний зміст η_1 можна визначити так: інтенсивність η_1 зміни трафіка на першому інтервалі є нормована за довжиною першого інтервалу Δ_1 швидкість v_1 зміни трафіка:

$$\eta_1 = v_1 / \Delta_1 = 1/t_1 \quad (4.5)$$

Тому для визначення η_1 необхідно вирішити рівняння щодо нормованого часу t до перетину обвідної трафіка рівня квантування z_1 виду:

$$t \cdot (2 - t) = z_1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } t \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} .2929 \\ 1.707 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Рішення рівняння (4.6), «з точністю до четвертого знака», показано тут у системі Mathcad для випадку, коли перший рівень квантування $z_1 = 0.5$. Оскільки другий корінь параболи $t_2 = 1.707$ не належить нормованому інтервалу часу, він з розгляду виключається і рішенням служить перший корінь

$$t_1 = 0.2929.$$

Отже, шукана інтенсивність для випадку $z_1 = 0.5$, $t_1 = 0.2929$ дорівнює

$$\eta_1 = 1 / t_1 = 1/0.2929 = 3.414.$$

4. Побудова логіко-математичної моделі динаміки трафіка у вигляді графа, вершинами якого служать стану трафіку, а спрямованими ребрами - стрілки з вказівкою напрямків зміни станів трафіка.

При $n_{\min} = 2$ граф має найпростіший вигляд:

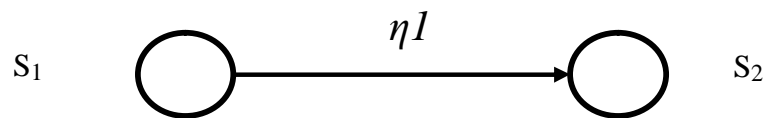


Рис. 4.2. Граф як логіко-математична модель динаміки трафіка

На рис. 4.2 прийняті наступні позначення: S_1 , S_2 - перший і другий стани трафіка, η_1 - інтенсивність переходу трафіка з першого стану в другий. Ймовірності знаходження трафіка в момент часу t в станах S_1 , S_2 позначені через $P_1(t)$, $P_2(t)$.

Після квантування значення трафіка для цих двох станів дорівнюють, відповідно, двом квантованим значенням Z_1 , Z_2 , які з'являються з ймовірностями $P_1(t)$, $P_2(t)$. Оскільки події, які полягають у попаданні значень трафіка в той чи інший інтервал квантування, утворюють повну групу подій, для ймовірностей станів трафіка справедлива умова нормування:

$$P_1(t) + P_2(t) = 1. \quad (4.7)$$

5. Складання по логіко-математичній моделі динаміки трафіка у вигляді графа диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена щодо ймовірностей станів трафіку, що описують динаміку трафіка.

Для складання системи з двох диференціальних рівнянь по графу рис. 4.2 використовується правило Васильєва Б.В.

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\eta_1 P_1(t) \quad (4.8)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \eta_1 P_1(t) \quad (4.9)$$

Ймовірності станів пов'язані умовою нормування (4.7). Тому необхідно вирішувати систему (4.10) з двох різних рівнянь: диференціального рівняння (4.8) і алгебраїчного рівняння (4.7):

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\eta_1 P_1(t), \quad (4.10)$$

$$P_1(t) + P_2(t) = 1.$$

6. Вибір системи початкових умов для вирішення задачі Коші за допомогою диференціальних рівнянь динаміки трафіка.

В початковий момент часу t_0 значення трафіка може бути в будь-якому інтервалі. Тому справедливі початкові умови загального вигляду:

$$P_1(t_0) = P_{10}, \quad P_2(t_0) = P_{20}. \quad (4.11)$$

7. Пряме перетворення Лапласа системи диференціальних рівнянь в систему алгебраїчних рівнянь щодо зображень ймовірностей станів трафіку при початкових умовах (4.11).

Застосування до системи (4.10) прямого перетворення Лапласа за відомими правилами, дає:

$$s P_1(s) - P_{10} = -\eta_1 P_1(s)$$

$$P_1(s) + P_2(s) = \frac{1}{s} \quad (4.12)$$

8. Рішення отриманої системи алгебраїчних рівнянь (4.12) щодо зображень ймовірностей станів трафіку.

Рішення системи з двох алгебраїчних рівнянь (4.12) відносно невідомих зображень $P_1(s)$, $P_2(s)$ ймовірностей станів S_1 , S_2 виконується методом підстановки в друге рівняння зображення ймовірності першого стану, в результаті,

$$P_1(s) = \frac{P_{10}}{(s + \eta_1)} \quad (4.13)$$

$$P_2(s) = \frac{1}{s} - \frac{P_{10}}{(s + \eta_1)} \quad (4.14)$$

9. Перетворення методом невизначених коефіцієнтів зображень до виду сум раціональних дробів, зручних для пошуку оригіналів в зворотному перетворенні Лапласа.

Зображення (4.13), (4.13) в цьому простому випадку вже являють собою суми простих раціональних дробів, тому проміжних перетворень не потрібно.

10. Зворотне перетворення Лапласа для отриманих зображень ймовірностей. Застосування зворотного перетворення Лапласа [2] до зображень (4.13), (4.14), дає

$$P_1(t) = P_{10} e^{-\eta_1 t} \quad (4.15)$$

$$P_2(t) = 1 - P_{10} e^{-\eta_1 t} \quad (4.16)$$

11. Використання ймовірностей станів і квантованих значень трафіка для модельного визначення математичного очікування і дисперсії обвідної нестационарного гаусовського трафіку.

Застосовуються відомі формули для математичного сподівання і дисперсії дискретної випадкової величини з урахуванням того, що ймовірності станів через нестационарність трафіка залежать від часу. У результаті виходить

$$M(t) = \sum_{i=1}^2 Z_i P_i(t) = Z_2 + (Z_1 - Z_2) P_{10} e^{-\eta_1 t} \quad (4.17)$$

$$D(t) = \sum_{i=1}^2 Z_i^2 P_i(t) - M^2(t) \quad (4.18)$$

Формула (4.17) показує, що квантування і марківська апроксимація призводять до моделей математичного сподівання нестационарного трафіка у вигляді лінійної комбінації експонент. З формули (4.17) випливає, що для забезпечення адекватності модельного трафіка еталонному трафіку квантовані значення повинні розглядатися як керовані змінні. При цьому початкові ймовірності станів і інтенсивності зміни трафіку виступають в ролі некерованих

змінних - констант рішення оптимальних задач, які повинні бути визначені вихідними даними.

Для оптимізації вибору квантованих значень використовується метод максимальної правдоподібності (ММП), який при нормальному багатовимірному розподілу трафіка призводить до використання методу найменших квадратів (МНК). Порівняння (4.17) і (4.2) повністю розкриває причини модельного подання першого початкового моменту нестационарного трафіка у вигляді лінійної комбінації експонент.

12. Оптимізація квантованих значень трафіка з метою досягнення найкращого наближення модельних і еталонних моментів трафіка.

Для дискретного випадку використовуємо метрику простору Евкліда, тоді квадрат відстані між першими початковими моментами еталонного та модельного нестационарного трафіка може бути представлений у вигляді

$$\varepsilon(z_1, z_2)^2 = \sum_{t_k}^1 [t_k \cdot (2 - t_k) - [z_2 - (Z_2 - Z_1) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta t_k}]]^2 \quad (4.19)$$

Для безперервного випадку використовуємо метрику простору Гілберта, тоді квадрат відстані між першими початковими моментами еталонного та модельного нестационарного трафіка може бути представлений у вигляді

$$\varepsilon(z_1, z_2)^2 = \int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k) - [z_2 - (Z_2 - Z_1) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta t_k}]]^2 dt_k \quad (4.20)$$

З формул (4.19), (4.20) випливає, що вибором квантованих значень Z_1 і Z_2 можна забезпечити найкраще наближення моментів еталонного трафіка. Аналогічний вираз може бути записаний щодо других центральних моментів еталонного та модельного нестационарного трафіка. При цьому число керованих змінних збільшується не менш, ніж удвічі.

Для випадку нормального (гаусовського) розподілу значень обвідної трафіка вибір оптимальних перших двох моментів модельного трафіка методом оптимізації квантованих значень і їх дисперсій дозволяє повністю вирішити завдання найкращого наближення гаусовської щільності розподілу обвідної

еталонного нестационарного трафіка гаусовською щільністю розподілу модельного нестационарного трафіка.

Нижче проілюстрована зазначена можливість рішенням задачі найкращого наближення математичного сподівання еталонного нестационарного трафіка математичним очікуванням модельного трафіка. Розглядаючи (4.19), (4.20) як критерії оптимізації квантованих значень в нелінійних задачах оптимізації без обмежень, використовують класичний метод пошуку оптимальних квантованих значень.

Нелінійна задача оптимізації вирішується в такій постановці: відомий вираз критерію оптимізації квантованих значень Z_1, Z_2 у вигляді функціоналу (4.19) або (2.20), класичним методом пошуку мінімуму (4.19) або (4.20) потрібно знайти Z_{1opt}, Z_{2opt} , які доставляють мінімум функціоналу (4.19) або (4.20):

$$\min_{Z_1, Z_2} \varepsilon^2(Z_1, Z_2) = \varepsilon_{min}^2(Z_{1opt}, Z_{2opt}) \quad (4.21)$$

Диференціюючи функціонали (4.19), (4.20) за параметрами Z_1, Z_2 , отримують систему з двох рівнянь оптимізації значень Z_1, Z_2 :

1. Для дискретного випадку:

$$\sum_{t_k=0}^1 \left[t_k \cdot (2 - t_k) - [Z_2 - (Z_2 - Z_1) \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})] \right] \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) = 0 \quad (4.22)$$

$$\sum_{t_k=0}^1 \left[t_k \cdot (2 - t_k) - [Z_2 - (Z_2 - Z_1) \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})] \right] \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) = 0 \quad (4.23)$$

2. Для безперервного випадку:

$$\int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k) - [z_2 - (z_2 - z_1) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}]] \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k := 0 \quad (4.24)$$

$$\int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k) - [z_2 - (z_2 - z_1) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}]] \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k := 0 \quad (4.25)$$

Ці рівняння приводяться до канонічної форми системи з двох лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$a_{11}Z_1 + a_{12}Z_2 = b_1 \quad (4.26)$$

$$a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2 = b_2, \quad (4.27)$$

де елементи матриці А і вектора В визначаються такими формулами:

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$B := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

1. Для дискретного випадку:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \sum_{t_k=0}^1 (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})^2 & a_{12} &= \sum_{t_k=0}^1 (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k} \\ a_{21} &= \sum_{t_k=0}^1 P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k} \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}), & a_{22} &= \sum_{t_k=0}^1 (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})^2, \\ b_1 &= \sum_{t_k=0}^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}, & b_2 &= \sum_{t_k=0}^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) \end{aligned} \quad (4.30)$$

2. Для безперервного випадку:

$$\begin{aligned} a_{11} &:= \int_0^1 (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})^2 dt_k, & a_{21} &:= \int_0^1 (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k \\ a_{12} &:= \int_0^1 [(1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})] dt_k & b_1 &:= \int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k \\ b_1 &:= \int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] \cdot (P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k & b_2 &:= \int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k \end{aligned} \quad (4.31)$$

Використовуючи правило Крамера, отримують оптимальні квантовані значення керованих змінних

$$Z_{10} := \frac{|A1|}{|A|}, \quad Z_{20} := \frac{|A2|}{|A|}, \quad (4.32)$$

де $|A|$, $|A1|$, $|A2|$ - визначники системи рівнянь (4.26), (4.27).

Підставляючи оптимальні квантовані значення (4.32) у функціонал (4.19) або (4.20), знаходять мінімальне значення (4.21).

13. Перевірка можливості існування оптимальних значень нормованих інтенсивностей і початкових ймовірностей ітераційним графічним методом.

Як зазначено раніше, інтенсивності зміни трафіку і початкові ймовірності в задачах оптимізації виступають в ролі некерованих параметрів. Незважаючи на це, є корисним перевіряти їх вплив на оптимальне рішення, оцінити чи є можливість оптимізації їх значень для подальшого поліпшення рішення.

14. Верифікація моделі за обраними критеріями адекватності моделі еталонному трафіку.

У ролі критеріїв адекватності обрані показники конкордації модельних і еталонних значень трафіка на інтервалі нестационарності. Вводиться показник конкордації модельних і еталонних значень трафіка в окремих точках порівняння (спостереження) t_k , $k = 1, m$,

$$\rho(Z_{10}, Z_{20}, t_k) := \frac{2 \cdot m(t_k) \cdot M(Z_{10}, Z_{20}, t_k)}{m(t_k)^2 + M(Z_{10}, Z_{20}, t_k)^2} \quad (4.33)$$

Приклад 4.1. Розрахувати значення показника (4.33) для моделі, що оптимізована у просторі Евкліда (додаток В.6), при $m = 10$. Результати розрахунку подано у другому рядку табл. 4.1 і відображено на рис. 4.3 а.

Приклад 4.2. Розрахувати значення показника (4.33) для моделі, що оптимізована в просторі Гілберта (додаток В.6), при $m = 10$. Результати розрахунку подано в третьому рядку таблиці 4.1 і відображено на рис. 4.3 б.

Таблиця 4.1.

Результати розрахунку $\rho_{k\delta}(Z_{10}, Z_{20}, t_k)$ и $\rho_{k\eta}(Z_{10}, Z_{20}, t_k)$, $k = 1, 10$.

t_k	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\rho_{k\delta}$	0.0	0.905	0.941	0.967	0.983	0.993	0.998	1.0	1.0	1.0	1.0
$\rho_{k\eta}$	0.0	0.932	0.998	0.991	0.992	0.996	0.999	1.0	1.0	0.999	0.999

Аналізуючи дані таблиці 4.1 і рис. 4.3 можна зробити висновок, що оптимізовані моделі досить точно відображають еталонний трафік, особливо в

другій половині інтервалу нестационарності. У неперервному випадку конкордації моделі з еталоном є більш високою.

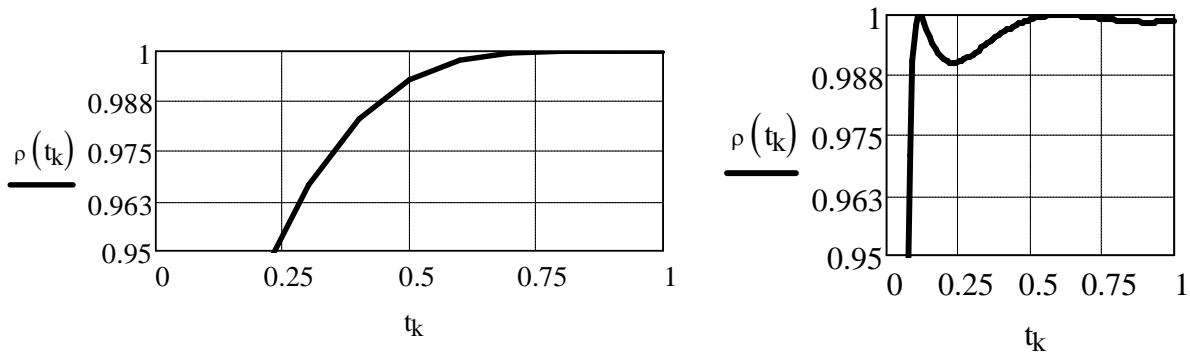


Рис. 4.3. Динаміка показника конкордації для дискретного та неперервного випадків

Для дискретного випадку введено середнє значення критерію конкордації моделі та еталона нестационарного трафіка виду:

$$\rho_0(Z_1, Z_2) := \sum_{t_k=0}^1 \frac{2 \cdot m(t_k) \cdot M(Z_1, Z_2, t_k)}{m(t_k)^2 + M(Z_1, Z_2, t_k)^2}, \quad (4.34)$$

Для неперервного випадку введено інтегральне значення критерію конкордації моделі та еталона нестационарного трафіка виду:

$$\rho_0(Z_1, Z_2) := \int_0^1 \frac{2 \cdot m(t_k) \cdot M(Z_1, Z_2, t_k)}{m(t_k)^2 + M(Z_1, Z_2, t_k)^2} dt_k \quad (4.35)$$

Приклад 4.3 Розрахувати значення критерію (4.34) для моделі, що оптимізована у просторі Евкліда (додаток В.6). Виконуючи підсумовування, отримано

$$\rho_0(Z_1, Z_2) = 1$$

Приклад 4.4. Розрахувати значення критерію (4.48) для моделі, що оптимізована в просторі Гілберта (додаток В.6). Виконуючи інтегрування, отримано

$$\rho_0(Z_1, Z_2) = 0.922$$

Отримані значення показника конкордації показують задовільне узгодження моделі та еталона нестационарного трафіка. Аналізуючи ці значення спільно з даними таблиці 4.1 і графіками рис. 4.3, можна зробити висновок, що «втрати адекватності» в основному обумовлені малою відповідністю початкових значень трафіка.

Для характеристики цих втрат доцільно ввести показник неадекватності моделі та еталона нестационарного трафіка виду

$$\pi_2 = 1 - \rho_0(Z_{10}, Z_{20}) \quad (4.36)$$

Використовуючи отримане значення $\rho_{0д}(Z_1, Z_2) = 1$ і $\rho_{0н}(Z_1, Z_2) = 0.922$, за формулою (4.36) знайдено, що $\pi_{2д} = 0$ і $\pi_{2н} = 0.078$. Можна зробити висновок, що в середньому оптимізована модель для дискретного випадку повністю адекватна еталону, а для безперервного випадку на 7,8% неадекватна еталону. Ці величини добре узгоджуються зі значеннями коефіцієнтів варіації похибок моделювання. Як і раніше, через дискретність системи порівняння спостерігається «маскування неузгодженості моделі і еталону» в дискретному випадку.

Введено показник конкордації середніх значень трафіка на інтервалі нестационарності виду

$$r_0(Z_{10}, Z_{20}) := \frac{2 \cdot m_0 \cdot M_0(Z_{10}, Z_{20})}{m_0^2 + M_0(Z_{10}, Z_{20})^2} \quad (4.37)$$

Приклад 4.5. Розрахувати значення показника конкордації середніх значень трафіка (4.37) на інтервалі нестационарності для моделей, що оптимізовані в просторі Евкліда і в просторі Гілберта (додаток В.6).

Застосовуючи формулу (4.37), отримано

$$r_0(Z_{10}, Z_{20}) = 1 \quad r_0(Z_{10}, Z_{20}) = 1$$

Отже, значення інтегральних показників (4.34), (4.35) можна розглядати як «песимістичні оцінки адекватності моделі та еталона нестационарного трафіка», а значення показника конкордації середніх значень трафіка (4.37) на інтервалі нестационарності як «оптимістичну оцінку адекватності моделі та еталона

нестационарного трафіка». Тому можна застосовувати також інтервальну оцінку адекватності виду

$$I_{pr}(Z_1, Z_2) = [\rho_0(Z_1, Z_2), r_0(Z_1, Z_2)] \quad (4.38)$$

Довжина інтервалу (4.38) може служити мірою адекватності моделі і еталону. Незручність цього показника в тому, що він є нелінійним і обернено пропорційним «ступеню адекватності». Більш зручними є точкові оцінки адекватності та неадекватності моделі та еталона нестационарного трафіка виду:

$$\rho r_0(Z_1, Z_2) = (\rho_0(Z_1, Z_2) + r_0(Z_1, Z_2)) / 2, \quad (4.39)$$

$$\pi_0 = 1 - \rho r_0(Z_1, Z_2) \quad (4.40)$$

15. Аналіз результатів порівняння характеристик модельного і еталонного трафіків і виявлення закономірностей моделювання.

Порівняння початкових моментів модельних та еталонного трафіків показує, що навіть для найгіршого випадку, при $n_{\min} = 2$, досягається цілком задовільна адекватність моделювання початкового моменту нестационарного трафіка. Застосування запропонованої системи критеріїв адекватності дозволяє всебічну перевірку адекватності моделей, дає можливість виконати також оцінку впливу некерованих змінних на оптимальні рішення. Особливо слід звернути увагу на нелінійні ефекти, пов'язані із застосуванням розкладання в ряд по показовим функціям і використанням інтенсивностей зміни трафіка як показників експонент.

Застосування методу квантування і марковській апроксимації дозволяє успішно будувати адекватні логіко-математичні моделі нестационарного трафіка, представленого у вигляді полінома з випадковими коефіцієнтами. Навіть використання найпростішої моделі першого наближення з двома станами трафіку дозволяє задовільно апроксимувати математичне сподівання нестационарного трафіка, представленого у вигляді нормованої параболи з двома параметрами. Запропоновані система показників і методика верифікації моделей нестационарного трафіка з різним числом станів трафіку дозволяють з необхідним ступенем повноти виконувати верифікацію моделей.

4.4. Верифікація моделі основної гармоніки періодичного трафіка

Мета цього параграфа полягає в розробці методу виявлення періодичності та верифікації моделі основної гармоніки періодичного трафіка. Методом максимальної правдоподібності за умови припущення про гаусовський розподіл параметрів, що оцінюються, виконується верифікація основної гармоніки періодичного трафіка і оптимальне оцінювання її параметрів на фоні завади. Розроблений для цього випадку метод в наступному параграфі використовується для верифікації структури і параметрів багатокомпонентного спектру трафіка на фоні завади.

Отже, мова йде про узагальнений випадок оцінювання спектру і параметрів Фур'є трафіка, що спостерігається на фоні завади. Таким чином, задача спектрального аналізу періодичного сигналу узагальнюється на випадок дії завади при різних значеннях сигнал/шум. Виконується верифікація основної гармоніки періодичного трафіка на фоні завади та оптимальне за методом найменших квадратів оцінювання параметрів основної гармоніки трафіка (амплітуди, частоти і фази) по результатам спостереження (моніторингу) огинаючої трафіка на протязі декількох періодів.

Для розв'язання задачі розроблено наступний порядок операцій:

1. Обґрунтування вхідних даних, математичних моделей гармонічного трафіка, високочастотної завади, зашумленого завадою трафіка, що спостерігається.
2. Вибір системи дискретизації трафіка по Котельникову і квазінеперервного часу для візуалізації реалізацій трафіку.
3. Обґрунтування критерію оптимальності оцінювання амплітуди, частоти і початкової фази гармоніки трафіка.
4. Складання системи рівнянь оптимізації оцінювання амплітуди, частоти і початкової фази гармоніки трафіка за вибраним критерієм.

5. Розв'язання в аналітичному вигляді задачі оптимального оцінювання амплітуди основної гармоніки трафіка, оцінювання математичного сподівання, дисперсії та коефіцієнту варіації оптимальної оцінки амплітуди.

6. Приведення рівнянь оптимізації оцінок частоти та фази до виду, що є зручним для їх розв'язання спеціально розробленим графоаналітичним ітераційним методом (ГАІМом) пошуку числових рішень.

7. Дослідження отриманих оптимальних рішень на вплив зміни вихідних даних і параметрів завади.

8. Формулювання висновків по результатам експерименту, проведеному у системі Mathcad (додаток В.4.).

Математичні моделі основної гармоніки трафіка, завади та викривленого завадою сигналу описуються формулами (2.51) – (2.53). Математична модель викривленого завадою трафіка описується формулою (2.54). Для критерію оптимізації справедлива формула (2.55).

Для забезпечення можливостей дослідження впливу на оптимальне оцінювання параметрів трафіка зміни відношення сигнал/шум h сигнал, що спостерігається, представлено у такому вигляді

$$Z(A1, \omega1, F0, N, h, k, N1, t1) = A1 \left[\cos(\omega1 t1 - F0) + \frac{1}{\sqrt{h}} \cos\left(N\omega1 t1 - \frac{k}{N1} \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (4.41)$$

Приклад 4.6. Реалізації сигналу, завади і зашумленого сигналу при конкретних вхідних даних: $A1 = 2/3$, $T = 1$, $\omega1 = 2\pi$, $F0 = 0$, $N = 13$, $h = 81$, $k = 18$, $N1 = 36$, $t1 = 0, 0.05, \dots, 2.0$.

На рис. 4.4 - 4.6 показані два періоди реалізацій істинного значення трафіку $X(t1)$, завади $Y(t1)$, викривленого завадою трафіка $Z(t1)$, поданих у квазінеперервному часі $t1$. Можна помітити, що завада суттєво впливає на реалізацію трафіка навіть при відносно великому відношенні сигнал/шум.

Складено систему з трьох рівнянь оптимізації класичним методом пошуку оптимальних значень трьох змінних, виконавши взяття похідних і дорівнюючі їх нулю, отримано

$$\sum_t [[Z(B1, \Psi1, t) - X(A1, \omega1, F0, t)] \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0)] = 0 \quad (4.42)$$

$$\sum_t [[Z(B1, \Psi1, t) - X(A1, \omega1, F0, t)] \cdot \sin(\omega1 \cdot t - F0)] \cdot t = 0 \quad (4.43)$$

$$\sum_t [[Z(B1, \Psi1, t) - X(A1, \omega1, F0, t)] \cdot \sin(\omega1 \cdot t - F0)] = 0 \quad (4.44)$$

Перше рівняння є лінійним відносно амплітуди і розв'язується в аналітичному вигляді.

Формула (4.45) узагальнює відому формулу перетворень Фур'є, вона враховує дію завади і початкову фазу сигналу.

$$A_{lopt} = \frac{\sum_t [(Z(B1, \Psi1, t)) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0)]}{\sum_t (\cos(\omega1 \cdot t - F0))^2} \quad (4.45)$$

Рівняння (4.43), (4.44) в аналітичному виді не розв'язуються, для отримання числового рішення розроблено спеціальний графоаналітичний ітераційний метод (ГАІМ), який забезпечує потрібну наперед задану точність.

Декілька характерних прикладів експерименту, які ілюструють оптимальне оцінювання параметрів гармоніки трафіка і вплив параметрів завади на погрішності оцінок наведені в додатку В.3.

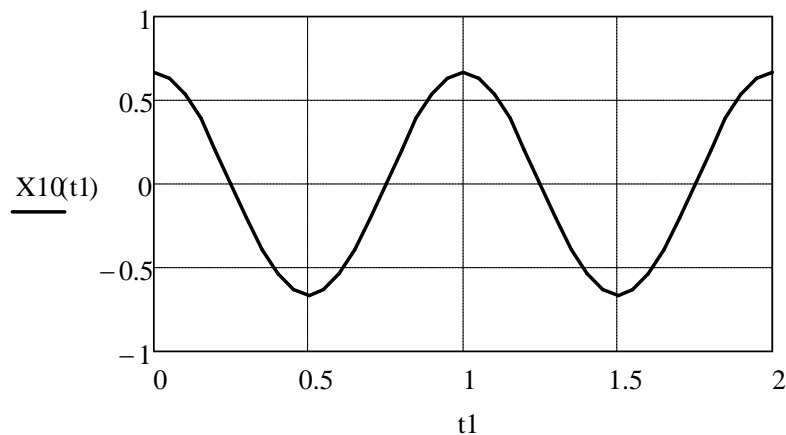
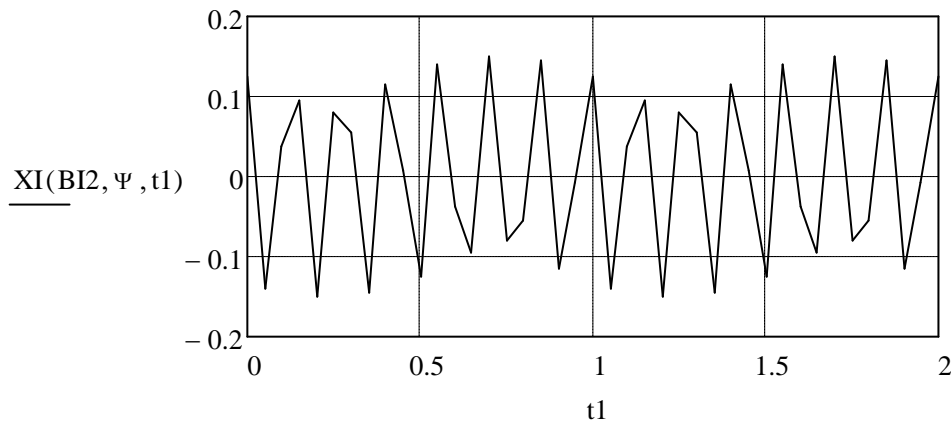
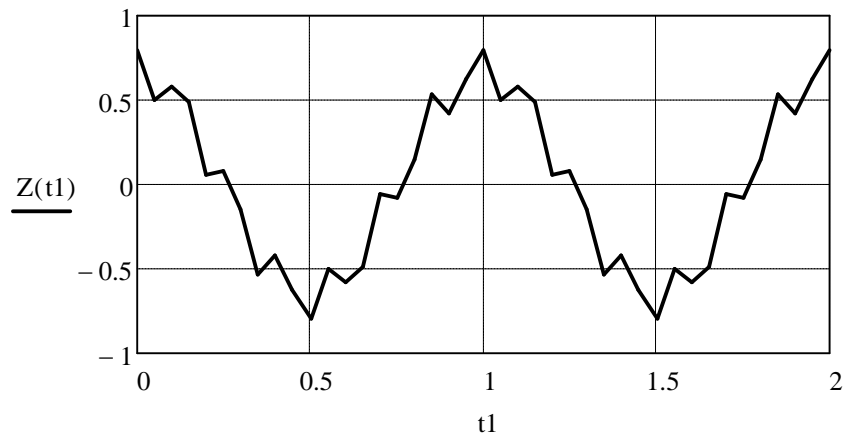


Рис. 4.4. Реалізація огиноючої трафіка $X_{10}(t_1)$

Рис. 4.5. Реалізація завади $XI(t_1)$ Рис.4.6. Реалізація зашумленого трафіка $Z(t_1)$

Суть розробленого ГАІМу для оптимального оцінювання частоти на фоні завади із наперед заданою погрішністю полягає в наступному. Рівняння оптимізації частоти (4.43) представляється як різниця (нев'язка) лівої і правої частин. Це дозволяє із наперед заданою точністю визначати невіязку ітераційним методом на кожному кроці ітераційної процедури визначення координати (частоти) точки перетину графіків лівої і правої частин. На кожному кроці ітераційної процедури поправка в останньому вірному розряді оптимальної оцінки визначається через відносну довжину невіязки, що була отримана на попередньому кроці. Розроблено спосіб прискорення визначення оптимальної оцінки частоти.

Ліва частина рівняння оптимізації частоти представлена у вигляді

$$LP(\omega_{11}) = \left[\sum_t (X(A_{1, \omega_{11}}, F_0, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F_0) \cdot t) \right] \quad (4.46)$$

права частина представлена у вигляді

$$RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) = \left[\sum_t (Z_{22}(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F_0) \cdot t) \right] \quad (4.47)$$

тоді рівняння нев'язки:

$$\Delta LR(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) = LP(\omega_{11}) - RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) \quad (4.48)$$

На рис. 4.7 показано розв'язання рівняння оптимізації з точністю до 7 знаку графічним методом.

Встановлено корисну властивість ітераційної процедури визначення оптимальної оцінки частоти. При зміні відношення h справедлива така пропорція

$$(\Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22})) \cdot \sqrt{h_2} = (\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22})) \cdot \sqrt{h_3} \quad (4.49)$$

Це дозволяє при відомих h_2, k_{22} визначати майбутню нев'язку при будь-яких відношеннях сигнал/шум h_3 за допомогою формули

$$\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22}) = \sqrt{\frac{h_2}{h_3}} \cdot \Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22}) \quad (4.50)$$

Показано, що виявлена закономірність (4.49) є справедливою при будь-яких значеннях показника фази k_{22} .

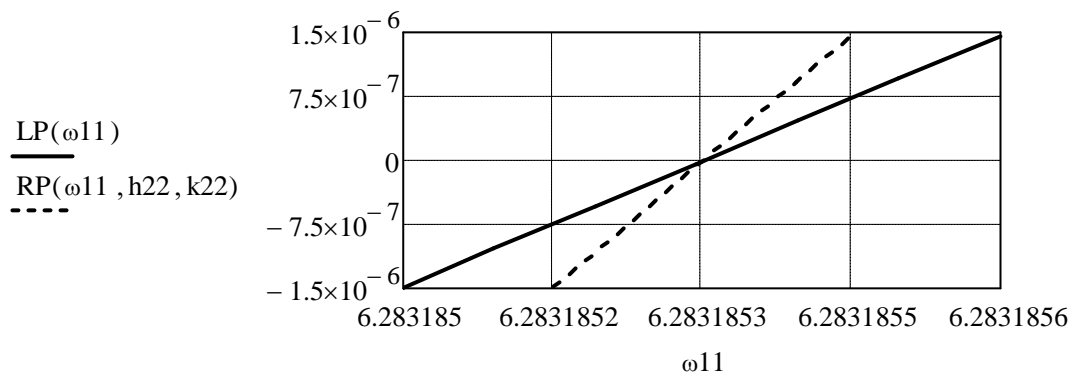


Рис. 4.7. Ілюстрація визначення оптимального значення частоти графічним методом

Визначення оптимальної оцінки початкової фази корисного сигналу на фоні завади із рівняння (4.44) виконується ГАІМом аналогічно пошуку оптимальної оцінки частоти. Визначення оптимальної оцінки початкової фази корисного сигналу включає наступні кроки:

1. Обґрунтування і вибір початкових даних і умов оптимального оцінювання фази.
2. «Грубе» визначення по графіку інтервалу зміни початкової фази.
3. «Точне» визначення ГАІМом довжини інтервалу для фази з наперед визначеною точністю.
4. Оптимальна оцінка фази як середнього значення «точного інтервалу» фази, у якому нев'язка проходить через нуль.
5. Визначення відносної погрішності оптимальної оцінки фази як нормоване по значенню оптимальної оцінки середнє значення довжини «точного» інтервалу фази.
6. Визначення довжини нев'язки, що відповідає довжині «точного» інтервалу фази.
7. Визначення отриманих значень відносних погрішностей для порівняльного аналізу і прийняття рішення відносно оптимального значення фази.
8. Повернення до п.3, якщо не забезпечена наперед задана точність оптимальної оцінки фази.

Нижче наведено приклад експерименту по застосування ГАІМу для оптимального оцінювання фази гармоніки трафіка.

Приклад 4.7. Особливості оптимального оцінювання фази $F1 = 0.523599$ при $h1 = 243$, $k1 = 18$.

В даному випадку застосується розроблений алгоритм для оптимального оцінювання фази в даному випадку. Порядок оцінювання відносної погрішності оптимального оцінювання.

Рівняння нев'язки має вигляд

$$\Delta_3(\phi_{02}, F1, h3, k3) := LP3(\phi_{02}, F1, 243, 18) - RP3(\phi_{02}, F1) \quad (4.51)$$

де фаза завади $\phi_{02} = \pi/4$, фаза сигналу $F1 = \pi/6$.

На рис. 4.8 показано процедуру пошуку методом визначення координати нуля нев'язки оптимального значення фази сигналу с точністю до 7 знаку після точки. Відносна велика погрішність оптимальної оцінки фази

$$\delta F1_{opt} = \frac{\phi_{opt} - F1}{F1} = \frac{0.4241562 - 0.523599}{0.523599} = -0.1899216 \quad (4.52)$$

виникає через досить близьке значення фази сигналу і фази завади.

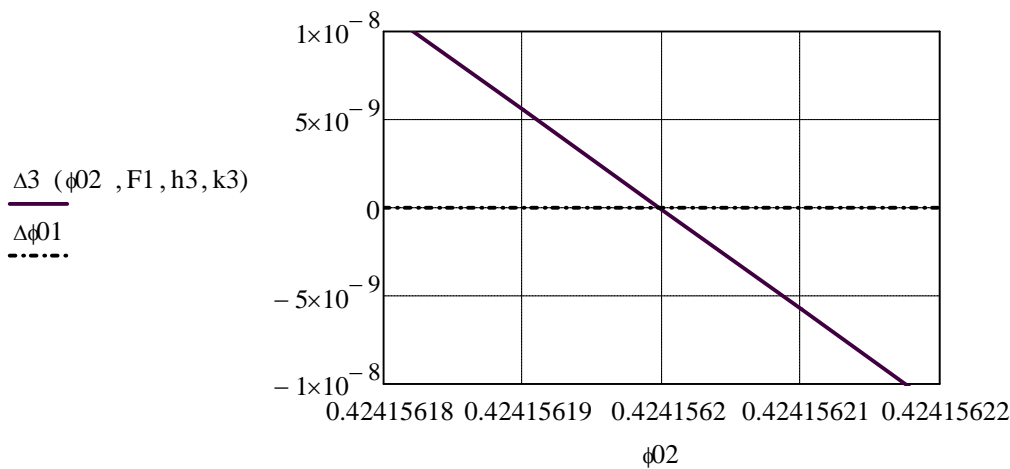


Рис. 4.8. Пошук оптимальної оцінки фази сигналу

Таким чином, в цьому параграфі розроблено виявлення та оптимальне оцінювання параметрів основної гармоніки періодичного трафіка. Показано, як виконується верифікація основної гармоніки періодичного трафіка і оптимальне оцінювання її параметрів на фоні завади. Для розв'язання задачі розроблено метод та програму експерименту в системі Mathcad. Отримано систему рівнянь оптимізації параметрів періодичного трафіка (4.42) – (4.44). Розроблено графоаналітичний ітераційний метод оптимального оцінювання параметрів трафіка. Наведені приклади експериментів по оптимальному оцінюванню параметрів періодичного трафіка.

4.5. Верифікація моделі спектру періодичного трафіка

В цьому параграфі метод, що розроблений в попередньому параграфі, узагальнюється на більш складну структуру періодичного трафіка, який спостерігається на фоні завади. По результатам спостереження (моніторингу сніфером) викривленою заводою огинаючої трафіку на протязі декількох періодів за методом максимальної правдоподібності оптимально оцінюються структура і параметри спектру трафіка.

Для ілюстрації постановки задачі на рис.4.8 - 4.10 представлені, відповідно, реалізації істинного значення трафіку $X(t)$, завади $Y(t)$ і викривленої заводою реалізації $Z(t)$ трафіку при відношенні сигнал/шум $h = 81$. Як і раніш, основний логічний смисл задачі полягає в оптимальному оцінюванні істинного значення трафіка $X(t)$ по викривленій заводою реалізації трафіка $Z(t)$.

Математична модель істинного сигналу ускладнюється і приймає вигляд

$$X(t) = \sum_{k=1}^n [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \quad (4.53)$$

Аналогічно ускладнюється і математична модель завади

$$Y(t) = \sum_{k=1}^n [B_k \cdot (\cos(\omega_{1_k} \cdot t) \cdot \cos(\psi_{1_k}) - \sin(\omega_{1_k} \cdot t) \cdot \sin(\psi_{1_k}))] \quad (4.54)$$

де n – число гармонік в спектрі трафіка і завади.

Відповідно задається відношення сигнал/шум по кожній гармоніці, яке використовується для розрахунку амплітуд гармонік завади

$$B_k = \frac{A_k}{\sqrt{h_k}} \quad (4.55)$$

Математична модель трафіка, що спостерігається

$$Z(t) = X(t) + Y(t) \quad (4.56)$$

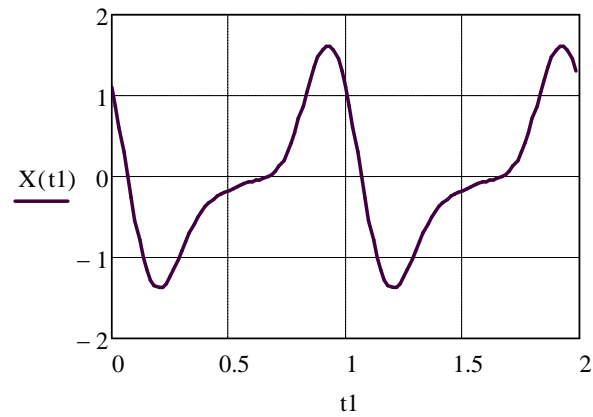


Рис. 4.8. Реалізація істинного значення періодичного трафіка (еталон)

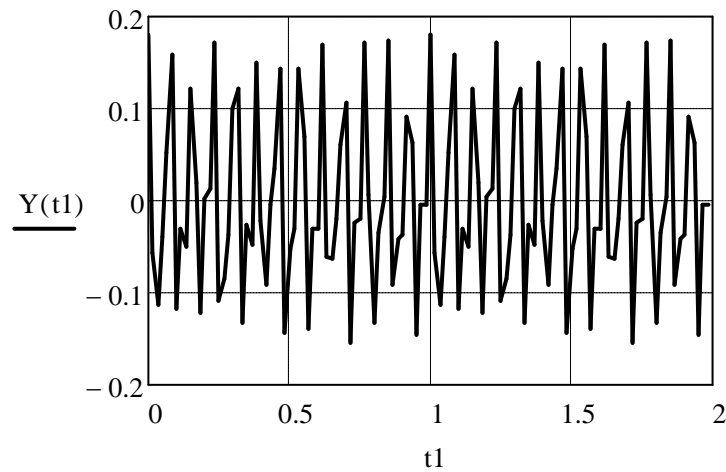


Рис. 4.9. Реалізація завади при $h_k = 81$

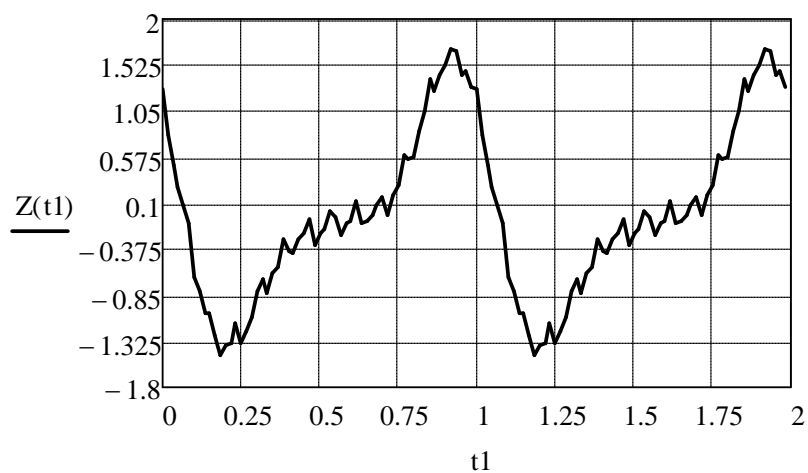


Рис. 4.10. Реалізація зашумленого трафіка при $h_k = 81$

Задача оптимального оцінювання структури і параметрів багатокомпонентного періодичного трафіка на фоні завади розв'язується у наступній постановці:

А. Відомо:

1. Гіпотеза про те, що існує певна періодичність трафіка.
2. Гіпотеза про те, що трафік має складну багатокомпонентну структуру.
3. Завада є адитивною і має спектр, набагато ширший ніж спектр сигналу.
3. Результат спостереження однієї реалізації зашумленого трафіка, довжиною більше одного періоду, що включає два і більше сусідніх максимумів або мінімумів.

В. Для розв'язання задачі застосовується метод максимальної правдоподібності у вигляді методу найменших квадратів.

С. Очікувані результати розв'язання задачі:

1. Визначення періоду трафіка.
2. Визначення структури періодичного трафіка, числа суттєвих гармонік.
3. Оптимальні оцінки усіх параметрів гармонік: амплітуд, частот і фаз.
4. Погрішності оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка.
5. Метод оптимального оцінювання періодичного трафіка на фоні завад.

Критерій оптимальності оцінок параметрів періодичного трафіка має вигляд:

$$S_0(A_k, \omega_k, \phi_k) = \sum_t \sum_{k=1}^n (Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t))^2 \quad (4.57)$$

Використовуючи звичайну процедуру складання системи оптимізації, за цим критерієм отримано $3n$ рівнянь:

$$\left[\sum_{t=0}^{T_0} [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \right] = 0 \quad (4.58)$$

$$\left[\sum_{t=0}^{T_0} [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot (\sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)) \cdot t] \right] = 0$$

$$\left[\sum_{t=0}^{T_0} [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k))] \right] = 0$$

Перше рівняння системи (4.58) дозволяє визначити оптимальні оцінки амплітуд гармонік у явному виді за допомогою формул:

$$A_{\text{копт}} = \frac{\sum_t [Z(t) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))]}{\sum_t [((\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)))^2]} \quad (4.59)$$

Два інші рівняння дозволяють отримати числові значення оптимальних оцінок частот і фаз гармонік за допомогою розробленого ГАІМу.

Приклади типових експериментів з оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка наведені в додатку В.4.

Абсолютна погрішність оптимального оцінювання періодичного трафіка

$$\Delta X(t_1) = X_{1230}(t_1) - X(t_1) \quad (4.60)$$

відносна погрішність оптимального оцінювання періодичного трафіка

$$\delta X(t_1) = \frac{X_{1230}(t_1) - X(t_1)}{X(t_1)} \quad (4.61)$$

Рис. 4.11 - 4.13 наочно ілюструють погрішності оптимального оцінювання періодичного трафіка по критерію МНК (4.57). При інших відношеннях сигнал/шум виявлені закономірності зберігаються.

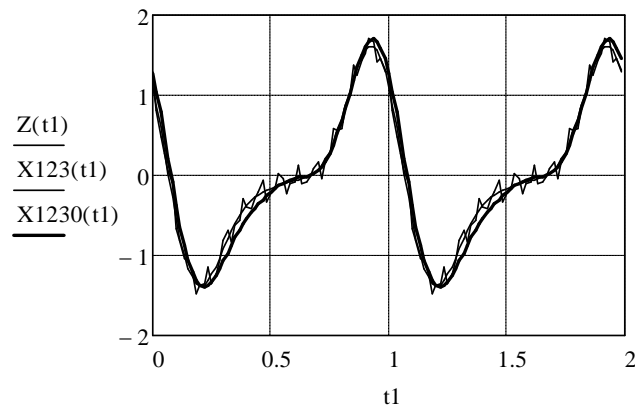


Рис.4.11 Реалізація трафіка $Z(t_1)$, що спостерігається, істинне значення трафіка $X_{123}(t_1)$ та його оптимальна оцінка $X_{1230}(t_1)$

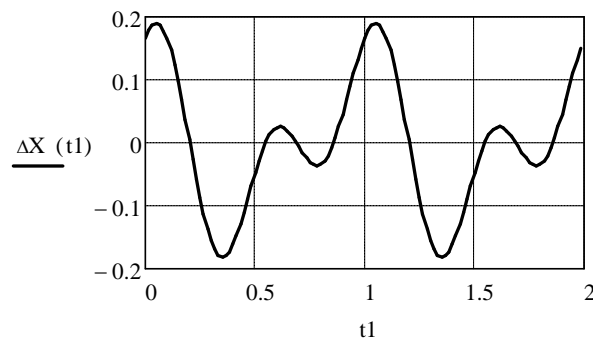


Рис.4.12. Графіки залежності від часу абсолютної погрішності оптимальної оцінки трафіка

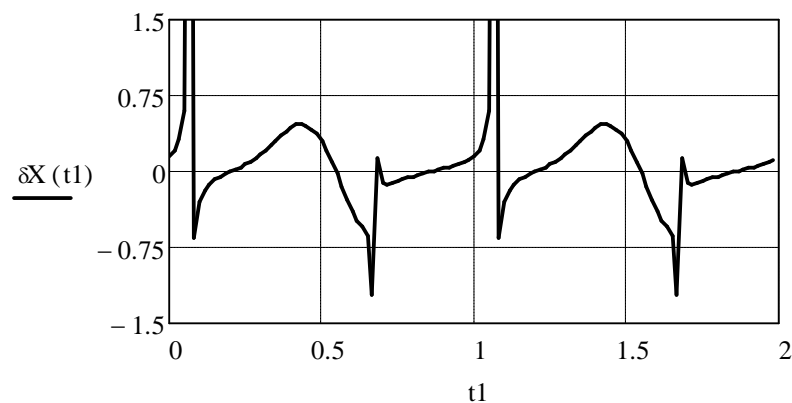


Рис.4.13. Графіки залежності від часу відносної погрішності оптимальної оцінки трафіка

Таким чином, в даному параграфі поставлена і розв'язана задача верифікації структури і параметрів багатокompонентного періодичного трафіка на фоні завади. Показано, як ускладнюється узагальнена постановка задачі. Обрано критерій оптимальності оцінок параметрів періодичного трафіка (4.57), отримано

систему рівнянь оптимізації (4.58) параметрів періодичного трафіка. Показані особливості оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіка за допомогою створеної в системі Mathcad програми (додаток В.5). Ця програма дозволяє виконати значний обсяг експериментів по дослідженню структур і параметрів періодичних процесів, які спостерігаються на фоні різноманітних завад.

Висновки до розділу 4

1. Четвертий розділ присвячений експериментальному дослідженню оптимальних моделей нестационарного трафіка в комп'ютерних мережах, побудованих методом квантування і марковській апроксимації і методом найменших квадратів. Для оцінювання точності апроксимації трафіку введено поняття еталонного трафіка і використовується порівняння перших двох моментних характеристик обвідної модельного і еталонного трафіків. Це дозволяє порівнювати багатомірні гаусовські розподіли еталонного та модельного нестационарного трафіка. У ролі еталонних моделей обвідної агрегованого трафіка вибрано канонічне розкладання обвідної за ступенями полінома та розкладання в ряд Фур'є періодичного трафіка на фоні широкосмугової завади.

2. Розроблений метод верифікації моделей нестационарного трафіка комп'ютерних мереж. Ці мережі розглядаються як мережеві системи масового обслуговування повідомлень, представлених у вигляді пакетів або блоків даних. Процедура верифікації розуміється як перевірка адекватності моделей трафіка еталонним моделям за допомогою обраних критеріїв і показників адекватності. У ролі таких критеріїв і показників використані цільові функціонали, які визначають точність і достовірність моделювання трафіка. Основними критеріями служать точкові та інтервальні оцінки конкордації (узгодженості) між собою модельних і еталонних значень моментів поліноміального трафіка або гармонік періодичного трафіка.

3. Застосування методу квантування і марковській апроксимації дозволяє успішно будувати адекватні логіко-математичні моделі нестационарного

трафіка, представленого у вигляді полінома з випадковими коефіцієнтами. Пропоновані система показників і метод верифікації моделей нестационарного трафіка з різним числом станів трафіка дозволяють з необхідним ступенем повноти виконувати верифікацію моделей.

4. Показано, як виконується верифікація основної гармоніки періодичного трафіка і оптимальне оцінювання її параметрів на фоні завади. Виконано математичне моделювання трафіка, завади, реалізації трафіка, що спостерігається в експерименті. В системі Mathcad розроблено програму експерименту. Розроблено графоаналітичний ітераційний метод оптимального оцінювання параметрів трафіка.

5. Поставлена і розв'язана задача верифікації моделей структури і параметрів багатокомпонентного періодичного трафіка на фоні завади. Показані особливості верифікації оптимальних моделей періодичного трафіка за допомогою спеціально створеної в системі Mathcad програми. Ця програма дозволяє виконати значний обсяг експериментів по дослідженню структур і параметрів періодичних процесів, які спостерігаються на фоні різноманітних завад.

6. Результати експериментальних досліджень в основному підтвердили справедливості теоретичних положень, що були використані при побудові адекватних логіко-математичних моделей поліноміальних і періодичних трафіків. Створені в системі Mathcad програми Worksheet EstOpt PT-1 і Worksheet EstOpt PT-n дозволяють виконувати різноманітні масштабні експерименти по синтезу моделей і дослідженню поліноміальних і періодичних трафіків за результатами натурних спостережень трафіків в комп'ютерних мережах.

Результати експериментальних досліджень даного розділу наведено в таких публікаціях:

1. Ладигіна О.А. Верифікація моделей нестационарного поліноміального трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2018. – №4(40). – С. 410-414.
2. Ладигіна О.А. Оптимізація методів верифікації моделей нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна, М.М. Гузій // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №1(41). – С. 16-22.
3. Ігнатов В.О. Верифікація моделей нестационарного трафіку комп'ютерних мереж / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Комп'ютерні системи та мережні технології: VI міжнародна науково-технічна конференція, 11-13 черв. 2013: Збірн. тез. – К.: НАУ, 2013. – С.64.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримано нове вирішення актуальної наукової задачі, що полягає у підвищенні якості обслуговування нестаціонарного трафіка в гетерогенних комп'ютерних мережах, розробці нових та вдосконаленні існуючих методів статистичної оптимізації по критерію мінімуму середнього ризику обслуговування трафіка з урахуванням існуючих обмежень на базі вдосконалених логіко-математичних моделей нестаціонарного трафіка з високим ступенем адекватності.

Основні наукові та практичні результати проведеного дисертаційного дослідження полягають у наступному:

1. Удосконалено метод виявлення періодичності спектру нестаціонарного трафіка на фоні завад, досліджено вплив основних параметрів завади на обсяг інформації, яка передається мережею.

2. Набув подальшого розвитку метод статистичної оптимізації обслуговування нестаціонарного трафіку в симплексних і дуплексних лініях зв'язку в багатоканальних системах, гетерогенних комп'ютерних мережах. На основі запропонованого методу оцінено втрати, що виникають в мережах передачі даних, визначено керуючі впливи для наближення режиму передачі даних до оптимального. Статистична оптимізація обслуговування трафіку виконана оптимальним вибором числових характеристик пропускних здатностей і обсягів пам'яті буферних пристроїв систем гетерогенних комп'ютерних мереж.

3. Обґрунтовані критерії оптимальності і обмеження в прямій постановці задачі оптимізації розподілу пропускних здатностей в комп'ютерних мережах з урахуванням їх неоднорідності. Отримані залежності вихідних характеристик від вхідних даних (3.18) – (3.22). Визначені числові характеристики оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в дуплексних лініях (3.23) – (3.28). Наведено приклади аналізу оптимального рішення задачі статистичної оптимізації обслуговування трафіку в симплексних та дуплексних лініях зв'язку. Виконана класифікація обмежень задач оптимізації за ознаками вибору значень вагових коефіцієнтів. Розглянуто приклади визначення

характеристик оптимального режиму для двоканальних і трьох канальних систем, показано оптимальне рішення (3.60), (3.61) для загального випадку (довільного $N > 1$). Доказано існування взаємозв'язків середньої тривалості обслуговування пакетів даних в багатоканальних системах в оптимальному і неоптимальному режимах, а також взаємозв'язків обсягів пам'яті буферних пристроїв багатоканальних систем для оптимального і неоптимальних режимів.

4. Вперше розроблено метод верифікації логіко-математичних моделей динаміки нестационарного трафіка, який враховує параметр розмірності моделей з різним числом станів трафіка для перевірки адекватності моделей, а також виконує оцінку впливу некерованих змінних на оптимальні рішення.

5. Розроблено графоаналітичний ітераційний метод пошуку оптимальних числових рішень рівнянь оптимізації параметрів нестационарного трафіка. Для досліджень процедури розроблено пакети прикладних програм в системі Mathcad для оптимального оцінювання та верифікації моделей нестационарного трафіка.

6. Практичне застосування запропонованого методу виявлення періодичності та спектру нестационарного трафіка на фоні завад дозволяє визначити основні закономірності періодичного трафіка з урахуванням обраних параметрів корисних сигналів і завад та реалізувати оптимальні процедури моніторингу.

7. Результати експериментальних досліджень підтвердили адекватність розроблених моделей та запропонованих методів, виявили основні особливості їх практичного використання для оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в мережах передачі даних та комп'ютерних системах і мережах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Крылов В. В. Теория телетрафика и ее приложения : учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальности 200900 «Сети связи и системы коммутации» / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. – СПб.: ХВ-Петербург, 2005. – 288 с.
2. Городецкий А.Я. Фрактальные процессы в компьютерных сетях: методы идентификации моделей трафика / А.Я. Городецкий, А.В. Иванов // Научно-технические ведомости СПбГТУ. – 2001. – №3(25). – С. 22-25.
3. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version). / W.E.Leland, M.S.Taqqu, W.Willinger, and D.V.Wilson. // IEEE/ACM Transactions of Networking. - №2(1). – PP.1-15.
4. Wischik D. Implication of long-range dependence / D.Wischik // John Wiley & Sons. – 2000. – 192 pp.
5. Цыбаков Б.С. Модель телетрафика на основе самоподобного случайного процесса / Цыбаков Б.С. // Радиотехника. – 1999. – №5. – С. 24-31.
6. Tsybakov B. Self-similar processes in communications networks / B. Tsybakov, N. Georganas // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1998. – vol. 44. – PP. 1713-1725.
7. Gneiting T. Stochastic models which separate fractal dimensional Hurst effect / T. Gneiting, M. Schlather // NRCSE-TRS, № 069, Sep. 20, 2001. – PP. 123-138.
8. Вуколов Э.А. Анализ временных рядов: учеб. пособие / Вуколов Э.А. – М.: МИЭТ, 1997. – 55 с.
9. Feng W. The Failure of TCP in High-Performance Computational Grids / W. Feng, P. Tinnakornsriruphap // SC2000: High-Performance Network and Computing Conference, Dallas, TX , November 2000. – PP. 145-156.
10. Заборовский В. С. Методы и средства исследования процессов в высокоскоростных компьютерных сетях: дис. доктора техн. наук : 05.13.01 / Заборовский Владимир Сергеевич.– СПб.,1999. – 268 с.

11. Игнатов В. А. Теория информации и передачи сигналов: Учебник для вузов / Игнатов В. А. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.

12. Игнатов В.А. Статическая оптимизация качества функционирования электронных систем / Игнатов В.А., Маньшин Г.Г. Трайнев В.А. – М.: Энергия, 1974. – 264с.

13. Жуков І. А. Комп'ютерні мережі та технології: Навч. посіб. / Жуков І.А., Гуменюк В.О., Альтман І. Є. – К.: НАУ, 2004. – 276 с.

14. Жуков І.А. Основи теорії мереж передачі та розподілу даних: Навч. посіб. / І.А. Жуков, М.А. Віноградов, В.І. Дрововозов, Н.Ф. Халімон. -К.: Книжкове видавництво НАУ, 2006. -272 с.

15. Жуков И.А., Мартынова О.П. Особенности передачи данных мультимедиа в компьютерных сетях / И.А. Жуков, О.П. Мартынова // Проблемы інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2002. – №5. – С. 121-124.

16. Жуков И. А. Анализ процессов адаптивной коррекции радиоспектра при передаче мультимедийного трафика шумоподобными сигналами / И. А. Жуков, М.М. Ластовченко, Ю.Ю. Искренко // Проблемы інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2008. – № 2 (24). – С. 57-64.

17. Жуков И.А. Обеспечение заданного уровня качества обслуживания в объединенных сетях / И.А. Жуков, И.А. Клименко // Проблемы інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2005. – №13. – С. 5-14.

18. Жуков И.А. Анализ процессов адаптивной коррекции радиоспектра при передаче мультимедийного трафика шумоподобными сигналами./ И.А. Жуков, М.М. Ластовченко, Ю.Ю. Искренко // Проблемы інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2008. – №2 (24). – С. 66-73.

19. Жуков И. А. Анализ устойчивости систем управления корпоративными компьютерными сетями при наличии задержек доставки управляющей информации / И. А. Жуков // Управляющие системы и машины. – 2010. – №5. – С. 54-62.

20. Жуков І.А. Алгоритм и средства оптимальной коммутации пакетов в компьютерных сетях / І.А. Жуков, Н.І. Алішов, Салім Аль Шибані // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К. : НАУ, 2006. – №3 (18). – С. 12-19.

21. Жуков І.А. Оптимізація комп'ютерної мережі з забезпеченням QoS на основі числового критерія / І.А. Жуков, Аль-Сурікі Ібрагім, Аль Шибані Салім // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К. :НАУ, 2006. – №1(16). – С. 71-75.

22. Ігнатов В.О., Жуков І А., Гузій М.М., Даниліна Г.В. Моделювання перехідних режимів трафіку комп'ютерної мережі / В.О. Ігнатов, І А. Жуков, М.М. Гузій, Г.В. Даниліна // Информационные технологии и безопасность: Сборник научных трудов. – К.: Национальная академия наук Украины, Институт проблем регистрации информации, 2006. – Вып.9. – С. 84 – 87.

23. Ігнатов В.О. Марковські рандомізовані моделі / В.О. Ігнатов, І.О. Мачалін, М.М. Гузій, Г.В. Даниліна // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – 2006. – Вип. IV (39). – С. 179-184.

24. Гузій М.М. Милокум Я.В. Методи і алгоритми оптимального управління трафіком в обчислювальних мережах / М.М. Гузій, В.О. Ігнатов, Г.В. Даниліна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2006.– №17. – С. 32-37.

25. Гузій М.М. Оцінювання ефективності використання ліній зв'язку в обчислювальних мережах / М.М. Гузій, В.О. Ігнатов, Г.В. Даниліна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2006.– №18. – С.54-59.

26. Ігнатов В.О. Оптимізація управління трафіком обчислювальних мереж / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, Г.В. Даниліна // VIII Міжнародна науково-технічна конференція «АВІА-2007».– К.: НАУ, 2007. – Т. 1. – С. 13.21-13.24.

27. Сухопара О.М. Вибір визначальних параметрів і характеристик для контролю відповідності обладнання АТМ-мереж / О.М. Сухопара, Г.Ф. Конахович // Труды Четвертой международной научно-практической конференции «Современные Информационные и Электронные технологии». – 2003. – Одесса. – С.78.

28. Сухопара О.М. Показники ефективності технічного обслуговування обладнання мереж Asynchronous Transfer Mode. / О.М Сухопара, Г.Ф. Конахович, В.Г. Потапов // Вісник Національного авіаційного університету. – 2003. – №3-4. – С. 65-68.

29. Бистрик В.Ф. Основи теорії інформації та передачі сигналів / Бистрик В.Ф., Ігнатов В.О., Конахович Г.Ф. – К: НАУ. – 2004. – 100 с.

30. Конахович Г.Ф. Тестування відповідності як засіб забезпечення доступності телекомунікаційних послуг на базі комп'ютерних мереж / Г.Ф. Конахович, В.Є. Коломієць // Матеріали VI Міжнародної НТК «Авіа 2004». – Т.1. – 2004. – С.12.18-12.22.

31. Конахович Г.Ф. Метод динамического перераспределения потоков между портами устройства пакетной коммутации, позволяющий б увеличить загрузку сетевого оборудования / Г.Ф. Конахович, И.В. Вербицкий // Математичні машини і системи. – 2005. – №1. – С.148-158.

32. Конахович Г.Ф. Аналіз сучасних методів засобів та механізмів керування ресурсами телекомунікаційних мереж з комутацією пакетів / Г.Ф. Конахович, І.В. Вербицький // Захист інформації. – 2005. – №2. – С.19-28.

33. Кусумуа Т. Модель канала передачи данных в сетях абонентского доступа / Т. Кусумуа, Г.Ф. Конахович // Моделирование. – 2005. – №2. – С. 3-12.

34. Конахович Г.Ф. Сети передачи пакетных данных / Г.Ф. Конахович, В.М. Чуприн. – К.: МК- Прес, 2007 – 272 с.

35. Баевая Н.Н. Многоканальные системы передачи: Учебник для вузов / Н.Н. Баевая, В.Н. Гордиенко. – М.: Радио и связь, 1996. – 560 с.

36. Тверецкий М.С. Многоканальные телекоммуникационные системы: Учебник для вузов / М.С. Тверецкий, В.Н. Гордиенко. – М.: Горячая Линия Телеком, 2005. – 416 с.

37. Гургенидзе А.Т. Мультисервисные сети и услуги широкополосного доступа: Монография / А.Т. Гургенидзе, В.И. Кореш. – М.: Наука и техника, 2003. – 400 с.

38. Крук Б.И. Телекоммуникационные системы и сети. Современные технологии: Учебное пособие для высших учебных заведений. / Крук Б.И., Попантонопуло В. Н, Шувалов В. П. – М.: Горячая Линия Телеком, 2003. – 648 с.

39. Катунин Г.П. Телекоммуникационные системы и сети. Радиосвязь, радиовещание, телевидение: Учебное пособие для высших учебных заведений / Г.П. Катунин, Г.В. Мамчев, В.Н. Попантонопуло, В.П. Шувалов. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2004. – 672 с.

40. Величко В.В. Телекоммуникационные системы и сети. Мультисервисные сети: Учебное пособие для высших учебных заведений / В.В. Величко, Е.А. Субботин, В.П. Шувалов, А.Ф. Ярославцев. – М.: Горячая Линия Телеком, 2005. – 592 с.

41. Битнер В.И. Нормирование качества телекоммуникационных услуг / В.И. Битнер, Г.Н. Попов.– М.: Горячая Линия Телеком, 2004. – 312 с.

42. Мирошник И.В. Согласованное управление многоканальными системами / И.В. Мирошник. – Л.: Энергоатомиздат, 1990 – 160 с.

43. Виноградов Н.А. Анализ потенциальных характеристик устройств коммутации и управления сетями новых поколений / Н.А. Виноградов // Зв'язок. – 2004. – №4. – С. 10-17.

44. Виноградов Н.А. Анализ нагрузки на сети передачи данных в системах критичного применения / Н.А. Виноградов, В.И. Дровозов, Н.Н. Лесная, А.С. Зембицкая // Зв'язок. – 2006. – № 1 (61). – С. 9-12.

45. Виноградов Н.А. Математические модели сигналов и помех в системах позиционирования мобильных терминалов / Н.А. Виноградов, Д.М Абу-Бакер // Зв'язок. – 2006. – №3(63). – С. 46-54.

46. Виноградов Н.А. Статистические характеристики и методы расчета отраженных сигналов в системах мобильной связи / Н.А. Виноградов, Д.М Абу-Бакер // Проблеми підвищення ефективності інфраструктури: : Зб. наук. пр. – Київ, 2005. – №11. – С. 142-149.

47. Виноградов Н.А. Методика оценивания параметров потоков экстремальных ситуаций телекоммуникационной сети для задач оптимального

распределения ресурсов защиты / Н.А. Виноградов, В.В. Коробко, Г.М. Задоя, А.П. Скоропадченко, В.М. Вовк // Проблемы информатизации та управління: Зб. наук. пр. – К.:НАУ, 2004. – №10. – С. 30-39.

48. Баранов В.Л. Метод системоаналогового керування для багато шляхової маршрутизації у складних комп'ютерних системах / В.Л. Баранов, Г.Л. Баранов, І.А. Жуков, О.П. Мартинова // Проблемы информатизации та управління: Зб. наук. пр. – К.:НАУ, 2007. – №11. – С. 67-70.

49. Жуков І.А. Метод системоаналогового керування для багатошляхової маршрутизації у складних комп'ютерних системах / І.А. Жуков, Г.Л. Баранов, В.Л. Баранов, О.П. Мартинова // Проблемы информатизации та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2004. – №11. – С. 67-70.

50. Мироновский Л. А. Моделирование динамических систем: Уч. пособие / Мироновский Л. А. – СПб.: ГААП, 1992 – 79 с.

51. Баранов В.Л. Порівняння методів моделювання динамічних процесів основними та зміщеними диференціальними перетвореннями / В.Л. Баранов, Г.Л. Баранов, О.Г. Фролова // Проблемы информатизации та управління: Зб. наук. пр. – К.:НАУ, 2004. – №10. – С. 72-77.

52. Баранов В.Л. Многокритериальная оптимизация динамических процессов в области смещенных дифференциальных преобразований / В.Л. Баранов, Е.Г. Фролова, Г.Л. Баранов // Оптимизация производственных процессов. – 2002. – № 5. – С. 25-34.

53. Баранов В.Л. Метод моделювання фізичних процесів на основі диференціальних перетворень нелінійних крайових задач / В.Л. Баранов, С.В. Водоп'ян, Р.М. Костюченко // Вісник ЖДТУ. – 2007. – №2(41). – С. 59-65.

54. Баранов В.Л. Зміщені системоаналогові диференціальні перетворення для розв'язку крайових задач / В.Л. Баранов, С.В. Водоп'ян, Р.М. Костюченко // Вісник ЖДТУ. – 2005. - № 4(35). – С. 42-48.

55. Баранов В.Л. Варіаційна модель оптимальних процесів керування на основі зміщення диференціальних перетворень / В.Л. Баранов // Вісник ЖДТУ. – 2007. – №1. – С.102-106.

56. Браїловський М.М. Р-моделювання складних динамічних систем / М.М. Браїловський, В.Л.Баранов. – К.: ДУІКТ, 2008. – 132 с.

57. Фролова Е.Г. Компьютерное моделирование замкнутого процесса оптимального управления на основе смещенных дифференциальных преобразований / Е.Г. Фролова, В.Л. Баранов, Г.Л. Баранов // Матеріали V Міжнар. наук.-техн. конф. "АВІА-2003", 23 – 25 квітня 2003 р.: Том 2. Аерокосмічні системи моніторингу та керування. – К.: НАУ, 2003. – С. 24.181-24.184.

58. Олифер В.Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: (4-е изд.) / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер – СПб.: Питер, 2010. – 916 с.

59. Олифер Н.А. Базовые технологии локальных сетей [электронный ресурс] / Н.А. Олифер, В.Г. Олифер. – Центр Информационных Технологий, 1998. – Режим доступа: www.CITForum.ru

60. Олифер В.Г. Основы сетей передачи данных / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер – СПб.: Питер, 2009. – 668 с.

61. Олифер Н.А. Качество обслуживания [электронный ресурс] / Н.А. Олифер // LAN. – 2001. – №11. – Режим доступа: <http://www.uni.ru/article/art2541quality.shtml>.

62. Городецкий А.Я. Информатика. Фрактальные процессы в компьютерных сетях: Учеб. пособие / А.Я. Городецкий, В.С. Заборовский. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. – 102 с.

63. Городецкий А.Я. Моделирование самоподобных процессов в компьютерных сетях / А.Я. Городецкий, В.С. Заборовский, А.А. Лапин // Научно-технические ведомости. – СПб.: Изд-во СПбГНУ, 2006. – №5. – С.103-107.

64. Городецкий А.Я. Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения: Учеб. пособие. / Городецкий А.Я. – СПб: Изд-во СПбГНУ, 2003. – 326 с.

65. Вишневский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / Вишневский В.М. – М. : Техносфера, 2003. – 506 с.

66. Вишнеvский В.М. Архитектура IP-сети для качественной пакетной телефонии / В.М Вишнеvский, В.М. Воробьев // Электросвязь. – 2000. – №10. – С.14-15.

67. Вишнеvский В.М. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / В.М. Вишнеvский, А.И. Ляхов, С.Л. Портной, И.В. Шахнович – М.: «Техносфера», 2005. – 592 с.

68. Вишнеvский В.М. Основы передачи информации в вычислительных системах и сетях / В.М. Вишнеvский, В.П.Дмитриев. – М.: МГИЕМ, 1998. – 162 с.

69. Вишнеvский В.М. Анализ методов маршрутизации при проектировании сетей пакетной коммутации / В.М. Вишнеvский, Е.В. Федотов // BrdLS. "Teletraffic Theory and Computing Modeling". – София, 1990. – С. 66–68.

70. Гольдштейн А.Б. Механизмы обеспечения гарантированного качества обслуживания в сетях IP / А.Б. Гольдштейн // 3-я Международная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов стран СНГ. – Одесса, 2001. – С. 23.

71. Гольдштейн А.Б. Устройства управления мультисервисными сетями: Softswitch / А.Б. Гольдштейн // Вестник связи, 2002. – №4. – С.105-112.

72. Гольдштейн А.Б., Проблемы перехода к мультисервисным сетям / А.Б. Гольдштейн // Вестник связи, 2002. – №12. – С. 26-32.

73. Crovella M. Internet Measurement: Infrastructure, Traffic, and Applications / M. Crovella, B. Krishnamurthy. – John Wiley and Sons, 2006. – 512 pp.

74. Park K. The Protocol Stack and its Modulation Effect on Self-Similar Traffic / K. Park, G. Kim, M. Crovella // Chapter 16 of Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation. – Wiley/Wiley-Interscience, 1999. – PP.82-88.

75. Bharti V. Inferring Invisible Traffic / V. Bharti, P. Kankar, L. Setia, G. G.ursun, M. Crovella // in Proceedings of CoNEXT 2010. – Philadelphia, PA, 2010. – PP. 1241-1252.

76. Erramilli V. An Independent-Connection Model for Traffic Matrices / V. Erramilli, M. Crovella, N. Taft // in Proceedings of the ACM SIGCOMM Internet Measurement Conference. – Rio de Janeiro, 2006. – PP. 451-468.

77. Crovella M. Methods to Detect and Classify Network Anomalies Using Traffic Feature Distributions / M. Crovella // Provisional Application. – 2005. – №60/694. – PP.840.

78. Park K. Performance evaluation of multiple time scale TCP under self-similar traffic conditions / K. Park, T. Tuan // ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation. – 2000. – №24. – PP.152-177.

79. Park K. Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation / K. Park, W. Willinger // Wiley-Interscience, 2000. – PP. 115-142.

80. Tuan T. Multiple time scale redundancy control for QoS-sensitive transport of real-time traffic / T. Tuan, K. Park // In Proc. IEEE INFOCOM '00. – 2000. – PP. 1683-1692.

81. Park K. Quality of service provision in noncooperative networks: heterogenous preferences, multi-dimensional QoS vectors, and burstiness / K. Park, M. Sitharam, S. Chen // In Proc. ACM International Conference on Information and Computation Economies. – 1998. – PP. 111-127.

82. Бугай А.И. Некоторые особенности моделирования сетевого трафика / А.И. Бугай, Э.В. Калинина, И.В. Ретинская, А.К. Скуратов // Теоретические проблемы информатики и ее приложений: Сб. науч. тр. Под ред. проф. Сытника А.А. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2003. – №5. – С. 30-41.

83. Amoroso E. Intrusion Detection. An introduction to Internet surveillance, correlation, trace back, traps and response / Amoroso E. – Intrusion. Net Books, 1999. – 224 pp.

84. Crovella M. Estimating the heavy tail index from scaling properties / M. Crovella, M. Taqqu // Methodology and Computing in Applied Probability. – 1999. – №1. – PP. 55-79.

85. Willinger W. Self- similarity through high-variability: statistical analysis of ethernet LAN traffic at the source level / W. Willinger, M. Taqqu, R. Sherman, V. Wilson // IEEE/ACM Transactions on the Networking. – 1997. – №5. – PP. 71-86.

86. Willinger W. Where Mathematics meets the Internet / W. Willinger, V. Paxson // Notices of the American Mathematical Society. – 1998. – №45. – PP. 961-

970.

87. Добровольский Е.В. Моделирование сетевого трафика с использованием контекстных методов / Е.В. Добровольский, О.Л. Нечипорук // Наукові праці ОНАЗ ім. Попова. – 2005. – №1. С.24-32.

88. Пригарин С.М. Методы численного моделирования случайных процессов и полей / Пригарин С.М. – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН, 2005. – 259 с.

89. Ogorodnikov V.A. Numerical Modelling of Random Processes and Fields: Algorithms and Applications / V.A. Ogorodnikov, S.M. Prigarin. – VSP, Utrecht, 1996. – 240 pp.

90. Park K. Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation / K. Park, W. Willinger. – John Wiley and Sons, 2000. – 572 pp.

91. Пригарин С.М. Сравнительный анализ двух численных методов для оценки хаусдорфовой размерности дробного броуновского движения / С.М. Пригарин, К. Хан, Г. Винклер // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2008. – Т.11, № 2. – С. 202-218.

92. Советов Б.Я. Моделирование систем: Учеб. для вузов - 3 изд., перераб. и доп. / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высш. шк., 2001. – 343 с.

93. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы моделирования различных систем / Кудрявцев Е.М. – М.: ДМК Пресс, 2004. – 320 с.

94. Тарасов В.Н. Вероятностное компьютерное моделирование сложных систем / Тарасов В.Н. – Самара: СНЦ РАН, 2002. – 194 с.

95. Дмитриев Е.В. Гармонические дискретные спектры и аппроксимация коротких сигналов / Дмитриев Е.В. – Воронеж: ВГУ, 2006. – 73 с.

96. Дмитриев Е.В. Статистический последовательный метод аппроксимации и определения спектра коротких процессов, сигналов, функций / Е.В. Дмитриев // Авиакосмическое приборостроение. – 2006. – №11. – С.14-19.

97. Дмитриев Е.В. Аппроксимация коротких процессов, сигналов, функций и расчет их гармонических дискретных спектров / Е.В. Дмитриев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2007. – Т.10, № 1. – С. 6-19.

98. Кульгин М.В. Технология корпоративных сетей / Кульгин М.В. – СПб: Питер, 2000. – 704 с.

99. Кульгин М.В. Введение в систему управления трафиком [электронный ресурс] / М.В. Кульгин // LAN. – 1998. – №11. – Режим доступа: <http://www.hardline.ru/4/86/1682/>.

100. Холл Э. Приоритезация трафика в сетях IP / Э. Холл. // Сети и системы связи. – 1998. – №11 (33). – С. 21-24.

101. Shu-Ching Chen An Adaptive Rate-Control Streaming Mechanism with Optimal Buffer Utilization / Shu-Ching Chen, Mei-Ling Shyu, Irina Gray, Hongli Luo // Journal of Systems and Software, Special Issue on Adaptive Multimedia Computing. – 2005. – Vol. 75, Issue 3. – PP. 271-282.

102. Позняк Є. В. Поліпшення обслуговування мультимедійного TCP-трафіку засобами канального рівня / Є. В. Позняк, М. І. Гученко, М. М. Іванова // Матеріали електронної техніки та сучасні інформаційні технології: міжнар. наук.-техн. конф., 21-23 травня 2008 р. : тези допов. – Кременчук, 2008. – С. 235-236.

103. Головкин Н.И. Исследование моделей систем массового обслуживания в информационных сетях / Н.И. Головкин, В.О. Каретник, В.Е. Танин, И.И. Сафонюк // Сиб. жур. индустр. матем. – 2008. – Т. XI, №2(34). – С. 50-58.

104. Пригарин С.М. Методы численного моделирования случайных процессов и полей / Пригарин С.М. – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН. – 2005. – 259 с.

105. Barford P. Critical path analysis of TCP connections / Paul Barford, Mark E. Crovella // In Proceedings of the 2000 ACM SIGCOMM Conference. – 2000. – PP. 127-138.

106. Кучук Г.А. Багатошкільне вейвлет-моделювання трафіку мультисервісних мереж / Г.А. Кучук, О.О. Можаяєв, А.А. Коваленко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – №6(40). – С. 262-268.

107. Коноплев В.В. Модель представления данных сетевого трафика / В.В. Коноплев, Р.Р. Пазиров. – М., 2002. – 22 с.

108. Битюков В.В. Применение универсальных семейств распределений Пирсона для моделирования загруженности кабинетов лечебно-профилактических учреждений / В.В. Битюков, А.А. Хвостов, Д.И. Ребриков // Вестник ТГТУ. – 2008. – Т. 14, № 1. – С. 53-57.

109. Столлингс В. Современные компьютерные сети. 2-е издание / Столлингс В. – СПб.: Питер, 2003. – 783 с.

110. Иванов В.В. Статистическая модель информационного трафика: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня. канд. фіз.-мат. наук : спец. 05.13.18 «Математ. моделювання, чисельні методи і комплекси програм» / В.В.Іванов – М. 2009. – 23 с.

111. Антамошкин А.Н. Алгоритм расчет прогнозируемого трафика при проектировании распределенных систем обработки и хранения информации / А.Н. Антамошкин, В. В. Золотарев // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического Университета им. академика М. Ф. Решетнева. – 2006. – №1. – С. 5-9.

112. Yusheng Ci Application of the Weibull Function on Processing Traffic Flow Data. / Yusheng Ci, Lina Wu, Yulong Pei. – Heilongjiang, 2008. – 869 pp.

113. Shengchao Yin Headway distribution modeling with regard to traffic status / Shengchao Yin, Zhiheng Li, Yi Zhang, Danya Yao, Yuelong Su, Li Li // Intelligent Vehicles Symposium. – 2009. – Volume, Issue, 3-5. – PP. 1057-1062.

114. Воробйов О.В. Аналіз та моделі самоподібного трафіка / О.В. Воробйов, Г.А. Кучук, О.О. Можаяев // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – №9 (35). – С.173-180.

115. Jagerman D. Stochastic Modeling og Traffic Processes, Frontiers in Queuing: Models, Methods and Problems / D. Jagerman, B. Melamed, W. Willinger // CRC Press. – 1996. – PP. 171-180.

116. Mondragon R.J. Chaotic Maps for Traffic Modelling and Queueing Performance Analysis / R.J. Mondragon, J.M. Pitts // Performance Evaluation. – 2001. – Vol. 43, №4. – PP. 223-240.

117. Иванов В.В. Статистическая модель информационного трафика: дис. канд. физ.-мат. наук : 05.13.18 / Иванов Валерий Викторович. – Дубна, 2009. – 145 с.

118. Васильева Л.А. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях его неполной наблюдаемости / Л.А. Васильева, А.М. Горцев // Автоматика и телемеханика. – 2002. – №3. – С. 179-184.

119. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.

120. Ignatov V. O. The comparative analysis of accuracy of models for the nonstationary traffic of various dimensions / V. O. Ignatov, WU ZIJUAN // Проблеми електроніки та систем управління : зб. наук. праць. – К. : НАУ, 2008. – №17. – С. 138-143.

121. Guziy M. M. Comparative analysis of modelling adequacy of the nonstationary traffic in telecommunication networks / M. M. Guziy, V. O. Ignatov, WU ZIJUAN // Проблеми інформатизації та управління : зб. наук. праць. – К. : НАУ, 2008. – №3(21). – С. 127-134.

122. Ignatov V. O. Method optimization of models parameters for the onstationary traffic in telecommunication networks / V. O. Ignatov, WU ZIJUAN // Проблеми інформатизації та управління : зб. наук. праць. – К. : НАУ, 2008. – №1(23) – С. 11-15.

123. Олифер Н. А. Средства анализа и оптимизации локальных сетей / Н.А. Олифер, В.Г. Олифер. – М.: Центр Информационных Технологий, 1998. – 120 с.

124. Остерлох Хизер Маршрутизация в IP-сетях. Принципы, протоколы, настройка / Остерлох Хизер – Спб.: ООО "ДиаСофтЮП", 2002. – 512 с.

125. Кучерявый Е.А. Управление трафиком и качество обслуживания в сети Интернет / Кучерявый Е.А. – СПб.: Наука и Техника, 2004. – 336 с.

126. Позняк Є. В. Поліпшення обслуговування мультимедійного ТСП-трафіку засобами каналного рівня / Є. В. Позняк, М. І. Гученко, М. М. Іванова //

Матеріали електронної техніки та сучасні інформаційні технології: міжнар. наук.-техн. конф., 21-23 травня 2008 р. : тези допов. – Кременчук, 2008. – С. 235-236.

127. Shu-Ching Chen An Adaptive Rate-Control Streaming Mechanism with Optimal Buffer Utilization / Shu-Ching Chen, Mei-Ling Shyu, Irina Gray, Hongli Luo // Journal of Systems and Software, Special Issue on Adaptive Multimedia Computing. – 2005. – Vol. 75, Issue 3. – PP. 271-282.

128. Позняк Є. В., Гученко М. І. Засоби передачі потокового TCP-трафіку на базі NDIS та Matlab для умов високого джиттеру / Є.В. Позняк, М.І. Гученко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – №1. – С. 154-160.

129. Лемешко А.В. Управление очередями на узлах активной сети / А.В. Лемешко, М. Ватти, А.В. Симоненко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2007. – № 151. – С. 92-97.

130. Лемешко А.В. Поточковая модель управления очередями с динамическим распределением пропускной способности исходящего канала связи / А.В. Лемешко, А.В. Симоненко, М. Ватти // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – №3(5). – С. 34-39.

131. Симоненко А.В. Модель динамического управления очередями и пропускной способности канала связи на маршрутизаторах мультисервисной сети / А.В. Симоненко, Ахмад Хайлан, Али Али // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2008. – №155. – С. 164-168.

132. Лемешко А.В. Математическая модель динамического управления каналным и буферным ресурсом на узлах телекоммуникационной сети / А.В. Лемешко, А.В. Симоненко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2009. – №156. – С. 36-41.

133. Ложковский А.Г. Методы расчёта телекоммуникационного оборудования в условиях реального потока вызовов / А.Г. Ложковский, Н.В. Захарченко // Вісник укр. Будинку економічних та наукових знань. – К., 2004. – №4 – С. 102-109.

134. Ложковский А.Г. Методы расчета качества обслуживания в мультисервисных сетях связи / А.Г. Ложковский // The 2-nd International

Conference «Telecommunication, Electronics and Informatics». – Chishinau, 2008. – PP. 117-126.

135. Ложковский А.Г. Сравнительный анализ методов расчета характеристик качества обслуживания при самоподобных потоках в сети / А.Г. Ложковский // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – К., 2008. – №47. – С. 187-193.

136. Ложковский А.Г. Оценка параметров качества обслуживания самоподобного трафика энтропийным методом / А.Г. Ложковский, Р.А. Ганифаев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2008. – № 1 – С. 57-62.

137. Петров В.В. Структура телетрафика и алгоритм обеспечения качества обслуживания при влиянии эффекта самоподобия: дис. канд. техн. наук : 05.12.13 / Петров Віталій Валерьевич. – М., 2004. – 199.

138. Будко П.А. Управление в сетях связи. Математические модели и методы оптимизации / П.А. Будко, В.В. Федоренко – М.: Изд. физико-математической литературы, 2003. – 228 с.

139. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / Пасечников И.И. – М.: Изд. «Машиностроение-1», 2004. – 216 с.

Додаток А

Акти впровадження у виробничий та навчальний процес



01001, м. Київ, вул. Заньковецької, 6, кв. 43
 Телефон: 458-3036
 Факс: 458-3036
 E-mail: info@elan-ua.net
www.elan-ua.net

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор товариства з обмеженою
відповідальністю "Елан"

В.В.Семко

17 березня 2014 року

АКТ

використання результатів дисертаційної роботи
 ЛАДИГІНОЇ Ольги Анатоліївни
 “МЕТОДИ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЛУГОВУВАННЯ
 НЕСТАЦІОНАРНОГО ТРАФІКУ В ГЕТЕРОГЕННИХ КОМП’ЮТЕРНИХ
 МЕРЕЖАХ”

на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

При виконанні науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт щодо створення крос-платформеної клієнт-серверної технології захищеного обміну електронними даними з використанням терміналів мобільного телефонного зв’язку були використані окремі наукові результати дисертаційної роботи Ладигіної О.А., а саме:

1. Запропоновані алгоритми верифікації оптимальних моделей поліноміального трафіку.
2. Запропонована методика логіко-математичного моделювання випадкового нестационарного періодичного трафіку.
3. Запропоновані методики імітаційного комп’ютерного моделювання динаміки поліноміального і періодичного трафіків, які дозволяють перевіряти адекватність оптимальних моделей динаміки трафіку.

Заступник директора ТОВ “Елан”
 з наукової роботи

О.О.Михайловський

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Кіровоградського національного
технічного університету

О. М. Левченко

04 _____ 2016 року

АКТ

**про впровадження результатів дисертаційної роботи
асистента кафедри програмування та захисту інформації
Кіровоградського національного технічного університету
Ладигіної Ольги Анатоліївни**

Цим Актом підтверджується, що під час роботи над держбюджетною темою № 36Б115 “Розробка методів синтезу тестових моделей поведінки програмних об’єктів, підвищення оперативності передачі та захисту інформації у телекомунікаційних системах” (№ державної реєстрації 0115U003103), яка виконується у Кіровоградському національному технічному університеті Міністерства освіти і науки України, реалізовано наступні науково-практичні результати наукових досліджень Ладигіної Ольги Анатоліївни:

- методи статистичної оптимізації обслуговування нестационарного трафіка в гетерогенних комп’ютерних мережах, що дають змогу підвищити ефективність використання пропускнуої здатності в 5,36 разів;

- удосконалені ітераційні алгоритми пошуку оптимальних числових рішень в нелінійних задачах управління пропускнуою здатністю ліній зв’язку, комп’ютерних систем, обчислювальних мереж, що дозволяють скоротити на 17,65% нормованих сумарних витрат, в 4,53 рази зменшити затримку пакету даних, в 1,79–2,03 рази збільшити середню тривалість обслуговування;

- метод оптимального вибору за критерієм мінімуму середнього ризику пропускнуої здатності ліній зв’язку, комп’ютерних систем обчислювальних мереж, що дозволив підвищити ефективність використання пропускнуої здатності обчислювальних мереж з урахуванням випадкових аргументів, факторів, властивостей гетерогенних мереж.

Керівник держбюджетної теми № 36Б115,
доктор технічних наук, професор

О. А. Смірнов

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Центральноукраїнського
національного технічного
університетудоктор економічних наук, професор
О. М. Левченко

« 05 » 2019 р.

Акт**про впровадження результатів дисертаційного дослідження
в освітній процес Центральноукраїнського національного
технічного університету**

Комісія у складі:

Голова комісії – завідувач кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення,
д.т.н., професор Смірнов О. А.;Члени комісії: доцент кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення,
к.т.н. Доренський О. П.,
старший викладач кафедри кібербезпеки та програмного
забезпечення, к.т.н. Коваленко А. С.склала цей акт про те, що окремі положення дисертаційної роботи викладача
кафедри кібербезпеки та програмного забезпечення **Ладигіної Ольги
Анатоліївни**, а саме:– методи статистичної оптимізації обслуговування нестационарного
трафіка в симплексних і дуплексних лініях зв'язку в багатоканальних системах,
гетерогенних комп'ютерних мережах;
використані науково-педагогічними працівниками кафедри кібербезпеки та
програмного забезпечення Центральноукраїнського національного технічного
університету (м. Кропивницький) при викладанні навчальних дисциплін
«Проектування комп'ютерних систем та мереж», «Комп'ютерні мережі» для
студентів денної і заочної форм навчання за спеціальностями 122 «Комп'ютерні
науки», 123 «Комп'ютерна інженерія» та 125 «Кібербезпека».Застосування означених результатів дисертаційного дослідження
Ладигіної О.А. дозволило підвищити рівень засвоєння навчального матеріалу за
рахунок більш поглибленого вивчення режимів роботи комп'ютерних мереж,
оцінки втрат, що виникають через неоптимальність режиму, визначення
відповідних керуючих впливів для наближення режиму до оптимального.

Голова комісії:

О. А. Смірнов

Члени комісії:

О. П. Доренський

А. С. Коваленко

Додаток Б**Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про
апробацію результатів дисертації**

1. Ладигіна О.А. Дослідження методів та моделей управління трафіком в комп'ютерних мережах / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2011. – №4(36). – С.60-66.
2. Ігнатов В.О. Оптимізація моделей нестационарного поліноміального трафіку комп'ютерної мережі / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2014. – №3(47). – С.36-40.
3. Ігнатов В.О. Статистична оптимізація обслуговування трафіка в гетерогенних інфокомунікаційних мережах / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2015. – №1(49). – С.37-40.
4. Ладигіна О.А. Спосіб виявлення скритої шумом періодичності трафіку / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015 – №2(50). – С.86-90.
5. Ігнатов В.О. Визначення та дослідження спектру періодичного трафіку / В.О. Ігнатов, О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №3(51). – С.61-66.
6. Ладигіна О.А. Розв'язання задач статистичної оптимізації розподілу пропускних здатностей гетерогенних мереж / О.А. Ладигіна // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. праць. – К.: НАУ, 2015. – №4(52). – С.82-87.
7. Ладигіна О.А. Верифікація моделей нестационарного поліноміального трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2018. – №4(40). – С. 410-414.
8. Ладигіна О.А. Оптимізація методів верифікації моделей нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна, М.М. Гузій // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №1(41). – С. 16-22.

9. Ладигіна О.А. Оптимальне оцінювання гармонійних складових нестационарного трафіку / О.А. Ладигіна // Наукоємні технології. – К.: НАУ, 2019. – №3(43). – С. 307-312.

10. Ладигіна О.А. Синтез методу верифікації моделей нестационарного трафіку в гетерогенних мережах / О.А. Ладигіна // Комп'ютерні системи та мережні технології : III Міжнародна науково-технічна конференція, 15-17 черв. 2010: Збірн. тез. – К.: НАУ, 2010. – С.78.

11. Ігнатов В.О. Верифікація моделей нестационарного трафіку комп'ютерних мереж / В.О. Ігнатов, М.М. Гузій, О.А. Ладигіна // Комп'ютерні системи та мережні технології: VI міжнародна науково-технічна конференція, 11-13 черв. 2013: Збірн. тез. – К.: НАУ, 2013. – С.64.

12. Ладигіна О.А. Обмеження задач оптимізації розподілу пропускних здатностей систем гетерогенних інфокомунікаційних мереж / О.А. Ладигіна // Інформаційна безпека та комп'ютерні технології: Міжнародна науково-практична конференція, 24-25 берез. 2016 : Збірн. тез. – Кіровоград: КНТУ, 2016. – С.104-105.

13. Ladygina O.A. Optimal Identification of the Periodic Traffic Structure in Heterogeneous Computer Networks Distorted by Noise / O.A. Ladygina // XIV International Scientific Conference "AVIA-2019", Kyiv, April 23-25, 2019, C.8.39-8.41.

Апробація результатів дисертації була проведена на:

- III Міжнародна науково-технічна конференція «Комп'ютерні системи та мережні технології» (Київ, 2010 р.);
- Всеукраїнська науково-практична конференція молодих учених і студентів "Проблеми навігації і управління рухом" (Київ, 2010 р.);
- V Міжнародна науково-технічна конференція «Комп'ютерні системи та мережні технології» (Київ, 2013 р.);
- Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційна безпека та комп'ютерні технології» (Кіровоград, 2016 р.);
- XIV International Scientific Conference «AVIA-2019».

Додаток В

Пакети прикладних програм у Mathcad для дослідження і обслуговування трафіку

Додаток В.1. Визначення інтенсивностей перетину трафіком заданих рівнів квантування

Визначення нормованих моментів часу до перетину заданих нормованих рівнів квантування та інтенсивностей переходів, $i = 0, 2; n = 4$

Алгоритм визначення інтенсивностей переходів нормованого трафіку включає наступні операції:

1. Вибір поліноміальної моделі нормованого значення трафіку, наприклад у вигляді (B1), дивись рис. B1.
2. Задання вибраної кількості, наприклад $n=3$, рівнів рівномірного квантування трафіку.
3. Розв'язання рівняння (B2) для рівня (x_1) і визначення нормованого моменту часу (t_1) перетину рівня x_1 нормованою огинаючою трафіка.
4. Визначення з рівняння (B3) інтенсивності η_1 перетину цього рівня нормованою огинаючою трафіка.
5. Визначення аналогічним чином за п.п. 3,4 інтенсивностей η_2, η_3 для рівнів x_2, x_3 .

$$F(x) := x \cdot (2 - x) \quad (B1)$$

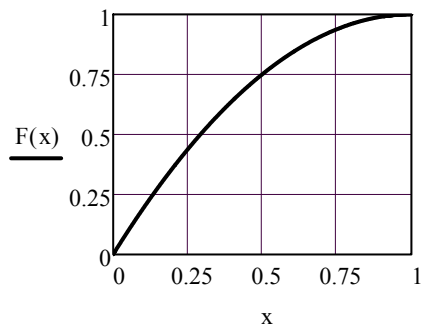


Рис. B1. Нормована огинаюча поліноміального трафіку

Перший рівень

Визначення інтенсивностей η_1, η_2, η_3 перетину нормованих рівнів квантування x_1, x_2, x_3

$$x_1 := 0.25$$

Given

$$x_1 \cdot (2 - x_1) - 0.25 = 0 \quad (B2)$$

$$\text{Find}(x_1) = 0.133975$$

$$\eta_1 := \frac{1}{0.133975} \quad (B3) \quad \eta_1 = 7.464079$$

Другий рівень

$$x_2 := 0.5$$

Given

$$x_2 \cdot (2 - x_2) - 0.5 = 0$$

$$\text{Find}(x_2) = 0.292893$$

$$\eta_2 := \frac{1}{0.292893 - 0.133975}$$

$$\eta_2 = 6.292553$$

Третій рівень

$$x_3 := 0.75$$

Given

$$x_3 \cdot (2 - x_3) - 0.75 = 0$$

$$\text{Find}(x_3) = 0.5$$

$$\eta_3 := \frac{1}{0.5 - 0.292893}$$

$$\eta_3 = 4.828422$$

Таким чином, визначення інтенсивностей перетину огинаючою трафіку заданих рівнів квантування потребує:

1. Обґрунтування і вибір числа n рівнів квантування.
2. Розв'язання рівнянь типу (B.2) для визначення моментів перетину трафіком рівнів квантування
3. Визначення інтенсивностей по формулі типу (B.3) через інтервали часу перебування трафіку в певних квантах.

Додаток В.2. Розв'язання рівнянь оптимізації квантованих значень при $n = 2$

Початкові дані:

$$P_{10} := 0.95 \quad P_{20} := 0.05 \quad \eta := 3.4141 \quad t_k := 0, 0.01 \dots 1$$

Визначення параметрів системи оптимізації у просторі Гілбергу

$$a_{11} := \int_0^1 (P_{10})^2 \cdot e^{-2 \cdot \eta \cdot t_k} dt_k \quad a_{12} := \int_0^1 P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k} \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k$$

$$a_{11} = 0.132029$$

$$a_{12} = 0.137072$$

$$a_{21} := \int_0^1 P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k} \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) dt_k \quad a_{21} = 0.137072$$

$$a_{22} := \int_0^1 (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k})^2 dt_k \quad a_{22} = 0.593826$$

$$b_1 := \int_0^1 P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k} \cdot [t_k \cdot (2 - t_k)] dt_k \quad b_1 = 0.10767514$$

$$b_2 := \int_0^1 (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta \cdot t_k}) \cdot [t_k \cdot (2 - t_k)] dt_k \quad b_2 = 0.558992$$

$$A0 := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}$$

Розв'язання системи оптимізації

$$\text{lsolve}(A0, B) = \begin{pmatrix} -0.212733 \\ 0.990443 \end{pmatrix}$$

$$|A0| = 0.059614 \quad |A1| = -0.012682 \quad |A2| = 0.059044$$

Ймовірності станів трафіку

$$P1(t_k) := P_{10} \cdot e^{-\eta t_k} \quad P2(t_k) := 1 - e^{-\eta t_k} \cdot P_{10}$$

Оптимальні квантовані значення

$$Z_1 := -0.212733 \quad Z_2 := 0.990443$$

Параметри еталону параболічного трафіку

$$m_1 := 2 \quad m_2 := 1$$

Математичне сподівання трафіку в еталоні

$$m(t_k) := m_2 \cdot t_k \cdot (m_1 - t_k)$$

Математичне сподівання трафіку в оптимальній моделі

$$M1(Z_1, Z_2, t_k) := Z_1 \cdot P1(t_k) + Z_2 \cdot P2(t_k)$$

де $Z_1 = -0.213$ $Z_2 = 0.99$

$P1(t_k) =$	$P2(t_k) =$
0.95	0.05
0.918	0.082
0.887	0.113
0.858	0.142
0.829	0.171
0.801	0.199
0.774	0.226
0.748	0.252
0.723	0.277
0.699	0.301
0.675	0.325
0.653	0.347
0.631	0.369
0.609	0.391
0.589	0.411
...	...

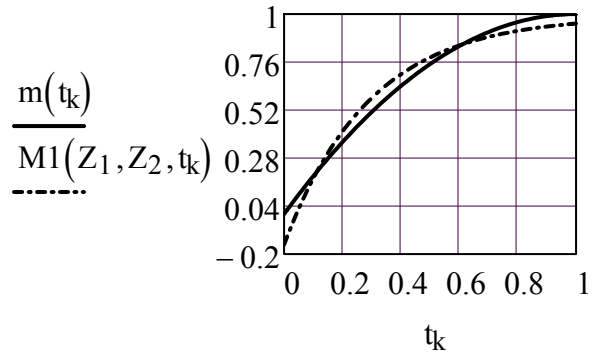


Рис. В.1. Апроксимація середнього значення трафіку

Ілюстрація оптимальності першого квантованого значення

$$Z_{11} := -0.280, -0.279 .. -0.139$$

$$\epsilon_0(Z_{11}) := \int_0^1 (M1(Z_{11}, Z_2, t_k) - m(t_k))^2 dt_k$$

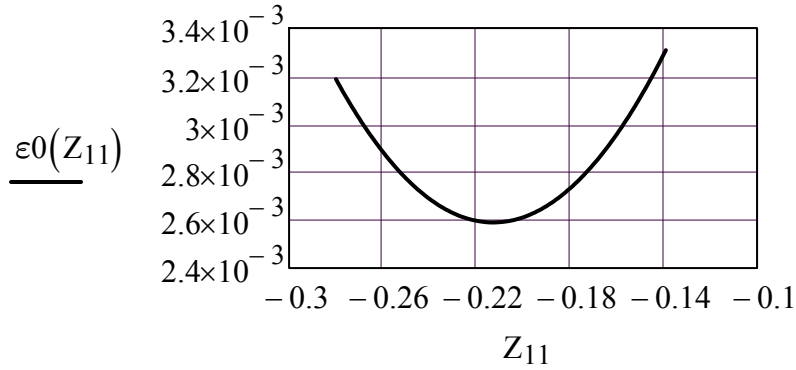


Рис. В.2. Графік залежності критерію оптимальності від Z_1

Ілюстрація оптимальності другого квантованого значення

$$Z_{22} := 0.98, 0.981 \dots 1.0$$

$$\epsilon_1(Z_{22}) := \int_0^1 (M_1(Z_1, Z_{22}, t_k) - m(t_k))^2 dt_k$$

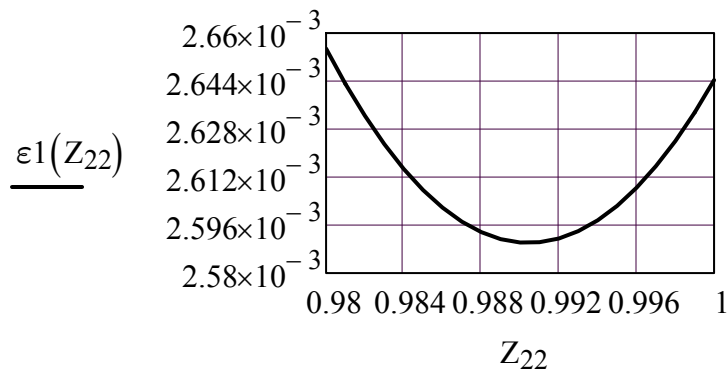
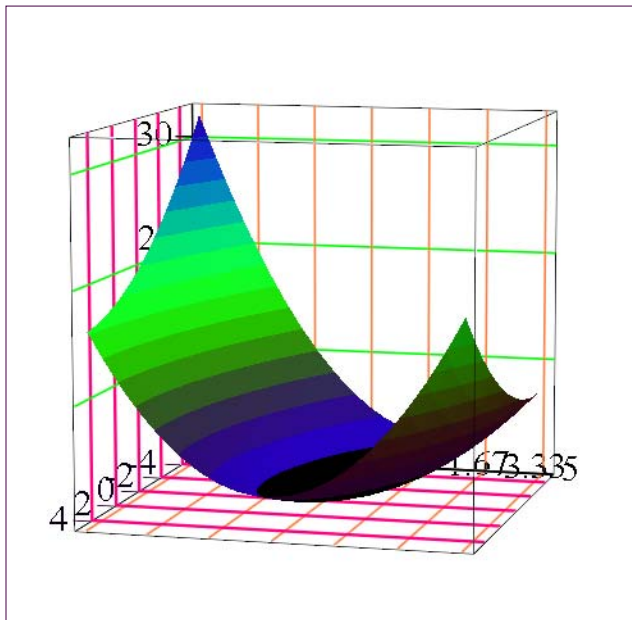


Рис. В.3. Графік залежності критерію оптимальності від Z_2

Ілюстрація оптимальності квантованих значень в двомірному просторі Гільберта

$$\epsilon_2(Z_{11}, Z_{22}) := \int_0^1 (M1(Z_{11}, Z_{22}, t_k) - m(t_k))^2 dt_k$$

$$Z_{11} := -0.312, -0.311 \dots -0.112 \quad Z_{22} := 0.98, 0.981 \dots 1.0$$



ϵ_2

Рис. В.4. Ілюстрація оптимальності квантованих значень трафіку в двомірному просторі Гільберту

Висновки

1. Приклад визначення оптимальних квантованих значень при $n = 2$ наочно показує як виконується апроксимація поліноміального трафіку методом квантування і марковської апроксимації лінійною комбінацією експонент.
2. З ростом числа квантів n зменшується розмір одного кванту, що приводить до підвищення розмірності системи рівнянь оптимізації і підвищення точності апроксимації.
3. Рис. В.1-В.4 добре ілюструють принцип оптимізації квантованих значень трафіку і логічний зміст самої процедури оптимізації параметрів моделі трафіку у просторі Гільберту.

Додаток В.3. Визначення похибок оптимального оцінювання параметрів періодичної трафіку на фоні завад

Вихідні дані та умови визначення похибок оптимального оцінювання параметрів періодичного трафіку на фоні завад. Трафік моделюється основною гармонікою, оцінюються три параметра гармоніки: частота, амплітуда і фаза

Наступні вихідні дані і позначення:

1. Період трафіку - T_1
2. Частота основної гармоніки - ω_1
3. Інтервал дискретизації сигналу Δt вибирається по теоремі Котельникова
4. Амплітуда, частота і фаза гармоніки вибираються в процесі експерименту
5. Відношення сигнал/шум h береться по відношенню дисперсій для оцінюваної гармоніки і завади
6. Завада моделюється по теоремі Чернецького як високочастотна по відношенню до основної гармоніки, тобто частота завади ω_0 набагато більше, на порядок і більше, частоти ω_1 основної гармоніки
7. Амплітуда завади має нормальний розподіл з нульовим математичним очікуванням і дисперсією, яка обчислюється за обраним відношенням сигнал/шум.
8. Фаза завади має рівномірний розподіл на інтервалі $[-\pi, \pi]$, математичне очікування фази дорівнює нулю, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $\pi/\sqrt{3}$.
9. Рішення про відсутність гармоніки в структурі періодичного сигналу приймається тоді, коли вона "забивається завадою", не відрізняється через малих відношень сигнал/шум.
10. Період T_1 сигналу в експерименті визначається наближено по трьом сусіднім максимумів сигналу. З цього періоду вибирається частота гармоніки.
11. Асимптотика досліджується за кількістю реалізацій амплітуди, частоти і фази завади.
12. Прискорення отримання оптимальних оцінок досягається за рахунок використання оцінок середніх значень амплітуди і фази завади в залежності від обсягів вибірок.
13. Оцінювання параметрів виконується методом максимальної правдоподібності і закінчується на тій ітерації, де досягається задана точність оцінювання.
14. Вибір параметрів алгоритмів оптимального оцінювання проводиться в процесі експерименту.

Порядок оцінювання похибок

Для зручності нормірується розмірне значення періоду по стартовим значенням і отримують нормований період

$$T_1 := 1$$

Знайдемо по ньому частоту першої гармоніки сигналу, яка буде вимірюватися числом 2π в одному періоді. Для наочності необхідно розглядати два сусідніх періода, отже, нормована частота змінюється на інтервалі $[0, 4\pi]$.

$$\omega_1 := \frac{2\pi}{T_1} \quad \omega_1 = 6.283185$$

Вибір системи дискретизації

$$\Delta t := \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \omega_1} \quad \Delta t = 0.5$$

$$\frac{2.00}{0.5} = 4$$

Дискретизація виконується по теоремі Котельникова - через половину періоду вищої гармоніки! В результаті за 2 періода система дискретизації включає 5 відліків.

Довжина інтервалу спостереження $T_0 := 2$ Цим задається число відліків

Точки відліку $t := 0.0, 0.5 \dots T_0$

$$\sum_t t = 5$$

t =

0
0.5
1
1.5
2

Відносна похибка дискретизації відсутня

$$\delta \Delta t := \frac{0.5 - 0.5}{0.5} \quad \delta \Delta t = 0\%$$

Вибір амплітуд і фаз гармонік періодичного сигналу. Для отримання дев'яти знаків після точки значення амплітуди вибрано у вигляді раціонального дроби $2/3$.

$$A_1 := \frac{2}{3} \quad A_1 = 0.666666667$$

Такий вибір амплітуди дозволяє виконувати її оптимальне оцінювання з точністю до 9 знаків після крапки, що забезпечує максимальне значення відносно похибки

$$\delta_{0\max} := \frac{10^{-10}}{0.1666666667} \quad \delta_{0\max} = 6 \times 10^{-10}$$

Початкові фази гармоніки вибираються так, щоб відліки "проходили через нулі гармоніки" тільки тоді, коли потрібно забезпечити відсутність сигналу і виміряти параметри завади.

Для забезпечення наочності всюди на рисунках показані два початкових нормованих (одиничних) періоду модельованого сигналу. Паралельно для ілюстрації відмітних властивостей завади і гармоніки, реалізації розглядаються також в квазінеперервному часі t_1 со значно меншим інтервалом дискретизації Δt_1 для того, щоб зберігалася форма синусоїда.

Ця процедура названа візуалізацією оптимального оцінювання.

Гармоніки періодичного сигналу задаються з урахуванням початкової фази в наступному вигляді, щоб були присутні і квадратурні компоненти векторів:

$$X(A_1, \omega_1, F_0, t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0)$$

$$X(A_1, \omega_1, F_0, t) = A_1 \cdot ((\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(F_0) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(F_0)))$$

Розглядаються чотири випадки зміни початкової фази:

$$F_0 := 0$$

Відліки беруться в моменти досягнення максимальних значень амплітуди гармоніки. Така система дискретизації забезпечує максимальне відношення сигнал/шум по цій гармоніці!

За два періоди послідовність відліків складає 5 відліків і має вигляд:

$$A_m \quad -A_m \quad A_m \quad -A_m \quad A_m$$

$$F1 := \frac{\pi}{6} \quad \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.866025$$

Відліки беруться в моменти досягнення значень 0.866025 амплітуди гармоніки, що дозволяє досліджувати вплив початкової фази гармоніки на відношення сигнал/шум.

$$0.866025 \cdot \frac{2}{3} = 0.57735$$

$$F2 := \frac{\pi}{4} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.707107$$

Відліки беруться в моменти досягнення значень 0.707107 амплітуди гармоніки, що дозволяє досліджувати вплив початкової фази гармоніки на відношення сигнал/шум.

$$0.707107 \cdot \frac{2}{3} = 0.471405$$

$$F3 := \frac{\pi}{3} \quad \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.5$$

Відліки беруться в моменти досягнення значень 0.5 амплітуди гармоніки, що дозволяє досліджувати вплив початкової фази гармоніки на відношення сигнал/шум.

$$0.5 \cdot \frac{2}{3} = 0.333333$$

$$F4 := \frac{\pi}{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Відліки беруться в нулях гармоніки, тому при такій початковій фазі сигналу цю гармоніку не видно! Такий вибір системи дискретизації "пропускає виявлення сигналу цієї гармоніки"! Гармоніка є, а всі відліки нульові! Але одночасно він дозволяє виміряти всі параметри завади.

Для візуалізації форми реалізацій сигналу і завади вводиться "квазінеперервний час" t_1 , в якому інтервал дискретизації на порядок менше інтервалу дискретизації по Котельникову

$$\Delta t_1 = 0.1 \Delta t.$$

Відліки беруться частіше, в моменти часу

$$t_1 := 0.0, 0.05 \dots 2 \quad \text{Всього відліків} \quad \frac{2}{0.05} = 40$$

$$X_{10}(t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0) \quad X_{11}(t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_1)$$

$$X_{12}(t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_2) \quad X_{13}(t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_3)$$

$$X_{14}(t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_4)$$

t =	X10(t) =	X11(t) =	X12(t) =
0	0.666666667	0.577350269	0.471404521
0.5	-0.666666667	-0.577350269	-0.471404521
1	0.666666667	0.577350269	0.471404521
1.5	-0.666666667	-0.577350269	-0.471404521
2	0.666666667	0.577350269	0.471404521

$X13(t) =$
0.333333333
-0.333333333
0.333333333
-0.333333333
0.333333333

$X14(t) =$
0
0
0
0
0

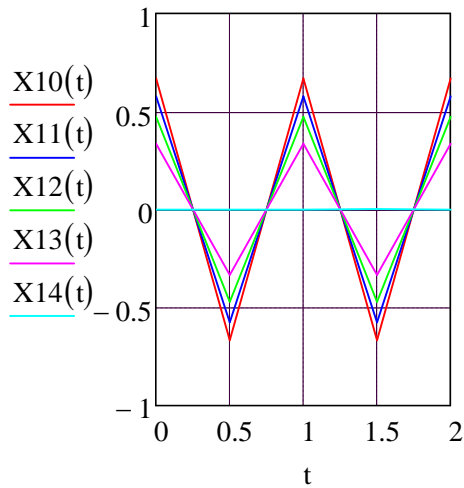


Рис. 1. Ілюстрація впливу різних початкових фаз на відліки амплітуди

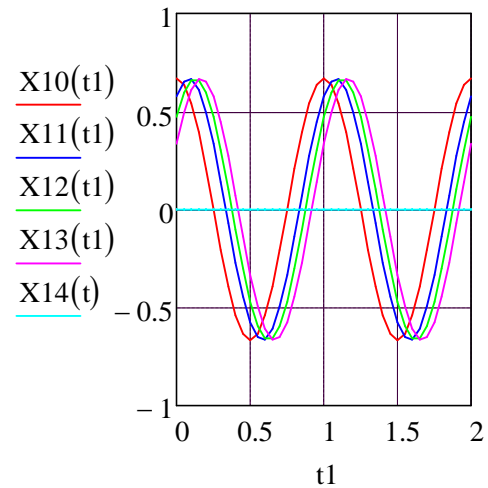


Рис. 2. Візуалізація гармонік при різних початкових фазах

Опис реалізації завади

Завада розглядається як високочастотне коливання з випадковою амплітудою і фазою. Передбачається, що амплітуда завади B в генеральній сукупності має гауссовський розподіл з нульовим математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням σ_B . Значення σ_B задається за обраним відношенням сигнал/шум h , в якому середньоквадратичне (діюче) значення сигналу σ_{A1} відомо, так як воно визначається через обрану амплітуду гармоніки $A1$ за відомою формулою

$$\sigma_{A1} := \frac{A1}{\sqrt{2}} \quad \sigma_{A1} = 0.471404521 \quad \sigma_{A1} = 0.707A1$$

Потужність або дисперсія сигналу

$$P_s := \sigma_{A1}^2 \quad P_s = 0.222222222$$

або в явній формі як функція $A1$

$$P_s := \frac{A1^2}{2} \quad P_s = 0.222222222$$

потужність завади P_i знаходять з умови забезпечення необхідного відношення сигнал/шум.

Наприклад, при

$$h := 9 \quad P_i := \frac{P_s}{h} \quad P_i = 0.024691358$$

а середньоквадратичне значення завади

$$\sigma_B := \sqrt{P_i} \quad \sigma_B = 0.15713484$$

що дає відношення сигнал/шум по середньоквадратичним значенням сигналу і завади

$$\sqrt{h} = 3 \quad \frac{\sigma_{A1}}{\sigma_B} = 3$$

і амплітуду завади $B := \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{P_s}{h}}$

$$B = 0.222222222 \quad 0.15713484 \cdot \sqrt{2} = 0.222222222 \quad \frac{B}{\sqrt{2}} = 0.15713484$$

що дає відношення сигнал/шум по амплітудам

$$\frac{A1}{B} = 3$$

Середньоквадратичне значення завади необхідно для завдання числових характеристик генеральної сукупності і розігрування по ним порядкових статистик (реалізацій вибірки) завод. Вибірка завади заданої розмірності формується за заданим відношенням сигнал/шум за допомогою функції генерування реалізацій нормально розподілених чисел `rnorm` (`N0, B0, σB`), обраною опцією "Insert - Function - Random Numbers - `rnorm`".

Наприклад, при `N0 = 3, B0 = 0, σB1 = 0.15713484` по цій команді після натискання знаку `=`, отримують вибірку в стовпчик з 3 реалізацій нормально розподілених випадкових чисел з математичним очікуванням `B0 = 0` і середньоквадратичним відхиленням

$$\sigma_{B1} = 0.15713484.$$

З них можна вибрати одну або кілька реалізацій амплітуд завади і їх використовувати в моделюванні. При збільшенні обсягу вибірки `N0`, в граничному значенні до нескінченності, математичне очікування вибірки буде прагнути до математичного сподівання `B0 = 0`, а середньоквадратичне значення вибірки буде прагнути до `σB1 = 0.15713484`.

$$\sigma_{B1} = \frac{A1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{h1}} \quad \text{rnorm}(3, 0, 0.15713484) = \begin{pmatrix} -0.068977609 \\ -0.106758328 \\ -0.074369684 \end{pmatrix}$$

На рис. 3, 4 показані реалізації відліків і візуалізованими гармоніки і завади для першій реалізації при нульовій початковій фазі гармоніки. На рис.5 показані відліки реалізації спотвореного та істинного сигналу і виконана візуалізація (наочне відображення) спотвореного та істинного сигналів. Технологія їх моделювання вимагає пояснень процедури реалізації випадкової фази завади, що зроблено нижче.

Присвоєння амплітуди завади в реалізації в кожному окремому експерименті проводиться присвоєнням чергового індексу. Слід підкреслити, що операція присвоєння відбувається кожного разу при новому запуску програми.

Тому що проводиться нижче переприсвоєному (запам'ятовування попереднього значення реалізації) дозволяє утримати задане в реалізації значення амплітуди завади на весь час експерименту. Наприклад, задаючи

$$B12 := -0.149508502$$

можна утримувати цю амплітуду на весь час моделювання.

Вибір коефіцієнта високочастотності завади $N\omega$ забезпечується умовою

$$N\omega = \frac{\omega_0}{\omega_1} > 10 \quad \text{При } N\omega := 13 \quad \omega_0 := N\omega \cdot \omega_1 \quad \omega_0 = 81.681409$$

де $N\omega$ - масштабний коефіцієнт, який показує у скільки разів частота завади більше частоти сигналу. Зазвичай N вибирається як просте число, більше 10: $N\omega = 13, 19, 23, 29, 31$.

Відношення сигнал/шум по амплітудам в даній реалізації експерименту

$$\frac{A_1^2}{(-0.149508502)^2} = 19.883173478 \quad \sqrt{19.883173478} = 4.459055$$

Відношення сигнал/шум для генеральної сукупності і для реалізації істотно відрізняються. Тому не можна ці значення ототожнювати.

Щоб показати конкретний вид реалізацій, вводиться квазінеперервний час t_1 з частотою взяття відліків в ньому набагато більшою частоти дискретизації.

В цей час задається значуще менший, ніж по Котельникову, інтервал дискретизації $\Delta t_1 = 0.01$, щоб зберігалися не тільки відліки, а й форма синусоїда (див. рис. 1,2).

$$t_1 := 0, 0.05 \dots 2.00 \quad \Psi := -2.567238715 \quad 0.103442343$$

Математична модель реалізації завади

$$XI(BI_2, \Psi, t_1) := BI_2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t_1 - \Psi) \quad BI_2 = -0.149508502 \quad \Psi = -2.567238715$$

$$\frac{A_1}{BI_2} = -4.459055223 \quad \left(\frac{A_1}{BI_2} \right)^2 = 19.883173478$$

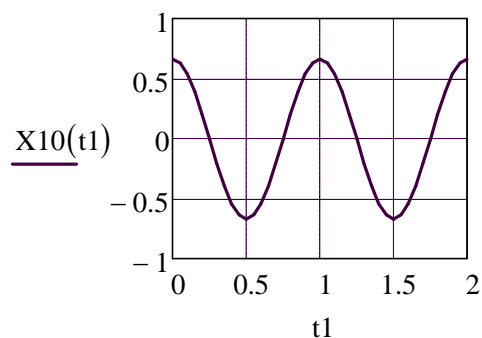
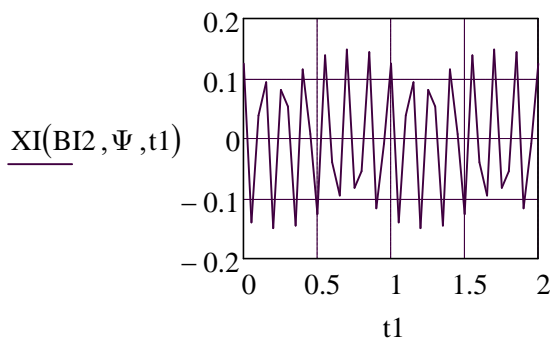


Рис. 3. Реалізація завади $XI(t_1)$ (a)

Рис.4. Реалізація сигналу $X10(t_1)$ (b)

при $h_{11} = 19.883173478, A_1/BI_2 = 4.459055223$

$$N\omega := 13 \quad \omega_0 := N\omega \cdot \omega_1$$

$$Z(t_1) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_1 - F_0) + BI_2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t_1 - \Psi)$$

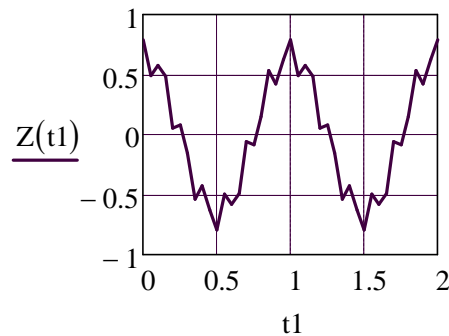


Рис.5. Реалізація зашумленого періодичного сигналу (t1) (с)

Тому в розрахунках і статистичному моделюванні слід орієнтуватися на параметри генеральної сукупності.

Завжди необхідно розрізняти відношення сигнал/шум для однієї реалізації, вибірки і генеральної сукупності.

Коефіцієнт $N\omega$ показує, у скільки разів частота завади перевищує частоту гармоніки. При парному $N\omega$ відбувається накладення амплітуди завади на два середніх відліку! Тому для моделювання завади використовуються прості числа, великі 13.

Розігрування фази завади виконується за допомогою функції рівномірного розподілу `runif` на інтервалі $[-\pi, \pi]$, при $M(\Psi) = 0$, $\sigma(\Psi) = \pi/\sqrt{3} = 1,813799$, одна реалізація ($N0 = 1$)

$$\Psi := \text{runif}(1, -\pi, \pi) \quad \Psi = (-2.567238715) \quad \text{запам'ятовування} \quad 0.103442343$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1.813799$$

Попереднє значення фази зберігається як $\Psi1$ $\Psi1 := 0.103442343$

Таким чином, реалізація завади в даному конкретному випадку описується формулою

$$Y12(BI2, \Psi1, t) := BI2 \cdot \cos(\omega0 \cdot t - \Psi1) \quad \pi = 3.141592654$$

$$\text{частка початкової фази} \quad \frac{0.103442343}{3.141592654} = 0.03292672$$

$$\text{проміжок часу реалізації завади} \quad t0 := \frac{\Psi1}{\omega0} \quad t0 = 1.266 \times 10^{-3}$$

$$\text{Відносна частка часу початку реалізації завади} \quad \delta t0 := \frac{t0}{\Delta t} \quad \delta t0 = 0.253 \cdot \%$$

Якщо дискретизація виконується по теоремі Котельникова, з урахуванням частоти гармоніки, тоді вона правильно відновлюється, тому що за її період береться три відліку, що дозволяє з системи трьох рівнянь однозначно визначити трьох невідомих - її амплітуду, частоту і фазу.

Постановка завдання оптимального оцінювання трьох параметрів гармоніки по спостережуваній реалізації зашумленої гармоніки

А. Відомо:

1. Реалізація спостережуваного трафіку, яка представляє собою адитивну суміш корисного сигналу і завади (рис. 5),

$$[Z(B, F_0, t) = X(A_1, \omega_1, F_0, t) + Y_0(B, \omega_0, \Psi, t)]$$

де корисний сигнал

$$X(A_1, \omega_1, F_0, t) = A_1 \cos(\omega_1 \cdot t - F_0)$$

завада

$$Y_0(B_1, \omega_0, \Psi, t) = B_1 \cos(\omega_0 \cdot t - \Psi)$$

2. Реалізація завади сигналу $Z(t)$, тривалістю T_0 , яка включає не менше трьох максимумів (два періоди).

3. Амплітуда завади має Гаусовим розподіл з параметрами:

$$M[B_1] = 0, D[B_1] = \sigma^2$$

4. Фаза завади має рівномірний розподіл на інтервалі $[-\pi, \pi]$ з параметрами:

$$M[\Psi] = 0, D[\Psi] = \pi^2/3$$

Примітка. п.п. 3,4 відносяться до вибіркового даних експерименту, в генеральній сукупності використовуються задані відношення сигнал/шум і значення фази завади

5. Частота завади не менш, ніж на порядок перевищує частоту корисного сигналу:

$$N\omega = 13, 17, 19, 23, 29, 31$$

В. Для оптимального оцінювання параметрів корисного сигналу використовується метод максимальної правдоподібності.

Що стосується даного випадка, то він використовується у вигляді методу найменших квадратів, який забезпечує максимально правдоподібні оцінки за умови нормального розподілу випадкових величин.

С. Потрібно визначити:

1. Оптимальні оцінки параметрів гармоніки як моделі періодичного трафіку
2. Похибки оптимального оцінювання
3. Вплив тривалості спостережуваної реалізації на точність оптимального оцінювання
4. Залежність похибок оптимального оцінювання від відношення сигнал/шум
5. Вплив частоти сигналу на похибки оптимального оцінювання.
6. Вплив початкової фази сигналу і завади на похибки оптимального оцінювання.

Рішення задачі

МНК критерій оптимізації оцінок A_1, ω_1, F_0 представляється у вигляді

$$S_0(A_1, \omega_1, F_0, t) = \sum_t [Z(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_0, t)]^2$$

Для порівняння використовується оптимальне оцінювання в просторі Гільберта по МНК критерієм виду

$$S_0(A_1, \omega_1, F_0, t_1) = \int_0^{T_0} [Y(B_1, \Psi_1, t_1) - X(A_1, \omega_1, F_0, t_1)]^2 dt_1$$

де t_1 - час візуалізації, який служить змінної інтегрування.

Складається система з трьох рівнянь оптимізації класичним методом пошуку екстремумів функції трьох керованих змінних.

Беруться частинні похідні по керованим змінним і прирівнюються нулю, отримується базова система рівнянь оптимізації параметрів періодичного сигналу

$$\begin{aligned} \sum_t [Z(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_0, t)] \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0) &= 0 \\ \sum_t [Z(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_0, t)] \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - F_0) \cdot t &= 0 \quad (1) \\ \sum_t [Z(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_0, t)] \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - F_0) &= 0 \end{aligned}$$

Перше рівняння є лінійним відносно амплітуди і дозволяється в явному вигляді. Оптимальна оцінка амплітуди визначається за формулою

$$A_{1opt} = \frac{\sum_t [(Z(B_1, \Psi_1, t)) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0)]}{\sum_t (\cos(\omega_1 \cdot t - F_0))^2} \quad (2)$$

Формула (2) відрізняється від відомої формули перетворення Фур'є тим, що, по-перше, в ролі функції використовується реалізація зашумленого сигналу, а, по-друге, враховується початкова фаза сигналу.

Друге і третє рівняння є нелінійними і утворюють систему з двох нелінійних рівнянь, які вирішуються нижче чисельним графоаналитическим ітераційним методом (ГАІМом).

Дисперсія оптимальної оцінки A_{opt} визначається методом лінеаризації і гаусовської апроксимації за наближеною формулою

$$D1(A1_{opt}, h11) = \left[\frac{\sum_t (\cos(N1\omega \cdot \omega1 \cdot t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0))}{\sum_t \cos(\omega1 \cdot t - F0)^2} \right]^2 \cdot \frac{A1_{opt}^2}{2 \cdot h11}$$

Коефіцієнт варіації оптимальної оцінки A_{opt}

$$V1(F0, N1\omega, h11) = \frac{\sqrt{D1(A1_{opt}, h11)}}{A1_{opt}} = \frac{\sum_t (\cos(N1\omega \cdot \omega1 \cdot t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0))}{\sum_t \cos(\omega1 \cdot t - F0)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot h11}}$$

Приклад . Оцінка впливу потужності (дисперсії) і фази перешкоди на значення оптимальної оцінки $A1_{opt}$.

Відношення сигнал/шум по потужності позначається через h

$$h = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} \quad \sigma_B^2 = \frac{\sigma_A^2}{h}$$

$$\text{Амплітуда завади} \quad B = \sqrt{2} \cdot \sigma_B = \frac{\sqrt{2} \cdot \sigma_A}{\sqrt{h}} = \frac{A1}{\sqrt{h}}$$

$$\text{Отже,} \quad B(A1, h) = \frac{A1}{\sqrt{h}} \quad (3)$$

Підставляючи цей вираз в формулу для зашумленого сигналу, отримаємо залежність його від відношення сигнал/шум:

$$Z(A1, h, F, \Psi, t) = A1 \cdot \left(\cos(\omega1 \cdot t - F) + \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot \cos(\omega0 \cdot t - \Psi) \right)$$

Щоб отримати залежність перешкоди сигналу від фази завади $\psi1$, зміна фази від 0 до $\pi/2$ задається наступними співвідношеннями

$$N1 = 36 \quad k = 0, 1 \dots N1$$

$$\psi1(k, N1) = \frac{k}{N1} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$\text{Ціна ділення фази завади в градусах} \quad \frac{180}{72} = 2.5$$

При $k = 0$ фаза завади збігається з фазою сигналу, що відповідає найбільш важкому випадку впливу завади на оптимальне оцінювання.

При $k = N1$ завада ортогональна сигналу і тому не робить ніякого впливу на оптимальне оцінювання (ідеальний випадок).

Таким чином, підставляючи поточне значення фази завади в вираз для зашумленого сигналу, отримаємо можливість досліджувати вплив параметрів завади (а також і значень всіх параметрів сигналу) на значення оптимальних оцінок.

(5)

$$Z11(A1, \omega1, F0, N\omega, h, k, t) = A1 \cdot \left(\cos(\omega1 \cdot t - F0) + \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot \cos\left(N \cdot \omega1 \cdot t - \frac{k}{N1} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right),$$

де N - масштабний множник частоти завади, який показує, у скільки разів частота завади перевищує частоту сигналу.

1. Оптимальне оцінювання амплітуди періодичного сигналу

Формула для оптимального оцінювання амплітуди після підстановки (5) набуває вигляду

$$A1_{opt} = \frac{\sum_t (Y11(A1, \omega1, F0, N\omega, h, k, t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0))}{\sum_t (\cos(\omega1 \cdot t - F0))^2} \quad (6)$$

Для розрахунків за формулою (6) необхідно задати наступні значення параметрів сигналу і перешкоди:

$$\begin{aligned} A1 &= 0.666667 & F0 &= 0 & N0 &:= 300 & h1 &:= 1, 2 \dots N0 & N\psi &:= 36 \\ \omega1 &= 6.283185 & N\omega &:= 13 & \omega0 &= 81.681409 & n &:= 5 & k &:= 0, 1 \dots N\psi \end{aligned}$$

$$Y2(A1, \omega1, F0, N\omega, h1, k, t) := A1 \cdot \left(\cos(\omega1 \cdot t - F0) \dots + \frac{1}{\sqrt{h1}} \cdot \cos\left(N\omega \cdot \omega1 \cdot t - \frac{k}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right) \quad (7)$$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F0, N\omega, h1, k) := \frac{\sum_t (Y2(A1, \omega1, F0, N\omega, h1, k, t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0))}{\sum_t (\cos(\omega1 \cdot t - F0))^2} \quad (8)$$

Контроль правильності формули (8) при $h2 := 27$ $k := 18$

$$\sum_t (Y2(A1, \omega1, F1, N\omega, 27, 18, t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F1)) = 2.892837$$

$$\sum_t (\cos(\omega1 \cdot t - F1))^2 = 3.75 \quad \frac{2.892837}{3.75} = 0.771423$$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F1, N\omega, 27, 18) = 0.771423$$

Граничні значення оптимальної оцінки досягаються на кордонах діапазонів зміни $h1, k$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F0, N\omega, 1, 0) = 1.333333$$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F0, N\omega, N0, N\psi) = 0.666667$$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F0, 13, N0, N\psi) = 0.666667$$

$$A1_{opt}(A1, \omega1, F0, 17, N0, N\psi) = 0.666667$$

t =

0
0.5
1
1.5
2

$$\sum_{t=0}^n t = 15$$

$$\sum_t t = 5$$

На рис.6.7 показані залежності $A1_{opt}(h1, k)$ від відношення сигнал/шум і початкової фази. Можна помітити, що при $k = 36$ ($\psi(36) = \pi/2$) і завада не впливає на процедуру оптимального оцінювання. В цьому випадку оптимальна оцінка при будь-яких відношеннях сигнал/шум збігається з істинним значенням амплітуди $A1 = 0.666667$. При зміні поточного значення k від 0 до 36 при будь-яких відношеннях сигнал/шум оптимальні оцінки "асимптотично стягуються" до істинного значення $A1$.

$h1 = 1, 2 \dots 81$

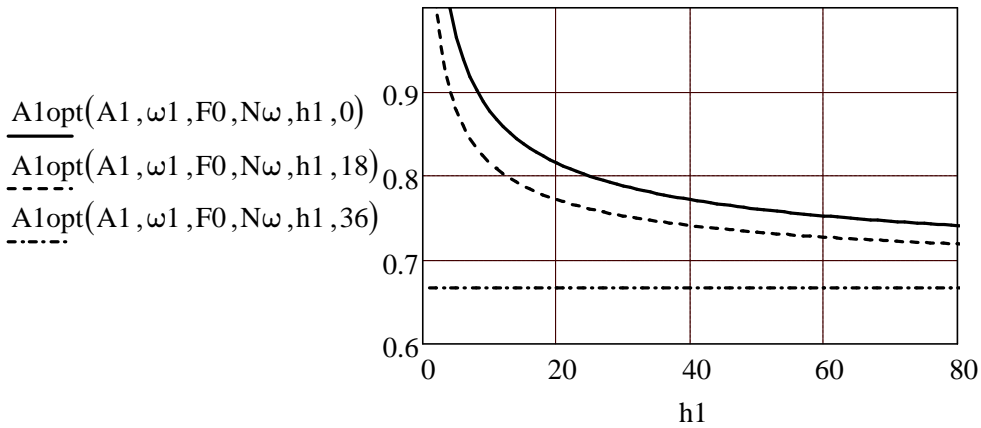


Рис. 6. Графіки залежностей A_{opt} от $h1$ при різних початкових фазах завади

$k := 0, 1 \dots 36$

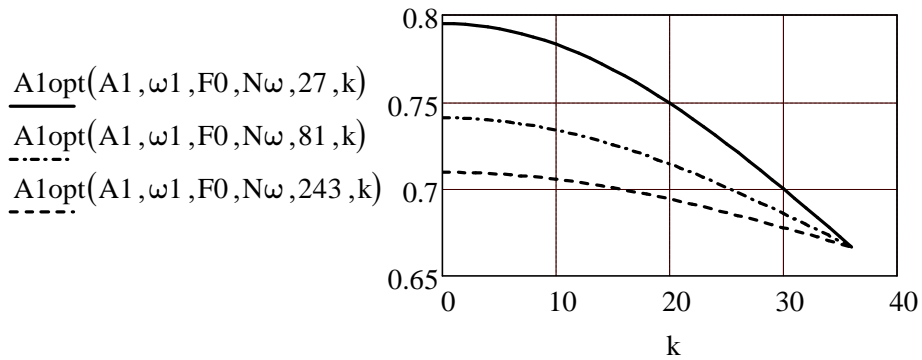


Рис. 7а. Графіки залежностей A_{opt} от k при різних відношеннях сигнал/шум

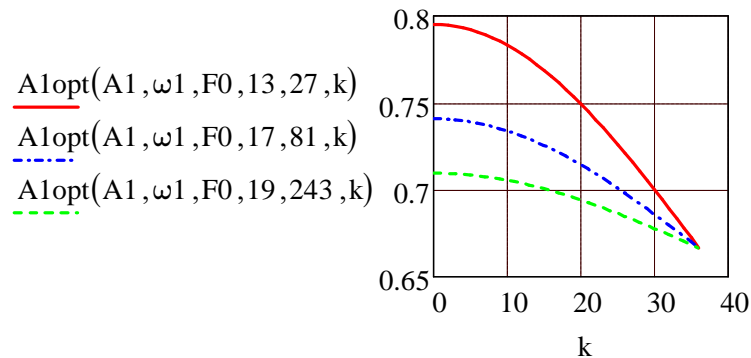


Рис. 7б. графіки залежностей A_{opt} от k при різних відношеннях сигнал/шум і різних частотах завади

Від частоти завади оптимальна оцінка амплітуди не залежить.

Висновки

1. Наявність завади породжує зміщеність оптимальної оцінки, яка тим більше, чим менше відношення сигнал/шум.
2. Зміщеність оптимальної оцінки залежить також від неузгодженості початкових фаз сигналу і завади, чим більше неузгодженість фаз, тим менше зміщеність.

Приклад Перевірка в просторі Гільберта за часом візулізації

$$h_0 = 27 \quad k = 9 \quad N\omega = 13$$

$$Y_3(A_1, N\omega, h_0, k, t_1) = A_1 \cdot \left(\cos(\omega_1 \cdot t_1 - F_3) + \frac{1}{\sqrt{h_0}} \cdot \cos\left(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t_1 - \frac{k}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$A_{3opt} = \frac{\int_0^{T_0} [(Y_3(A_1, 27, 9, t_1)) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_1 - F_3)] dt_1}{\int_0^{T_0} (\cos(\omega_1 \cdot t_1 - F_3))^2 dt_1}$$

$$A_{3opt} = 0.666667 \quad A_1 = 0.666667 \quad \delta A_1 = \frac{A_{3opt} - A_1}{A_1}$$

$$F_3 = 1.047198$$

$$\delta A_1 = 0$$

Висновки по оптимальному оцінюванню в просторі Гільберта:

1. При будь-яких $N\omega$, h і k оптимальна оцінка є незміщеною і дорівнює істинному значенню.
2. Від початкової фази сигналу оптимальна оцінка не залежить і також є незміщеною.
3. Від частоти завади оптимальна оцінка амплітуди не залежить.

Приклад. Оцінка відносних похибок оптимального оцінювання амплітуди в залежності від відношення сигнал/шум і початкової фази завади.

Відносна похибка оптимального оцінювання амплітуди визначається за формулою

$$\delta A(h_1, k) := \frac{A_{1opt}(A_1, \omega_1, F_0, N\omega, h_1, k) - A_1}{A_1} \quad (9)$$

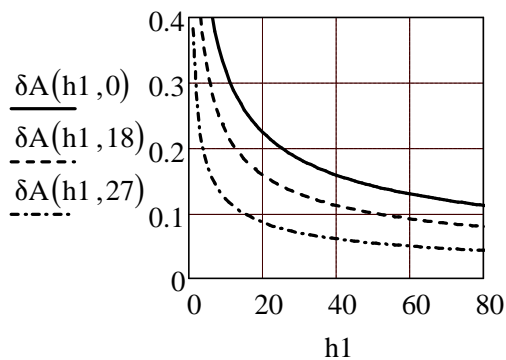


Рис. 8. Графіки залежностей $\delta A(h_1, k)$ при різних фазах завади

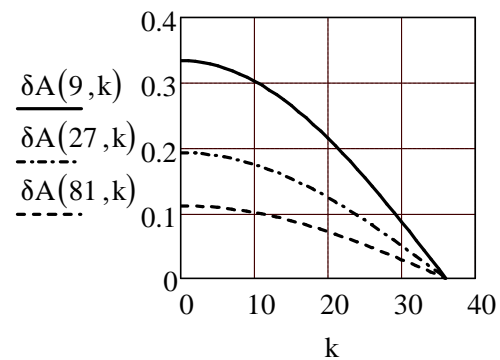


Рис. 9. Графіки залежностей δA от k при різних відношеннях сигнал/шум

Висновки

1. Аналіз графіків рис.8,9 показує, що відносні похибки оптимального оцінювання амплітуди істотно залежать від відношення сигнал/шум і співвідношення початкових фаз сигналу і завади.
2. При відсутності завади відносні похибки оптимального оцінювання дорівнюють нулю і оптимальні оцінки рівні істинному значенню амплітуди.

Приклад. Визначення залежності коефіцієнта варіації оптимальної оцінки амплітуди від початкової фази корисного сигналу.

За допомогою методу лінеаризації і гаусовської апроксимації розподілу амплітуди отримується формула дисперсії оцінки амплітуди:

$$D1(h_1, k) = \left[\frac{\sum_t (\cos(N \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0))}{\sum_t \cos(\omega_1 \cdot t - F_0)^2} \right]^2 \cdot \frac{A_{1opt}(h_1, k)^2}{2 \cdot h_1}$$

Отже, коефіцієнт варіації оптимальної оцінки амплітуди визначається формулою

$$VA(h1, F1) := \frac{\sum_t (\cos(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F1))}{\sum_t \cos(\omega_1 \cdot t - F1)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot h1}} \quad (9)$$

$$\cos(\omega_1 \cdot t - F1)^2$$

$$\cos(\omega_1 \cdot t - F0)^2 = \cos(\omega_1 \cdot t - F1)^2 = \cos(\omega_1 \cdot t - F2)^2 =$$

1
1
1
1
1

0.75
0.75
0.75
0.75
0.75

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

$$\sum_t (\cos(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F1)) = 4.33$$

$$\sum_t (\cos(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F2)) = 3.536$$

$$\sum_t \cos(\omega_1 \cdot t - F1)^2 = 3.75$$

$$\sum_t \cos(\omega_1 \cdot t - F2)^2 = 2.5$$

$$F0 \quad 1.0 \quad \frac{5}{5} = 1 \quad F1 \quad 1.155 \quad \frac{4.33}{3.75} = 1.155$$

$$F2 \quad 1.414 \quad \frac{3.536}{2.5} = 1.414$$

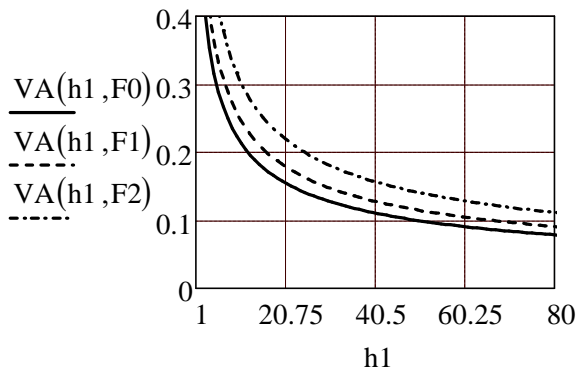


Рис. 10. Графіки залежностей VA від h1 при різних початкових фазах сигналу

Висновки:

1. Відмінність від нуля початкової фази сигналу призводить до зменшення відліків сигналу в моменти дискретизації, в результаті погіршується реальне відношення сигнал/шум.
2. Погіршення умов взяття відліків при початкових фазах $F1 = \pi/6$ і $F2 = \pi/4$ призводить до відносного збільшення коефіцієнта варіації оцінки, відповідно, в 1.155 та в 1.41 рази в порівнянні з $F0 = 0$

2. Визначення оптимальної оцінки частоти корисного сигналу на фоні завади

Значення частоти при чотирьох значеннях початкової фази сигналу:
 $F0 = 0$, $F1 = \pi/6$, $F2 = \pi/4$, $F3 = \pi/3$

Розгляд чотирьох випадків відношень сигнал/шум:
 $h1 = 9$, $h2 = 27$, $h3 = 81$, $h4 = 243$

Використовуються наступні чотири індекси початкової фази завади:
 $k1 = 0$, $k2 = 9$, $k3 = 18$, $k4 = 36$

Наведення МНК критерію до вигляду, зручного для якісного аналізу помехових ситуацій.

Зашумлений сигнал у вигляді функції частоти та інших параметрів завади

$$Y3(\omega_1, h_3, k_3, N\omega, t) := A1 \cdot \left(\cos(\omega_1 \cdot t - F1) + \frac{1}{\sqrt{h_3}} \cdot \cos\left(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t - \frac{k_3}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

Корисний сигнал у вигляді функції частоти та інших параметрів

$$X3(A1, \omega_1, F1, t) := A1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F1)$$

$$S3(\omega_1, A1, F1, N\omega, h_3, k_3) := \sum_t (Y3(\omega_1, h_3, k_3, N\omega, t) - X3(A1, \omega_1, F1, t))^2$$

$$\omega_1 = 6.283185 \quad A1 = 0.667$$

$$F0 = 0 \quad N\omega = 13 \quad h_3 = 9 \quad k_3 = 0 \quad \text{відношення сигнал/шум}$$

$$F1 = 0.524 \quad N\omega = 17 \quad h_3 = 27 \quad k_3 = 9 \quad 243 \cdot 3 = 729$$

$$F2 = 0.785 \quad N\omega = 19 \quad h_3 = 81 \quad k_3 = 18 \quad 729 \cdot 3 = 2.187 \times 10^3$$

$$F3 = 1.047 \quad N\omega = 23 \quad h_3 = 243 \quad k_3 = 36$$

Побудова сімейства графіків для якісного аналізу процедури оптимального оцінювання частоти.

$$\omega_{11} := 6.0175, 6.0176 \dots 6.481 \quad \omega_1 = 6.283$$

$$h_3 := 243 \quad k_3 := 18$$

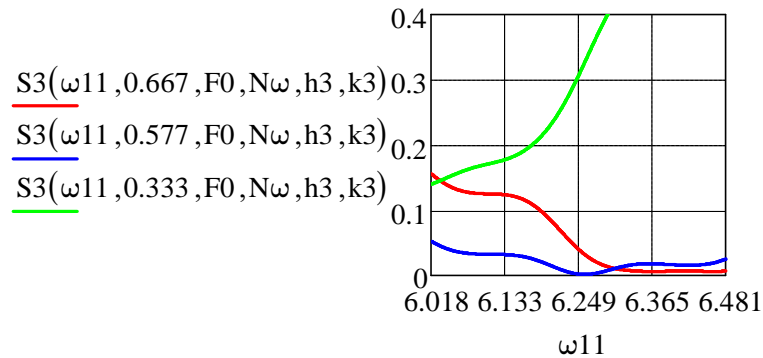


Рис. 11. Вплив амплітуди періодичного сигналу на оптимальне оцінювання його частоти (при збігу фази завади з нульовою фазою сигналу - найгірший випадок)

$$\omega_{12} := 6.235, 6.236.. 6.239$$

$\omega_{12} =$	$S3(\omega_{12}, 0.577, F0, N\omega, 243, 0) =$
6.235	$3.646 \cdot 10^{-3}$
6.236	$3.633 \cdot 10^{-3}$
6.237	$3.63 \cdot 10^{-3}$
6.238	$3.635 \cdot 10^{-3}$
6.239	$3.65 \cdot 10^{-3}$

$$S3(6.236, 0.577, F0, N\omega, h3, k3) = 4.422 \times 10^{-3}$$

$$S3(6.237, 0.577, F0, N\omega, h3, k3) = 4.181 \times 10^{-3} \quad \text{Оцінка зміщена}$$

$$S3(6.238, 0.577, F0, N\omega, h3, k3) = 3.95 \times 10^{-3}$$

Висновки

1. При обробці зашумленого сигналу в просторі Евкліда навіть при великих відношеннях сигнал/шум для оптимального оцінювання частоти потрібна розробка спеціальних методів.
2. При великих відношеннях сигнал/шум є можливості оптимально оцінити частоту за допомогою ГАІМа.

Приклад.

$$\omega_1 = 6.283 \quad \omega_{1opt} := 6.237$$

$$\Delta\omega_1 := \omega_{1opt} - \omega_1 \quad \Delta\omega_1 = -0.046$$

$$\delta\omega_1 := \frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} \qquad \delta\omega_1 = -0.735 \cdot \%$$

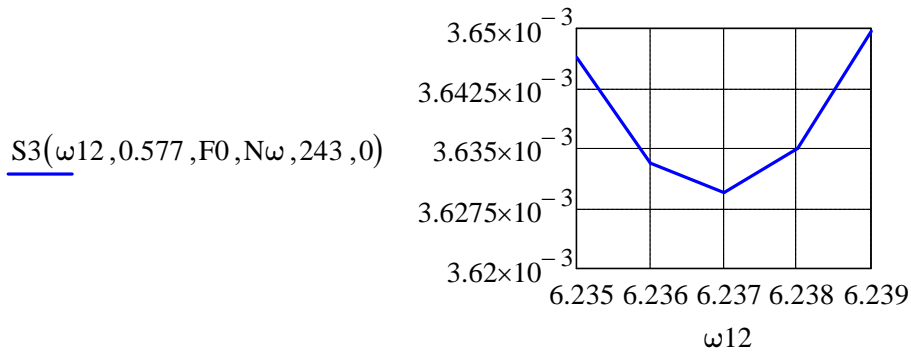


Рис. 12. Ілюстрація зміщеності оптимальної оцінки частоти періодичного сигналу (при збігу фази завади з нульовою фазою сигналу і амплітуді 0.577)

$$\omega_{13} := 6.249, 6.250 \dots 6.891$$

$$h_3 := 243 \qquad k_3 := 0$$

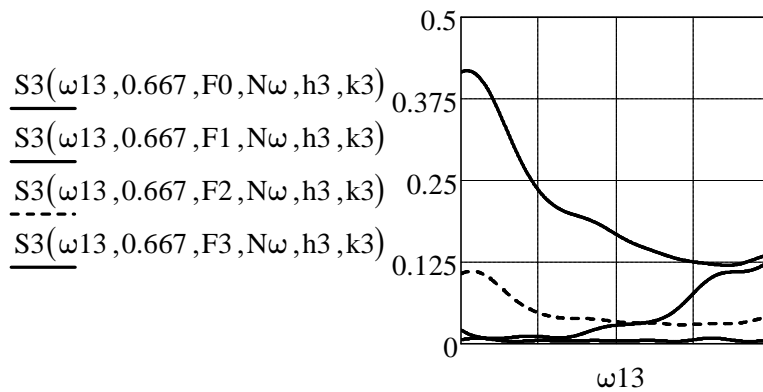


Рис. 13. Вплив початкової фази періодичного сигналу на оптимальне оцінювання його частоти при ортогональності завади

$$\omega_{14} := 6.797, 6.798 \dots 6.801$$

$$\omega_{14} = \qquad S_3(\omega_{14}, 0.667, F_3, N\omega, 243, 0) =$$

6.797
6.798
6.799
6.8
6.801

0.120647
0.120638
0.120635
0.120637
0.120644

$$S3(6.798, 0.667, F3, N\omega, h3, k3) = 0.120638$$

$$S3(6.799, 0.667, F3, N\omega, h3, k3) = 0.120635 \quad \text{Оцінка зміщена}$$

$$S3(6.8, 0.667, F3, N\omega, h3, k3) = 0.120637$$

$$\omega_1 = 6.283 \quad \omega_{2opt} := 6.799 \quad F3 = 1.047$$

$$\Delta\omega_2 := \omega_{2opt} - \omega_1 \quad \Delta\omega_2 = 0.516$$

$$\delta\omega_2 := \frac{\Delta\omega_2}{\omega_1} \quad \delta\omega_2 = 8.209\%$$

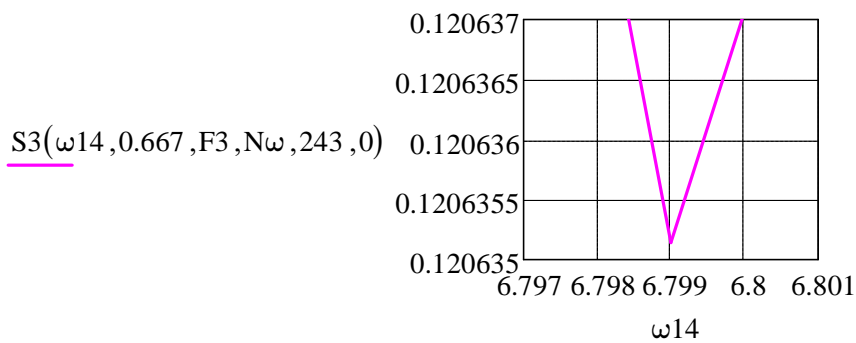


Рис. 12. Ілюстрація зміщеності оптимальної оцінки частоти періодичного сигналу при фазі сигналу $F3 = 1.047$, $k = 0$

Оцінка зміщена, вплив фази проявляється також у зміні значень мінімумів.

$$\omega_{11} := 6.216, 6.217 \dots 6.81$$

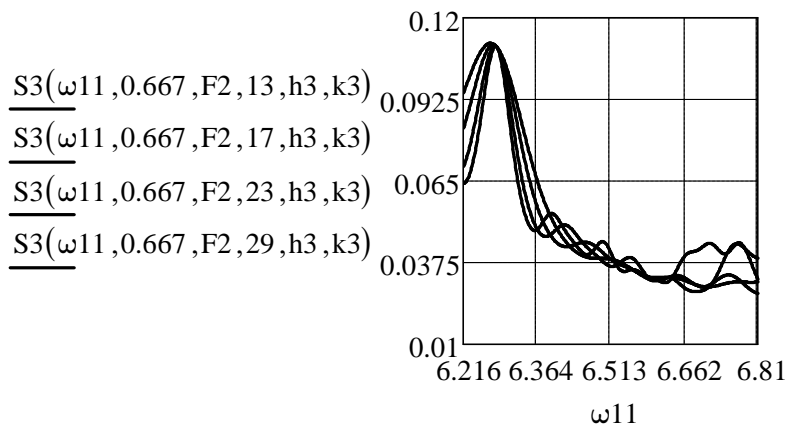


Рис. 14. Вплив частоти завади на оптимальне оцінювання частоти сигналу при початковій фазі сигналу $F2$

Оцінки частоти зміщені в бік більших значень, близькі за значеннями за величиною мінімумів.

$$\omega_{11} := 6.216, 6.217 \dots 6.981 \quad \omega_1 = 6.283185 \quad k_3 = 0 \quad F_2 = 0.785$$

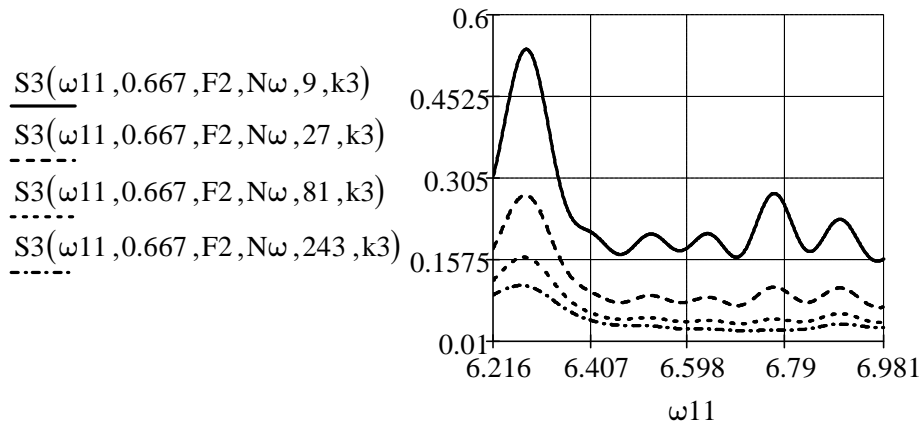


Рис. 15. Вплив відношення сигнал/шум на оптимальне оцінювання частоти сигналу при початковій фазі сигналу F_2

Оцінки зміщені, значення мінімумів зменшуються зі збільшенням сигнал/шум

$$\omega_{11} := 6.216, 6.217 \dots 6.981$$

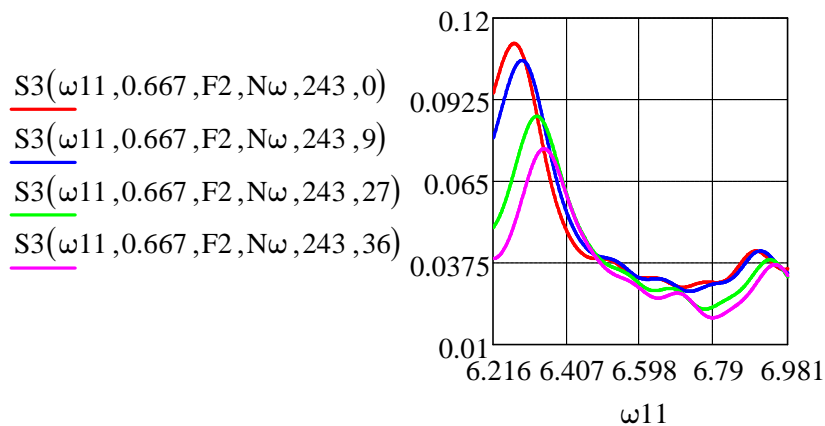


Рис. 16. Вплив початкової фази завади на оптимальне оцінювання частоти сигналу при початковій фазі сигналу F_2

Приклад. Зміщення значення оптимальної оцінки $A1_{opt}$ при різних h_1 і k .

Розгляд залежностей значення критерію оптимальності від умов оптимального оцінювання амплітуди.

Діапазон поточних значень задається амплітуд так, щоб він включав і дозволяв порівнювати на рисунку кілька оптимальних оцінок в залежності від умов оптимального оцінювання амплітуди.

$$A_{11} := 0.632, 0.633 \dots 0.881$$

$$X(A_{11}, \omega_1, F_0, t) := A_{11} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - F_0)$$

$$A1_{opt}(A11, N\omega, h1, k) := \frac{\left[\sum_t (Y2(A1, \omega1, F0, N\omega, h1, k, t) \cdot \cos(\omega1 \cdot t - F0)) \right]}{\left[\sum_t (\cos(\omega1 \cdot t - F0))^2 \right]} \quad (12)$$

Оптимальні оцінки амплітуди в залежності від відношення сигнал/шум при $F0 = 0, k = 18$ приймають наступні значення:

$$\begin{aligned} A1_{opt}(0.666667, N\omega, 9, 18) &= 0.823802 \\ A1_{opt}(0.666667, N\omega, 27, 18) &= 0.757389 \\ A1_{opt}(0.666667, N\omega, 81, 18) &= 0.719045 \\ A1_{opt}(0.666667, N\omega, 243, 18) &= 0.696907 \\ A1_{opt}(0.666667, N\omega, 243, 36) &= 0.666667 \end{aligned}$$

$$\text{Істинне значення амплітуди} \quad A1 = 0.666667 \quad (13)$$

$$S0(A11, N\omega, h1, k) := \sum_t (Y2(A1, \omega1, F0, N\omega, h1, k, t) - X(A11, \omega1, F0, t))^2$$

Мінімальні значення критерію оптимальності для різних оцінок

$$\begin{aligned} S0(0.823802, 13, 9, 18) &= 1.216 \times 10^{-12} \\ S0(0.757767, 13, 27, 18) &= 7.163 \times 10^{-7} \\ S0(0.719404, 13, 81, 18) &= 6.446 \times 10^{-7} \\ S0(0.666667, 13, 243, 18) &= 4.572 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Перевірка першого мінімуму

$$\begin{aligned} S0(0.823801, N\omega, 9, 18) &= 1.285 \times 10^{-12} \\ S0(0.823802, N\omega, 9, 18) &= 1.216 \times 10^{-12} \\ S0(0.823803, N\omega, 9, 18) &= 1.115 \times 10^{-11} \end{aligned}$$

Вплив фази завади: чим більше неузгодженість фаз сигналу і завади при одному і тому ж відношенні сигнал/шум, тим менше зміщеність оптимальних значень і менше мінімальні значення критерію

$$\begin{aligned} S0(0.823802, 13, 243, 0) &= 0.065 \\ S0(0.757767, 13, 243, 9) &= 0.013 \\ S0(0.719404, 13, 243, 18) &= 2.531 \times 10^{-3} \\ S0(0.666667, 13, 243, 27) &= 1.339192 \times 10^{-3} \\ S0(0.666667, 13, 243, 36) &= 5.556 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

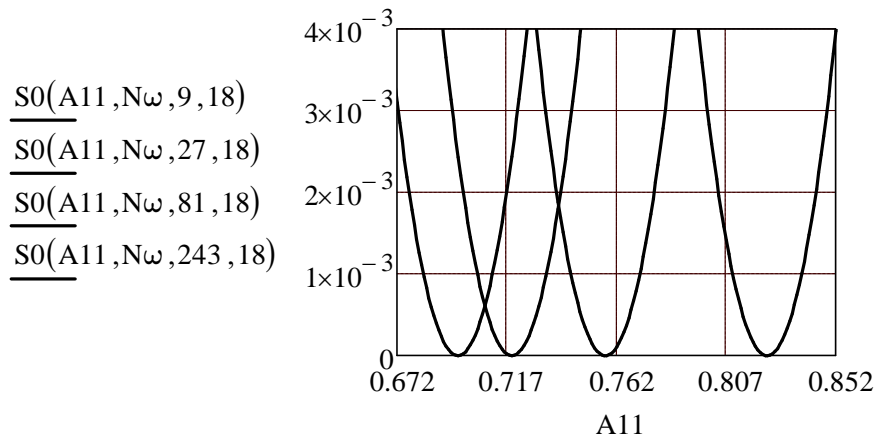


Рис. 11. Ілюстрація зміщення оптимальних оцінок амплітуди сигналу при різних відношеннях сигнал/шум при одній і тій же неузгодженості початкових фаз сигналу і завади

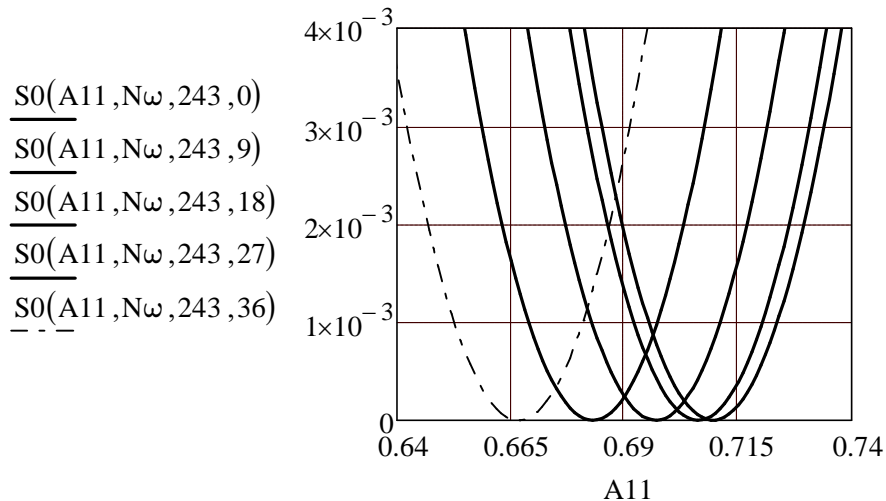


Рис. 12. Ілюстрація впливу неузгодженості початкових фаз сигналу і завади на оптимальне оцінювання амплітуди при одному і тому ж відношенні сигнал/шум

Аналіз графіків рис. 11, 12 дозволяє зробити наступні висновки:

1. Частота завади не впливає на оптимальне оцінювання амплітуди сигналу.
2. За інших рівних умов, чим менше відношення сигнал/шум, тим більше зсув оптимальних оцінок і тим більше мінімальні значення критерію.
3. Зі збільшенням відношення сигнал/шум оптимальні оцінки "асимптотично стягуються" до істинного значення.
4. При нульовій неузгодженості початкових фаз сигналу і завади (найбільш важкий випадок - збіг по фазі) має місце найбільше зміщення оптимальної оцінки амплітуди і найбільше мінімальне значення критерію.
5. При ортогональності сигналу і завади (ідеальний випадок) оптимальна оцінка амплітуди при будь-якому відношенні сигнал/шум дорівнює істинному значенню амплітуди і дає практично нульове мінімальне значення критерію оптимальності.

Початкове рівняння оптимізації оцінки частоти

$$\sum_t \left[\left[Z(B1, \Psi1, t) - X(A1, \omega1, F0, t) \right] \cdot \sin(\omega1 \cdot t - F0) \right] \cdot t = 0$$

Наведемо це рівняння до виду, зручного для чисельного рішення

$$\omega_{11} := 6.283185, 6.2831851 \dots 6.2831857 \quad 2 \cdot \pi = 6.283185307$$

Ліва частина рівняння оптимізації оцінки частоти

$$LP(\omega_{11}) := \sum_t \left(X(A1, \omega_{11}, F0, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F0) \cdot t \right) \quad (14)$$

Права частина рівняння оптимізації оцінки частоти задається при таких значеннях параметрів завади

$$h_{22} = 1, 9, 27, 81 \quad k_{22} = 0, 9, 18, 27$$

$$RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) = \left[\sum_t \left(Z_{22}(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F0) \cdot t \right) \right]$$

$$\Delta LR(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) = LP(\omega_{11}) - RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22})$$

$$\Delta 3(\phi_0, F0, h_3, k_3) = LP_3(\phi_0, F0, h_3, k_3) - RP_3(\phi_0, F0)$$

Поточні значення відношень сигнал/шум і індексу фази завади (вони використовуються для розрахунку сімейств графіків)

$$h_{22} := 1 \quad k_{22} := 0$$

$$Y_{22}(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}, t) := A1 \cdot \left(\cos(\omega_{11} \cdot t - F0) + \frac{1}{\sqrt{h_{22}}} \cdot \cos\left(\omega_0 \cdot t - \frac{k_{22}}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

Використовується виявлена пропорція між довжинами інтервалу зміни частоти (нев'язки рівняння) і квадратними коренями відповідних відношень сигнал/шум при одному і тому ж k

$$(\Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22})) \cdot \sqrt{h_2} = (\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22})) \cdot \sqrt{h_3} \quad (15)$$

$$RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) := \sum_t \left(Y_{22}(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F0) \cdot t \right) \quad (16)$$

$$RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) \left[\sum_t \left(Y_{22}(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}, t) \cdot \sin(\omega_{11} \cdot t - F0) \cdot t \right) \right]$$

Звуження інтервалу частот до 7 знака після точки ГАІМом

$\omega_{11} =$	$-RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) =$
6.283185	$3.071796 \cdot 10^{-6}$
6.2831851	$2.071796 \cdot 10^{-6}$
6.2831852	$1.071796 \cdot 10^{-6}$
6.2831853	$7.179586 \cdot 10^{-8}$
6.2831854	$-9.282041 \cdot 10^{-7}$
6.2831855	$-1.928204 \cdot 10^{-6}$
6.2831856	$-2.928204 \cdot 10^{-6}$

$LP(\omega_{11}) =$	$LP(\omega_{11}) - RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) =$
$-1.535898 \cdot 10^{-6}$	$1.535898 \cdot 10^{-6}$
$-1.035898 \cdot 10^{-6}$	$1.035898 \cdot 10^{-6}$
$-5.358979 \cdot 10^{-7}$	$5.358979 \cdot 10^{-7}$
$-3.589793 \cdot 10^{-8}$	$3.589793 \cdot 10^{-8}$
$4.641021 \cdot 10^{-7}$	$-4.641021 \cdot 10^{-7}$
$9.641021 \cdot 10^{-7}$	$-9.641021 \cdot 10^{-7}$
$1.464102 \cdot 10^{-6}$	$-1.464102 \cdot 10^{-6}$

Невязка рівняння оптимізації оцінки частоти

$$\Delta LR(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) := LP(\omega_{11}) - RP(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) \tag{17}$$

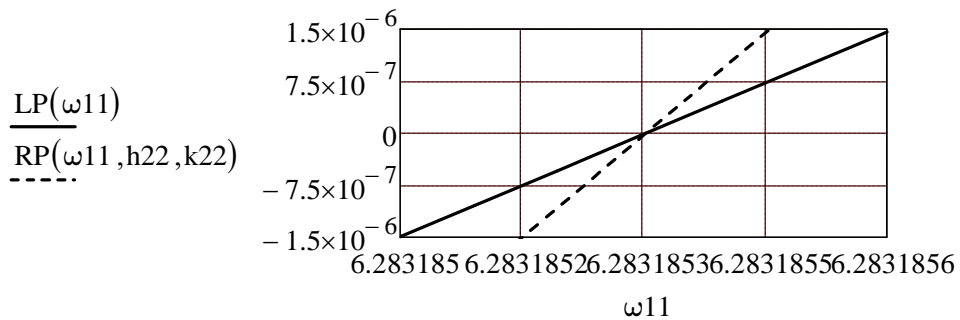


Рис. 12. Графічне рішення рівняння оптимізації оцінки частоти

Істинне значення нормованої частоти $\omega_{10} = 2 \cdot \pi$ $2 \cdot \pi = 6.283185307$

$$\Delta LR_0(\omega_{11}) := 0.0 \qquad 2 \cdot \pi = 6.283185307$$

При зміні відношення сигнал/шум справедлива пропорція

$$(\Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22})) \cdot \sqrt{h_2} = (\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22})) \cdot \sqrt{h_3}$$

Задаваючи k_{22} і відношення h_2, h_3 , за вимірюваним $\Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22})$ можна обчислювати $\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22})$ при будь-якому h_3 за формулою

$$\Delta LR(\omega_{11}, h_3, k_{22}) = \sqrt{\frac{h_2}{h_3}} \cdot \Delta LR(\omega_{11}, h_2, k_{22})$$

Табл. 2

$(\omega_{11}) =$	$\Delta LR(\omega_{11}, h_{22}, k_{22}) =$
6.2831850	$1.535898 \cdot 10^{-6}$
6.2831851	$1.035898 \cdot 10^{-6}$
6.2831852	$5.358979 \cdot 10^{-7}$
6.2831853	$3.589793 \cdot 10^{-8}$
6.2831854	$-4.641021 \cdot 10^{-7}$
6.2831855	$-9.641021 \cdot 10^{-7}$
6.2831856	$-1.464102 \cdot 10^{-6}$

Дотримання закономірності перевірено при $k = 0,9$; $h = 9,27,81$. Оптимальна оцінка частоти є незміщеною і збігається з істинним значенням з точністю до 9 знаків після точки.

$$0.3589793 \cdot 10^{-7} \quad -4.641021 \cdot 10^{-7}$$

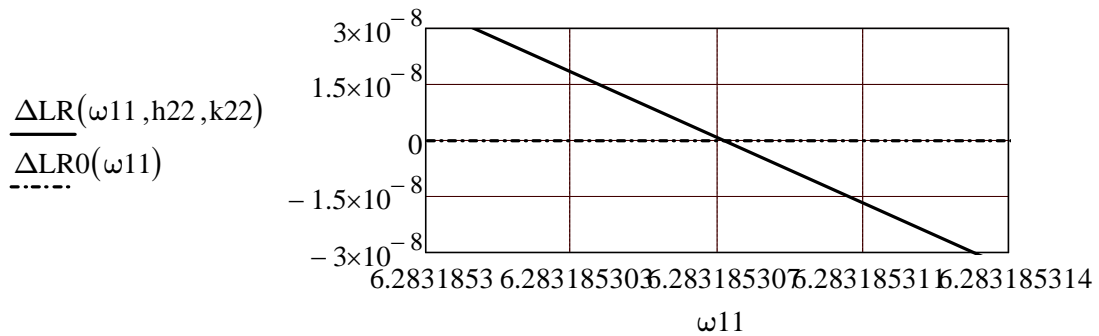


Рис. 13. Оптимальне оцінювання частоти методом визначення нуля невязки: $\omega_{12opt} = 6.283185307$

Приклад. Розгляд похибок оптимального оцінювання частоти при наступних значеннях параметрів

$$h_{22} := 9 \quad k_{22} := 0 \quad (\text{найгірший випадок оцінювання})$$

Як випливає з рис. 13 и табл. 2 розрахунків величини невязки, її значення проходить через нуль на інтервалі частот $[6.2831853; 6.2831854]$. Отже, оптимальна оцінка лежить в цьому інтервалі і її наближене значення дорівнює

$$\omega_{1opt} = \frac{6.2831853 + 6.2831854}{2} = 6.28318535 \quad (18)$$

Істинне значення частоти, обчислене з точністю до 9 знаків після точки $\omega_1 = 6.283185307$

Отже, відносна похибка оптимального оцінювання частоти при зазначених значеннях параметрів завади

$$\delta\omega_1(h_{22}, k_{22}) = \frac{\omega_{1opt} - \omega_1}{\omega_1} \quad (19)$$

$$\delta\omega_1(h_{22}, k_{22}) = \frac{6.28318535 - 6.283185307}{6.283185307}$$

$$\frac{6.28318535 - 6.283185307}{6.283185307} = 6.843663 \times 10^{-9}$$

$$\delta\omega_1(h_{22}, k_{22}) = 6.843663 \times 10^{-9} \quad (20)$$

Характеристикою похибки оптимального рішення рівняння оптимізації може бути вибрано середнє значення невязки для обраного інтервалу оптимального оцінювання частоти

$$\Delta LR_0(\omega_{1opt}) = \frac{\Delta LR(\omega_{11}) + \Delta LR(\omega_{12})}{2} \quad (21)$$

$$\frac{[0.1196598 - (-1.547007)]}{2} \cdot 10^{-7} = 8.333334 \times 10^{-8}$$

Межі інтервалів невязки

$h_2 = 9$	$h_1 = 1$
$0.1196598 \cdot 10^{-7}$	$0.3589793 \cdot 10^{-7}$
$-1.547007 \cdot 10^{-7}$	$-4.641021 \cdot 10^{-7}$

$$\frac{[0.1196598 - (-1.547007)]}{2} \cdot 10^{-7} = 8.333334 \times 10^{-8}$$

$$\frac{0.3589793 + 4.641021}{2} \cdot 10^{-7} = 2.5 \times 10^{-7}$$

Таким чином, оптимальне рішення можна характеризувати відносними похибками $\delta\omega_1(h_{22}, k_{22})$ і $\Delta LR_0(\omega_{1opt})$. При зміні h_{22}, k_{22} значення цих похибок також змінюються, що дозволяє порівняльний аналіз точності оптимальних оцінок частоти.

Пример. Розгляд модливості використання виявленої закономірності (15) для порівняльного аналізу точності оптимального оцінювання частоти

Припускаючи, що $h_1 = 1, k_1 = 0$, $\Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_1) = 2.5 \times 10^{-7}$ потрібно визначити

$\Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_2)$ при $h_2 = 9$

Використовуючи пропорцію (15), отримують

$$\Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_2) = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \cdot \Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_1) \quad (22)$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot (2.5 \times 10^{-7}) = 8.333333 \times 10^{-8}$$

Виконаємо перевірку цього значення, змінивши відношення сигнал/шум і визначивши, як змінилася середня довжина інтервалу при інших рівних умовах. Довжина інтервальної оцінки не змінилася, а середня довжина невязки (21) стала

$$\frac{[0.1196598 - (-1.547007)]}{2} \cdot 10^{-7} = 8.3333 \times 10^{-8}$$

що повністю збігається зі значенням отриманим за формулою (22). Відношення

$$\frac{(2.5 \times 10^{-7})}{(8.3333 \times 10^{-8})} = 3 \quad \text{відповідає масштабному коефіцієнту формули (22).}$$

Висновок

Використання виявленої закономірності (15) і формули (22) дозволяє при всього лише одному обраному співвідношенні сигнал/шум вимірювати середню довжину невязки рівняння оптимізації частоти, а для всіх інших випадків порівняльного аналізу обчислювати невязки за формулою (22).

Приклад. Перевірка справедливості гіпотези про дію виявленої закономірності (15) для порівняльного аналізу точності оптимального оцінювання частоти при інших індексах фази завади.

Нехай $k_{22} = 18$. Виміряємо $\Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_1)$ при $h_1 = 9$ і перевіримо справедливість формули (22) при $h_2 = 243$. Для цього підставимо ці значення у вихідні дані рівняння оптимізації оцінки частоти. При $h_1 = 9$ за формулою (21) отримаємо

$$\frac{4.586685 + 4.055731}{2} \cdot 10^{-5} = 4.321208 \times 10^{-5}$$

Використовуємо це значення у формулі (22) для розрахунку невязки при $h_2 = 243$, отримаємо

$$\Delta LR_0(\omega_{1opt}, h_2) = \sqrt{\frac{9}{243}} \cdot (4.321208 \times 10^{-5})$$

$$\sqrt{\frac{9}{243}} \cdot (4.321208 \times 10^{-5}) = 8.316169 \times 10^{-6}$$

Обчислимо цю невязку безпосередньо по табл. 2 при $h_2 = 243$, отримаємо

$$\frac{8.827080 + 7.805257}{2} \cdot 10^{-6} = 8.316168 \times 10^{-6}$$

Таким чином, формула (22) справедлива при будь-яких індексах фази завади.

3. Оптимальне оцінювання початкової фази корисного сигналу

Оцінука чотирьох значень початкової фази сигналу: $F_0 = 0$, $F_1 = \pi/6$, $F_2 = \pi/4$, $F_3 = \pi/3$

Значення фази сигналу в градусах $\frac{180}{6} = 30$ $\frac{180}{4} = 45$ $\frac{180}{3} = 60$

Розгляд чотирьох випадків відношення сигнал/шум: $h_1 = 9$, $h_2 = 27$, $h_3 = 81$, $h_4 = 243$

Індекси початкової фази завади: $k_1 = 0$, $k_2 = 9$, $k_3 = 18$, $k_4 = 36$

Перевірка існування мінімумів МНК критерію оптимізації оцінки початкових фаз безпосередньо за критерієм

$$S_0(A_1, \omega_1, F_1, t) = \sum_t [Y(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_1, t)]^2 \quad (23)$$

$$[Y(B_1, \Psi_1, t) - X(A_1, \omega_1, F_1, t)]^2$$

Рівняння зашумленого сигналу у вигляді (24)

$$Y_3(F_1, h_3, k_3, N\omega, t) := A_1 \cdot \left(\cos(\omega_1 \cdot t - F_1) + \frac{1}{\sqrt{h_3}} \cdot \cos\left(N\omega \cdot \omega_1 \cdot t - \frac{k_3}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

Корисний сигнал у вигляді функції початкової фази

$$X_3(A_1, \omega_1, \phi, t) := A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - \phi)$$

Значення фази завади 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90

$$\frac{\pi}{12} \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{5 \cdot \pi}{12} \quad \frac{\pi}{2}$$

Підставляючи (24) в (23), отримаємо робочу форму МНК критерію (25) як функцію оцінюваної початкової фази сигналу і параметрів завади.

Початкові дані оцінювання початкових фаз

$$\phi := -0.301, -0.300 \dots 0.825 \quad N\omega := 13 \quad h_3 := 81 \quad k_3 := 9$$

$$F_0 = 0 \quad F_1 = 0.523599 \quad F_2 = 0.785398$$

$$F_3 = 1.047198 \quad F_4 = 1.570796$$

Зміною останніх трьох параметрів завади досягається побудова сімейств графіків при різних початкових фазах сигналу

Поточні значення початкової фази сигналу задаються спочатку в інтервалі $[-1.571, 1.571]$, а потім доуточнювати ГАІМом в залежності від оцінюваного значення початкової фази сигналу.

$$S_3(\phi, F_1, N\omega, h_3, k_3) := \sum_t (Y_3(F_1, h_3, k_3, N\omega, t) - X_3(A_1, \omega_1, \phi, t))^2 \quad (25)$$

Підставляючи у вираз (25) різні значення початкових і поточних фаз сигналу при різних значеннях параметрів завади, отримаємо сімейство кривих (рис. 14 - рис.19), які дозволяють визначити вплив параметрів завади на оптимальну оцінку початкової фази сигналу по значенням критерію оптимальності

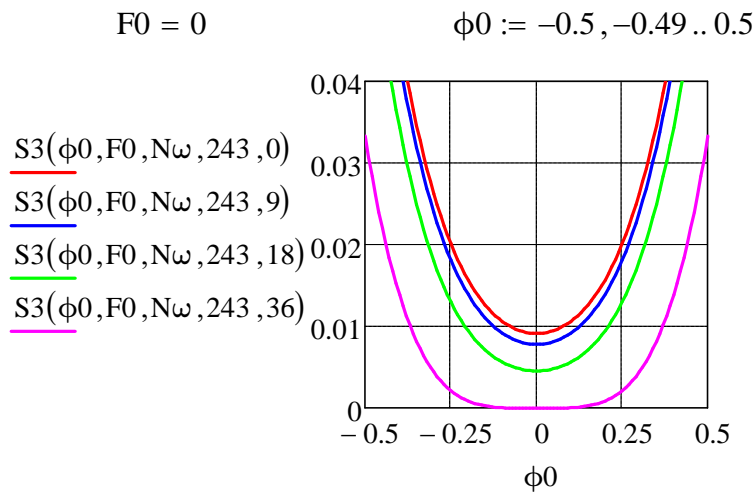


Рис. 14. Ілюстрація оптимізації оцінки початкової фази сигналу F_0 в залежності від індексу фази завади при $k = 0, 9, 18, 36$

$F_1 = 0.523599$ $\phi_1 := 0.291, 0.292 \dots 0.58$

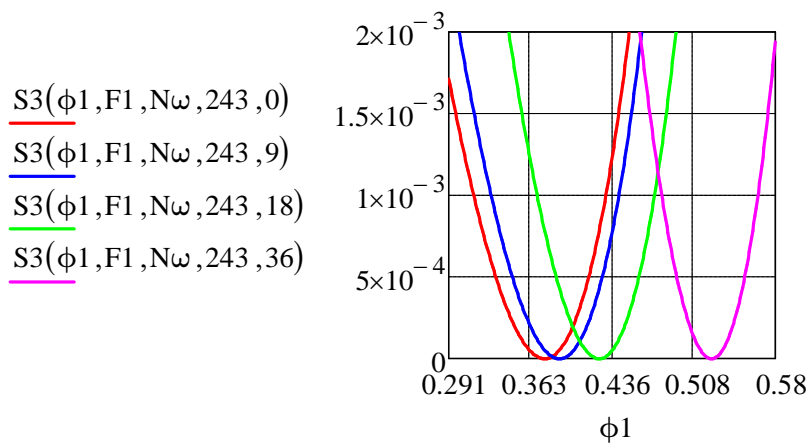


Рис. 15. Ілюстрація оптимізації оцінки початкової фази сигналу F_1 в залежності від індексу фази завади при $k = 0, 9, 18, 36$

$F_2 = 0.785398$ $\phi_2 := 0.64, 0.645 \dots 0.83$

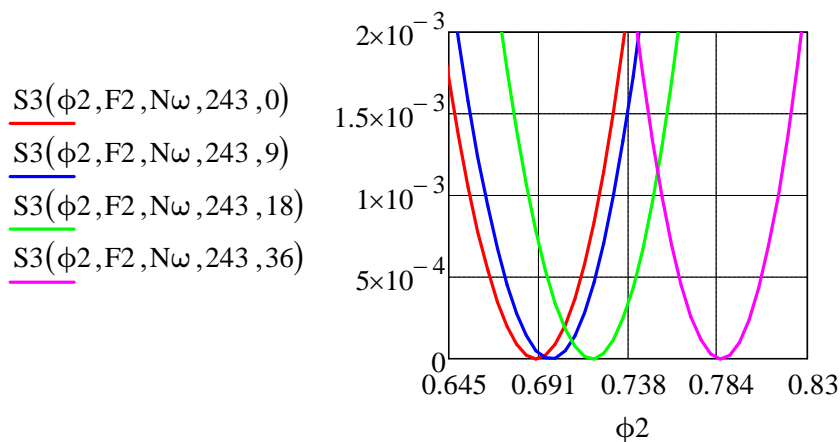


Рис. 16. Ілюстрація оптимізації оцінки початкової фази сигналу F_2 в залежності від індексу фази завади при $k = 0, 9, 18, 36$

$$F3 = 1.047198$$

$$\phi3 := 0.88, 0.881 .. 1.12$$

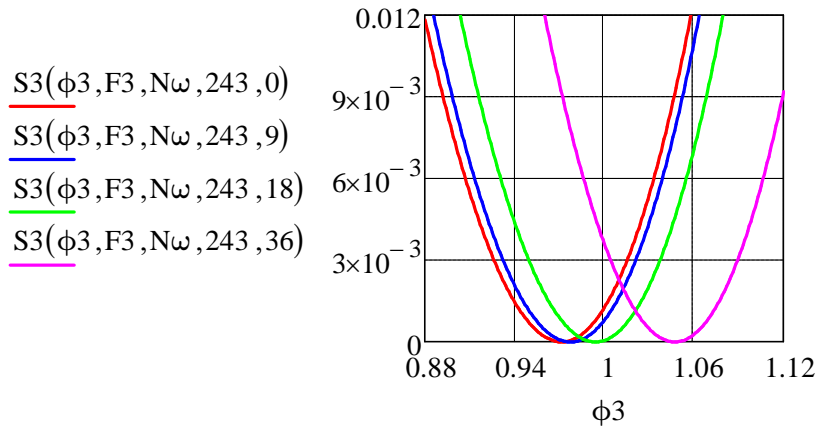


Рис. 17. Ілюстрація оптимізації оцінок початкової фази сигналу $F3$ в залежності від індексу фази завади при $k = 0, 9, 18, 36$

При нульовій початковій фазі сигналу оптимальні оцінки фази є незміщеними і відрізняються лише мінімумами критерію

$$S3(0, F0, N\omega, 243, 0) = 9.144947 \times 10^{-3} \quad \frac{0.010974}{(9.366841 \times 10^{-3})} = 1.172$$

$$0.010974 - 9.366841 \times 10^{-3} = 1.607 \times 10^{-3}$$

$$S3(0, F0, N\omega, 243, 9) = 7.805701 \times 10^{-3}$$

$$S3(0, F0, N\omega, 243, 18) = 4.572474 \times 10^{-3} \quad \frac{9.366841 \times 10^{-3}}{5.486968 \times 10^{-3}} = 1.707$$

$$9.366841 \times 10^{-3} - 5.486968 \times 10^{-3} = 3.88 \times 10^{-3}$$

$$S3(0, F0, N\omega, 243, 36) = 0$$

$$k := 0, 1 .. 36$$

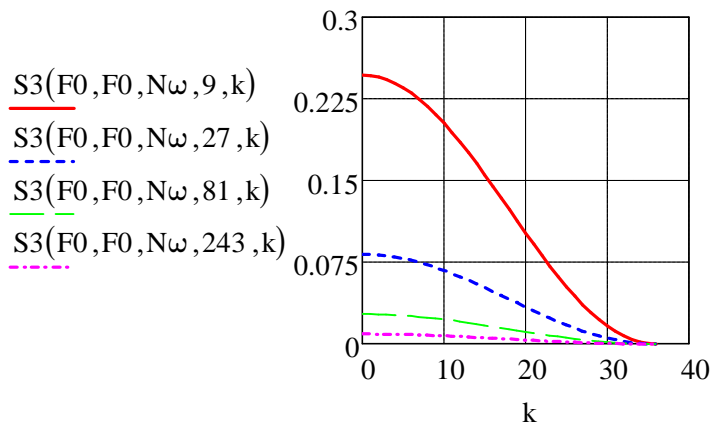


Рис. 18. Графіки залежностей мінімальних значень критерію від індексу початкової фази завади при $F0 = 0$ і різних відношеннях сигнал/шум

Визначення початкового значення F1opt для застосування ГАІМ $\phi_{01} := 0.421, 0.422 \dots 0.427$

Табл. 5

$\phi_{01} =$	$S3(\phi_{01}, F1, N\omega, 243, 18) =$	
0.421	$3.723 \cdot 10^{-6}$	
0.422	$1.742 \cdot 10^{-6}$	
0.423	$5.019 \cdot 10^{-7}$	$S3(0.423, F1, N\omega, 243, 18) = 5.019 \times 10^{-7}$
0.424	$9.18 \cdot 10^{-9}$	$S3(0.424, F1, N\omega, 243, 18) = 9.18 \times 10^{-9}$
0.425	$2.685 \cdot 10^{-7}$	$S3(0.425, F1, N\omega, 243, 18) = 2.685 \times 10^{-7}$
0.426	$1.285 \cdot 10^{-6}$	
0.427	$3.063 \cdot 10^{-6}$	

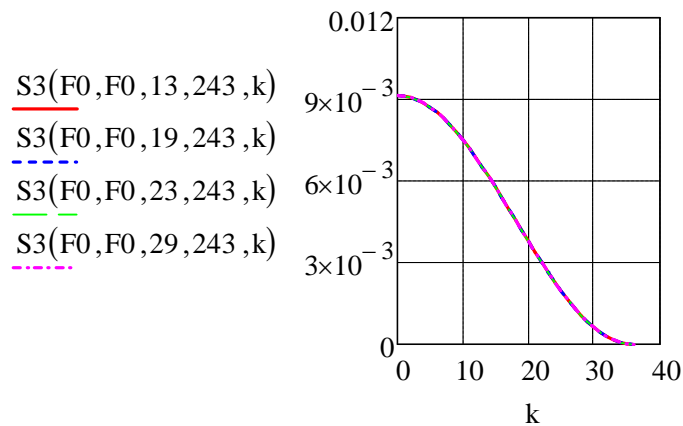


Рис. 19. Графіки залежностей мінімальних значень критерію від індексу початкової фази заводи при $F_0 = 0$ і різних частотах заводи (показують, що частота заводи не впливає на значення мінімуму критерію)

Початкове рівняння оптимізації

$$\sum_t [[(Y3(F1, h3, k3, N\omega, t) - X(A1, \omega1, \phi, t)) \cdot \sin(\omega1 \cdot t - \phi)]] = 0]$$

Істинне значення $F_0 = 0.000000$

Поточні значення початкової фази сигналу $\phi_0 := -0.0045, -0.0044 \dots 0.0045$

Розгляд найбільшого важкого випадка, коли гранично мале відношення сигнал/шум та початкові фази сигналу і заводи збігаються:

$$h3 := 1 \quad k3 := 0$$

Рівняння зашумленого сигналу описує формула (24).

$$Y3(F_0, h3, k3, N\omega, t) := A1 \cdot \left(\cos(\omega1 \cdot t - F_0) + \frac{1}{\sqrt{h3}} \cdot \cos\left(N\omega \cdot \omega1 \cdot t - \frac{k3}{N\psi} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

Ліва частина рівняння оптимізації оцінки початкової фази

$$LP3(\phi_0, F_0, h_3, k_3) := \sum_t (Y_3(F_0, h_3, k_3, N\omega, t) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \phi_0)) \quad (26)$$

Права частина рівняння оптимізації оцінки початкової фази

$$RP3(\phi_0, F_0) := \sum_t (X(A_1, \omega_1, \phi_0, t) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \phi_0)) \quad (27)$$

Невязка рівняння оптимізації оцінки початкової фази

$$\Delta_3(\phi_0, F_0, h_3, k_3) := LP3(\phi_0, F_0, h_3, k_3) - RP3(\phi_0, F_0) \quad (28)$$

Після звуження інтервалу зміни поточної фази ГАІМом, отримують оптимальне рішення

$$\sum_{t=0}^n (Y_3(F_0, h_3, k_3, N\omega, t) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \phi_0))$$

$$\sum_{t=0}^n (X(A_1, \omega_1, \phi_0, t) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \phi_0))$$

Табл. 3

$\phi_0 =$	$RP3(\phi_0, F_0) =$	$LP3(\phi_0, F_0, h_3, k_3) =$
$-4.5 \cdot 10^{-3}$	0.015	0.03
$-4.4 \cdot 10^{-3}$	0.014666	0.029333
$-4.3 \cdot 10^{-3}$	0.014333	0.028667
$-4.2 \cdot 10^{-3}$	0.014	0.028
$-4.1 \cdot 10^{-3}$	0.013667	0.027333
$-4 \cdot 10^{-3}$	0.013333	0.026667
$-3.9 \cdot 10^{-3}$	0.013	0.026
$-3.8 \cdot 10^{-3}$	0.012667	0.025333
$-3.7 \cdot 10^{-3}$	0.012333	0.024667
$-3.6 \cdot 10^{-3}$	0.012	0.024
$-3.5 \cdot 10^{-3}$	0.011667	0.023333
$-3.4 \cdot 10^{-3}$	0.011333	0.022667
$-3.3 \cdot 10^{-3}$	0.011	0.022
$-3.2 \cdot 10^{-3}$	0.010667	0.021333
$-3.1 \cdot 10^{-3}$	0.010333	0.020667
...

При великих відношеннях сигнал/шум та індексах початкових фаз завади криві зливаються через близьких значень, відмінності в 4 знаку.

$$\phi_{00} := -3 \cdot 10^{-4}, -2 \cdot 10^{-4} \dots 3 \cdot 10^{-4}$$

Табл. 4

$\phi_{00} =$	$\Delta_3(\phi_{00}, F_0, 1, 0) =$	$\Delta_3(\phi_{00}, F_0, 243, 36) =$
$-3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-11}$
$-2 \cdot 10^{-4}$	$6.666667 \cdot 10^{-4}$	$1.333 \cdot 10^{-11}$
$-1 \cdot 10^{-4}$	$3.333333 \cdot 10^{-4}$	$1.667 \cdot 10^{-12}$
0	0	0
$1 \cdot 10^{-4}$	$-3.333333 \cdot 10^{-4}$	$-1.667 \cdot 10^{-12}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$-6.666667 \cdot 10^{-4}$	$-1.333 \cdot 10^{-11}$
$3 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-3}$	$-4.5 \cdot 10^{-11}$

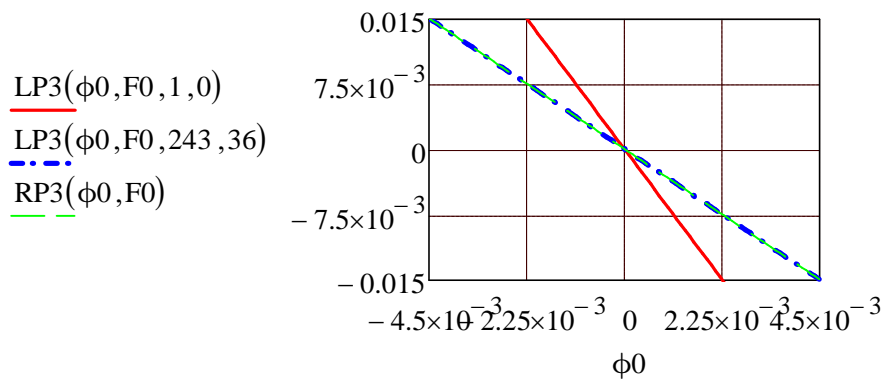


Рис. 20. Оптимальне оцінювання фази: $F_0 = 0.0$

За невязкою $\Delta_{30}(\phi_0) := 0.0$

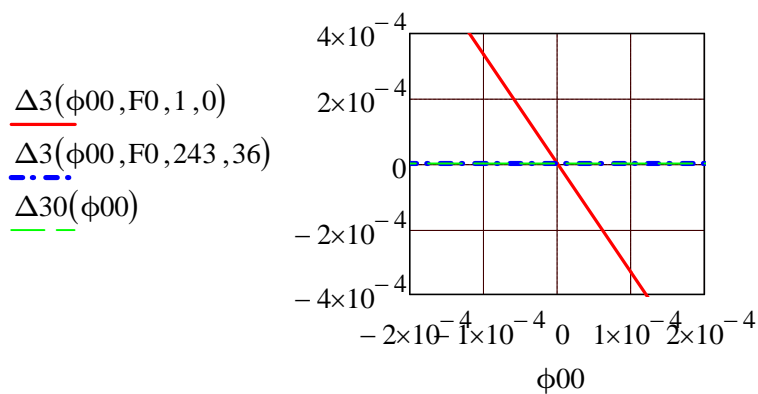


Рис. 21. Оптимальне оцінювання фази: $\phi_0 = 0.0$ при $h_3 = 1; 243; k_3 = 0; 36$

Висновки

1. Навіть в найбільш важких умовах нульова фаза сигналу оптимально оцінюється з високою точністю.
2. При поліпшенні умов оцінювання, з ростом h і k , точність оптимального оцінювання фази істотно підвищується.

Пропонується наступний алгоритм визначення відносних похибок оптимального оцінювання початкової фази сигналу.

1. Обґрунтування і вибір вихідних даних, умов оптимального оцінювання.
2. "Грубе" визначення середньої довжини інтервалу початкової фази.
3. "Точне" визначення ГАМом середньої довжини інтервалу початкової фази з наперед заданою точністю.
4. Оптимальна оцінка фази як середнього значення "точного інтервалу" фази, в якому невязка проходить через нуль.
5. Визначення відносної похибки оптимальної оцінки фази як нормоване за значенням оптимальної фази середнє значення довжини точного інтервалу.
6. Визначення середньої довжини невязки відповідає довжині "точного" інтервалу фази.
7. Використання отриманих значень відносних похибок для порівняльного аналізу різних оптимальних оцінок і прийняття рішень про значення початкової фази.
8. Повернення до п. 3, якщо не забезпечується необхідна точність оптимальної оцінки (за величиною невязки або за величиною інтервального оцінки).

Приклад. Ілюстрація зміни графіків рис. 20,21 і похибки при оптимальному оцінюванні початкової фази $F_0 = 0.0$ в наступних двох граничних випадках

Випадок 1 (В. 1). $h_3 = 1$; $k_3 = 0$.

Випадок 2. (В. 2). $h_3 = 243$; $k_3 = 36$.

Випадок 1. Перші три пункти алгоритму оптимального оцінювання початкової фази були вже виконані, тому продовжується виконання алгоритму з п.4.

4. Оптимальна оцінка фази, виконана з точністю до 4 знаки після крапки, визначається як середнє значення інтервалу фази, для якого невязка проходить через нуль (табл.4)

$$\phi_{opt} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \quad (29)$$

$$\frac{1.0 + (-1.0)}{2} \cdot 10^{-4} = 0 \quad \phi_{01opt} = 0.0$$

5. Відносна похибка оптимальної оцінки фази не визначається через ділення на нуль у формулі визначення відносної похибки

$$\delta\phi = \frac{\Delta\phi_1}{\phi_1} = \frac{\phi_{opt} - \phi_1}{\phi_1} \quad (30)$$

6. Середня довжина невязки $\Delta\phi_{01}$ (ϕ_{opt}) рівняння оптимізації оцінки початкової фази сигналу для інтервалу фази $[-1, 1] \times 10^{-4}$, в якому досягається нуль невязки $[-4, 4] \times 10^{-5}$ визначається по табл. 4 значень невязки і формулою

$$\Delta 301(\phi_{\text{opt}}) = \frac{\Delta 31 + \Delta 32}{2} \quad (31)$$

$$\frac{4.0 - (-4.0)}{2} \cdot 10^{-4} = 4 \times 10^{-4} \quad \Delta 301(\phi_{\text{opt}}) = 4.0 \times 10^{-4}$$

У другому випадку оптимальна оцінка фази не змінюється, змінюється тільки середнє значення нев'язки (табл.4)

$$\Delta 302(\phi_{\text{opt}}) = \frac{\Delta 301 + \Delta 302}{2} \quad (32)$$

$$\frac{2.0 - (-2.0)}{2} \cdot 10^{-12} = 2 \times 10^{-12} \quad \frac{4 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^8$$

Отже, за відсутності перешкоди і відношенні сигнал / шум, що дорівнює 243 нев'язка зменшується в 2×10^8 рази. Порівнюючи результати В1 і В2, можна зробити висновок про те, що при будь-яких відношеннях сигнал/шум оптимальна оцінка нульової фази є незміщеною, збільшення відношення сигнал/шум зменшує середнє значення нев'язки.

Таким чином, відносні похибки оптимального оцінювання початкової фази періодичного сигналу можуть бути визначені з необхідною точністю при заданому відношенні сигнал/шум та індексу початкової фази завади. Звуження інтервалу фаз і підвищення точності оцінювання досягається як за рахунок звуження в ГАІМе довжини "точного" інтервалу фази, так і за рахунок збільшення відношення сигнал/шум.

Приклад. Особливості оптимального оцінювання ненульової початкової фази при будь-яких значеннях індексу к початкової фази завади.

Припускається, що початкова фаза $F1 = 0.523599$, $h1 = 243$, $k1 = 18$.

Використовується запропонований алгоритм для оптимального оцінювання фази при завадах. Визначимо відносні похибки оптимального оцінювання.

Нев'язка визначається формулою (28) при зазначених вихідних даних і початковим значенням оптимальної оцінки $F1_{\text{opt}} = 0.424$, отриманим за графіком МНК критерію (рис. 15, табл. 5)

$$S3(0.423, F1, N\omega, 243, 18) = 5.019 \times 10^{-7}$$

$$S3(0.424, F1, N\omega, 243, 18) = 9.18 \times 10^{-9}$$

$$S3(0.425, F1, N\omega, 243, 18) = 2.685 \times 10^{-7}$$

$$\phi 02 := 0.42415618, 0.42415619 \dots 0.42415622 \quad \Delta \phi 01 := 0$$

$$\Delta 3(\phi 02, F1, h3, k3) := LP3(\phi 02, F1, 243, 18) - RP3(\phi 02, F1) \quad (33)$$

$$F1 = 0.523599$$

Таким чином, використовуючи ГАІМ, можна обчислювати точкові і інтервальні оптимальні оцінки початкової фази з наперед заданою точністю.

Табл. 6 $\phi 02 =$ $\Delta 3(\phi 02, F1, h3, k3) =$

0.42415618	$1.117 \cdot 10^{-8}$
0.42415619	$5.525 \cdot 10^{-9}$
0.4241562	$-1.204 \cdot 10^{-10}$
0.42415621	$-5.766 \cdot 10^{-9}$
0.42415622	$-1.141 \cdot 10^{-8}$

За підсумкової табл.6 ГАІМ знаходять, що

$$F12 := 0.4241562$$

$$\Delta 31(\phi 02, F1, h3, k3) := 6.631 \cdot 10^{-9} \quad (34)$$

$$F11 := 0.424156 \quad \Delta 32(\phi 02, F1, h3, k3) := -1.445 \cdot 10^{-10} \quad (35)$$

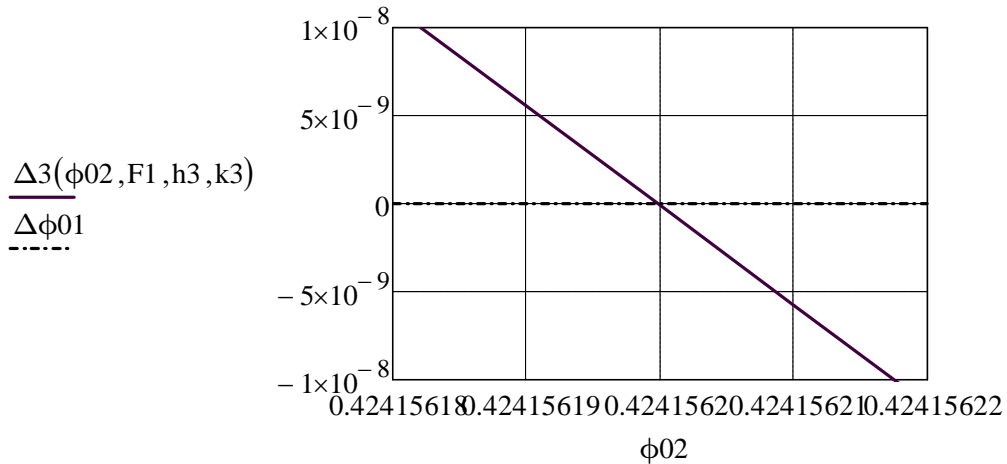


Рис. 21. Оптимальне оцінювання фази: $F1 = 0.523599$ при $h3 = 243$; $k3 = 18$

Ці результати оптимального рішення рівняння оптимізації оцінки фази дозволяють оцінити значення фази і відносні похибки оптимального оцінювання.

За формулами (29), (30) знаходиться оптимальна оцінка фази і її відносна похибка

$$F1_{opt} := \frac{F11 + F12}{2} \quad F1_{opt} = 0.424156195 \quad (36)$$

$$\delta F1_{opt} := \frac{F1_{opt} - F1}{F1} \quad \delta F1_{opt} = -18.99213391\% \quad (37)$$

Середнє значення невязки для зазначеного інтервалу оптимального оцінювання початкової фази знаходиться за формулою (32)

$$\Delta 30(F1_{opt}, F1, h3, k3) := \frac{\Delta 31(F1_{opt}, F1, h3, k3) + \Delta 32(F1_{opt}, F1, h3, k3)}{2} \quad (38)$$

$$\Delta 30(F1_{opt}, F1, h3, k3) = 3.243 \times 10^{-9}$$

Таким чином, процедура і алгоритм оптимального оцінювання початкової фази виконуються чисельними методами вирішення нелінійних рівнянь оптимізації. Вони дозволяють оцінити з наперед заданою точністю оптимальні оцінки і похибки цих оцінок, що виражені через відносну довжину інтервальних оцінок фази і невязки рівнянь оптимізації.

Висновки

1. Отримано всі необхідні співвідношення для оптимального оцінювання трьох параметрів основної гармоніки періодичного трафіку при наявності завад.
2. Запропонований метод дозволяє побудувати перетворення Фур'є для зашумленого періодичного сигналу.
3. Метод в перспективі дозволяє досліджувати вплив всіх параметрів обсягу завади на максимальну кількість інформації, яку сигнал переносить. Для цього треба поширити отримані результати на модульовані сигнали і простір Гільберта.

Додаток В.4. Дослідження структури періодичного сигналу

Постановка задачі:

А. Відомо:

1. Існує деяка періодичність досліджуваного перешкоди сигналу.
2. Періодичність може породжуватися кількома гармоніками з різними початковими фазами.
3. Аддитивна перешкода являє вузькосмуговий високочастотний шум.
4. Результат спостереження однієї реалізації на перешкоди сигналу, тривалістю більше одного періоду і включає не менше двох максимумів або мінімумів.

Б. Для вирішення завдання застосовується метод максимальної правдоподібності у вигляді методу найменше квадратів.

В. Очікувані результати виконання завдання:

1. Виявлення періоду основної частоти.
2. Визначення структури періодическі сигналу: числа гармонік.
3. Оптимальні оцінки параметрів гармонік (амплітуд, частот і фаз).
4. Похибки оптимального оцінювання параметрів періодичного сигналу.
5. Алгоритм і методика оцінювання параметрів періодичного сигналу.

Пропонується типовий порядок і алгоритм вирішення задачі:

Крок 1. Формалізація постановки задачі: вибір математичної моделі зашумленого сигналу, обґрунтування структури і числа гармонік сигналу, вибір математичної моделі завади.

Крок 2. Обґрунтування критерію оптимальності і обмежень.

Крок 3. Складання системи рівнянь оптимізації оцінок параметрів періодичного сигналу.

Крок 4. Рішення лінійних рівнянь оптимізації амплітуд гармонік.

Крок 5. Рішення нелінійних рівнянь оптимізації частот і фаз гармонік чисельним графоаналітичним методом (ГАІМом).

Крок 6. Вибір показників для визначення похибок оптимального оцінювання параметрів періодичного сигналу.

Крок 7. Розробка методики, алгоритму та практичних рекомендацій щодо процедури оптимального оцінювання структури і параметрів зашумленого періодичного сигналу.

Крок 1. Для формалізації використовується розкладання зашумленого сигналу в ряд Фур'є.

Передбачається, що корисний сигнал містить три гармоніки з наступними параметрами:

Період сигналу нормований і дорівнює:

$$T1 := 1$$

Інтервал спостереження:

$$T2 := 2 \cdot T1$$

Відліки беруться за теоремою Котельникова: через напівперіод вищої гармоніки

$$t := 0, 0.166667 .. 2.0$$

Загальна кількість відліків $\sum_t t = 11.000022$

t =

0
0.166667
0.333334
0.500001
0.666668
0.833335
1.000002
1.166669
1.333336
1.500003
1.66667
1.833337

Загальна кількість гармонік $n := 4$

Поточний індекс гармоніки $k := 1, 2 .. n$

Амплітуди, частоти і фази гармонік:

$$A_1 := \frac{3}{3} \quad A_2 := \frac{2}{3} \quad A_3 := \frac{1}{6} \quad A_4 := 0$$

$$\omega_1 := 2 \cdot \pi \quad \omega_2 := 2 \cdot 2 \cdot \pi \quad \omega_3 := 3 \cdot 2 \cdot \pi \quad \omega_4 := 4 \cdot 2 \cdot \pi$$

$$\phi_1 := \frac{\pi}{3} \quad \phi_2 := \frac{\pi}{4} \quad \phi_3 := \frac{\pi}{5} \quad \phi_4 := \frac{\pi}{6}$$

Напівперіод вищої, третьої гармоніки $\frac{1}{6} = 0.166667$

Інтервал часу візуалізації на порядок менше $t1 := 0, 0.0166667 .. 2$

$$\sum_{t1} t1 = 119.000238$$

$$\frac{119.000238}{11.000022} = 10.818182$$

Частоти:

$$2 \cdot \pi = 6.283185$$

$$2 \cdot 2 \cdot \pi = 12.566371$$

$$3 \cdot 2 \cdot \pi = 18.849556$$

$$4 \cdot 2 \cdot \pi = 25.132741$$

Фази:

$$\phi_1 := \frac{\pi}{3} \quad \phi_1 = 1.047198$$

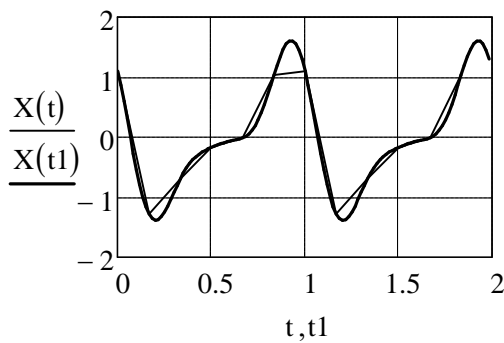
$$\phi_2 := \frac{\pi}{4} \quad \phi_2 = 0.785398$$

$$\phi_3 := \frac{\pi}{5} \quad \phi_3 = 0.628319$$

$$\phi_4 := \frac{\pi}{6} \quad \phi_4 = 0.523599$$

Математична модель корисного сигналу (1) має вигляд центрованого (без постійної складової - без середнього значення) періодичного процесу (Рис. 1)

$$X(t) := \sum_{k=1}^n [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \quad (1)$$



X(t) =

1.106241
-1.278789
-0.692614
-0.16343
-9.112483 · 10 ⁻³
1.037726
1.106214
-1.2788
-0.692601
-0.163428
-9.10963 · 10 ⁻³
1.037746

Рис.1. Вид реалізацій корисного сигналу в системі відліків по Котельникову і в квазінепреривному часі

Поточні значення параметрів сигналу

A_k =

1
0.666667
0.166667
0

ω_k =

6.283185
12.566371
18.849556
25.132741

φ_k =

1.047198
0.785398
0.628319
0.523599

Завада Y(t) (2) моделюється як сума чотирьох високочастотних складових з нульовими математичними очікуваннями амплітуд і заданими по відношенням сигнал/шум середньо квадратичними відхиленнями. Початкові фази складових завади задаються дискретно в інтервалі [-π/2, π/2].

ψ_{1k} :=

π/12
π/6
π/3
π/4

h_k := 81

N_k :=

13
17
23
29

ω_{1k} := N_k · ω_k

B_k := $\frac{A_k}{\sqrt{h_k}}$

$$Y(t) := \sum_{k=1}^n [B_k \cdot (\cos(\omega_{1k} \cdot t) \cdot \cos(\psi_{1k}) - \sin(\omega_{1k} \cdot t) \cdot \sin(\psi_{1k}))] \quad (2)$$

Поточні значення параметрів перешкоди

$B_k =$

0.111111
0.074074
0.018519
0

$\omega_{1k} =$

81.681409
213.6283
433.539786
728.849496

$\psi_{1k} =$

0.261799
0.523599
1.047198
0.785398

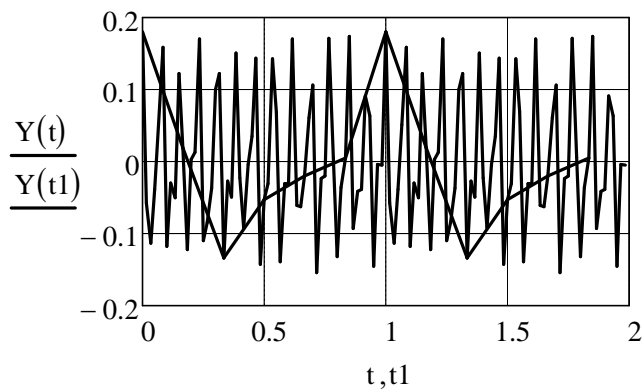


Рис.2. Вид реалізацій завади в системі відліків по Котельникову і в квазінепреривному часі

Математична модель зашумленого сигналу:

$$Z(t) := X(t) + Y(t) \quad (3)$$

$$Z(0.911) = 1.767137$$

$$Z(1.911) = 1.767137$$

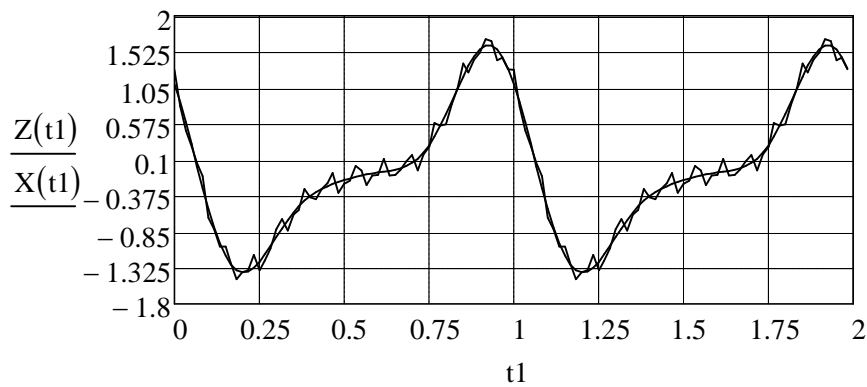


Рис.3. Вид реалізацій зашумленого сигналу в системі відліків по Котельникову і в квазінепреривному часі

Табл. 1. Відлік по Котельникову зашумленого сигналу, сигналу і завади

t =	Z(t) =	X(t) =	Y(t) =
0	1.286975	1.106241	0.180734
0.166667	-1.259286	-1.278789	0.019503
0.333334	-0.826086	-0.692614	-0.133472
0.500001	-0.215863	-0.16343	-0.052433
0.666668	-0.028587	-9.112483·10 ⁻³	-0.019475
0.833335	1.042894	1.037726	5.167234·10 ⁻³
1.000002	1.286914	1.106214	0.1807
1.166669	-1.259269	-1.2788	0.019531
1.333336	-0.826116	-0.692601	-0.133515
1.500003	-0.215858	-0.163428	-0.05243
1.66667	-0.028549	-9.10963·10 ⁻³	-0.01944
1.833337	1.042924	1.037746	5.178172·10 ⁻³

Крок 2. МНК критерій оптимальності

$$S_0(A_k, \omega_k, \phi_k) = \sum_t \sum_{k=1}^n (Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t))^2 \quad (4)$$

Обмеження в цьому випадку відсутні, $k = 1, 2, 3, 4$

$$\sum_t \sum_{k=1}^n (Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k))^2$$

Крок 3. Складання системи рівнянь оптимізації оцінок параметрів періодичного сигналу.

Система рівнянь щодо оптимальних оцінок параметрів періодичного сигналу складається стандартним методом взяття похідних за параметрами і прирівнювання їх нулю.

Система (5) із $3 \times 4 = 12$ рівнянь оптимізації параметрів перешкоди сигналу при $k = 1, 2, 3, 4$ має вигляд:

$$\frac{dS_0(A_k, \omega_k, \phi_k)}{dA_k} = 2 \cdot \sum_{t=0}^{T_0} \left[(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot \left[\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k) \right] \right] = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dS_0(A_k, \omega_k, \phi_k)}{d\omega_k} = 2 \cdot \sum_{t=0}^{T_0} \left[(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot \left[-\sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k) \right] \cdot t \right] = 0$$

$$\frac{dS_0(A_k, \omega_k, \phi_k)}{d\phi_k} = 2 \cdot \sum_{t=0}^{T_0} \left[(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k, t)) \cdot \left[\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) \right] \right] = 0$$

Крок 4. Рішення лінійних рівнянь оптимізації амплітуд гармонік

Рівняння щодо амплітуд є лінійними і вирішуються в явному вигляді:

$$A_{kopt} = \frac{\sum_t [Z(t) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))]}{\sum_t [((\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)))^2]} \quad (6)$$

Оптимальне оцінювання амплітуд і похибок оцінок (контроль порядків величин)

$$\sum_t [Z(t) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] = \quad (7)$$

6.471533
4.114927
1.398815
1.479505

$$A_{10} := \frac{6.471533}{6.000007} = 1.078588$$

$$A_{20} := \frac{4.114927}{6.000025} = 0.685818$$

$$\sum_t ((\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)))^2 =$$

6.000007
6.000025
7.853708
6.000058

$$A_{30} := \frac{1.398815}{7.853708} = 0.178109$$

При системі відліків через $T/4 = T/8$

$$A_{40} := \frac{1.286975}{17.0} = 0.075704$$

Крок 5. Рішення нелінійних рівнянь оптимізації частот і фаз гармонік чисельним графоаналітичним методом (ГАІМом).

Рівняння щодо частот і фаз є нелінійними і вирішуються ГАІМом:

$$\sum_t [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k)) \cdot (\sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)) \cdot t] = 0 \quad (8)$$

$$\sum_t [(Z(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k)) \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k))] = 0 \quad (9)$$

Крок 6. Вибір показників для визначення похибок оптимального оцінювання параметрів періодичного сигналу.

Як і в попередньому випадку в ролі показників точності визначення оптимальних оцінок вибираються відносні похибки амплітуд, інтервальні оцінки частот і фаз, середні значення нев'язок для отриманих ГАІМом інтервальних оцінок. Звуження довжин інтервальних оцінок в ГАІМе виконується до досягнення допустимих похибок нев'язок.

Крок 7. Методика, алгоритм і практичні рекомендації по процедурі оптимального оцінювання структури і параметрів зашумленого періодичного сигналу розробляються за результатами вирішення типових проблем оптимального оцінювання.

Приклад 6.1. Ілюстрація оптимальних рішень про структуру періодичного зашумленого сигналу.

Алгоритм включає наступні операції:

1. Наближене оцінювання періоду сигналу по двом сусіднім максимумів або мінімумів реалізації сигналу, що спостерігається.
2. Визначення кругової частоти основної гармоніки за отриманою оцінкою періоду.
3. Подання сигналу у вигляді ряду Фур'є (1) з числом складових, рівним n , де n послідовно задається 1, 2, 3, ...
4. Всі початкові фази гармонік прирівнюються відомим і послідовно по формулі (7) отримують оптимальні оцінки амплітуд $A1_{opt}$, $A2_{opt}$, ...,
5. Після оптимального оцінювання кожної амплітуди виконують ітераційну процедуру оптимального оцінювання фази кожної гармоніки. Для завершення процедури задають необхідну точність інтервального оцінювання частоти і фази в ГАІМе в числі знаків після точки або в допустимій відносній похибці. Після досягнення заданої точності переходять до циклу оцінювання параметрів наступної, вищої гармоніки.
6. Процедуру циклічного оцінювання параметрів гармонік продовжують до досягнення допустимих нев'язок в рішенні рівнянь оптимізації частот і фаз. На кожному циклі в разі необхідності уточнюють період основної гармоніки, її частоту, амплітуду і фазу. При досягненні допустимих відносних похибок оптимального оцінювання параметрів вищої гармоніки процедуру оцінювання припиняють. Номер вищої гармоніки визначає число членів ряду Фур'є і структуру періодичного сигналу.

Застосування цього алгоритму для оптимального оцінювання параметрів зашумленого сигналу (3).

1. Виконується попередня обробка реалізації зашумленого сигналу, що спостерігається на сніффері.

1.1. Оскільки на першому етапі обробки реалізації інтервал дискретизації по Котельникову нам не відомий, наноситься на рис. 3 максимально густа масштабна сітка, що зручна для зняття даних з графіку. На основі цих даних отримується рис.4.

1.2. При розбитті всього діапазону зміни даних на 32 позиції, інтервал дискретизації по часу становить приблизно 0.063, а інтервал квантування становить приблизно 0.10625.

Інтервал дискретизації

$$\frac{2}{32} = 0.0625$$

Інтервал квантування

$$1.48125 - 1.375 = 0.10625$$

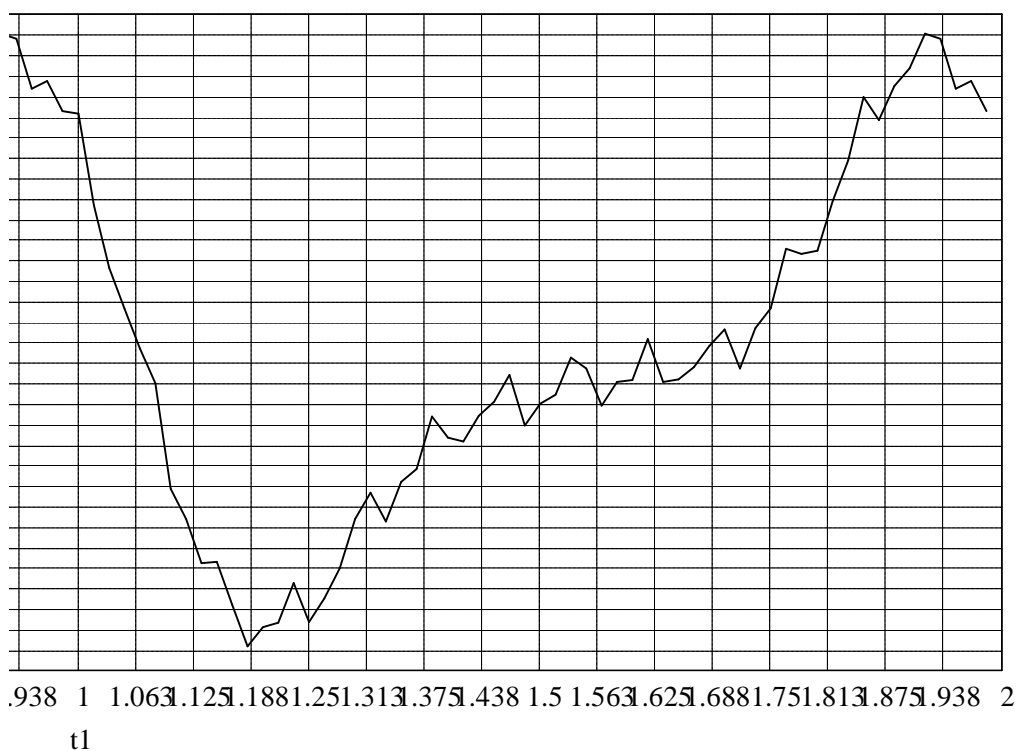
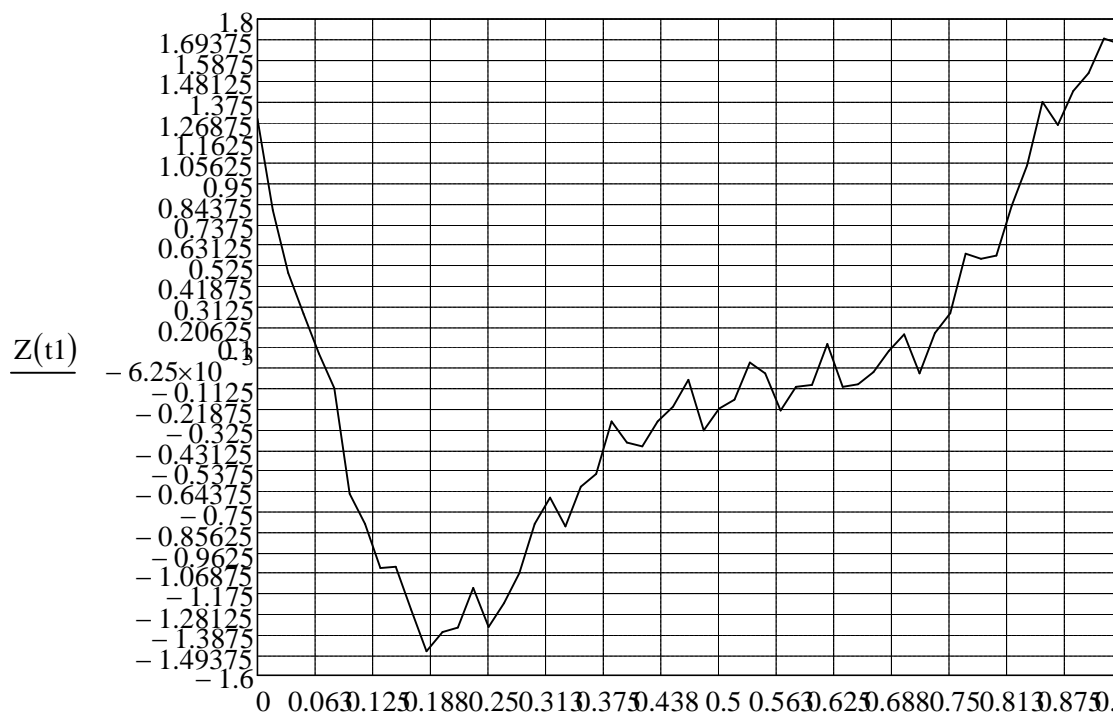


Рис.4. Графік зашумленого сигналу, представлений у вигляді, зручному для попередньої обробки ГАІМом

1.3. Так як на реалізації немає трьох сусідніх мінімумів, то попередня оцінка періоду отримується як середнє арифметичне часу між двома сусідніми мінімумами і максимумами з точністю до 3 знаків після точки.

1.4. Квазінепереривний час задається зі зменшеними поблизу екстремумів інтервалів дискретизації і визначаються моменти часу досягнення реалізацією сусідніх мінімумів і сусідніх максимумів:

$$t2 := 0.169, 0.170 \dots 0.175$$

$$t3 := 1.169, 1.170 \dots 1.175$$

Табл. 2

Табл. 3

t2 =

0.169
0.17
0.171
0.172
0.173
0.174
0.175

Z(t2) =

-1.239772
-1.235069
-1.235118
-1.240969
-1.252929
-1.270545
-1.292717

t3 =

1.169
1.17
1.171
1.172
1.173
1.174
1.175

Z(t3) =

-1.239772
-1.235069
-1.235118
-1.240969
-1.252929
-1.270545
-1.292717

$$\begin{aligned} \text{Min}Z(0, 172) &= -1.155551 & \text{Min}Z(1.172) &= -1.155551 \\ T11 &:= 1.172 - 0.172 & T11 &= 1 & T22 &:= 1.911 - 0.911 = 1 \\ \text{Max}(0.911) &= \text{Max}(1.191) = 1.854439 & \frac{T22 + T11}{2} &= 1 \\ t4 &:= 0.908, 0.909 .. 0.914 & t5 &:= 1.908, 1.909 .. 1.914 \end{aligned}$$

Табл. 4

t4 =	Z(t4) =
0.908	1.729825
0.909	1.749096
0.91	1.76177
0.911	1.767137
0.912	1.765252
0.913	1.756943
0.914	1.743695

Табл. 5

t5 =	Z(t5) =
1.908	1.729825
1.909	1.749096
1.91	1.76177
1.911	1.767137
1.912	1.765252
1.913	1.756943
1.914	1.743695

Отже, період визначено вірно с точністю до третього знака.

2. Знаходження попередньої оцінки початкової фази реалізації за графіком Рис.4. Аналізуючи графік, можна помітити, що починається реалізація зі значення, близького до рівня 1.375, яке повторюється в момент часу, рівний 1, тобто періоду. Отже, запізнювання за часом початку реалізації щодо максимального значення становить приблизно

$$0.911 - 1.0 = -0.089 \quad \Delta t1 := -0.089$$

Запізнення є результатом сумарного впливу амплітуд і фаз сигналу і перешкоди в початковий момент часу при

$$\begin{aligned} t = 0 \quad X(0) &= 1.106241 & Y(0) &= 0.180734 \\ X(0) + Y(0) &= 1.286975 & Z(0) &= 1.286975 \end{aligned}$$

Через період це значення повторюється, при

$$t = 1 \quad Z(1) = 1.286975$$

3. Оптимальна оцінка амплітуди першої гармоніки за модифікованою формулою (7) знаходиться в результаті дискретизації зашумленого сигналу по Котельникову з інтервалом, рівним напівперіоду третьої гармоніки

$$\sum_t t = 11.000022$$

Ця формула справедлива при будь-яких індексах, в тому числі і дрібних

$$Z(t) := X(t) + Y(t) \tag{10}$$

$$\sum_{t=0}^{T2} t = 3$$

Ця формула не годиться для загальних обчислень. Тут підсумовування йде тільки по цілочисельним індексам t

Розгорнута формула для зашумленого сигналу

$$Z1(t) := \sum_{k=1}^n [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \dots \quad (11)$$

$$+ \left[\sum_{k=1}^n [B_k \cdot (\cos(\omega_{1k} \cdot t) \cdot \cos(\psi_{1k}) - \sin(\omega_{1k} \cdot t) \cdot \sin(\psi_{1k}))] \right]$$

Спочатку припустимо фазу першої гармоніки відомої, визначимо оптимальне значення амплітуди A_{100} .

Після оптимального оцінювання фази переоцінимо значення амплітуди A_{101} .

$$\phi_1 = 1.047198 \quad \phi_{101} := 0.974493$$

$$A_{101} := \frac{\sum_t [Z1(t) \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{101}))]}{\sum_t (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{101}))^2} \quad (12)$$

Якщо істинне значення фази апріорно відомо амплітуда дорівнює

$$\frac{\sum_t [Z(t) \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_1) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_1))]}{\sum_t (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_1) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_1))^2} = 1.078588$$

Відносна похибка оптимального оцінювання амплітуди при відомій фазі

$$\frac{1.078593 - 1}{1} = 7.8593\%$$

Похибка при оптимальній оцінці фази

$$\frac{1.081444 - 1}{1} = 8.144\%$$

A_{100} - оцінка без завад

$$A_{100} = 0.997362$$

Оцінка зміщена через дії інших гармонік.

$$A_{101} = 1.081444$$

Оцінка зміщена через дії інших гармонік і завади, а також через використання оптимальної оцінки фази замість істинного значення.

Якщо зашумлений сигнал містить тільки одну цю гармоніку і завада відсутня, то оптимальна оцінка амплітуди є не зміщеною і збігається з істинним значенням.

Оптимальна оцінка фази першої гармоніки отримана з рішення рівняння оптимізації

$$\begin{aligned}\phi_{101} &:= 0.974493 & \phi_1 &= 1.047198 \\ \omega_{101} &:= 6.32186\end{aligned}$$

Істинне значення першої гармоніки (13), перша гармоніка з оптимальним значенням амплітуди і фази (14) (Рис. 5)

$$X_{10}(t_1) := A_1 \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_1) - \sin(\omega_1 \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_1)) \quad (13)$$

$$X_{11}(t_1) := A_{101} \cdot (\cos(\omega_{101} \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_{101} \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{101})) \quad (14)$$

$$\omega_{101} = 6.32186$$

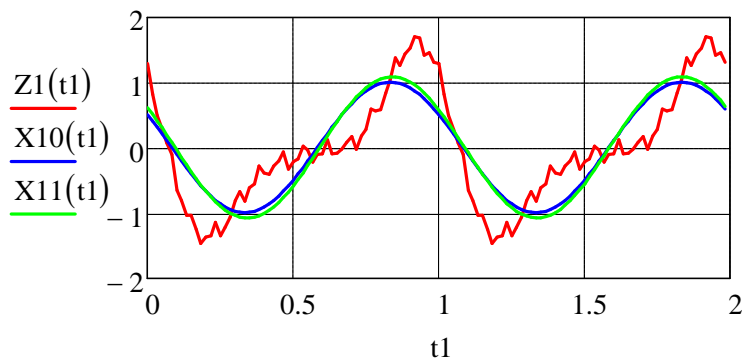


Рис. 5. Оптимальна апроксимація зашумленого сигналу першої гармонікою

На рис.5 показана оптимальна апроксимація зашумленого періодичного сигналу однієї першої гармонікою. Перша гармоніка в загальному вигляді відображає закономірність зміни періодичного сигналу, але не відображає деталі структури.

Два графіка першої гармоніки відповідають істинному значенню (13) і оптимальної оцінки (14), отриманої нижче ГАІМом по реалізації зашумленого сигналу з чисельного рішення відповідних рівнянь оптимізації системи (6) щодо амплітуди і фази.

Перетворення рівняння оптимізації (16) оцінки початкової фази першої гармоніки до вигляду, зручного для чисельного рішення.

$$\sum_t [(Z_1(t) - X(A_k, \omega_k, \phi_k)) \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_1) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_1))] = 0 \quad (16)$$

Початковий діапазон зміни фази першої гармоніки $\phi_{11} := -1.571, -1.570 \dots 1.571$

Представлення корисного сигналу у вигляді функції початкової фази першої гармоніки і параметрів другої, третьої і четвертої гармонік

$$t_{01} := 0, 0.5 \dots 2 \quad (17)$$

$$\begin{aligned}X_1(t, \phi_{11}) &:= A_1 \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{11}) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{11})) \dots \\ &+ \left[\sum_{k=2}^n [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \right]\end{aligned}$$

Виділимо ліву (18) і праву (19) частини рівняння оптимізації і невязку (20)

$$LP1(\phi_{11}) := \sum_t [Z1(t) \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{11}) + \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{11}))] \quad (18)$$

$$RP1(\phi_{11}) := \sum_t [X1(t, \phi_{11}) \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{11}) + \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{11}))] \quad (19)$$

$$\Delta LR(\phi_{11}) := LP1(\phi_{11}) - RP1(\phi_{11}) \quad (20)$$

$$\text{Нульовий рівень невязки (21)} \quad \Delta LR0(\phi_{11}) := 0 \quad (21)$$

Табл. 6

$\phi_{11} =$	$\Delta LR(\phi_{11}) =$
-1.571	-3.642873
-1.57	-3.648241
-1.569	-3.653605
-1.568	-3.658966
-1.567	-3.664322
-1.566	-3.669676
-1.565	-3.675025
-1.564	-3.680371
-1.563	-3.685713
-1.562	-3.691051
-1.561	-3.696386
-1.56	-3.701717
-1.559	-3.707044
-1.558	-3.712368
-1.557	-3.717688
...	...

Рішення рівняння оптимізації оцінки фази представлено в графічному вигляді на рис. 6, 7. Можна помітити, що рішення є єдиним.

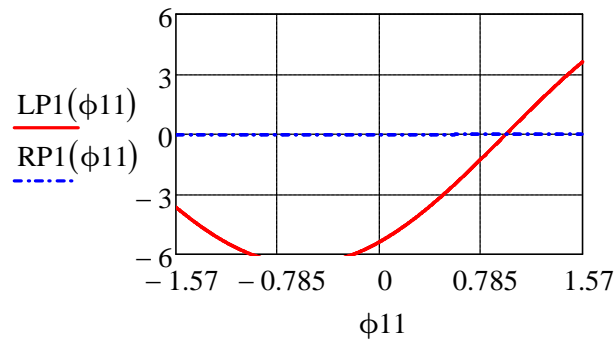


Рис. 6. Рішення рівняння оптимізації фази на початковому етапі

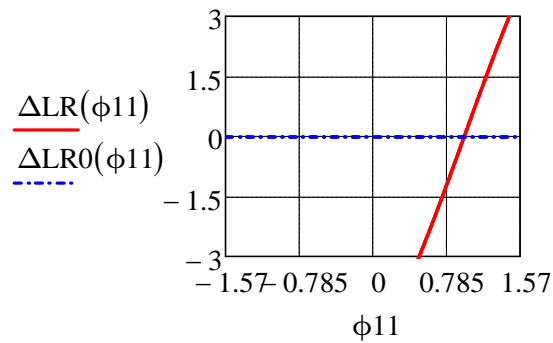
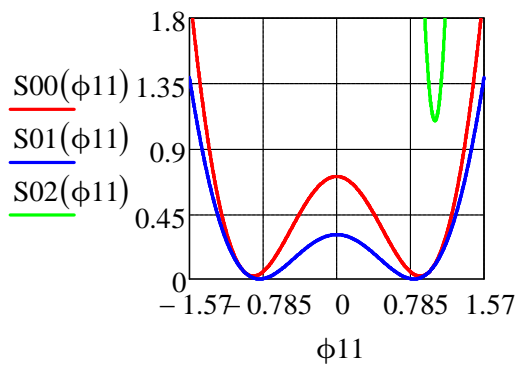


Рис. 7. Визначення оптимального рішення методом нуля невязки

Для вибору правильного рішення треба дослідити поведінку критерію оптимальності (22).

Замість обчислення других похідних в точках існування екстремумів і визначення їх знаків будується графік залежності критерію від фази (рис. 8).

$$\begin{aligned}
 S00(\phi_{11}) &:= \sum_{t01} (Z1(t01) - X1(t01, \phi_{11}))^2 \\
 S01(\phi_{11}) &:= \sum_{t=0}^2 (Z1(t) - X1(t, \phi_{11}))^2 \\
 S02(\phi_{11}) &:= \sum_{t1} (Z1(t1) - X1(t1, \phi_{11}))^2
 \end{aligned} \tag{22}$$



Використання квазінеперервного часу t_1 не покращує оцінку фази

При дискретизації по Котельникову не можна отримати правильну оптимальну оцінку фази

Рис. 8. Графіки залежності критерію оптимальності від фази першої гармоніки

За допомогою рис.8 обирається початковий діапазон зміни фази $[0.8, \dots, 1.2]$ для пошуку ГАІМом її оптимальної оцінки.

$$\phi_{12} := 0.968, 0.971 \dots 0.983 \quad S_{03}(\phi_{12}) := \sum_t (Z_1(t) - X_1(t, \phi_{12}))^2$$

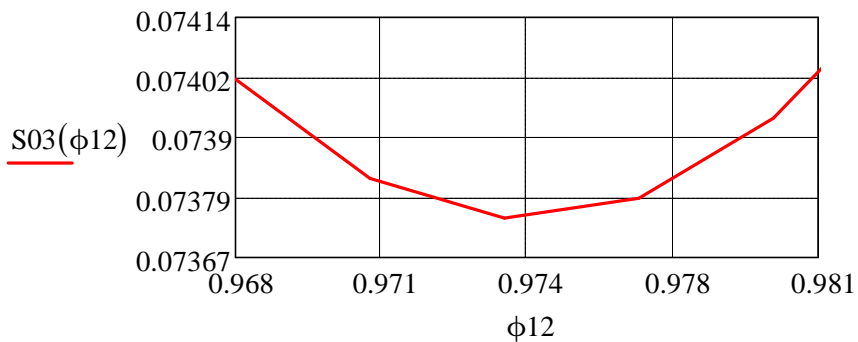


Рис. 9. Ілюстрація пошуку оптимального значення фази ГАІМом

Підсумковий звужений ГАІМом діапазон пошуку

$$\phi_{13} := 0.9743, 0.9744 \dots 0.9747$$

Табл. 7

$\phi_{13} =$	$S_{00}(\phi_{13}) =$	$\Delta LR(\phi_{13}) =$
0.9743	0.042647235	$-1.254908 \cdot 10^{-3}$
0.9744	0.042703252	$-6.060441 \cdot 10^{-4}$
0.9745	0.042759342	$4.281934 \cdot 10^{-5}$
0.9746	0.042815504	$6.916828 \cdot 10^{-4}$
0.9747	0.042871739	$1.340546 \cdot 10^{-3}$

В табл. 7 і на рис. 9 відображені результати пошуку оптимального значення фази з точністю до 4 знаків після точки ГАІМом. Критерій оптимальності змінюється при цьому в 7 знаку після точки. Ці результати показують, що зміщеність оцінки, обумовлена дією інших гармонік сигналу і завади становить приблизно - 6.942%.

Оптимальне значення фази, знайдене ГАІМом з точністю до 4 знаків після точки і мінімальне значення критерію, знайдене з точністю до 7 знака після точки.

$$\phi_{102} = 0.9745$$

$$S_{00}(0.9745) = 0.042759342$$

$$\phi_1 = 1.047198$$

$$\phi_{102} = 0.9745$$

Значення критерію оптимальності в околиці мінімуму

$$S_{03}(0.9744) = 0.073746077$$

Відносна похибка оптимальної оцінки фази першої гармоніки

$$S_{03}(0.9745) = 0.073746021$$

$$S_{03}(0.9746) = 0.073746094$$

$$\frac{0.9745 - 1.047198}{1.047198} = -6.942\%$$

Відносна похибка критерію оптимальності

$$\frac{0.073746021 - 0.073746077}{0.073746077} = -7.593624 \times 10^{-7}$$

$$S_{03}(0.9744) = 0.073746077$$

$$S_{03}(0.9745) = 0.073746021$$

Отримання оптимальної оцінки частоти першої гармоніки. Для цього рівняння оптимізації (23)

$$\sum_t \left[(Z_1(t) - X_1(A_k, \omega_k, \phi_k)) \cdot (\sin(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \cos(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k)) \cdot t \right] = 0 \quad (23)$$

представлено у вигляді, зручному для вирішення, з використанням оптимальних оцінок амплітуди і фази першої гармоніки..

$$A_{101} := 1.08145 \quad \phi_{102} := 0.974493$$

Початковий діапазон зміни частоти

$$\omega_1 = 6.283185 \quad \omega_{11} := 6.213, 6.214 \dots 6.352$$

Представлення опорного сигналу у вигляді функції частоти першої гармоніки (24)

$$X_2(t_1, \omega_{11}) := \left[\sum_{k=1}^n \left[A_k \cdot (\cos(k \cdot \omega_{11} \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(k \cdot \omega_{11} \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_k)) \right] \right]$$

Виділимо ліву (25) і праву (26) частини рівняння оптимізації і невязку (27) (25)

$$LP_2(\omega_{11}) := \sum_{t_1} \left[Z_1(t_1) \cdot (\sin(\omega_{11} \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{101}) - \cos(\omega_{11} \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{101})) \cdot t_1 \right] \quad (26)$$

$$RP_2(\omega_{11}) := \sum_{t_1} \left[X_2(t_1, \omega_{11}) \cdot \left[(\sin(\omega_{11} \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{101}) - \cos(\omega_{11} \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{101})) \cdot t_1 \right] \right]$$

$$\Delta_{LR2}(\omega_{11}) := LP_2(\omega_{11}) - RP_2(\omega_{11}) \quad (27)$$

$$\Delta_{LR20}(\omega_{11}) := 0 \quad (28)$$

Підсумковий звужений інтервал пошуку

$$\omega_{12} := 6.318, 6.319 \dots 6.326 \quad \omega_1 = 6.283185$$

LP2(ω_{11}) =	RP2(ω_{11}) =	Табл. 8 ω_{12} =	$\Delta LR_2(\omega_{12}) =$
-59.493168	-59.680592	6.318	0.013831
-59.524924	-59.711982	6.319	0.010307
-59.55654	-59.743221	6.32	$6.742258 \cdot 10^{-3}$
-59.588016	-59.774309	6.321	$3.135446 \cdot 10^{-3}$
-59.619351	-59.805245	6.322	$-5.129763 \cdot 10^{-4}$
-59.650546	-59.836029	6.323	$-4.203041 \cdot 10^{-3}$
-59.681601	-59.86666	6.324	$-7.934774 \cdot 10^{-3}$
-59.712515	-59.897138	6.325	-0.011708
-59.743289	-59.927462	6.326	-0.015523
-59.773922	-59.957631		
-59.804415	-59.987645		
-59.834766	-60.017504		
-59.864977	-60.047206		
-59.895048	-60.076751		
-59.924977	-60.10614		
...	...		

Уточнення новим способом

$$3.135446 + 0.512976 = 3.648422$$

6.322, 6.321

$$6.322 - \frac{0.512976}{3.648422} \cdot 10^{-3} = 6.321859$$

$$\Delta LR_2(6.321859) = 3.972434 \times 10^{-6}$$

$$\Delta LR_2(6.321861) = -3.354384 \times 10^{-6}$$

$$\frac{(3.972434 + 3.354384)}{2} = 3.663409$$

$$\frac{3.648422 \cdot 10^{-3}}{3.663409 \cdot 10^{-6}} = 995.909002$$

Рішення рівняння оптимізації (26) ГАМом відображено на рис. 10 і в табл. 8.

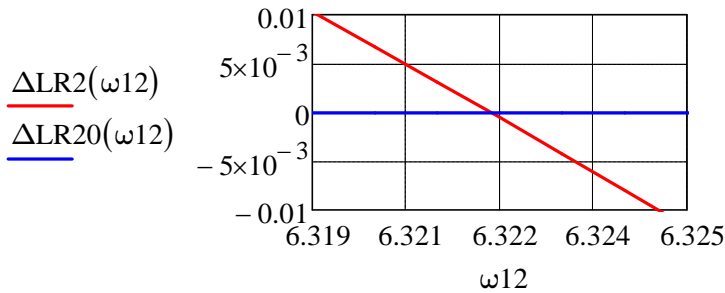


Рис. 10. Ілюстрація пошуку оптимального значення частоти з точністю до 6 знака
 Оцінка відносної похибки визначення частоти. З Табл. 8 і однієї ітерації нижче випливає, що невязка рівняння проходить через нуль в інтервалі $[-3.354384, 3.972434] \times 10^{-6}$, цьому інтервалу відповідає інтервал частот $[6.321861, 6.321859]$.
 Отже, оптимальна оцінка частоти

$$\frac{6.321861 + 6.321859}{2} = 6.32186 \quad \text{див. рис. 10}$$

Відносна похибка цієї оцінки:

$$\frac{6.321861 - 6.321859}{6.32186} = 3.163626 \times 10^{-5} \%$$

Середня довжина інтервалу невязки:

$$\frac{(3.972434 + 3.354384)}{2} \cdot 10^{-6} = 3.663409 \times 10^{-6}$$

Зменшення довжини невязки в результаті однієї ітерації

$$\frac{3.648422 \cdot 10^{-3}}{3.663409 \cdot 10^{-6}} = 995.909002 \quad \text{тобто приблизно в } 10^9 = 10^3 \text{ раз}$$

$$\text{Зміщеність оцінки} \quad \frac{6.32186 - 6.283185}{6.283185} = 0.615532 \%$$

У квазінепреривном часу зміщена оцінка частоти наближається до істинного значення

$$\omega_1 = 6.283185 \quad \omega_{14} := 6.26, 6.266 \dots 6.31$$

$$S_{04}(\omega_{14}) := \sum_{t1} (Z1(t1) - X2(t1, \omega_{14}))^2$$

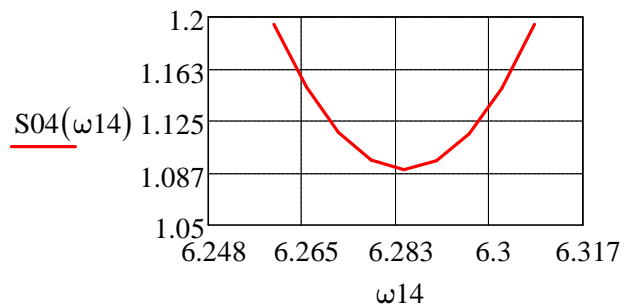
Оптимальні оцінки параметрів першої гармоніки

$$A_{101} = 1.08145$$

$$\omega_{101} := 6.32186$$

$$\phi_{101} = 0.974493$$

$$S_{04}(6.283) = 1.090614$$



$$S_{04}(6.284) = 1.090375$$

$$S_{04}(6.285) = 1.0905$$

$\omega_{14} =$

6.26
6.266
6.272
6.278
6.284
6.29
6.296
6.302
6.308

$S_{04}(\omega_{14}) =$

1.195004
1.149657
1.117029
1.09723
1.090375
1.096584
1.115981
1.148695
1.194861

$\Delta LR2(\omega_{14}) =$

0.151178
0.142572
0.132807
0.12182
0.109554
0.09596
0.080993
0.064616
0.046797

Результати оптимального оцінювання частоти показують, що оцінка частоти по періоду більш відповідає істинному значенню частоти і має достатню для інженерних розрахунків точність. У той же час оптимальна оцінка частоти першої гармоніки є зміщеною на 0.615532 %.

Знаходження початкової фази для оцінювання параметрів другої гармоніки за розробленим алгоритмом

В першу чергу треба змінити систему дискретизації, задавши інтервал дискретизації як напівперіод другої гармоніки

$$t7 := 0, 0.25 .. 2 \quad \omega_1 = 6.283185$$

$$\text{Початковий діапазон зміни фази} \quad \phi_{21} := -1.571, -1.570 .. 1.571$$

Корисний сигнал у вигляді функції початкової фази другої гармоніки

$$X3(t7, \phi_{21}) := A_{101} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{102}) - \sin(\omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{102})) \dots \quad (28)$$

$$+ A_2 \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{21}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{21})) \dots$$

$$+ A_3 \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_3) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_3))$$

Виділимо ліву (29) і праву (30) частини рівняння оптимізації і невязку (31)

$$LP3(\phi_{21}) := \sum_{t7} [Z(t7) \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{21}) + \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{21}))] \quad (29)$$

$$RP3(\phi_{21}) := \sum_{t7} [X3(t7, \phi_{21}) \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{21}) + \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{21}))] \quad (30)$$

$$\Delta LR3(\phi_{21}) := LP3(\phi_{21}) - RP3(\phi_{21}) \quad (31)$$

$$\text{Задамо нульовий рівень невязки (31)} \quad \Delta LR03(\phi_{21}) := 0 \quad (32)$$

$$\phi_2 = 0.785398 \quad \phi_{201} := 0.635332$$

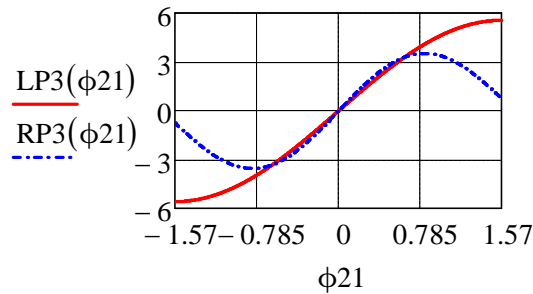


Рис. 11. Ілюстрація початку пошуку оптимального значення фази другої гармоніки

$$\phi_{22} := 0.632, 0.633 .. 0.64$$

За новим способом

$$\phi_{22} = \quad \Delta LR3(\phi_{22}) =$$

0.632	$-6.994152 \cdot 10^{-3}$
0.633	$-4.905429 \cdot 10^{-3}$
0.634	$-2.808116 \cdot 10^{-3}$
0.635	$-7.022094 \cdot 10^{-4}$
0.636	$1.412294 \cdot 10^{-3}$
0.637	$3.535397 \cdot 10^{-3}$
0.638	$5.667103 \cdot 10^{-3}$
0.639	$7.807415 \cdot 10^{-3}$
0.64	$9.956336 \cdot 10^{-3}$

$$\Delta LR3(0.635) = -7.022094 \times 10^{-4}$$

$$\Delta LR3(0.636) = 1.412294 \times 10^{-3}$$

$$\phi_{202} := 0.635 + \frac{0.702209}{1.412294 + 0.702209} \cdot 10^{-3}$$

$$\phi_{202} = 0.635332$$

$$\Delta LR3(0.635332) = -1.147773 \times 10^{-6}$$

$$\Delta LR3(0.635333) = 9.652901 \times 10^{-7}$$

$$1.412294 + 0.702209 = 2.114503$$

$$\text{Зменшення довжини нев'язки} \quad \frac{2.114503 \cdot 10^{-3}}{2.113063 \cdot 10^{-6}} = 1.000681 \times 10^3$$

$$1.147773 + 0.9652901 = 2.113063$$

Табл. 9. Підсумкова таблиця пошуку

$$\phi_{23} := 0.6353324, 0.6353325 \dots 0.6353327$$

$\phi_{23} =$	$\Delta LR3(\phi_{23}) =$
0.6353324	$-3.025486 \cdot 10^{-7}$
0.6353325	$-9.12424 \cdot 10^{-8}$
0.6353326	$1.200639 \cdot 10^{-7}$
0.6353327	$3.313703 \cdot 10^{-7}$

Відносна похибка оцінки фази

$$\phi_2 = 0.785398 \quad \phi_{201} := 0.635332$$

$$\frac{0.635332 - 0.785398}{0.785398} = -19.107\%$$

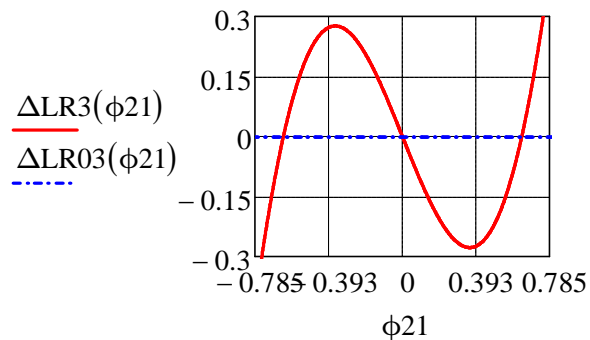


Рис. 12. Графік залежності нев'язки рівняння оптимізації від значення фази другої гармоніки

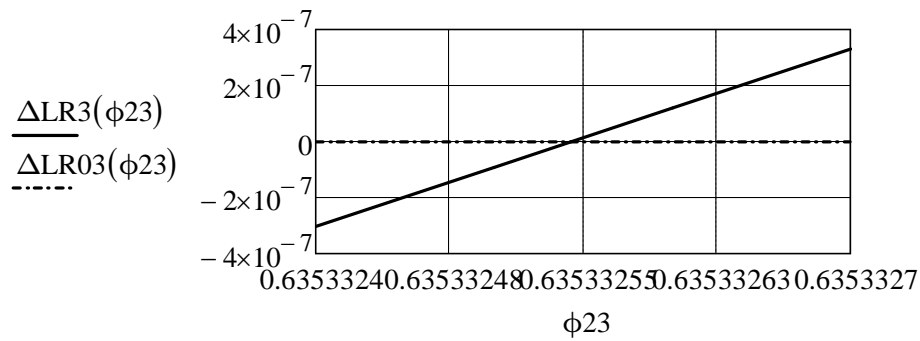


Рис. 2.18. Графік залежності невязки рівняння оптимізації від значення фази другої гармоніки в кінці пошуку

Оптимальна оцінка амплітуди другої гармоніки

$$A_{201} := \frac{\sum_{t1} [Z(t1) \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_{201}))]}{\sum_{t1} (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_{201}))^2} \quad (34)$$

Істинне значення другої гармоніки

$$X_{20}(t1) := A_2 \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_2) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_2)) \quad (35)$$

Оптимальна оцінка другої гармоніки

$$X_{21}(t1) := A_{201} \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_{201})) \quad (36)$$

Оптимальна оцінка суми перших двох гармонік з додаванням справжнього значення третьої гармоніки, на рис. 14 представлена в квазінепреривном часу

$$X_4(t7) := A_{101} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{102}) - \sin(\omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{102})) \dots \\ + A_{201} \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_{201})) \dots \\ + A_3 \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \cos(\phi_3) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t7) \cdot \sin(\phi_3))$$

Істинне значення і оптимальна оцінка сум двох перших гармонік

$$X_{102}(t1) := X_{10}(t1) + X_{20}(t1) \quad (37)$$

$$X_{112}(t1) := X_{11}(t1) + X_{21}(t1) \quad (38)$$

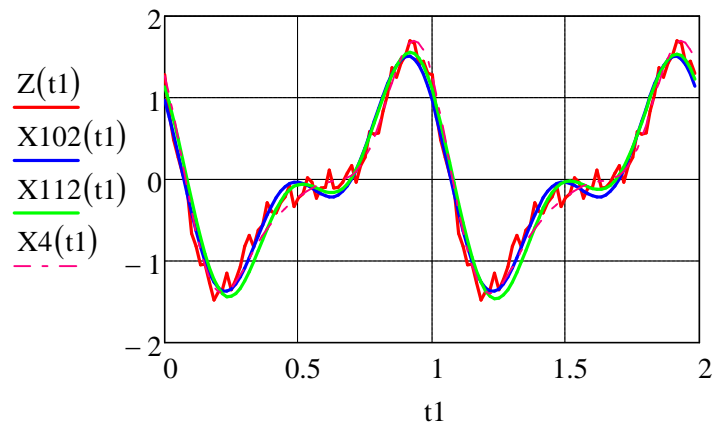


Рис. 14. Реалізації на перешкоди сигналу і його оптимальних оцінок

Визначення похибок оптимальної оцінки амплітуди другий гармоніки

$$A_2 = 0.666667$$

$$A_{201} = 0.769121 \quad \text{Суммирование по } t_7 \quad \frac{0.769121 - 0.666667}{0.666667} = 15.368\%$$

$$A_{201} = 0.688809 \quad \text{Суммирование по } t \quad \frac{0.688809 - 0.666667}{0.666667} = 3.321\%$$

$$A_{201} = 0.659177 \quad \text{Суммирование по } t_1 \quad \frac{0.659177 - 0.666667}{0.666667} = -1.123\%$$

Мінімальне значення критерію при оптимальних оцінках параметрів перших двох гармонік

$$S_{05}(A_{101}, A_{201}, \phi_{102}, \phi_{201}) := \sum_{t_7} (Z(t_7) - X_4(t_7))^2$$

$$S_{05}(A_{101}, A_{201}, \phi_{102}, \phi_{201}) = 1.7711 \times 10^{-3}$$

Оптимальні оцінки параметрів другої гармоніки

$$A_{201} := 0.659177 \quad \phi_{201} = 0.635332$$

$$\phi_{31} := -1.785, -1.784 \dots 1.785$$

Визначення оптимальних оцінок початкової фази і амплітуди третьої гармоніки

Початковий діапазон зміни фази третьої гармоніки:

$$\omega_2 := 2 \cdot \omega_{101} \quad \omega_2 = 12.64372$$

Представлення корисного сигналу у вигляді функції початкової фази третьої гармоніки

$$\begin{aligned}
 X5(t1, \phi31) := & A101 \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi101) - \sin(\omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi102)) \dots \\
 & + A201 \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi201) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi201)) \dots \\
 & + A3 \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi31) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi31))
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

Виділимо ліву (40) і праву (41) частини рівняння оптимізації і невязку (42)

$$LP4(\phi31) := \sum_{t1} [Z(t1) \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi31) + \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi31))]
 \tag{40}$$

$$RP4(\phi31) := \sum_{t1} [X5(t1, \phi31) \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi31) + \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi31))]
 \tag{41}$$

$$\Delta LR4(\phi31) := LP4(\phi31) - RP4(\phi31)
 \tag{42}$$

$$\Delta LR40(\phi31) := 0
 \tag{43}$$

За новим способом
0.6283 0.6284

$$\phi32 := 0.628, 0.6281 .. 0.6286$$

$\phi32 =$	$\Delta LR4(\phi32) =$	$\phi301 := 0.6283 + \frac{1.800418}{1.800418 + 8.1996033} \cdot 10^{-4}$
0.628	$-3.180048 \cdot 10^{-3}$	$\phi301 = 0.6283180$ до 7 знака 4+3
0.6281	$-2.180046 \cdot 10^{-3}$	$\Delta LR4(0.6283180) = -4.139754 \times 10^{-8}$
0.6282	$-1.180044 \cdot 10^{-3}$	$\Delta LR4(0.62831801) = 5.860266 \times 10^{-8}$
0.6283	$-1.800418 \cdot 10^{-4}$	Похибка фази в 8 знаку
0.6284	$8.199603 \cdot 10^{-4}$	$\frac{0.6283180 - 0.62831801}{0.628318} = -1.591551 \times 10^{-6} \%.$
0.6285	$1.819962 \cdot 10^{-3}$	
0.6286	$2.819964 \cdot 10^{-3}$	

довжина невязки $-1.592 \cdot 10^{-6}$

$$(9.958623 + 0.004139754) \cdot 10^{-8} = 9.962763 \times 10^{-8}$$

$$\phi_3 = 0.628318531$$

$$\phi301 = 0.62831743$$

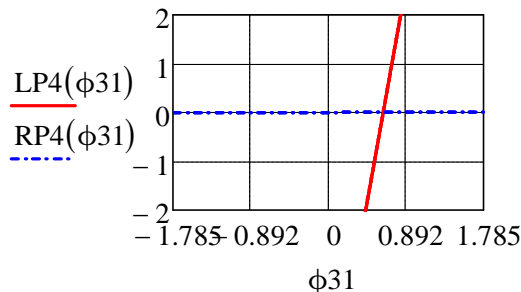


Рис. 15. Ілюстрація початку пошуку оптимального значення фази третьої гармоніки

$$\phi_3 = 0.6283185$$

$$\phi_{301} = 0.628318$$

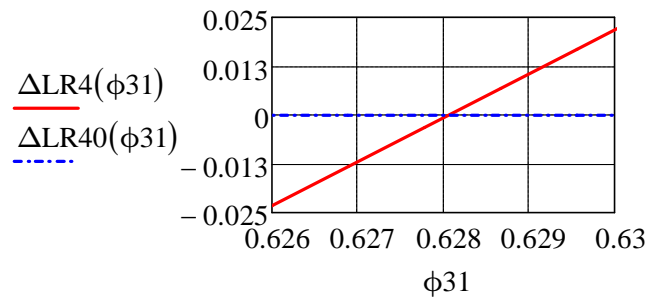


Рис. 16. Графік залежності невязки рівняння оптимізації від значення фази третьої гармоніки на початку пошуку

$$\phi_{32} := 0.628, 0.6281 \dots 0.629$$

$$\phi_3 = 0.628319$$

$$S06(\phi_{32}) := \sum_{t1} (Z(t1) - X5(t1, \phi_{32}))^2$$

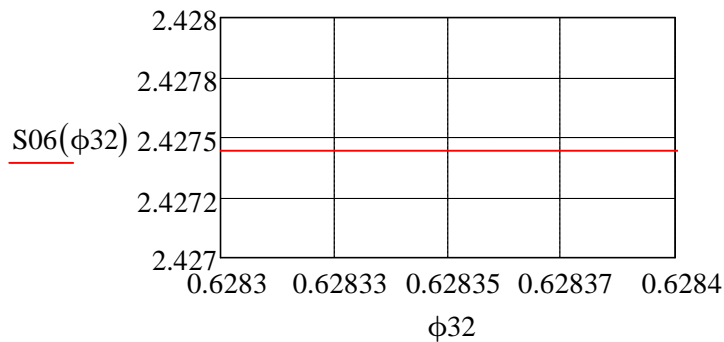


Рис. 13. Графік залежності критерію оптимізації від фази третьої гармоніки в околиці оптимального значення

Щоб виловити фазу, необхідно використовувати квазінеперервний час. Дискретизація по Котельникову дає великі похибки.

$\phi_{32} =$	$S06(\phi_{32}) =$	$\Delta LR4(\phi_{32}) =$
0.628	2.427445381	$-3.180048 \cdot 10^{-3}$
0.6281	2.427445291	$-2.180046 \cdot 10^{-3}$
0.6282	2.427445235	$-1.180044 \cdot 10^{-3}$
0.6283	2.427445213	$-1.800418 \cdot 10^{-4}$
0.6284	2.427445223	$8.199603 \cdot 10^{-4}$
0.6285	2.427445267	$1.819962 \cdot 10^{-3}$
0.6286	2.427445345	$2.819964 \cdot 10^{-3}$
0.6287	2.427445455	$3.819966 \cdot 10^{-3}$
0.6288	2.427445599	$4.819968 \cdot 10^{-3}$
0.6289	2.427445777	$5.81997 \cdot 10^{-3}$
0.629	2.427445987	$6.819972 \cdot 10^{-3}$

Перевірка на існування четвертої гармоніки

$$\phi_{41} := -1.785, -1.784 .. 1.785 \tag{44}$$

$$\begin{aligned} X6(t, \phi_{41}) := & A_{101} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{102})) \dots \\ & + A_{201} \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{201})) \dots \\ & + A_3 \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{301})) \dots \\ & + A_4 \cdot (\cos(4 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{41}) - \sin(4 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{41})) \end{aligned}$$

$$S7(\phi_{41}) := \sum_{t1} (Z(t1) - X6(t1, \phi_{41}))^2 \tag{45}$$

$$A_4 = 0 \quad \phi_4 = 0.523599$$



Рис. 2.21. Перевірка гіпотези про відсутність третьої гармоніки

Оптимальна оцінка амплітуди третьої гармоніки

$$A_{301} := \frac{\sum_{t1} [Z(t1) \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_{301}))]}{\sum_{t1} (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_{301}))^2} \tag{46}$$

Перевірка

$$\sum_t [Z(t) \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{301}))] = 1.398816$$

$$\sum_t (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{301}))^2 = 7.853714$$

$$\frac{1.398815}{7.85372} = 0.178109$$

Істинне значення третьої гармоніки

$$X30(t) := A_3 \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_2) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_2)) \quad (47)$$

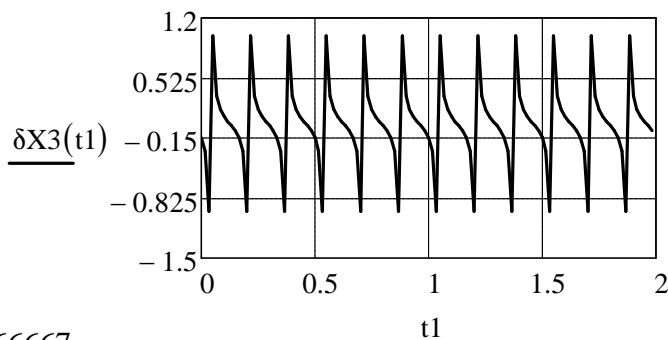
Оптимальна оцінка третьої гармоніки

$$X31(t) := A_{301} \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{301})) \quad (48)$$

Істинне значення корисного сигналу

$$X123(t) := \sum_{k=1}^3 [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \quad (49)$$

$$\delta X3(t1) := \frac{X30(t1) - X31(t1)}{X30(t1)} \quad (50)$$



$$A_3 = 0.166667$$

$$A_{301} = 0.178109 \quad \text{при } t \quad \frac{0.178109 - 0.166667}{0.166667} = 6.865\%$$

$$A_{301} = 0.166672 \quad \text{при } t1 \quad \frac{0.166672 - 0.166667}{0.166667} = 3 \times 10^{-3}\%$$

Третя амплітуда визначається з похибкою в 6.865 %

$$t7 := 0, 0.125 \dots 2$$

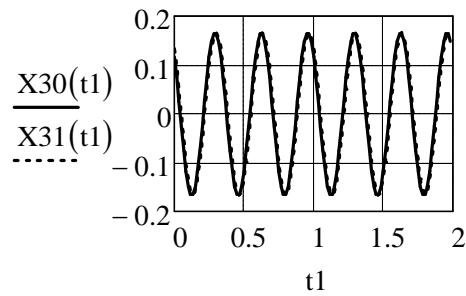
$$A_{401} := \frac{\sum_{t1} [Z(t1) \cdot (\cos(4 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_4) - \sin(4 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_4))]}{\sum_{t1} (\cos(4 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \cos(\phi_4) - \sin(4 \cdot \omega_1 \cdot t1) \cdot \sin(\phi_4))^2}$$

$$A_{401} = 5.866039 \times 10^{-6}$$

Підтверджується відсутність четвертої гармоніки в квазінеперервному часу і при дискретизації з $t7$.

$$A_4 = 0$$

$$A_{402}(t7) = 0.075704$$



Оптимальна оцінка корисного сигналу (51)

$$\begin{aligned} X_{1230}(t_1) := & A_{101} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_1 \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{101})) \dots \\ & + A_{201} \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{201})) \dots \\ & + A_{301} \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t_1) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t_1) \cdot \sin(\phi_{301})) \end{aligned}$$

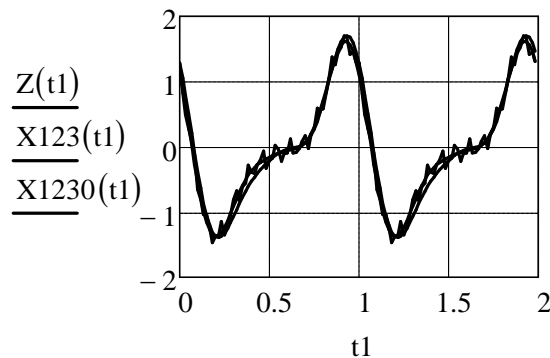


Рис. 14. Реалізації перешкоди сигналу, істинного значення і оптимальної оцінки періодичного сигналу

$$X_{1230}(t, A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) := \quad (52)$$

$$\begin{aligned} := & A_{101} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{101}) - \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{101})) \dots \\ & + A_{201} \cdot (\cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{201}) - \sin(2 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{201})) \dots \\ & + A_{301} \cdot (\cos(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi_{301}) - \sin(3 \cdot \omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi_{301})) \end{aligned}$$

$$S_{07}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) :=$$

$$:= \sum_t (Z(t) - X_{1230}(t, A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}))^2$$

$$S_{07}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) = 0.012351$$

$$S_{08}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) := \sum_t (Z(t) - X(t))^2 \quad (53)$$

$$S_{08}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) = 0.108029 \quad (54)$$

$$S_{09}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) :=$$

$$:= \sum_t (X(t) - X_{1230}(t, A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}))^2$$

$$S_{09}(A_{101}, \phi_{101}, A_{201}, \phi_{201}, A_{301}, \phi_{301}) = 0.133692$$

$$S10(A101, \phi101, A201, \phi201) := \sum_t (Z(t) - X112(t))^2 \quad (55)$$

$$S10(A101, \phi101, A201, \phi201) = 0.267144$$

Перевірка - чи зменшиться мінімальне значення критерію, якщо додати четверту гармоніку?

$$\frac{1}{8} = 0.125 \quad t9 := 0, 0.125 .. 2 \quad \phi41 := -1.785, -1.784 .. 1.785$$

$$X1234(t9) := \sum_{k=1}^4 [A_k \cdot (\cos(\omega_k \cdot t9) \cdot \cos(\phi_k) - \sin(\omega_k \cdot t) \cdot \sin(\phi_k))] \quad (56)$$

$$S104(\phi41) := \sum_{t9} [Z1(t9) - X1230(t9, A101, \phi102, A201, \phi201, A301, \phi301) - A_4 \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t9) \cdot \cos(\phi41) + \sin(\omega_1 \cdot t9) \cdot \sin(\phi41))]^2 \quad (57)$$

$$S104(\phi41) =$$

0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
0.333963
...

$$A_4 \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\phi41) + \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\phi41)) =$$

0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
...

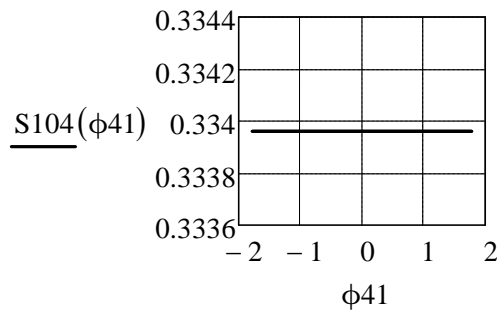


Рис. 15. Ілюстрація відсутності четвертої гармоніки

Абсолютна і відносна похибки оптимальної оцінки періодичного трафіку

$$\Delta X(t1) := X1230(t1, A101, \phi101, A201, \phi201, A301, \phi301) - X(t1) \quad (58)$$

$$\delta X(t1) := \frac{(X1230(t1, A101, \phi101, A201, \phi201, A301, \phi301)) - X(t1)}{X(t1)} \quad (59)$$

$\Delta X(t_1) =$	$\delta X(t_1) =$	$X(t_1) =$
0.166483	0.150495	1.106241
0.178271	0.205431	0.867793
0.185665	0.309736	0.599431
0.188186	0.602776	0.3122
0.185534	10.232065	0.018133
0.177601	-0.656535	-0.270513
0.164479	-0.303451	-0.542028
0.146458	-0.18634	-0.785971
0.124017	-0.124793	-0.993784
0.097808	-0.084372	-1.159253
0.068628	-0.053667	-1.278789
0.03739	-0.027665	-1.351504
$5.086028 \cdot 10^{-3}$	$-3.687953 \cdot 10^{-3}$	-1.379092
-0.02725	0.019956	-1.365531
-0.058587	0.044498	-1.316626
...

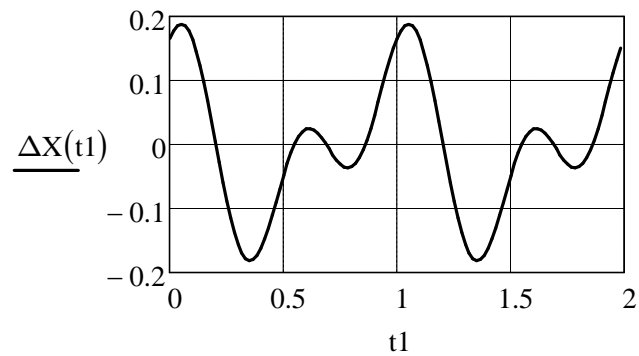


Рис. 16. Графіки залежності від часу абсолютної похибки оптимальної оцінки

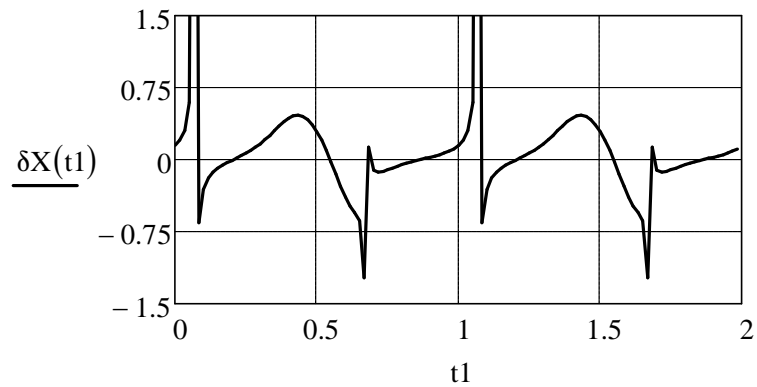


Рис. 17. Графіки залежності від часу відносної похибки оптимальної оцінки

Додаток В.5.1 Розрахунок числових характеристик оптимального симплексного каналу

Вхідні дані:

$$\begin{aligned} MA1 &:= 0.5 \cdot 10^7 & MB1 &:= 0.25 \cdot 10^{-3} & \rho_1 &:= 0.1 \\ \sigma_{A1} &:= 0.75 \cdot 10^6 & \sigma_{B1} &:= 0.375 \cdot 10^{-4} \\ VA1 &:= \sqrt{\frac{(\sigma_{A1})^2}{MA1^2}} & VA1 &= 15\% & VB1 &:= \sqrt{\frac{(\sigma_{B1})^2}{MB1^2}} & VB1 &= 15\% \end{aligned}$$

1. Числові характеристики оптимальної пропускної здатності симплексного каналу

Математичне сподівання

$$MC1 := \sqrt{\frac{MA1}{MB1}} \cdot 0.1 \qquad MC1 = 4.472 \times 10^4$$

Дисперсія

$$DC1 := \frac{1}{4} \cdot MC1^2 \cdot \left[\frac{(\sigma_{A1})^2}{MA1^2} + \frac{(\sigma_{B1})^2}{MB1^2} \right] \qquad DC1 = 2.25 \times 10^7$$

Коефіцієнт варіації

$$VC1 := \frac{\sqrt{DC1}}{MC1} \qquad VC1 = 10.607\%$$

$$m_{c0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} \rho_0 = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^7}{0.25 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0.1 = 0.447 \cdot 10^5 \text{ дв. од./сек.};$$

$$\begin{aligned} D_{c0} &= \frac{1}{4} m_{c0}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] = \\ &= \frac{1}{4} (0.447 \cdot 10^5)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 0.224 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}^2; \end{aligned}$$

$$V_{c0} = V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.15^2 + 0.15^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.045} = 0.106 = 10.6\%$$

2. Числові характеристики мінімального значення критерію середнього ризику

Математичне сподівання

$$MD1 := \frac{2 \cdot \sqrt{\rho1}}{1 + \rho1} \cdot \sqrt{MA1 \cdot MB1} \quad MD1 = 20.328$$

Дисперсія

$$DD1 := \frac{1}{4} \cdot MD1^2 \cdot \left[\frac{(\sigma A1)^2}{MA1^2} + \frac{(\sigma B1)^2}{MB1^2} \right] \quad DD1 = 4.649$$

Коефіцієнт варіації

$$VD1 := \frac{\sqrt{DD1}}{MD1} \quad VD1 = 10.607\%$$

$$WAC := \frac{VA1}{VC1} \quad WBD := \frac{VB1}{VD1}$$

$$WAC = 1.414 \quad WBD = 1.414$$

$$WAC = WBD$$

Висновки

1. Розрахунок числових характеристик оптимального симплексного каналу вимагає знання числових характеристик випадкових втрат і витрат, а також знання середнього показника відносної завантаженості каналу.
2. Для симплексного каналу коефіцієнти варіації оптимальної пропускної здатності каналу і мінімуму критерію середнього ризику мають однакове значення, що показує те, що точність обчислення координат екстремуму є однаковою.
3. Вихідні характеристики мають менший коефіцієнт варіації приблизно в 1.41 рази.

Додаток В.5.2 Розрахунок числових характеристик оптимального дуплексного каналу

1. Вхідні дані включають дані і результати розрахунків характеристик прямого і зворотного симплексних каналів:

Прямий симплексний канал

$$MA1 := 0.5 \cdot 10^7 \quad MB1 := 0.25 \cdot 10^{-3} \quad \rho1 := 0.1$$

$$\sigma A1 := 0.75 \cdot 10^6 \quad \sigma B1 := 0.375 \cdot 10^{-4}$$

$$VA1 := \sqrt{\frac{(\sigma A1)^2}{MA1^2}} \quad VA1 = 15\% \quad VB1 := \sqrt{\frac{(\sigma B1)^2}{MB1^2}} \quad VB1 = 15\%$$

1.1. Числові характеристики оптимальної пропускної здатності прямого симплексного каналу

Математичне сподівання

$$MC1 := \sqrt{\frac{MA1}{MB1}} \cdot 0.1 \quad MC1 = 4.472 \times 10^4$$

Дисперсія

$$DC1 := \frac{1}{4} \cdot MC1^2 \cdot \left[\frac{(\sigma A1)^2}{MA1^2} + \frac{(\sigma B1)^2}{MB1^2} \right] \quad DC1 = 2.25 \times 10^7$$

Коефіцієнт варіації

$$VC1 := \frac{\sqrt{DC1}}{MC1} \quad VC1 = 10.607\%$$

$$m_{c0} = \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} \rho_0 = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^7}{0.25 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0.1 = 0.447 \cdot 10^5 \text{ дв. од./сек.};$$

$$D_{c0} = \frac{1}{4} m_{c0}^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{m_a^2} + \frac{\sigma_b^2}{m_b^2} \right] = \frac{1}{4} (0.447 \cdot 10^5)^2 [0.15^2 + 0.15^2] = 0.224 \cdot 10^8 \text{ (дв. од./сек.)}^2;$$

$$V_{CO} = V_{Dm} = \frac{1}{2} \sqrt{[V_a^2 + V_b^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{[0.15^2 + 0.15^2]} = \frac{1}{2} \sqrt{0.045} = 0.106 = 10.6\%$$

1.2. Числові характеристики мінімального значення критерію середнього ризику

Математичне сподівання

$$MD1 := \frac{2 \cdot \sqrt{\rho_1}}{1 + \rho_1} \cdot \sqrt{MA1 \cdot MB1} \quad MD1 = 20.328$$

Дисперсія

$$DD1 := \frac{1}{4} \cdot MD1^2 \cdot \left[\frac{(\sigma A1)^2}{MA1^2} + \frac{(\sigma B1)^2}{MB1^2} \right] \quad DD1 = 4.649$$

Коефіцієнт варіації

$$VD1 := \frac{\sqrt{DD1}}{MD1} \quad VD1 = 10.607\%$$

2. Зворотній симплексний канал

2.1. Вхідні дані

$$MA2 := 0.45 \cdot 10^7 \quad MB2 := 0.125 \cdot 10^{-3} \quad \rho_2 := 0.075$$

$$\sigma_{A2} := 0.75 \cdot 10^6 \quad \sigma_{B2} := 0.194 \cdot 10^{-4}$$

$$VA2 := \sqrt{\frac{(\sigma_{A2})^2}{MA2^2}} \quad VA2 = 16.667\%$$

$$VB2 := \sqrt{\frac{(\sigma_{B2})^2}{MB2^2}} \quad VB2 = 15.52\%$$

2.1. Числові характеристики оптимальної пропускної здатності зворотного симплексного каналу

Математичне сподівання

$$MC2 := \sqrt{\frac{MA2}{MB2}} \cdot \rho2 \qquad MC2 = 5.196 \times 10^4$$

Дисперсія

$$DC2 := \frac{1}{4} \cdot MC2^2 \cdot \left[\frac{(\sigma A2)^2}{MA2^2} + \frac{(\sigma B2)^2}{MB2^2} \right] \qquad DC2 = 3.501 \times 10^7$$

Коефіцієнт варіації

$$VC2 := \frac{\sqrt{DC2}}{MC2} \qquad VC2 = 11.387\%$$

2.2. Числові характеристики мінімального значення критерію середнього ризику для зворотного каналу

Математичне сподівання

$$MD2 := \frac{2 \cdot \sqrt{\rho2}}{1 + \rho2} \cdot \sqrt{MA2 \cdot MB2} \qquad MD2 = 12.084$$

Дисперсія

$$DD2 := \frac{1}{4} \cdot MD2^2 \cdot \left[\frac{(\sigma A2)^2}{MA2^2} + \frac{(\sigma B2)^2}{MB2^2} \right] \qquad DD2 = 1.893$$

Коефіцієнт варіації

$$VD2 := \frac{\sqrt{DD2}}{MD2} \qquad VD2 = 11.387\%$$

3. Числові характеристики мінімального значення критерію середнього ризику для дуплексного каналу

$$q1 := \frac{\rho1}{\rho1 + \rho2} \qquad q1 = 0.571$$

$$q2 := \frac{\rho2}{\rho1 + \rho2} \qquad q2 = 0.429$$

$$MD := \left(q1 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\rho1}}{1 + \rho1} \right) \cdot \sqrt{MA1 \cdot MB1} + \left(q2 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\rho2}}{1 + \rho2} \right) \cdot \sqrt{MA2 \cdot MB2}$$

$$MD = 16.795$$

$$DD := \binom{1}{4} \cdot q_1^2 \cdot MD_1^2 \cdot (VA_1^2 + VB_1^2) + q_2^2 \cdot MD_2^2 \cdot (VA_2^2 + VB_2^2)$$

$$DD = 1.866$$

$$VD := \frac{\sqrt{DD}}{MD}$$

$$VD = 8.133\%$$

Результати розрахунку числових характеристики оптимальної дуплексної лінії зв'язку

$$MC_1 = 4.472 \times 10^4 \quad DC_1 = 2.25 \times 10^7 \quad VC_1 = 10.607\%$$

$$MC_2 = 5.196 \times 10^4 \quad DC_2 = 3.501 \times 10^7 \quad VC_2 = 11.387\%$$

$$q_1 = 0.571 \quad q_2 = 0.429 \quad \rho_1 = 0.1 \quad \rho_2 = 0.075$$

$$MD = 16.795 \quad DD = 1.866 \quad VD = 8.133\%$$

Висновки

1. Розрахунок числових характеристик оптимальної за критерієм середнього ризику дуплексної лінії зв'язку включає три типових етапів:

1.1. Розрахунок числових характеристик оптимального прямого симплексного каналу.

1.2. Розрахунок числових характеристик оптимального зворотного симплексного каналу.

1.3. Розрахунок числових характеристик критерію середнього ризику оптимального дуплексного каналу.

2. Точність визначення числових характеристик критерію середнього ризику оптимального дуплексного каналу приблизно в 1.4 рази вище ніж числових характеристик симплексних каналів.

Додаток В.5.3. Порівняння оптимальних та неоптимальних режимів

Приклад В.5.3.1. Припустимо, що $N = 3$, $\ell_3 = 60$ дв.од./пакет, $C_{3\Sigma} = 64 \cdot 10^3$ дв.од./сек., $\rho_0 = 0,25$. Необхідно визначити T_3 , T_{03} , $P(n \geq 3)$.

1. Визначення середньої тривалості T_3 обслуговування пакету даних без затримки в черзі

$$T_3 = \frac{\ell_3}{C_{3\Sigma}} = \frac{60}{64 \cdot 10^3} \approx 0,9375 \cdot 10^{-3} \text{ сек./пакет.}$$

2. Визначення ймовірності $P(n \geq 3)$ того, що система буде зайнята обслуговуванням попередніх пакетів даних

$$P(n \geq 3) = \frac{9 \rho_0^3}{2(1 + 2 \rho_0 + 3 \rho_0^3 / 2)} \approx \frac{0.140625}{2(1 + 0,5 + 0,09375)} \approx 0,04412$$

3. Визначення середньої тривалості обслуговування пакетів даних трьох каналною системою з урахуванням затримки в черзі

$$T_{03} = T_3 \left[3 + \frac{P(n \geq 3)}{1 - \rho_0} \right] \approx 0,9375 \cdot 10^{-3} \left[3 + \frac{0.04412}{1 - 0.25} \right] \approx 2.8676 \cdot 10^{-3} \text{ сек/пакет.}$$

В розрахунку на один канал затримка пакету даних складає приблизно 2.09 %, що в 4.53 рази менше ніж в одно каналній системі. Трьох канална система має меншу затримку пакетів даних порівняно з одно каналною системою.

Приклад В.5.3.2. Розрахувати середню тривалість обслуговування T_{03}^* і ймовірність $P^*(n \geq 3)$ для оптимальної трьох каналної системи. Для порівняльного аналізу використані вхідні дані попереднього прикладу.

1. Визначення коефіцієнту використання пропускну здатності оптимальної трьох каналної системи з урахуванням (3.69).

$$\rho_3 = \sqrt{\rho_0} = \sqrt{0.25} \approx 0.5.$$

2. Розрахунок ймовірності $P^*(n \geq 3)$

$$P^*(n \geq 3) = \frac{9\rho_3^3}{2(1 + 2\rho_3 + \frac{3\rho_3^2}{2})} \approx \frac{1.125}{2(1 + 2 \cdot 0.5 + 0.375)} \approx \frac{1.125}{4.75} \approx 0.2368.$$

Порівнюючи з неоптимальним режимом п.2 прикладу 1, можна зробити висновок, що ефективність використання пропускної здатності зросла в 5.368 разів.

3. Визначення оптимальної пропускної здатності трьох каналної системи з урахуванням (3.68)

$$C_{3\Sigma opt} = \sqrt{\frac{P(n \geq 3) a_3}{P(n < 3) b_3}} = \sqrt{\frac{0.2368}{0.7632}} C_{3\Sigma} \approx 0.557 \cdot 64 \cdot 10^3 \approx 35.65 \cdot 10^3 \text{ дв.од./сек.}$$

4. Визначення середньої тривалості обслуговування T_3^* пакетів даних, що не затримуються у черзі

$$T_3^* = \frac{\ell_3}{C_{3\Sigma opt}} \approx \frac{60}{35.65 \cdot 10^3} \approx 1.683 \cdot 10^{-3}, \text{ сек./пакет.}$$

Порівнюючи з неоптимальною системою, п.1 прикладу 1, можна зробити висновок, що середня тривалість обслуговування зросла в 1.79 рази.

5. Визначення середньої тривалості обслуговування T_{03}^* в оптимальній трьох каналній системі.

$$T_{03}^* = T_3^* \left[3 + \frac{P^*(n \geq 3)}{1 - \rho_3} \right] \approx 1.683 \cdot 10^{-3} \left[3 + \frac{0.2368}{1 - 0.5} \right] \approx 5.846 \cdot 10^{-3} \text{ сек./пакет.}$$

Порівнюючи це значення T_{03}^* для неоптимальної системи можна зробити висновок, що середня тривалість обслуговування в оптимальній трьох каналній системі більша приблизно в 2,03 рази (див. п.3 прикладу 1).

6. Визначення нормованих мінімальних сумарних витрат для оптимальної трьох каналної системи за формулою (3.58)

$$Z_{\min, 3}(C_{3\Sigma opt}) = \sqrt{P^*(n \geq 3)P(n < 3)} \approx 2\sqrt{0.2368 \cdot 0.7632} \approx 0.8502$$

7. Визначення відносного збільшення витрат для неоптимальної системи за формулою

$$\delta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{3\Sigma}}{C_{3\Sigma opt}} + \frac{C_{3\Sigma opt}}{C_{3\Sigma}} \right) - 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{64 \cdot 10^3}{35.65 \cdot 10^3} + \frac{35.65 \cdot 10^3}{64 \cdot 10^3} \right) - 1 \approx \frac{1}{2} (1.796 + 0.557) - 1 \approx 0.1765$$

Таким чином, в цьому прикладі застосування оптимального режиму використання пропускну́ї здатності трьох каналної системи приводить до скорочення нормованих сумарних витрат на 17,65 %. В той же час, збільшення навантаження на систему, як і очікувалося, приводить до деякого погіршення таких показників якості обслуговування пакетів даних як T_3^* , T_{03}^* , $P^*(n \geq 3)$.

Вплив оптимізації режиму багатоканальних систем на обсяги пам'яті буферних пристроїв.

Приклад В.5.3.3. Використовуючи дані попередніх прикладів, оцінити порядок зростання обсягів пам'яті буферного пристрою трьох каналної системи обслуговування трафіку в оптимальному режимі.

1. Визначення обсягу пам'яті буферного пристрою трьох каналної системи для неоптимального режиму

$$n_3 = \frac{\rho_3}{1 - \rho_3} [3(1 - \rho_3) + P(n \geq 3)] \approx \frac{0.25}{1 - 0.25} [3(1 - 0.25) + 0.04412] \approx 0.7446$$

Тобто, для неоптимального режиму достатньо мати один регістр пам'яті в буферному пристрої з числом чарунок $\ell_3 \approx 60$ дв.од./пакет.

2. Визначення обсягу пам'яті буферного пристрою трьох каналної системи, що функціонує в оптимальному режимі,

$$n_N^* = \frac{\rho_3^*}{1 - \rho_3^*} [3(1 - \rho_3^*) + P^*(n \geq 3)] = \frac{0.5}{1 - 0.5} [3(1 - 0.5) + 0.2368] \approx 1.7368$$

Обсяг пам'яті зростає в 2.33 рази, тобто для оптимального режиму необхідно мати не один, а два регістра пам'яті, кожний довжиною $\ell_3 \approx 60$ дв.од./пакет.

Додаток В.6. Моделювання нестационарного трафіка в просторі Евкліда і Гільберта

Приклад 1. Особливості визначення оптимальних квантованих значень і мінімального середньоквадратичного відхилення моментів першого порядку нестационарного параболічного трафіку при наступних вихідних даних: $P_{10} = 0.95$, $P_{20} = 0.05$, $\eta_1 = 3.414$.

Використовуючи формули

$$a_{11} = \sum_{t_k=0}^1 (P_{10} \cdot e^{-\eta t_k})^2 \quad a_{12} = \sum_{t_k=0}^1 (1 - \sum_{t_k=0}^1 P_{10} \cdot e^{-\eta t_k}) \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta t_k} \quad a_{21} = \sum_{t_k=0}^1 P_{10} \cdot e^{-\eta t_k} \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta t_k})$$

$$a_{22} = \sum_{t_k=0}^1 (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta t_k})^2, \quad b_1 = \sum_{t_k=0}^1 [t_k (2 - t_k)] \cdot P_{10} \cdot e^{-\eta t_k}, \quad b_2 = \sum_{t_k=0}^1 [t_k (2 - t_k)] \cdot (1 - P_{10} \cdot e^{-\eta t_k})$$

отримують параметри системи алгебраїчних рівнянь для дискретного випадку

$$b_1 = 0.031$$

Використовуючи формули (4.31), отримують параметри системи алгебраїчних рівнянь для безперервного випадку

$$b_1 = 0.108$$

$$b_2 = 0.559$$

Підставляючи ці значення у формули системи MathCAD для визначників, отримують їх значення для безперервного випадку

$$\begin{aligned} |A| \text{ float, } 7 &\rightarrow .8440187 = 0.844 \\ |A1| \text{ float, } 7 &\rightarrow -.4593524e-1 = -0.046 \\ |A2| \text{ float, } 7 &\rightarrow .8727696 = 0.873 \end{aligned}$$

Аналогічно підставляючи значення елементів матриці в формули для визначників, отримують їх значення для безперервного випадку

$$\begin{aligned} |A| \text{ float, } 7 &\rightarrow 0.05961473 = 0.06 \\ |A1| \text{ float, } 7 &\rightarrow -0.0126771 = -0.013 \\ |A2| \text{ float, } 7 &\rightarrow 0.05905071 = 0.059 \end{aligned}$$

Використовуючи ці значення визначників і за допомогою формул (4.32) розраховують шукані оптимальні квантовані значення.

1. Для дискретного випадку

$$\text{Isolve}(A, B) \text{ float, } 7 \rightarrow \begin{pmatrix} -.5442444e-1 \\ 1.034064 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.054 \\ 1.034 \end{pmatrix}$$

тобто

2. Для безперервного випадку

$$\text{Isolve}(A, B) \text{ float, } 7 \rightarrow \begin{pmatrix} -.2126505 \\ .9905389 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.213 \\ 0.991 \end{pmatrix} \quad \text{В.6.1)}$$

тобто

Підставляючи оптимальні квантовані значення Z_{10} , Z_{20} у формулу

$$\min_{Z_1 \cdot Z_2} \varepsilon^2(Z_1, Z_2) = \varepsilon_{\min}^2(Z_{1opt}, Z_{2opt}) \quad \text{В.6.2)}$$

знаходять мінімальні значення цільового функціоналу та середньоквадратичної похибки моделювання математичного сподівання еталонного трафіку

1. Для дискретного випадку:

$$\varepsilon_{\min}^2(Z_1, Z_2) = 1.624 \cdot 10^{-7}, \quad \sigma_{\min} = \sqrt{1.624 \cdot 10^{-7}} = 0.04\% \quad (\text{B.6.3})$$

2. Для безперервного випадку:

$$\varepsilon_{\min}^2(Z_1, Z_2) = 2,587 \cdot 10^{-3}, \quad \sigma_{\min} = \sqrt{2,587 \cdot 10^{-3}} = 5,086\% \quad (\text{B.6.4})$$

Визначення мінімального значення середнього коефіцієнта варіації похибки на інтервалі не стаціонарності:

1. Для дискретного випадку:

$$V_{\min} = \frac{\sigma_{\min}}{m_0} = \frac{0.04\%}{0.667} = 0.06\% \quad (\text{B.6.5})$$

2. Для безперервного випадку:

$$V_{\min} = \frac{\sigma_{\min}}{m_0} = \frac{5,086}{0,667} = 7,625\% \quad (\text{B.6.6})$$

де середнє значення (постійна складова) трафіку на інтервалі не стаціонарності визначено за формулою

$$m_0 = \int_0^1 [t_k \cdot (2 - t_k)] dt_k \quad (\text{B.6.7})$$

На рис. В.6.1 показані результати моделювання математичного сподівання еталонного не стаціонарного трафіку $m(t_k)$ моделлю $M(Z_1, Z_2, t_k)$ з параметрами (В.6.2), що оптимізована в просторі Гілберта з показником точності моделювання (В.6.6), а також моделлю $M1(t_k)$ з параметрами (В.6.1), що оптимізована у просторі Евкліда з показником точності моделювання (В.6.5). Показана також модель $M2(t_k)$, в якій в ролі квантованих значень використані середні значення квантів. Порівнюючи графіки, неважко помітити, що оптимізована в просторі Гілберта модель $M(Z_1, Z_2, t_k)$ з параметрами (В.6.2) з показником точності моделювання (В.6.6) дає найкращі результати моделювання еталонного трафіку.

Необхідно відзначити таку закономірність оптимального моделювання трафіку в просторах Евкліда і Гілберта. У просторі Евкліда наближення виконується за кінцевим числом точок інтервалу не стаціонарності трафіку, тому накопичена відносна похибка (В.6.3) має значно менше значення в порівнянні з відносною похибкою (В.6.4). У той же час рис. В.6.1 наочно ілюструє те, що апроксимація трафіку в просторі Евкліда реально виконується гірше.

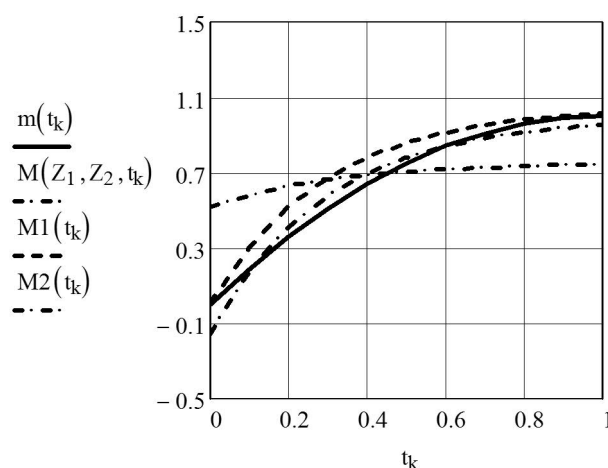


Рис. В.6.1. Порівняння моделей не стаціонарного трафіку

Додаток Г

Практичні рекомендації щодо використання результатів дослідження

В першу чергу, необхідно звернути увагу на ті методи, алгоритми і моделі виконаного дослідження, що дозволяють при відносно малих витратах виконувати статистичну оптимізацію обслуговування нестационарного трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах.

До них відносяться:

1. Оптимальні марковські моделі динаміки трафіка для аналізу точності і достовірності інтегральних характеристик поліноміального трафіка.
2. Логіко-математичні моделі випадкового поліноміального і періодичного режимів трафіка.
3. Методи статистичної оптимізації обслуговування трафіку в гетерогенних комп'ютерних мережах.
4. Методика порівняльного аналізу ефективності оптимального і неоптимальних режимів роботи систем гетерогенних комп'ютерних мереж, яка дозволяє імітаційне комп'ютерне моделювання динаміки трафіку, перевірку адекватності моделей динаміки трафіку.

При використанні рандомізованих марковських моделей динаміки трафіка необхідно виміряти параметри завод, на фоні яких оцінюється трафік; вибрати інтервал агрегування трафіку так, щоб він був більшим інтервалу кореляції заводи, але в той же час не перевищував інтервали часу, у межах яких діють умови стаціонарності, нестационарності і періодичності режимів трафіка. Число проміжних точок прямих вимірювань трафіку необхідно обирати таким, щоб воно було не менш числа параметрів логіко-математичної моделі динаміки трафіка, що обрані для забезпечення точності апроксимуючої трафіка моделі. При виборі числа рівнів квантування трафіка необхідно враховувати ту обставину, що, з одного боку, підвищення числа дискретних станів трафіку дозволяє підвищити точність вимірювання трафіку, але, з другого боку, приводить до труднощів отримання репрезентативних вибірок і забезпечення точності оптимальних оцінок. Важливо

перевіряти умови відносної малості коефіцієнтів варіації часу перебування трафіка в різних станах для того, щоб з дозволеними в інженерній практиці погрішностями використовувати метод лінеаризації функцій багатьох змінних для отримання значень інтегральних характеристик трафіка, вірного оцінювання за допомогою логіко-математичної моделі його моментів першого і другого порядку для тих моментів часу, що не спостерігаються.

При використанні логіко-математичних моделей випадкових стаціонарного, нестаціонарного і періодичного режимів трафіка необхідно визначати період зміни трафіка по найбільшим значенням трафіка, а не по моментам перетину трафіком рівня постійної складової трафіка. Це дозволить в прямих вимірюваннях параметрів трафіка отримувати найбільші відношення сигнал/шум, тобто отримувати максимальний обсяг вірогідної вимірювальної інформації, що підвищує, відповідно, точність оцінювання трафіка за допомогою пропонуємих моделей.

Використання розроблених методів статистичної оптимізації обслуговування трафіку тісно пов'язано з можливостями отримання вірогідної початкової інформації відносно вхідних даних задач оптимізації. Особливої уваги заслуговують перевірка виконання необхідних умов існування оптимальних рішень, а також отримання досить точних оцінок витрат, що визначають умови балансу. Найбільш важливим є точне визначення виду критерію оптимальності і діючих обмежень оптимізації, що визначають клас задачі оптимізації. Врахування класу задачі дозволяє бути впевненим, що вирішується саме та задача оптимізації обслуговування трафіку, яка є актуальною для зменшення середнього ризику якості обслуговування трафіку. При розв'язанні двоїстих нелінійних задач оптимізації корисно визначити швидкість збігання наближених проміжних оптимальних рішень до «точного» рішення, вірно задавати умови зупинки ітераційної процедури. Для підвищення ефективності рекурентного пошуку оптимальних рішень доцільно використовувати стандартні програми системи Mathcad. Її залучення суттєво підвищує швидкість отримання оптимальних рішень і розширює число доступних для вивчення класів оптимізації.

Порівняльний аналіз ефективності обслуговування трафіку в різних режимах дозволяє оцінити втрати, що виникають через неоптимальний режим, обирати відповідні керуючі впливи для наближення режиму до оптимального. Оптимальні режими розглядають як еталони для організації адаптивного керування обслуговуванням трафіку різними методами і за допомогою різних засобів: застосуванням паралельної обробки даних, буферних пристроїв, вибором оптимальних маршрутів, призначенням різних пріоритетів різним видам трафіку. Необхідно систематизовано проводити оцінювання методичних погрешностей обраних методів, алгоритмів і моделей за допомогою імітаційного комп'ютерного моделювання у системі Mathcad для того, щоб в процесі оптимального управління обслуговування трафіку забезпечувалась необхідна точність.

Доцільно враховувати конкретні умови роботи гетерогенних комп'ютерних мереж, щоб використання запропонованих методів дозволило:

- підвищити ефективність роботи локальних, корпоративних і глобальних гетерогенних комп'ютерних мереж, збільшити коефіцієнти використання пропускної здатності мереж;

- зменшити витрати на обслуговування мереж; оптимально вибирати пропускні здатності і обсяги пам'яті буферних пристроїв комунікаційних центрів по відносно простим та доступним вхідним даним.