

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра Аерокосмічних систем управління

ДОПУСТИТИ ДО ЗАХИСТУ
Завідувач кафедри
Тачиніна О.М.

“ _____ ” _____ 2020 р.

**ДИПЛОМНА РОБОТА
(ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА)**

**ЗДОБУВАЧА ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ МАГІСТРА
ЗА СПЕЦІАЛЬНІСТЮ 151 «АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНО-
ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ»**

**Тема: Динамічне програмування Беллмана оптимального закону
стабілізації крену літака**

Виконавець:	Кучерявий Андрій Васильович
Керівник: к.т.н., доцент	Білак Наталія Василівна
Консультант розділу «Охорона праці»:	Козлітін О.О.
Консультант розділу «Охорона навколишнього середовища»:	Фролов В.Ф.
Нормоконтролер:	Дивнич Микола Полікарпович

Київ 2020

Факультет _____ АЕТ

Кафедра аерокосмічних систем управління

Напрямок (спеціальність) 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
(шифр, найменування)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
_____ Тачиніна О.М.

« _____ » _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ

на виконання дипломної роботи (проекту)

Кучерявого Андрія Васильовича

(прізвище, ім'я, по батькові випускника в родовому відмінку)

1. Тема дипломної роботи (проекту): Динамічне програмування Белмана оптимального закону стабілізації крену літака
затверджена наказом ректора від «_08_» жовтня 2020 р.
№ 1944/ст
2. Термін виконання роботи (проекту): з 5 жовтня 2020 р. по 27 грудня 2020 р.
3. Вихідні дані до роботи (проекту): аеродинамічні характеристики БПЛА, система лінеаризованих диференціальних рівнянь
4. Зміст пояснювальної записки: Задача управління, опис об'єкта дослідження. Методи вирішення оптимізаційної задачі. Рішення задачі синтезу оптимального закону стабілізації крену
5. Перелік обов'язкового графічного (ілюстративного) матеріалу:
Презентація на ЕОМ змісту роботи й основних висновків, графіки проведення розрахунків, графіки результатів

6. Календарний план-графік

№ п/п	Завдання	Термін виконання	Відмітка про виконання
1	Підготовка теоретичної інформації за результатами обробки літературних джерел	15.09.20 - 12.10.20	
2	Підготовка вхідних даних для досліджуваної системи	12.10.20 - 22.10.20	
3	Вибір програмного забезпечення для виконання розрахунків	22.10.20 - 30.10.20	
4	Виконання розрахунків, аналізу та синтезу оптимального закону управління безпілотним літаком	30.10.20 - 16.11.20	
5	Оформлення результатів розрахунків дослідження діяльності системи	16.11.20 - 19.11.20	
6	Охорона праці	19.11.20 - 25.11.20	
7	Охорона навколишнього середовища	25.11.20 - 1.12.20	
8	Оформлення пояснювальної записки та документів до захисту	1.12.20 - 7.12.20	

7. Дата видачі завдання «_____» _____ 20____ р.

Керівник роботи (проекту) _____ Білак Н.В.
(підпис)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до дипломної роботи «Динамічне програмування Белмана оптимального закону стабілізації крену літака»: 96 сторінок, 16 рисунків, 4 таблиці, 16 літературних джерел, 2 додатки.

Ключові слова: БЕЗПІЛОТНІ ЛІТАЛЬНІ АПАРАТИ, ОПТИМАЛЬНИЙ ДЕТЕРМІНОВАНИЙ РЕГУЛЯТОР, МЕТОД ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ, ІЗОЛЬОВАНИЙ РУХ КРЕНУ

Мета даної роботи – синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА методом динамічного програмування Беллмана; порівняльний аналіз аналітичних та програмних результатів синтезу.

Об'єктом дослідження є БПЛА «Aerosonde»

Предметом дослідження є алгоритми синтезу закону управління креном.

Методи дослідження – для рішення поставлених задач в роботі застосовані методи математичного моделювання, синтезу, теорії управління, обчислювальної математики.

Результати проведеної роботи – на основі вхідних даних в дипломній роботі поетапно синтезовано оптимальний закон стабілізації крену безпілотного літака аналітичними та програмними методами. Порівняно результати дослідження методом динамічного програмування Беллмана та введенням в систему оптимального детермінованого регулятора.

Матеріали дипломної роботи рекомендується використовувати при проведенні наукових досліджень, у навчальному процесі та в практичній діяльності при викладанні дисциплін, пов'язаних з математичними моделями літаків для уточнення та наближення до реальних значень параметрів літака в ході експерименту.

Зміст

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДІВ ОПТИМІЗАЦІЇ, ЗАСНОВАНИХ НА МАТЕМАТИЧНІЙ ТЕОРІЇ ОПТИМАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ УПРАВЛІННЯ

1.1. Технічна задача оптимального управління та її математична модель	10
1.2. Класифікація методів теорії оптимальних процесів.....	12
1.3. Необхідні умови оптимальності управління, достатні умови оптимальності управління та проблема існування оптимального управління...	14
1.4. Загальна характеристика результатів, які можуть бути отримані методами теорії оптимального управління.....	15
1.5. Умови раціонального застосування методів оптимізації.....	16
1.6. Основні поняття і визначення математичної теорії оптимальних процесів управління.	18
1.7. Основна задача оптимального програмного управління	28
1.8. Основна задача оптимального координатного управління.....	29
1.9. Оптимальні траєкторії.....	29

ПРИНЦИП ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ БЕЛЛМАНА І ТЕОРІЯ СТІЙКОСТІ ЛЯПУНОВА**ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.**

2.1. Принцип динамічного програмування Беллмана	33
2.2. Оптимальне управління лінійними динамічними системами.....	37
2.3. Теорія стійкості Ляпунова	39
2.4. Зв'язок методу динамічного програмування з теорією стійкості Ляпунова.....	41
2.5. Розв'язання рівняння Беллмана для лінійних нестационарних динамічних систем.....	42
2.6. Вибір критерію оптимальності при вирішенні задачі стабілізації	43
2.7. Оптимальний вибір коефіцієнтів регулятора при управлінні лінійної системою другого порядку	46
2.8. Оптимальний вибір коефіцієнтів регулятора із застосуванням регулятора Iqr	48

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ КРЕНУ ДЛЯ БПЛА AEROSONDE**ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.**

3.1 . Опис безпілотного літального апарату Aerosonde.....	
.....	Error! Bookmark not defined.
3.2 . Характеристики та опис двигуна Enya R120	
.....	Error! Bookmark not defined.
3.3. Синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА для заданого об'єкта методом динамічного програмування Беллмана.....	56
3.4. Синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА для заданого об'єкта із введенням в систему оптимального детермінованого регулятора	64
ЗАГАЛЬНИЙ ВПЛИВ ЛА НА ЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН БІОСФЕРИ ЗЕМЛІ	69
4.1 . Загальні відомості про негативний вплив авіаційної техніки на довкілля	69
4.2 . Акустичне забруднення атмосфери.....	70
4.3. Якість повітря в аеропортах.....	71
4.4. Емісії авіаційних двигунів	74
ОХОРОНА ПРАЦІ	80
5.1 . Аналіз умов-праці на робочому місці інженера-дослідника у виробничому приміщенні	81
5.2 . Аналіз небезпечних та шкідливих виробничих факторів, що впливають на інженера-дослідника	83
5.3. Розробка заходів з охорони праці.....	86
5.4. Пожежна безпека.....	87
5.5. Розрахунок штучного освітлення	88
ВИСНОВКИ	92
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	94
ДОДАТКИ	95

ВСТУП

Інтенсифікація повітряного руху в кінці ХХ століття призвела до посиленню вимог, що надаються до траєкторії літальних апаратів. Однією з основних завдань управління безпілотними літальними апаратами (БПЛА) є стабілізація заданого кутового положення, а саме кутів крену, тангажу і ристання.

Для забезпечення необхідних характеристик точності стійкості і керованості використовують різні регулятори (ПД, ПІД і тд.). На стадії розробки концепції системи управління необхідно розробити математичну модель автоматичної системи і провести синтез передавальних чисел законів управління.

В роботі представлені декілька постановок задачі синтезу оптимального закону стабілізації крену ЛА та методи їх вирішення. Детально розглянуто метод динамічного програмування Беллмана та метод синтезу із додаванням в систему детермінованого регулятора.

Метод динамічного програмування полягає в тому, що оптимальне управління будується поступово. На кожному кроці оптимізується управління тільки цього кроку. Разом з тим на кожному кроці управління вибирається з урахуванням наслідків, так як управління, що оптимізовує цільову функцію тільки для даного кроку, може привести до неоптимальному ефекту всього процесу. Управління на кожному кроці має бути оптимальним з точки зору процесу в цілому.

Який би не був початковий стан системи перед черговим кроком, управління на цьому етапі вибирається так, щоб вигреш на даному кроці плюс оптимальний вигреш на всіх наступних кроках був максимальним.

Рівняння Беллмана — основна формула динамічного програмування, яка інтерпретує задачу оптимізації в рекурсивній формі.

Кафедра АКСУ				Форм. 20.06.57.000.01.01			
Виконав	Кучерявий А.В.			ВСТУП	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					7	58
Консульт.	Білак Н.В.				202М 151 ⁷		
Н-контр.	Дивнич М.П.						
Зав.каф.	Тачиніна О.М.						

динамічного програмування лежить принцип оптимальності Беллмана, що формулюється наступним чином: управління на кожному кроці треба вибирати так, щоб оптимальною була сума виграшів на всіх, що залишилися до кінця процесу, кроках, включаючи виграш на даному кроці.

На сьогоднішній день найбільш широко поширені ПІД-регулятори (Пропорційно-інтегрально-диференційні регулятори). Вони використовуються порядку в 90-95% регулюючих контурів. така популярність викликана тим, що регулятор дозволяє досягти поставленої мети управління для більшості технологічних об'єктів, при цьому його структура компактна і проста.

За всю історію свого використання і розвитку закон ПІД-управління доповнився нововведеннями, покликаними підвищити його ефективність, це - реалізація диференціювання, боротьба з насиченням інтегральної складової і випереджаюче управління. Проте ключовою проблемою в використанні ПІД-регулятора завжди було і є налагодження його коефіцієнтів.

Спочатку це вирішувалося за допомогою людини-наладчика, яка, на основі знань і досвіду, а також інтуїції, виробляла настройку регулятора, спираючись на дані, отримані в результаті випробувань.

Згодом з'явилося безліч різних аналітичних методів синтезу, а з появою ЕОМ, і, отже, програмованих логічних контролерів (ПЛК), SCADA-систем і розподілених систем управління (PCU), з'явилися методи автоматичної настройки.

Проблема синтезу регуляторів систем управління - одна з основних предметних завдань теорії автоматичного управління. Синтез ПІД регуляторів лінійних систем управління досить добре вивчений. Розвиток теорії синтезу систем управління об'єктами високого порядку, є актуальним завданням.

Метою дипломної роботи є синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА методом динамічного програмування.

Об'єктом дослідження в роботі представлений безпілотний літак Aerosonde.

Методи дослідження в роботі представлені в теоретичному і практичному вигляді для дослідження результату поставленої задачі. В роботі детально розглянуто метод динамічного програмування Беллмана.

Розділ 1

Загальна характеристика методів оптимізації заснованих на математичній теорії оптимальних процесів управління.

1.1 Технічна задача оптимального управління та її математична модель

Вихідна інформація для розв'язання задач оптимального управління міститься в поставленій технічній задачі. Технічне завдання управління ЛА може формулюватися в змістовних (неформальних) термінах.

Для застосування математичних методів слід мати чітке формулювання завдання.

З цією метою для технічної задачі необхідно мати адекватне їй математичне формулювання, що є математичною моделлю технічної задачі оптимізації.

Математична модель – повний математичний опис фізичної системи і процесу управління в рамках обраної степені наближення і деталізації.

Математична модель відображає вихідну технічну задачу в деяку математичну схему, в остаточному підсумку - в деяку систему чисел. У ній, з одного боку, явно вказуються (перераховуються) всі дані, без яких неможливо приступити до аналітичного або чисельного дослідження задачі, а з іншого боку, ті додаткової дані, які впливають з технічної сутності завдання і які відображають певні вимоги до її характеристик.

Повна математична модель технічної задачі оптимізації управління складається з ряду часних математичних моделей, наприклад математичної моделі процесу руху ЛА і діючих на нього сил, математичної моделі наявних ресурсів і технічних обмежень, математичної моделі показника якості процесу управління (критерію якості), математичної моделі

Кафедра АКСУ				НАУ 20.6.57.000 ПЗ			
Виконав	Кучерявий А.В.			РОЗДІЛ 1	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					10	96
Консульт.	Білак Н.В.				202М 151 ¹⁰		
Н-контр.	Дивнич М.П.						
Зав.каф.	Тачиніна О.М.						

керуючих впливів і т. д.

Таким чином, математична модель технічної задачі управління характеризується сукупністю певних математичних співвідношень між її елементами (диференціальних рівнянь, обмежень типу рівностей і нерівностей, функції якості, початкових і граничних умов і т. д.). У теорії оптимальних процесів встановлюються загальні умови, яким повинні задовольняти елементи математичної моделі, для того щоб відповідна математична задача оптимізації була б, по-перше, чітко визначеною, а по-друге, мала б сенс, не містила умов, що призводять до відсутності рішення.

Слід зазначити, що технічне формулювання задачі і математична модель в процесі дослідження не залишаються незмінними, а знаходяться у взаємодії. Зазвичай початкове технічне формулювання і математична модель зазнають значних змін в кінці дослідження. Таким чином, побудова адекватної математичної моделі нагадує ітераційний процес в ході якого уточнюється як постановка самої технічної задачі, так і формулювання математичної моделі. Важливо підкреслити, що для однієї і тієї ж технічної задачі математична модель може бути не єдиною (наприклад, одну і ту ж задачу можна формулювати в різних системах координат і т. п.). Тому потрібно здійснити пошук такого варіанту математичної моделі, для якої рішення і аналіз завдання були б найбільш простими.

Важливим кроком при формулюванні й вирішенні технічної задачі управління є вибір критерію оптимальності.

Взаємозв'язок постановки технічної задачі оптимізації з відповідною математичною моделлю і результатами вирішення задачі оптимізації для математичної моделі:

1. Постановка вихідної технічної задачі (технічне формулювання задачі).
Вибір технічного критерію оптимальності.
2. Формулювання математичної моделі технічної задачі. Постановка математичної задачі оптимізації.

3. Вибір загального підходу до вирішення математичної задачі оптимізації (прямі або непрямі методи, точні або наближені). Формулювання необхідних і перевіряючих достатніх умов оптимальності.

4. Вибір численного або аналітичного методу (алгоритму) рішення задачі.

5. Аналіз отриманого рішення, оцінка точності і достовірності попередніх результатів.

6. Поліпшення точності і обчислювальної ефективності алгоритмів рішення задачі оптимізації.

7. Коригування математичної моделі на основі технічної інтерпретації отриманого рішення для математичної моделі. Дослідження можливості спрощення моделі.

8. Уточнення формулювання технічної задачі на основі результатів рішення для математичної моделі.

1.2. Класифікація методів теорії оптимальних процесів

Методи теорії оптимальних процесів можна умовно розділити на непрямі і прямі методи.

Непрямі методи зводять задачу оптимізації динамічних характеристик системи, які є функціоналом, до вирішення відомих математичних проблем. До непрямих методів належать:

1) принцип максимуму Л. С. Понтрягіна і метод множників Лагранжа класичного варіаційного числення. Принцип максимуму зводить рішення задачі оптимізації функціоналів до вирішення теоретично відомих задач максимізації (або мінімізації) деякої спеціальної функції кінцевого числа змінних в поєднанні з рішенням крайової задачі для канонічної системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. У класичному варіаційному численні задача оптимізації функціоналу зводиться до вирішення крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Принцип максимуму особливо зручний для вирішення задач механіки польоту через особливості записів диференціальних рівнянь руху ЛА і

можливості з його допомогою найбільш просто врахувати різного роду обмеження на величини керуючих і фазових змінних. Класичне варіаційне числення більш зручне в задачах, що описуються диференціальними рівняннями загального вигляду, ніж у механіці польоту, і не мають обмежень у вигляді нерівностей на керуючі і фазові змінні;

2) принцип оптимальності динамічного програмування Р. Беллмана і метод Гамільтона-Якобі класичного варіаційного числення. У цих методах задача оптимізації функціоналу зводиться до вирішення одного нелінійного диференціального рівняння в часткових похідних першого порядку з однією граничною умовою;

3) деякі методи, засновані на використанні результатів функціонального аналізу.

Прямі методи теорії оптимальних процесів зводять задачу оптимізації функціоналу до побудови послідовності, на підставі якої за допомогою граничного переходу може бути отримано точний розв'язок задачі. До прямих методів належать методи, засновані на зведенні задач оптимізації функціоналів до завдань на умовний екстремум функцій кінцевого числа змінних, різні варіанти градієнтних методів, методи типу Ритца-Гальоркіна та ін.

Як у випадку застосування непрямих методів, так і в разі використання прямих методів остаточне рішення задачі оптимізації може шукатись або в аналітичній (замкнутій) формі, або в числовій формі.

Аналітичні рішення (за винятком рідкісних випадків, таких, наприклад, як лінійні стаціонарні системи з квадратичним критерієм якості) можуть бути знайдені лише для задач у спрощеній постановці. З їх допомогою можна досліджувати якісні особливості оптимального управління розглянутого ЛА. Якщо аналітичне рішення не надто громіздке, з нього можна отримати необхідні технічні висновки. Оскільки рішення такого роду не залежать від конкретних числових значень параметрів системи і граничних умов, вони мають високий ступінь універсальності. Однак в задачах, постановка яких наближається до реальної технічної ситуації, отримання рішень в аналітичній

формі, як правило, або неможливо, або призводить до вельми складних виразів. У цьому випадку слід звернутися до чисельних методів рішення.

Чисельні методи на сучасному етапі розвитку обчислювальної математики близькі до аналітичних методів.

Формулювання принципу максимуму відноситься до задач, що описуються системами звичайних диференціальних рівнянь 1-го порядку щодо похідних. Саме в такій формі найчастіше записуються рівняння руху ЛА.

1.3. Необхідні умови оптимальності управління, достатні умови оптимальності управління та проблема існування оптимального управління

Наведені далі необхідні умови оптимальності управління для різного типу завдань оптимізації отримані на основі аналітичних непрямих методів оптимізації і утворюють сукупність функціональних співвідношень, яким обов'язково має задовольняти екстремальне рішення. При виведенні їх зроблено істотне для подальшого застосування припущення про існування оптимального управління (оптимального рішення). Іншими словами, якщо оптимальне рішення існує, то воно обов'язково задовольняє наведеним (і тому необхідним) умовам.

Однак цим же необхідним умовам можуть задовольняти і інші рішення, які не є оптимальними. Тому, якщо знайдене рішення задовольняє необхідним умовам оптимальності, то це ще не означає, що воно є оптимальним.

Використання лише необхідних умов дає можливість знайти всі рішення, що їм задовольняють, і відібрати потім серед них ті, які дійсно є оптимальними. Однак практично знайти всі рішення, що задовольняють необхідним умовам, частіше за все неможливо через велику трудомісткість такого процесу. Тому, після того як знайдено якесь рішення, що задовольняє необхідним умовам, доцільно перевірити, чи є воно дійсно оптимальним в сенсі вихідної постановки задачі.

Аналітичні умови, здійсненність яких на отриманому рішенні гарантує його оптимальність, називають достатніми умовами оптимальності управління.

У загальному випадку застосування необхідних умов оптимальності було б більш обґрунтованим, якби для даної задачі можна було встановити факт існування оптимального управління. Це питання є математично досить складним.

Проблема існування оптимального управління складається з двох питань:

1) існування допустимого управління (належить заданому класу функцій), що задовольняє заданим обмеженням і переводить систему із заданого початкового стану в заданий кінцевий стан. Іноді граничні умови задачі обрані так, що система в силу обмеженості її енергетичних ресурсів не в змозі їх задовольнити, тобто не може бути вказано хоча б одне допустиме управління. В цьому випадку не існує рішення задачі оптимізації;

2) існування в класі допустимих управлінь єдиного оптимального управління.

Таким чином:

1) з існування оптимального управління випливає існування принаймі єдиного управління, що задовольняє необхідним умовам оптимальності.

2) з існування оптимального управління і єдиності управління, що задовольняє необхідним умовам, випливає єдиність оптимального управління. З існування єдиності оптимального управління не витікає єдиність управління, що задовольняє необхідним умовам оптимальності.

1.4. Загальна характеристика результатів, які можуть бути отримані методами теорії оптимального управління

Теорія оптимальних процесів є основою єдиної методології проектування оптимальних рухів ЛА. У результаті застосування методів теорії оптимальних процесів до задач механіки польоту можуть бути отримані:

1. Оптимальні за тим або іншим критерієм тимчасові програми зміни керуючих впливів і оптимальні значення постійних керуючих параметрів з урахуванням різного роду обмежень на їх значення.

2. Оптимальні траєкторії, режими і профілі польоту ЛА з урахуванням обмежень на область їх розташування в просторі.

3. Оптимальні закони прийняття рішень шляхом використання зворотного зв'язку, що визначають структуру контуру системи управління (рішення задачі синтезу керування).

4. Граничні значення льотних характеристик чи інших критеріїв якості, які потім можна використовувати як еталон для порівняння з іншими системами.

5. Рішення крайових задач попадання з однієї точки фазового простору в іншу; зокрема, завдання виведення на некерований об'єкт.

6. Оптимальні стратегії наведення при переслідуванні керованого об'єкта.

1.5. Умови раціонального застосування методів оптимізації

Методи оптимізації управління раціонально застосовувати:

1. У складних комплексних системах, де відшукати прийнятне рішення на основі досвіду важко. Досвід показує, що оптимізація малих підсистем може призводити до великих втрат в критерії якості об'єднаної системи. Краще наближено вирішити задачу оптимізації системи в цілому (нехай в спрощеній постановці), ніж точно для окремої підсистеми.

2. У нових завданнях, у яких відсутній досвід формування задовільних характеристик процесу управління. У таких випадках формулювання оптимальної задачі часто дозволяє встановити якісний характер управління.

3. На можливо ранній стадії проектування, коли є велика свобода вибору. Після визначення великої кількості проектних рішень система стає недостатньо гнучкою і подальша оптимізація може не дати істотного виграшу.

4. При необхідності визначити напрямки зміни управління і параметрів, що дають найістотніші зміни критерію якості (визначення градієнта якості).

Слід зауважити, що для добревивчених і довгоексплуатованих систем методи оптимізації можуть давати невеликий вигрощ, так як знайдені з досвіду практичні рішення зазвичай наближаються до оптимальних. Так, в традиційних завданнях механіки польоту (оптимальний набір висоти, політ на максимальну дальність) в разі вільних граничних умов для більшої частини змінних оптимальні управління дають зазвичай вигрощ в 5 - 12% порівняно з раніше відомими управліннями. У разі закріплених граничних умов вигрощ може досягати 20 - 50%.

У деяких практичних задачах механіки польоту спостерігаються малі зміни критеріїв якості попри великі локальні зміни параметрів управління.

Це спостерігається, коли оптимальне управління відповідає стаціонарній точці критерію якості. У цьому випадку зміна управління на величину ε призводить до відхилення критерію якості на величину порядку ε^2 .

У випадку управління, що лежить на межі допустимої області, зазначена грубість може і не мати місця. Це властивість має досліджуватися для кожної задачі окремо.

Крім того, в деяких завданнях навіть невеликі поліпшення критерію якості за рахунок оптимізації можуть мати суттєве значення (наприклад, в механіці космічного польоту збільшення корисного навантаження або кінцевої швидкості на 0,5% може давати значну економію вартості системи).

Складні завдання оптимізації управління часто пред'являють надмірні вимоги до характеристик використовуваних при вирішенні обчислювальних машин. Тому розумно використовувати раціональні спрощуючі припущення в ході постановки задачі з тим, щоб обсяг обчислень був не дуже великий для сучасних ОМ.

1.6. Основні поняття і визначення математичної теорії оптимальних процесів управління.

Математичні моделі. Теорія оптимальних процесів управління має справу з математичними моделями технічних завдань оптимізації процесу управління фізичними системами. Математична модель є повним зведенням функціональних співвідношень, що описують основні властивості фізичних об'єктів, процесів їх функціонування та управління в рамках обраного ступеня наближення і деталізації і відображає всі істотні вимоги до конкретних технічних характеристик системи.

Математична модель технічної задачі оптимізації процесу управління ЛА складається з ряду приватних математичних моделей, включаючи математичну модель процесу, яким управляють (наприклад, рівняння руху ЛА), математичну модель технічних обмежень на величини керуючих впливів і на можливість розташування ЛА на траєкторії математичного опису показника ефективності (критерію якості) процесу управління і т. д.

Змінні стану (фазові координати) керованого процесу. В основі математичної моделі технічної задачі оптимізації процесу управління лежить математична модель керованого процесу. Ця модель у свою чергу базується на понятті змінних стану (фазових координат), які вводяться в задачу наступним чином.

Нехай фізична керована система S (ЛА, приводи його керуючих органів і т. д.) може бути ідеалізована настільки, що в кожен фіксований момент часу спостереження $t = t'$ на інтервалі спостереження $T = \{t, t_0 \leq t \leq t_1\}$, $t' \in T$ її властивості можуть бути описані скінченною множиною дійсних чисел $x_1(t'), x_2(t'), \dots, x_n(t')$, які розглядають як компоненти деякого вектора $\mathbf{x}(t') = (x_1(t'), x_2(t'), \dots, x_n(t'))^T$.

При зміні моменту часу спостереження змінюється і вектор \mathbf{x} .

Ця зміна може бути викликана доданими до об'єкта впливами. Якщо і при $t > t'$ властивості системи як і раніше повністю описуються вектором

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T, \quad (1.1)$$

і якщо число n – найменша кількість величин $x_i(t')$, за допомогою яких виявляється можливим пророкувати значення $\mathbf{x}(t')$ при всіх $t > t'$ за відомими значеннями $\mathbf{x}(t')$ і відомим на T значень прикладених впливів, то вектор $\mathbf{x}(t)$ називається вектором стану системи \mathbf{S} в момент t (або вектором фазових координат).

Величини x_i називаються компонентами стану, або фазовими координатами.

Оскільки x_i змінюються з плином часу, то іноді величини $x_i(t)$ називають змінними стану (фазовими змінними).

Управління. Система \mathbf{S} називається керованою на інтервалі $[t_0, t_1]$, якщо її поведінка при $t > t_0$ залежить тільки від початкового стану ($t = t_0, \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$) деякого змінного вектора \mathbf{u} (входу системи):

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T, m \geq 1, \quad (1.2)$$

званого керуючим вектором (або просто управлінням), і постійного вектора \mathbf{a} :

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_r)^T, r \geq 0, \quad (1.3)$$

званого вектором керуючих (проектних) параметрів.

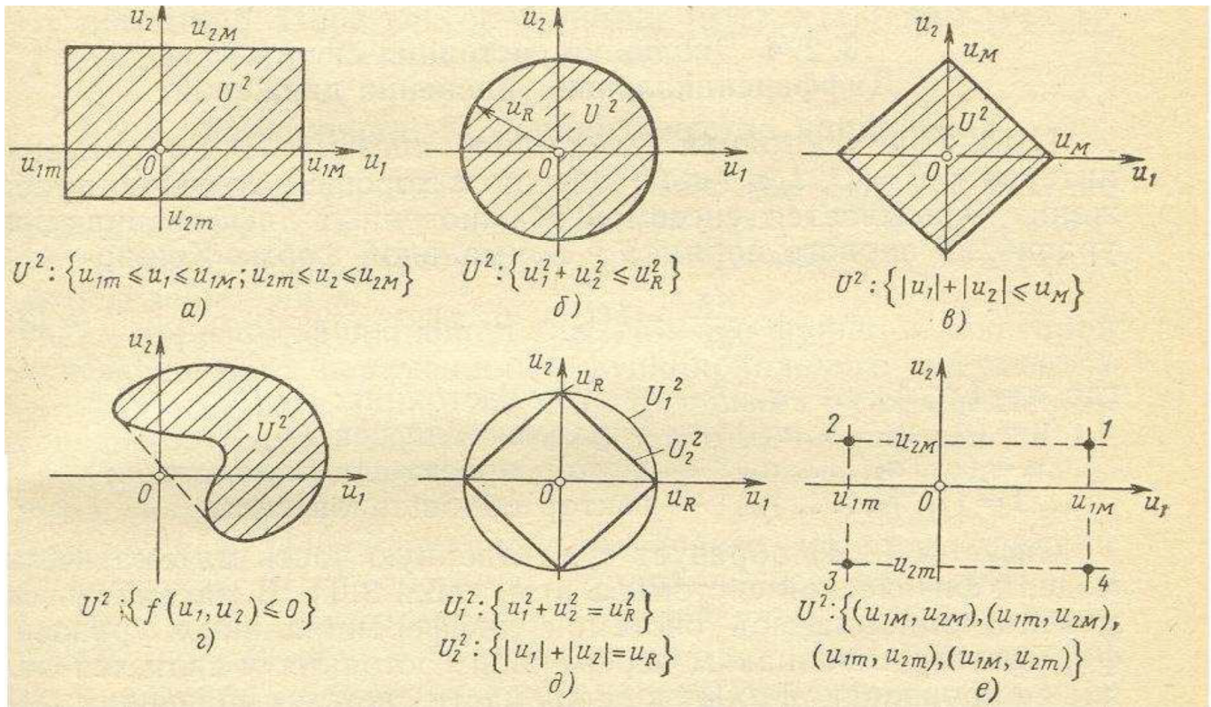


Рис. 1.1. Види множин U^2 допустимих значень управліннь:

a, *б*, *в* - замкнуті обмежені опуклі області, що містять початок координат; *г* - випукла область, яка не містить початок координат; *д* - випуклі одномірні області U_1^2 і U_2^2 ; *е* - дискретна множина допустимих значень (1, 2, 3, 4 - ізольовані точки)

Вектор \mathbf{u} приймає значення з деякої множини U^m m -мірного простору R^m з координатами u_1, u_2, \dots, u_m . Ця множина може бути всім простором R^m або його частиною $U^m \subset R^m$. У механіці польоту найчастіше U^m – замкнута область простору R^m .

Множина U^m називається множиною допустимих значень управління. Деякі види множин U^m наведені на рис. 1.

Постійний вектор \mathbf{a} керуючих параметрів в механіці польоту зазвичай належить деякій замкнутій множині $A^r \subset R^r$ (R^r – простір з координатами a_1, a_2, \dots, a_r).

У механіці польоту керуючими змінними u_j зазвичай є координати відхилення рульових поверхонь, вектора тяги і т. п., а в якості керуючих параметрів a_σ виступають конструктивні, вагові та геометричні характеристики ЛА (його проектні параметри). Замкнутість і обмеженість множин U^m і A^r

означає, що в реальних конструкціях положення рулів і конструктивні параметри не можуть бути довільно великими. У кожній конкретній задачі керуючі змінні не обов'язково збігаються з координатами відхилення фізичних «рулів» і органів управління, а визначаються степінню деталізації задачі і досконалістю математичної моделі об'єкта, У деяких усічених задачах, тобто тих, що не дають досить повного опису реального об'єкта, в якості керуючих змінних можуть виступати координати кутового положення ЛА, компоненти швидкості і її напрямки і т. д.

Еволюція стану системи. Диференціальні рівняння руху. Зміна стану (еволюція) системи \mathbf{S} на тимчасовому інтервалі $T = \{t, t_0 \leq t \leq t_1\}$ зазвичай з високою степінню наближення описується системою звичайних диференціальних рівнянь першого порядку в нормальній формі Коші:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{a}) \quad (1.4)$$

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор стану;

$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ – вектор управління;

$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$ – вектор проектних параметрів;

$\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ – узагальнений вектор сил;

Дана система (1.4) утворює частину математичної моделі фізичної системи \mathbf{S} . У математичної моделі, що описується системою диференціальних рівнянь, формальною ознакою змінної стану \mathbf{x} є наявність її похідної dx/dt в лівій частині системи рівнянь (1.4). Змінна управління \mathbf{u} входить тільки до правої частини системи (1.4) і не зустрічається під знаком похідної.

Допускається, що вектор-функція $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{a})$ визначена для будь-яких значень $\mathbf{x} \in X^n$, $\mathbf{u} \in U^m$, $\mathbf{a} \in A^r$, $t \in T$ неперервна за сукупністю змінних $t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{a}$ і безперервно диференційована по $t, \mathbf{x}, \mathbf{a}$. Оскільки поведінка вектора \mathbf{u} може бути довільною (за винятком умови $\mathbf{u} \in U^m$) і, крім того, можна довільно вибрати постійний вектор $\mathbf{a} \in A^r$, то система рівнянь (1.4) визначає керований

процес. Хід керованого процесу буде визначений на деякому інтервалі $t_0 \leq t \leq t_1$, якщо на цьому інтервалі вектор \mathbf{u} заданий в одній з двох форм:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))^T \quad (1.5)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = (v_1(\mathbf{x}, t), v_2(\mathbf{x}, t), \dots, v_m(\mathbf{x}, t))^T \quad (1.6)$$

Вектор-функцію $\mathbf{u}(t)$ називають програмним (тимчасовим) управлінням (або просто управлінням), а вектор-функцію $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ – координатним управлінням, або законом управління (в деяких задачах механіки польоту - законом наведення).

Закон управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ (1.6) фізично виражає відомий принцип зворотного зв'язку, згідно якому величина керуючого впливу визначається на підставі вимірювання поточного стану системи \mathbf{x} і, можливо, моменту часу t .

Кожному вибору векторів керуючих параметрів \mathbf{a} і управління \mathbf{u} (у вигляді (1.5) або (1.6)) і кожному початковому стану (при $t=t_0$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$) відповідає за (1.4) часова послідовність станів $\mathbf{x}(t, t_0, \mathbf{x}_0)$. Яка називається фазовою траєкторією (поведінкою, еволюцією, рухом) системи S . Пара вектор-функцій $\{\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t)\}$ або $\{\mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}(t)\}$ називається процесом управління.

Функціонал. Критерій якості управління. Величина $J[\mathbf{u}(t)]$ називається функціоналом функції $\mathbf{u}(t)$ на відрізку $t_0 \leq t \leq t_1$, якщо кожній функції $\mathbf{u}(t)$, $t \in [t_0, t_1]$, що належить деякому класу функцій, поставлено у відповідність певне число.

Таким чином, функціонал $J[\mathbf{u}(t)]$ - це функція, у якій роль незалежної змінної (функціонального аргументу) грає функція $\mathbf{u}(t)$. При цьому $J[\mathbf{u}(t)]$ залежить від сукупності всіх значень, прийнятих функцією $\mathbf{u}(t)$ на відрізку $[t_0, t_1]$, і може розглядатися як функція нескінченного числа незалежних змінних.

Для кожного фіксованого кінцевого моменту часу $t_1 = t_1'$ стан $\mathbf{x}(t_1')$ системи S , що рухається з початкового стану (t_0, \mathbf{x}_0) , відповідно до рівняння

(1.4), є одночасно векторним функціоналом (вектором, компонентами якого є функціонали) від управління $\mathbf{u}(t)$ і вектор-функцією від вектора \mathbf{a} і вектора початкових умов $\mathbf{x}_0(t_0)$. Критерії якості процесів управління є функціоналами.

Загальна форма критерію якості в теорії оптимальних процесів має вид

$$J[\mathbf{u}(t); \mathbf{a}] = \Phi(t_0, t_1, \mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{a}) + \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{a}) dt \quad (1.7)$$

де $\mathbf{x}(t)$ задовольняє системі (1.4); $\mathbf{u}(t)$ - деяке обране управління; \mathbf{a} - керуючий параметр.

Зокрема, кожна з координат $x_i(t_1)$ системи (1.4) можна записати у формі (1.7):

$$x_i(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{a}) dt + x_i(t_0), \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Автономні системи. Якщо праві частини системи (1.4) і функції f_0 і Φ в (1.7) від часу явно не залежать, то відповідна задача називається автономною:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{a}) \quad (1.8)$$

$$J[\mathbf{u}(t); \mathbf{a}] = \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{a}) + \int_{t_0}^{t_1} f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{a}) dt \quad (1.9)$$

Автономні системи інваріантні щодо зсуву вздовж осі t . Тому для автономних систем важлива тільки тривалість процесу $t_1 - t_0$, і можна покласти $t_0 = 0$.

Допустиме програмне управління. Вектор-функція $\mathbf{u}(t)$ називається допустимим програмним управлінням в основній задачі, якщо:

а) $\mathbf{u}(t)$ належить до класу кусково-неперервних по t на інтервалі $[t_0, t_1]$ функцій, тобто може мати лише кінцеве число точок розриву першого роду;

б) значення $\mathbf{u}(t)$ належать заданій множині U^m для всіх $t \in [t_0, t_1]$.

Кусково-неперервне управління відповідає припущенню про «безінерційність» перекладки рулів, які в момент розриву миттєво «перескакують» з одного положення в інше.

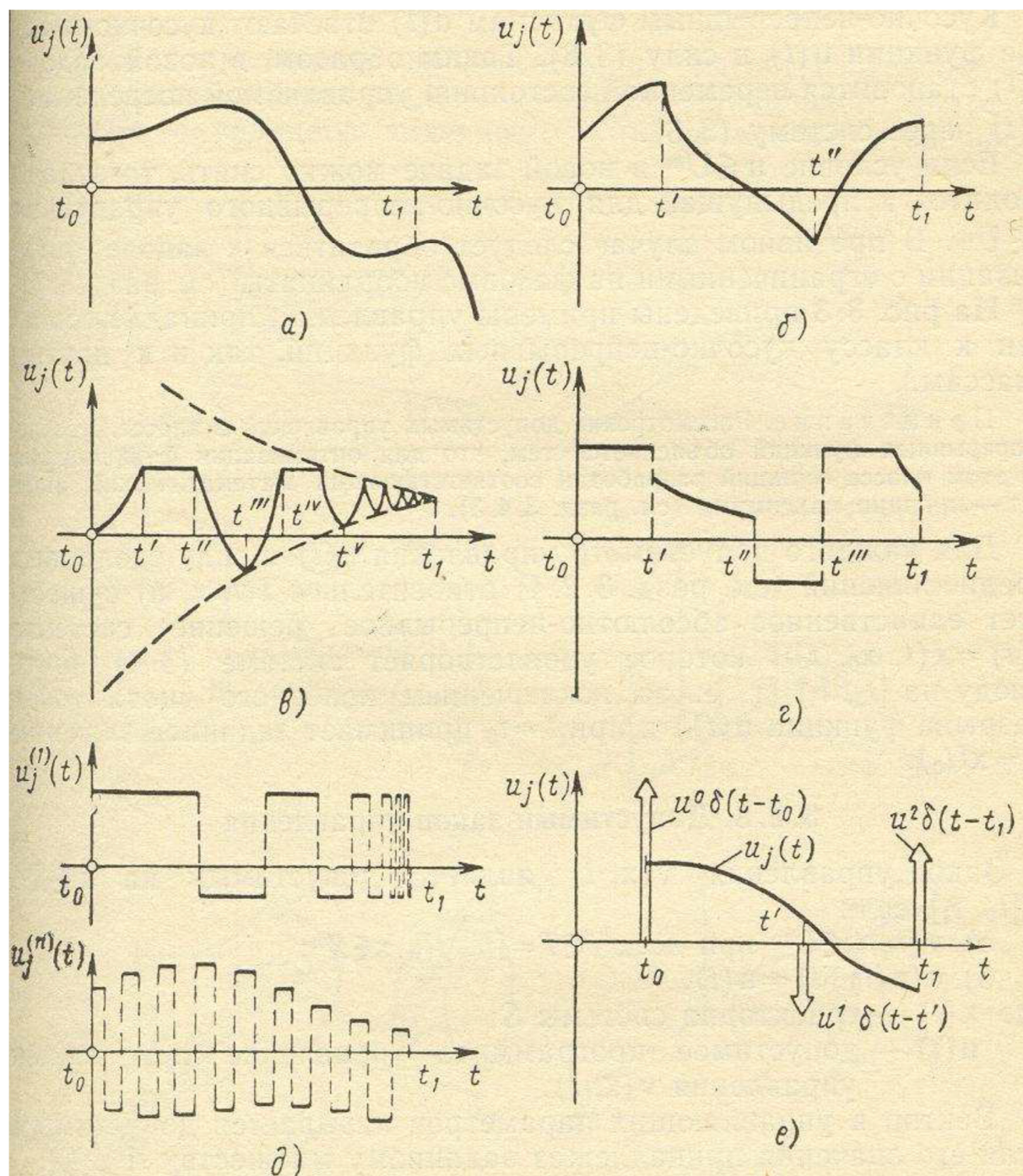


Рис. 1.2. Приклади управлінь $u_j(t)$, що належать різним класам функцій:
 а - гладке управління; б - кусково-гладке неперервне управління; в - неперервне управління (в околі точки t_1 функція $u_j(t)$ недиференційована); г - кусково неперервне управління; д - управління, яке не є кусково-неперервними

($u_j^{(1)}(t)$), містять нескінченне число перемикачів в околі точки t_1 ; $u_j^{(n)}(t)$ – елемент послідовності, що зводиться до функції, розривної в кожній точці відрізка $[t_0, t_1]$; e - управління, що містить δ -функції Дірака; u^0, u^1, u^2 – константи.

Якщо умовою $\mathbf{u} \in U^m$ у новій задачі можна знехтувати, то задача зводиться до попередньої для кусково-неперервного управління $\mathbf{u} \in U^m$. Інакше – слід звернутися до задачі оптимізації з обмеженнями на фазові координати.

На рис. 1.2 наведені приклади управлінь, що належать як до класу кусково-неперервних функцій, так і до інших класів.

Для кожного допустимого управління $\mathbf{u}(t)$ в силу зроблених припущень щодо $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ існує єдиний абсолютно-неперервний розв'язок системи $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t, t_0, \mathbf{x}_0)$, який задовольняє системі майже всюди на $[t_0, t_1]$ (за винятком скінченного числа точок розриву функції $\mathbf{u}(t)$) і при $t = t_0$ приймає задані значення $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$.

Допустимий закон управління. Закон управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \in U^m$ є допустимим на $\mathbf{x} \in \mathbf{X}^n, t \in [t_0, t_1]$, якщо

а) $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \in U^m$ при всіх $t \in T = [t_0, t_1], \mathbf{x} \in \mathbf{X}^n$;

б) $\mathbf{v}(\mathbf{x}(t), t) = \mathbf{u}(t)$,

де $\mathbf{x}(t)$ - траєкторія системи S ;

$\mathbf{u}(t)$ - допустиме програмне управління при законі управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$.

Вектор \mathbf{a} керуючих параметрів називається допустимим, якщо його значення належать заданій множині $A^r \subset R^r$.

Допустимі траєкторії і процеси. Фазова траєкторія $\mathbf{x}(t)$ системи S називається допустимою, якщо:

а) вона отримана з рішення системи диференціальних рівнянь при допустимому управлінні $\mathbf{u}(t)$ або при допустимому законі управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$;

б) значення $\mathbf{x}(t)$ належить до вибраної області \mathbf{X}^n .

Керований процес (\mathbf{x}, \mathbf{u}) називається допустимим, якщо в ньому під дією допустимого управління $\mathbf{u}(t)$ або допустимого закону $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ реалізується допустима траєкторія $\mathbf{x}(t)$.

Граничні умови. Крайова задача. Мета керованого процесу (\mathbf{x}, \mathbf{u}) полягає в переведенні системи S з деякого заданого при $t = t_0$ початкового стану $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ у заданий кінцевий стан $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}(t_1)$ за час $T = t_1 - t_0$.

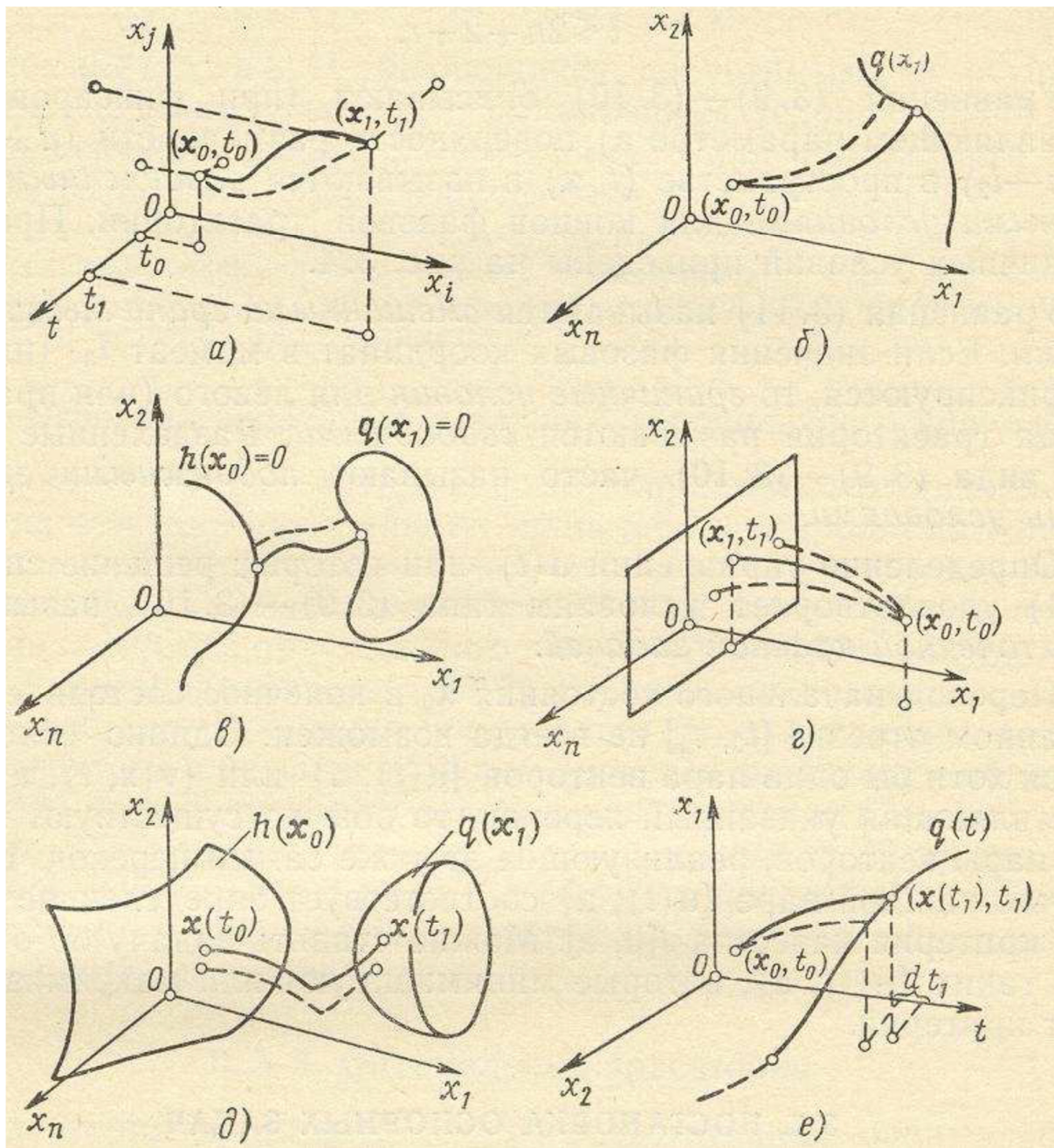


Рис. 1.3. Приклади граничних умов:

a - лівий і правий кінці фазової траєкторії закріплені; b - лівий кінець закріплений, правий - вільний; c - лівий і правий кінці - рухливі; d - лівий кінець закріплений, правий - вільний, за винятком координати x_1 ; e - загальний випадок рухомих граничних умов; f - граничні умови в задачі зустрічі рухів (перехват)

_____ Оптимальна траєкторія; - - - Довільна траєкторія

При цьому не всі компоненти векторів \mathbf{x}_0 і \mathbf{x}_1 і моменти часу t_0, t_1 обов'язково повинні бути фіксованими; деякі можуть залишатися не заданими (вільними). У загальному випадку система S в початковий і кінцевий моменти часу може перебувати в станах, що описуються рівняннями виду

$$\mathbf{h}(t_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{a}) = (h_1, h_2, \dots)^T = 0 \quad (1.11)$$

$$\mathbf{q}(t_1, \mathbf{x}_1, \mathbf{a}) = (q_1, q_2, \dots)^T = 0 \quad (1.12)$$

або загальними рівняннями виду

$$\mathbf{g}(t_0, t_1, \mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{a}) = (g_1, g_2, \dots, g_l)^T = 0 \quad (1.13)$$

де

$$l_1 + l_2 \leq 2n + 2 + r, \quad l \leq 2n + 2 + r.$$

Рівняння (1.11) - (1.12) описують (при фіксованому керуючому параметрі \mathbf{a}) поверхні розмірності $(n + 1 - l_1)$ і $(n - l_2)$ у просторі (t, \mathbf{x}) і називаються розділеними граничними умовами для кінців фазової траєкторії. Приклади граничних умов наведені на рис. 1.3.

Рівняння (1.13) називаються змішаними граничними умовами. Якщо значення фазових координат в момент t_0 (або t_1) не фіксуються, то граничні умови для лівого (або правого) кінця траєкторії називаються

вільними. Розділені умови виду (1.11) - (1.12) часто називають рухомими граничними умовами.

Визначення управлінь по $\mathbf{u}(t)$, при яких рішення системи (1.4) задовольняє умовам типу (1.11) - (1.12), називається двухточечною крайовою задачею.

Переведення початкового стану \mathbf{x}_0 в кінцевий стан \mathbf{x}_1 , на заданому відрізку $[t_0, t_1]$ не завжди можливий. Однак, якщо знайдеться хоча б одна пара векторів $\{\mathbf{u}(t), \mathbf{a}\}$ або $\{\mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \mathbf{a}\}$, що здійснює зазначений перехід, то зазвичай існують й інші пари векторів, що реалізують цей же самий перехід. У цьому випадку кожній парі $\{\mathbf{u}(t), \mathbf{a}\}$ відповідає певне значення критерію якості $J[\mathbf{u}(t)]$. Можна ставити задачу про відшукування таких $\{\mathbf{u}(t), \mathbf{a}\}$, які мінімізують або максимізують цей критерій.

1.7. Основна задача оптимального програмного управління

Основна задача оптимального програмного управління у формі тимчасової програми (1.5) для системи (1.4) з критерієм якості (1.7) і крайовими умовами (1.13) формулюється наступним чином.

Серед усіх допустимих на відрізку $[t_0, t_1]$ програмних управлінь $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t) \in U^m$ і керуючих параметрів $\mathbf{a} \in A^r$, що переводять точку (t_0, \mathbf{x}_0) в точку (t_1, \mathbf{x}_1) , знайти такі, для яких функціонал (1.7) на рішеннях системи (1.4) приймає найменше (найбільше) можливе значення з виконанням умов (1.13).

Управління $\mathbf{u}(t)$, що вирішує цю задачу, називається оптимальним (програмним) управлінням, а вектор \mathbf{a} - вектором оптимальних параметрів.

Якщо пара $\{\mathbf{u}^*(t), \mathbf{a}^*\}$ доставляє абсолютний мінімум функціоналу $J[\mathbf{u}(t)]$ на розв'язках системи (1.4), то виконується співвідношення

$$J_{min} = J^* = J[\mathbf{u}^*(t), \mathbf{a}^*] \leq J[\mathbf{u}(t), \mathbf{a}] \quad (1.14)$$

для всіх $\mathbf{u} \in U^m$, $\mathbf{a} \in A^r$, є допустимими і здійснюють заданий перехід з виконанням умови (1.13).

Аналогічне визначення має місце для абсолютного максимуму (з заміною знака нерівності \leq знаком \geq).

З визначення абсолютного мінімуму (1.14) випливає, що абсолютне мінімальне значення функціоналу $J[\mathbf{u}^*, \mathbf{a}^*]$ є єдиним, чого не можна стверджувати про оптимальне управління $\mathbf{u}^*(t)$ і оптимальний параметр \mathbf{a}^* .

1.8. Основна задача оптимального координатного управління

Основна задача оптимального координатного управління відома в теорії оптимальних процесів як проблема синтезу оптимального закону управління, а в деяких задачах механіки польоту - як завдання про оптимальному законі наведення.

Задача синтезу оптимального закону управління для системи (1.4) з критерієм якості (1.7) і крайовими умовами (1.11), (1.12), де для спрощення передбачається, що функції f_0 , \mathbf{f} , \mathbf{h} , \mathbf{q} , Φ від вектора \mathbf{a} не залежать, формулюється таким чином.

Серед усіх допустимих законів управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ знайти такий, що для будь-яких початкових умов (t_0, \mathbf{x}_0) з (1.11) при підстановці цього закону в (1.4) і в (1.7) здійснюється заданий перехід в (1.12) і критерій якості $J[\mathbf{u}]$ приймає найменше (найбільше) значення.

1.9. Оптимальні траєкторії

Траєкторія системи (1.4), що відповідає оптимальному управлінню $\mathbf{u}^*(t)$ або оптимальному закону $\mathbf{v}^*(\mathbf{x}, t)$, називається оптимальною траєкторією. Сукупність оптимальної траєкторії $\mathbf{x}^*(t)$ і оптимального управління $\mathbf{u}^*(t)$ утворює оптимальний керований процес $\{\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t)\}$.

Встановлено, що при відсутності вектора \mathbf{a} керуючих параметрів в $f_0, \mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{q}, \Phi$ задачі програмного і координатного управління еквівалентні.

Оскільки закон оптимального управління $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ має форму закону управління зі зворотнім зв'язком, то він залишається оптимальним для будь-яких значень початкових умов (\mathbf{x}_0, t_0) і будь-яких координат \mathbf{x} . На відміну від закону $\mathbf{v}^*(\mathbf{x}, t)$, програмне оптимальне управління $\mathbf{u}^*(t)$ є оптимальним лише для тих початкових умов, для яких воно було обчислено.

При зміні початкових умов буде змінюватися і функція $\mathbf{u}^*(t)$. У цьому полягає важлива з точки зору практичної реалізації системи управління відмінність закону оптимального управління $\mathbf{v}^*(\mathbf{x}, t)$ від програмного оптимального управління $\mathbf{u}^*(t)$, оскільки вибір початкових умов на практиці ніколи не може бути зроблений абсолютно точно.

Властивості оптимальних управлінь і оптимальних траєкторій

1. Будь-яка частина оптимальної траєкторії (оптимального управління) також є у свою чергу оптимальною траєкторією (оптимальним управлінням). Ця властивість математично формулюється таким чином.

Нехай $\mathbf{u}^*(t), t_0 \leq t \leq t_1$ – оптимальне управління для обраного функціоналу $J[\mathbf{u}(t)]$, що відповідає переходу зі стану (t_0, \mathbf{x}_0) у стан (t_1, \mathbf{x}_1) по оптимальній траєкторії $\mathbf{x}^*(t)$. Числа t_0, t_1 і вектор \mathbf{x}_0 – фіксовані, а вектор \mathbf{x}_1 вільний.

На оптимальній траєкторії $\mathbf{x}^*(t)$ обирають точки $\mathbf{x}^*(\tau_0), \mathbf{x}^*(\tau_1)$, відповідні моментам часу $t = \tau_0, t = \tau_1$, Де $t_0 \leq \tau_0 \leq \tau_1 \leq t_1$.

Тоді управління $\mathbf{u}^*(t)$ на відрізку $[\tau_0, \tau_1]$ є оптимальним, що відповідає переходу зі стану $\mathbf{x}^*(\tau_0)$ у стан $\mathbf{x}^*(\tau_1)$, а відрізок $[\mathbf{x}^*(\tau_0), \mathbf{x}^*(\tau_1)]$ є оптимальною траєкторією (рис. 1.4).

Таким чином, якщо початковий стан системи є $\mathbf{x}^*(\tau_0)$ і початковий момент часу $t = \tau_0$, то, незалежно від того, яким чином прийшла система до цього стану, її оптимальним подальшим рухом буде відрізок траєкторії $\mathbf{x}^*(t)$, $t_0 \leq t \leq t_1$, що є частиною оптимальної траєкторії між точками (t_0, \mathbf{x}_0) і

(t_1, \mathbf{x}_1) . Ця умова є необхідною для оптимальності процесу і є основою динамічного програмування.

Вимога, щоб початкова і кінцева точки траєкторій порівняння лежали на оптимальній траєкторії в ті ж моменти часу τ_0, τ_1 , що й точки оптимальної траєкторії, або щоб вільний правий кінець \mathbf{x}_1 траєкторії порівняння закінчувався в той же момент t_1 , що і кінець оптимальної траєкторії, є істотними. Без їх виконання ця властивість не має сенсу. Так, якщо задані тільки початкова точка $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ і моменти часу t_0 і τ_0 , а $\mathbf{x}(\tau_0)$ вільний, то відрізок траєкторії $\mathbf{x}^*(t), t_0 \leq t \leq t_1$ може і не бути оптимальним. У цьому випадку оптимальним може бути інший відрізок $\mathbf{x}(t)$ (рис. 1.4).

2. Автономні системи інваріантні щодо зсуву вздовж осі t . Це означає, що якщо $\mathbf{u}^*(t), t_0 \leq t \leq t_1$ здійснює перехід $\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$, і повідомляє функціоналу $J[\mathbf{u}]$ значення J^* , то при будь-якому дійсному τ управління $\mathbf{u}^*(t + \tau), t_0 - \tau \leq t \leq t_1 - \tau$ так само робить перехід $\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$ і надає функціоналу $J[\mathbf{u}]$ значення J^* .

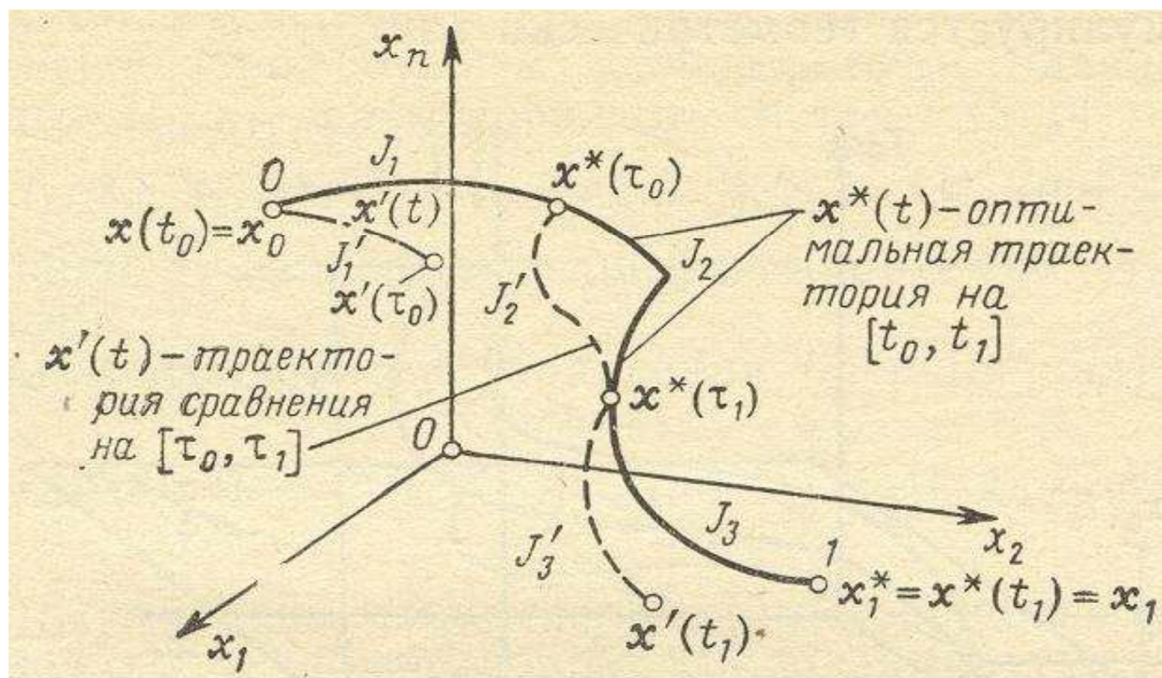


Рис. 1.4. Основна властивість оптимальних траєкторій:

$J_2 > J'_2; J_i (i=1,2,3)$ – значення функціоналу на ділянках оптимальної траєкторії і на траєкторії порівняння.

Висновок: у цьому розділі наводяться основні положення математичної теорії оптимальних процесів, дається математична постановка задач оптимізації різних типів і наводяться загальні методи їх вирішення, засновані на застосуванні принципу максимуму і динамічного програмування. Слід зауважити, що завдання оптимізації руху ЛА, з точки зору їх математичного опису, можна розділити на детерміновані, стохастичні та ігрові (конфліктні).

Таким чином, математична модель технічної задачі управління характеризується сукупністю певних математичних співвідношень між її елементами (диференціальних рівнянь, обмежень типу рівностей і нерівностей, функції якості, початкових і граничних умов і т. д.). У теорії оптимальних процесів встановлюються загальні умови, яким повинні задовольняти елементи математичної моделі.

Розділ 2

Принцип динамічного програмування Беллмана і теорія стійкості Ляпунова

2.1. Принцип динамічного програмування Беллмана

Для визначення оптимального управління лінійними динамічними системами при вирішенні задачі стабілізації можуть бути застосовані різні методи. Це можуть бути класичні методи варіаційного числення, принцип оптимальності Беллмана, принцип максимуму Понтрягіна та ін.

Тут зупинимося на викладі принципу динамічного програмування Беллмана. В основі методу динамічного програмування лежить принцип оптимальності, сформульований Р. Беллманом. «Оптимальні стратегії управління володіють тією властивістю, що яким би не був початковий стан системи і управління в початковий момент, подальше управління повинно бути оптимальним в сенсі заданого критерію щодо будь-якого іншого стану, який може бути природним наслідком управління в початковий момент».

$$\frac{dx}{dt} = F(x, u) \quad (2.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = By + m \Delta u \quad (2.2)$$

Цей принцип для динамічних систем (2.1) і (2.2) може бути сформульований коротше: будь-який відрізок оптимальної траєкторії є теж оптимальна траєкторія. Це означає, що незалежно від того, яким було управління на початковому відрізку $[t_0, T]$, подальше управління на відрізку $[t, T]$ повинно володіти властивістю оптимальності за обраним критерієм.

Отже, якщо ставиться завдання пошуку оптимального управління на всьому відрізку $[t_0, T]$, то управління u має бути оптимальним в кожен момент

Кафедра АКСУ				НАУ 20.6.57.000 ПЗ			
Виконав	Кучерявий А.В.			РОЗДІЛ 2	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					33	96
Консульт.	Білак Н.В.				33		
Н-контр.	Дивнич М.П.				202М		151
Зав.каф.	Тачиніна О.М.						

часу $t \in [t_0, T]$. Застосування принципу оптимальності Беллмана для динамічних систем (2.1) і (2.2) приводить до необхідності вирішення деякого рівняння в часткових похідних – рівняння Беллмана щодо функції v вектора змінних стану x (або y). Дану функцію зазвичай називають похідною і її визначення дозволяє знайти оптимальне управління u^0 , як функцію від вектора стану x (або y), тобто вирішити задачу синтезу.

Виведемо рівняння Беллмана для задачі швидкодії $I \square T$ при управлінні динамічною системою загального вигляду (2.1). Нехай $x_0 = x(t_0)$ – початкове положення системи (2.1). Необхідно знайти управління $u^0 \in U$, що переводить систему (2.1) з положення $x_0 = x(t_0)$ в задане положення $x_T = x(T)$ за мінімальний час. Візьмемо деякий момент часу $t \in [t_0, T]$. Перехід зі стану x_0 в стан $x = x(t)$ здійснюється за час $t - t_0$ (цей час не обов'язково мінімальний). Рухаючись потім зі стану $x(t)$ у стан $x(T)$ оптимально витратимо мінімальний час $T(x)$. Загальний час переходу дорівнюватиме $t - t_0 + T(x)$.

Нехай $T(x_0)$ мінімальний час переходу зі стану x_0 у стан x_T , тоді справедлива нерівність $T(x_0) \leq t - t_0 + T(x)$ або

$$0 \leq 1 + \frac{v(x) - v(x_0)}{t - t_0},$$

де $v(x) = T(x)$.

При $t \rightarrow t_0$ отримуємо

$$0 \leq 1 + \left. \frac{dv(x)}{dx} \right|_{t=t_0}$$

або

$$0 \leq 1 + \left. \frac{\partial v(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0} = 1 + \left. \frac{\partial v(x)}{\partial x} F(x, u) \right|_{t=t_0} \quad (2.3)$$

Оскільки початкова точка $x(t_0)$ була обрана довільно, то згідно з принципом динамічного програмування співвідношення (2.3) має бути справедливо для будь-якої точки $x(t)$, а не тільки для $x(t_0)$. Отже, для будь-якого моменту часу t справедлива нерівність

$$1 + \frac{\partial v(x)}{\partial x} F(x, u) \geq 0,$$

де знак рівності відповідає оптимальній траєкторії.

Таким чином, оптимальне управління повинно бути обчислено з умови

$$\min_u \left[1 + \frac{\partial v(x)}{\partial x} F(x, u) \right] = 0. \quad (2.4)$$

Визначивши з умови мінімуму (2.4) функцію $u^0(x, \frac{\partial v}{\partial x})$ і підставивши в це ж співвідношення, отримаємо диференціальне рівняння в часткових похідних (рівняння Белмана) у вигляді

$$1 + \frac{\partial v}{\partial x} F \left(x, u^0 \left(x, \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) = 0 \quad (2.5)$$

щодо похідних функції $v(x)$.

Розв'язавши рівняння (2.5) і визначивши функцію $v(x)$ потім знаходимо оптимальне управління $u^0(x, \frac{\partial v}{\partial x})$, так як вигляд цієї функції відомий.

При визначенні управління і при виведенні рівняння (2.5) було зроблено два припущення:

1) про існування оптимальної (про швидкодію) фазової траєкторії системи (2.1);

2) про неперервність функції $v(x)$ і її часткових похідних $\frac{\partial v}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial v}{\partial x_n}$.

Друге припущення при вирішенні конкретних задач може виявитися занадто обтяжливим, особливо при розв'язанні задачі швидкодії. Справа в тому, що функція управління u , як правило, належить деякій області допустимих управлінь $u \in U$, яка є обмеженою. Так, наприклад, у найпростішому випадку, коли управління u скалярна величина, воно може задовольняти нерівності $u_{min} \leq u \leq u_{max}$. При побудові управління може виявитись, що оптимальне управління знаходиться в класі кусково-неперервних функцій і полягає воно в постійному перемиканні управління з одного граничного значення на інше. У цьому випадку функція $v(x)$ стає недиференційованою в точках перемикання управління і застосування викладеного методу стає необґрунтованим. Однак існують модифікації методу динамічного програмування, а також інші методи (наприклад, принцип максимуму Понтрягіна), які дозволяють уникнути ці труднощі.

Розглянемо більш загальний випадок управління динамічною системою (2.1), коли критерій оптимальності має вигляд

$$I = \int_0^T w(x(t), u(t)) dt \quad (2.6)$$

, де функція $w(x, u) \geq 0$ є додатнєовизначеною квадратичною формою векторів x, u . При цьому функція $w(x, u) = 0$, лише при $x = u = 0$. Зокрема, цій умові задовольняє функціонал

$$I = \int_0^T (\Psi(y) + c \Delta u^2) dt \quad (2.7)$$

лінійної системи (2.1).

Введемо новий час

$$\tau(t) = \int_{t_0}^t w(x, u) dt \quad (2.8)$$

, де за рахунок автономності системи (2.1) можна покласти $t_0 = 0$.

Тоді, диференціюючи співвідношення (2.8) по часу, отримаємо диференціальне рівняння для нового часу

$$\frac{d\tau}{dt} = w(x, u) \quad (2.9)$$

Переходячи в системі (2.1) до інтегрування по новому часу τ , отримаємо

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{F(x, u)}{w(x, u)} \quad (2.10)$$

У цьому випадку критерій оптимальності набуде вигляду

$$I = \tau(T) \quad (2.11)$$

, де T – кінцевий час.

Отже, приходимо до тієї ж задачі швидкодії, тільки з іншим часом τ . Тут передбачається, що допустимі траєкторії системи (2.10) не проходять через точку $x = u = 0$. Виняток може становити лише кінцева точка траєкторії (при $t = T$). Тоді, застосовуючи ту ж схему виведення рівняння Беллмана, як для класичної задачі швидкодії, отримаємо

$$\min_u \left[1 + \frac{\partial v(x)}{\partial x} \frac{F(x, u)}{w(x, u)} \right] = 0$$

або

$$\min_u \left[w(x, u) + \frac{\partial v(x)}{\partial x} F(x, u) \right] = 0 \quad (2.12)$$

У цьому випадку схема визначення оптимального управління методом динамічного програмування складається з двох етапів.

1. Визначення з умови мінімуму (2.12) функції $u^0\left(x, \frac{\partial v}{\partial x}\right)$ (знаходиться вигляд функції).

2. Підстановка цієї функції в співвідношення (2.12) і рішення диференціального рівняння в часткових похідних

$$w\left(x, u^0\left(x, \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) + \frac{\partial v(x)}{\partial x} F\left(x, u^0\left(x, \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) \quad (2.13)$$

відносно $v(x)$.

3. Визначення оптимального управління $u^0\left(x, \frac{\partial v}{\partial x}\right)$ у явному вигляді при відомій функції $v(x)$.

2.2. Оптимальне управління лінійними динамічними системами

Розглянемо визначення оптимального управління лінійною динамічною системою виду (2.2)

$$\frac{dy}{dt} = By + tu, \quad (2.14)$$

при вирішенні задачі стабілізації з квадратичним критерієм оптимальності

$$I = \int_0^T (y^* a y + c u^2) dt. \quad (2.15)$$

Тут квадратна матриця a задовольняє умовам Сильвестра:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} \end{vmatrix} > 0,$$

$c > 0$ – деяка константа, $T \leq \infty$ – кінцевий час, u – управління (скаляр),
 (*) – знак транспонування, y^* – матриця-рядок. У системі (2.14) матриця B і вектор m – задані (у загальному випадку вони можуть залежати від часу t).

Ставиться задача про оптимальний перехід системи (2.14) з початкового положення $y(t_0)$ в початок координат $y(T) = 0$. Для розв'язання цієї задачі використовується принцип Беллмана (2.12), який для лінійної системи (2.14) і критерію (2.15) приводить до співвідношення

$$\min_u [y^* a u + c u^2 + \frac{\partial v(y)}{\partial y} (B y + m u)] = 0 \quad (2.16)$$

Вираз, що стоїть під знаком мінімуму в співвідношенні (2.16), являє собою квадратичну функцію управління u . Виділяючи складові, що залежать тільки від управління, отримаємо

$$f(u) = c u^2 + \frac{\partial v(y)}{\partial y} m u.$$

Необхідна умова мінімуму цієї функції по управлінню матиме вигляд

$$\frac{\partial f}{\partial u} = 2c u + \frac{\partial v(y)}{\partial y} m = 0 \quad (2.17)$$

Причому виконується достатня умова мінімуму: $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} = 2c > 0$.

Тому оптимальне управління визначаємо з умови (2.17) у вигляді

$$u^0 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{1}{2c} \frac{\partial v}{\partial y} m, \quad (2.18)$$

де вираз $\frac{\partial v}{\partial y} m$ розглядається як скалярний добуток векторів $\frac{\partial v}{\partial y}$ і m , тобто

$$\frac{\partial v}{\partial y} m = \frac{\partial v}{\partial y_1} m_1 + \dots + \frac{\partial v}{\partial y_n} m_n.$$

Підставляючи управління (2.18) в умову (2.16) і звівши подібні члени, отримаємо рівняння Беллмана для лінійної динамічної системи (2.14)

$$y^* a y + \frac{\partial v}{\partial y} B y - \frac{1}{4c} \left(\frac{\partial v}{\partial y} m \right)^2 = 0 \quad (2.19)$$

У цьому випадку визначення оптимального управління для лінійної системи здійснюється наступним чином:

- 1) з рівняння в часткових похідних (2.19) знаходиться функція $v(y, t)$;
- 2) функцію $v(y, t)$ підставляємо у вираз (2.18) і визначаємо оптимальне управління $u^0(y, t)$.

Після підстановки оптимального управління $u^0(y, t)$ у вихідну систему (2.14) рішення отриманої замкнутої системи повинні задовольняти (відповідно до вимог задачі стабілізації) деяким умовам стійкості, зокрема, вони повинні з часом наближатися до початку координат $y(T) = 0$. Тут слід зазначити, що рівняння Беллмана (2.19) може мати кілька рішень $v(y, t)$. Необхідно з цих можливих розв'язків вибрати той, що буде забезпечувати згадану вище умову стійкості. Вибір необхідного розв'язку може бути здійснений на основі теорії стійкості Ляпунова А.А.

2.3. Теорія стійкості Ляпунова

Основоположні поняття Ляпунова А.А. про стійкість руху динамічних систем і методи, що дозволяють встановлювати властивості стійкості, знаходять безпосереднє застосування при вирішенні задачі стабілізації.

Розглянемо рівняння обуреного руху, записавши їх у вигляді

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \Phi(y, t) \quad (2.20)$$

, де вектор y визначає відхилення від незбуреного руху $y = 0$, при цьому $\Phi(0, t) = 0$.

Причому у формі (2.20) може бути записана як вихідна система (2.1) без управління $u = 0$, так і система з вибраним управлінням $u^0(y, t)$. І в тому, і в

іншому випадку нас будуть цікавити властивості стійкості деякого частинного розв'язку системи (2.1), тобто поведінка вектора відхилень $y = x(t) - x^0(t)$.

Визначення (стійкість по Ляпунову А.А.). Невимушений рух $y = 0$ називається стійким за Ляпуновим, якщо для будь-якого заданого числа $\varepsilon > 0$, яким би воно малим не було, знайдеться інше число $\delta(\varepsilon) > 0$ таке, що виконується нерівність

$$\|y(t_0)\| \leq \delta,$$

що має наслідок виконання нерівності

$$\|y(t)\| < \varepsilon$$

при будь-якому $t > t_0$; в іншому випадку невимушений рух буде нестійким.

У цьому визначенні позначення $\|y(t_0)\|$, $\|y(t)\|$ означають евклідову норму вектора відхилень y у початковий t_0 і поточний t , моменти часу, наприклад,

$$\|y(t)\| = \sqrt{y_1^2(t) + \dots + y_n^2(t)}$$

Оскільки рівняння $\|y(t_0)\| = \delta$ і $\|y(t)\| = \varepsilon$ у просторі змінних $y_1 \dots y_n$ задають гіперсфери, то геометричне тлумачення стійкості по Ляпунову наступне: яким би не було число $\varepsilon > 0$, тобто якою б не була задана сферична область в просторі змінних $y_1 \dots y_n$, існує таке число $\delta > 0$, що при початковому положенні системи знаходиться всередині або на поверхні сфери $\|y(t_0)\| \leq \delta$, то фазова траєкторія системи буде знаходитися всередині сфери $\|y(t)\| < \varepsilon$ у всі моменти часу руху системи $t > t_0$.

Асимптотична стійкість. Невимушений рух $y = 0$ називається стійким асимптотично, якщо:

- 1) він стійкий по Ляпунову;
- 2) виконується гранична рівність

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t)\| = 0$$

Сформулюємо основні теореми прямого (другого) методу Ляпунова розв'язання задач стійкості для системи (2.20). Теореми ці ґрунтуються на

властивостях деяких скалярних функцій $W(y, t)$, які визначаються наступним чином.

Теорема 1 (про стійкість за Ляпуновим). Якщо рівняння руху системи (2.20) є такими, що можна знайти 41знаковизначена додатньо функцію $W(y, t)$, повна похідна якої

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial y} \Phi(y, t) \quad (2.21)$$

отримана з цих рівнянь є від'ємною або тотожно рівна нулю, то невимушений рух $y = 0$ стійкий за Ляпуновим.

Теорема 2 (про асимптотичну стійкість). Якщо рівняння руху системи (2.20) є такими, що можна знайти знаковизначена додатньо функцію $W(y, t)$, яка допускає нескінченно малу вищу межу при $\|y\| \rightarrow 0$ і має 41знаковизначену похідну за часом, то невимушений рух $y = 0$ асимптотично стійкий.

2.4. Зв'язок методу динамічного програмування з теорією стійкості Ляпунова

Припустимо, що в результаті рішення рівняння Беллмана (2.19) визначена яка-небудь функція $v(y)$ і відповідне для неї управління $u^0\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) = u^0(y)$. Підставимо це управління в систему (2.14) і в рівняння (2.16), тоді

$$\frac{dv}{dy} = -w(y, u^0(y)), \quad (2.21)$$

де $w(y, u^0(y))$ – підінтегральна функція в критерії (2.15).

За визначенням $w(y, u^0(y))$ – знаковизначена додатньо функція. З іншого боку, якщо вдасться задовольнити рівняння Беллмана (2.19) будь-якою знаковизначеною додатньою функцією $v(y)$, то ця функція буде функцією Ляпунова для системи (2.14). Причому вона буде відповідати умовам теореми про асимптотичну стійкість другого методу Ляпунова, що впливає з рівняння (2.21). У цьому випадку замкнута система, отримана підстановкою управління $u^0(y)$ в систему (2.14), буде мати властивість асимптотичної стійкості $\|y\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Теорема 3. Для того, щоб управління $u^0(y)$, визначене методом динамічного програмування, давало оптимальне рішення задачі стабілізації, достатньо, щоб відповідна йому функція $v(y)$

- 1) задовольняла рівняння Беллмана (2.19);
- 2) була функцією Ляпунова для замкнутої системи.

Функцію $v(y)$, що задовольняє умовам цієї теореми, зазвичай називають оптимальною функцією Ляпунова.

2.5. Розв'язання рівняння Беллмана для лінійних нестационарних динамічних систем

При розгляді лінійних нестационарних систем припускається, що матриця B і вектор m залежать від часу t через залежність від часу програмного оптимального управління. У цьому випадку перепишемо систему (2.2) наступним чином

$$\frac{dy}{dt} = B(t)y + m(t)u \quad (2.22)$$

де $B(t)$, $m(t)$ – відомі функції часу.

Розв'язується таж задача оптимального управління про переведення системи (2.22) з початкового положення $y(t_0)$ у початок координат $y(T) = 0$ з критерієм оптимальності

$$I = \int_0^T (y^* a y + c u^2) dt \quad (2.23)$$

Співвідношення, що виражає принцип оптимальності Беллмана, для системи (2.22) набуде вигляду

$$\min_u [y^* a y + c u^2 + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v(x)}{\partial x} (B(t)y + m(t)u)] = 0. \quad (2.24)$$

Вигляд оптимального закону управління такий

$$u^0 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{1}{2c} \frac{\partial v}{\partial y} m,$$

підставляючи його у співвідношення (2.24), отримаємо рівняння Беллмана для нестационарної лінійної системи (2.22)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + y^* a y + \frac{\partial v}{\partial y} B y - \frac{1}{4c} \left(\frac{\partial v}{\partial y} m \right)^2 = 0 \quad (2.25)$$

Розв'язок рівняння Беллмана (2.25) шукаємо у вигляді квадратичної форми

$$v(y, t) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{k=1}^n A_{\alpha\beta}(t) y_{\alpha} y_{\beta} = y^* A y,$$

де $A_{\alpha\beta}(t)$ – компоненти матриці $A(t)$.

Далі необхідно підставити квадратичну форму у рівняння (2.25) і прирівняти коефіцієнти при однакових доданках. У результаті отримаємо

$$\frac{dA_{\alpha\beta}}{dt} = -a_{\alpha\beta} - \sum_{k=1}^n (A_{k\alpha} b_{k\beta} + A_{k\beta} b_{k\alpha}) + \frac{1}{c} \sum_{k=1}^n (A_{k\alpha} m_k) \sum_{k=1}^n (A_{k\beta} m_k) \quad (2.26)$$

де $\alpha = 1, \dots, n$, $\beta = 1, \dots, n$ і $\alpha \leq \beta$.

Систему диференціальних рівнянь (2.26) необхідно проінтегрувати за часом. Визначимо коефіцієнти $A_{\alpha\beta}(t)$ методом чисельного інтегрування з урахуванням необхідних кінцевих граничних умов $y(T) = 0$. Тоді можна задати $A_{\alpha\beta}(T) = 0$ і проінтегрувати систему (2.26) назад з від'ємним кроком до початкового часу $t = t_0$. Якщо $T = \infty$, то час T береться досить великий, щоб при його зміні в більшу сторону величини $A_{\alpha\beta}(t_0)$ майже не змінювалися. Після того, як визначені функції $A_{\alpha\beta}(t)$, управління визначається у вигляді

$$u^0(y) = \sum_{k=1}^n p_k(t) y_k \quad (2.27)$$

де

$$p_k(t) = -\frac{1}{c} \sum_{\alpha=1}^n A_{\alpha k}(t) m_{\alpha},$$

де $\alpha = 1, \dots, n$.

2.6. Вибір критерію оптимальності при вирішенні задачі стабілізації

При вирішенні задачі оптимальної стабілізації систем припускалось, що критерій оптимальності обраний заздалегідь і вигляд його відомий. Фактично

вибір критерію повинен проводити фахівець, який проектує систему стабілізації. Якщо підінтегральна функція в інтегралі не приймає від'ємних значень, то критерій виражає міру відхилення дійсного руху від номінального програмного руху. Шуканий закон управління повинен забезпечити мінімізацію цієї величини на всій програмній траєкторії системи. Якщо структура критерію відома, то необхідно задати вагову матрицю a і ваговий коефіцієнт c . Обираючи ці параметри, можна задовольнити деяким вимогам, яким повинен задовольняти перехідний процес в системі. Ці вимоги іноді називають вторинними критеріями оптимальності. Найбільш важливі з них викладено далі.

1. Критерій «час регулювання». Дано дві сфери $\|y(t_0)\| = \delta$ і $\|y(t^*)\| = \varepsilon$ такі, що $\delta > \varepsilon$. Розглянемо всю множину допустимих управлінь $u(y, t)$, при яких фазова точка, що починає свій рух на першій сфері, приходить під дією управління на другу сферу і залишається всередині неї при будь-якому $t > t^*$. Такий час завжди існує, оскільки замкнута система асимптотично стійка. Вважатимемо t^* часом регулювання. У загальному випадку можна ввести деяке обмеження $t^* < T$, де T – задане число.

Дане обмеження відбирає серед усіх допустимих управлінь ті, які гарантують замкнутій системі певну швидкість затухання перехідного процесу.

2. Критерій монотонності. Цей критерій забезпечує деякі певні властивості гладкості перехідному процесу, наприклад, аперіодичність. Аперіодичність для лінійної замкненої системи досягається, якщо її власні значення від'ємні. У цьому випадку перехідний процес не є коливальним.

3. Критерій, що враховує обмеження, які накладаються на управління $u(y, t)$. Наприклад, допустимі управління можуть належати деякій області $u(t) \in U$. У разі скалярного управління ця область може бути задана у вигляді нерівності $|u(t)| \leq \bar{u}$, де \bar{u} – задана величина.

4. Критерій, що забезпечує приналежність фазової траєкторії до заданої області. За допомогою цього критерію можна врахувати деякі обмеження, що

накладаються на фазові змінні замкнутої системи. Наприклад, можна сформулювати вимогу, щоб фазові змінні задовольняли нерівностям $|y_i| \leq \bar{y}_i$, де $i = 1, \dots, n$; \bar{y}_i – задані числа.

5. Критерій, що враховує обмеження на похідні функції управління. Наприклад, можуть бути задані нерівності $\left| \frac{du_i}{dt} \right| \leq \dot{U}_i$, де $i = 1, \dots, r$; \dot{U}_i – задані числа.

Задача вибору управління з урахуванням деяких перерахованих обмежень може бути сформульована наступним чином. Розглянемо множину Ω визначену додатньо по y і u функцій $w(x, u)$, що входять в основний критерій

$$I = \int_0^T w(x, u) dt \quad (2.28)$$

Прикладом множини Ω може бути множина функцій

$$w(x, u) = y^* a u + c u^2,$$

де матриця a задовольняє умовам Сильвестра і $c > 0$.

Задача вибору. Серед функціоналів виду (2.28), у яких функції $w(x, u)$ належать заданій множині Ω , потрібно вказати ті, при яких:

- 1) можна розв'язати задачу управління і замкнута система оптимальна;
- 2) задовольняється задана сукупність обмежень.

Очевидно, сформульована задача вибору заданого функціонала (2.28) зводиться до вибору матриці a і коефіцієнта $c > 0$. У загальному випадку ця задача складна і не завжди має розв'язки. Вторинним критерієм за часом регулювання і обмеженням на управління можна задовольнити, змінюючи коефіцієнт $c > 0$. При збільшенні цього коефіцієнта передавальні числа p_k в оптимальному управлінні (2.27) зменшуються, що веде до зменшення значень функції управління $u(t)$ у кожен момент часу. З іншого боку при цьому збільшується час регулювання t^* при реалізації перехідного процесу. Тому в кожній конкретній задачі необхідно досягати певного компромісного вибору

коефіцієнта $c > 0$ за результатами рішень декількох задач оптимізації. Аналогічно, обираючи компоненти матриці a можна досягти швидшого регулювання по якій-небудь фазовій змінній y_i , отже, задовольнити деяким обмеженням. Так, наприклад, якщо вихідна лінійна система приведена до головних координат, то збільшення коефіцієнта a_{ii} матриці a веде до швидшого регулювання по змінній y_i . Для врахування обмеження на похідну функції управління вводимо цю похідну в критерій оптимізації, змінюючи вид функції w

$$w(x, u) = y^* a y + c u^2 + c_1 \left(\frac{du}{dt} \right)^2,$$

де $c_1 > 0$.

У цьому випадку рішення задачі оптимізації ускладнюється, проте, змінюючи коефіцієнт $c_1 > 0$ можна, як і раніше, задовольнити обмеженням на похідну функції управління.

2.7. Оптимальний вибір коефіцієнтів регулятора при управлінні лінійною системою другого порядку

Нехай рівняння об'єкта управління мають вигляд

$$\frac{dy_1}{dt} = b_{11}y_1 + b_{12}y_2 + m_1u, \quad \frac{dy_2}{dt} = b_{21}y_1 + b_{22}y_2 + m_2u \quad (2.29)$$

y_1, y_2 – змінні стану системи, $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, m_1, m_2$ – задані параметри системи, u – скалярне управління.

Необхідно для заданої системи вирішити задачу стабілізації, тобто знайти управління u , що переводить систему з деякого початкового стану $y_1(t_0), y_2(t_0)$ у початок координат $y_1(T) = y_2(T) = 0$, де $T \leq \infty$ – заданий час. При цьому критерій оптимальності

$$I = \int_0^T (a_{11}y_1^2 + a_{12}y_1y_2 + a_{22}y_2^2 + cu^2)^2 dt \quad (2.30)$$

повинен бути мінімальним. Коефіцієнти a_{11} , a_{12} , a_{22} , c вважаються заданими, а функція, що стоїть під знаком інтеграла, визначена додатньо.

Задача оптимального управління вирішується класично без задання додаткових обмежень. Рішення поставленої задачі, як показано раніше, зводиться до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (2.27), з якої знаходяться параметри A_{11} , A_{12} , A_{22} , що визначають коефіцієнти p_1 , p_2 оптимального регулятора і, відповідно, оптимальне управління (2.27).

Для системи другого порядку і критерію система алгебраїчних рівнянь (2.27) набуде вигляду

$$\begin{aligned} a_{11} + 2(A_{12}b_{21} + A_{11}b_{11}) - \frac{1}{c}(A_{11}m_1 + A_{12}m_2)^2 &= 0, \\ a_{22} + 2(A_{12}b_{12} + A_{22}b_{22}) - \frac{1}{c}(A_{12}m_1 + A_{22}m_2)^2 &= 0, \quad (2.31) \\ a_{12} + A_{11}b_{12} + A_{12}b_{11} + A_{12}b_{22} + A_{22}b_{21} - \frac{1}{c}(A_{11}m_1 + A_{12}m_2)(A_{12}m_1 + \\ &A_{22}m_2) = 0. \end{aligned}$$

З усіх можливих розв'язків системи (2.31) необхідно обрати таке, яке задовольняє умовам Сильвестра. Для даного випадку:

$$A_{11} > 0, \quad A_{11}A_{22} - A_{12}^2 > 0, \quad (2.32)$$

що забезпечує додатню визначеність функції Ляпунова як квадратичної форми (2.24). Тоді оптимальне управління буде мати вигляд

$$u^0(y_1, y_2) = p_1 y_1 + p_2 y_2. \quad (2.33)$$

Тут

$$p_1 = -\frac{1}{c}(A_{11}m_1 + A_{12}m_2), \quad p_2 = -\frac{1}{c}(A_{12}m_1 + A_{22}m_2),$$

коефіцієнти оптимального регулятора (стабілізатора).

2.8. Оптимальний вибір коефіцієнтів регулятора із застосуванням регулятора lqr

У цьому разі застосування цього методу всі матриці в математичній моделі об'єкта і в квадратичному критерії якості є постійними і не залежать від часу. Процес розглядається на нескінченному інтервалі $t \rightarrow \infty$. Оскільки всі матриці сталі, то диференціальне рівняння Ріккати перетворюється в алгебраїчне. Для цього випадку дослідження можна подати у вигляді такої теореми. Нехай об'єкт управління описується в просторі станів четвіркою числових матриць (A, B, C, D). Припустимо, що на вхід регулятора можна подати всі фазові координати об'єкта, тобто існує зворотний зв'язок за станом об'єкта управління.

Структурну схему такої системи зображено на рис. 2.1

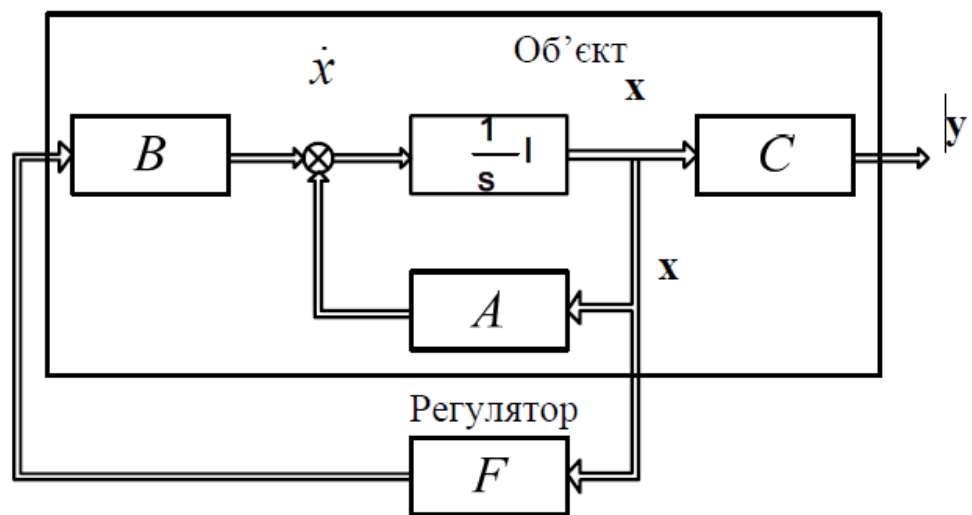


Рис. 2.1. Замкнена система управління із зворотним зв'язком за станом

Інтегральний квадратичний критерій якості має вигляд:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

Тоді оптимальне управління об'єктом за критерієм буде:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{F}_0 \mathbf{x}; \quad \mathbf{F}_0 = \operatorname{argmin} J(F); \quad \mathbf{F}_0 = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^*$$

де матриця \mathbf{P}^* є стабілізуючим розв'язком алгебраїчного рівняння

Ріккати:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{P}^* \mathbf{A} - \mathbf{P}^* \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{Q} = 0.$$

Синтез введення оптимального регулятора зводиться до такого:

- 1) задаються матриці (станів та управління), що описують динаміку об'єкта, а також вагові матриці для функціонала якості;
- 2) знаходиться рішення відповідних рівнянь Ріккати;
- 3) знаходиться матриця оптимальних коефіцієнтів підсилення регулятора F .

Усі ці операції виконуються в пакеті програм MATLAB за допомогою оператора *lqr*. У результаті синтезу оптимального регулятора одержуємо F – коефіцієнти підсилення оптимального детермінованого регулятора; P – розв'язок рівняння Ріккати; E – вектор власних чисел замкненої системи.

Висновок: у даному розділі були розглянуті принцип динамічного програмування Беллмана і теорія стійкості Ляпунова, а також зв'язок методу динамічного програмування з теорією стійкості. Було розглянуто принципи, покладені в основу методу динамічного програмування. Також було досліджено питання, що дає привід вважати управління $u^0(y)$, визначене методом динамічного програмування, таким, що дає оптимальне рішення задачі стабілізації. Окрім того, було також розглянуто питання про оптимізацію системи, поліпшення її динамічних характеристик за допомогою введення в систему оптимального детермінованого регулятора.

Розділ 3

Синтез оптимального управління крену для БПЛА Aerosonde

3.1 Опис безпілотного літального апарату Insitu Aerosonde.

Як вказано в вступі об'єктом дослідження вказаний безпілотний літак Aerosonde, тож доцільно надати загальну інформацію про нього.

Insitu Aerosonde — невеликий безпілотний літальний апарат (БПЛА), розроблений для збору метеорологічних даних, включаючи температуру, атмосферний тиск, вологість повітря, напрямок і силу вітру над океанами та у важкодоступних районах. Aerosonde (рис. 3.1) був розроблений американською компанією Insitu та зараз випускається австралійською компанією Aerosonde Ltd. Aerosonde першого покоління Laima став першим безпілотним літальним апаратом, що перетнув Атлантичний океан (у 1998 році). Aerosonde оснащений модифікованим двигуном моделі Erua R120 і несе на борту невеликий комп'ютер, метеорологічні інструменти і GPS-приймач для навігації. Він також використовується Збройними Силами США для розвідки, спостереження та розвідки (ISR). [11]

Безпілотний літак з катапультним запуском має злітну вагу 34,1 або 36 кг (75 або 79 фунтів) залежно від типу двигуна, з витримкою понад 10 годин і електрооптичним / інфрачервоним та лазерним покажчиком. Типова система складається з чотирьох повітряних транспортних засобів і двох наземних контрольних станцій, які розміщені в наметах або пристосовані до більшості транспортних засобів. Система може також включати віддалені відеотермінали для індивідуальних користувачів, щоб підняти нові пункти навігації та команди датчиків, а також отримати зображення та відео з датчика, з транспортного засобу з посиленого планшетного пристрою.

Кафедра АКСУ				НАУ 20.6.57.000 ПЗ			
Виконав	Кучерявий А.В.			РОЗДІЛ 3	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					50	96
Консульт.	Білак Н.В.						
Н-контр.	Дивнич М.П.						
Зав.каф.	Тачиніна О.М.					202М	151

Більш сучасний безпілотний літак Aerosonde має технологію вертикального зльоту і посадки (VTOL). Окрім того апарат важить 36 кг і може нести до 9 кг корисного навантаження у вигляді електрооптичного устаткування. Центр тяжкості можна зміщувати, тому на дрон можна встановити практично будь-яке модульне обладнання. Тривалість перебування в повітрі може досягати 16 годин, в той час, як гібридна версія обмежена 12 годинами. Використання відразу двох безпілотників забезпечить можливість безперервного спостереження для одного центру.



Рис. 3.1 Загальний вид безпілотного літака Aerosonde

Основні характеристики Aerosonde [12]:

- Екіпаж: Дистанційне керування
- Довжина: 5 футів 8 дюймів (1,7 м)
- Розмах крил: 9 футів 8 дюймів (2,9 м)
- Висота: 0 фути 0 дюймів (0,60 м)
- Площа крила: 6,1 фт² (0,57 м²)
- Маса: 13,1 кг
- Максимальна швидкість (в залежності від модифікації), км/год: 75
- Крейсерська швидкість (в залежності від модифікації), км/год: 70
- Дальність дії, км: 150
- Практична стеля, м: 4500

- Силова установка: Модифікований модель двигуна Erua R120, 1.74 л.с. (1280 Вт)
- Електростанція Lycoming EI-005 Multi Fuel
- коефіцієнт мінімального лобового опору: 0,0434
- коефіцієнт підйомної сили при нульовому куті тангажу: 0,23
- коефіцієнт підйомної сили похідної першого порядку за кутом атаки: 5,6106
- маса літака при повних баках: 13,5 кг
- маса літака при порожніх баках: 8,5 кг
- Моменти інерції:
 - 1) по осі O_x : 3,4 кг * м²;
 - 2) по осі O_y : 4,8 кг * м²;
 - 3) по осі O_z : 4,8 кг * м²

Також БПЛА Aerosonde призначений для тестування бортового радіоелектронного обладнання, датчиків, каналів радіоуправління і телеметрії. ЛА представляє собою стійкий і керований літальний апарат (повністю автономний або дистанційно керований), ризик втрати якого мінімальний. компоновання ЛА виконана за схемою двухбалочного двухкрилового моноплана з високорозташованим крилом і П-образним хвостовим оперенням.

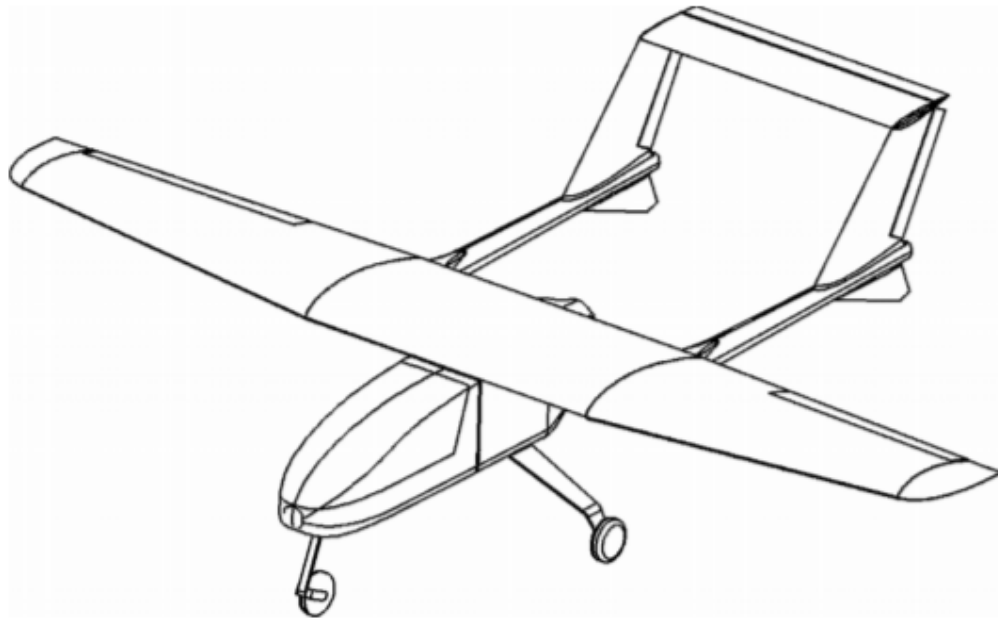


Рис. 3.2. Загальний вид компонування.

3.2 Характеристики та опис двигуна Eнya R120

Eнya Metal Products Co., Ltd., один з найбільших і найстаріших японських виробників модельних двигунів, вперше увійшла в 4-тактне поле двигуна моделі в 1980 році з введенням Eнya 35-4C, який на той час був найменшим 4-тактним двигуном на ринку. У 1982 році Eнya представила свій 60-4C - який був дійсно початком більш потужних 4-тактних двигунів і був найсильнішим 4-тактним двигуном на ринку в той час. [14]

Особливості двигуна Eнya R120-4C (рис. 3.3):

1. Дуже потужний і високооборотний
2. Має хороший контроль швидкості
3. Підходить для моделей R / C пілотажних, спортивних і масштабних літаків.
4. Міцна і надійна конструкція
5. Легке керування

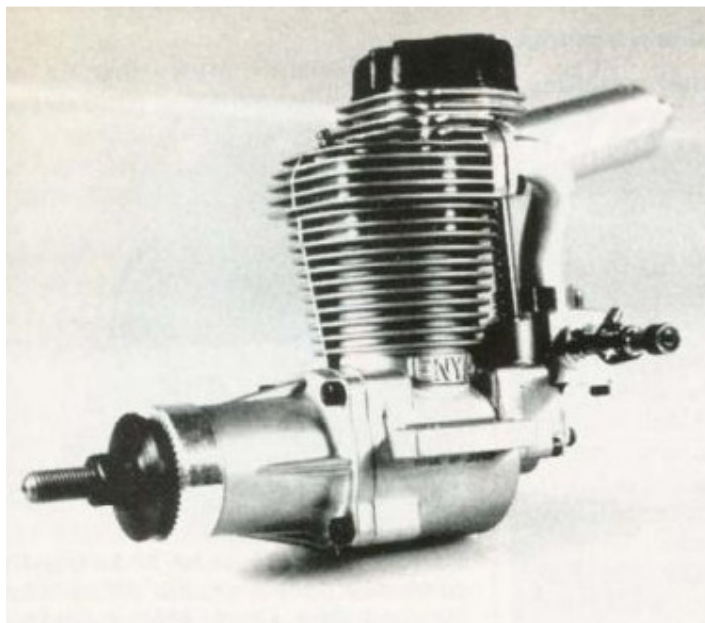


Рис 3.3 Двигун Enya R120-4C.

ТЕХНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Тип: одноциліндровий, 4-тактний цикл, повітряне охолодження, запалювання свічки підігріву, з накладними клапанами, що приводяться в дію штовхачами та двома розподільними валами. [13]

Виробник: Enya Metal Products Co., Ltd., Токіо, Японія

Імпортер: Altech Marketing Inc., Fords, Нью-Джерсі

Таблиця 3.1.

Характеристики двигуна ENYA R120-4C.

		ENYA R120-4C
Циліндер отвір x хід	мм	31.0 x 26.4
Зміщення циліндра	куб	19.93
Вага	г	32,8 гр. (з глушителем)
Макс. потужність	Кінних сил	2.1/12,500 об/хв
Практичний діапазон швидкості	Об/хв	9,000 ~ 12,500
Швидкість холостого ходу	Об/хв	2,500 — 3,000
Критична швидкість	Об/хв	13,000 ~

Карбюратор		ENYA GC type 9.0mm (з спеціальною пусковою системою)
Гільза циліндра і поршень		сталевий вкладиш, кільцевий Al. поршня
Розмір пропелера		12.5 x 9 - 12, 13 x 8 ~ 9, 14x7 — 9, 15x6 — 7
Свічка розжарювання		ENYA No. 3, No.4
Відповідна вага літака	кг	4.0 ~ 7.5

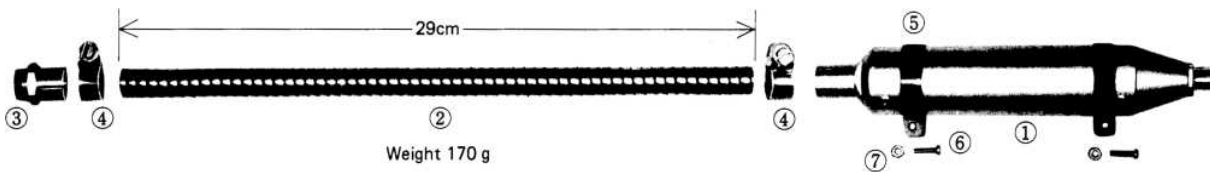


Рис. 3.4 Додатковий спеціальний муфлер з гнучкою трубою (м'який шум і найменші втрати потужності).

Паливо

Для отримання хороших результатів з ENYA R120-4C рекомендується використовувати високоякісне паливо для двигуна, який містить 5 ~ 15% нітродметану.

Пропелер

ENYA R120-4C найкраще працюватиме з гвинтами високої якості, які працюють від 9000 до 11 500 об/хв. на землі.

Плавний хід і хороший холостий хід з пропелерами, виготовленими з скловолокна, оскільки вони виконують роль адекватного махового колеса. При використанні дерев'яного пропелера відносно невеликої ваги рекомендується використовувати лічильник як маховик. Важливо затягнути опору, гайку щільно.

У випадку, якщо гвинт має тенденцію послаблюватися при збиванні двигуна, прикріплюють 2 гвинти (закріплені в коробці) на шайбі приводу. У

цьому випадку необхідно просвердлити 2 отвори діаметром 3 мм. в патроні гвинта, в якому закріплюються штифти.

Паливний бак

Витрата палива становить близько 35 куб в хвилину. Паливний бак розміром 400-500 куб рекомендується для звичайного польоту. Щоб зробити двигун легким, встановлюють паливний бак майже на тому ж рівні, що й карбюратор.

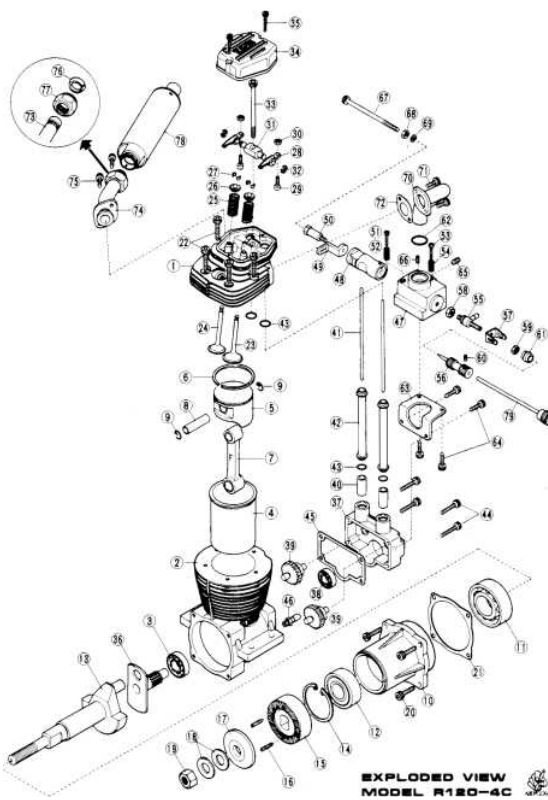


Рис. 3.5 Структурна схема двигуна Epa R120-4C.

3.3. Синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА для заданого об'єкта методом динамічного програмування Беллмана

Умова задачі. Для заданого об'єкта управління, боковий рух якого в режимі стабілізації кута крену описується системою диференціальних рівнянь другого порядку з матрицею B і вектором m визначити оптимальний закон стабілізації крене за допомогою принципу динамічного програмування Беллмана.

Ізольований рух крену ЛА описується наступною системою лінеаризованих диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\omega_{x1}}{dt} &= b_{11} \Delta\omega_{x1} + m_1 \Delta\delta_\gamma, \\ \frac{d\Delta\gamma}{dt} &= \Delta\omega_{x1}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Умова даної задачі передбачає режим так званого плоского розвороту, коли моменти крену компенсуються льотчиком або системою автоматичного управління, тобто, виконується умова $\gamma = 0$.

Тут $\Delta\gamma$, ω_{x1} – кут крену і кутова швидкість крену в збуреному русі, відповідно; $\Delta\delta_\gamma$ – кут відхилення елеронів відносно деякого програмного значення;

$$b_{11} = M_{x1}^{\omega_{x1}}/J_{x1}, \quad m_1 = M_{x1}^{\delta_\gamma}/J_{x1},$$

де J_{x1} – момент інерції ЛА відносно зв'язаної осі O_{x1} ; M_{x1} – аеродинамічний момент відносно осі O_{x1} .

$$M_{x1}^{\omega_{x1}} = \frac{\partial M_{x1}}{\partial \omega_{x1}}, \quad M_{x1}^{\delta_\gamma} = \frac{\partial M_{x1}}{\partial \delta_\gamma}.$$

Передбачається, що $M_{x1}^{\omega_{x1}} < 0$, $M_{x1}^{\delta_\gamma} > 0$, а тому $b_{11} < 0$, $m_1 > 0$.

Номінальний режим польоту обраний так, що коефіцієнти b_{11} , m_1 можна вважати сталими. Необхідно знайти такий закон управління відхиленнями елеронів (закон стабілізації крену)

$$\Delta\delta_\gamma = \Delta\delta_\gamma(\Delta\omega_{x1}, \Delta\gamma),$$

який мінімізує критерій якості

$$J[\Delta \delta_9] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [a_{11} \Delta \omega_{x1}^2 + a_{22} \Delta \gamma^2 + c \Delta \delta_9^2] dt$$

Тут вагові коефіцієнти - «ціни» відхилень кутової швидкості крену і кута крену, відповідно, від незбуреного руху на нескінченному інтервалі $[t_0, \infty]$ часу стабілізації; $t_0 = 0$, p_1 - "ціна" затрат «енергії» на стабілізацію. Припускається, що a_{11} , a_{22} , c - деякі додатні константи. У деяких випадках їх орієнтовні значення доцільно вибрати такі:

$$a_{11} = \left[\frac{1}{(\Delta \omega_{x1})_{\max}} \right]^2, \quad a_{22} = \left[\frac{1}{(\Delta \gamma)_{\max}} \right]^2, \quad c = \left[\frac{1}{(\Delta \delta_9)_{\max}} \right]^2$$

де $\Delta \omega_{x1}$, $\Delta \gamma$, $\Delta \delta_9$ - максимально допустимі значення зазначених змінних на інтервалі стабілізації.

На значення управляючої змінної $\Delta \delta_9$ не накладається жодних обмежень. Рівняння (3.1) у векторній формі записуються у вигляді

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_{x1} \\ \Delta \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{x1} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_9$$

позначимо їх

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad m = \begin{bmatrix} m_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix},$$

Для заданого випадку

$$B = \begin{pmatrix} -0.638 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad m = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

і критерієм оптимальності (2.30) з параметрами $b_{11} = -0.638$, $b_{12} = 0$, $b_{21} = 1$, $b_{22} = 0$ визначити оптимальне управління за допомогою принципу динамічного програмування Беллмана.

Для розв'язання даної задачі необхідно вказати значення матриці a вагових коефіцієнтів, а також ваговий коефіцієнт c . Задамо довільні числа, залишаючи за собою право змінювати їх.

$$\text{Нехай } a = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, c = 4.$$

Задачу розв'яжемо в математичному пакеті Mathcad. Для розв'язання задачі дотримуватимемось наступного плану:

1. Визначення керованості лінійної системи.
2. Визначення оптимального управління за допомогою принципу динамічного програмування Беллмана.
3. Побудова фазового портрета отриманої системи з обраним управлінням.

На етапі визначення керованості лінійної системи вирішуються такі завдання:

- а) визначення власних чисел матриці B ;
- б) визначення власних векторів матриці B ;
- в) приведення вихідної системи до головних координат за допомогою матриці перетворення V , складеної з власних векторів матриці B .

Керованість лінійної системи зрештою визначається по вектору управління $m_* = V^{-1}m$ для системи, записаної в головних координатах:

$$\frac{dy_*}{dt} = Dy_* + m_*u,$$

відповідно до критерію Гільберта лінійна система керована, якщо жодний компонент вектора m_* не нульовий.

Власні значення матриці B :

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = -0.638,$$

Власні вектори матриці B :

$$V^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, V^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.538 \\ -0.843 \end{pmatrix};$$

матриці V і V^{-1} :

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0.538 \\ 1 & -0.843 \end{pmatrix},$$

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} 1.567 & 1 \\ 1.859 & 0 \end{pmatrix};$$

вектор m_* :

$$m_* = \begin{pmatrix} 1.567 \\ 1.212 \end{pmatrix}.$$

Тут i – уявна одиниця ($i^2 = -1$).

Оскільки компоненти вектора m_* відмінні від нуля, то дана система керована.

Власні значення вихідної системи без управління λ_1, λ_2 мають значення, що лежать на уявній вісі, тому задана система – нестійка. Отож, шукане оптимальне управління повинно забезпечити стійкість системи.

Для визначення оптимального управління за допомогою принципу Беллмана необхідно розв'язати систему алгебраїчних рівнянь (2.31) відносно параметрів A_{11}, A_{22}, A_{12} .

Необхідні розрахунки виконаємо, застосувавши Mathcad:

Given

$$a_{11} + 2 \cdot (A_{12} \cdot b_{21} + A_{11} \cdot b_{11}) - \frac{1}{c} \cdot (A_{11} \cdot m_1 + A_{12} \cdot m_2)^2 = 0$$

$$a_{22} + 2 \cdot (A_{12} \cdot b_{12} + A_{22} \cdot b_{22}) - \frac{1}{c} \cdot (A_{12} \cdot m_1 + A_{22} \cdot m_2)^2 = 0$$

$$a_{12} + A_{11} \cdot b_{12} + A_{12} \cdot b_{11} + A_{12} \cdot b_{22} + A_{22} \cdot b_{21} - \frac{1}{c} \cdot (A_{11} \cdot m_1 + A_{12} \cdot m_2) \cdot (A_{12} \cdot m_1 + A_{22} \cdot m_2) = 0$$

$$\text{Find}(A_{11}, A_{12}, A_{22}) = \begin{pmatrix} 2.416 \\ 2 \\ 3.692 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A_{11}} := 2.416 \quad \underline{A_{12}} := 2 \quad \underline{A_{22}} := 3.692$$

$$A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2 = 4.92 \quad +$$

Рис. 3.6. Розв'язання САР за допомогою Mathcad

Аналіз чисельних розв'язків цієї системи показує, що вона має один дійсний розв'язок:

$$1) A_{11} = 2.416, A_{22} = 2, A_{12} = 3.692;$$

Перевіримо виконання умови Сільвестра

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} \end{vmatrix} > 0,$$

що для даного випадку тотожно нерівності:

$$A_{11} > 0, A_{11}A_{22} - A_{12}^2 > 0,$$

$$2.416 > 0; 4.92 > 0$$

Знайдений розв'язок задовольняє умовам і відповідна цьому розв'язку функція Ляпунова дає рішення задачі оптимального управління для даної лінійної системи. Тоді оптимальне управління набуває вигляду (2.33)

$$u^0(y_1, y_2) = -1.208y_1 - y_2, \quad (3.2)$$

Тут коефіцієнти оптимального регулятора $p_1 = -1.208$ і $p_2 = -1$.

Формула (3.2) дає рішення задачі оптимального управління у формі синтезу, так як оптимальне управління отримано як функцію фазових змінних $u^0(y_1, y_2)$ і це управління визначене для будь-якої точки фазової площини (y_1, y_2) . Після визначення оптимального управління необхідно підставити функцію $u^0(y_1, y_2)$ в систему (2.29) і звести подібні члени. Отримуємо:

$$\frac{dy_1}{dt} = (b_{11} + m_1p_1)y_1 + (b_{12} + m_1p_2)y_2,$$

$$\frac{dy_2}{dt} = (b_{21} + m_2p_1)y_1 + (b_{22} + m_2p_2)y_2, \quad (3.3)$$

Отримана система (3.3) в теорії автоматичного управління називається замкнутою системою, оскільки в неї вже підставлено функцію управління $u^0(y_1, y_2)$. При цьому управління здійснюється наступним чином: у системі

проводиться вимірювання фазових змінних y_1, y_2 і на її вхід подається управління (3.2). Тим самим виробляється замикання системи і отримуємо класичну систему зі зворотним зв'язком.

Підставивши в систему (3.28) числові значення параметрів отримаємо

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= -1.846y_1 - y_2, \\ \frac{dy_2}{dt} &= y_1.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Фазовий портрет лінійної системи другого порядку – це зображення поведінки динамічної системи на фазовій площині в координатах (y_1, y_2) . Фазовий портрет лінійної системи повністю визначається її власними числами λ_1, λ_2 .

Фазовий портрет замкнутої лінійної системи (рис. 3.7) також визначається її власними числами: $\lambda_1 = -0.923 + 0.3848i$, $\lambda_2 = -0.923 - 0.3848i$, значення яких відповідають особливій точці типу «стійкий фокус». Побудову фазового портрета здійснимо, реалізувавши програмний код у середовищі MatLab. Фазовий портрет системи зобразимо, скомпонувавши фігури з чотирьох квадрант, і отримаємо:

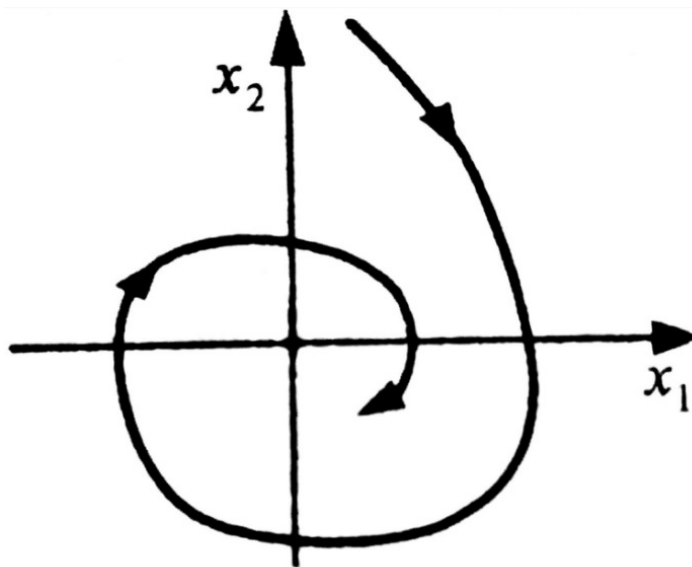


Рис. 3.7. Фазовий портрет замкненої лінійної системи з управлінням

Лінійна замкнена система є асимптотично стійкою, оскільки з часом фазова точка прямує до початку координат $\|y\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. При цьому функції $y_1(t)$, $y_2(t)$ здійснюють коливання відносно осі t .

Оцінюючи якість роботи автоматичного управління, обрахуємо квадратний корінь із середнього значення квадрата імпульсної перехідної функції системи за допомогою команди *normh2* засобами пакету MatLab. Отримаємо: $\|H_2\| = 0.736$.

Виконаємо аналіз основних показників якості системи управління, проаналізувавши перехідну характеристику системи:

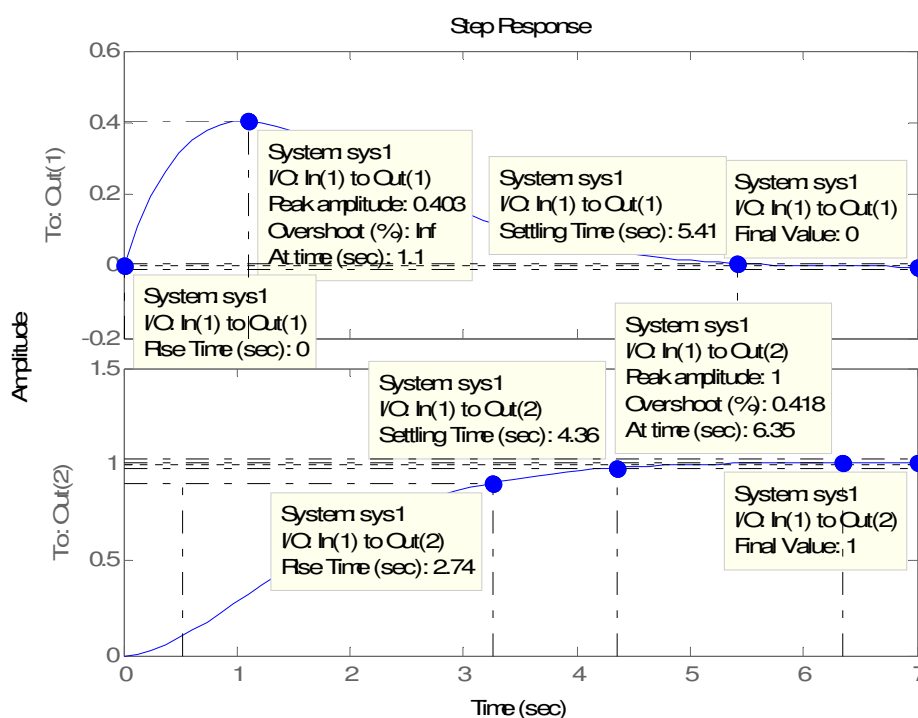


Рис. 3.8. Перехідна характеристика системи, отриманої синтезом оптимального управління принципом динамічного програмування

Перехідна характеристика – це реакція системи (при нульових початкових умовах) на одиничний ступінчатий сигнал (одиничний скачок).

У середовищі MatLab побудова перехідної характеристики здійснюється за допомогою оператора *step*.

Досліджувана система є стійкою, оскільки приходить до усталеного значення.

Посилаючись на графік визначимо основні показники якості системи управління:

Час перехідного процесу – $t_{п.п.}$ – час, необхідний вихідному сигналу системи для того, щоб наблизитися до свого усталеного значення. Зазвичай межа такого наближення 1-10% від кінцевого значення. Час перехідного процесу визначає швидкодію системи.

Перерегулювання – σ – максимальне відхилення перехідної характеристики від усталеного значення вихідної величини. Перерегулювання характеризує схильність системи до коливань, відповідно і запас стійкості.

Час наростання перехідного процесу – t_n – абсциса першої точки перетину кривої перехідної характеристики з рівнем усталеного значення.

По рис. 3.8. для системи з регулятора у зворотньому зв'язку:

$$t_{n.n.}(To: Out(1)) = 5.41 \text{ c}; \quad t_{n.n.}(To: Out(2)) = 4.36;$$

$$h_{y_{cm.}}(To: Out(1)) = 0; \quad h_{y_{cm.}}(To: Out(2)) = 1;$$

$$\sigma(To: Out(1)) = Inf, \quad \sigma(To: Out(2)) = 0.418\%.$$

$$A_{max}(To: Out(1)) = 0.403 \quad A_{max}(To: Out(2)) = 1.$$

3.4. Синтез оптимального закону стабілізації крену ЛА для заданого об'єкта із введенням в систему оптимального детермінованого регулятора

Для системи, заданої у просторі станів матрицями

$$B = \begin{pmatrix} -0.638 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad m = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

необхідно синтезувати такий оптимальний детермінований регулятор, що, після включення в систему у від'ємний зворотній зв'язок, забезпечить стійкість системи.

Задачу розв'яжемо в математичному пакеті MatLab. Для розв'язання задачі дотримуватимемось наступного плану:

- 1) задаються матриці (станів та управління), що описують динаміку об'єкта, а також вагові матриці для функціонала якості;
- 2) знаходиться рішення відповідних рівнянь Ріккати;
- 3) знаходиться матриця оптимальних коефіцієнтів підсилення регулятора F .

Для розв'язання задачі необхідно вказати значення матриць вагових коефіцієнтів. Задамо довільні числа, залишаючи за собою право змінювати їх.

Для заданого випадку реалізуємо регулятор за допомогою оператора lqr в пакеті програм MATLAB, отримаємо відповідні рішення, що є коефіцієнтами регулятора, який необхідно включити в систему, охопивши її від'ємним зворотнім зв'язком.

Маємо управління, $u^0(y_1, y_2) = 1.2078y_1 + 1y_2$.

Замкнена система описується матрицею станів B_1 та вектором управління m_1 .

$$\begin{bmatrix} -1.846 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

та має власні числа $\lambda_1 = -0.9229 + 0.385i$, $\lambda_2 = -0.9229 - 0.385i$

Інтегрально-квадратичний показник якості системи $\|H_2\| = 0.736$.

Наведемо та проаналізуємо графік перехідного процесу (основні показники якості перехідного процесу).

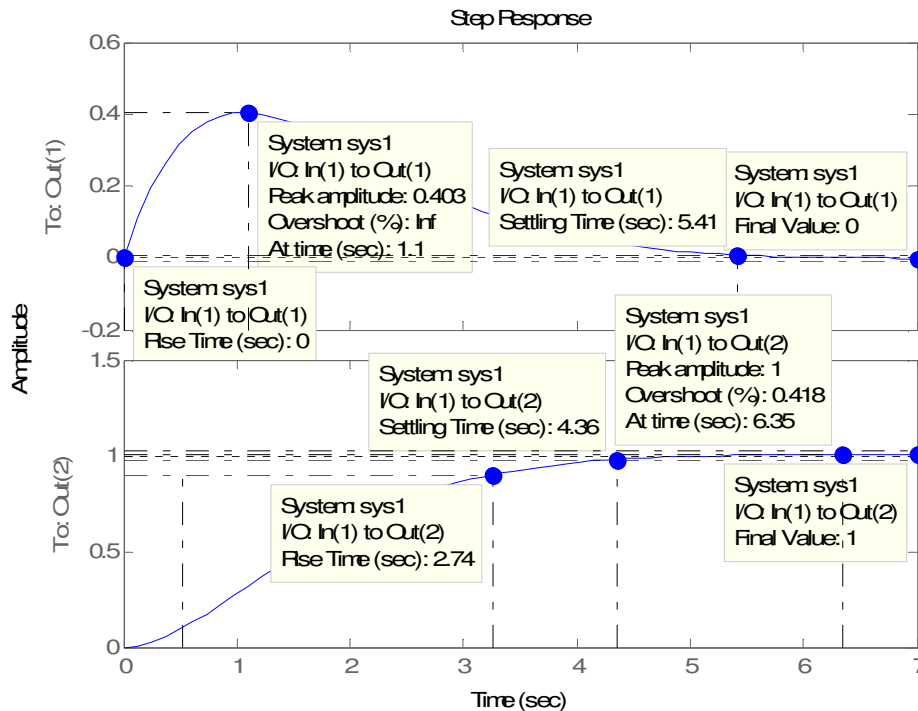


Рис. 3.9. Перехідна характеристика системи, замкненої регулятором у зворотньому зв'язку

Основні показники якості системи управління (за аналізом перехідної характеристики системи):

$$t_{n.n.}(To: Out(1)) = 5.41 \text{ c}; \quad t_{n.n.}(To: Out(2)) = 4.36;$$

$$h_{ycm.}(To: Out(1)) = 0; \quad h_{ycm.}(To: Out(2)) = 1;$$

$$\sigma(To: Out(1)) = Inf, \quad \sigma(To: Out(2)) = 0.418\%.$$

$$A_{max}(To: Out(1)) = 0.403 \quad A_{max}(To: Out(2)) = 1.$$

3.5. Порівняльний аналіз результатів синтезу оптимального закону стабілізації крену ЛА для заданого об'єкта методами динамічного програмування Беллмана та введенням в систему оптимального детермінованого регулятора

Порівнюючи результати, отримані двома продемонстрованими методами – синтезом оптимального управління із застосуванням принципу динамічного

програмування та із введенням в систему lqr регулятора, – можна зробити наступні висновки:

– $\|H_2\|$ норма системи, отриманої із синтезом оптимального управління за принципом динамічного програмування Беллмана має таке ж саме значення, як система із введенням оптимального детермінованого регулятора;

– власні числа систем знаходяться у лівій напівплощині, що свідчить про стійкість системи;

– основні показники якості перехідного процесу свідчать, що система із введенням регулятора має такі ж самі показники, як і система отримана в результаті синтезу методом динамічного програмування

Рівність результатів свідчить про правильність розрахунків, однакову ефективність обраних методів на основі поставленої задачі.

Метод динамічного програмування Беллмана виключно привабливий завдяки простоті і ясності свого основного принципу - принципу оптимальності. Сфера застосування принципу оптимальності надзвичайно широка, коло завдань, до яких він може бути застосований, до теперішнього часу ще повністю не окреслено. Динамічне програмування з самого початку виступає як засіб практичного вирішення завдань оптимізації.

Головним недоліком методу є, кажучи словами Беллмана, «прокляття розмірності» - його складність катастрофічно зростає зі збільшенням розмірності задачі.

Призначення ПД-регулятора - в підтримці заданого значення r деякої величини y за допомогою зміни іншої величини u . Значення r називається заданим значенням, а різниця $e = (r - y)$ помилкою регулювання, неузгодженістю або відхиленням величини від заданої.

При використанні ПД-регулятора в системі регулювання, слід враховувати небажані ефекти, що виникають при реалізації каналу похідної сигналу помилки $\dot{e}(t)$. Недоліки проявляються через те, що при посиленні цього каналу прямо пропорційно зростає частота. Основними недоліками при цьому є:

- 1) Підвищений посилення високочастотних складових сигналу помилки. Вони носять шумовий характер і через це відношення корисної складової сигналу до шуму зменшується, що дестабілізує об'єкт управління.
- 2) Виникнення імпульсів великої амплітуди. Таке явище виникає в моменти стрибкоподібної зміни помилки, незважаючи на повільну зміну сигналу системи і в зв'язку зі стрибкоподібними змінами сигналу установки і його проникненням на вхід диференціатора;
- 3) Складність налагодження коефіцієнтів регулятора.

Висновок: у даному розділі було описано БПЛА Aerosonde, який призначений для збору метеорологічних даних, вимірювання температури, атмосферного тиску, вологості повітря, напрямку і сили вітру над океанами та у важкодоступних районах. Для заданого літального апарата було виконано синтез оптимального закону стабілізації крена у режимі плоского розвороту методом динамічного програмування та введенням у систему регулятора.

Також було проведено порівняльний аналіз використаних методів синтезу, що вказує на те, який метод є більш оптимальним в залежності від поставленої задачі. В нашому випадку метод введення ПД – регулятора виявився таким самим як і метод динамічного програмування Беллмана, можна спостерігати однакові перехідні характеристики та рівність закону управління, показників якості. Були представлені переваги та недоліки обраних методів.

Розділ 4

Загальний вплив ЛА на екологічний стан біосфери Землі

4.1. Загальні відомості про негативний вплив авіаційної техніки на довкілля

Одним з найактивніших джерел забруднення атмосфери є транспорт. Хоча сьогодні авіація істотно (приблизно в 15 раз) поступається автомобільному транспортуванню за кількістю викиданих в повітря забруднюючих речовин, вона щодня впливає на екологію верхньої тропосфери і нижньої стратосфери. З огляду на інші види транспорту авіація покриває величезні дистанції, що впливають на якість повітря в місцевому, регіональному та глобальному відношенні. При цьому вплив авіації на атмосферу можна розробити на акустичний та хімічний.

Повітряний транспорт має великий вплив на атмосферу Землі. Особливості впливу повітряних суден на довкілля пов'язані, по-перше, з тим, що сучасний парк літаків та гелікоптерів має газотурбінні двигуни. Літаки з поршневыми двигунами залишилися лише у сільськогосподарській та спортивній авіації, а також у невеликої кількості дельтапланів та екранопланів.

По-друге, газотурбінні двигуни працюють на керосині, хімічний склад якого дещо відрізняється від автомобільного бензину та дизельного палива кращої якості з меншим вмістом сірки та механічних домішок. По-третє, головна маса відпрацьованих газів викидається повітряними суднами у повітряному просторі на відносно великій висоті, при високій швидкості та турбулентному потоці, і лише невелика частка – у безпосередній близькості від аеропортів та населених пунктів. Загальний викид токсичних речовин повітряними апаратами може бути приблизно оцінений об'ємом споживаного

Кафедра АКСУ				НАУ 20.6.57.000 ПЗ			
Виконав	Кучерявий А.В.			РОЗДІЛ 4	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					69	96
Консульт.	Білак Н.В.				69		
Н-контр.	Дивнич М.П.				202М	151	
Зав.каф.	Тачиніна О.М.						

авіацією палива, котрий складає десь 8% від загальних витрат палива усіма видами транспорту.

Таким чином, частка забруднень авіатранспортом відносно невелика, і до того ж токсичні речовини розсіюються в межах великих просторів, проте, у глобальному розумінні, сучасна авіація наносить досить велику шкоду довкіллю.

У 1972 році в Стокгольмі на Конференції Організації Об'єднаних Націй з проблем навколишнього середовища позиція Міжнародної організації цивільної авіації (ІКАО) була викладена наступним чином: «Виконуючи свою роль, ІКАО усвідомлює шкідливий вплив на навколишнє середовище, яке може бути пов'язане з експлуатацією повітряних суден, а також свої обов'язки і обов'язок держав-членів ІКАО досягти максимальної сумісності між безпечним і планомірним розвитком цивільної авіації і якістю навколишнього середовища». Дотримуючись цієї позиції, в 1983 році був створений САЕР (Committee on Aviation Environmental Protection) - технічний комітет Ради ІКАО щодо захисту навколишнього середовища від впливу авіації. Комітет допомагає Раді формулювати політику і приймати нові регламентуючі документи ІКАО - «Стандарти та Рекомендована Практика» (SARPs), пов'язані з авіаційним шумом, емісіями авіаційних двигунів і більш загальним впливом авіації на навколишнє середовище.

4.2. Акустичне забруднення атмосфери

Авіаційний шум - найважливіший фактор негативного відношення до авіації населення на територіях, що межують з аеропортом. Під його вплив попадає порівняно велике число людей, що проживають в окремих районах, а також працівники аеропорту та пасажери.

Авіаційний шум негативно впливає на здоров'я людей (зазвичай це погіршення сну, стресовий стан, проблеми, пов'язані з концентрацією уваги). Політика ІКАО за проблемою авіаційного шуму розглядає розвиток мір по зменшенню акустичного забруднення: впровадження технології скорочення

шуму, наземне планування (наприклад, заборона на політ в нічний час), посилення обмежень та стандартів по шуму для існуючого парку літаків і розробку стандартів для нових моделей повітряних судів (ПС). В свій час, через введення жорстких стандартів за авіаційним шумом, Україна втрачала можливість використовувати літаки власного виробництва для здійснення міжнародних перельотів, що нанесло колосальний удар по вітчизняному літакобудуванню.

В даний час розроблені принципово нові конструкції ПС та концепції двигунів, виробники намагаються, щоб їх продукція відповідала самим високим вимогам екологічних стандартів.

Для розвитку технологій зниження шуму Група незалежних експертів, створених САЕР, формувала середньострокові (до 2020 року) та довгострокові (до 2030 року) технологічні цілі. Вони представляють собою стандарти, які в 2030 році будуть обов'язковими для чотирьох категорій повітряних судів (табл. 4.1). Цілі показані в вигляді значень зниження рівня шуму щодо попередніх параметрів номінальної та максимальної взльотної маси. Рівень шуму змінюється в одиницях EPNдб - ефективно сприйнятливий рівень шумів у децибелах. Враховуючи, що в 2014 році ці рівні, у залежності від типу ПС, складали 89-106 EPNдб, стає очевидним, наскільки радіально ІКАО збирається боротися з акустичним забрудненням атмосфери.

4.3. Якість повітря в аеропортах

Інтерес до забруднення повітря в аеропортах почав зростати з початку 1970-х років, коли різко активізувалися комерційні перевезення з використанням турбогвинтових літаків. Хімічне забруднення повітря в аеропортах представлені такими авіаційними емісіями як оксиди вуглецю (СО, СО₂), азоту (NO_x), сірки (SO_x), вуглеводень (НС) та звішені частинки, що утворюються в результаті роботи двигунів та спалювання авіаційного палива (рис. 4.1).

Таблиця 4.1.

Прогнозуючі довгострокові перспективи зниження авіаційного шуму до 2030 року.

Категорія повітряного судна	Довгострокові цілі, EPNдб
Регіональні реактивні ПС	
40т (номінальний)	21,5±4
50т (максимальний)	17±4
ПС з двома двигунами малої/середньої дальності	
78т (номінальний)	30±4
98т (максимальний)	26,5±4
З турбовентиляторними двигунами	13,5+2/-6
78т (номінальний)	10,5+2/-6
98т (максимальний)	
Магістральні ПС з двома двигунами	28±4
230т (номінальний)	24,5±4
290т (максимальний)	
Магістральні ПС з чотирьома двигунами	
440т (номінальний)	27±4
550т (максимальний)	20,5±4

Джерела емісій, що пов'язані з авіацією, можуть розповсюджуватись та приводити до зниження якості повітря у близьких населених пунктах. Ці емісії представляють потенційний ризик громадському здоров'ю та навколишньому середовищу, внаслідок чого можуть визивати збільшення концентрацій земного озону, приводити до випадіння кислотних дощів. Національні та міжнародні програми моніторингу якості повітря постійно вимагають від повномасштабних

авіаційних та державних організацій проводити контроль якості повітря поблизу аеропортів. Особлива увага також приділяється впливу авіації на навколишнє середовище, пов'язаному з якістю води, збіркою відходів, споживанням енергії та впливом на місцеву екологію поблизу аеропортів (особливо актуальне запобігання витоку палива).

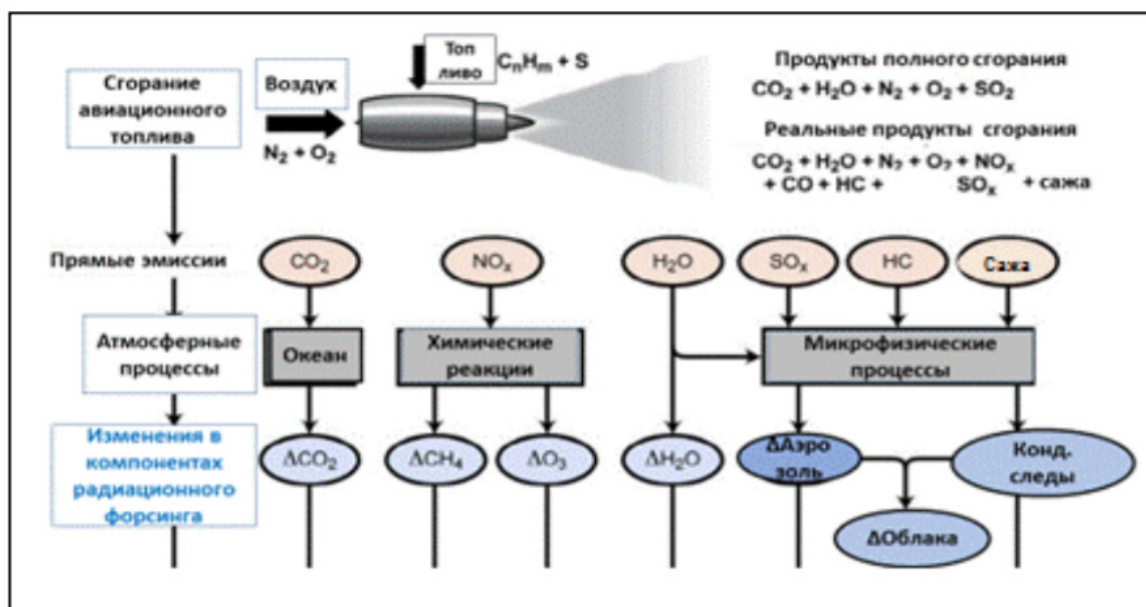


Рис. 4.1 Вплив авіаційних емісій на навколишнє середовище.

За останні кілька десятиліть були досягнуті значні успіхи в питанні скорочення емісій в зв'язку з підвищенням екологічності авіаційних палив (часткова заміна гасу на скраплений природний газ або біопаливо) і технічним удосконаленнями авіаційних двигунів (збільшенням їх тягової ефективності, який передбачає зменшення споживання палива). Однак цей прогрес може нівелюватися в майбутньому зростанням активності повітряних перевезень.

Для оцінки якості повітря в аеропорту ще в 2007 році був розроблений «Командний матеріал по зборах за авіаційну емісію, пов'язану з місцевою якістю повітря», який мав на увазі введення мит, що стягуються державою, конкретно призначених та застосовуваних для запобігання або зменшення впливу на навколишнє середовище, на місцеву якість повітря, що чиниться при експлуатації цивільних повітряних суден. Методологія оцінки емісій авіаційних двигунів була викладена в розробленому згодом Документі 9889 «Контроль за якістю повітря в аеропортах». У ньому були сформульовані методи оцінки

емісії авіаційних двигунів в аеропорту, засновані на врахуванні трьох параметрів. Перший параметр - час в хвилинах, яке ПС дійсно витрачає на встановлення одного з режимів взлітно-посадкового циклу (ВПЦ): при роботі двигуна на режимі малого газу, при заході на посадку, при наборі висоти і зльоті. Другий параметр – індекс емісії EI (маса речовини, що виділяється при спалюванні одиниці маси палива) і третій – витрата палива.

Створений ІКАО банк даних про емісії двигунів (EEDB - ICAO Engine Emission Bank) містить інформацію про значеннях EI для сертифікованих двигунів (в грамах забруднювача на кілограм палива для NO_x, CO та HC), а також про витрату особливих видів палива (в кілограмах в секунду) для різних режимів роботи різних типів двигунів. Крім того, тут вказується число димності = безрозмірний параметр, який обчислюється за 10-бальною шкалою і характеризує емісію диму як «непрозорість» вихлопного струменя. Показники викиду для двигуна PW4074D, яким оснащені, наприклад, аеробуси A330, представлені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2.

Показання викиду для двигуна PW4074D з банку даних про емісії ІКАО.

Режим експлуатації	Потужність двигуна, %	Час, хв	Витрата палива, кг/с	Індекс емісії палива, г/кг			Число димності
				HC	CO	NO _x	
Взліт	100	0,7	3,042	0,02	0,3	42,46	4,22
Набір висоти	85	2,2	2,471	0,02	0,35	32,71	2,36
Пониження	30	4,0	0,869	0,04	0,96	11,35	0,65
Малий газ	7	26,0	0,305	3,12	26,34	3,8	0,33
Паливо (кг) і емісії (г) для ВПЦ			1138	1502	12885	20269	

4.4. Емісії авіаційних двигунів

Спалювання основної частини авіаційного палива відбувається не в приземному шарі поблизу аеропортів, а в більш високих шарах атмосфери. Фахівці вважають, що щорічно зростаюча емісія вуглекислого газу, води і метану двигунами комерційних літаків змінює хімічний і радіаційний баланс

атмосфери, що поряд з емісією сажових сульфатних аерозолів може впливати на клімат (рис. 4.1). Особливе значення мають такі компоненти, як двоокис вуглецю і оксиди азоту. Оксиди азоту беруть участь в хімії озону (його збільшення може призводити до нагрівання верхньої тропосфери) та збільшення кількості гідроксильних радикалів (ОН), основного атмосферного окислювача. Збільшення ОН призводить до скорочення часу життя метану CH_4 , результатом чого може стати охолодження, паралельно - на масштабах десятиліть – скорочення тропосферного озону. Оксиди сірки і сажа призводять до утворення аерозолів. Аерозолі і їх попередники (сажа та сульфати) збільшують хмарність у формі лінійних контрейлів (конденсаційних слідів) і перистих хмар. Залежно від стану навколишньої атмосфери ці сліди можуть існувати іноді кілька хвилин, а іноді - годин, розтікаючись в ширину на кілька кілометрів і нагадуючи перисті чи висококупові хмари.

Вельми значний вплив на радіаційний баланс слід очікувати в результаті викидів частинок сажі - твердотільних продуктів неповного згоряння палива, які грають роль ядер конденсації. У верхній тропосфері сажові аерозолі мають розмір 0,1-0,5 мкм і складаються з агломератів первинних частинок з діаметром 20-40 нм. Їх середня концентрація змінюється в межах від 0,004 до 0,5-3 см. Раніше при оцінках кліматичних наслідків емісії сажових аерозолів основна увага приділялася зміні складу атмосфери, обумовленої протіканням гетерогенних хімічних реакцій на поверхні часток саж. Однак помітного впливу емісії цих частинок на газовий склад атмосфери до сих пір не виявлено. Нині вважається, що вплив емісії часток саж на клімат обумовлено головним чином формуванням довгоживучих конденсаційних слідів (прямий ефект) і ініціюванням створення перистих хмар (вторинний ефект).

Радіаційний ефект від таких хмар оцінити вкрай важко – не визначений з упевненістю навіть знак цього впливу. Модельні оцінки глобального впливу авіаційної сажі на радіаційний баланс (ефект великомасштабних перистих хмар, в утворенні яких частинки сажі грали роль ядер конденсації), виконані із застосуванням хіміко-транспортних моделей при різних припущеннях і параметризаціях, виявили відмінності від -110 до +260 мВт / м².

Дійсно, відсутність детального опису процесів в моделях і повноти даних спостережень обмежує довіру до кількісної оцінки внеску радіаційного форсингу. За розрахунками, загальний радіаційний форсинг за рахунок авіаційних емісій (виключаючи індуковані перисті хмари) в 2005 року складав 55 мВт / м², з урахуванням перистих хмар ~ 78 мВт / м². спрощені прогностичні оцінки радіаційної залежності клімату під впливом авіації, показують, що до 2050 року ці цифри зростуть приблизно в 3 рази.

Особливу увагу серед продуктів спалювання авіаційного палива займають парникові гази, чії емісії можуть вносити вклад в процес глобального потепління. Для їх зменшення у авіакомпаній є по суті всього дві можливості. Перша - збільшення зростання паливної ефективності (тобто питомої витрати палива). Друга - використання альтернативних палив: синтетичного пального з кам'яного вугілля, природного газу або біомаси. Природне паливо не містить сірки і ароматичні вуглеводні, що значно скорочує емісії летких аерозолів і хмарних ядер конденсації, послаблюючи таким чином вплив на радіаційний баланс. Крім того, модельні експерименти показали, що застосування палива, очищеного від сірки, призводить до значного екологічного «оздоровлення» тропосфери з точки зору концентрацій озону, сульфатів і нітратів (рис. 4.2).

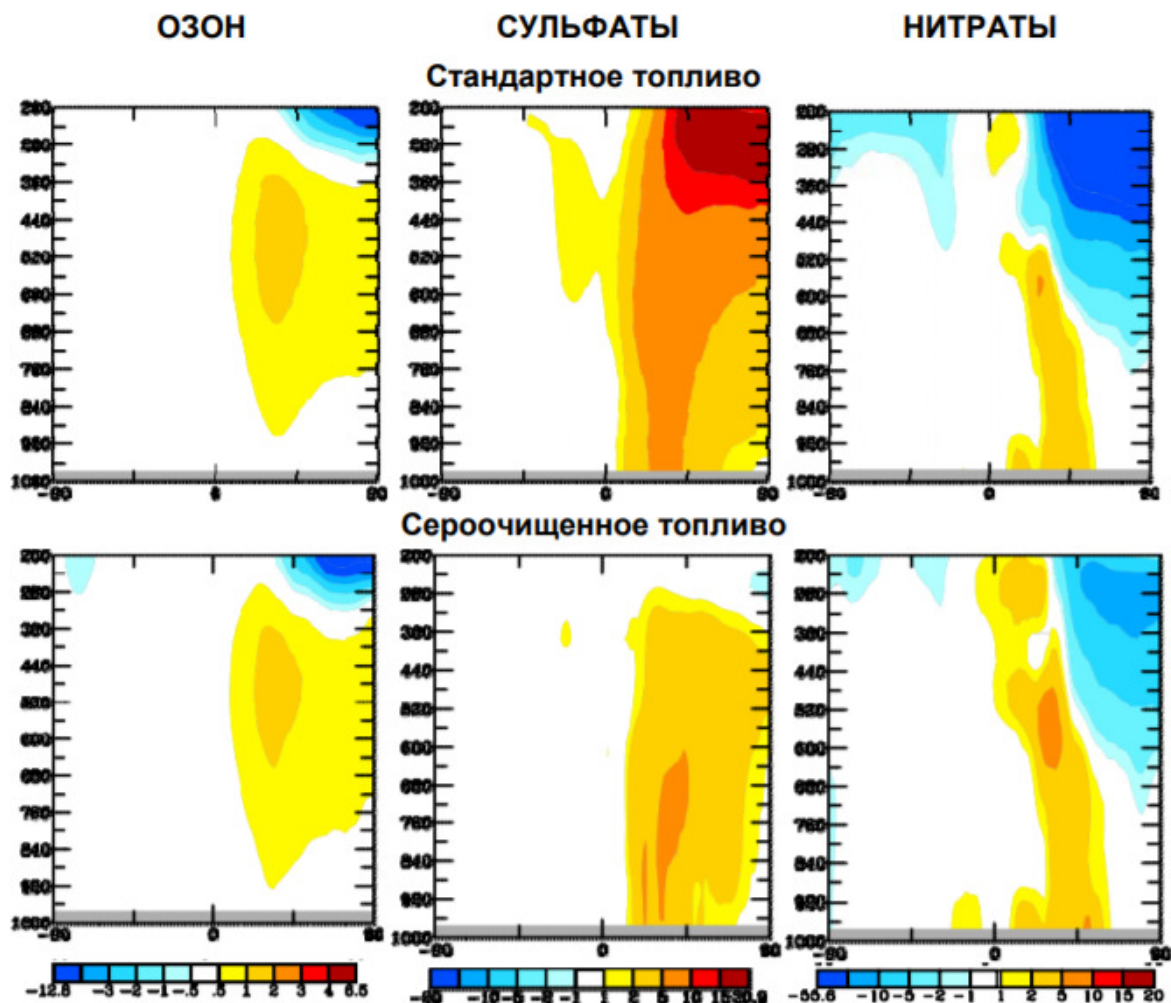


Рис. 4.2 Вплив авіаційних емісій на середньорічні і середньозональні концентрації (в %) озону, сульфатів і нітратів для стандартного і сірко очищеного палива. Вертикальна вісь – тиск в гПа, горизонтальна – широта в градусах.

Слід зазначити, що ставлення експертів до біопалива (виробленому з кукурудзи, сої, ріпаку, пальмової олії, водоростей і т. д.) далеко не однозначно в умовах, коли урожай часто гине через посух або несвоєчасних дощів. Фахівці попереджають, що повний перехід на біопаливо загрожує поступовим знищенням тропічних лісів і подорожчанням продуктів харчування. Крім того, при його застосуванні в довгостроковій перспективі не доведений ефект зниження викидів CO₂. Проте біопаливо для потреб авіації вже проводиться в США, Великобританії, Німеччині, Франції, Фінляндії. З 2020

року Китай, який налагодив виробництво палива з пальмового масла, також має намір довести частку біопалива до однієї третини від усього використовуваного авіацією пального. В останні роки в ряді країн, які борються за екологію, відбувається активна заміна традиційного авіаційного гасу на криогенне паливо (водень, зріджений природний газ). При його використанні літак стає економнішим (витрата палива зменшується), викиди CO₂ в атмосферу знижуються.

Авіаційні емісії діоксиду вуглецю складають, за різними оцінками, від 2 до 2,5% від загальної кількості антропогенних викидів CO₂ в атмосферу. При спалюванні 1 кг авіаційного гасу виділяється 3,16 кг CO₂. Передбачається, що до 2040 року при оптимістичному прогнозі, пов'язаному з поліпшенням технологій паливної ефективності, кількість авіаційних емісій CO₂ може досягти майже півтори тисячі мегатони в рік.

З 2016 року CAEP рекомендував два нові стандарти: щодо емісій діоксиду вуглецю і нелетких зважених часток. Рекомендований стандарт по CO₂ запропонований для стимулювання більш ефективних технологій спалювання палива при виробництві літаків і аналогічний існуючим стандартам щодо емісій і авіаційному шуму

Стандарти будуть застосовуватися до моделей нового типу дозвукових і турбогвинтових літаків, які будуть вводитися в експлуатацію з 2020 року, а до вже експлуатується - з 2023 г. Якщо експлуатовані моделі, які не відповідають поки вимогам по стандартам CO₂, що не зможуть бути модифіковані належним чином до 2028 р, то після цього терміну вони не зможуть використовуватися. Регулювання емісій буде проводитися за допомогою запропонованої Глобальної системи ринкових заходів. Перевищення квот емісії (за базовий рівень передбачається прийняти емісії 2019-2020 рр.) Буде обкладатися значним штрафом, який піде на відновлення навколишнього середовища і компенсаційні заходи. Такий підхід до квотування емісій не новий, він застосовувався в країнах Євросоюзу з початку 2000-х років. Наприклад, в квітні 2014 року Німеччина виставила штрафів за перевищення емісійних квот на 2,7 млн євро 61 авіакомпанії.

Висновки: незважаючи на те, що авіація, в порівнянні з іншими, є відносно «чистим» видом транспорту, її вплив на клімат і екологію може з часом стати відчутним через постійне зростання повітряного трафіку, що приводить до зростання забруднення у верхніх шарах тропосфери. Хоча в даний час оцінки такого впливу є досить невизначеними, Міжнародна організація цивільної авіації вживає заходів для скорочення негативного впливу авіації на навколишнє середовище. Для цього розробляються нові стандарти, що посилюють вимоги до експлуатованих літаків з авіаційного шуму та емісій, а також розширюється список авіаційних емісій, за якими проводиться сертифікація двигунів повітряних суден. В якості основного інструменту регулювання негативного впливу авіації на атмосферу Комітет ІКАО щодо захисту навколишнього середовища пропонує механізм Глобальних ринкових заходів. Хоча цю ідею підтримують не всі члени ІКАО, необхідність впровадження нових технологій в авіаційній галузі, що сприяють зниженню екологічного навантаження повітряного транспорту на навколишнє середовище, очевидна.

Розділ 5

Охорона праці

Охорона праці - система законодавчих актів, соціально-економічних, організаційних, технічних, гігієнічних і лікувально-профілактичних заходів та засобів, що забезпечують безпеку, збереження здоров'я і працездатності людини в процесі праці.

Головними об'єктами досліджень охорони праці є робітник у процесі виконання трудових обов'язків, виробниче середовище в якому перебуває робітник, а також організація праці та виробництва в цілому. На підставі цих досліджень розробляються заходи та засоби, що безпосередньо спрямовані на збереження здоров'я і працездатності робітника в процесі праці, а також забезпечення необхідних та достатніх комфортних умов виконання трудових обов'язків робітником.

Суб'єктом дипломного проекту виступає інженер-дослідник, котрий розробляє автоматичну систему керування поздовжнім рухом екраноплана. Оскільки переважна частина роботи суб'єкта пов'язана з користуванням ПК та необхідного програмного забезпечення, а його робоче місце знаходиться в приміщенні інженерно-конструкторського відділу державного авіабудівного підприємства, а саме, безпосередньо у дослідницько-розробній лабораторії, особливої уваги потребують належні умови праці, котрі мають бути надані для безпечного та комфортного робочого процесу інженера.

Основною метою даного розділу дипломної роботи є забезпечення майбутнього інженера-дослідника інформацією, котра дозволить йому оцінити відповідність наданих умов праці державним стандартам та зберегти здоров'я і працездатність під час виконання своїх трудових обов'язків на робочому місці.

Кафедра АКСУ				НАУ 20.6.57.000 ПЗ			
Виконав	Кучерявий А.В.			РОЗДІЛ 4	Літ.	Арк.	Аркушів
Керівник	Білак Н.В.					80	96
Консульт.	Білак Н.В.				80		
Н-контр.	Дивнич М.П.				202М	151	
Зав.каф.	Тачиніна О.М.						

5.1. Аналіз умов праці на робочому місці інженера-дослідника у виробничому приміщенні

5.1.1. Організація робочого місця інженера-дослідника

Робоче місце – це частина простору у спеціально відведеному приміщенні, в якому інженер здійснює трудову діяльність та проводить значну частину робочого часу. Враховуючи, що переважна більшість досліджень та розрахунків суб'єкт ДР проводить за допомогою ПК та аналітично, на папері, то слід розглядати організацію робочого місця, обладнаного ПК. Робоче місце інженера-дослідника, за наявності своїх складових, має задовольняти відповідність усіх елементів робочого місця та їх розташування ергономічним вимогам ДСТУ 12.2.032 ССБТ. “Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования”, враховуючи особливості трудової діяльності суб'єкта ДР. Головними елементами робочого місця інженера-дослідника слід вважати письмовий стіл і крісло. Основне робоче положення інженера-дослідника – положення сидячи. Робоче місце для виконання робіт у положенні сидячи має бути організоване відповідно до ГОСТ 12.2.032-78.

Робочий процес у положенні сидячи має задовольняти такі параметри такі параметри робочого простору: ширина - 700 мм, глибина - 400 мм, висота робочої поверхні столу над підлогою - 700-750 мм. Параметри робочого місця суб'єкта ДР є оптимальними у відношенні до необхідних та складають: висота 700 мм; довжина столу 1200 мм, ширина столу 600 мм. Робочий стіл має простір для ніг висотою 650 мм, шириною 600 мм, глибиною на рівні колін – 500 мм.

Другим необхідним елементом робочого місця інженера-дослідника є крісло, що має такі елементи: м'яке сидіння, увігнуту спинку, стаціонарні підлокітники. Робоче крісло задовольняє необхідним вимогам: має можливість зміни положення тіла, чим забезпечує вільне переміщення корпусу і кінцівок тіла один щодо одного; дозволяє виконувати регулювання висоти в залежності від зросту інженера-дослідника (у межах від 300 до 500 мм), має злегка увігнуту поверхню спинки, надаючи можливість робітнику зробити невеликий

нахил назад. Для продуктивної роботи інженера-дослідника на робочому місці забезпечено раціональне розміщення документації та канцелярського приладдя, що гарантує робітнику зручне робоче положення, найбільш економічні рухи і мінімальну траєкторію переміщення предметів приладдя на робочому столі.

5.1.2. Вид, основні параметри, геометричні розміри виробничого приміщення та його характеристики

Робоче місце інженера-дослідника розташоване у дослідницько-розробній лабораторії на п'ятому поверсі шестиповерхової будівлі та має наступні параметри:

1. Довжина приміщення - 7 м;
2. Ширина приміщення - 4 м;
3. Висота приміщення - 3 м.
4. Загальна площа приміщення 28 кв. м.
5. Об'єм приміщення 84 куб. м.

В описаному приміщенні розташовано три робочих місця. Згідно з ДБН В.2.2.-28-2010 «Будівлі адміністративного та побутового призначення»: площу приміщень слід приймати з розрахунку не менше 6 кв. м на робоче місце працівника. Виходячи з цього загальна площа робочого простору має задовольняти: $6 \times 3 = 18$ кв. м, що менше загальної площі приміщення - 28 кв. м, а отже, площа даного приміщення відповідає вимогам. Робочі місця з ПК, відносно світлових отворів, доцільно розташовувати таким чином, щоб природне світло потрапляло на робоче місце з лівого боку. Робочі місця з ПК повинні розташовуватися на відстані не меншій за 1000 мм від стін зі світловими прорізами; відстань між бічними поверхнями столів з ПК не менша за 1200 мм; відстань між тильною поверхнею одного ПК та екраном іншого не менша за 2500 мм. Ширина проходу між рядами робочих місць не повинна бути меншою за 1000 мм. Конструкція робочого місця інженера-дослідника, при роботі сидячи, забезпечує постійне підтримання оптимальної робочої пози з наступними ергономічними характеристиками:

Ступні ніг - на підлозі або на підставці для ніг;

Стегна - паралельно горизонтальній площині;
Передпліччя - вертикально;
Лікті - під кутом 70-90° до вертикальної площини;
Зап'ястя – зігнуті, під кутом не більше 20° відносно горизонтальної площини;

Голова – нахилена, не більше, ніж на 15-20° відносно вертикальної площини.

ПК розташований на робочому столі таким чином, що поверхня екрану знаходиться на відстані 550 мм від очей інженера-дослідника. Враховуючи, що користування ПК займає переважну більшість робочого процесу, він розміщується на основному робочому столі, з лівого боку.

5.1.3. Небезпечні та шкідливі виробничі фактори, що впливають на інженера-дослідника при проведенні дослідницької діяльності за допомогою ПК

При проведенні діяльності за допомогою ЕОМ на робітника впливають наступні небезпечні та шкідливі виробничі фактори:

Низька чи занадто висока освітленість виробничого приміщення;

Високий рівень статичної електрики;

Вплив електричного струму;

Електромагнітне випромінювання;

Неналежна зміна мікроклімату (температура, вологість, швидкість руху повітря, теплове випромінювання).

5.2 Аналіз небезпечних та шкідливих виробничих факторів, що впливають на інженера-дослідника

5.2.1 Мікроклімат робочої зони інженера-дослідника

Для приміщення лабораторії, де працює інженер-дослідник, робочий процес котрого відноситься до категорії Ia (легкі роботи, не потребують

фізичної напруги), допустимий діапазон оптимальних значень параметрів мікроклімату наведено у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Норми мікроклімату для приміщень з ПК:

Пора року	Зона	Температура повітря, °С	Відносна вологість, %	Швидкість руху повітря, м / с
Холодний період	Оптимальна	18 - 21	60 - 40	<0.2
Перехідний період	Допустима	17 - 21	<75	<0.3
Теплий період року	Оптимальна	20 - 25	60 - 40	<0.3
	Допустима	<27 о 13 годині найжаркішого міс.	<75	<0.5

Приміщення з комп'ютерною технікою мають бути обладнані системами опалення, кондиціонування повітря, ефективною вентиляцією. У виробничих приміщеннях з перевищеним рівнем тепла має бути встановлено кондиціонер для досягнення оптимального рівня температури повітря. Повітря, що надходить у приміщення, також, варто очищати від забруднення, у тому числі від пилу та мікроорганізмів. Для цього використовуються повітряні фільтри. Для підвищення вологості повітря у приміщеннях з ПК необхідно застосовувати зволожувачі повітря.

5.2.2. Аналіз освітленості лабораторії

Робочий процес користувачів ПК переважно характеризується значним напруженням зору, внаслідок чого важливе значення має забезпечення раціонального освітлення робочих місць. Згідно «Правил охорони праці під час експлуатації електронно-обчислюваних машин», освітлення у робочих приміщеннях з ПК має бути змішаним (природне та штучне).

У лабораторії, де розташоване робоче місце інженера-дослідника, спостерігається нестача природного освітлення, зумовлена значною відстанню

між робочим столом та джерелом природного освітлення. Робоче місце має одностороннє пряме освітлення через 2 вікна, розміром 1x1,5 метра. Напрямок розміщення вікон північно-західний. Коефіцієнт природної освітленості складає приблизно 1,35%, що не відповідає нормативним значенням коефіцієнта природного освітлення ДБН В.2.5-28-2006 «Природне і штучне освітлення». Тому у приміщенні лабораторії інженера-дослідника використовується сумісне освітлення. Штучне освітлення лабораторії здійснюється за допомогою системи загального рівномірного освітлення, а також, частково, через екрани ПК. Згідно з Державними будівельними нормами ДБН-В.2.5-28-2006 «Природне і штучне освітлення» на робочому місці інженера-дослідника нормативне значення освітленості має перебувати у межах 300-500 Лк. Фактичне значення освітленості на робочому місці складає 230-280 Лк. Це пов'язано із застарілістю встановленої у лабораторії системи освітлювання. На робочому місці інженера-дослідника встановлені світильники з використанням двох люмінесцентних ламп на кожному з таких. Світильники розміщені не над робочими місцями, а посередині приміщення і в сумі дають рівень освітлення близько 260 Лк. Виходячи з цього, необхідно розробити заходи з підвищення рівня штучного освітлення на робочому місці до оптимального рівня в 400 Лк. Для джерела штучного освітлення у даному випадку оптимально підходять LED-лампи, які мають один з найвищих показників світловіддачі та економічності.

5.2.3. Захист від ураження електричним струмом

Під час робочої діяльності за допомогою ПК інженер-дослідник піддається небезпеці ураження електричним струмом. Для виключення можливого ураження всі корпуси ПК мають бути заземлені.

Штучні заземлення, як правило, використовують вертикальні та горизонтальні заземлювачі. В якості вертикальних заземлювачів використовують сталеві стрижні (пруток і кутова сталь довжиною 2,5...3 м), а в якості самостійних горизонтальних заземлювачів і для зв'язку вертикальних –

смугову сталь і сталевий пруток. Мінімальні розміри заземлювачів мають задовольняти такі параметри:

Діаметр пруткових, не оцинкованих – 10 мм;

Діаметр пруткових, оцинкованих – 6 мм;

Перетин пруткових не оцинкованих заземлювачів – 48 мм²;

Товщина прямокутних заземлювачів (смугова сталь) і полиць кутової сталі – 4 мм.

5.2.4. Захист від статичної електрики

Джерелами електростатичного поля у приміщенні лабораторії, де працює інженер-дослідник, виступають поверхні та предмети, що мають здатність легко електризуватися за рахунок тертя: лінолеум, лаковане покриття робочого стола, килим під робочим столом інженера, предмети на робочому місці. Найбільшим джерелом електростатичних зарядів є ПК, конструкція якого передбачає використання електронно-променевої трубки. На екрані ПК накопичується електростатичний заряд і виникає електромагнітне поле, яке має здатність взаємодіяти з іншими предметами поблизу, синтетичною тканиною одягу інженера, тощо, та передавати свій заряд. Для зняття статичного заряду працівникам рекомендовано:

Носити одяг з природних або комбінованих волокон (природних та штучних);

Носити на робочому місці бавовняний халат;

Декілька разів на день мити руки та обличчя звичайною водою;

Періодично протирати пил з поверхонь апаратури, у вимкненому стані, змоченою мильним розчином бавовняною ганчіркою.

5.3 Розробка заходів з охорони праці

Розробка заходів з охорони праці для приміщення дослідницько-розробної лабораторії, де розташоване робоче місце інженера-дослідника, полягає у формуванні рекомендацій з розташування оптимальної кількості світильників

необхідного типу для створення комфортних робочих умов, що задовольняють всім необхідним нормам. Для забезпечення належного освітлення у приміщенні лабораторії необхідно провести повну або часткову реконструкцію встановленої системи штучного освітлення. А саме, потрібно змінити тип освітлюючих ламп, їх потужність та кількість. У описаній в даному розділі лабораторії необхідно встановити світильники зі світлодіодними, LED-лампами. Лампи типу LED характеризуються великою кількістю переваг, серед яких найголовнішими можна вважати:

- 1) Низьке енергоспоживання;
- 2) Тривалий час експлуатації (до 100 000 год);
- 3) Ударна та вібраційна витривалість;
- 4) Екологічна і протипожежна безпека;
- 5) Низька робоча напруга;
- 6) Не викликає втоми очей (відсутність мерехтіння).

Найкраще у даному випадку підходять світильники з світлодіодними лампами Crystal 218 LED (термін служби 50 000 год), світловий потік 3200 Лм. Живлення системи освітлення здійснюється за допомогою типової мережі електроживлення з напругою 220В і частотою 50 Гц.

5.4. Пожежна безпека

Згідно з НАПБ А.01.001-2004 «Правила пожежної безпеки в Україні», для усунення можливих наслідків цих причин необхідний суворий протипожежний режим. У виробничих приміщеннях мають бути встановлені надійні засоби попереднього сповіщення небезпеки виникнення пожежі, та розміщено схеми евакуації. За пожежо- та вибухонебезпечністю приміщення лабораторії належить до категорії «В», класу 2. У приміщенні лабораторії встановлено систему пожежної сигналізації «ППКП Тирас-4П» з двома димовими сигналізаторами пожежі СПД-3, тепловим датчиком FT-A2S. Додатково може бути встановлений пожежний сповіщувач IPS-H20P, що реагує на дим.

Основним критерієм для вибору вогнегасника для приміщення є величина осередку можливої пожежі. Оскільки можлива величина осередку пожежі в даному у приміщенні досить незначна, достатньо встановлення двох переносних порошкових вогнегасників ВП-6.

5.5. Розрахунок штучного освітлення

Штучне освітлення слід забезпечувати у виді комбінованої системи освітлення з використанням LED-ламп у світильниках загального освітлення, котрі мають забезпечувати рівномірну освітленість за рахунок відбитого чи розсіяного світлорозподілу. Отже, необхідно визначити норму загального штучного освітлення (кількості світильників) для забезпечення нормованої освітленості лабораторії, застосувавши метод визначення коефіцієнта світлового потоку. Формула для розрахунку має вигляд:

$$F = \frac{E_{min} \cdot S \cdot K_3 \cdot z}{N \times \eta} \quad (5.1)$$

Де:

F – світловий потік лампи у світильнику, лм;

E_{min} – норма (мінімум) освітленості, лк;

S – площа приміщення, м²;

K_3 – коефіцієнт запасу, що враховує старіння ламп і забруднення світильників (для LED ламп - $K=1.5$);

z – коефіцієнт нерівномірності освітлення ($z = 1.2$);

N – число світильників, обумовлене з умови рівномірності освітлення;

η – коефіцієнт використання світлового потоку;

Загальна площа приміщення розробно-дослідницької лабораторії складає: $S = 28 \text{ м}^2$. Норма освітленості на робочих поверхнях в лабораторії складає 400 Лк, враховуючи, що розряд зорових робіт рівний – III. Схема розміщення світильників визначається в залежності від ширини приміщення (кількість рядів

світильників). У даному приміщенні розташовані два світильники по центру приміщення. Визначаємо індекс приміщення за наступною формулою:

$$\lambda = \frac{A \cdot B}{H_p \cdot (A + B)} \quad (5.2)$$

Де:

A – довжина приміщення, ($A = 7\text{м}$);

B – ширина приміщення, ($B = 4\text{м}$);

H_p – висота підвісу світильників над робочою поверхнею, м.

Висоту підвісу світильників над робочою поверхнею (H_p) визначемо за формулою:

$$H_p = H - h_n - h_c \quad (5.3)$$

Де:

H – висота приміщення, ($H = 3\text{м}$);

h_n – висота робочої поверхні над підлогою, ($h_n = 0.9\text{м}$);

h_c – відстань світлового центру світильника від стелі, ($h_c = 0.1\text{м}$).

Визначимо висоту підвісу світильників, підставивши вихідні значення у формулу (5.2), отримаємо:

$$H_p = 3 - 0,9 - 0,1 = 2(\text{м}) \quad (5.4)$$

Значення індексу приміщення – λ , визначається за формулою (5.2), підставивши необхідні параметри отримаємо:

$$\lambda = \frac{7 \cdot 4}{2 \cdot (7 + 4)} = 1.3 \quad (5.5)$$

За відомим індексом приміщення λ і коефіцієнтом світлового потоку від підлоги – 30% (0,3), від стін – 40% (0,4) і від стелі – 60% (0,6) визначаємо значення коефіцієнта використання світлового потоку ($\eta=0,8$) для світильника. Підставивши значення необхідних параметрів у формулу (5.1), отримаємо значення :

$$F = \frac{400 \cdot 28 \cdot 1.5 \cdot 1.2}{0,8} = 25200 \text{ (Лм)} \quad (5.6)$$

Далі визначаємо кількість світильників, необхідну для освітлення приміщення за формулою:

$$N = \frac{F}{E_d} = \frac{25200}{3200} = 8 \quad (5.7)$$

Таким чином, щоб забезпечити світловий потік у 25200 Лм необхідно встановити 8 світильників. Враховуючи, що електрична потужність одного світильника Crystal 218 LED – 36 Вт, загальна потужність усієї освітлювальної системи в приміщенні лабораторії дорівнюватиме:

$$W_{заг} = W_n \cdot N = 36 \cdot 8 = 288 \text{ Вт} \quad (5.8)$$

Отже, при достатньому природному освітленні (світлий час доби та ясна погода), кількості і сумарної площі світлових прорізів достатньо для забезпечення необхідної освітленості робочого приміщення. У разі недостатності природного освітлення, будуть задіяні джерела штучного освітлення, а саме: 8 світильників Crystal 218 LED.

Висновки: для покращення освітлення має бути проведена модернізація штучного освітлення. Встановлені у приміщенні світильники доцільно замінити на значно ефективніші 8 ламп типу Crystal 218 LED, світловий потік кожної з

яких складає 3200 Лм. Такий захід дозволить досягти оптимального значення необхідної освітленості робочого місця - $E_n=400\text{Лк}$, строк служби ламп при цьому складе 50 тисяч годин. Окрім того, такі світильники низьковольтні, а отже, більш безпечні. Також при застосуванні LED ламп зменшується навантаження на електромережу та зір робітників. Для покращення мікроклімату в приміщенні лабораторії та підвищення продуктивності праці інженера-дослідника бажано встановити кондиціонер та використовувати зволожувачі повітря.

ВИСНОВКИ

Основною метою дипломної роботи був синтез оптимального закону стабілізації крену БПЛА Aerosonde методом динамічного програмування, визначення оптимального управління крену літального апарату так, щоб досягти поліпшення стійкості і керованості об'єкта засобами автоматики без погіршення його аеродинамічних характеристик.

Була представлена інформація, щодо об'єкта дослідження, а саме невеликого безпілотного літака Aerosonde, що призначений для метеоспостережень і збору даних, включаючи такі параметри, як температура, атмосферний тиск, вологість і вітер над океаном і іншими віддаленими областями. Також, було розглянуто режими роботи та структуру двигуна Ecu R120, що є силовою установкою для вказаного об'єкта управління.

Загальна постановка задачі синтезу оптимального закону стабілізації є типовою задачею динамічного програмування.

В дипломній роботі розглянуто наступні методи для вирішення поставленої задачі оптимізації: метод динамічного програмування та метод, що також дозволяє поліпшити динамічні характеристики системи на основі введення у зворотній зв'язок оптимального детермінованого регулятора. Перший метод було застосовано на основі принципу оптимальності динамічного програмування Р. Беллмана, у якому задача оптимізації функціоналу зводиться до вирішення одного нелінійного диференціального рівняння в часткових похідних першого порядку з однією граничною умовою. Другий метод було застосовано до умови поставленої задачі із замиканням системи зворотнім зв'язком регулятором, отриманим за допомогою програми MATLAB (метод, заснований на знаходженні алгебраїчних розв'язків рівняння Ріккатті через матриці, що описують динаміку об'єкта, а також вагові матриці для функціонала якості).

Порівнюючи результати, отримані двома продемонстрованими методами – синтезом оптимального управління із застосуванням принципу динамічного

програмування та із введенням в систему *lqr* регулятора, – можна зробити наступні висновки:

– $\|H_2\|$ норма системи, отриманої із синтезом оптимального управління за принципом динамічного програмування Беллмана має таке ж саме значення, як система із введенням оптимального детермінованого регулятора;

– власні числа систем знаходяться у лівій напівплощині, що свідчить про стійкість системи;

– основні показники якості перехідного процесу свідчать, що система із введенням регулятора має такі ж самі показники, як і система отримана в результаті синтезу методом динамічного програмування

Рівність результатів свідчить про правильність розрахунків, однакову ефективність обраних методів на основі поставленої задачі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беллман З., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. – М.: Наука, 1965.
2. Брайсон А., Хо-Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, 1972.
3. Лебедев А.А. Введение в анализ и синтез систем. – М.: Изд-во МАИ, 2001.
4. Малышев В.В. Методы оптимизации сложных систем. – М.: МАИ, 1981.
5. Моисеев Н.Н., Иванов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978.
6. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975.
7. Черноусько Ф.Л., Боничук. Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973.
8. Тихонов А.Н., Васильева А.В., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1986. 232 с.
9. Математическая теория оптимальных процессов // Понтрягин Л.С. и др. М.: Наука, 1976, 392 с.
10. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969, 360 с.
11. М.: Машиностроение, 1979. – 155 с.
12. https://en.wikipedia.org/wiki/AAI_Aerosonde
13. <https://shvachko.net/?p=1545&lang=ru>
14. <http://enya-motoren.de/WebRoot/Store11/Shops/814307ef-f350-4a48-89c5-5f1e2158bb62/MediaGallery/Instruction-manual-R120-4C.pdf>
15. <http://sceptreflight.com/Model%20Engine%20Tests/Enya%20R120-4C.html>
16. <https://core.ac.uk/download/pdf/81247977.pdf>

ДОДАТКИ

Додаток А

Лістинг в MatLab: оптимальний детермінований регулятор, перехідні характеристики

```
%задаємо матриці станів та управління, що задані умовою
задачі
a=[-0.638 0; 1 0];
b=[1; 0];
c=eye(2);
d=zeros(2,1);

%синтезуємо простір станів системи
%попередньо ввівши оптимальний детермінований регулятор
sys=ss(a,b,c,d);
W=[1 1];
Q=diag(W);
R=eye(1);
[F,P,E]=lqr(a,b,Q,R)
sys1=feedback(sys,F)
H2_sys1=normh2(sys1)

%задаємо матриці простору станів системи,
%отриманої за принципом динамічного програмування
a1=[-1.846 -1; 1 0];
b1=[1; 0];
sysbel=ss(a1,b1,c,d);
H2_sysbel=normh2(sysbel)

figure(1)
step(sys1)
figure(2)
step(sysbel)
```

Додаток Б

Лістинг в Mathcad: метод динамічного програмування Беллмана

```

A11 := 3      A12 := 2      A22 := 5

a11 := 2      c := 2
a12 := 0

a21 := 0

a22 := 2

b11 := -0.638
b12 := 0
b21 := 1
b22 := 0
m1 := 1
m2 := 0

```

Given

$$a11 + 2 \cdot (A12 \cdot b21 + A11 \cdot b11) - \frac{1}{c} \cdot (A11 \cdot m1 + A12 \cdot m2)^2 = 0$$

$$a22 + 2 \cdot (A12 \cdot b12 + A22 \cdot b22) - \frac{1}{c} \cdot (A12 \cdot m1 + A22 \cdot m2)^2 = 0$$

$$a12 + A11 \cdot b12 + A12 \cdot b11 + A12 \cdot b22 + A22 \cdot b21 - \frac{1}{c} \cdot (A11 \cdot m1 + A12 \cdot m2) \cdot (A12 \cdot m1 + A22 \cdot m2) = 0$$

$$\text{Find}(A11, A12, A22) = \begin{pmatrix} 2.416 \\ 2 \\ 3.692 \end{pmatrix}$$

$$A11 := 2.416 \quad A12 := 2 \quad A22 := 3.692$$

$$A11 \cdot A22 - A12^2 = 4.92$$

$$\frac{-1}{c} \cdot (A11 \cdot m1 + A12 \cdot m2) = -1.208$$

$$\frac{-1}{c} \cdot (A12 \cdot m1 + A22 \cdot m2) = -1$$

$$p1 := -1.208$$

$$p2 := -1$$

$$(b11 + m1 \cdot p1) = -1.846$$

$$(b12 + m1 \cdot p2) = -1$$

$$(b21 + m2 \cdot p1) = 1$$

$$(b22 + m2 \cdot p2) = 0$$