

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет
 Факультет аеронавігації, електроніки та телекомунікацій
 Кафедра електроніки, робототехніки і технологій моніторингу та інтернету речей

УЗГОДЖЕНО
 В.о. Декана ФАЕТ
 _____ С. Завгородній
 «20» _____ 2021 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ
 Проректор з навчальної роботи
 _____ А. Полухін
 «24» _____ 2021 р.



Система менеджменту якості

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
«Імовірність та математична статистика»

Галузь знань 15 Автоматизація та приладобудування
 Спеціальність: 153 Мікро- та наносистемна техніка
 Освітньо-професійна програма: Фізична та біомедична електроніка

Форма навчання	Се-местр	Усього (го-дин/кредиті в ECTS)	Лек-ції	Практ. заняття	Лаб. заняття	СРС	ДЗ / РГР /К	КР / КП	Форма сем. контролю
Денна:	3	180/6,0	30	30	15	105	-	-	Екзамен 3с
Заочна	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Індекс: НБ-2-153-3/20-1.12

СМЯ НАУ РП 22.01.06-01-2021



Робочу програму навчальної дисципліни «Імовірність та математична статистика» розроблено на основі освітньої програми та робочого навчального плану № НБ-2-153-3/20 підготовки здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка» за освітньо-професійною програмою «Фізична та біомедична електроніка», та відповідних нормативних документів.

Робочу програму розробив:
професор кафедри ЕРМІТ

І. Ф. Бойко


Робочу програму обговорено та схвалено на засіданні випускової кафедри спеціальності 153 «Мікро- та наносистемна техніка» (освітньо-професійна програма «Фізична та біомедична електроніка») - кафедри електроніки, робототехніки і технологій моніторингу та інтернету речей, протокол № 1 від «04» 01 2021 р.

Завідувач кафедри

В. М. Шутко

Робочу програму обговорено та схвалено на засіданні науково-методично-редакційної ради факультету аеронавігації, електроніки та телекомунікацій, протокол № 5 від «15» 01 2021 р.

Голова НМРР

	Система менеджменту якості. Робоча програма навчальної дисципліни «Імовірність та математична статистика»	Шифр документа	СМЯ НАУ РП 22.02-01-2021
		стор. 3 з 11	

ЗМІСТ

	сторінка
Вступ	4
1. Пояснювальна записка	4
1.1 Заплановані результати	4
1.2. Програма навчальної дисципліни.....	5
2. Зміст навчальної дисципліни	7
2.1. Структура навчальної дисципліни (тематичний план)	7
3. Навчально-методичні матеріали з дисципліни	8
3.1. Методи навчання.....	8
3.2. Рекомендована література (базова і допоміжна)	9
3.3. Інформаційні ресурси в Інтернеті.....	9
4. Рейтингова система оцінювання набутих студентом знань та вмінь	9



ВСТУП

Робоча програма (РП) навчальної дисципліни «Ймовірність та математична статистика» розроблена на основі «Методичних рекомендацій до розроблення та оформлення робочої програми навчальної дисципліни денної та заочної форм навчання», затверджених розпорядженнями № 071/роз. від 10.07.2019 р., № 088/роз. від 16.10.2019 р. та відповідних нормативних документів.

1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

1.1. Заплановані результати

Дана навчальна дисципліна є теоретичною основою сукупності знань та вмінь, що формують професійний профіль фахівця з мікро- та наноелектроніки в області аналізу та побудови систем обробки цифрових сигналів.

Дана навчальна дисципліна у значній мірі визначає рівень загальнонаукової підготовки бакалаврів з мікро- та наносистемної техніки і забезпечує теоретичну основу для вивчення принципів та алгоритмів функціонування засобів фізичної та біомедичної електроніки при обробці випадкових сигналів та зображень на фоні різноманітних шумів та завад.

Метою викладання дисципліни є висвітлення сучасного математичного апарату теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових функцій, який повинен бути достатнім для опрацювання математичних моделей випадкових сигналів, завад та зображень, що виникають та використовуються в мікро- та наносистемній техніці, при обробці статистичних даних і пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівців з фізичної та біомедичної електроніки.

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:

- оволодіти необхідними теоретичними знаннями з теорії ймовірностей та математичної статистики і основними принципами їх застосування в системі дисциплін при підготовці за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка»;
- оволодіти знаннями та навичками, потрібними для теоретико-ймовірнісного аналізу та статистичного моделювання випадкових явищ та процесів, що виникають в роботі засобів мікро- та наносистемної техніки, при стохастичному аналізі, синтезі та обробці інформаційних сигналів та зображень в умовах дії завад в поіменованих вище системах;
- прищепити первинні навички математичного дослідження задач обробки сигналів та даних у ймовірнісній постановці;
- виробити вміння самостійно використовувати при розв'язанні теоретико-ймовірнісних задач та при обробці статистичних даних необхідні методи і спеціальну літературу.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути наступні

компетентності:

ЗК1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК2. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК6. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК12. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

ФК1. Здатність використовувати знання і розуміння наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів для проектування та застосування мікро- та наносистемної техніки.

ФК2. Здатність виконувати аналіз предметної області та нормативної документації, необхідної для проектування та застосування приладів та пристроїв мікро- та наносистемної техніки.

ФК3. Здатність використовувати математичні принципи і методи для проектування та застосування мікро- та наносистемної техніки.

ФК4. Здатність застосовувати відповідні наукові та інженерні методи, сучасні



інформаційні технології і комп'ютерне програмне забезпечення, комп'ютерні мережі, бази даних та Інтернет-ресурси для розв'язування професійних завдань у галузі мікро- та наносистемної техніки.

ФК10. Здатність розуміти та застосовувати технологічні принципи виробництва, випробування, експлуатації та ремонту мікро- та наносистемної техніки та біомедичного обладнання.

Навчальна дисципліна «Імовірність та математична статистика» використовує знання, які набувають студенти при вивченні таких дисциплін, як: «Вища математика», «Фізика», та є базою для вивчення таких дисциплін, як: «Медична акустoeлектроніка» «Цифрові приймачі біомедичних зображень», «Цифрова обробка сигналів», «Прикладна оптоелектроніка» та інших.

1.2. Програма навчальної дисципліни.

Навчальний матеріал дисципліни структурований за модульним принципом і складається з двох навчальних модулів, а саме:

- навчального модуля №1 «Випадкові величини»;
- навчального модуля №2 «Випадкові функції. Математична статистика»,

кожен з яких є логічно завершеною, відносно самостійною, цілісною частиною навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає проведення модульної контрольної роботи та аналіз результатів її виконання.

Модуль 1. Випадкові величини.

Тема 1. Вступ.

Предмет та задачі дисципліни «Імовірність та статистика в приладобудуванні». Коротка історична справка розвитку понять теорії ймовірностей та математичної статистики. Випадкові явища, величини та процеси в засобах мікро- та наносистемної техніки. Задачі стохастичного аналізу та синтезу пристроїв та систем фізичної та біомедичної електроніки, орієнтованих на обробку випадкових сигналів. Задачі обробки статистичних даних.

Тема 2. Випадкові події.

Стохастичний експеримент. Випробування. Наслідки випробування. Елементарні події. Простір елементарних подій. Приклади. Означення випадкової події. Види випадкових подій. Дії над випадковими подіями. Ілюстрація за допомогою діаграм Венна.

Тема 3. Означення ймовірності. Теорема додавання ймовірностей.

Класичне означення ймовірності. Гіпотеза рівноймовірності. Недоліки класичного означення ймовірності. Основні формули комбінаторики та обчислення ймовірностей. Частота подій, її властивості. Статистичне означення ймовірності, його недоліки. Алгебра та σ -алгебра подій. Приклади. Аксиоматичне означення ймовірності. Система аксіом та її властивості. Властивості ймовірностей, що впливають із системи аксіом. Імовірнісний простір. Теорема додавання ймовірностей.

Тема 4. Умовні ймовірності. Теорема множення ймовірностей.

Означення умовних подій та умовних ймовірностей. Властивості умовних ймовірностей. Теорема множення ймовірностей. Означення незалежності подій. Множення ймовірностей незалежних подій. Незалежність подій попарна і незалежність у сукупності. Схема гіпотез. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Априорні і апостеріорні ймовірності.

Тема 5. Повторення випробувань. Граничні теореми.

Повторення випробувань. Незалежні випробування. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Найвірогідніша кількість появи події в схемі Бернуллі. Проблема обчислення ймовірностей за



формулою Бернуллі. Теорема Пуассона. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра –Лапласа.

Тема 6. Випадкові величини та їх розподіли.

Означення випадкової величини. Дискретні і неперервні випадкові величини. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Аналітичне, табличне та графічне зображення закону розподілу ймовірностей. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини. Її властивості. Функція розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Щільність розподілу неперервної випадкової величини. Її властивості.

Тема 7. Числові характеристики випадкових величин.

Початкові моменти випадкових величин. Їх властивості. Означення математичного сподівання для дискретних і неперервних випадкових величин. Його основні властивості. Центральні моменти випадкових величин. Дисперсія випадкової величини, її властивості. Середньоквадратичне відхилення. Закон трьох σ . Інші числові характеристики розподілу випадкової величини: мода, медіана, асиметрія, ексцес. Характеристична функція та її властивості. Семіінваріанти (кумулянти) випадкової величини. Основні закони розподілу дискретних та неперервних випадкових величин: біноміальний, рівномірний, пуассонівський, геометричний, гіпергеометричний, рівномірний, показниковий, нормальний, Релея та інш.

Тема 8. Закон великих чисел.

Суть закону великих чисел. Нерівність Чебишова. Доведення нерівності Чебишова. Значення нерівності Чебишова для практики і теорії. Теорема Чебишова. Суть теореми Чебишова та її значення для практики обробки сигналів та даних. Теорема Бернуллі. Особливості збіжності частоти випадкової події до її ймовірності за теоремою Бернуллі. Застосування теореми Бернуллі при обробці статистичних даних.

Тема 9. Системи випадкових величин. Умовні закони розподілу випадкових величин.

Поняття про систему декількох випадкових величин. Закон розподілу ймовірностей дискретної двовимірної випадкової величини. Функція розподілу двовимірної випадкової величини. Щільність сумісного розподілу ймовірностей неперервної двовимірної випадкової величини. Маргінальні розподіли. Числові характеристики системи декількох випадкових величин.

Умовні закони розподілу складових системи випадкових величин. Залежні та незалежні випадкові величини. Кореляційний момент і коефіцієнт кореляції. Корельованість та залежність випадкових величин. Нормальний закон розподілу на площині.

Модуль 2. Випадкові функції. Математична статистика.

Тема 1. Випадкові процеси та їх розподіли.

Означення випадкової функції. Випадкові процеси. Реалізація випадкового процесу. Класифікація за областю означення та областю значень. Приклади випадкових процесів з електроніки. Послідовність скінченновимірних функцій розподілу випадкового процесу. Властивості. Послідовність щільностей розподілу ймовірностей випадкового процесу. Властивості. Математичне сподівання та дисперсія випадкового процесу.

Тема 2. Стаціонарні випадкові процеси.

Означення стаціонарного випадкового процесу (у вузькому розумінні). Умови достатності та необхідності стаціонарності випадкових процесів. Особливості залежності функцій розподілу стаціонарних процесів від часу. Означення стаціонарності у широкому



розумінні (слабка стаціонарність). Співвідношення між стаціонарністю у вузькому та широкому розумінні. Ергодичні випадкові процеси. Визначення характеристик ергодичних випадкових сигналів.

Тема 3. Спектрально-кореляційна теорія випадкових процесів.

Означення кореляційної функції випадкового процесу. Її властивості. Коефіцієнт кореляції. Взаємна кореляційна функція, властивості. Кореляційна функція стаціонарного випадкового процесу, її властивості. Взаємна кореляційна функція стаціонарних і стаціонарно зв'язаних випадкових процесів. Застосування кореляційного аналізу в практиці обробки даних та сигналів. Зображення стаціонарного випадкового процесу у вигляді гармонічних коливань із випадковими амплітудами і фазами. Дискретний спектр стаціонарного випадкового процесу. Неперервний спектр стаціонарного випадкового процесу. Спектральна щільність. Взаємна спектральна щільність стаціонарних і стаціонарно зв'язаних випадкових процесів. Білий шум.

Тема 4. Основні поняття математичної статистики.

Задачі математичної статистики. Приклади із обробки сигналів та даних. Коротка історична справка. Генеральна та вибіркова сукупності. Обсяг вибірки. Повторна та без повторна вибірка. Репрезентативна вибірка. Способи відбору: простий випадковий, типізований, механічний, серійний. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу. Властивості. Теорема Глівенка. Полігон і гістограма.

Тема 5. Статистичні оцінки параметрів розподілів.

Поняття статистичної оцінки параметрів. Статистика. Властивості статистичних оцінок: незсуненість, слухність, ефективність, достатність. Точкові оцінки математичного сподівання, дисперсії, ймовірності випадкової події. Методи знаходження точкових оцінок: метод моментів, метод максимальної правдоподібності, метод найменших квадратів. Поняття інтервального оцінювання. Знаходження довірчих інтервалів для параметрів нормального розподілу.

Тема 6. Статистична перевірка статистичних гіпотез.

Задачі статистичної перевірки гіпотез. Приклади застосування методів статистичної перевірки гіпотез при обробці сигналів в електроніці. Поняття статистичної гіпотези. Види гіпотез. Статистичний критерій. Критична область та область прийняття гіпотези. Похибки першого і другого роду. Рівень значимості критерію. Потужність критерію. Перевірка гіпотез про закон розподілу. Критерій χ^2 -Пірсона. Критерій Колмогорова.

2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Структура навчальної дисципліни.

№ п/п	Назва теми	Обсяг навчальних занять (год)									
		Денна форма навчання					Заочна форма навчання				
		Усього	Лекції	Пр. зан.	Лаб.роб.	СРС	Усього	Лекції	Пр. зан.	Лаб.роб.	СРС
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5 семестр											
Модуль № 1 «Випадкові величини»											



1.1	Вступ	4	2	-	-	2					
1.2	Випадкові події	14	2	2	2	8					
1.3	Означення ймовірності. Теорема додавання ймовірностей	10	2	2	-	6					
1.4	Умовні ймовірності. Теорема множення ймовірностей	10	2	2	-	6					
1.5	Повторення випробувань. Граничні теореми	14	2	2	2	8					
1.6	Випадкові величини та їх розподіли	14	2	2	2	8					
1.7	Числові характеристики випадкових величин	14	2	2	2	8					
1.8	Закон великих чисел	10	2	2	-	6					
1.9	Системи випадкових величин. Умовні закони розподілу випадкових величин	8	2	-	2	4					
1.10	Модульна контрольна робота №1	6	-	2	-	4					
Усього за модулем №1		104	18	16	10	60					
Модуль №2 «Випадкові функції. Математична статистика»											
2.1	Випадкові процеси та їх розподіли	10	2	2	-	6					
2.2	Стационарні випадкові процеси	14	2	2	2	8					
2.3	Спектрально-кореляційна теорія випадкових процесів	10	2	2	-	6					
2.4	Основні поняття математичної статистики	10	2	2	-	6					
2.5	Статистичні оцінки параметрів розподілів	14	2	2	2	8					
2.6	Статистична перевірка статистичних гіпотез	12	2	2	1	7					
2.7	Модульна контрольна робота №2	6	-	2	-	4					
Усього за модулем №2		76	12	14	5	45					
Усього за навчальною дисципліною		180	30	30	15	105					

3. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ З ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Методи навчання

При вивченні навчальної дисципліни використовуються наступні методи навчання:

- пояснювально-ілюстративний метод;
- метод проблемного викладу;
- репродуктивний метод;
- дослідницький метод.

Реалізація цих методів здійснюється при проведенні лекцій, демонстрацій, самостійному вирішенні задач, роботі з навчальною літературою для опанування фундаментальних, загально технічних і професійних основ спеціальності за напрямом «Мікро- та наносистемна техніка», специфіки майбутньої роботи випускника.



3.2. Рекомендована література

Базова література

3.2.1. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – К. : ЦУЛ, 2002. – 448 с.

3.2.2. Бабак В.П., Марченко Б.Г., Фриз М.Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. - К.: Техніка, 2004. - 288 с.

3.2.3. Дорош А. К. Теорія ймовірностей та математична статистика / А. К. Дорош, О. П. Коханівський. – К. : НТУУ «КПІ», 2006. – 268 с.

3.2.4. Іванюта І. Д. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики / І. Д. Іванюта, В. І. Рибалка, І. А. Рудоміно-Дусятська. – К. : Слово, 2003. – 272 с.

Допоміжна література

3.2.5. Каніовська І. Ю. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах / І. Ю. Каніовська. – К. : ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", ТОВ "Фірма «Періодика»", 2004. – 156 с

3.2.6. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб./ О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П. І. Штабальок. – К: НТУУ «КПІ», 2014. – 212 с.

3.2. Інформаційні ресурси в Інтернеті

3.3.1 <http://kafelec.nau.edu.ua/materialu12-ukr.html>

4. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАБУТИХ СТУДЕНТОМ ЗНАТЬ ТА ВМІНЬ


4.1. Оцінювання окремих видів виконаної студентом навчальної роботи здійснюється в балах відповідно до табл.4.1.

Таблиця 4.1

Вид навчальної роботи	Максимальна кількість балів		Заочна форма навчання
	Денна форма навчання		
	1 семестр		2 семестр
	Модуль №1	Модуль №2	
Виконання завдань на практичних заняттях	13 (сумарно)	11 (сумарно)	
Виконання та захист лабораторних робіт	$26 \times 5 = 10$	$26 \times 3 = 6$	
<i>Для допуску до виконання модульної контрольної роботи студент має набрати не менше</i>	<i>27,5 балів</i>	<i>21 балів</i>	
Виконання модульної контрольної роботи	10	10	
Усього за модулем	33	27	
Семестровий екзамен	40		
Усього за дисципліною	100		

4.2. Виконані види навчальної роботи зараховуються студенту, якщо він отримав за них позитивну рейтингову оцінку.

4.3. Сума рейтингових оцінок, отриманих студентом за окремі види виконаної навчальної роботи, становить поточну модульну рейтингову оцінку, яка заноситься до відомості модульного контролю.

	Система менеджменту якості. Робоча програма навчальної дисципліни «Імовірність та математична статистика»	Шифр документа	СМЯ НАУ РП 22.02-01-2021
		стор. 10 з 11	

4.4. Сума поточної та контрольної модульних рейтингових оцінок становить підсумкову модульну рейтингову оцінку, яка в балах та за національною шкалою заноситься до відомості модульного контролю.

4.5. Підсумкова семестрова рейтингова оцінка в балах, за національною шкалою та шкалою ECTS заноситься до заліково-екзаменаційної відомості, навчальної картки та залікової книжки студента.

4.6. Підсумкова семестрова рейтингова оцінка заноситься до залікової книжки та навчальної картки студента, наприклад, так: **92/Відм./А, 87/Добре/В, 79/Добре/С, 68/Задов./D, 65/Задов./Е** тощо.

4.7. Підсумкова рейтингова оцінка з дисципліни дорівнює підсумковій семестровій рейтинговій оцінці. Зазначена підсумкова рейтингова оцінка з дисципліни заноситься до Додатку до диплома.



(Ф 03.02 – 01)

АРКУШ ПОШИРЕННЯ ДОКУМЕНТА

№ прим.	Куди передано (підрозділ)	Дата видачі	П.І.Б. отримувача	Підпис отримувача	Примітки

(Ф 03.02 – 02)

АРКУШ ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ДОКУМЕНТОМ

№ пор.	Прізвище ім'я по-батькові	Підпис ознайомленої особи	Дата ознайомлення	Примітки

(Ф 03.02 – 04)

АРКУШ РЕЄСТРАЦІЇ РЕВІЗІЇ

№ пор.	Прізвище ім'я по-батькові	Дата ревізії	Підпис	Висновок щодо адекватності

(Ф 03.02 – 03)

АРКУШ ОБЛІКУ ЗМІН

№ зміни	№ листа (сторінки)				Підпис особи, яка внесла зміну	Дата внесення зміни	Дата введення зміни
	Зміненого	Заміненого	Нового	Анульованого			

(Ф 03.02 – 32)

УЗГОДЖЕННЯ ЗМІН

	Підпис	Ініціали, прізвище	Посада	Дата
Розробник				
Узгоджено				
Узгоджено				
Узгоджено				