

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШАРУ СТОКУ ДОЩОВИХ ОПАДІВ ЗІ ЗЛІТНО-ПОСАДКОВОЇ СМУГИ ЗА НАЯВНОСТІ БОКОВОГО ВІТРУ

Побудовано математичну модель і метод розрахунку течії водної плівки в шарі стоку дощових опадів на плоскій похилій штучно шорсткій поверхні за умови наявності бокового вітру на основі спрощеної форми рівнянь руху в'язкої рідини та напівемпіричного опису турбулентності разом з урахуванням особливостей взаємодії потоку рідини з нерегулярною структурою рельєфу обтічної поверхні. Порівняння результатів застосування моделі з експериментальними даними продемонструвало її кращу точність та універсальність у порівнянні з розрахунковими формулами інших авторів.

Ключові слова: шар стоку, боковий вітер, ухил поверхні, шорсткість, турбулентність, математична модель

Вступ

Дощові опади і вітер є метеорологічними явищами, що несприятливим чином суттєво впливають на безпеку виконання зльоту та посадки повітряних суден (ПС). З метою відведення шару води зі злітно-посадкової смуги (ЗПС) застосовується поперечний ухил її поверхні, нормування якого регламентується Додатком 14 до Конвенції про міжнародну цивільну авіацію ІКАО [1], Керівництвом з сертифікації аеродромів ІКАО [2], а в нашій країні – та Сертифікаційними вимогами до цивільних аеродромів України [3]. Зокрема, в [1] формулюються рекомендації по забезпеченню найшвидшого стоку шару води шляхом формування, якщо це можливо, двоскатного поперечного профілю поверхні ЗПС з симетричним ухилом, а останній не повинен перевищувати значень $i = 0,015 - 0,02$ залежно від класу ЗПС, а також не мусить бути меншим за $i = 0,01$. Нормативні документи [2, 3] наслідують наведений в [1] діапазон, межі якого обумовлені, перш за все, необхідністю забезпечення належного коефіцієнту зчеплення коліс шасі з поверхнею ЗПС. Важливість забезпечення і достовірного експериментального визначення коефіцієнта зчеплення проголошується Керівництвом з аеропортових служб ІКАО [4] як “пріоритетна проблема, що викликає загальне занепокоєння”, отже визначення останнього до сьогодні здійснюється переважно емпіричним шляхом. Причина такого стану речей полягає, перш за все, в комплексності даної проблеми і, зокрема, в складності теоретичного опису і належного врахування взаємодії усіх факторів, що впливають на коефіцієнт зчеплення, а саме шорсткості ЗПС та руху шару стоку дощових опадів вздовж її поверхні. Ще одним вагомим фактором є вітер, який у залежності від напрямку може негативно впливати на формування шару стоку, збільшуючи його товщину через обумовлене гравітаційною силою гальмування течії з похилої поверхні ЗПС. Так, в [1] зазначається, що “за наявності бокового вітру на мокрих ЗПС проблема глісирування може набути ще гострішого характеру внаслідок поганого стоку води”. Отже, проблема належного врахування зазначених чинників на формування шару стоку з поверхні ЗПС є нагальною і потребує розробки надійних шляхів її вирішення з метою забезпечення проведення обґрунтованих експрес-оцінок реально-

го стану ЗПС при несприятливих метеорологічних умовах та визначення на цій основі спроможності ЗПС до безпечного функціонування.

Аналіз досліджень і публікацій щодо моделювання шару стоку

Відомі емпіричні гідравлічні залежності [5-11] враховують наявність шорсткості та ухилу поверхні ЗПС, але не є спроможними врахувати вплив бокового вітру, що й обумовлює актуальність проведення досліджень саме у цьому напрямку. Різноманітність можливих комбінацій значень параметрів, що визначають формування шару стоку, приводить або до необхідності розробки експериментального устаткування, яке дозволить визначати товщину шару стоку при зливів в режимі реального часу в місці його розташування, або до висновку про необхідність побудови відповідних теоретичних моделей. Розробці експериментального устаткування та методик вимірювань товщини шару стоку шляхом використання датчиків, що працюють за принципом протитиску чи безпосередніх замірів мірними голками (шпіценмасштабами), присвячені дослідження Кривенко Ю.М. [12]. Недолік цього підходу – в необхідності стаціонарного розміщення вимірювального обладнання поблизу бічної крайки ЗПС, що ускладнює оцінку товщини в інших місцях поверхні, а, отже, не забезпечує повноти інформації про реальний поточний стан ЗПС.

Інший, теоретичний напрямок досліджень, розвивається авторами і отримані на цьому шляху результати будуть висвітлені та протестовані в даній роботі. Значна кількість робіт у напрямі математичного моделювання течій водних плівок обмежена розглядом ламінарних режимів течій як плівок, так і супутнього потоку газу [13]. Реальна ж течія водної плівки на ЗПС формується в умовах інтенсивної турбулізації краплями дощу та шорсткістю поверхні, що унеможливує розгляд даних течій як ламінарних. Отже, розробка математичних моделей шару стоку з урахуванням впливу шорсткості обтічної поверхні, наявності бокового вітру та підвищеного рівня турбулентності течії навіть при малій товщині водної плівки є теоретично і практично актуальною проблемою.

Постановка проблеми

Розглянемо поперечний переріз шару стоку дощових опадів інтенсивності a , що формується на ЗПС двоскатного симетричного профілю (рис. 1) з ухилом i та середньою висотою шорсткості Δ за умови наявності бокового вітру швидкості W .

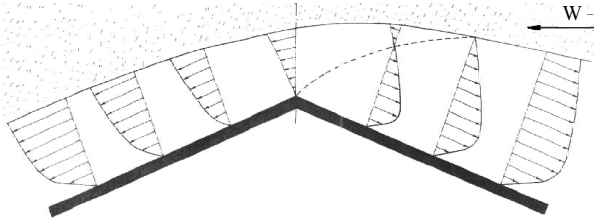


Рис. 1. Схема формування шару стоку з похилої поверхні ЗПС симетричного двоскатного профілю

Метою статті є розробка математичної моделі стоку води, яка дозволяє при заданих значеннях параметрів a , i , Δ та W для будь-якого заданого перерізу шару стоку на відстані L від початку його формування визначити товщину водної плівки h , розподіл швидкості по її товщині $u(y)$, а також середню швидкість у цьому перерізі $v_{\text{сеп}}$.

Математична модель гравітаційної течії водної плівки в шарі стоку дощових опадів на шорсткій поверхні

Схематизуємо течію, що є об'єктом дослідження, виділивши найсуттєвіші її риси та особливості. Перш за все, враховуючи двоскатність поперечного профілю ЗПС, розглянемо лише його половину (рис. 2). Зауважимо, що формування стоку за умови наявності бокового вітру втрачає симетрію і може бути суттєво різним на навітряній та підвітряній частинах ЗПС, але математично ці відмінності у повній мірі враховуються лише відповідністю чи протилежністю напрямків ухилу та швидкості вітру.

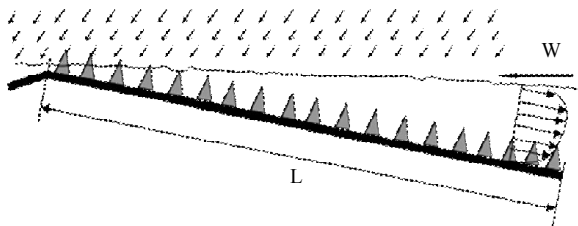


Рис. 2. Схема формування шару стоку з похилої шорсткої поверхні ЗПС за наявності бокового вітру

По-друге, вважатимемо за ще одну суттєву особливість, притаманну даній течії, той факт, що для шару стоку з ЗПС середня висота шорсткості Δ є сумірною, а в деяких випадках значно перевищує товщину водної плівки h . Отже, для даної течії значна частина шару води рухається між елементами шорсткості, що обумовлює нагальну потребу в коректному врахуванні фактору захарщення потоку шорсткістю відповідно до її геометричних особливостей. Нарешті, відзначимо, що фактор наявності вітру приводитиме на зовнішній межі шару стоку до виникнення напруження тертя τ_{out} , яке визначатиметься значною мірою збуреною нерегулярною формою цієї межі внаслідок падіння на неї крапель дощу. Крім того, краплі дощу збурюють увесь шар стоку навіть при малій товщині останнього, обумов-

люючи розвинений турбулентний режим течії і необхідність відповідного його опису при моделюванні. Урахування ефекту захарщення та опис властивостей течії значно ускладнюється поблизу основ елементів шорсткості, у зв'язку з чим вважатимемо справедливим припущення, що товщина шару стоку h визначатиметься лише його логарифмічною ділянкою, яка бере початок на деякій відстані y_s від основи елементів шорсткості. Розподіл швидкості при $y \leq y_s$ апроксимуватимемо лінійною функцією:

$$u = u_s y / y_s, \quad (1)$$

а напруження тертя τ у цій області вважатимемо сталою величиною, рівною значенню при $y = 0$, тобто $\tau = \tau_w$. Тут u – швидкість течії на відстані y від поверхні, м/с; y – нормальна до обтічної поверхні координата; u_s – значення u при $y = y_s$, яке буде визначене у подальшому з умови неперервності профілю швидкості $u(y)$. Для визначення розподілів $\tau(y)$ та $u(y)$ при $y > y_s$ використаємо наступний підхід: спрощене рівняння руху в'язкої рідини, в якому враховано дію сили тяжіння і нехтується конвективними складовими та дифузійним членом у напрямку розвитку течії, має вигляд

$$\frac{1}{\rho_L} \frac{d\tau}{dy} = -g \sin i, \quad (2)$$

де ρ_L – густина рідини; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного тяжіння;

Застосування (4) з урахуванням зроблених вище припущень є справедливим для вже усталеної ділянки течії, яка за даними [14] починається на відстані $L = 50\bar{h}$ від початку стоку (\bar{h} – середня глибина шару стоку). Крім того, рівняння (2) є строго справедливим для частини шару стоку над шорсткістю і наближено справедливим в частині шару стоку між елементами шорсткості, де захарщення ще не є значним, тобто при $y_s < y < \Delta$. Інтегрування (2) спільно з граничною умовою на зовнішній межі стоку $\tau = \tau_{\text{out}}$ при $y = h + y_s$ дозволяє знайти розподіл $\tau(y)$ у вигляді

$$\tau = \tau_{\text{out}} + \rho_L g \sin i (h + y_s - y).$$

При $y = y_s$ визначимо найбільше значення τ для шару стоку $\tau_s = \tau_{\text{out}} + \rho_L g h \sin i$, яке, враховуючи зроблене вище припущення щодо незмінності $\tau(y) = \tau_w = \tau_s$ в області $0 \leq y \leq y_s$, дає змогу визначити динамічну швидкість наступним чином

$$v_* = \sqrt{\tau_w / \rho_L} = \sqrt{\tau_{\text{out}} / \rho_L + g h \sin i}. \quad (3)$$

Використання (3) дозволяє остаточно представити розподіл тертя $\tau(y)$ наступним чином

$$\tau = \begin{cases} v_*^2 \rho_L & \text{при } y \leq y_s; \\ (v_*^2 - g(y - y_s) \sin i) \rho_L & \text{при } y > y_s. \end{cases} \quad (4)$$

Інтегруванням формули Буссінеска $\tau_{tL} = \rho_L v_{tL} \frac{du}{dy}$

в області $y_s < y < h$, де турбулентна в'язкість v_{tL} значно перевищує молекулярну ($v_{tL} \gg \nu_L$), нехтуючи останньою і задаючи кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості відповідно до відомих алгебраїчних підходів напівемпіричного моделювання пристійної турбулентності [15] виразом $v_{tL} = k u v_*$,

а для опису турбулентних напружень $\tau_{tL}(y)$, застосовуючи (4), одержуємо формулу для розподілу швидкості

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{\Delta} + B + \frac{\varphi}{hk} \left(y_s \ln \frac{y v_*}{v_L} - y \right), \quad (5)$$

де $\varphi = gh \sin i / v_*^2$.

Отримане співвідношення дає змогу визначити значення швидкості при $y = y_s$, тобто

$$u_s = \frac{1}{k} \ln \frac{y_s}{\Delta} + B + \frac{\varphi}{hk} \left(y_s \ln \frac{y_s v_*}{v_L} - y_s \right) v_*, \quad \text{отже профіль швидкості остаточно визначатиметься наступним чином}$$

$$u = \begin{cases} u_s y / y_s & \text{при } y \leq y_s; \\ \left[\frac{1}{k} \ln \frac{y}{\Delta} + B + \frac{\varphi}{hk} \left(y_s \ln \frac{y v_*}{v_L} - y \right) \right] v_* & \text{при } y > y_s. \end{cases} \quad (6)$$

Згідно запровадженої схематизації представимо розподіли швидкості $u(y)$ та $\tau(y)$ в шарі стоку, виділивши три характерні області досліджуваної течії відповідно до наступних умов: $0 < y \leq y_s$, $y_s < y \leq \Delta$, $\Delta < y \leq h + \Delta$ (рис. 3).

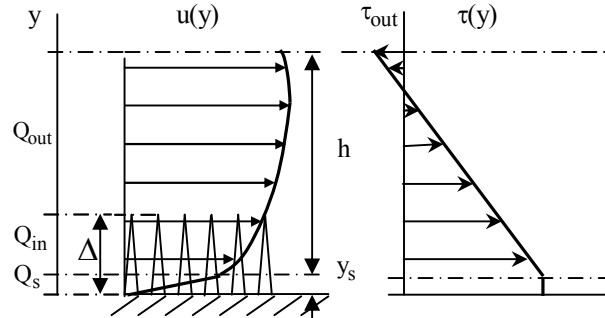


Рис. 3. Схематизація розподілів швидкості $u(y)$ та напруження тертя $\tau(y)$ в шарі стоку з урахуванням наявності впливу бокового вітру

Характерною особливістю, притаманною досліджуваній течії, є факт того, що значна частина шару води рухається всередині шару шорсткості. З цієї причини необхідно крім опису впливу шорсткості поверхні на розподіл швидкості формулою (6) врахувати також ефект захарщення потоку елементами шорсткості. Уведемо в розгляд коефіцієнт захарщення β як відношення відкритої для потоку частини площі поверхні усередині шорсткості до площі повної поверхні. При компактному розташуванні елементів шорсткості поблизу їх основи $\beta \rightarrow 0$, а на вершинах $\beta \rightarrow 1$. У загальному випадку для визначення залежності β від координати y , використаємо для опису розподілу $\beta(y)$ наступну функцію

$$\beta = (y/\Delta)^p, \quad (7)$$

де p – показник степеня, що враховує характер зміни поперечних розмірів елементів шорсткості по їх висоті.

Середню по товщині швидкість течії визначатимемо з виразу

$$v_{\text{сеп}} = Q / (h + y_s). \quad (8)$$

Тут Q – об'ємна витрата рідини через поперечний перетин шару стоку одиничної ширини, що визнача-

ється як сума витрат у визначених вище його характерних областях відповідно до рис. 3, а саме

$$Q = Q_s + Q_{\text{in}} + Q_{\text{out}}, \quad (9)$$

де Q_s – витрата рідини в області $0 < y < y_s$; Q_{in} – витрата в області $y_s < y \leq \Delta$; Q_{out} – витрата в частині шару стоку, що знаходиться вище шорсткості $\Delta < y \leq h + \Delta$.

Знайдемо Q_s , виконавши інтегрування формули (1), помноженої на коефіцієнт захарщення по глибині шару стоку в області $0 < y < y_s$, тобто

$$Q_s = \int_0^{y_s} \beta u dy. \quad (10)$$

При визначенні Q_{in} можливі два випадки. У першому випадку вся водна плівка знаходиться нижче за верхню межу шорсткості Δ , тоді як у другому випадку передбачається, що частина шару стоку лежить вище цієї межі. Визначимо Q_{in} , інтегруючи формулу (5), помножену на коефіцієнт захарщення β по глибині шару стоку в областях $y_s < y \leq h + y_s$ – для першого випадку ($Q_{\text{in}1}$), $y_s < y \leq \Delta$ – для другого випадку ($Q_{\text{in}2}$).

$$Q_{\text{in}1} = \frac{\beta(h+y_s)(h+y_s)}{p+1} \left[\frac{1}{k} \left(\ln \frac{h+y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + \frac{\varphi}{kh} \left\{ y_s \left(\ln \frac{(h+y_s)v_*}{v_L} - \frac{1}{p+1} \right) - (h+y_s) \frac{p+1}{p+2} \right\} + B \right] - \frac{y_s \beta(y_s)}{p+1} \left[\frac{1}{k} \left(\ln \frac{y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + B + \frac{\varphi}{kh} \left\{ y_s \left(\ln \frac{y_s v_*}{v_L} - \frac{1}{p+1} \right) - y_s \frac{p+1}{p+2} \right\} \right],$$

$$Q_{\text{in}2} = \frac{\beta(\Delta)\Delta}{p+1} \left[-\frac{1}{k(p+1)} + \frac{\varphi}{kh} \left\{ y_s \ln \frac{\Delta v_*}{v_L} - \frac{1}{p+1} \right\} - \Delta \frac{p+1}{p+2} \right] + B - \frac{y_s \beta(\Delta)}{p+1} \left[\frac{1}{k} \left(\ln \frac{y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + B + \frac{\varphi}{kh} \left\{ y_s \left(\ln \frac{y_s v_*}{v_L} - \frac{1}{p+1} \right) - y_s \frac{p+1}{p+2} \right\} \right]. \quad (11)$$

Об'ємну витрату в частині шару водної плівки, що знаходиться вище за шорсткість Q_{out} , визначимо безпосереднім інтегруванням формули (5) по товщині течії в області $\Delta < y \leq h + y_s$

$$Q_{\text{out}} = (h + y_s) \left[\frac{1}{k} \left(\ln \frac{h+y_s}{\Delta} - 1 \right) + B \right] + \frac{\varphi}{hk} \left[y_s \left(\ln \frac{(h+y_s)v_*}{v_L} - 1 \right) - \frac{h+y_s}{2} \right] - \Delta \left[B - \frac{1}{k} \right] - \frac{\Delta}{hk} \left[y_s \left(\ln \frac{\Delta v_*}{v_L} - 1 \right) - \frac{\Delta}{2} \right]. \quad (12)$$

Витрата Q_{out} розраховується тільки для другого випадку, а в першому випадку вважається $Q_{\text{out}} = 0$.

З урахуванням запропонованої структури течії товщину шару стоку h можна визначити з інтегра-

льної форми рівняння нерозривності, що описує баланс витрат в шарі стоку

$$(h + y_s) v_{cep} = aL \quad \text{або} \quad h = aL/v_{cep} - y_s. \quad (13)$$

Для остаточного замикання розробленої моделі течії водної плівки на шорсткій поверхні слід визначити значення величин k , y_s , B , p . Сталу k відповідно до результатів [16] приймаємо $k = 0,45$. Відмінність обраного значення від загальноприйнятих $k = 0,4 - 0,41$ пояснюється особливостями формування водної плівки, викликаними збурюючими впливами шорсткості і крапель дощу. Значення y_s може бути призначено з різних міркувань. Проте, при значному діапазоні висот шорсткості, під який розроблялася математична модель, представляється найбільш істотним і доцільним визначити величину y_s пропорційною Δ . Прийнятні результати забезпечив підхід до визначення y_s як висоти, на яку зменшується товщина шару рідини усередині шорсткості при нехтуванні захараченням елементами шорсткості шару водної плівки. У цьому випадку залежність $y_s = f(\Delta)$ задається виразом

$$y_s = p\Delta/(p+1). \quad (14)$$

Стала логарифмічного закону B визначається як функція параметра $\Delta v_* / v_L$, причому вигляд цієї функції залежить від виду шорсткості. Оскільки різні види покриття, що використовуються в дорожньому і аеродромному будівництві, мають структуру шорсткості, що сильно відрізняється, а також унаслідок відсутності експериментальних даних по розподілу локальної швидкості водної плівки, був проведений обчислювальний експеримент. Мета цього експерименту полягала у виборі виду залежності $B = f(\Delta v_* / v_L)$, а також у визначенні показника степеня p , яке найкраще відповідає течіям на даних покриттях. Основу обчислювального експерименту складала описана вище математична модель, експериментальні дані по середній швидкості стоку Л.Т. Абрамова для цементобетонних покриттів ($\Delta = 0,3$ мм) [16], а також експериментальні і розрахункові результати ІСАО по товщині шару стоку на бетонних покриттях ($\Delta = 2$ мм) [17]. Результати обчислювального експерименту показали, що найкраща відповідність розрахунків експериментальним даним досягається при виборі $p = 0,2$ і залежності $B = f(\Delta v_* / v_L)$ вигляду

$$B = 5,75 + 2,75 \text{th}[\ln(\Delta v_* / v_L)]. \quad (15)$$

Розглянемо докладніше структуру і властивості цієї формули. Як впливає з її структури, при малих значеннях $\Delta v_* / v_L$ аргумент гіперболічного тангенса буде також малий, що дозволяє, використовуючи асимптотичні властивості функції $\text{th}(x) \sim x$, спростити (15), представивши його у вигляді

$$B = 5,75 + 2,75 \ln(\Delta v_* / v_L).$$

Одержана формула за значеннями коефіцієнтів близька до виразу

$$B = C + k^{-1} \ln(\Delta v_* / v_L),$$

який при його використанні для визначення складової логарифмічного закону B приводить до відомого “логарифмічного закону” розподілу швидкості, для режиму гідродинамічної гладкості обтічної поверхні

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y v_*}{v_L} + C.$$

У цих формулах $C = 4,9 - 5,5$ – ustalений діапазон значень константи логарифмічного закону при турбулентному обтіканні гладкої поверхні.

При великих величинах $\Delta v_* / v_L$ значення B , відповідно до рівняння (15), перестає змінюватися і стає рівним $B = 8,5$. Ця ситуація відповідає виходу на автотельний (розвинений) режим впливу шорсткості [15, 18].

Таким чином, формула (15) коректно описує фізичний прояв асимптотичних властивостей впливу шорсткості як при малих, так і при великих значеннях приведеної до масштабу закону стінки її висоти $\Delta v_* / v_L$. Разом з тим, визначення залежності $B = f(\Delta v_* / v_L)$ у вигляді (15) обумовлено тією обставиною, що спроби використання апроксимацій відповідних даних як для піщаної щільноупакованої шорсткості, так і для технічної шорсткості [15, 18] (рис. 4, кола та ромби відповідно) не привели до прийнятної точності одержуваних результатів.

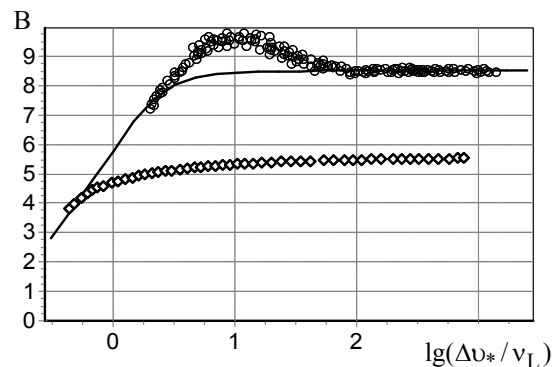


Рис. 4. Порівняння експериментальних залежностей $B(\Delta v_* / v_L)$ для піщаної щільноупакованої (кола) та технічної (ромби) видів шорсткості поверхні [15,18] з розрахунком за запропонованою формулою (15) (лінія)

Наведене на рис. 4 співставлення демонструє, що формула (15) модифікує по відношенню до прояву впливу піщаної щільноупакованої шорсткості лише область, яка відповідає перехідному режиму від гідродинамічної гладкості до автотельності, усуваючи немонотонність залежності $B = f(\Delta v_* / v_L)$ на цій ділянці. Необхідність проведеної модифікації дозволяє припустити, що для широкого діапазону умов формування шару стоку дощових опадів з похилих штучно шорстких поверхонь реалізується саме перехідний режим прояву шорсткості.

Моделювання напружень тертя на верхній межі шару стоку, що виникають внаслідок вітрового впливу

Останнім елементом моделі, який має найсуттєвіше значення щодо мети даного дослідження, є визначення напружень на рухомій зовнішній межі шару стоку під дією вітрового потоку τ_{out} у залежності від параметрів, що характеризують процес взаємодії повітря і води. Для цього за основу було взято підхід школи М.С.Дейча по узагальненню експериментальної інформації стосовно супутніх вимушеноконвективних течій рідкої плівки та газового потоку, відповідно до якого для визначення дотич-

ного напруження на межі розподілу двофазної розшарованої водно-газової течії в [19] запропоновано залежність

$$\tau_{out} = d_1 Re_{XG}^{d_2} Re_L^{d_3} (\rho_G U_{\infty G}^2 / 2), \quad (16)$$

де $Re_{XG} = U_{\infty G} x / \nu_G$ – число Рейнольдса газового потоку; $U_{\infty G}$ – швидкість незбуреного газового потоку; ν_G – коефіцієнт кінематичної в'язкості газу; x – поздовжня координата від початку формування течії; $Re_L = Q / \nu_L$ – число Рейнольдса шару стоку; d_1, d_2, d_3 – емпіричні коефіцієнти, значення яких визначаються залежно від співвідношень інтервалів Re_{XG} та Re_L . Слід зазначити, що в [19] розглядалися вимушені конвективні течії водних плівок, що формувалися на відносно коротких довжинах ($L \leq 1$ м) при досить значних швидкостях газового потоку ($U_{\infty G} = 10 - 40$ м/с). За таких умов відношення товщини прилежого шару газу та водної плівки лежить в межах одного порядку, що обумовлює наявність сильного взаємного впливу течій різних фаз через межу їх розподілу. Модельний випадок, що є предметом даного дослідження, має принципові відмінності від розглянутого в [19], які полягають в значно більшій довжині шару стоку ($L \leq 30$ м) та суттєво менших швидкостях вітру ($W \leq 15$ м/с). Крім того, атмосферний прилежовий шар, що створюється вітром, має значні товщини, що лежать у діапазоні від 150 до 1500 м залежно від швидкості вітру, часу доби, стану атмосфери та рельєфу земної поверхні. Навіть якщо взяти до уваги, що найсуттєвіші зміни параметрів атмосферного прилежового шару відбуваються на висоті до 100 м від земної поверхні [20], то ця оцінка на п'ять порядків перевищує типову товщину шару стоку, яка вимірюється в міліметрах. Отже, при такій суттєвій різниці масштабів повітряної та водної течій цілком обґрунтованим є висновок про те, що тонка водна плівка, яка формується на довжині до 30 м, не буде здійснювати ніякого впливу на характеристики прилежового шару атмосфери і, зокрема, на створюваний ним опір тертя. Це дозволяє спростити формулу (16), відкинувши Re_L як визначальний параметр, що характеризує вплив водної плівки на τ_{out} . З іншого боку, вкрай велика довжина формування атмосферного прилежового шару ($x \approx 1000$ км) унеможливує використання Re_{XG} як інформативної локальної характеристики приземної течії. Використання в ролі лінійного масштабу замість X товщини прилежового шару також не є зручним через невизначеність останньої у кожному конкретному випадку. У зв'язку з зазначеними проблемами оберемо в якості безрозмірної характеристики атмосферного прилежового шару одиничне число Рейнольдса, що визначається згідно назви з розрахунку на одиницю лінійного масштабу, а саме: $Re_{1G} = |W| / \nu_G$. Остаточна, подамо залежність для визначення напружень тертя на зовнішній межі шару стоку τ_{out} наступним чином

$$\tau_{out} = C_{fG} (\rho_G W^2 / 2) \text{sign}(W), \quad (17)$$

де C_{fG} – локальний коефіцієнт опору тертя в атмосферному прилежовому шарі, що визначається відповідно до структури (16) та проведеного аналізу наступним спрощеним співвідношенням

$$C_{fG} = d_1 Re_{1G}^{d_2}. \quad (18)$$

Коефіцієнти d_1, d_2 передбачаються функціями інтенсивності дощових опадів a , яка безпосередньо обумовлює збурений стан межі розподілу шару стоку та повітряно-крапельного середовища і потребують подальшої конкретизації та визначення. При такій параметризації локальне напруження тертя τ_{out} у належній мірі враховує стан атмосфери як через швидкість вітру W , так і через інтенсивність дощу a . Крім того, формула (17) містить функцію знаку вектора швидкості бокового вітру $\text{sign}(W)$, чим враховується напрямок останнього. Швидкість вітру W і, відповідно, спричинені ним дотичні напруження τ_{out} приймаються додатними у випадку, коли напрямок W співпадає з напрямком ухилу i . Ураховуючи, що процес взаємодії повітряного та рідкого потоків через межу розподілу фаз є вкрай складним і його теоретичний опис не може бути здійснено без застосування емпіричної інформації, з метою визначення коефіцієнтів d_1, d_2 було використано єдине відоме авторам джерело експериментальної інформації стосовно досліджуваного модельного випадку стоку води з похилої шорсткої поверхні ЗПС за умови наявності бокового вітру – дані робочої групи ICAO [17]. У [17] наведено результати по товщинах шару стоку h з похилої шорсткої бетонної поверхні ($i = 0,01, \Delta = 2$ мм), виміряних лише в одному його перерізі ($L = 6$ м), але для трьох різних значень інтенсивності опадів ($a = 0,212; 0,423; 1,058$ мм/хв) і в широкому діапазоні швидкості вітру, спрямованої протилежно ухилу ($W = 0 - (-17)$ м/с). У результаті проведення обчислювального експерименту при наступних значеннях характеристик повітря і води ($\rho_G = 1,225$ кг/м³, $\nu_G = 1,48 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\nu_L = 10^{-6}$ м²/с) і лише для тих меж швидкості вітру W , в яких експериментальні залежності товщини шару стоку $h(W, a)$ зберігали лінійність та подальшої обробки отриманих результатів за методом найменших квадратів було знайдено, що коефіцієнт d_2 не залежить від інтенсивності дощу a і для усього діапазону опрацьованих даних приймає значення $d_2 = -1,36$, а коефіцієнт d_1 в дослідженому широкому діапазоні інтенсивності опадів ($a = 0,212 - 1,058$ мм/хв) описується наступною лінійною залежністю

$$d_1 = 7500 + 3,64 \cdot 10^5 a, \quad (19)$$

де a має розмірність [мм/хв].

Таким чином, визначення виду залежності $\tau_{out} = f(W, a, \rho_G, \nu_G)$ повністю завершує розробку математичної моделі шару стоку дощових опадів з похилої шорсткої поверхні за умови наявності бокового вітру, яка в остаточному вигляді представляється набором формул (3, 6–15, 17–19). Простота отриманої для усього діапазону інтенсивностей опадів та швидкості вітру апроксимації $C_{fG} = f(a, Re_{1G})$ є підтвердженням коректності вибору структури співвідношень (17, 18) для визначення τ_{out} . Якість і властивості побудованої моделі можна оцінити шляхом її тестування розрахунками.

Алгоритми розрахункових процедур

Зважаючи на громіздкість одержаних формул, зупинимось докладніше на питанні побудови процедур розрахунку для різних розрахункових випадків.

Формули (3, 6–15, 17–19) утворюють систему трансцендентних нелінійних рівнянь, розв'язання якої дозволяє визначити значення товщини h і середньої швидкості $v_{\text{сеп}}$ водної плівки при заданих значеннях a , L , i та W . Розв'язок цієї системи може бути одержаний ітераційним методом, суть якого полягає в тому, що спочатку задається деяке наближене значення h , для чого можна скористатися, наприклад, будь якою з відомих емпіричних залежностей. Потім, за формулами (8–12, 14, 15, 17–19) для обраного h визначається значення $v_{\text{сеп}}$, яке підставляється в (13), внаслідок чого знаходиться нове наближення h' . Знайдене значення h' порівнюється з використаною в розрахунку величиною h і, у випадку, якщо відносна похибка $(h - h')/h > 1 \cdot 10^{-4}$, проводиться корегування поточного значення h , інакше розрахунок вважається завершеним. Для корекції h застосовується нижня релаксація $h = \alpha h' + (1 - \alpha)h$ з коефіцієнтом $\alpha = 0,5 - 0,7$, який забезпечує швидку збіжність ітераційного процесу в широкому діапазоні розрахункових умов, актуальних для шару стоку з ЗПС. У разі потреби знаходження $v_{\text{сеп}}$ при заданому значенні h розрахункова процедура спрощується і зводиться до розв'язання рівняння (8) спільно з виразами (9–12, 14, 15, 17–19), в які h входить явним чином. Залежності (6) описують розподіл швидкості в шарі водної плівки, а (4) дозволяє розрахувати розподіл дотичного напруження по товщині шару стоку.

Описані вище алгоритми розрахунків були реалізовані у вигляді відповідних програм, що забезпечило можливість швидкого виконання розрахунків характеристик шару стоку. Це, у свою чергу, дозволяє перейти до розгляду питань, пов'язаних з тестуванням моделі шляхом порівняння розрахованих на її основі характеристик шару стоку з експериментальними і розрахунковими результатами інших авторів.

Результати тестування моделі течії в шарі стоку

Розпочнемо тестування з розгляду найпростішого базового випадку – шару стоку за відсутності вітру. Відмітимо, що розроблена модель забезпечує перехід до $W = 0$ як до частинного випадку, при якому $\tau_{\text{out}} = 0$, а отже $\phi = 1$. На рис. 5 наведено порівняння товщини шару стоку h , розрахованої за запропонованою моделлю (3, 6–15, 17–19) – (лінія 1) з експериментальними даними експертної групи ІСАО [17] (кола), а також з розрахунками за формулою $h = aL/v_{\text{сеп}}$, де середня швидкість $v_{\text{сеп}}$ визначалася безпосередньо залежностями Бурке $v_{\text{сеп}} = 472,6hi^{0,4}$ – (лінія 2), Гончарова $v_{\text{сеп}} = 23,9(h/\Delta)^{0,2}\sqrt{hi}$ – (лінія 3) чи обчислювалася за відомим гідравлічним співвідношенням Шезі

$v_{\text{сеп}} = C\sqrt{hi}$ разом з емпіричними формулами Павловського $C = h^y/n$, $y = 2,5\sqrt{n} - 0,75\sqrt{h} - 0,13$, – (лінія 4) та Агроскіна $C = 1/n + 17,72\lg h$ – (лінія 5). Тут n – гідравлічний коефіцієнт шорсткості, що обчислювався за формулою $n = \Delta^{0,2}/23,9$, C – коефіцієнт Шезі.

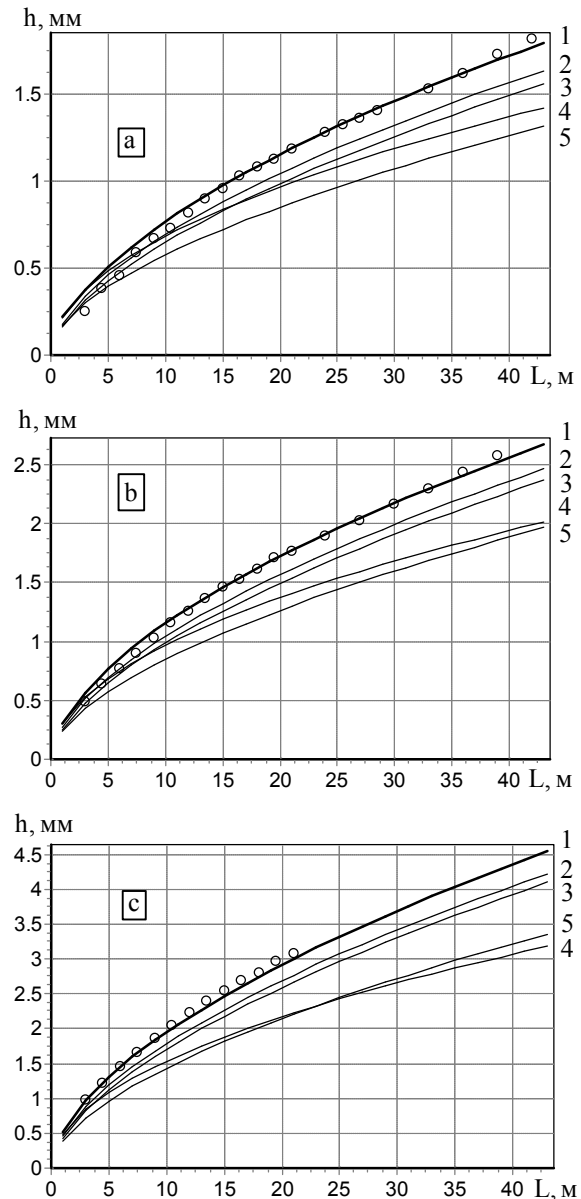


Рис. 5. Залежність $h(L)$ в шарі стоку при наступних величинах інтенсивності опадів a , мм/хв.: 0,212-(а); 0,423-(б); 1,058-(с).

Як впливає з наведених порівнянь, формули Бурке, Гончарова, Павловського та Агроскіна (лінії 2-5) приводять до систематичного заниження розрахункових результатів по відношенню до експериментальних даних [17]. Варто відмітити, що цей результат у повній мірі збігається з висновками роботи [12], в якій для подібного співставлення були використані експериментальні результати Кривенка. Розрахунки, виконані на основі розробленої моделі (лінія 1) найкращим чином відповідають експериментальним даним [17] у всьому діапазоні розрахункових умов: $i = 0,01$, $\Delta = 2$ мм, $a = 0,212 - 1,058$ мм/хв. при довжинах шару стоку $L = 0 - 42$ м. Відзначимо також і більшу інформативність розробленої моделі у порівнянні з іншими розрахунковими залежностями, а саме можливість визначення розпо-

ділів напружень тертя $\tau(y)$ і швидкості $u(y)$ у різних перерізах шару стоку вздовж його довжини L відповідно до покладених в основу моделі залежностей (4) та (6). Зокрема, сімейство профілів швидкості для різних довжин шару стоку $L = 0 - 42$ м при $a = 1,058$ мм/хв. ілюструється рис. 6.

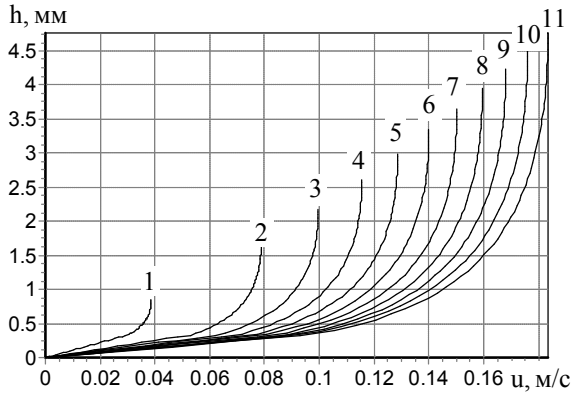


Рис. 6. Профілі швидкості $u(y)$ в шарі стоку для наступних перерізів L , м: 1-(1), 5-(2), 9-(3), 13-(4), 17-(5), 21-(6), 25-(7), 29-(8), 33-(9), 37-(10), 41-(11)

Звернемо увагу на відтворення розрахунком істотного (завдяки притоку об'єму води ззовні) поступового збільшення як наповненості, так і товщини профілів $u(y)$ по мірі зростання довжини стоку L , а також збереження ними гладкості, хоча в (6) ця умова явно не закладалася.

Отримані обнадійливі результати для шару стоку за умови відсутності бокового вітру дозволяють перейти до тестування моделі з врахуванням наявності останнього. На жаль, за відсутності відомих авторам моделей шару стоку, спроможних врахувати фактор вітрового впливу на шар стоку, розрахунки за розробленою моделлю (3, 6–15, 17–19) – (лінії) на цьому етапі порівнювалися виключно з вже описаними вище експериментальними даними експертної групи ICAO [17] (кола) в найбільш актуальному з позицій забезпечення безпеки діапазоні швидкостей бокового вітру $|W| \leq 14$ м/с, спрямованого протилежно до напрямку ухилу (рис. 7).

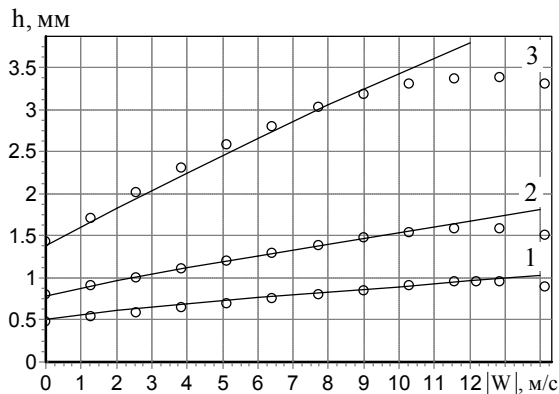


Рис. 7. Залежність $h(W)$ в шарі стоку в перерізі $L=6$ м для наступних величин інтенсивності опадів a , мм/хв.: 0,212-(1); 0,423-(2); 1,058-(3).

Як впливає з отриманого результату, розрахункові залежності демонструють якісне відтворення тенденції зміни відповідних експериментальних даних в області, де залежності $h(W)$ мають близький до лінійного вигляд, тобто при $|W| \leq 9 - 13$ м/с у залежності від інтенсивності опадів. При подальшому збільшенні величини швидкості вітру спостерігається

послідовне зростання розбіжності між результатами розрахунку h , які продовжують монотонно зростати, та експериментальними значеннями h , котрі поступово втрачають швидкість зростання h , починаючи з деякого значення W і досягнувши локального максимуму, демонструють спадання. Причини втрати розробленою моделлю спроможності відтворити тенденцію зміни експериментальних даних можна пояснити на основі аналізу деформації розрахованих за (6) профілів швидкості $u(y)$ при зростанні швидкості вітру, зображених на рис. 8.

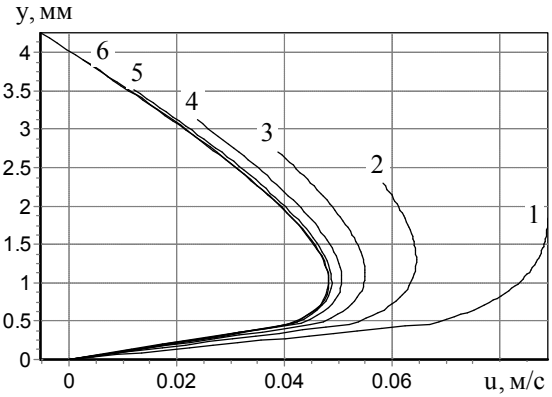


Рис. 8. Профілі швидкості $u(y)$ в шарі стоку при $a=1,058$ мм/хв. для наступних значень швидкості бокового вітру W , м/с: 0-(1), -2-(2), -4-(3), -6-(4), -8-(5), -12-(6)

Як слідує з цих ілюстрацій, профілі швидкості за умови наявності бокового вітру, протилежно спрямованого по відношенню до напрямку ухилу, вже не є монотонними, а мають характерний загин верхньої частини в бік напрямку вітру. Цей загин збільшується по мірі зростання величини швидкості вітру $|W|$, навіть при довжині стоку $L=6$ м вже при $W=-12$ м/с на профілі $u(y)$ виникає локальна зона від'ємних швидкостей, схематично зображена на рис. 1 поблизу осі симетрії ЗПС. За таких умов властивості і, відповідно, опис шару стоку ускладнюються, оскільки частина води, що потрапляє з дощовими опадами, продовжує рухатися в напрямку ухилу, але поряд з цим виникає обумовлений від'ємними дотичними напруженнями τ_{out} зворотний потік, співнаправлений зі швидкістю вітру. Цей зворотній потік зменшує приток води в шар стоку, уносячи частину притоку $Q = aL$ протилежному ухилу напрямку, що неухильно веде і до зменшення товщини шару стоку, але потребує подальшого ускладнення математичної моделі. Ураховуючи те, що описаний ефект проявляється лише за умови значної зворотної течії при $|W| > 9 - 13$ м/с, а ці значення є близькими до існуючих обмежень для сучасних ПС та аеродромів по швидкості бокового вітру $|W_{max}| \leq 8 - 15$ м/с є усі підстави вважати, що розроблена математична модель забезпечує надійне відтворення процесу формування шару стоку в експлуатаційному діапазоні W і на дослідженому типовому для сучасних ЗПС інтервалі довжин стоку $L < 42$ м. Той факт, що дана модель при $|W| > 9 - 13$ забезпечує дещо завищені оцінки товщини шару стоку h , також є запорукою того, що рішення про неможливість функціонування ЗПС з причини значного бічного вітру за умови одночасної

наявності дощових опадів буде прийняте з деяким незначним упередженням відносно фактичного стану ЗПС.

Висновки

1. Розроблена модель течії шару стоку з похилої штучно шорсткої плоскої поверхні за умови наявності бокового вітру є у більшій мірі теоретично обґрунтованою і універсальною, ніж відомі підходи, оскільки заснована на використанні спрощеного представлення рівнянь руху в'язкої рідини, напівемпіричної теорії пристінної турбулентності, універсального логарифмічного розподілу швидкості по товщині течії, детальному врахуванню захарашення потоку шаром шорсткості, причому містить параметри, що враховують не лише середню висоту елементів шорсткості, але і їх форму.

2. Запропонована математична модель є більш інформативною, оскільки дає можливість розрахувати розподіл швидкостей і напружень тертя по товщині течії.

3. Дослідження властивостей розробленої математичної моделі щодо врахування бокового вітру продемонструвало як порівняльну простоту процесу отримання результатів, так і надійність останніх в практично актуальному діапазоні розрахункових параметрів.

4. Подальше удосконалення моделі може вестися в напрямку розширення її функціональності за рахунок належного врахування зворотних потоків у шарі стоку внаслідок вітрового впливу, що буде пріоритетним напрямком прикладання подальших зусиль авторів.

Список літератури

1. Аеродроми. Конвенція про міжнародну цивільну авіацію. – П'яте видання, Том 1, додаток 14. – ІКАО, 2009.
2. Руководство по сертификации аэродромов / Doc 9774 ICAO. – Монреаль: ICAO, 2006.
3. Сертифікаційні вимоги до цивільних аеродромів України. Наказ Державіаєрслужби від 17.03.2006 № 201. – Режим доступу: www.avia.gov.ua/uploads/documents/7475.doc.
4. Руководство по аэропортовым службам. Состояние поверхности покрытия. – Четвертое издание (Doc 9137 – AN/898). – Часть 2. Состояние поверхности покрытия. – Монреаль: ICAO, 2002.
5. Querneigung und Fahrtsicherheit. – Mögliche Einflüsse der negativen Querneigung. – Institut für Straßen- und Verkehrsplanung der Technischen Universität. – Berlin, 1974. – Heft 173.
6. Справочник по гидравлике / В.А. Большаков, Ю.М. Константинов, В.Н. Попов и др. – К.: Вища шк., Головное изд., 1984. – 343 с.
7. Альтишуль А.Д. Гидравлические сопротивления. – М.: Недра, 1982. – 224 с.
8. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
9. Примеры гидравлических расчетов: Учеб. пособие для ВУЗов / Н.М. Константинов, Н.А. Петров, В.А. Александров и др. – М.: Транспорт, 1987. – 440 с.
10. Поляков А.В. Водоотвод и дренаж на аэродромах / А. В. Поляков; ЛВИКА. – Л.: ЛВИКА им. А.Ф. Можайского, 1966. – 471 с.
11. Burke K.E.A. Road geometry as it affects surface drainage-Pavement surface drainage / Pavement surface drainage symposium Sydney, 1980. – P.1–19, 42–62.
12. Кривенко Ю.М. Особливості потоків малої глибини на поверхні покриттів / Ю.М. Кривенко, А.В.Белятинський //

Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки, 2011. - №17. – С.14-25.

13. Бояджиев Х. Массоперенос в движущихся пленках жидкости / Х. Бояджиев, В. Бешков. – М.: Мир, 1988. – 136 с.

14. Леви И.И. Моделирование гидравлических явлений / Л.: Энергия, 1967. – 235 с.

15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 711 с.

16. Немчинов М.В. Сцепные качества дорожных покрытий и безопасность движения автомобилей / М.В. Немчинов. – М.: Транспорт, 1985. – 231 с.

17. Международная организация гражданской авиации. Восьмая аэронавигационная конференция. – Рабочий документ AN Conf /8-WP/33 от 16.01.1974. – 4 с.

18. Михайлов В.Н. Влияние шероховатости корпуса судна на сопротивление воды / В.Н. Михайлов, Г.Н. Ткачук // Л.: Судостроение, 1971. – 152 с.

19. Дейч М.Е., Газодинамика двухфазных сред / М.Е. Дейч, А.Е. Зарякин // М.: Энергоиздат, 1984. – 384 с.

20. Бызова Н.Л. Турбулентность в пограничном слое атмосферы / Н.Л. Бызова, В.Н. Иванов, Е.К. Гаргер // Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 263 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Калкаманов С.А.

Автори: ШКВАР Євгеній Олексійович,
Національний авіаційний університет, Київ,
доктор технічних наук, доцент.

Роб. тел. – 497-70-26, дом. тел. – 067-586-22-27,
E-mail – evush@mail.ru

КОЗЛОВА Тетяна Володимирівна

Національний авіаційний університет, Київ,
кандидат технічних наук, доцент.

Роб. тел. – 497-70-26, дом. тел. – 097-222-60-26,
E-mail – t_kozlova@ukr.net

Математическая модель слоя стока дождевых осадков с взлетно-посадочной полосы при наличии бокового ветра

Е.А. Шквар Т.В. Козлова

Построены математическая модель и метод расчета течения водной пленки в слое стока дождевых осадков на плоской наклонной искусственно шероховатой поверхности при условии наличия бокового ветра на основе упрощенной формы уравнений движения вязкой жидкости и полумпирического описания турбулентности вместе с учетом особенностей взаимодействия потока жидкости с нерегулярной структурой рельефа поверхности. Сравнение результатов применения разработанной модели с экспериментальными данными продемонстрировало ее лучшую точность и универсальность в сравнении с расчетными формулами других авторов.

Ключевые слова: слой стока, боковой ветер, уклон поверхности, шероховатость, турбулентность, математическая модель

Mathematical model of a rainfall runoff from the runway in the presence of a crosswind

Ye.O. Shkvar, T.V. Kozlova

The mathematical model and method of calculation of the rainfall water film flow on a flat inclined artificially rough surface in case of the crosswind presence is proposed. Elaborated model is based on a simplified form of the viscous liquid motion governing equations and semi-empirical description of turbulence together with accounting the phenomena of liquid flow and irregular surface structure interaction. A comparison of the results of the developed model application with experimental data has demonstrated the better levels of accuracy and universality in comparison with the calculating formulae of other authors.

Keywords: runoff, crosswind, slope of a surface, roughness, turbulence, mathematical model