УДК 330.45: (51-7:517:52):336.748(045)

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРСИСТЕНТНОСТІ ЧАСОВОГО РЯДУ ЦІНИ ЗОЛОТА В ДОЛАРАХ США

Бескровний О.І., *к.т.н.,доцент, Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна». Київ, Україна. obezkrovnyy@gmail.com*

Фортуна В.В. *к.фіз.-мат.н., доцент, Національний авіаційний університет,. Київ, Україна. vasyl.fortuna@gmail.com*

Анотація. У *роботі аналізується коливання ціни золота в доларах США за період 02.01.08-11.11.10. Знайдено показник Херста для такого часового ряду. Показано, що часовий ряд ціни золота є персистентним. Це вказує на наявність довгої пам'яті для часового ряду ціни золота. Показано, що показник Херста незначно зменшується в залежності від максимального інтервалу усереднення.*

Ключові слова: *Часовий ряд, персистентність, нормований розмах, показник Херста, ефективний ринок, фрактальність, фрактальний ринок, довга пам'ять*

MODELING PERSISTENT TIME SERIES OF THE GOLD PRICE IN US DOLLARS

Oleksii Beskrovnyi, *Open International University of Human Development @Ukraine@, Kyiv, Ukraine. obezkrovnyy@gmail.com*

Vasyl Fortuna, *National Aviational University, Kyiv, Ukraine. vasyl.fortuna@gmail.com*

Abstract*.The paper analyzes the fluctuations in the price of gold in US dollars for the period* 02.01.08-11.11.10*. For the study we will use the so-called R/S analysis or the method of normalized scale or the method of Hearst. In the analysis of a series of length* $N = 720$*, taking into account partial intervals with lengths l:* 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360 *found Hearst index* $H = 0{,}58H$ *is close to the Hearst index of stock indices and many exchange rates. The corresponding equation has the form* $y = 0{,}5405x - 0{,}2813, R^2 = 0{,}9985$ *. Hearst* $H = 0{,}54$ *is greater than 0.5, so the series is persistent, ie it has a long memory. For many exchange rates and stock indices, Hearst's long-term memory has been identified. So we can hope that such markets are fractal.*

To test the assumption that taking into account partial time intervals with lengths less than 10, when finding the Hearst index may lead to a decrease in this indicator, the Hearst index was found for the case when partial time series with lengths were taken into account l: 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360*. The corresponding equation has the form y=* $0{,}5405x - 0{,}2813, R^2 = 0{,}9985$*. The decrease in Hearst to* $H = 0{,}54$ *can be explained by the fact that in short periods of time the process has a stronger memory.*

Another of our hypotheses, which was tested in the paper, is that time series partially lose the memory of their behavior at time intervals far away from the current moment.

To test the hypothesis that with increasing observation time, the Hearst index should tend to decrease, as the memory of ancient values should weaken, ie the earlier the *values of indicators are taken into account the less their impact on current values, analyzed time series of different lengths . It is shown that as the length of the time series increases, the Hirst index decreases.*

When analyzing the series $N = 80$*, the Hearst index takes values from* 0,63 *to* 0,68 *for different observation intervals. When analyzing the series* $= 120$ *, the Hearst index decreases to* 0.5926*. This can be interpreted as weakening the memory of ancient events. All this together indicates the unfoundedness of the hypothesis of an efficient market.*

Keywords: *Time series, normalized scale, Hurst exponent, persistence, efficient market, fractal, fractal market, long memory.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРСИСТЕНТНОСТИ ВРЕМЕННОГО РЯДА ЦЕНІ ЗОЛОТА В ДОЛЛАРАХ США

Бескровный А.И., *к.т.н.,доцент, Открытый международный университет развития человека «Украина». Киев, Украина. obezkrovnyy@gmail.com*

Фортуна В.В. *к.физ.-мат.н., доцент, Национальний авиационный университет, Киев, Украина. vasyl.fortuna@gmail.com*

Аннотация*. В работе анализируется колебания цены золота в долларах США за период 02.01.08 - 11.11.10. Найдено показатель Херста для такого временного ряда. Показано, что временной ряд цены золота является персистентным. Это указывает на наличие длинной памяти для временного ряда цены золота. Показано, что показатель Херста уменьшается в зависимости от максимального интервала усреднения.*

Ключевые слова: Временной ряд, персистентность, нормированный размах, показатель Херста, эффективный рынок, фрактальность, фрактальный рынок, длинная память.

Ключевые слова: *Временной ряд, персистентность, нормированный размах, показатель Херста, эффективный рынок, фрактальность, фрактальный рынок, длинная память.*

Вступ. Сучасна теорія фінансів ґрунтується на гіпотезі ефективності ринків (Effective Market Hypothesis, EMH) основним положенням якої є твердження, що ринок сам самостійно може встановлювати значення трендових активів. Для такого ринку неважливою є історія. Проте в сучасній літературі висловлюється припущення про необґрунтованість гіпотези ефективного ринку. Натомість висловлюється припущення про фрактальний ринок (Fractal Market Hypothesis, FMH). Фрактальний аналіз все частіше використовують аналітики фінансових риків. Такий аналіз більш ефективний в періоди нестабільності, які наступають все частіше у зв'язку з збільшенням швидкості обміном інформації.

Серед багатьох методів фрактального аналізу фінансових ринків найбільший інтерес викликає R/S-аналіз (метод Херста).

Фрактальний ринок характеризується наявністю довготривалої пам'яті. Розподіл ймовірностей ринкових котирувань має так звані “товсті хвости”, і високі піки, тобто вказаний розподіл виглядає не як гаусова крива. Наявність товстих хвостів вказує на більшу дисперсію ніж для нормально розподілених явищ для таких розподілів ймовірність аномальних випадків є більшою ніж для нормального розподілу. Для фрактальних ринків якраз і є характерним є наявність довгої пам'яті. Основна ознака фрактального ринку – частотний розподіл доходності виглядає однаково на різних інвестиційних горизонтах. В таких випадках говорять, що для відповідного показника, в даному випадку доходності, спостерігається явище масштабної інваріантності. Наявність пам'яті в часових рядах можна охарактеризувати показником Херста H. Інтерпретація показника Херста наступна: $0,5<H<1,0$ маємо персистентний часовий ряд, тобто такий часовий ряд характеризується ефектами довготривалої пам'яті. Теоретично, те, що відбувається сьогодні, впливає на майбутнє. Це означає, що в часовому ряді спостерігається тренд. У термінах хаотичної динаміки це означає чутливу залежність від початкових умов. Така довга пам'ять має місце незалежно від масштабу часу. Всі щоденні зміни співвіднесені з усіма майбутніми щоденними змінами; всі щотижневі зміни співвіднесені з усіма майбутніми щотижневими змінами. Не існує характерного масштабу часу, ключової характеристики часового ряду. Довготривала пам'ять означає, що мають місце нелінійні процеси. Якщо $0 < \mathrm{H} < 0,5$, то це означає антиперсистентність. Антиперсистентна система проходить меншу відстань, ніж випадкова система. Щоб система пройшла меншу відстань, вона повинна змінюватися частіше, ніж імовірнісний процес.

Якщо H=0,5, то маємо випадковий процес, що підпадає під нормальний закон розподілу.

Для багатьох обмінних курсів валют і фондових індексів за допомогою показника Херста було встановлено наявність довгої пам'яті. Отже можна сподіватися, що такі ринки є фрактальними.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Відомо, що денні дані про курси фінансових інструментів мають високу автокореляцію перших порядків. Кореляція може досягати 7-10 значень. Для подолання цієї проблеми застосовується методика знаходження AR(1)- різниць. Знаходження різниць першого порядку не може повністю подолати автокореляцію так як не враховує різниці більш високого порядку але таким чином можна значно зменшити наявність автокореляції.

Оцінка рівня стохастичності часових рядів різного походження проводилась в багатьох різних публікаціях. Класичними роботами є роботи Е. Петерса [1], Е. Федера [2]. Оцінка рівня стохастичності обмінного курсу USD/DM проводилась [3]. Е. Петерс [1] досліджував стохастичність обмінних курсів інших валют, а також стохастичних фондових індексів. Моделювання валютних ринків на основі процесів з довгою пам'яттю проводилось в [4]. Дослідження стійкості показника Херста для різних активів проводив Злотник А. [5]. В роботі [6] досліджувалась персистентність параметрів орієнтації Землі, тобто R/S має широке застосування до природніх і економічних процесів. R/S аналіз досліджується в монографії [7]. Дослідження персистентності різних валютних ринків проводилось Е. Найманом [8].

В роботі [9] досліджено персистентність біржових індексів – московського ММВБ, американського DJIA и китайського Shanghai Inc. Зроблено висновок про персистентність часових рядів. Встановлено що для цих індексів показник Херста: DJIA– H=0,6, Shanghai Inc. – H=0,64, ММВБ – H=0,57.

В роботі [10] авторами досліджувався курс гривні до долара США. Знайдено, що показник Херста H=0,64.

Постановка завдання. Метою дослідження є перситентності часового ряду ціни тройської унції золота. Для дослідження взято період з період 02.01.08 - 11.11.10. Перевіряється гіпотеза про те, що такий часовий ряд також є персистентним.

Інша наша гіпотеза полягає в тому, що часові ряди частково втрачають пам'ять про свою поведінку на часових інтервалах значно віддалені від поточного моменту.

Перевіряється припущення висловлене в роботі що врахування інтервалів усереднення з довжиною менше 10 спостережень понижує показник Херста H.

На рисунку 1 зображено часовий ряд ціни тройської унції золота в доларах США для досліджуваного періоду.

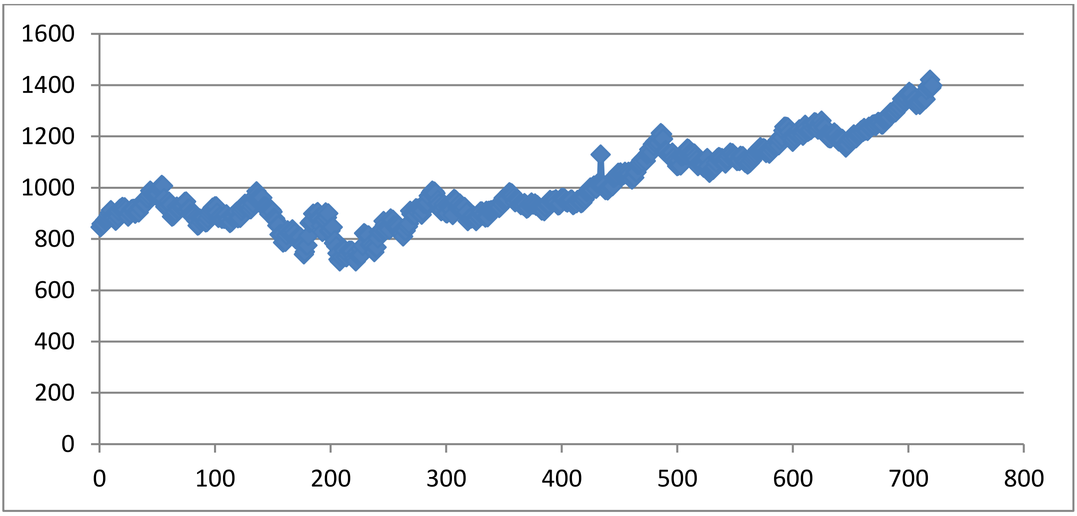

Рис. 1 – Графік зміни ціни тройської унції золота в доларах США.

Виклад основного матеріалу дослідження. Швидкий розвиток фінансових ринків в останні роки супроводжується великими обсягами залучених на ринки капіталів, виникненням нових фінансових інструментів, збільшенням кількості учасників ринку, частішим виникненням аномальних, кризових ситуацій, збільшенням числа компаній учасників таких ринків. Цим обумовлений інтерес до проблеми дослідження такий ринків. Природньо, що результати досліджень впроваджуються у щоденну фінансову практику, що в свою чергу надає стимули подальшим дослідженням.

Одним з важливих напрямків дослідження є моделювання доходності і волатильності фондових і валютних ринків. Для зручності введемо деякі позначення. Нехай Y_t вартість активу в момент часу t. Дохідність активу за

$$X_t = \ln \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = \varepsilon_t$$

період t визначимо так. Відповідно до гіпотези ефективного ринку залежність доходності від часу описується як процес випадкового блукання, а отже є непередбачуваною, це означає, що вся інформація поступає на ринок включена в поточну ціну активів.

Однак можна вважати встановленим, що ця гіпотеза не підтверджується. Тому, що у випадку ефективності ринку доходність повинна бути розподілена за нормальним законом. Насправді це не так. На рисунку 2 зображено частотний розподіл доходності тройської унції золота. Перевірка розподілу за критерієм Пірсона показує, що гіпотеза про нормальний розподіл доходностей не підтверджується. Подібні частотні розподіли мають інші обмінні курси єна/долар, фунт/долар [1, с.31] і інші економічні показники.

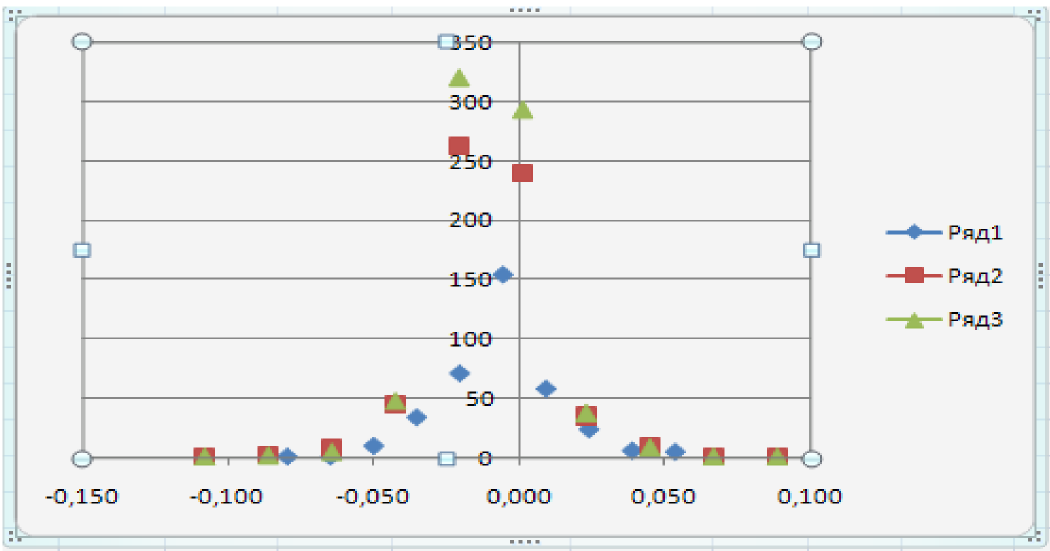

Рис. 2 – Графік розподілу частот доходності тройської унції золота в доларах США.

Частотний розподіл показників часто відрізняється від нормального розподілу і має так звані “товсті хвости”. Такий розподіл з товстими хвостами, як на рисунку 2, часто є наслідком існування в системи довгої пам’яті, яка породжується нелінійним стохастичним процесом. Розподіл з “товстими хвостами” не є перешкодою для застосування економетричних методів.

Тобто якщо доходність не є чисто випадковою величиною, для неї повинна існувати певна залежність яку ми і хочемо встановити.

Для дослідження часового ряду ціни золота взяли 720 точок спостереження за період з 02.01.08 по 04.15.08. Вибраний період спостереження на нашу думку може бути вибраним таким чином, щоб виключити періоди криз.

Для дослідження будемо використовувати так званий *R*/*S* аналіз або метод нормованого розмаху або метод Херста [1].

Для проведення *R*/*S* аналізу і встановлення показника Херста пропонується такий алгоритм [1, с.69]. Для зручності наведемо використовуваний алгоритм повністю.

1. Беремо початковий часовий ряд показника y_i перетворюємо його в часовий ряд відношень

$$x_i = \ln\left({y_{i+1}}/{y_i} \right). \quad (1)$$

2. Розділимо отриманий ряд на частинні ряди довжиною l так, що $n_l l=N$, де n_l є цілим числом. і вказує на число інтервалів для частинного ряду. Наприклад для досліджуваного ряду довжиною N = 720 отримаємо частинні ряди довжиною $l:$ 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360.

Очевидно, що якщо досліджуваний ряд має іншу довжину, то будуть інші частинні ряди на які необхідно розділити досліджуваний ряд. Тобто будемо мати 108 частинних рядів довжиною 2, 72 частинних ряди довжиною 3, і т. д.

3. Для кожного інтервалу всіх частинних рядів знаходимо середнє значення показника

$$\overline{x}_{jl} = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l} x_{ijl}, \quad (2)$$

де j вказує на номер інтервалу для відповідного частинного ряду довжиною l. Для частинного ряду довжиною l = 2 будемо мати 108 таких середніх.

4. Для кожного інтервалу знаходимо кумулятивні відхилення

$$\Delta x_{kjl} = \sum_{i=1}^{k}\left(x_{ijl} - \overline{x}_{jl} \right),\ \ k = \overline{1,l}. \quad (3)$$

Наприклад, для частинного ряду довжиною $l = 2$, для кожного із 108 інтервалів будемо мати по два значення кумулятивних відхилень, для l = 3 по три значення і т. д. Аналогічно і для всіх інших частинних рядів з довжинами $l:$ 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360.

5. Для кожного інтервалу знаходимо розмах

$$R_{jl} = \max_{1\le k\le l}\left(\Delta x_{kjl}\right) - \min_{1\le k\le l}\left(\Delta x_{kjl}\right). \tag{4}$$

6. Знаходимо вибіркове стандартне відхилення показника x_i для періоду j частинного ряду довжиною l:

$$S_{jl} = \sqrt{\frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(x_{ijl} - \overline{x}_{jl}\right)^2}. \tag{5}$$

7. Нормалізуємо розмахи:

$$R_{jl}\big/S_{jl} \tag{6}$$

8. Знаходимо середнє значення нормалізованого розмаху для інтервалів довжиною l:

$$\overline{\left(R/S\right)}_l = \frac{1}{n_l}\sum_{j=1}^{n_l}\left(R_{lj}\big/S_{lj}\right). \tag{7}$$

9. Будуємо варіаційний ряд середніх значень нормованих розмахів в залежності від довжин l.

10. Для отриманого варіаційного ряду методом найменших квадратів будуємо регресію $ln(R/S)_l$ на $ln(l)$. Коефіцієнт регресії і буде показником Херста H.

Відомі і інші алгоритми знаходження показника Херста [1]. Наведений алгоритм знаходження показника Херста найбільш апробований, тому використовуємо саме його. У випадку авторегресії в рівнях часового ряду показник Херста може бути зміщеним [1, с.71]. В досліджуваному ряді авторегресія відсутня.

Досліджувався часовий ряд довжиною $N = 720$ із вказаного часового проміжку. Для цього було утворено частинні часові ряди з довжинами l: 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360.

Результати наведено на рисунку 3.

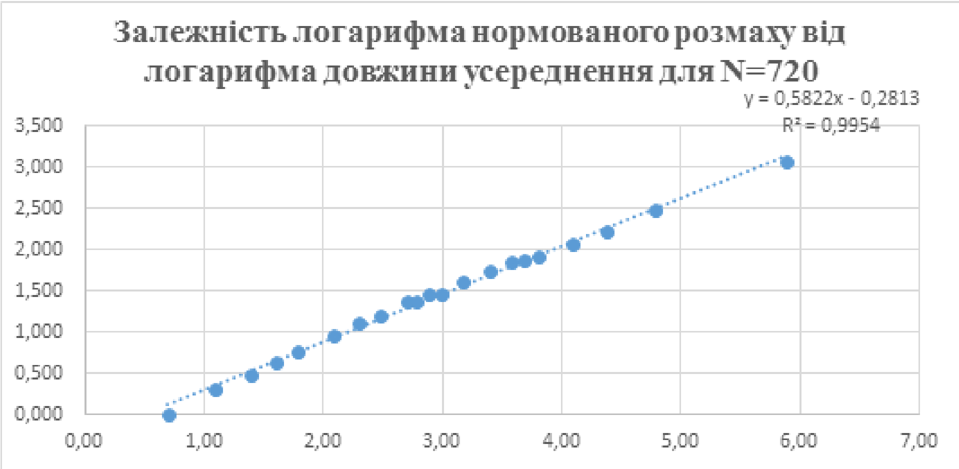

Рис. 3 – Мінімальна довжина усереднення $n = 2$

Регресійне рівняння і коефіцієнт детермінації є статистично значущими. Показник Херста $H = 0{,}58$ є близьким до показника Херста біржових індексів знайдених в [9]. Тобто можна зробити висновок доходність не є чисто випадковою величиною і є таким показником, який має довгу пам'ять. Виходить, що численні дослідження підтверджують персистентність (трендовість) економічних показників. Нагадаємо що раніше [10] було досліджено поведінку курсу гривні по відношенню до долара, де було встановлено що показник Херста $H = 0{,}64$.

Для перевірки припущення, що врахування частинних часових інтервалів з довжинами менше 10, при знаходження показника Херста може привести до зниження цього показника, було знайдено показник Херста для випадку коли враховувались частинні часові ряди з довжинами l: 10; 12; 15; 18; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 80; 120; 360.

Результати розрахунків представлено на рисунку 4.

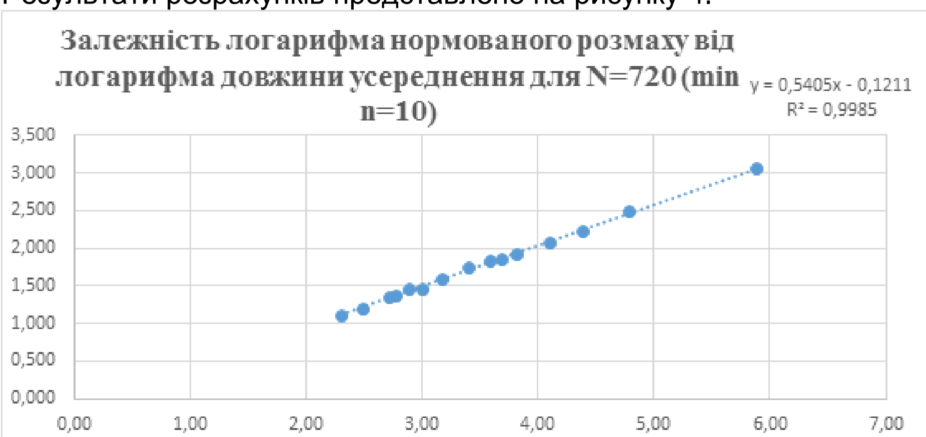

Рис. 4 – Мінімальна довжина усереднення $n = 10$

Тобто показник херста $H = 0{,}54$.

При підрахунку показників Херста необхідно перевірити гіпотезу про значимість цього показника. Через складність цього показника ще невідомі критерії за якими можна правильно перевірити його значимість, так як невідомий ймовірнісний розподіл показника при різних значення n. З наших розрахунків видно, що довірчий інтервал збільшується коли збільшується мінімальне значення інтервалу усереднення. Через це визначимо довірчі інтервали для кожного випадку для коефіцієнта кореляції. Довірчі інтервали знаходяться за формулою

$$\hat{r} - t_{\gamma,k}\sigma_t < r < \hat{r} + t_{\gamma,k}\sigma_t,$$

де

$\sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{k}}$, $k = n - 2$- число ступенів свободи.

Для випадку мінімальної довжини усереднення $n = 2$ при надійності $\gamma = 0{,}99$ $t_{\gamma,k} = 2{,}59$ знайдемо $0{,}9899 < r < 1$.

Для випадку мінімальної довжини усереднення $n = 10$ при надійності $\gamma = 0{,}99$ знайдемо $0{,}9940 < r < 1$

Можна зробити висновок, що врахування малих інтервалів усереднення нормованого розмаху дає вищі значення показника Херста. В цілому це очікуваний результат, так як ближчих часових інтервалах пам'ять має бути сильнішою.

В даному дослідженні перевіряється також наявність залежності показника Херста для доходності від довжини досліджуваного ряду. Із збільшенням часового проміжку спостереження показник Херста повинен мати тенденцію до зменшення, оскільки пам'ять про давні значення повинна слабшати. Чим більш ранні значення показників враховуються тим менший їх вплив на поточні значення.

Для перевірки гіпотези про наявність такої залежності ми проаналізували часові ряди різної довжини. Показано, що із збільшення довжини часового ряду показник Херста зменшується.

При аналізі рядів $\mathrm{N} = 80$ показник Херста приймає значення від 0, 63 до 0, 68 для різних проміжків спостереження. На рис 5. Наведено результати для одного з таких проміжків спостереження.

При аналізі ряду $\mathrm{N} = 120$ показник Херста знижується до 0,5926 . Результати представлено на рисунку 6.

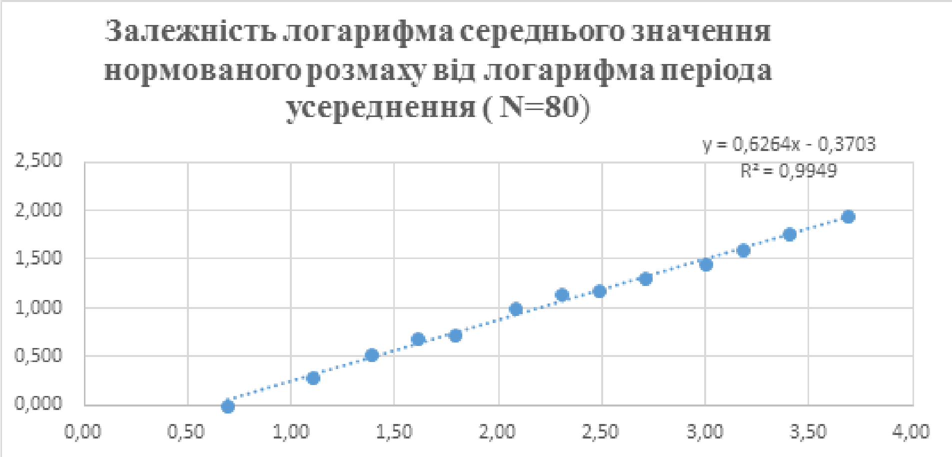

Рис. 5 – Період спостереження $N = 80$

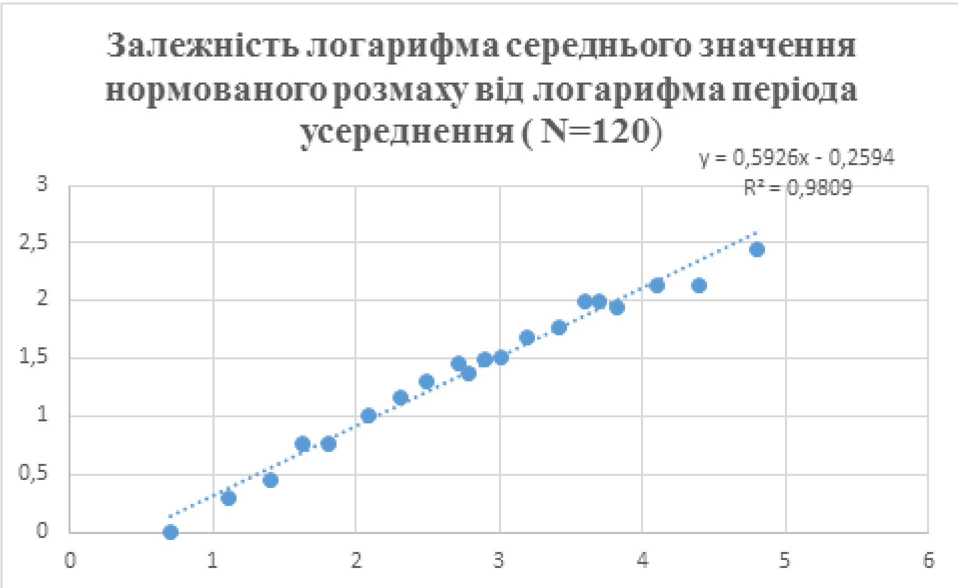

Рис. 6 – Період спостереження $N = 120$

Висновки

Застосування пропонованого підходу дозволили знайти показник Херста H для тройської унції золота. Показано що такий часовий ряд є персистентним. Показано що врахування при аналізі ряду всіх часових інтервалів починаючи з найменшого $n = 2$ значення показника Херста вище ніж для випадку з найменшим інтервалом усереднення $\mathrm{n} \geq 10$, що можна розглядати як додаткове підтвердження наявності пам'яті. Також показано, що при збільшенні довжини спостережуваного ряду показник Херста має тенденцію до зменшення і це можна трактувати як послаблення пам'яті про давні події. Все це разом вказує про необґрунтованість гіпотези ефективного ринку.

Література

1. Петерс Эдгар Э. Фрактальный анализ финансовых рынков / Э.Э. Петерс. – Москва : Инернет-Трейдинг, 2004. – 304 с.
2. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: УРСС: ЛЕНАНД, 20014. – 264 с.
3. Злотник А.А. Эмпирическое исследование показателя Херста // Прикладная эконометрика, 2007, №1(5). – С. 20-29.
4. Бутаков В. Оценка уровня стохастичности временных рядов произвольного происхождения при помощи показателя Херста / В. Бутаков, А. Граковский // Computer Modelling and New Technologies. –2005, Vol.9, No.2. – P. 27 – 32.
5. Перцовский О.Е. Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью: Препринт WP2/2004/03 / О.Е. Перцовский. – М: ГУ ВШЭ, 2003. — 52 с.
6. Горшков В.Л. О персистентности параметров ориентации земли / В.Л. Горшков, Н.О. Миллер, А.Н. Баушев, В.М. Воротков // Известия ГАО РАН СПб. – 1998. – №213. – С. 269-272.
7. Дербенцев В.Д. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем: [монографія] / В.Д. Дербенцев, О.А. Сердюк, В.М. Соловйов, О.Д. Шарапов – Черкаси: Брама-Україна, 2010. – 287 с.
8. Найман Э. Расчет показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических показателей. / Э. Найман – [Електронний ресурс]: naymanerik.livejournal.com›84706.html
9. Зиненко А.В. R/S анализ на фондовом рынке / А.В. Зиненко – Бизнес информатика . – 2012. – №3(21). – С. 24-30.
10. Бескровний О.І., Тернов С.О., Фортуна В.В. Оцінка персистентності часового ряду курсу гривні до долару США / Вісник університету «Україна». Серія: Інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика. Науковий журнал / Київ: Університет «Україна», 2019. – № 2 (23). – С. 313-321.

References

1. Peters Edgar. Fraktalnyi analiz finansovykh rynkov / E.E. Peters. – Moskva : Internet-Treiding, 2004. – 304 p.
2. Feder E. Fraktaly / E. Feder. – M.: URSS: LENAND, 20014. – 264 p.
3. Zlotnik A.A.. Empiricheskoie issledovanie pokazatelia Khersta // prikladnaia ekonometrika, 2007, №1(5). – C. 20-29.
4. Butakov V. Otsenka urjvnia stokhastichnosti vremennykh riadov proizvolnogo proishozhdeniia pri pomoshch pokazatelia Khersta / V. Butakov, A. Grakovskii // Computer Modelling and New Technologies. –2005, Vol.9, No.2. – P. 27 – 32.
5. Pertsovskii O.E.Modelirovaniie valiutnykh rynkov na osnove protsessov s dlinnoi pamiat’iu: preprint WP2/2004/03 / O.E. Pertsovskii. – M: GU VShE, 2003. — 52 pc.
6. Gorshkov V.L.O persistentonstni parametrov oriientatsii zemli / V.L Gorshkov., N.O. Miller, A.N. Baushev, V.M. Vorotkov // Izvestiia GAO RAN SpB. – 1998. – №213. – P. 269-272.
7. Derbentsev V.D. Synergetychni ta ekonofizychni metody doslidzhennia dynamichnykh ta strukturnykh kharakterystyk ekonomichnykh system: [monografiia] Derbentsev V.D., O.A. Serdiuk, V.M. Soloviov, O.D. Sharapov – Cherkasy: Brama-Ukraina, 2010. – 287 p.
8. Neiman E. Raschot pokazatelia Khersta c tseliu vyiavleniia trendovosti (persistentnosti) finansovykh rynkov I makroekonomicheskikh poikazateliei / E. Neiman – [Electronic resource]: naymanerik.livejournal.com›84706.html
9. Zinenko A.V. R/S analiz na fondovom rynke / A.V. Zinenko – Biznes I informatika . – 2012. – №3(21). – P. 24-30.
10. Beskrovnyi O.I., Ternov S.O., Fortuna V.V. Otsinka persistentnosti chasovoho riadu kursu hryvni do dolaru USA / Visnyk Universytetu «Ukraina». Seriia: Informatika, obchyslyuvalna tekhnika ta kibernetyka. Naukovyi zhurnal Kyiv: Universytet «Ukraina», 2019. – № 2 (23). – P. 313-321.