

**ОЦІНКА ПЕРСИСТЕНТНОСТІ ЧАСОВОГО РЯДУ КУРСУ ГРИВНІ  
ДО ДОЛАРА США**

**ASSESSMENT PERSISTENT TIME SERIES HRYVNIA TO THE  
DOLLAR US**

*Бескровний О.І., к.т.н., доцент, Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна». Київ, Україна. obezkrovnyu@gmail.com*

*Фортуна В.В. к.фіз.-мат.н., доцент, приватний вищий навчальний заклад «Європейський університет», Київ, Україна. vasyf.fortuna@gmail.com*

*Тернов С.О., к.т.н., с.н.с, Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна». Київ, Україна. ternov\_s\_a@ukr.net*

У роботі аналізується курс гривні до долара США за період 04.06.14-04.01.15. Знайдено показник Херста для такого часового ряду. Показано, що часовий ряд курсу гривні є персистентним. Це вказує на наявність довгої пам'яті для часового ряду обмінного курсу. Показано, що показник Херста незначно зменшується в залежності від максимального інтервалу усереднення.

**Ключові слова:** Часовий ряд, персистентність, нормований розмах, показник Херста, ефективний ринок, фрактальність, фрактальний ринок, довга пам'ять.

В работе анализируется курс гривны к доллару США за период 04.06.14-04.01.15. Найдено показатель Херста для такого временного ряда. Показано, что временной ряд курса гривны является персистентным. Это указывает на наличие долгой памяти для временного ряда обменного курса. Показано, что показатель Херста незначительно уменьшается в зависимости от максимального интервала усреднения.

**Ключевые слова:** Временной ряд, персистентность, нормированный размах, показатель Херста, эффективный рынок, фрактальность, фрактальный рынок, долгая память.

The paper analyzes the hryvnia exchange rate against the US dollar for the period 04.06.14-04.01.15. Hurst exponent was found for this time series. It is shown that the time series of the hryvnia is persistent. This indicates the presence of long memory time series of the exchange rate. It is shown that the Hurst exponent decreases slightly depending on the maximum averaging interval.

**Keywords:** Time series, normalized scale, Hurst exponent, persistence, efficient market, fractal, fractal market, long memory.

**Постановка проблеми.** Сучасна теорія фінансів ґрунтується на гіпотезі ефективності ринків (Effective Market Hypothesis, EMH) основним положенням якої є твердження, що ринок сам самостійно може встановлювати значення трендових активів. Для такого ринку неважливою є історія. Вся інформація яка поступає на ринок включена в поточну ціну активів. В цьому випадку ринкова ціна співпадає зі своїми фундаментальними значеннями, відображає коректну оцінку фундаментальної вартості активу, так як вона відображає всю інформацію зв'язану з минулими подіями і очікуваннями відносно майбутніх подій. Будь-які відхилення цін викликані надходженням на ринок інформації, що має випадковий характер. В сучасній літературі висловлюється припущення про необґрунтованість гіпотези ефективного ринку. Натомість висловлюється припущення про фрактальний ринок (Fractal Market Hypothesis, FMH). Для фрактальних ринків характерним є наявність довготривалої пам'яті. Основна ознака фрактального ринку – частотний розподіл показника виглядає однаково на різних інвестиційних горизонтах. В таких випадках говорять, що для відповідного показника, спостерігається явище масштабної інваріантності. Всі щоденні зміни співвіднесені з усіма майбутніми щоденними змінами, всі щотижневі зміни співвіднесені з усіма майбутніми щотижневими змінами. Не існує характерного масштабу часу, ключової характеристики часового ряду. Наявність пам'яті в часових рядах можна охарактеризувати показником Херста  $H$ . Інтерпретація показника Херста

наступна:  $0,5 < H < 1,0$  маємо персистентний часовий ряд, тобто такий часовий ряд характеризується ефектами довготривалої пам'яті, а відповідний ринок є фрактальним. У термінах хаотичної динаміки це означає чутливу залежність від початкових умов. Така довготривала пам'ять має місце незалежно від масштабу часу. Якщо  $0 < H < 0,5$ , то це означає антиперсистентність. Антиперсистентна система проходить меншу відстань, ніж випадкова система. Щоб система пройшла меншу відстань, вона повинна змінюватися частіше, ніж ймовірнісний процес. Якщо  $H = 0,5$ , то маємо випадковий процес, що підпадає під нормальний закон розподілу. Для багатьох обмінних курсів валют і фондових індексів за допомогою показника Херста було встановлено наявність довготривалої пам'яті. Отже можна сподіватися, що такі ринки є фрактальними.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Оцінка рівня стохастичності часових рядів різного походження проводилась в багатьох різних публікаціях. Класичними роботами є роботи Е. Петерса [1], Е. Федера [2]. Оцінка рівня стохастичності обмінного курсу USD/DM проводилась в роботі [3]. Е. Петерс [1] досліджував стохастичність обмінних курсів інших валют, а також стохастичність фондових індексів. Моделювання валютних ринків на основі процесів з довготривалою пам'яттю досліджувалось Перцовським О. [4]. Дослідження стійкості показника Херста для різних активів проводив Злотник А. [5]. В роботі [6] досліджувалась персистентність параметрів орієнтації Землі.  $R/S$  аналіз досліджується в монографії [7]. Дослідження персистентності різних валютних ринків проводилось Е. Найманом [8].

**Постановка завдання.** Метою роботи є дослідження персистентності дохідності обмінного курсу гривня/долар. Для дослідження взято період 04.06.14-04.01.15. Відповідну статистику наведено в таблиці 1.

Знайдення показника Херста дозволить зробити висновок про наявність або відсутність довготривалої пам'яті в такому ряді. Наявність довготривалої пам'яті вказуватиме на необґрунтованість гіпотези ефективного ринку. Буде

перевірено гіпотезу про те, що чим довшими є враховані в моделі інтервали усереднення, то показник Херста повинен зменшуватися.

Таблиця 1

№	$Y_t$	№	$Y_t$	№	$Y_t$	№	$Y_t$	№	$Y_t$	№	$Y_t$
1	11,9060	37	11,8689	73	13,1270	109	14,3219	145	14,0562	181	16,0980
2	11,8287	38	11,8648	74	12,9560	110	14,3849	146	14,0756	182	16,3012
3	11,8574	39	11,2941	75	13,1892	111	14,5002	147	13,9810	183	16,4871
4	11,8548	40	11,9207	76	13,1297	112	14,6767	148	13,9413	184	16,7062
5	11,8658	41	11,8990	77	13,2153	113	13,9800	149	13,8389	185	16,7473
6	11,8417	42	11,8864	78	13,3170	114	13,8899	150	13,8384	186	16,7955
7	11,8192	43	11,9199	79	13,3884	115	14,1151	151	13,9407	187	16,8425
8	11,6824	44	11,9301	80	13,5114	116	14,2957	152	13,9033	188	16,7581
9	11,7442	45	11,9316	81	13,6253	117	14,2361	153	13,9304	189	16,9428
10	11,7722	46	11,9343	82	13,5985	118	14,1845	154	13,9393	190	17,1887
11	11,8150	47	11,9483	83	13,6214	119	14,3126	155	14,1242	191	17,7284
12	11,8226	48	11,9305	84	13,7011	120	14,3437	156	14,4824	192	17,9728
13	11,9432	49	11,9402	85	13,6244	121	14,3407	157	14,8884	193	18,0920
14	11,8852	50	11,9330	86	13,6228	122	14,2105	158	15,1124	194	18,1079
15	11,9452	51	11,9561	87	13,8625	123	14,1742	159	15,1155	195	18,4473
16	11,9433	52	12,0057	88	13,5117	124	14,2121	160	15,3435	196	19,7160
17	11,8927	53	12,0916	89	13,4509	125	14,2195	161	16,0148	197	20,1568
18	11,9102	54	12,1240	90	13,2073	126	13,9273	162	16,1422	198	18,2257
19	11,9413	55	12,1648	91	13,0575	127	13,8613	163	15,9259	199	18,5238
20	11,9231	56	12,1965	92	13,1419	128	13,7986	164	15,9387	200	18,7235
21	11,9273	57	12,2363	93	13,3112	129	13,8235	165	16,0183	201	18,8176
22	11,9347	58	12,2065	94	13,3763	130	13,8910	166	16,1209	202	18,7451
23	11,9453	59	12,2800	95	13,2897	131	13,9386	167	16,0828	203	18,5092
24	11,9390	60	12,3287	96	13,5802	132	13,8692	168	16,0563	204	18,2523
25	11,9043	61	12,3491	97	13,5600	133	13,7862	169	15,8592	205	18,1311
26	11,9139	62	12,3246	98	13,6505	134	13,7305	170	15,7448	206	18,4355
27	11,9071	63	12,4551	99	13,7877	135	13,6187	171	15,8692	207	18,4593
28	11,9422	64	12,4660	100	13,8620	136	13,6452	172	15,9081	208	18,5895
29	11,9416	65	12,3968	101	13,9190	137	13,6606	173	15,9487	209	18,5794
30	11,9586	66	12,6149	102	13,8748	138	13,6235	174	15,9804	210	18,6141
31	11,9548	67	12,8765	103	13,9317	139	13,6476	175	15,9443	211	18,7259
32	11,9363	68	12,9084	104	13,8575	140	13,8004	176	15,9566	212	18,6886
33	11,9423	69	12,9823	104	14,0421	141	13,9612	177	16,0275	213	18,6653
34	11,9432	70	13,2889	106	14,0882	142	14,0498	178	16,1059	214	18,8145
35	11,8862	71	13,2158	107	14,1555	143	14,0421	179	16,2049	215	18,7571
36	11,8507	72	13,0439	108	14,2532	144	14,0395	180	16,2256	216	18,7322
										217	18,7628

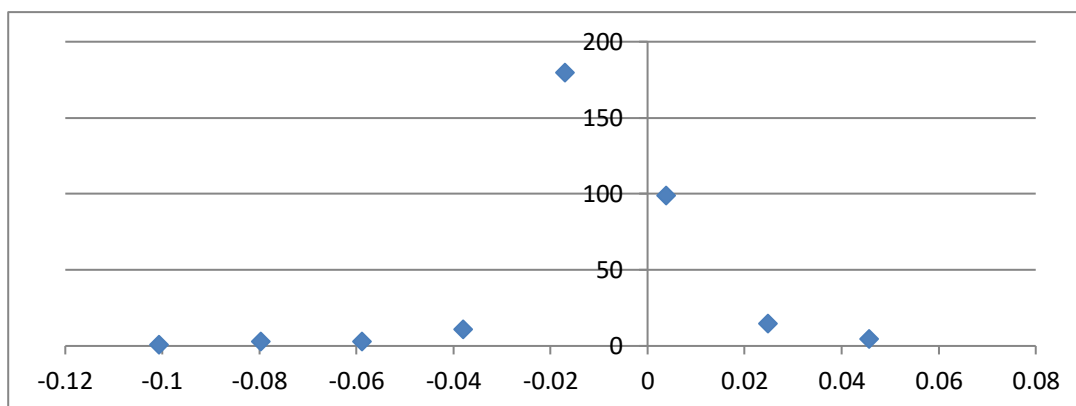
**Виклад основного матеріалу дослідження.** Бурхливий розвиток фінансових ринків в останні роки супроводжується великими обсягами залучених на ринки капіталів, виникненням нових фінансових інструментів збільшенням

кількості учасників ринку. Інтерес до цієї проблеми не обмежується чисто академічними рамками, а навпаки результати досліджень впроваджуються у щоденну фінансову практику, що надає стимули подальшим дослідженням.

Одним з важливих напрямків є моделювання дохідності і волатильності фондових і валютних ринків. Введемо деякі позначення. Нехай  $Y_t$  вартість активу в момент часу  $t$ . Дохідність активу за період  $t$  визначимо як  $X_t = \ln \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ . Тривалий час вважалось що дохідність фінансових ринків описується як процес випадкового блукання і є повністю непередбачуваним. Ця гіпотеза відповідає гіпотезі ефективного ринку. Насправді це не так. На рисунку 1 зображено частотний розподіл дохідності для обмінного курсу гривня/долар. Перевірка розподілу за критерієм Пірсона показує, що гіпотеза про нормальний розподіл дохідностей не підтверджується. Подібні частотні розподіли мають інші обмінні курси єна/долар, фунт/долар, марка/долар [1, с.31]. Розподіл показників, який має так звані “товсті хвости” є наслідком існування в системі тривалої пам’яті, яка породжується нелінійним стохастичним процесом. Наявність такого розподілу вказує на те, що ринок на якому він формується не відповідає гіпотезі ефективного ринку, такий ринок знаходиться під певним управлінням, має довготривалу пам’ять, є передбачуваним.

Деяка передбачуваність для дохідностей на фондових і валютних ринках відмічається багатьма авторами. Найбільш часто називаються ефекти [5, ст.6] календарного характеру та психологічного характеру. Тому при дослідженні фінансових і фондових ринків одним з найбільш перспективних напрямків досліджень вважається побудова моделей з довготривалою пам’яттю. В таких рядах функція автокореляції повільно спадає в міру збільшення довжини часового лагу. Дослідження залежності коефіцієнта автокореляції дохідності курсу гривня/долар показує, що неможливо зробити висновок, що автокореляція дохідності спадає при збільшенні порядку

автокореляції, тобто можлива довготривала пам'ять. Розподіл з “товстими хвостами” не є перешкодою для застосування економетричних методів.



**Рисунок 1** – Графік розподілу частот доходності обмінного курсу гривня/долар.

Одним з методів дослідження часових рядів з довготривалою пам'яттю є так званий  $R/S$  аналіз (метод нормованого розмаху, метод Херста) [1]. Для проведення  $R/S$  аналізу і встановлення показника Херста пропонується такий алгоритм [1, с.69]:

1. Початковий часовий ряд показника  $Y_i$  перетворюємо в часовий ряд  $x_i$

$$x_i = \ln\left(\frac{y_{i+1}}{y_i}\right), \quad i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Тоді :  $x_1 = -0,006514$ ,  $x_2 = 0,000242$ ,  $x_3 = -0,000219$ ,  $x_4 = 0,0009275\dots$

2. Розділимо отриманий ряд на  $n_l$  частинних рядів довжиною  $l$  так, що  $n_l l = N$ , де  $n_l$  є цілим числом. Для ряду довжиною  $N = 216$  отримаємо

$$l: 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 27; 36; 54; 108; 216.$$

3. Для кожного частинного ряду довжиною  $l$  знаходимо середнє значення показника

$$\bar{x}_{jl} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l x_{ijl}, \quad (2)$$

де  $j$  вказує на номер частинного ряду довжиною  $l$ , а  $i$  номер показника в даному частинному ряді. Далі будемо демонструвати алгоритм для частинних рядів довжиною  $l = 2$ . Для  $l = 2$  знайдемо

$$\bar{x}_{1,2} = \frac{1}{2}(-0,006514 + 0,002423) = -0,002045, \dots, \bar{x}_{108,2} = 0,000152$$

4. Для кожного частинного ряду знаходимо кумулятивні відхилення

$$\Delta x_{kjl} = \sum_{i=1}^k (x_{ijl} - \bar{x}_{jl}), \quad k = \overline{1, l}. \quad (3)$$

Наприклад, для частинних рядів довжиною  $l = 2$ , при  $j = 1$  знайдемо

$$\Delta x_{1,1,2} = -0,0006514 - 0,002423 = -0,004469,$$

$$\Delta x_{2,1,2} = -0,004469 + (0,0024234 + (-0,002045)) = 0,000000.$$

Аналогічно для  $j = 2, \dots, 108$ , і аналогічно для всіх інших частинних рядів з довжинами  $l$ : 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 27; 36; 54; 108; 216.

5. Для кожного частинного ряду знаходимо розмах

$$R_{jl} = \max_{1 \leq i \leq l} (\Delta x_{ijl}) - \min_{1 \leq i \leq l} (\Delta x_{ijl}). \quad (4)$$

Наприклад, для першого частинного ряду  $j = 1$  довжиною  $l = 2$   $\max_{1 \leq k \leq l} (\Delta x_{ijl}) = 0,000000$ ,  $\min_{1 \leq k \leq l} (\Delta x_{ijl}) = -0,004469$ , тому  $R_{1,2} = 0,004469$ . Аналогічно знаходяться  $R_{2,2}, \dots, R_{108,2}, \dots, R_{1,216}$ .

6. Знаходимо вибіркове стандартне відхилення показника  $x_i$  для періоду  $j$  частинного ряду довжиною  $l$ :

$$S_{jl} = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (x_{ijl} - \bar{x}_{jl})^2}. \quad (5)$$

Наприклад

$$S_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( (-0,006514 - (-0,002045))^2 + (0,002423 - (-0,002045))^2 \right) = 2 \cdot 10^{-5}.$$

7. Нормалізуємо розмахи:

$$\frac{R_{jl}}{S_{jl}} \quad (6)$$

Наприклад знаходимо  $\frac{R_{1,2}}{S_{1,2}} = \frac{0,004469}{\sqrt{2 \cdot 10^{-5}}} = 1,0000$

8. Знаходимо середнє значення нормалізованого розмаху для частинних рядів довжиною  $l$ :

$$\overline{\left(\frac{R}{S}\right)}_l = \frac{1}{n_l} \sum_{j=1}^{n_l} \left(\frac{R_{lj}}{S_{lj}}\right). \quad (7)$$

9. Алгоритм повторюємо для частинних рядів всіх довжин. Будуємо варіаційний ряд середніх значень нормованих розмахів в залежності від  $l$ .

10. Для отриманого варіаційного ряду будуємо регресію  $\ln\left(\frac{R}{S}\right)_l$  на  $\ln l$ .

Коефіцієнт регресії і буде показником Херста  $H$ .

При наявності авторегресії в рівнях часового ряду показник Херста може бути зміщеним [1, с.71] і тоді необхідно початкові рівні ряду перетворити. В досліджуваному ряді авторегресія відсутня.

Для дохідності щоденного курсу гривня/долар США за період 04.06.14-04.01.15 отримана залежність  $\ln\left(\frac{R}{S}\right)_l = 0,648 \ln l - 0,365$  при  $R^2 = 0,997$ .

Графік цього рівняння наведено на рисунку 2. Тобто для курсу гривні по відношенню до долара США отримали показник Херста  $H = 0,648$ . Так як  $H = 0,648$  більше від 0,5, то можна стверджувати, що обмінний курс гривня/долар демонструє явище персистентності.



Рисунок 2 – Графік залежності  $\ln\left(\frac{R}{S}\right)_l$  від  $\ln l$  для обмінного курсу гривня/доллар



В дослідженнях Петерса для обмінного курсу єна/доллар знайдено  $H = 0,642$ . В інших дослідженнях досліджувався коливання обмінного курсу фунту до долара і отримано  $\ln y_l = 0,5722 \ln l + 4,2596$ .

Тобто досліджуваний ряд є персистентним, тобто демонструє наявність довготривалої пам'яті. Отже, так як виявлена персистентність, то гіпотеза ефективного ринку для дохідності обмінного курсу не підтверджується, а натомість можна стверджувати про фрактальність дохідності валютного курсу гривня/долар.

$R/S$  аналіз не має великої прогностичної сили, однак він дає можливість виявити наявність або відсутність довготривалої пам'яті в досліджуваному процесі і таким чином прийняти або відхилити гіпотезу ефективного ринку.

Можна сподіватися, що чим меншими є враховані частинні часові ряди при знаходженні нормованого розмаху, тим більшим повинен бути показник Херста, тому що для довгих часових рядів початкова інформація буде частково втрачатися. Максимальна довжина частинного часового ряду дорівнює довжині часового ряду  $N$ . Якщо на кроці 2 алгоритму Херста, взяти не всі можливі значення від  $l = 2$  до  $l_{\max} = N$ , а взяти частинні ряди довжиною від  $l = 2$  до  $l_{\max} < N$ , то в результаті отримаємо показник Херста, який буде більшим ніж у випадку врахування всіх частинних рядів від  $l = 2$  до  $l_{\max} = N$ . В таблиці 2 наведено залежність показника Херста  $H$  від  $l_{\max}$ . З таблиці можна зробити попередній висновок: значних змін показника Херста  $H$  в залежності  $l_{\max}$  не відбувається, отже ряд не має характерного масштабу часу, що є ще одним підтвердженням його фрактальності.

Таблиця 2

$l_{\max}$	9	12	18	24	27	36	54	72	108	216
$H$	0,689	0,694	0,688	0,686	0,677	0,672	0,673	0,664	0,659	0,648

**Висновки.** Застосування пропонованого підходу дозволили знайти показник Херста  $H$  для обмінного курсу гривня/долар. Знайдене значення

$H = 0,648$  свідчить про необґрунтованість гіпотези ефективного ринку по принаймні для такого обмінного курсу.

#### Список літератури / References

1. Петерс Эдгар Э. Фрактальный анализ финансовых рынков / Э.Э. Петерс. – Москва : Инернет-Трейдинг, 2004. – 304 с.
2. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2014. – 264 с.
3. Злотник А.А. Эмпирическое исследование показателя Херста // Прикладная эконометрика, 2007, №1(5). – С. 20-29.
4. Бутаков В. Оценка уровня стохастичности временных рядов произвольного происхождения при помощи показателя Херста / В. Бутаков, А. Граковский // Computer Modelling and New Technologies. –2005, Vol.9, No.2. – Р. 27 – 32.
5. Перцовский О.Е. Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью: Препринт WP2/2004/03 / О.Е. Перцовский. – М: ГУ ВШЭ, 2003. — 52 с.
6. Горшков В.Л. О персистентности параметров ориентации земли / В.Л. Горшков, Н.О. Миллер, А.Н. Баушев, В.М. Воротков // Известия ГАО РАН СПб. – 1998. – №213. – С. 269-272.
7. Дербенцев В.Д. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем: [монографія]. / В.Д. Дербенцев, О.А. Сердюк, В.М. Соловйов, О.Д. Шарапов – Черкаси: Брама-Україна, 2010. – 287 с.
8. Найман Э. Расчет показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических показателей. / Э. Найман – Режим доступу: [naymanerik.livejournal.com/84706.html](http://naymanerik.livejournal.com/84706.html)