

Лекція 2

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ПАРАМЕТРИ СИНХРОННИХ МАШИН

1. Загальні відомості

Перехідні процеси в машинах змінного струму досліджують нині на математичних моделях, побудованих відповідно до основних закономірностей перебігу процесів. Вибір необхідної адекватності моделі залежить від мети розрахунків та наявних обчислювальних засобів. При описанні електромагнітних та електромеханічних перехідних процесів електричну машину розглядають як електродинамічну систему з цілою сукупністю електричних кіл (обмоток) та обертової маси (ротора). Загалом поведінка такої системи описується в перехідному процесі системою диференціальних рівнянь, що зв'язують напругу кіл та моменти сил, діючих на ротор.

Магнітне поле в машинах змінного струму, збуджене струмом обмоток, через складну конфігурацію магнітної системи машин, своєрідне розміщення обмоток і нелінійність магнітної характеристики магнітопроводу неоднорідне. Тому точне визначення магнітного поля в синхронній машині – досить складне завдання.

У практичних розрахунках електромагнітних перехідних процесів при складанні, аналізі та розв'язку диференціальних рівнянь машини необхідна часткова ідеалізація (низка припущень) при описі магнітного поля. Це дає можливість отримати досить нескладні електромагнітні зв'язки при збереженні основних характеристик електромагнітного процесу в машині. Ідеалізація зводиться до зазначених нижче чинників

- Магнітна проникність сердечників магнітної системи машини береться нескінченною, що тотожно відсутності насичення. Це дозволяє однозначно отримати залежність стану магнітного поля від струму будь-якої обмотки, а також використати принцип накладення при визначенні результуючого поля в зазорі при спільній дії струмів усіх обмоток.
- Розподіл полів самоіндукції трифазних обмоток та взаємоіндукції обмоток статора і ротора вздовж кола машини вважається синусоїдальним. Це дає змогу враховувати лише першу (як основну)

гармоніку означених полів; у результаті наведені в статорі е.р.с. будуть синусоїдальними функціями основної частоти.

- Магнітопровід у межах кожного полюсного поділу та стержня демпферних обмоток симетричний відносно поздовжньої та поперечної осей, всі фазні обмотки машини мають однакову кількість витків, активний опір та взаємне зміщення магнітних осей.
- Усі демпферні обмотки синхронної машини подаються двома еквівалентними демпферними контурами – поздовжнім та поперечним, магнітні осі яких збігаються з осями d та q (d – через полюси ротора, а q – через міжполюсний простір) відповідно.
- Ротор машини протягом аналізованого перехідного процесу обертається зі сталим значенням частоти. Залежно від характеру перехідного процесу та призначення вирішуваного завдання можна використати не всі перелічені припущення, а обмежитися кількома.

2. Початкові рівняння електричних кіл

Систему диференціальних рівнянь для синхронної машини, за якими визначають миттєві значення напруг електричних контурів з демпферними обмотками (рис. 1) в перехідному процесі, подамо таким чином:

$$\left. \begin{aligned} -u_A &= d\psi_A / dt + r i_A \\ -u_B &= d\psi_B / dt + r i_B \\ -u_C &= d\psi_C / dt + r i_C \\ u_f &= d\psi_f / dt + r_f i_f \\ 0 &= d\psi_{de} / dt + r_{de} i_{de} \\ 0 &= d\psi_{qe} / dt + r_{qe} i_{qe} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де u_A, u_B, u_C – фазні напруги на затискачах обмоток статора; $\psi_A, \psi_B, \psi_C, i_A, i_B, i_C$ – потокозчеплення та струм фазних обмоток; r – активний опір фазних обмоток; u_f – напруга, прикладена до кола збудження; ψ_f, i_f – потокозчеплення та струм обмотки збудження; r_f – активний опір обмотки збудження.

У рівняннях для короткозамкнених демпферних контурів синхронної машини потокозчеплення, струм та опір у поздовжніх і поперечних колах позначені відповідними індексами de та qe . Потокозчеплення з будь-якою обмоткою машини, що входять до системи диференціальних рівнянь (1), на основі прийнятої ідеалізації можна визначити у вигляді суми потокозчеплень само- та взаємоіндукції з усіма іншими обмотками:

$$\left. \begin{aligned}
 \psi_A &= L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C + M_{Af} i_f + M_{Ade} i_{de} + \\
 &\quad + M_{Aqe} i_{qe} \\
 \psi_B &= M_{BA} i_A + L_B i_B + M_{BC} i_C + M_{Bf} i_f + M_{Bde} i_{de} + \\
 &\quad + M_{Bqe} i_{qe} \\
 \psi_C &= M_{CA} i_A + M_{CB} i_B + L_C i_C + M_{Cf} i_f + M_{Cde} i_{de} + \\
 &\quad + M_{Cqe} i_{qe} \\
 \psi_f &= M_{fA} i_A + M_{fB} i_B + M_{fC} i_C + L_f i_f + M_{fde} i_{de} \\
 \psi_{de} &= M_{deA} i_A + M_{deB} i_B + M_{deC} i_C + L_{de} i_{de} \\
 \psi_{qe} &= M_{qeA} i_A + M_{qeB} i_B + M_{qeC} i_C + L_{qe} i_{de}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

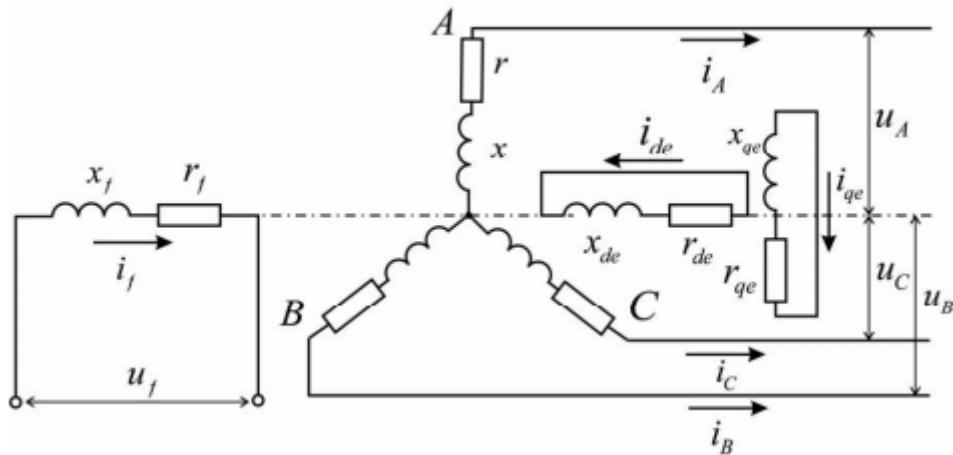


Рис. 1. Принципова схема синхронної машини з демпферними обмотками в поздовжній та поперечній осях ротора

У рівняннях (2) для будь-якої обмотки використовуємо такі позначення: L та M – власна індуктивність і взаємоіндуктивність з іншими обмотками; i та ψ – миттєві струм і потокозчеплення обмотки.

За принципом взаємності $M_{AB} = M_{BA}$, $M_{AC} = M_{CA}$, $M_{fA} = M_{Af}$ (і т.п.) у рівнянні (2) можливе скорочення кількості взаємних індуктивностей вдвічі. Окремі індуктивності в (2) не залежать від положення ротора машини у просторі, внаслідок чого мають постійне значення, а частина індуктивностей, як змінні параметри, змінюються при обертаннях ротора. До сталих належать індуктивності L та взаємоіндуктивності M нерухомих один відносно одного контурів за умови, що конфігурація магнітної системи щодо них залишається сталою при будь-якому положенні ротора у просторі. В явнополюсних машинах індуктивності контурів ротора і взаємоіндуктивність обмотки збудження та поздовжнього демпферного контуру – сталі. Решта L та M (як змінні параметри) залежать від положення ротора у просторі відносно обмоток статора. У неявнополюсних машинах ці індуктивності – також постійні.

Ураховуючи, що диференціальні рівняння напруг обмоток машини містять е.р.с. у вигляді похідної від потокозчеплення за часом, а потокозчеплення залежать від зміни струмів обмоток та індуктивностей, які є

функцією часу, коефіцієнти L та M у системі рівнянь (1) – змінні. Розв’язок такої системи рівнянь для аналізу перехідних процесів викликає значні труднощі навіть за допомогою інформаційної техніки. Тому постало завдання перетворити диференціальні рівняння таким чином, щоб їх істотно спростити, отримавши з постійними коефіцієнтами. При вирішенні цього завдання використані закономірності зміни індуктивностей обмоток синхронної машини та лінійні перетворення, суть яких в тому, що первинні змінні в рівняннях заміщають новими змінними, лінійно зв’язаними з первинними. При цьому кількість нових змінних, введених до розгляду, дорівнює числу замінюваних змінних.

3. Власні та взаємні індуктивності обмоток

У просторі положення ротора синхронної машини відносно магнітних осей симетричних фазних обмоток статора A, B, C та системи координатних осей d, q можна визначити кутом (рис. 2). До того ж припускаємо, що позитивна поздовжня вісь d міцно зв’язана з обертовим ротором, а позитивна поперечна вісь q відстає на 90 ел. град від поздовжньої осі (явнополюсний ротор).

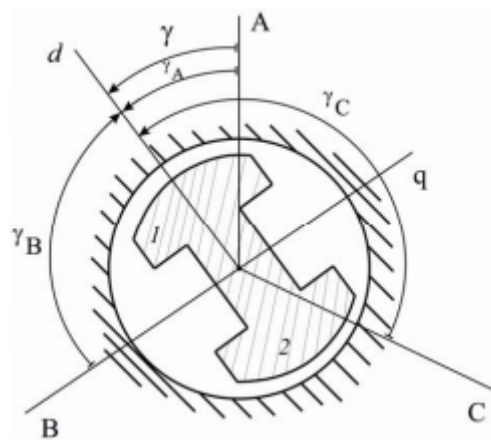


Рис. 2. До визначення індуктивностей обмоток статора синхронної машини

Індуктивності фазних обмоток статора – періодичні функції кута між магнітною віссю фази та поздовжньою віссю ротора d з періодом (на рис. 2 кути між осями A, B, C та віссю d позначені через $\gamma_A, \gamma_B, \gamma_C$). Це пояснюється тим, що магнітна провідність проміжку для поля, утвореного струмом обмотки статора, однакова для обох полюсів ротора та відповідає зміні кута на значення. Однакові також індуктивності обмоток статора як для додатного, так і від’ємного значень кута, оскільки являють собою парні функції цього кута. Отже, індуктивність фазних обмоток матиме вигляд:

$$L_x = l_0 + l_2 \cos 2\gamma_x + l_4 \cos 4\gamma_x + l_6 \cos 6\gamma_x + \dots, \quad (3)$$

де $x \in \{A, B, C\}$.

Ураховуючи симетрії всіх фаз, коефіцієнти розкладання в (3) для них однакові. В ідеалізованій машині розкладання (3) має містити лише перші два члени (вищі гармоніки е.р.с. та індуктивностей не беруться до уваги). Тому припускаємо

$$L_x = l_0 + l_2 \cos 2\gamma_x. \quad (4)$$

Якщо за рис. 2 маємо $\gamma_A = \gamma$; $\gamma_B = 120^\circ - \gamma$; $\gamma_C = 120^\circ + \gamma$, то вирази для власних індуктивностей фазних обмоток статора:

$$\begin{aligned} L_A &= l_0 + l_2 \cos 2\gamma; \\ L_B &= l_0 + l_2 \cos 2(\gamma - 120^\circ) = l_0 + l_2 \cos(2\gamma + 120^\circ); \\ L_C &= l_0 + l_2 \cos 2(\gamma + 120^\circ) = l_0 + l_2 \cos(2\gamma - 120^\circ), \end{aligned} \quad (5)$$

де l_0 – постійна складова індуктивності; l_2 – амплітуда другої гармоніки індуктивності.

Дослідні дані свідчать, що від значення l_0 амплітуда четвертої гармоніки l_4 складає 6, тоді як амплітуда гармоніки l_6 – близько 0,7%. У неявнополюсних машинах $l_2 = 0$ та $L_A = L_B = L_C = l_0 = \text{const}$.

Взаємні індуктивності фазних обмоток статора – парна періодична функція кута між поздовжньою віссю d та лінією, проведеною між магнітними осями фаз. Наприклад, для фаз A та B взаємна індуктивність M_{AB} – парна періодична функція кута γ_{AB} (рис. 3), оскільки на основі принципу взаємності $M_{BA} = M_{AB}$. Отже, M_{AB} залежить від знака кута γ_{AB} і при переміщенні ротора на кут має таке ж значення, як і в первинному положенні ротора. За аналогією з власними індуктивностями фазних обмоток після розкладання функції M_{AB} в ряд Фур'є та врахування для "ідеалізованої" машини лише постійної складової й другої гармоніки кута маємо:

$$M_{AB} = m_0 + m_2 \cos 2\gamma_{AB}.$$

За абсолютним значенням взаємоіндуктивність M_{AB} мінімальна при $\gamma_{AB}=0$ і максимальна при $\gamma_{AB}=90^\circ$. Ураховуючи, що $\gamma_{AB}=60^\circ$; $\gamma_{AC}=60^\circ$; $\gamma_{BC}=180^\circ$, взаємні індуктивності фазних обмоток статора визначаються:

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= m_0 + m_2 \cos 2(60^\circ - \gamma) = m_0 + m_2 \cos(2\gamma - 120^\circ) \\ M_{AC} &= m_0 + m_2 \cos 2(60^\circ + \gamma) = m_0 + m_2 \cos(2\gamma + 120^\circ) \\ M_{BC} &= m_0 + m_2 \cos 2(180^\circ - \gamma) = m_0 + m_2 \cos 2\gamma \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

де m_0 – постійна складова взаємної індуктивності фазних обмоток статора; m_2 – амплітуда другої гармоніки взаємної індуктивності.

У неявнополюсних машинах $m_2=0$; $M_{AB} = M_{AC} = M_{BC} = m_0 = \text{const}$

Постійні складові та амплітуди для другої гармоніки у виразах (5) та (6) можна визначити через індуктивності, якими конструктивно характеризується синхронна машина:

$$\begin{aligned} l_0 &= (L_d + L_q + L_0) / 3; \\ l_2 &= m_2 = (L_d - L_q) / 3; \\ m_0 &= (L_0 - (L_d - L_q) / 2) / 3. \end{aligned} \quad (7)$$

Взаємні індуктивності фазних обмоток статора та обмоток ротора при обертанні ротора змінюються за гармонічним законом, досягаючи найбільшого

значення при збігу магнітних осей розглядуваних обмоток. Оскільки магнітна вісь обмотки збудження збігається з віссю d (рис. 4), взаємні індуктивності між фазними обмотками статора та обмотками збудження визначаються з таких виразів:

$$\left. \begin{aligned} M_{Af} &= M_{Afd} \cos \gamma \\ M_{Bf} &= M_{Afd} \cos(\gamma - 120^\circ) \\ M_{Cf} &= M_{Afd} \cos(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

де M_{Afd} – взаємна індуктивність обмоток при збігу магнітних осей.

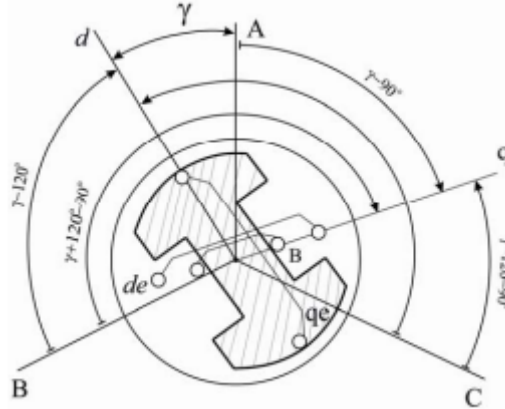


Рис. 4. До визначення взаємних індуктивностей обмоток статора та ротора

Аналогічно визначають взаємні індуктивності між демпферними контрами та фазними обмотками статора:

для позначення контуру

$$\left. \begin{aligned} M_{Ad} &= M_{Ade} \cos \gamma \\ M_{Bd} &= M_{Ade} \cos(\gamma - 120^\circ) \\ M_{Cd} &= M_{Ade} \cos(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\}; \quad (9)$$

для поперечного контуру

$$\left. \begin{aligned} M_{Aq} &= M_{Aqe} \sin \gamma \\ M_{Bq} &= M_{Aqe} \sin(\gamma - 120^\circ) \\ M_{Cq} &= M_{Aqe} \sin(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

де M_{Ade} ; M_{Aqe} – взаємна індуктивність фазної обмотки статора та відповідно поздовжнього і поперечного демпферних контурів при збігу магнітних осей.

Таким чином, при сталій частоті обертання ротора всі власні та взаємні індуктивності, що залежать від кута γ , – гармонійні функції часу. Це обумовлено $\gamma = \omega t + \gamma_0$, де γ_0 відповідає значенню кута при $t = 0$.

4. Лінійні перетворення систем координат

Відомо, що миттєві фазні значення ω , i , Ψ , l можна уявити як проєкції єдиного вектора на нерухомі магнітні осі фаз. Такий вектор зветься узагальненим або зображальним вектором трифазної системи. Наприклад, якщо зображальний вектор струму I має незмінне значення модуля, то його проєкції на осі A , B , C дають миттєві фазні струми i_A , i_B , i_C (рис. 5). При обертанні такого вектора зі сталою частотою за його допомогою зображують симетричні синусоїдальні струми. При цьому кінець вектора I виписує коло.

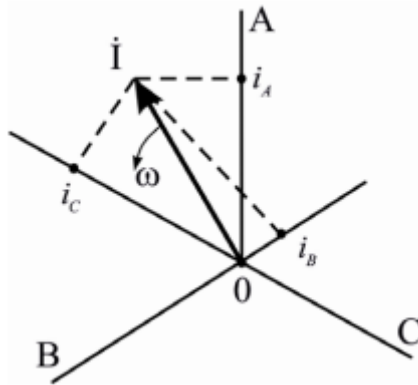


Рис. 5. Визначення миттєвих фазних струмів за допомогою зображального вектора

Взагалі з вектором I можна зобразити будь-які три струми (i_A, i_B, i_C) , що змінюються в часі за довільним законом з умовою

$$i_A + i_B + i_C = 0. \quad (11)$$

На рис. 6 показано миттєві несиметричні струми, які визначають зображальним вектором I . Вектор обертається зі змінною частотою, виписуючи довільну криву, на якій – значення t , за якими кінець вектора потрапляє в дану точку. Зображальний вектор може бути спроектованим на осі будь-якої системи координат, що дає змогу перейти від однієї системи координат до будь-якої. Так здійснюється лінійне перетворення системи координат. При цьому для диференціальних рівнянь перехідного процесу в синхронній машині маємо можливість звільнитися від змінних L і M та значно спростити їх розв'язок. Наприклад, розглядаючи лінійне перетворення трьох фазних струмів машини (i_A, i_B, i_C) їх заміщенням на нові струми i_X, i_Y, i_Z , один з останніх зручно подати у вигляді $(i_A + i_B + i_C) / 3 = i_0$. Саме так запишемо струм i_Z та позначимо через $3i_0$, де i_0 – нульова складова струму: $i_Z = i_A + i_B + i_C = 3i_0$.

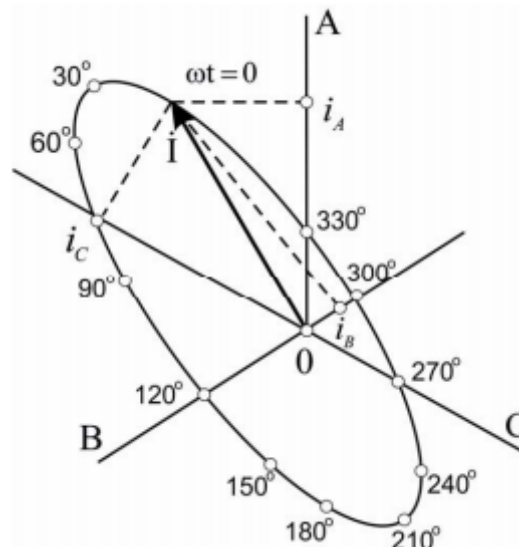


Рис. 6. Визначення миттєвих несиметричних фазних струмів за допомогою зображального вектора

Зручність подібного вибору в тому, що для трифазних обмоток, з'єднаних зіркою з ізольованою нейтраллю, часто $i_0 = 0$. Якщо $i_0 \neq 0$, то цей струм не має в перехідному процесі будь-якого впливу на рух ротору машини. Тому під час дослідження стійкості роботи машини, зокрема при визначенні

електромагнітного моменту машини, на нульову складову струму можна не зважати. Цей струм, проте, повинен урахуватися при визначенні фазних струмів машини.

Із трьох нових струмів (i_X, i_Y, i_0) лише два з них i_X, i_Y , можуть бути зображені на векторній діаграмі, а струм $i_0 \neq 0$ береться до уваги аналітично, коли $i_A + i_B + i_C = 3i_0 \neq 0$.

Залежно від умов означеного завдання найбільше розповсюдження отримали три системи координатних осей, вибір яких дозволяє спростити рівняння перехідного процесу в машині.

- Під час аналізу перехідних процесів в асинхронних машинах та в процесі розгляду несиметричних режимів синхронних машин зручно використовувати нерухомі у просторі ($\omega_k = 0$) осі α, β . До того ж вісь має збігатися з віссю A первинної системи координат A, B, C .
- Для дослідження та розрахунку симетричних перехідних процесів у синхронних машинах доцільно застосовувати систему осей d, q , жорстко зв'язану з обертовим ротором, при цьому вісь d поєднана з поздовжньою віссю ротора. Перехід від осей A, B, C до осей d і q – основне та найбільш зручне для застосування, оскільки дає можливість перетворювати первинні диференціальні рівняння синхронної машини з періодичними коефіцієнтами на рівняння з постійними коефіцієнтами. Це пояснюється тим, що в системі координатних осей d і q неявнополюсну машину в магнітному відношенні можна розглядати як симетричну незалежно від положення ротора у просторі.
- Для розрахунку перехідних процесів в асинхронних машинах, а також при дослідженні групи машин може застосовуватися система координатних осей x, y , що обертаються у просторі з синхронною частотою.

Перехід від системи координатних осей A, B, C до системи координатних осей d і q та визначення співвідношень змінних у цих осях розглянемо докладніше. Вектори струму, потокозчеплення та напруги умовимося позначати відповідно I, Ψ, U і виразимо співвідношення змінних на прикладі струму I .

На рис. 7 зображальний вектор I подано в тривісній системі координат A, B, C та двовісній системі координат d, q . Перехід від однієї системи координат до іншої з математичного погляду відповідає заміщенню змінних. З рис. 7 виходить, що проекції зображального вектора струму на осі d, q виявляються лінійно зв'язаними з проекціями цього ж вектора на осі A, B, C .

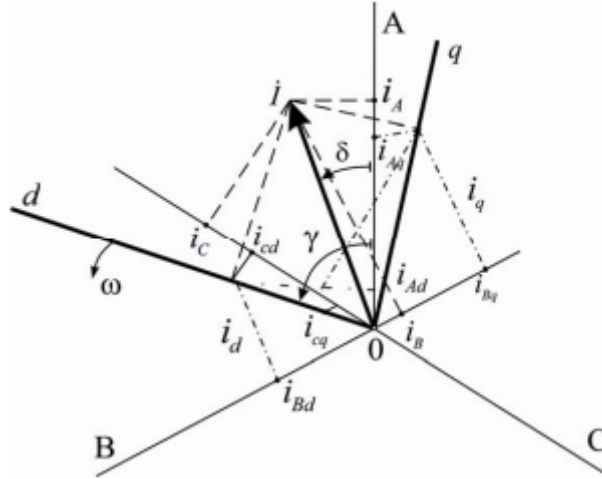


Рис. 7. До визначення зв'язку між складовими струмів в осях A,B,C та d, q

Припускаючи, що $i_A + i_B + i_C = 0$, нові струми, як проекції струму I на осі d, q , можна подати:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= I \cos(\gamma - \delta) \\ i_q &= I \sin(\gamma - \delta) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Зв'язок цих струмів з фазними змінними в координатних осях A, B, C визначається рівняннями:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma \\ i_B &= i_d \cos(\gamma - 120^\circ) + i_q \sin(\gamma - 120^\circ) \\ i_C &= i_d \cos(\gamma + 120^\circ) + i_q \sin(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Оскільки визначник системи (13) не дорівнює нулю, це свідчить про правомірність перетворення та однозначність заміщення одних змінних іншими. Розв'язок рівнянь (13) відносно нових змінних дає змогу виразити струми i_d, i_q через i_A, i_B, i_C :

$$\left. \begin{aligned} i_d &= 2[i_A \cos \gamma + i_B \cos(\gamma - 120^\circ) + i_C \cos(\gamma + 120^\circ)] / 3 \\ i_q &= 2[i_A \sin \gamma + i_B \sin(\gamma - 120^\circ) + i_C \sin(\gamma + 120^\circ)] / 3 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Якщо сума змінних i_A, i_B, i_C , не дорівнює нулю, то з умови $i_A + i_B + i_C = 3i_0$ маємо результат

$$i_0 = (i_A + i_B + i_C) / 3. \quad (15)$$

Нульова складова струму i_0 у всіх фазах однакова, а тому не впливає на зображальний вектор та його складові i_d, i_q . У цьому можна переконатися, якщо в (14) уявити замість i_A, i_B, i_C відповідно $i_A - i_0, i_B - i_0, i_C - i_0$, до яких

$$(i_A - i_0) + (i_B - i_0) + (i_C - i_0) = 0. \quad (16)$$

Таким чином, з урахуванням нульової складової струму i_0 змінні в осях d, q визначаються рівняннями (14) та (15). Зворотні співвідношення переходу від системи координатних осей d, q , до системи координатних осей A, B, C виглядають так:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_0 \\ i_B &= i_d \cos(\gamma - 120^\circ) + i_q \sin(\gamma - 120^\circ) + i_0 \\ i_C &= i_d \cos(\gamma + 120^\circ) + i_q \sin(\gamma + 120^\circ) + i_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

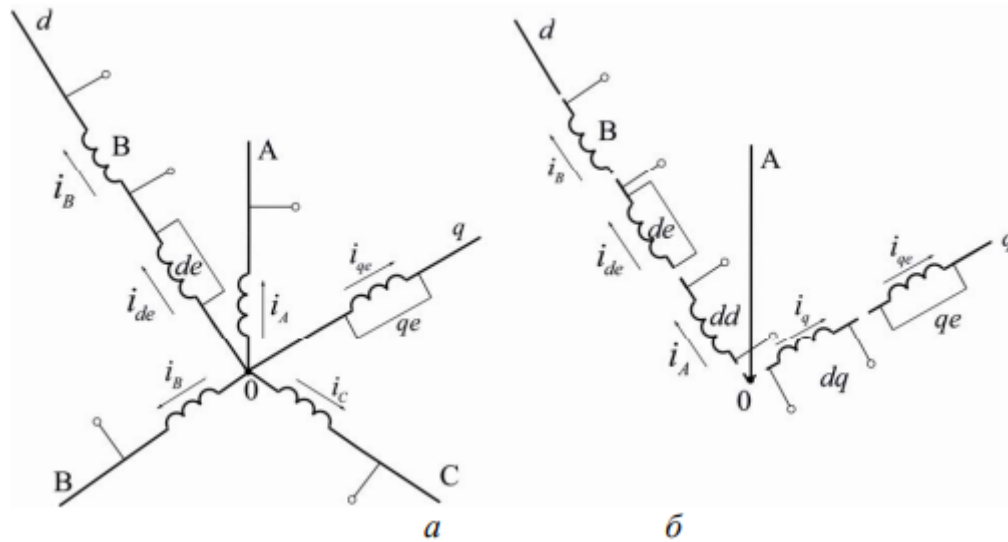


Рис. 8. Схематичне зображення обмоток синхронної машини: *a* – реальної; *б* – перетвореної

Лінійне перетворення системи осей A, B, C на систему осей d, q викликає заміну нерухомих фазних обмоток статора двома еквівалентними контурами з струмами i_d та i_q . Це фізично відповідає заміщенню реальної трифазної машини умовною двофазною. Магнітні осі контурів двофазної машини спрямовані вздовж осей d та q .

На рис. 2.8,*a* схематично зображені обмотки реальної машини та перетвореної на систему координатних осей d, q (рис. 8,*б*). Еквівалентні обмотки статора позначені через de та qe . Віссю d така машина має три електромагнітно-пов'язані контури (триобмотковий трансформатор), а по осі q – дві обмотки (двообмотковий трансформатор).

5. Потокозчеплення та індуктивності синхронної машини

Потокозчеплення реальної синхронної машини визначаються загалом за (2). Ці потокозчеплення подані в системі координатних осей, зв'язаних з фазними обмотками статора. Якщо в (2) підставити значення індуктивностей з виразів (5)–(10), потокозчеплення обмоток синхронної машини запишемо:

$$\left. \begin{aligned}
\psi_A &= (m_0 + l_2 \cos 2\gamma)i_A + [m_0 + l_2 \cos(2\gamma - 120^\circ)]i_B + \\
&+ [m_0 + l_2 \cos(2\gamma - 120^\circ)]i_C + M_{Afd}i_f \cos \gamma + \\
&+ M_{Ade}i_{de} \cos \gamma + M_{Aqe}i_{qe} \sin \gamma \\
\psi_B &= [m_0 + l_2 \cos(2\gamma - 120^\circ)]i_A + [m_0 + l_2 \cos(2\gamma + \\
&+ 120^\circ)]i_B + [m_0 + l_2 \cos 2\gamma]i_C + M_{Afd}i_f \times \\
&\times \cos(\gamma - 120^\circ) + M_{Ade}i_{de} \cos(\gamma - 120^\circ) + \\
&+ M_{Aqe}i_{qe} \sin(\gamma - 120^\circ) \\
\psi_C &= [m_0 + l_2 \cos(2\gamma + 120^\circ)]i_A + [m_0 + l_2 \cos 2\gamma]i_B + \\
&+ [m_0 + l_2 \cos(2\gamma - 120^\circ)]i_C + M_{Afd}i_f \times \\
&\times \cos(\gamma - 120^\circ) + M_{Ade}i_{de} \cos(\gamma + 120^\circ) + \\
&+ M_{Aqe}i_{qe} \sin(\gamma + 120^\circ) \\
\psi_f &= M_{Afd}[i_A \cos \gamma + i_B \cos(\gamma - 120^\circ) + \\
&+ i_C \cos(\gamma + 120^\circ)] + L_f i_f + M_{fde}i_{de} \\
\psi_{de} &= M_{Ade}[i_A \cos \gamma + i_B \cos(\gamma - 120^\circ) + \\
&+ i_C \cos(\gamma + 120^\circ)] + M_{fde}i_f + L_{de}i_{de} \\
\psi_{qe} &= M_{Aq}[i_A \sin \gamma + i_B \sin(\gamma - 120^\circ) + \\
&+ i_C \sin(\gamma + 120^\circ)] + L_{qe}i_{qe}
\end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Вирази (18) для потокозчеплення обмоток машини мають індуктивності, які є функціями часу.

Визначимо потокозчеплення в системі координатних осей d, q . Тобто замість реальних фазних потокозчеплень Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C слід оперувати з перетвореними потокозчепленнями Ψ_d, Ψ_q, Ψ_0 , вираженими через перетворені струми статора та обмоток ротора. Це означає також, що вирази для потокозчеплень обмоток ротора будуть мати не реальні струми статора i_A, i_B, i_C , а перетворені i_d, i_q, i_0 . Щоб отримати Ψ_0 , у виразах (18) для Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C необхідно скласти члени з однаковими струмами. При цьому нульова складова потокозчеплень обмоток

$$\psi_0 = (\psi_A + \psi_B + \psi_C) / 3 = L_0 i_0, \quad (19)$$

де $L_0 = l_0 + 2m_0$. Здійснивши дві інші операції над фазними потокозчепленнями з (18) відповідно до (14), (15) та після тригонометричних перетворень, визначимо:

$$\psi_d = 2[\psi_A \cos \gamma + \psi_B \cos(\gamma - 120^\circ) + \psi_C \cos(\gamma + 120^\circ)] / 3 = L_d i_d + M_{Afd} i_f + M_{Ade} i_{de}; \quad (20)$$

$$\psi_q = 2[\psi_A \sin \gamma + \psi_B \sin(\gamma - 120^\circ) + \psi_C \sin(\gamma + 120^\circ)] / 3 = L_q i_q + M_{Aqe} i_{qe}; \quad (21)$$

Увівши в (18) поздовжній та поперечний струми статора за (14) та (15), одержимо:

$$\psi_f = 3M_{Afd} i_d / 2 + L_f i_f + M_{fde} i_{de}; \quad (22)$$

$$\psi_{de} = 3M_{Ade} i_d / 2 + M_{fde} i_f + L_{de} i_{de}; \quad (23)$$

$$\psi_{qe} = 3M_{Aqe} i_d / 2 + L_{qe} i_q. \quad (24)$$

Отже, система рівнянь (19) – (24) визначає потокозчеплення обмоток синхронної машини в системі координатних осей d, q . Це потокозчеплення вже не містить змінних індуктивностей. Тому при обчисленні похідних від потокозчеплення у рівняннях перехідного процесу в машині операція диференціювання стосується лише струмів. Окрім того, потокозчеплення Ψ_0 визначається тільки струмом статора i_0 і не залежить від струмів обмоток ротора, а рівняння потокозчеплення обмоток ротора не має членів зі струмом i_0 .

Лінійне перетворення системи координатних осей A, B, C на систему координатних осей d, q не потребує заміщення нерухомих фазних обмоток статора двома еквівалентними контурами зі струмами i_d та i_q , магнітні осі яких спрямовані вздовж осей d та q (рис. 8,б).

6. Перетворення диференціальних рівнянь синхронної машини

Перетворення первинних диференціальних рівнянь синхронної машини полягає в заміщенні фазних змінних їх складовими в системі координатних осей d, q . Для цього потрібно за (17) виразити фазні струми, напруги та потокозчеплення через нові змінні в системі координатних осей d, q . Виконаємо ці перетворення на прикладі фази A , зазначивши, що при розгляді інших фаз шлях отримання результату аналогічний:

$$\begin{aligned}i_A &= i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_0; \\u_A &= u_d \cos \gamma + u_q \sin \gamma + u_0; \\ \Psi_A &= \Psi_d \cos \gamma + \Psi_q \sin \gamma + \Psi_0.\end{aligned}$$

Підставимо значення i_A, u_A, Ψ_A , в перше рівняння (1), врахувавши при диференціюванні, що Ψ_d, Ψ_q та γ – функції часу t :

$$\begin{aligned}u_d \cos \gamma + u_q \sin \gamma + u_0 &= -[(d\Psi_d(dt) \cos \gamma - \\ &- \Psi_d(d\gamma / dt) \sin \gamma + (d\Psi_q / dt) \sin \gamma + \\ &+ \Psi_q(d\gamma / dt) \cos \gamma + d\Psi_0 / dt + \\ &+ r(i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_0)]\end{aligned}$$

або ж після перегрупування складових:

$$\begin{aligned}(u_d + d\Psi_d / dt + \Psi_q(d\gamma / dt) + ri_d) \cos \gamma + \\ + (u_q + d\Psi_q / dt - \Psi_d(d\gamma / dt) + ri_q) \sin \gamma + \\ + (u_0 + d\Psi_0 / dt + ri_0) = 0.\end{aligned}\tag{25}$$

Рівняння (25) задовольняє будь-яким значенням. Для цього кожен з виразів у дужках повинен дорівнювати нулю. У підсумку вираз (25) можна подати у вигляді рівнянь:

$$\begin{aligned}-u_d &= d\Psi_d / dt + \Psi_q(d\gamma / dt) + ri_d; \\ -u_q &= d\Psi_q / dt + \Psi_d(d\gamma / dt) + ri_q; \\ -u_0 &= d\Psi_0 / dt + ri_0.\end{aligned}\tag{26}$$

Рівняння для обмотки збудження та демпферних контурів залишаються, як і в (1):

$$\left. \begin{aligned}u_f &= d\Psi_f / dt + r_f i_f \\ 0 &= d\Psi_{de} / dt + r_{de} i_{de} \\ 0 &= d\Psi_{qe} / dt + r_{qe} i_{qe}\end{aligned} \right\}\tag{27}$$

Рівняння опису електромагнітного перехідного процесу синхронної машини, які вперше й окремо один від одного запропонували Р.Х. Парк та О.О. Горев, отримали назву системи рівнянь Парка-Горева. Якщо в рівняннях (26) та (27) всі значення виразити у відносних одиницях виміру, то індуктивності чисельно дорівнюватимуть індуктивним опорам, а потокозчеплення, що входять до цих рівнянь, виглядатимуть так:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_d &= x_d i_d + x_{afd} i_f + x_{ade} i_{de} \\ \Psi_q &= x_q i_q + x_{aqe} i_{qe} \\ \Psi_{de} &= x_{ade} i_d + x_f i_f + x_{fde} i_{de} \\ \Psi_{qe} &= x_{aqe} i_q + x_{qee} i_{qe} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Для одночасного відображення перебігу електромагнітних і електромеханічних процесів та їхнього взаємного впливу, що має важливе значення в дослідженні стійкості роботи СЕП, при розв'язанні системи рівнянь (26) та (27) необхідно також ураховувати те з них, яке характеризує рух ротора функцією кута $\gamma = \omega t + \gamma_0$:

$$M_{мх} - M_{ел} = J d\omega / dt, \quad (29)$$

де $M_{мх}$ – гальмівний момент механічних сил; $M_{ел} = 1,5\rho_n \cdot \Psi_d i_q - \Psi_q i_d$ – електромагнітний момент у системі координатних осей d, q , прикладений до ротора машини (n – число пар полюсів); J – момент інерції обертових частин.

У системі координатних осей d, q е.р.с. в статорі індукується потокозчепленнями Ψ_d, Ψ_q , обумовленими магнітними полями, спрямованими вздовж осей d, q . Оскільки потокозчеплення (поля) Ψ_d, Ψ_q і обмотка статора переміщуються відносно одне одного з частотою обертання, то рівняння у (26) містять як е.р.с. трансформації (індекс "тр"), обумовленої зміною значень відповідних потокозчеплень, так і е.р.с. обертання (індекс "об"), тобто

$$\left. \begin{aligned} u_d &= e_{dT} + e_{dоб} - r i_d \\ u_q &= e_{qT} + e_{qоб} - r i_q \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Наведений запис рівнянь (30) пояснюється таким чином. У перетворених координатах обмоток машини (рис. 8) дві обмотки a_d та a_q , зсунуті відносно одна одної на 90° , жорстко зв'язані між собою та мають спільну з ротором вісь обертання. Кожна з цих обмоток пронизується потоком відносно Φ_d чи Φ_q . При зміні цих потоків у перехідному процесі в обмотках наводиться е.р.с. трансформації ($e_{dT} = -d\Psi_d/dt$ та $e_{qT} = -d\Psi_q/dt$). Внаслідок руху обмоток відносно обертових магнітних потоків у них наводяться е.р.с. обертання (в обмотці ad – е.р.с. $e_{dоб} = -\Psi_q d\gamma/dt$, а в обмотці aq – е.р.с. $e_{qоб} = +\Psi_d d\gamma/dt$).

У практиці досліджень перехідних процесів також широко використовуються рівняння для машин змінного струму в операторній формі запису ($p_i Y = d\Psi/dt$). Завдяки простоті запису такі рівняння дають змогу швидко вирішувати конкретні завдання, зручніші при дослідженні параметрів машини, побудові схем заміщення та застосуванні частотних методів аналізу перехідних процесів.