



УДК 51:004.89:51(075.8)(378.147)

[https://doi.org/10.52058/2786-5274-2023-5\(19\)-553-564](https://doi.org/10.52058/2786-5274-2023-5(19)-553-564)

Олійник Олег Петрович старший викладач кафедри вищої математики, Національний авіаційний університет, пр. Гузара Любомира, 1, м. Київ, 03058, тел.: (044)-406-73-24, <https://orcid.org/0000-0003-1564-0214>

Шевченко Ірина Вікторівна кандидат економічних наук, доцент кафедри вищої математики, Національний авіаційний університет, пр. Гузара Любомира, 1, м. Київ, 03058, тел.: (044)-406-73-24, <https://orcid.org/0000-0001-7910-0490>

Левковська Тетяна Андріївна старший викладач кафедри вищої математики, Національний авіаційний університет, пр. Гузара Любомира, 1, м. Київ, 03058, тел.: (044)-406-73-24, <https://orcid.org/0000-0002-7433-5968>

Олійник Світлана Володимирівна викладач математики, Опорний заклад освіти Кожанський ліцей-гімназія, вул. Шевченка, 171, смт. Кожанка, 08550, тел.: (045)-654-37-12

ЯКІСНЕ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ: ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНИХ СЕРЕДОВИЩ ТА ХМАРНИХ СЕРВІСІВ МАТЕМАТИЧНОГО СПРЯМУВАННЯ

Анотація. У статті досліджено питання якості викладання математики в навчальних закладах у контексті використання програмних середовищ та хмарних сервісів математичного спрямування. Проведено порівняльний аналіз відомих математичних програмних середовищ: MATLAB, Wolfram Mathematica, MathCAD, GeoGebra та хмарних сервісів Wolfram Alpha, PhET Interactive Simulations, порівняно ці продукти з точки зору їх використання при викладанні математики в навчальних закладах освіти за такими критеріями, як функціональність, продуктивність, візуалізація даних, підтримка символічних обчислень, наявність додаткових ресурсів, підтримка спільних користувачів, інтерфейс і простота використання, швидкість опанування, можливість роботи з мобільними пристроями та фінансова доступність. Інформація для порівняння була взята з офіційних сайтів цих продуктів, включаючи документацію, ресурси, послуги, оновлення, посібники користувача, навчальні матеріали та інші релевантні матеріали. Застосовано формально-логічні та метричні методи, якісні методи (контент-аналіз, контекстний аналіз, обґрунтована теорія, феноменологічний аналіз, індуктивне узагальнення) та квалітативний метод. Також описано порівняльний аналіз із застосуванням кількісних і якісних методів, порівнюючи адаптацію цих продуктів у контексті їх використання у викладанні математики в навчальних закладах середньої освіти та в навчальних закладах вищої освіти. Прогностичний метод, заснований на порівняльному аналізі наявних і отриманих даних дослідження, дозволив авторам рекомендувати GeoGebra і колекцію інтерактивних симуляцій PhET для підвищення якості викладання та навчання математики у навчальних закладах середньої освіти, а GeoGebra і хмарні сервіси Wolfram Alpha, PhET для підвищення якості викладання та навчання математики у навчальних закладах вищої освіти.

Висновки авторів мають рекомендаційний та інформаційний характер, і кожен педагог має сам обирати продукти, які найкраще відповідають його потребам, досліджуючи можливості кожного та порівнюючи їх із заданими критеріями. Рекомендовано моніторити ринок технологій, продовжувати дослідження в цьому напрямку та перевіряти можливість використання нових продуктів.

Зазначено, що застосування хмарних сервісів та програмних середовищ математичного спрямування є лише однією із умов комплексу рекомендацій [2, с.23], які



сприяють підвищенню рівня викладання математики у навчальних закладах середньої та вищої освіти в Україні. Тому автори вбачають перспективу подальшого дослідження емпіричного вивчення питань якості викладання математики за комплексом [2, с.23]. Опис отриманих результатів планується представити у наступній статті.

Ключові слова: якісне викладання математики, математичні програмні середовища, хмарні сервіси математичного спрямування, MATLAB, Wolfram Mathematica, MathCAD, GeoGebra, Wolfram Alpha, PhET Interactive Simulations.

Oliynyk Oleh Petrovych Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics, National Aviation University, Guzara Lubomyra Ave., 1, Kyiv, 03058, tel: (044) 406-73-24, <https://orcid.org/0000-0003-1564-0214>

Shevchenko Iryna Viktorivna Candidate of Economic Sciences (PhD in Economic), Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, National Aviation University, Huzara Lubomyra Ave., 1, Kyiv, 03058, tel.: (044) 406-73-24, <https://orcid.org/0000-0001-7910-0490>

Levkovska Tetyana Andriivna Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics, National Aviation University, Huzara Lubomyra Ave., 1, Kyiv, 03058, tel.: (044) 406-73-24, <https://orcid.org/0000-0002-7433-5968>

Oliinyk Svitlana Volodymyrivna Teacher of Mathematics, Kozhanskyi Lyceum-Gymnasium Support Institution of Education, Shevchenko St., 171, Kozhanka village, 08550, Tel: +380 (45) 654-37-12

QUALITY TEACHING OF MATHEMATICS: USING SOFTWARE ENVIRONMENTS AND CLOUD SERVICES FOR MATHEMATICAL INSTRUCTION

Abstract. The article examines the issue of the quality of teaching mathematics in educational institutions in the context of the use of software environments and cloud services of mathematical direction. A comparative analysis of well-known mathematical software environments: MATLAB, Wolfram Mathematica, MathCAD, GeoGebra and cloud services Wolfram Alpha, PhET Interactive Simulations, comparing these products from the point of view of their use in teaching mathematics in educational institutions according to such criteria as functionality, performance, data visualization, support for symbolic computing, availability of additional resources, support for co-users, interface and ease of use, speed of learning, ability to work with mobile devices, and affordability. The information for the comparison was taken from the official websites of these products, including documentation, resources, services, updates, user guides, training materials and other relevant materials. Uses formal-logical and metric methods, qualitative methods (content analysis, contextual analysis, grounded theory, phenomenological analysis, inductive generalization) and qualitative method. Also describes a comparative analysis using quantitative and qualitative methods, comparing the adaptation of these products in the context of their use in teaching mathematics in secondary and higher education institutions. A predictive method based on a comparative analysis of available and received research data allowed the authors to recommend GeoGebra and the PhET collection of interactive simulations for improving the quality of mathematics teaching and learning in secondary education institutions, and GeoGebra and Wolfram Alpha cloud services, PhET for improving the quality of teaching and learning mathematicians in higher education institutions.

The authors' conclusions are advisory and informative in nature, and each teacher should choose the products that best meet his needs, exploring the capabilities of each and comparing them with the given criteria. It is recommended to monitor the technology market, continue research in this direction and check the possibility of using new products.



It is noted that the use of cloud services and mathematical software environments is only one of the conditions of the set of recommendations [2, p. 23], which contribute to raising the level of mathematics teaching in secondary and higher education institutions in Ukraine. Therefore, the authors see the prospect of further research into the empirical study of issues of the quality of mathematics teaching in the complex [2, p. 23]. The description of the obtained results is planned to be presented in the next article.

Keywords: high-quality teaching of mathematics, mathematical software environments, cloud services of mathematical direction, MATLAB, Wolfram Mathematica, MathCAD, GeoGebra, Wolfram Alpha, PhET Interactive Simulations.

Постановка проблеми. Вивчення математики в навчальних закладах освіти є основним інструментом, за допомогою якого формується та розвивається аналітичне, логічне та критичне мислення майбутніх фахівців, вона забезпечує вироблення у них таких навичок, як: аналітичне мислення і пошук інновацій, критичне мислення та аналіз, моніторинг та контроль, вміння аргументувати свої погляди та багато іншого. Майбутнє України нерозривно пов'язане з професіоналізмом фахівців багатьох професій, особливо тих, які потребують аналітичного, логічного та критичного мислення. Після війни потрібно буде відбудовувати Україну, що не можливо без компетентних економістів, інженерів та інших фахівців. Тому якість викладання математики в навчальних закладах освіти України є перспективою її розвитку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання організації якісного викладання математики були предметом дослідження багатьох дослідників: М.Бурда, Д.Васильєва, Л.Гринчук, А.Дістервег, Я.Каменський, В.Крупич, Н.Новіков, В.Олійник, М.Працьовитий, Ж.Руссо, А.Уртенцова, О.Школьний та інші. Аналізуючи офіційний Національний звіт за результатами міжнародного дослідження PISA-2018 від Українського центра оцінювання якості освіти [1], О. Олійник зробив висновок, що «організація навчального процесу в Україні під час вивчення математики потребує реорганізації», акцентуючи увагу на «покращенні організації навчального процесу і рівня викладання математики» [2, с. 20]. У жовтні 2020 року Всесвітній економічний форум (World Economic Forum) опублікував свій черговий звіт «Майбутнє робочих місць 2020» [3], в якому особлива увага приділена групі навичок, в яких, на думку роботодавців, до 2025 року буде зростати необхідність. Варто зауважити, що «на першому місці в топ-десятці необхідних навичок з'явилися вперше аналітичне мислення та інноваційність» [3], що ще раз підкреслює актуальність підвищення якості викладання математики. Враховуючи динамічність світу, в якому ми живемо і розвиваємось, проблема якості викладання математики потребує постійного дослідження і подальшого вивчення.

Автори статті викладають математику в закладах вищої та середньої освіти. З 2020 року, в умовах дистанційного навчання, для організації ефективного навчального процесу ми використовували різні програмні середовища та хмарні сервіси математичного спрямування, але зараз надаємо перевагу GeoGebra, PhET та Wolfram Alpha. Саме ці факти стали причиною написання статті, поставивши ціль: дослідити детальніше найпоширеніші такі продукти математичного спрямування, врахувавши і свій досвід.

Мета статті – дослідження проблеми якості викладання математики для українських закладів освіти в сьогоdnішніх умовах; порівняльний аналіз найпоширеніших програмних середовищ та хмарних сервісів математичного спрямування в аспекті їх застосування для покращення якості викладання математики в закладах освіти.

Виклад основного матеріалу. Для досягнення мети ми сформулювали завдання дослідження:

- дослідити проблему якості викладання математики у сьогоdnішніх умовах освіти;
- провести порівняльний аналіз відомих найбільш поширених програмних середовищ математичного спрямування: MATLAB, Wolfram Mathematica, MathCAD, GeoGebra та



хмарних сервісів Wolfram Alpha, PhET в аспекті їх використання при викладанні математики за основними найважливішими критеріями;

— провести порівняльний аналіз адаптації цих продуктів у контексті їх використання у викладанні математики у навчальних закладах середньої освіти та в навчальних закладах вищої освіти;

— провести оптимізацію вибору продуктів з метою рекомендації їх застосування при вивченні та викладанні математики окремо для закладів середньої освіти та закладів вищої освіти.

Пандемія COVID-19, атака модифікацій коронавірусу SARS-CoV-2 та довгострокова війна в Україні зумовили часті впровадження карантинних заходів, включаючи дистанційну форму навчання у закладах освіти. Це призвело до ще більшого загострення проблеми якості освіти в Україні, включаючи якість викладання математики в умовах дистанційного навчання.

Сучасний світ з прискореним поширенням технологій швидко змінюється, а з ним змінюються й вимоги до навчання. Недостатньо просто оновити освітні стандарти та змінити зміст навчання. Для досягнення високої якості освіти важливо розробити комплексні рекомендації та дорожню карту. Одним з ключових аспектів забезпечення якості освіти є постійний моніторинг результатів та аналіз не лише динаміки досягнень, але й врахування впливу навколишнього середовища, за потреби можна коригувати попередню дорожню карту [2, с.22]. О. Олійник та С. Олійник на основі власного досвіду та результатів попередніх досліджень розробили комплекс рекомендацій [2, с.23], які сприятимуть підвищенню рівня викладання математики в українських навчальних закладах:

— впровадження в навчальний процес підходу Bring Your Own Device (BYOD);

— використання інтерактивних мобільних додатків Google під час навчального процесу;

— використання динамічних програмних середовищ математичного спрямування, різних ресурсів хмарних сервісів та інших середовищ під час навчального процесу;

— використання інтерактивних пристроїв під час навчального процесу;

— постійне удосконалення математичних, цифрових та інших компетентностей вчителів та викладачів математики.

Згідно даних рекомендацій, використання програмних середовищ або хмарних сервісів математичного спрямування буде сприяти підвищенню якості викладання математики. Сучасні учні та студенти відносяться до особливого цифрового покоління. Вони оперують новими способами опрацювання інформації, мислять «кліпово», зосереджуючись на яскравих зорових образах, але можуть мати проблеми зі сприйняттям вербальної інформації. Щоб краще відповідати вимогам сучасних учнів та студентів, вчителі та викладачі повинні використовувати інноваційні підходи, які сприяють активному зануренню їх у процес навчання. Одним із таких підходів є використання продуктів математичного спрямування при викладанні математики. Це допоможе педагогам подавати навчальний матеріал у зрозумілій та доступній формі відповідно до потреб цього покоління. А учням та студентам забезпечить цікаві та ефективні заняття, які заохочують їх до активної участі в навчальному процесі та сприятиме розвитку у них математичних навичок. Сьогодні в умовах воєнного стану українські навчальні заклади освіти досить часто застосовують дистанційну форму навчання. Організація неперервного та якісного навчального процесу в форматі дистанційного навчання не може обмежуватися самостійним опрацюванням учнями та студентами навчального матеріалу, вона вимагає нових методів, засобів та підходів, включаючи використання хмарних сервісів, програмних середовищ та інтерактивних пристроїв.

В. Биков у своїй монографії підкреслив ефективність мобільних навчальних середовищ: «надаючи певні «свободи» учням, учителям, організаторам освіти щодо здійснення ними навчальної та організаційної діяльності, системи відкритої освіти



водночас є системами керованими, створення і використання яких підпорядковане цілям освіти на певних етапах її розвитку» [4]. Програмні середовища, такі як математичні пакети, спеціальні програми для навчання математики або хмарні сервіси математичного спрямування можуть допомогти учителям та викладачам візуалізувати складні математичні концепції, створювати інтерактивні завдання та демонструвати різні методи розв'язання. Це може допомогти учням та студентам краще розібрати матеріал, покращити їхні навички розв'язування завдань та забезпечити більший рівень успішності у навчальному процесі.

В процесі дослідження було здійснено порівняльний аналіз відомих найбільш поширених програмних середовищ математичного спрямування: MATLAB, Wolfram Mathematica, Mathcad, GeoGebra та хмарних сервісів Wolfram Alpha і PhET Interactive Simulations, порівнювалися ці продукти з точки зору їх використання при викладанні математики у навчальних закладах освіти за такими критеріями, як функціональність, продуктивність, візуалізація даних, підтримка символічних обчислень, наявність додаткових ресурсів, підтримка спільних користувачів, інтерфейс і простота використання, швидкість опанування, можливість роботи з мобільними пристроями та фінансова доступність. При цьому не враховувалися в повному обсязі їх функціональні можливості, продуктивність чи вся підтримка символічних обчислень. Інформацію для порівняння брали з офіційних веб-сайтів цих продуктів, включаючи документації, ресурси, послуги, оновлення, керівництва користувача, посібники, навчальні матеріали та інші релевантні матеріали, доступні на них: «MathWorks» [5], «Wolfram Mathematica» [6], «PTC Mathcad» [7], «GeoGebra» [8], «Wolfram Alpha» [9], «PhET» [10]. Вивчення інформації на сайтах дало можливість отримати детальний опис продуктів, їх функціональні можливості, технічні вимоги до них та легкість використання, доступність додаткових ресурсів, наявність мобільних додатків, інформацію про ціни та ліцензування. Додатково було вивчено огляди та рейтинги на незалежних веб-платформах, таких як «Capterra» [11], «G2» [12], «TrustRadius» [13] та «Software Advice» [14]. Ці платформи надають відгуки користувачів, порівняльні огляди та рейтинги для різних програмних продуктів, включаючи MATLAB, Wolfram Mathematica, Mathcad, GeoGebra, Wolfram Alpha та PhET Interactive Simulations. При цьому застосовувалися формальнологічний метод та якісні методи (контент-аналіз, аналіз контексту, граундед-теорія, феноменологічний аналіз, індуктивне узагальнення) для порівняльного аналізу за критеріями: функціональні можливості, продуктивність, візуалізація даних, підтримка символічного обчислення, наявність додаткових ресурсів (бібліотек, плагінів тощо), спроможність підтримки спільних користувачів, користувацький інтерфейс та легкість використання, швидкість опанування, можливість роботи з мобільних пристроїв та фінансова доступність. Метричний аналіз був застосований для порівняння параметрів, які є визначальними при виборі продукту: швидкість опанування середовищем чи сервісом; фінансова доступність; мобільність. Мобільність є одним з найвагоміших параметрів в навчальному процесі, тому аналізували її з чотирьох різних аспектів:

- доступність на різних мобільних платформах, зокрема в різних мобільних операційних системах, таких як Android, iOS, Windows тощо;
- адаптація до різних розмірів екранів мобільних пристроїв, включаючи як менші смартфони, так і більші планшети;
- можливість взаємодії з дотиком, з інтуїтивним інтерфейсом, який дозволяє користувачам використовувати мобільний пристрій за допомогою жестів, торкань та інших дотичних елементів керування;
- можливість роботи в автономному режимі, без підключення до Інтернету, що дозволяє користувачам використовувати мобільний пристрій навіть за умов вільного доступу до мережі.

Квалітативний метод забезпечив зібрання, аналіз та інтерпретацію якісних даних та недоліків кожного з досліджуваних продуктів, дозволив провести порівняння переваг та

недоліків кожного, а також оцінити їх зручність у користуванні та задоволенні від використання. Кожен досліджуваний продукт оцінювався за стобальною шкалою окремо за кожним з критеріїв в аспекті його використання при викладанні математики в закладах освіти. Результати оцінювання, представлені на рис. 1-10, мають частково суб'єктивний характер, оскільки додатково враховувались відгуки користувачів на веб-платформах.

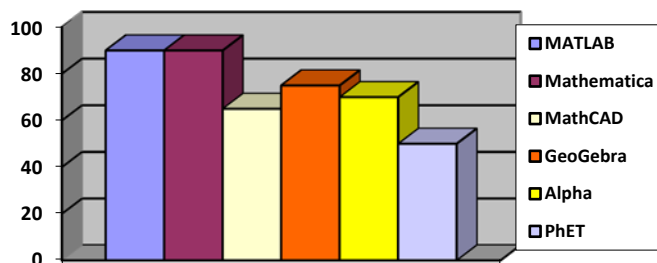


Рис. 1 Функціональні можливості

MATLAB, Mathematica та GeoGebra - це програмні продукти з широким набором функцій для виконання різноманітних математичних операцій, включаючи числові та символічні обчислення, візуалізацію даних, моделювання, роботу з рівняннями та системами рівнянь. Mathcad також спеціалізується на математичних розрахунках і візуалізації даних, зокрема в області інженерних розрахунків. Wolfram Alpha - хмарний сервіс, який надає доступ до великої кількості математичних функцій і розв'язує математичні задачі, зокрема числові та символічні обчислення, візуалізацію даних, а також може відповідати на запитання. PhET Interactive Simulations - це колекція інтерактивних симуляцій для вивчення різних навчальних дисциплін, у тому числі математики, що надає можливості для візуалізації та динамічного моделювання наукових понять і процесів. Серед них GeoGebra, Wolfram Alpha та PhET мають більш виражену спрямованість на освітнє використання та мають відповідні функції для викладання математики на різних рівнях освіти.

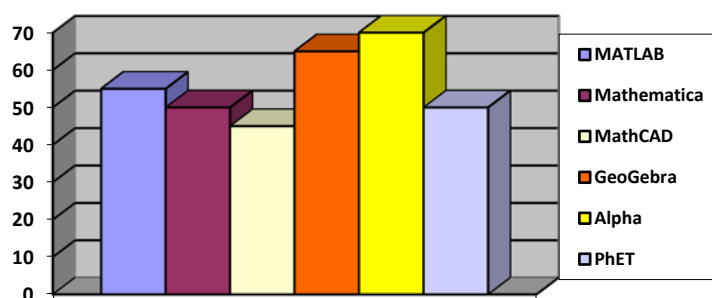


Рис. 2 Продуктивність

GeoGebra та PhET є дуже продуктивними програмними засобами для використання в шкільній освіті. GeoGebra може створювати видимі демонстрації та симуляції геометричних об'єктів, математичних функцій та статистичних даних. PhET спеціалізується на симуляції фізичних процесів, тому має дуже потужні інструменти для візуалізації анімацій та симуляцій. Wolfram Alpha може бути корисним на різних рівнях освіти, оскільки дозволяє отримувати відповіді на математичні запитання та показує звітний розбір кроків розв'язання завдань. MATLAB і Mathematica є потужними інструментами для чисельних розрахунків та обробки даних у вищій освіті та наукових дослідженнях. Можуть бути корисними у викладанні та виконанні проектів на різних рівнях освіти, зокрема у навчальних закладах середньої освіти та технічної освіти. GeoGebra та Wolfram Alpha також можуть бути корисними для чисельних обчислень, а не тільки символічних, і можуть бути використані у вищій освіті та наукових дослідженнях.

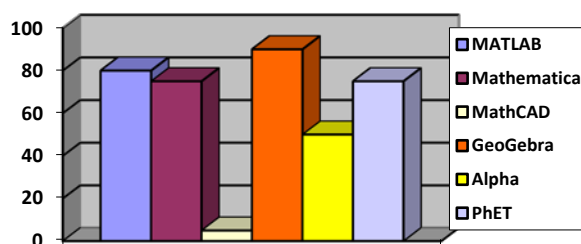


Рис. 3 Візуалізація даних

GeoGebra є найбільш спеціалізованим середовищем для візуалізації математичних даних на різних рівнях освіти: візуалізації геометричних об'єктів і математичних функцій, а також має інструменти для візуалізації статистичних даних. Mathcad має обмежені можливості для візуалізації даних. Mathematica і MATLAB мають потужні інструменти для візуалізації даних, включаючи графіки, діаграми та інші засоби, можуть відобразити дані в 3D форматах. Вони можуть бути корисні для більш складних математичних завдань, які вимагають більшої продуктивності та чисельних розрахунків. Wolfram Alpha може відобразити графіки та діаграми на основі введених даних, а також надає можливість взаємодії з ними. PhET спеціалізується на симуляції фізичних процесів, тому має дуже потужні інструменти для візуалізації анімацій та симуляцій. Вибір середовища для візуалізації даних при вивченні математики на різних рівнях освіти залежить від потреб користувачів та відповідних функцій кожного з продукту.

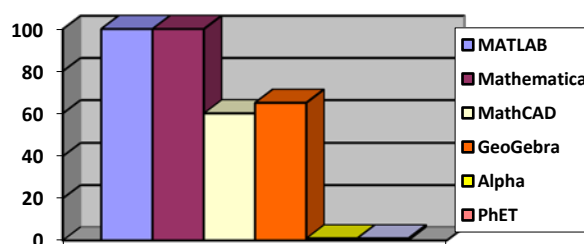


Рис. 4 Підтримка символічного обчислення

MATLAB та Mathematica мають вбудовану підтримку символічного обчислення, що дозволяє виконувати аналітичні розрахунки, включаючи диференціювання, інтегрування, розв'язування рівнянь, а також символічний аналіз даних. Це робить їх незамінними інструментами для виконання аналітичних розрахунків на різних рівнях освіти, включаючи вищу та наукову. GeoGebra також має певну підтримку символічного обчислення, але вона є менш розширеною, порівняно з MATLAB та Mathematica. Mathcad має значно меншу підтримку символічного обчислення, порівняно з MATLAB та Mathematica, але є дуже зручним та простим середовищем для виконання аналітичних розрахунків та візуалізації результатів. Wolfram Alpha та PhET не мають підтримки символічного обчислення, тому вони можуть бути менш корисними для виконання аналітичних розрахунків на різних рівнях освіти, якщо необхідна робота з символічними даними.

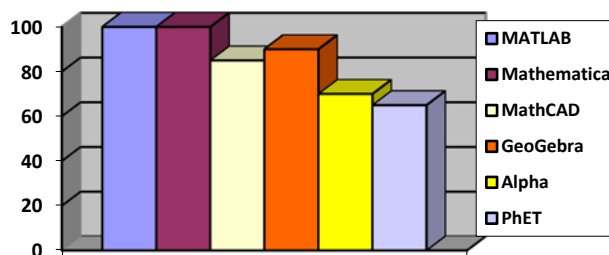


Рис. 5 Наявність додаткових ресурсів

MATLAB та Mathematica мають велику кількість додаткових пакетів, які дозволяють використовувати різні методи та алгоритми в наукових та інженерних дослідженнях. Mathcad та GeoGebra також мають додаткові ресурси, такі як бібліотеки математичних формул та графічних зображень. Wolfram Alpha та PhET - це хмарні сервіси, які надають широкий спектр математичних та наукових ресурсів, але не мають своїх власних ресурсів у вигляді додатків або пакетів для завантаження на комп'ютер.

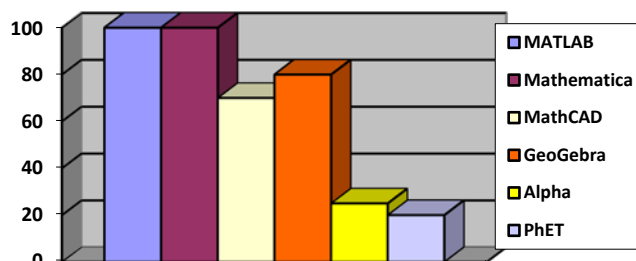


Рис. 6 Спроможність підтримки спільних користувачів

MATLAB і Mathematica мають велику кількість користувачів і ресурсів для підтримки. MathCAD також має велику кількість спільних користувачів і підтримку різноманітних ресурсів. GeoGebra надає велику підтримку спільних користувачів, особливо у використанні контексту в освітніх закладах, де він є популярним інструментом для викладання математики. Wolfram Alpha та PhET не мають такої розгалуженої спільноти користувачів, які можуть допомогти один одному вирішити проблему. Однак ці сервіси пропонують різноманітні довідкові матеріали та інструкції щодо використання своїх функцій, які можуть бути корисними для користувачів.

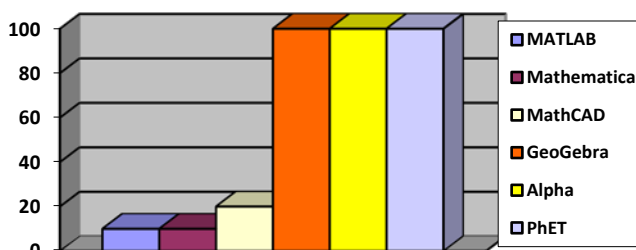


Рис. 7 Фінансова доступність

GeoGebra, Wolfram Alpha та PhET є безкоштовними та доступними для широкої аудиторії користувачів. MATLAB, Mathematica та MathCAD є комерційними продуктами, які вимагають платну ліцензію для повного функціонування. Вартість може бути досить високою, особливо для комерційних версій.

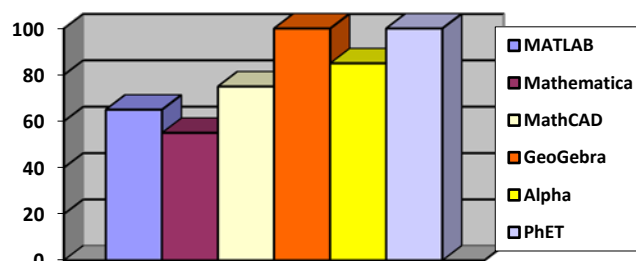


Рис. 8 Інтерфейс та легкість використання

GeoGebra має досить простий та зрозумілий інтерфейс, що робить його дуже доступним для використання у навчальних закладах освіти. Mathcad також має інтуїтивно



зрозумілий інтерфейс, що робить його простим у використанні для студентів та викладачів закладів вищої освіти. Wolfram Alpha та PhET мають дуже простий та зрозумілий інтерфейс, але їх можливості більш обмежені у порівнянні з іншими продуктами. MATLAB та Mathematica мають візуальні інтерфейси, які дозволяють користувачам взаємодіяти з програмами за допомогою графічних елементів та командного рядка. При цьому користування ними вимагає певних знань з програмування, що робить їх менш доступними.

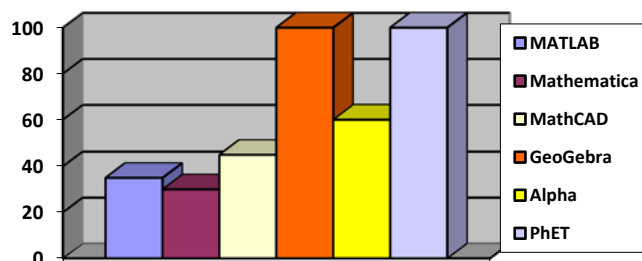


Рис. 9 Швидкість опанування

GeoGebra та PhET є програмами, спрямованими на використання в освітніх закладах, тому мають простий та зрозумілий інтерфейс. Це робить їх досить легко опанованими для використання. Wolfram Alpha не потребує інсталяції та має досить простий інтерфейс, але використання більш складних команд може потребувати попередньої підготовки та відповідних знань з математики. Для опанування MATLAB, Mathematica та MathCAD потрібно більше часу, зокрема для користувачів з меншою обізнаністю в програмуванні та математичних обчисленнях.

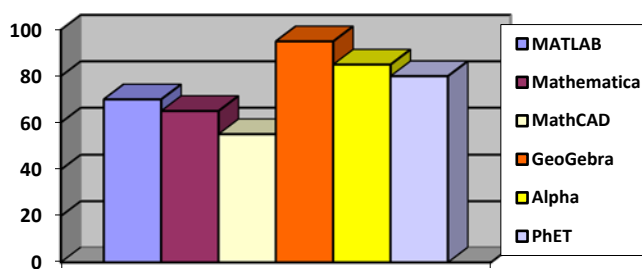


Рис. 10 Мобільність

MATLAB має мобільний додаток для iOS та Android, який дозволяє виконувати базові математичні операції, створювати та розв'язувати різні задачі, що включають чисельне моделювання та обробку сигналів. Проте, в додатку є обмеження на об'єм обчислень, тому серйозні обчислювальні завдання можуть бути обмежені. Mathematica має мобільний додаток для iOS, який надає доступ до можливих програм, включаючи символічні розрахунки, графіки та обробку даних. Також є веб-версія програми, яка може бути запущена на будь-якому пристрої з веб-браузером. MathCAD не має мобільних додатків, проте є веб-версія програми, яка може бути запущена на будь-якому пристрої з веб-браузером. GeoGebra має мобільні додатки для iOS та Android, за допомогою яких можна створювати та взаємодіяти з геометричними та алгебраїчними конструкціями. Ці додатки також дозволяють розв'язувати математичні задачі та створювати графіки. Wolfram Alpha має мобільні додатки для iOS та Android, які забезпечують доступ до функцій веб-сайту, включаючи символічні обчислення, розв'язування математичних завдань, взаємодію з базою знань та багато іншого. PhET має мобільні додатки для iOS та Android, які складають інтерактивні симуляції для вивчення математики.

Продовжуючи порівняльний аналіз досліджуваних продуктів за отриманими оцінками та результатами, нами було встановлено наступне:

— вибір математичного продукту, спрямований на його застосуванні при викладанні математики в закладах освіти, залежить від рівня складності поставлених завдань, його можливостей та фінансової спроможності користувача;

— найбільш впливовими чинниками вибору продукту з метою його використання в освітньому середовищі є фінансова доступність, легкість використання, швидкість опанування та мобільність; платна ліцензія для повного функціонування MATLAB, Mathematica та MathCAD, можуть стати причиною відмови від них для використання в освітньому середовищі.

Зважаючи на потребу у застосуванні цих продуктів при вивченні математики на різних рівнях освіти, ми у наших дослідженнях проводили також порівняльний аналіз за розглянутими кількісними і якісними методами, проводячи паралельно порівняння їх адаптації у контексті застосування при вивченні та викладанні математики в закладах середньої освіти та окремо в закладах вищої освіти.

Адаптацію цих продуктів до застосування в закладах середньої освіти досліджували тільки за визначальними чотирма критеріями: фінансова доступність, легкість використання, швидкість опанування та мобільність. Оцінками за іншими критеріями в цьому дослідженні нехтували, оскільки вони у кожного з шести продуктів, за результатами, описаними вище, є достатньо високі або не є актуальними, тобто повністю задовольняють ціль і мету. Тому коефіцієнти адаптації в закладах середньої освіти визначали за стобальною шкалою та обчислювали за формулою: $a_n^A = \frac{100 \cdot a_n}{\max a_n}$, $a_n = \frac{k_{7n} + k_{8n} + k_{9n} + k_{10n}}{4}$,

$n = 1, 2, \dots, 6$, де $k_{7n}, k_{8n}, k_{9n}, k_{10n}$ – оцінки кожного з шести продуктів відповідно за критеріями: фінансова доступність, легкість використання, швидкість опанування та мобільність.

Адаптацію цих продуктів до застосування в закладах вищої освіти досліджували за всіма десятима критеріями, при цьому подвійні оцінки за визначальними критеріями: фінансова доступність, легкість використання, швидкість опанування та мобільність. Тому коефіцієнти адаптації цих продуктів у закладах вищої освіти визначали за стобальною шкалою та обчислювали за формулою: $a_n^A = \frac{100 \cdot a_n}{\max a_n}$,

$$a_n = \frac{(k_{1n} + k_{2n} + k_{3n} + k_{4n} + k_{5n} + k_{6n}) + 2(k_{7n} + k_{8n} + k_{9n} + k_{10n})}{10}, \quad n = 1, 2, \dots, 6, \quad \text{де}$$

$k_{1n}, k_{2n}, k_{3n}, k_{4n}, k_{5n}, k_{6n}, k_{7n}, k_{8n}, k_{9n}, k_{10n}$ – оцінки кожного з шести продуктів, які показані та описані вище окремо за кожним критерієм.

Результати оцінювання, представлені на рис. 11 та рис. 12, мають рекомендаційний характер. Під час оцінювання адаптації цих продуктів враховували коефіцієнти адаптації, відгуки користувачів на веб-платформах, після чого було враховано також досвід та думки авторів. Ці рекомендації можуть допомогти вчителю та викладачу вибрати підходящий продукт для застосування при викладанні та навчанні математики, але вибір має здійснюватися з урахуванням поставлених задач та цілей, потреб та фінансових можливостей закладу освіти.

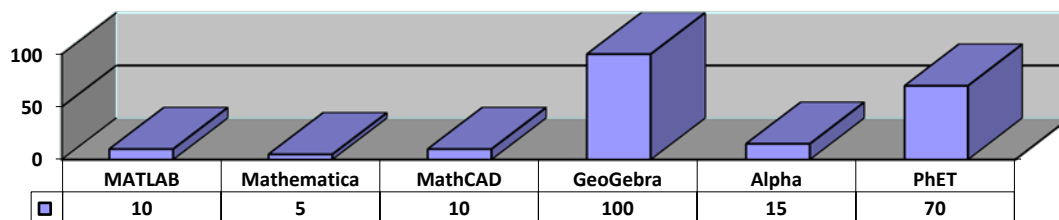


Рис. 11 Адаптація до застосування у закладах середньої освіти

Прогностичний метод на основі порівняльного аналізу наявних та отриманих даних із проведених досліджень забезпечив оптимізацію вибору продукту математичного спрямування з метою покращення якості викладання математики в закладах середньої



освіти та дозволив рекомендувати для цього використання програмне середовища GeoGebra та колекцію інтерактивних симуляцій PhET. GeoGebra дозволяє будувати графіки та геометричні фігури, моделювати та знаходити метричні співвідношення їх елементів, проводити вимірювання, виконувати обчислення, розв'язувати рівняння та нерівності, будувати та досліджувати просторові геометричні фігури; підтримує візуальне моделювання статистичних даних та інших математичних об'єктів. PhET надає можливості для візуалізації математичних понять, дослідження і вивчення різних явищ та процесів.

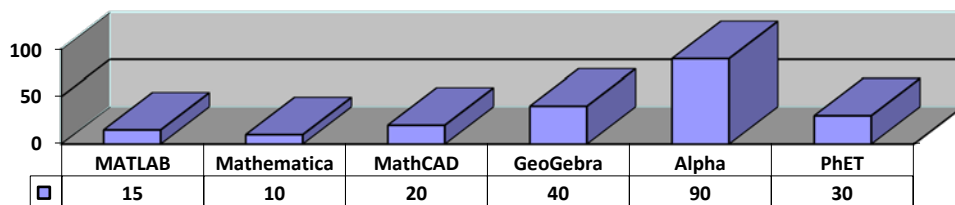


Рис. 12 Адаптація до застосування у закладах вищої освіти

Прогностичний метод на основі порівняльного аналізу наявних та отриманих даних із проведених досліджень забезпечив оптимізацію вибору продукту математичного спрямування з метою покращення якості викладання математики у закладах вищої освіти та дозволив рекомендувати для цього використання в більшій мірі онлайн-сервіс Wolfram Alpha, та в меншій мірі програмне середовище GeoGebra і інтерактивні симуляції PhET для забезпечення окремих поставлених завдань. MATLAB, Mathematica, Mathcad виявилися малоефективні для такої цілі. Wolfram Alpha надає доступ до великої кількості математичних функцій та розв'язування математичних задач, включаючи чисельні та символічні обчислення, візуалізацію даних, може відповідати на математичні запитання та показує звітний розбір кроків розв'язання завдань. GeoGebra може бути кращим варіантом для побудови графіків функцій та просторових геометричних тіл, а також для побудови їх перерізів; дозволяє здійснювати візуалізацію випадкових подій при розв'язуванні задач теорії ймовірності. Симуляції PhET можуть стати в нагоді для візуалізації окремих понять, демонструючи їх в динамічних процесах; зручно демонструвати зв'язок векторів та диференціальних рівнянь з фізичними процесами. Mathcad можна використовувати для розв'язування складних математичних задач, які потребують інтегрування, диференціювання або чисельних розрахунків та обробки даних. MATLAB і Mathematica можуть бути корисними в більшій мірі для використання у наукових дослідженнях, оскільки вони мають потужні інструменти для чисельних розрахунків та обробки даних.

Висновки. Прогностичний метод на основі порівняльного аналізу наявних та отриманих даних із проведених досліджень дозволив авторам рекомендувати для покращення якості викладання математики програмне середовища GeoGebra і колекцію інтерактивних симуляцій PhET для закладів середньої освіти та програмне середовища GeoGebra і хмарні сервіси Wolfram Alpha, PhET для закладів вищої освіти. Висновки авторів мають рекомендаційний та інформаційний характер, і кожен педагог має сам обирати продукти, які найкраще відповідають його потребам, досліджуючи можливості кожного та порівнюючи їх із заданими критеріями. Рекомендуємо моніторити ринок технологій, продовжувати дослідження в цьому напрямку та перевіряти можливість використання нових продуктів.

Зауважимо, що застосування хмарних сервісів та програмних середовищ математичного спрямування є лише однією із умов комплексу рекомендацій [2, с.23], які сприяють підвищенню рівня викладання математики в українських навчальних закладах. Тому їх застосування є необхідною умовою для забезпечення якісного викладання математики, але не гарантує повної якості викладання. Перспективою подальшого дослідження вбачаємо в емпіричному вивченні питання якості викладання математики цілісно за комплексом рекомендацій [2, с.23]. Це дослідження було розпочато ще у 2021 році за ініціативою Олійника О.П. та продовжується досі. У нашому дослідженні ми використовуємо GeoGebra, Wolfram Alpha, PhET і інші програмні засоби математичного спрямування, а також інші ресурси хмарних сервісів та графічний



планшет відповідно до комплексу рекомендацій. Ми прагнемо практично підтвердити ефективність застосування цих засобів, а також цілого комплексу рекомендацій для підвищення рівня викладання математики. Опис отриманих результатів нашого дослідження буде представлений у наступній статті з метою практичного підтвердження ефективності застосування GeoGebra, Wolfram Alpha і PhET, а також всього комплексу рекомендацій для підвищення рівня викладання математики.

Література:

1. Мазорчук М. та ін. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / Український центр оцінювання якості освіти. Київ: УЦОЯО, 2019. 439 с. – URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf (дата звернення: 01.04.2023).
2. Олійник О. П., Олійник С. В. Низька математична грамотність підлітків України та шляхи підвищення рівня викладання математики в закладах освіти // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. - Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи: Збірник наукових праць / М-во освіти і науки України. Нац. пед. ун-т імені М.П. Драгоманова. – Випуск 79. – Том 2. – Київ: Видавничий дім «Гельветика», 2021. – С. 19–24. – URL: <https://doi.org/10.31392/NPU-nc.series5.2021.79.2.04> (дата звернення: 01.04.2023).
3. The Future of Jobs Report 2020. World Economic Forum. [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.weforum.org/reports/the-future-of-jobs-report-2020> (дата звернення: 01.04.2023).
4. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти / В. Ю. Биков. – Київ: Атіка, 2009. – 684 с.
5. MathWorks [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.mathworks.com/> (дата звернення: 03.04.2023).
6. Wolfram Mathematica [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (дата звернення: 02.04.2023).
7. PTC Mathcad [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.ptc.com/en/products/mathcad> (дата звернення: 03.04.2023).
8. Geogebra [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.geogebra.org/> (дата звернення: 12.04.2023).
9. Wolfram Alpha [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.wolframalpha.com/> (дата звернення: 12.04.2023).
10. PhET: Free Online Physics, Chemistry, Biology, Earth Science and Math Simulations [Електронний ресурс]. – URL: <https://phet.colorado.edu/> (дата звернення: 12.04.2023).
11. Capterra [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.capterra.com/> (дата звернення: 02.04.2023).
12. G2 [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.g2.com/> (дата звернення: 02.04.2023).
13. TrustRadius [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.trustradius.com/> (дата звернення: 02.04.2023).
14. Software Advice [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.softwareadvice.com/> (дата звернення: 02.04.2023).

References:

1. Mazorchuk M. et al. (2019). *Natsionalnyi zvit za rezultatamy mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2018* [National report on the results of the international research of the quality of education PISA-2018]. *Ukrainskyi tsentr otsiniuvannia yakosti osvity – Ukrainian Center for the Assessment of the Quality of Education*. Kyiv: UCEQA. Retrieved from https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf [in Ukrainian]
2. Oliynyk, O. P., & Oliynyk S. V. (2021). *Nyzka matematychna hramotnist pidlitkiv Ukrainy ta shliakhy pidvyshchennia rivnia vykladannia matematyky v zakladakh osvity* [Low mathematical literacy of teenagers of Ukraine and ways to improve the level of teaching mathematics in educational institutions]. *Naukovyi chasopys Natsionalnoho pedahohichnoho universytetu imeni M.P. Drahomanova. - Serii 5. Pedahohichni nauky: realii ta perspektivy: Zbirnyk naukovykh prats / M-vo osvity i nauky Ukrainy. Nats. ped. un-t imeni M.P. Drahomanova – Scientific Journal of the National Pedagogical University named after M.P. Drahomanova. - Series 5. Pedagogical sciences: realities and prospects: Collection of scientific works / Ministry of Education and Science of Ukraine. National ped. University named after M.P. Drahomanova, Vol. 2 (Issue 79), (pp. 19-24)*. Kyiv: Helvetica Publishing House. Retrieved from <https://doi.org/10.31392/NPU-nc.series5.2021.79.2.04> [in Ukrainian].
3. The Future of Jobs Report 2020 [The Future of Jobs Report 2020]. *World Economic Forum – World Economic Forum*. Retrieved from <https://www.weforum.org/reports/the-future-of-jobs-report-2020> [in Ukrainian].
4. Bykov V. Yu. (2009). *Modeli orhanizatsiinykh system vidkrytoi osvity* [Models of organizational systems of open education]. Kyiv: Atika [in Ukrainian].
5. MathWorks [MathWorks]. (n.d.). Retrieved from <https://www.mathworks.com/> [in Ukrainian, English].
6. Wolfram Mathematica [Wolfram Mathematica]. (n.d.). Retrieved from <https://www.wolfram.com/mathematica/> [in Ukrainian, English].
7. PTC Mathcad [PTC Mathcad]. (n.d.). Retrieved from <https://www.ptc.com/en/products/mathcad> [in Ukrainian, English].
8. Geogebra [Geogebra]. (n.d.). Retrieved from <https://www.geogebra.org/> [in Ukrainian].
9. Wolfram Alpha [Wolfram Alpha]. (n.d.). Retrieved from <https://www.wolframalpha.com/> [in English].
10. PhET: Free Online Physics, Chemistry, Biology, Earth Science and Math Simulations [PhET: Free Online Physics, Chemistry, Biology, Earth Science and Math Simulations]. (n.d.). Retrieved from <https://phet.colorado.edu/> [in English].
11. Capterra [Capterra]. (n.d.). Retrieved from <https://www.capterra.com/> [in Ukrainian, English].
12. G2 [G2]. (n.d.). Retrieved from <https://www.g2.com/> [in Ukrainian, English].
13. TrustRadius [TrustRadius]. (n.d.). Retrieved from <https://www.trustradius.com/> [in English].
14. Software Advice [Software Advice]. (n.d.). Retrieved from <https://www.softwareadvice.com/> [in Ukrainian, English].