

УДК 519.6:629.7+519.873

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПИСУ КРИВИХ КЕРУВАННЯ ЛІТАКОМ****Богдана Гожда***Національний авіаційний університет, Київ**Науковий керівник – Тетяна Левковська, ст.викладач*

Ключові слова: вища математика, аеронавігація, математична модель, диференціальне рівняння, крива керування літаком.

Вища математика відіграє важливу роль в аеронавігації, оскільки без математичної моделі не можливо точно прогнозувати рух повітряного судна в повітрі та на землі. Вона допомагає розробляти та підтримувати безпеку польотів, оптимізувати використання палива та підвищувати ефективність польотів. Застосування вищої математики в аеронавігації дозволяє розвивати нові технології та методи, що сприяють поліпшенню якості та безпеки повітряного транспорту. Для складання математичної моделі поставленої задачі найчастіше використовують такі розділи вищої математики як: лінійна алгебра – дозволяє обчислювати та вирішувати системи лінійних рівнянь, які використовуються для оптимізації маршрутів польоту та керування повітряним судном; диференціальні рівняння – рівняння, які дозволяють моделювати рух повітряного судна в повітрі та на землі, включаючи прискорення та зміну напрямку; теорія ймовірностей – теорія, що дозволяє розраховувати ймовірності та ризики пов'язані з різними аспектами польотів, такі як стійкість повітряного судна до погодних умов, помилки пілота, технічні проблеми та інші; математична статистика – допомагає аналізувати та визначати ризики польоту, зокрема ймовірність технічної несправності літака або погодні умови; чисельні методи – методи, які дозволяють розв'язувати складні математичні задачі, такі як рівняння Нав'є-Стокса, що описують повітряний рух, та інші [1; 2].

Розглянемо одну з найпростіших задач аеронавігації: складання математичної моделі опису кривої керування для літака, який летить з точки  $A(z_1 = x_1 + iy_1)$  до точки  $B(z_2 = x_2 + iy_2)$  зі швидкістю  $V$  та з радіусом повороту  $r$ . Задачу можна розв'язати, використовуючи комплексні функції. Нехай  $z = x(t) + iy(t)$  - комплексна координата літака в момент часу  $t$ .

Знайдемо функцію швидкості  $V(t)$ , яка задається диференціальним рівнянням [3; 4]:

$$V(t) = z'(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (iy'(t))^2}, \text{ де } z'(t) = x'(t) + iy'(t) \text{ - похідна від } z(t).$$

При повороті літака з радіусом  $r$ , потрібно збільшувати кут атаки, щоб підтримувати літак у повітрі. Цей кут атаки залежить від радіуса повороту  $r$  та швидкості  $V(t)$ .

Виходячи з вищенаведених відомостей, можна скласти систему диференціальних рівнянь, яка описує криву керування літаком: 
$$\begin{cases} z'(t) = V(t)e^{i\varphi(t)}, \\ \varphi'(t) = \frac{V(t)}{r} \end{cases}, \text{ де } \varphi(t) \text{ - кут повороту літака в}$$

момент часу  $t$ . Якщо задамо початкові умови  $z(0) = z_1$ , тоді  $\varphi(0) = 0$ .

Знаходимо: функцію швидкості  $V(t)$  за формулою:  $V(t) = \frac{const}{\cos\varphi(t)}$ , де

$$const = V(t) \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{|z_2 - z_1|}, \text{ та функцію кута повороту } \varphi(t): \varphi(t) = \frac{r \cdot \arctg(const) \cdot \sin t}{r - const \cdot \cos t}.$$

Знаючи функції  $V(t)$  та  $\varphi(t)$ , можна обчислити функцію  $z(t)$  за формулою:  $z(t) = z_1 + r e^{i\varphi(t)} (e^{i\omega(t)} - 1)$ , де  $\omega(t) = \int_0^t \frac{\varphi'(t)}{V(t)} dt$ .

Знайдена функція  $z(t)$  задає математичну модель кривої керування літаком, який летить з точки  $A(z_1 = x_1 + iy_1)$  до точки  $B(z_2 = x_2 + iy_2)$  зі швидкістю  $V$  та з радіусом повороту  $r$ . **Висновок**

Вища математика використовується для моделювання та прогнозування поведінки літаків, оптимізації керування та маршрутів польотів, а також для розробки безпечних та надійних систем керування. Застосування вищої математики дозволяє забезпечити безпеку та ефективність польотів, що є надзвичайно важливим для авіаційної промисловості та для безпеки пасажирів та екіпажу.

#### Список використаних джерел:

1. URL: <https://higheraviation.wixsite.com/mathaviation>
2. URL: <https://higher-mathematics.webnode.com.ua/idej-ika/>
3. URL: <https://sites.google.com/view/naturalsciencesss>
4. Н. І. Затула, Т. А. Левковська, Вища математика. Диференціальні рівняння. Навч. посібник // К.: НАУ, 2007. – 141 с.