МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет аеронавігації, електроніки та телекомунікацій

Кафедра аерокосмічних систем управління

ДОПУСТИТИ ДО ЗАХИСТУ:

Завідувач кафедри АКСУ

_____ Юрій МЕЛЬНИК

"_____"_____2023р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

(ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА)

ВИПУСКНИКА ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ

“БАКАЛАВР”

Тема Первинна обробка даних напівнатурного моделювання багатомірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу.

Виконавець: _____Ткаленко Руслан Андрійович

Керівник:_____старший викладач Єрмолаєва Ольга Вікторівна

Нормоконтролер:_____к.т.н., доцент Дивнич Микола Полікарпович

Київ 2023

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет аеронавігації, електроніки та телекомунікацій

Кафедра аерокосмічних систем управління

Спеціальність 151 Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АКСУ

_____Юрій МЕЛЬНИК

"_____"_____2023р.

ЗАВДАННЯ

на виконання кваліфікаційної роботи

Ткаленка Руслана Андрійовича

(Прізвище, ім’я, по батькові випускника в родовому відмінку)

1. Тема кваліфікаційної роботи: Первинна обробка даних напівнатурного моделювання багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу.
затверджена наказом ректора від «13» 04.2023р. № 507/ст

2. Термін виконання роботи: з “22” травня 2023 р. по"18" червня 2023 р.

3. Вихідні дані до роботи: масиви данних вхідних та вихідних сигналів динамічного багатовимірного стенда-імітатора по каналу тангажу за даними напівнатурного моделювання_____

4. Зміст пояснювальної записки: Вступ, опис стендів-імітаторів, методи обробки сигналів, первинна обробка динамічного стенда імітатора по каналу тангажа, висновки,

5. Перелік обов’язкового графічного (ілюстративного) матеріалу: графіки спектральних щільностей вхідного та вихідного сигналів, взаємна спектральних щільностей між вхідним і вихідним сигналами

6. Календарний план-графік:

№ пор	Завдання	Термін виконання	Відмітка про виконання
1	Уточнення постановки задачі	23.05.2023	
2	Збір інформації	25.05.2023-04.01.2023	
3	Аналіз літературних джерел	05.06.2023	
4	Розробка детального змісту дипломної роботи	06.06.2023	
5	Вступ	07.06.2023	
6	Розділ 1. Опис стендів-імітаторів	06.06.2023-08.06.2023	
7	Розділ 2. Методи обробки сигналів	08.06.2023-10.06.2023	
9	Розділ 3. Первинна обробка динамічного стенда імітатора по каналу тангажа	10.06.2023-12.06.2023	
10	Оформлення роботи	13.06.2023	

7. Дата видачі завдання: “1” ___травня_____ 2023 р.

Керівник кваліфікаційної роботи _____ Єрмолаєва О.В.

(підпис керівника) (П.І.Б.)

Завдання прийняв до виконання _____ Ткаленко Р.А.

(підпис випускника) (П.І.Б.)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи «Первинна обробка даних напівнатурного моделювання багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу»:68 сторінок, 1 таблиця, 22 рисунків,50 формул, 6 літературних джерел,

Об’єкт дослідження: напівнатурний багатовимірний динамічний стенд-імітатор кутових положень по каналу тангажу

Предмет дослідження: масиви данних вхідних та вихідних сигналів динамічного багатовимірного стенда-імітатора по каналу тангажу за даними напівнатурного моделювання

Мета кваліфікаційної роботи: Дослідження об’єкта дозволить визначити оптимальні методи та підходи для первинної обробки даних у багатовимірних динамічних стендах-імітаторах кутових положень по каналу тангажу. Результати дослідження можуть бути корисні для подальшого розвитку та вдосконалення подібних систем в різних галузях, таких як авіація, космічна техніка, суднобудування та інші.

Методи дослідження: Первинна обробка даних у напівнатурному моделюванні багатомірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу є важливим етапом. Цей процес включає збір даних з датчиків, фільтрацію шумів, калібрування та перетворення сигналів для отримання якісних даних. Дані можуть бути оброблені за допомогою статистичних методів, включаючи функції спектральних та взаємних спектральних щільностей. Результати цієї обробки даних дають змогу отримати інформацію про спектральні характеристики системи і служать основою для подальшого аналізу та оптимізації.

ЗМІСТ

Вступ

Ця кваліфікаційна робота спрямована на дослідження та розробку методів первинної обробки даних у напівнатурному моделюванні багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу. Основною метою є вдосконалення процесу обробки даних та підвищення точності та достовірності отриманих результатів.

Об’єктом дослідження в даній кваліфікаційній роботі є багатовимірний динамічний стенд-імітатор кутових положень по каналу тангажу. Цей стенд-імітатор використовується для моделювання рухів та поведінки об’єктів у просторі.

Багатовимірні динамічні стенди-імітатори кутових положень по каналу тангажу є складними системами, які дозволяють відтворювати різні рухи об’єктів, таких як повороти, нахили, креніння та інші, що виникають у реальних умовах. Ці стенди-імітатори зазвичай використовуються для тестування та валідації різних систем, а також для тренування та навчання пілотів, операторів та інших фахівців, які працюють з об’єктами, що здійснюють рух у тривимірному просторі.

Об’єкт дослідження є ключовим елементом у даній роботі, оскільки саме на ньому будуть проведені експерименти та тестування методів первинної обробки даних. Застосування відповідних методів та алгоритмів дозволить забезпечити точність, надійність та швидкість обробки отриманих даних з об’єкта дослідження.

Дослідження об’єкта включатиме аналіз структури та характеристик стенду-імітатора, вивчення принципів його функціонування, а також впровадження нових методів та алгоритмів первинної обробки даних з метою поліпшення результатів тестування та тренування.

Дослідження об’єкта дозволить визначити оптимальні методи та підходи для первинної обробки даних у багатовимірних динамічних стендах-імітаторах кутових положень по каналу тангажу. Результати дослідження можуть бути корисні для подальшого розвитку та вдосконалення подібних систем в різних галузях, таких як авіація, космічна техніка, суднобудування та інші. Дослідження та вдосконалення методів первинної обробки даних у напівнатурному моделюванні багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу є актуальним завданням з декількох причин:

1. Важливість точності результатів: Успішна реалізація проектів, пов’язаних з розробкою та вдосконаленням багатовимірних динамічних стендів-імітаторів, залежить від точності та достовірності отриманих результатів. Первинна обробка даних є ключовим етапом у процесі отримання якісних інформаційних даних для подальшого аналізу та прийняття рішень.

2. Комплексність систем: Сучасні багатовимірні динамічні стенди-імітатори кутових положень по каналу тангажу складаються з різних підсистем, що вимагає інтеграції та обробки великого обсягу даних. Ефективні методи та алгоритми первинної обробки даних допомагають забезпечити цілісність та стабільність функціонування стенду-імітатора.

3. Розвиток технологій: Швидкий прогрес у галузі обчислювальної техніки та аналізу даних створює нові можливості для розробки та застосування ефективних методів обробки даних у напівнатурному моделюванні. Використання новітніх алгоритмів та інструментів може покращити швидкість, точність та надійність процесу первинної обробки даних.

4. Практичне застосування: Результати дослідження з обробки даних у напівнатурному моделюванні багатовимірних динамічних стендів-імітаторів можуть бути використані в різних галузях, включаючи авіацію, автомобілебудування, виробництво обладнання та

інші. Покращення точності та ефективності обробки даних сприяє підвищенню якості та надійності вироблених систем та пристроїв.

Таким чином, актуальність теми полягає у необхідності розробки та вдосконалення методів первинної обробки даних у напівнатурному моделюванні багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу для забезпечення точності та достовірності отриманих результатів.

Огляд літератури є важливим етапом у проведенні дослідження, оскільки дозволяє ознайомитися зі знаннями та досвідом, що вже наявні в даній галузі. Ось деякі ключові роботи, які варто врахувати при підготовці огляду літератури для кваліфікаційної роботи:

Сизиков В.С. "Устойчивые методы обработки результатов измерений" являє собою посібник із застосування статистичних методів для обробки даних вимірювань з метою підвищення надійності та точності результатів. Ця книга фокусується на різних аспектах обробки даних, що базуються на концепції стійкості.

Солодовников В.В. “Введение в статистическую динамику систем автоматического управления” надає вступне розуміння основних понять і методів, що використовуються в статистичній динаміці систем автоматичного управління. Вона може охоплювати такі теми, як моделювання статистичних процесів управління, аналіз флуктуацій, стохастичні методи та інші.

Питер Эйкгофф – “Идентификация сложных систем” є дослідженням процесу ідентифікації складних систем та методів, що використовуються для отримання інформації про такі системи. Пітер Ейкгофф є відомим вченим у галузі системного аналізу та управління.

Ці роботи є лише прикладами існуючих досліджень у галузі первинної обробки даних у напівнатурному моделюванні багатовимірного динамічного стенда-імітатора кутових положень по каналу тангажу. Додатковий пошук у спеціалізованих наукових

базах даних та журналах допоможе знайти більше відповідних джерел і ознайомитися з останніми досягненнями в цій області.

Структура роботи зазвичай має декілька основних розділів, які допомагають систематизувати та представити важливу інформацію. Опишу загальну структуру роботи, яку можна використати:

1. Вступ:
   - Загальне уявлення про тему дослідження, актуальність та значимість стендів-імітаторів у відповідній галузі.
   - Формулювання мети та завдань дослідження.
2. Огляд літератури:
   - Дослідження, публікації та роботи, пов’язані зі стендами-імітаторами кутових положень по каналу тангажу.
   - Огляд існуючих методів та підходів до первинної обробки даних з об’єктів дослідження.
3. Методологія:
   - Опис структури та характеристик стенду-імітатора.
   - Визначення технічних параметрів та вимог до первинної обробки даних.
   - Опис методів та алгоритмів первинної обробки даних.
4. Експериментальна частина:
   - Опис проведених експериментів на об’єкті дослідження.
   - Збір та реєстрація даних з об’єкта.
   - Проведення первинної обробки даних відповідно до описаних методів та алгоритмів.
5. Результати та обговорення:
   - Представлення отриманих результатів експериментів.
   - Аналіз отриманих даних та порівняння зі знайденими у літературі.

- Обговорення досягнутих результатів, їхньої точності, надійності та швидкості обробки.

6. Первинна обробка даних:

- Детальний опис використаних методів та алгоритмів первинної обробки даних.
- Пояснення обраної стратегії обробки та вибору параметрів.
- Обґрунтування ефективності та переваг обраного підходу.

7. Висновки:

- Резюме основних результатів дослідження.
- Формулювання висновків, які відповідають поставленій меті та завданням.
- Рекомендації щодо подальшого вдосконалення стендів-імітаторів та методів первинної обробки даних.

8. Список використаних джерел:

- Перелік літературних джерел, що були використані під час написання роботи, включаючи авторів, назви робіт, журнали чи конференції, рік публікації.

Розділ 1

Опис стендів імітаторів

1.1 Класифікація стендів імітаторів

Стенд-імітатор - це спеціальне обладнання або система, яка призначена для імітації різних умов, сигналів або середовищ у контрольованій середі з метою тестування, перевірки або навчання. Використовуючи стенд-імітатор, можна створювати умови, що наслідують реальні ситуації, для перевірки функцій, характеристик або властивостей певного пристрою, системи чи програмного забезпечення.

Стенд-імітатори широко використовуються в різних галузях, таких як авіація, автомобільна промисловість, телекомунікації, медицина, оборона і багато інших. Вони можуть емулювати різні сигнали, такі як електричні сигнали, радіохвилі, даних, сигнали датчиків, геопозицію, шуми, помилки і т.д. Це дозволяє випробувати і перевірити пристрої або системи в умовах, близьких до реальних, без необхідності використання справжніх умов або джерел сигналів.

Одновісний стенд-імітатор - це механічний пристрій, який призначений для відтворення руху вздовж однієї осі. Він зазвичай складається з міцного каркасу або основи, на якій знаходиться обертаюча платформа або рухоме плече. Обертаюча платформа або рухоме плече можуть керуватися, щоб рухатися вздовж бажаної осі руху, що дозволяє точно тестувати та імітувати компоненти або системи, які працюють вздовж цієї осі в лінійному або обертовому режимі.

Одновісні стенди-імітатори (рис. 1.1) широко використовуються в галузях, таких як авіаційна промисловість, автомобільна промисловість та робототехніка. В авіаційних застосуваннях вони можуть імітувати рух керованих поверхонь або поведінку компонентів повітряних суден.

У автомобільній промисловості вони використовуються для оцінки роботи підвіски або перевірки довговічності деталей автомобіля. У робототехніці одновісні стенди-імітатори можуть відтворювати рух роботичних рук або суглобів.

Рис 1.1 Одновісевий стенд-імітатор

Ці стенди-імітатори зазвичай оснащені датчиками та приводами, що дозволяють точно керувати та вимірювати імітований рух. Вони можуть бути інтегровані з програмним забезпеченням або системами керування, щоб автоматизувати процес

тестування та збирати дані для аналізу. Універсальність одновісних стендів-імітаторів дозволяє інженерам та дослідникам оцінювати продуктивність, ефективність та надійність систем або компонентів, що працюють вздовж однієї осі.

Двовісний стенд-імітатор - це пристрій для тестування, який може відтворювати рух вздовж двох ортогональних осей одночасно. Він складається з міцної конструкції, що підтримує дві обертаючі платформи або рухомі плечі, кожен з яких може рухатися незалежно або синхронно. Здатність імітувати рух у двох вимірах робить двовісні стенди-імітатори ідеальними для застосувань, які потребують руху як в горизонтальній, так і вертикальній площинах.

Двовісні стенди-імітатори (рис. 1.2) використовуються в різних галузях, включаючи авіаційну промисловість, оборонну сферу, системи камер та тестування антен. В авіаційних та оборонних застосуваннях вони можуть імітувати рух повітряних суден або космічних апаратів у пік, риск і гиро-напрямках. Системи стабілізації камер можна оцінити за допомогою двовісних стендів-імітаторів, щоб перевірити алгоритми стабілізації зображень та їх продуктивність. Тестування антен включає відтворення руху антени в обох азимутальній і зенітній площинах.

Рис 1.2 Двовісний стенд-імітатор

Ці стенди-імітатори часто мають високоточні датчики, приводи та системи керування для досягнення точного та синхронізованого руху в обох осях. Програмне забезпечення управління дозволяє користувачам визначати та виконувати складні профілі руху, що сприяє всебічному тестуванню та аналізу систем або компонентів, які вимагають двовимірного руху.

Трьохвісний стенд-імітатор - це універсальний пристрій для тестування, який може імітувати рух по трьох перпендикулярних осях. Він складається з міцної конструкції або основи, на якій розміщені три обертаючі платформи або рухомі плечі, кожен з яких може рухатися незалежно або синхронно. Три осі зазвичай відповідають нахилу, крену та рижі, що дозволяє всебічно тестувати та оцінювати системи або компоненти, які вимагають руху у трьох вимірах.

Трьохвісні стенди-імітатори (рис. 1.3) знаходять застосування в галузях, таких як авіаційна промисловість, оборонна сфера, робототехніка та віртуальна реальність. В авіаційних і оборонних застосуваннях вони можуть імітувати рух повітряних суден або космічних апаратів у всіх трьох основних вісях, що дозволяє оцінити системи

керування польотом або поведінку складних механічних структур. У робототехніці трьохвісні стенди-імітатори можуть імітувати рух гуманоїдних роботів або багатоверстатних роботичних рук. Платформи віртуальної реальності можуть використовувати трьохвісні стенди-імітатори для створення іммерсивного та реалістичного досвіду, відтворюючи рухові сигнали у трьох вимірах.

Рис1.3 трьохвісний стенд-імітатор

Ці стенди-імітатори оснащені високоточними датчиками, приводами та системами керування для досягнення точного та синхронізованого руху по трьох осях. Програмне забезпечення керування дозволяє користувачам програмувати та виконувати складні послідовності руху, що сприяє детальному тестуванню та аналізу систем або компонентів, які залежать від тривимірного руху.

В цілому, одновісні, двовісні та трьохвісні стенди-імітатори є незамінними інструментами для тестування, дослідження та розробки в різних галузях. Вони дозволяють інженерам та дослідникам точно відтворити і проаналізувати характеристики руху систем або компонентів за різних умов роботи, що призводить до поліпшення конструкцій, підвищення продуктивності та надійності.

1.2 Опис багатовимірного динамічного стенда-імітатора

Багатовимірний динамічний стенд-імітатор є складною технічною системою, розробленою для моделювання руху та кутових положень об’єктів у тривимірному просторі. Він є потужним інструментом, який забезпечує дослідникам, інженерам та розробникам можливість вивчати поведінку та впливати на системи керування, навігації та стабілізації руху в умовах, які симулюють реальні ситуації.

Багатовимірний аспект стенду-імітатора означає, що він дозволяє моделювати рух у трьох або більше просторових вимірах, таких як тангаж, крен та риск. Це дозволяє враховувати комплексні рухи та взаємодії об’єктів у просторі, що є важливим для багатьох досліджень і реальних ситуацій. Завдяки багатовимірному моделюванню стенд-імітатор дозволяє аналізувати взаємозв’язки між різними параметрами та вивчати вплив змін в одному напрямку на інші напрямки руху та положень об’єктів.

Основною метою багатовимірного динамічного стенду-імітатора є створення умов для проведення реалістичних експериментів та досліджень. Він дозволяє відтворити різні сценарії руху та кутових положень, включаючи нормальні, аварійні та крайні умови. Це дозволяє оцінювати працездатність систем керування, їх стійкість та надійність в різних ситуаціях. Дослідники можуть варіювати параметри руху, встановлювати задані траєкторії та спостерігати за реакцією системи на зміни.

Розберемо більш детально так багатовимірний динамічний стенд-імітатор як ДМС (Динамічна Модель Судна)

Для випробування приладів і систем, які закріплюються на рухомій платформі ДМС (рис. 1.4) можуть бути використані стаціонарні сигнали з характеристиками, які найбільш близькі до реальних рухів при експлуатації. Для досягнення цього, задача імітації експлуатаційних рухів полягає у відтворенні кутових рухів платформою ДМС, які якомога точніше наближені до кутових рухів судна.

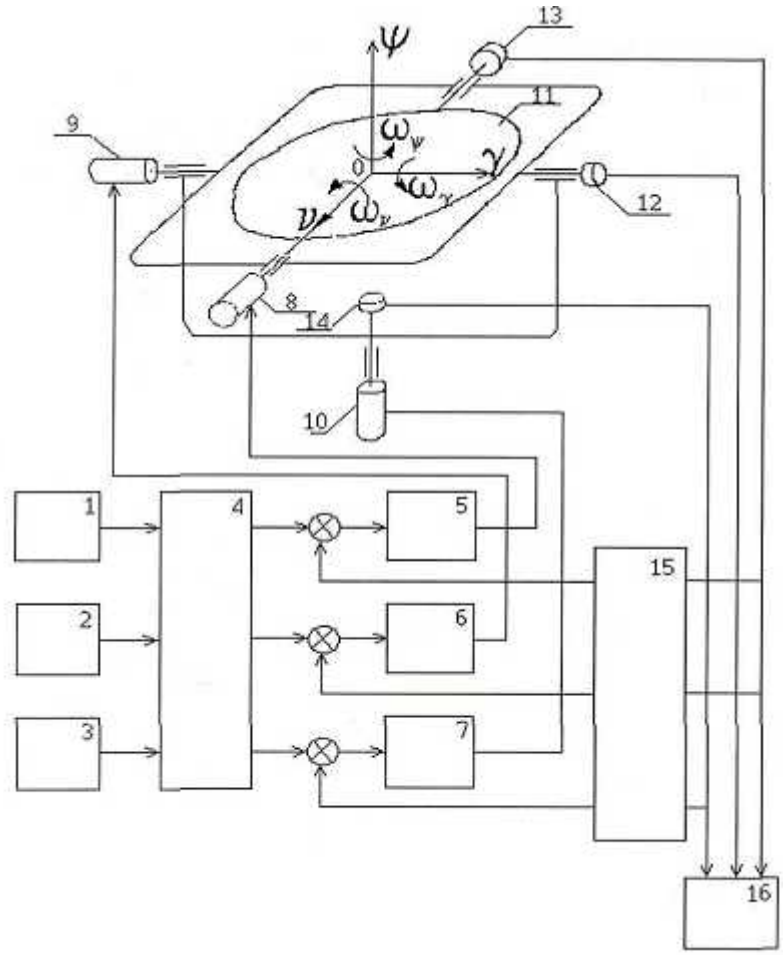


Рис.1.4 Функціональна схема ДМС

де

1,2,3 - задаючі генератори шуму;

4,15 - блоки системи управління;

5,6,7 - підсилювачі потужності та напруги;

8,9,10 - виконавчі двигуни;

11 - платформа стенда;

12,13,14 - датчики зворотних зв”язків;

16 - реєстратор або ПЕОМ.

Для цього вхідним сигналом до ДМС подається багатомірний стаціонарний випадковий сигнал, такий як "білі шуми". Цей сигнал проходить через електронний формуючий фільтр, що перетворює його в електричні сигнали, які повністю відповідають імітуючому руху судна.

Основною особливістю запропонованої системи ДМС є те, що вона є не лише електричною, але й оптимальною електромеханічною системою формування сигналу. Вона перетворює вектор електричних сигналів у вектор механічних рухів платформи, який відповідає реальному збуреному кутовому руху судна в конкретному режимі руху. Точність імітації обмежена властивостями механічної системи, такими як вектор похибки та співвідношення корисного сигналу до шумів.

Для покращення точності навігаційних систем судна необхідно знати реальні динамічні характеристики перешкод вимірювань у системах. Ці характеристики можна визначити за допомогою спеціальних ДМС, які оптимально точно відтворюють стохастичнірухи судна.

Особливістю запропонованої системи ДМС є те, що її структура представляє собою оптимальний електромеханічний формуючий фільтр, що безпосередньо перетворює вектор "білих" шумів у вектор програмних механічних рухів платформи, що відповідає реальному кутовому руху судна в конкретному режимі руху. Точність імітації підвищена завдяки урахуванню реальної динаміки заданої механічної системи, динамічних характеристик збурень та шумів вимірювань.

Застосування багатовимірного динамічного стенду-імітатора дає змогу зрозуміти складні процеси руху та положень об’єктів у просторі, знайти оптимальні рішення для керування та стабілізації, а також забезпечити безпеку та ефективність реальних систем у різних умовах. Такий стенд є невід’ємною частиною досліджень та розробок у сфері техніки та науки, допомагаючи зробити кроки у напрямку вдосконалення та інновацій.

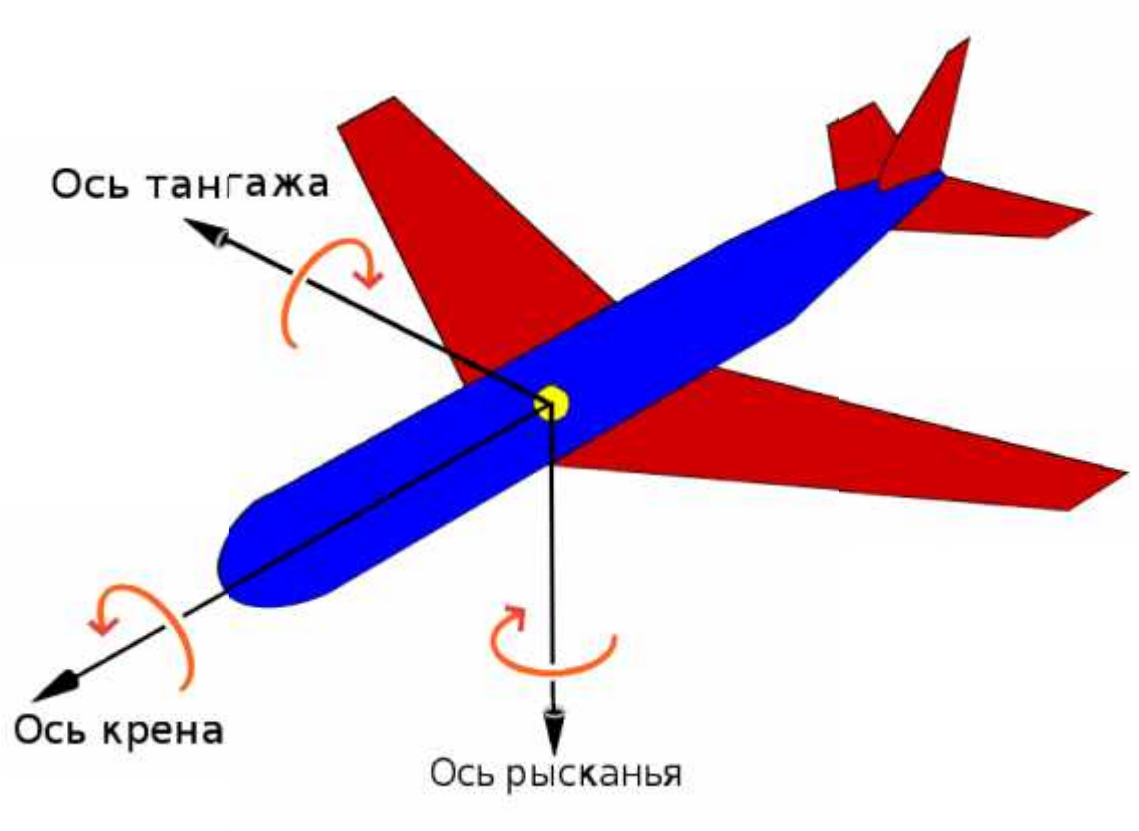


Рис 1.5 Вісь крену, тангажа та рискання

Особливість багатовимірного динамічного стенду-імітатора полягає в тому, що він може відтворювати рух усіх трьох осей (рис. 1.5) одночасно, забезпечуючи точне моделювання положень та кутових швидкостей об’єкта.

Для цього стенд використовує високопрецизійні механізми, які забезпечують плавність та точність руху, а також сенсори та системи зворотного зв’язку, що дозволяють контролювати та коригувати положення об’єкта у реальному часі.

Окрім відтворення кутових положень, багатовимірний динамічний стенд-імітатор також може мати ряд додаткових функцій та можливостей. Наприклад, він може враховувати вплив зовнішніх факторів, таких як повітряна динаміка, сили опору або гравітація, для більш реалістичного моделювання умов. Крім того, стенд може бути обладнаний системою симуляції, що дозволяє відтворювати різні сценарії та умови для тестування та досліджень.

Вимоги до багатовимірного динамічного стенду-імітатора пов’язані з його точністю, надійністю та гнучкістю. Він повинен мати достатню точність для відтворення реальних кутових положень об’єкта з необхідною точністю.

Забезпечуючи точне відтворення кутових положень та можливість моделювання складних рухів, багатовимірний динамічний стенд-імітатор стає незамінним інструментом для розробки, тестування та вдосконалення різноманітних систем та пристроїв, що працюють у тривимірному просторі.

Застосування багатовимірного динамічного стенду-імітатора дозволяє зрозуміти складні процеси руху та положень об’єктів у просторі, знайти оптимальні рішення для керування та стабілізації, а також забезпечити безпеку та ефективність реальних систем у різних умовах. Такий стенд є невід’ємною частиною досліджень та розробок у сфері техніки та науки, допомагаючи зробити кроки у напрямку вдосконалення та інновацій. Цей тип стенду знайшов широке застосування у багатьох галузях техніки та досліджень, допомагаючи вдосконалити технології та розвивати нові рішення

1.3 Канал тангажу в стенді-імітаторі: особливості та вимоги

Канал тангажу в багатовимірному динамічному стенді-імітаторі відіграє важливу роль у моделюванні руху та кутових положень об’єктів. Він відповідає за створення вертикального руху об’єкта та дозволяє дослідникам та інженерам вивчати його динамічні характеристики та вплив на системи керування.

Багатовимірний динамічний стенд-імітатор має ряд основних особливостей та вимог, що стосуються каналу тангажу. Розглянемо детальніше ці аспекти.

Однією з особливостей каналу тангажу є його динамічні характеристики. Він повинен забезпечувати достатню швидкість та реакційність для відтворення широкого спектру рухів об’єкта. Це означає, що канал тангажу має бути здатний швидко змінювати кутове положення об’єкта відповідно до заданої траєкторії. Крім того, він повинен бути достатньо стійким, щоб уникнути непередбачуваних коливань або затримок у реакції на команди керування.

Другою важливою особливістю каналу тангажу є його точність. Дослідники та розробники прагнуть отримувати якомога більш точні результати, тому канал тангажу повинен забезпечувати високу ступінь точності у відтворенні заданого кутового положення об’єкта. Це досягається завдяки використанню прецизійних датчиків, механізмів та контрольних алгоритмів.

Крім того, канал тангажу має задовольняти вимоги щодо діапазону руху. Він повинен мати достатню амплітуду руху, щоб відтворювати різні кутові положення об’єкта, включаючи нахил від невеликих кутів до крутих нахилів. Це дозволяє проводити дослідження та тестування в широкому спектрі умов та сценаріїв руху.

Забезпечення безпеки є ще однією важливою вимогою до каналу тангажу. Під час виконання рухів об’єкта, необхідно забезпечити безпеку персоналу та самого стенду. Це може включати використання захисних обмежувачів, систем аварійного зупинення, механізмів безпеки та інших превентивних заходів.

Крім основних особливостей та вимог, канал тангажу в стенді-імітаторі також має інші функціональні вимоги, які забезпечують ефективну роботу системи. Деякі з цих вимог включають:

1. Гладкість руху: Канал тангажу повинен забезпечувати плавні переходи між кутовими положеннями об’єкта, уникати різких змін швидкості або прискорення. Це допомагає створювати реалістичні умови для досліджень та тестування.

2. Синхронізація з іншими каналами: У багатовимірних динамічних стендах-імітаторах часто використовуються декілька каналів для моделювання різних аспектів руху об’єкта. Канал тангажу повинен бути синхронізований з іншими каналами, такими як канал рискання або канал крену, для створення комплексних рухів та взаємодії.

3. Гнучкість та настроювання: Канал тангажу повинен мати можливість настроювання параметрів, таких як амплітуда, частота, фаза і форма сигналу, в залежності від вимог дослідження або тестування. Це дозволяє розробникам пристосовувати систему під конкретні сценарії та умови.

4. Відтворення динамічних властивостей: Канал тангажу повинен бути здатний відтворювати не тільки кутові положення об’єкта, але й його динамічні властивості, такі як швидкість, прискорення та затримка. Це дозволяє дослідникам вивчати вплив різних факторів на поведінку об’єкта та розробляти ефективні алгоритми керування.
5. Масштабованість: Канал тангажу повинен бути масштабованим для використання з різними типами об’єктів та різними рівнями складності. Він має бути здатним працювати як з маленькими моделями, так і з великими реальними системами.

Отже, канал тангажу в стенді-імітаторі відіграє важливу роль у моделюванні руху та кутових положень об’єкта. Він допомагає забезпечити ефективну роботу систем керування, навігації та автоматизації у різних галузях, включаючи авіацію, космічні технології, автомобільну промисловість та інші. Ці вимоги, такі як швидкість, точність, стійкість та безпека, дозволяють дослідникам та інженерам вивчати динамічні характеристики об’єкта і вдосконалювати системи керування та навігації. Такий канал тангажу відкриває широкі можливості для проведення досліджень, тестування та розвитку різних систем в цих сферах.

Розділ 2

МЕТОДИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

2.1 Методи статистичної обробки результатів експерименту

Обробка даних – окремий розділ науки, тісно пов’язаний з математичною статистикою і логікою. Обробка даних спрямована на вирішення наступних завдань:

- ✓ упорядкування отриманого матеріалу;
- ✓ виявлення та ліквідація помилок, недоліків, прогалин у відомостях;
- ✓ виявлення прихованих від безпосереднього сприйняття тенденцій, закономірностей і зв’язків;
- ✓ виявлення нових фактів, що не очікувалися і не були помічені в ході емпіричного процесу;
- ✓ з’ясування рівня достовірності, надійності і точності зібраних даних та отримання на їх базі науково обґрунтованих результатів.

Розрізняють кількісну та якісну обробку даних. [1]

Методи статистичної обробки результатів експерименту включають кількісну та якісну обробку даних. Дозвольте розкрити кожну з цих методик більш детально:

1. Кількісна обробка даних:

Кількісна обробка даних базується на математичних методах та статистичних моделях. Вона використовує числові значення, які отримуються в результаті вимірювань або спостережень, для проведення аналізу та отримання кількісних висновків. До методів кількісної обробки даних входять:

- Статистичний аналіз: Включає розрахунок статистичних параметрів, таких як середнє значення, дисперсія, кореляція та інші, для опису та аналізу даних. Це допомагає зрозуміти основні характеристики даних та їх взаємозв’язки.

- Регресійний аналіз: Використовується для встановлення залежностей між залежною змінною та однією або декількома незалежними змінними. Це дозволяє прогнозувати значення залежної змінної на основі незалежних змінних.

- Аналіз дисперсії: Використовується для виявлення статистично значущих різниць між групами даних. Він дозволяє встановити, чи є вплив факторів на результати експерименту.

- Кореляційний аналіз: Допомагає встановити наявність та силу зв’язку між двома або більше змінними. Це дозволяє оцінити ступінь впливу однієї змінної на іншу.

2. Якісна обробка даних:

Якісна обробка даних зосереджується на розумінні та інтерпретації неперервних, описових даних, які не можна виміряти числовими значеннями. Цей підхід дозволяє отримати глибше розуміння контексту та смислу даних. До методів якісної обробки даних входять:

- Кодування та категоризація: Дані аналізуються шляхом надання кодів або категорій, які допомагають організувати та структурувати інформацію. Це допомагає виявити певні закономірності та залежності між даними.

- Тематичний аналіз: Використовується для виявлення та аналізу ключових тем, ідей або паттернів, що виникають у текстових або якісних даних. Це дозволяє визначити загальні тенденції та основні аспекти, що впливають на досліджувану проблему.

- Генерування теорій: Дані аналізуються з метою розробки та випробування нових теоретичних моделей або гіпотез. Це дозволяє глибше розуміти проблему та вносити нові ідеї у дослідження.

Як кількісна, так і якісна обробка даних є важливими етапами в аналізі результатів експерименту. Вони допомагають зрозуміти, інтерпретувати та використовувати отримані дані для прийняття обґрунтованих рішень та розробки нових стратегій.

Протиставлення один одному якісної та кількісної обробки досить умовне. Кількісний аналіз без подальшої якісної обробки безглуздий, оскільки сам по собі не призводить до збільшення знань, а якісне вивчення об'єкта без базових кількісних даних в науковому пізнанні неможливо. Без кількісних даних наукове пізнання – чисто умоглядна процедура.

Єдність кількісної та якісної обробки наочно представлено у багатьох методах обробки даних: факторному і таксономічному аналізі, класифікації та ін. Найбільш поширені такі прийоми кількісної обробки, як класифікація, типологізація, систематизація, періодизація, казуїстика.

Якісна обробка природним чином виливається в опис і пояснення досліджуваних явищ, що становить вже наступний рівень їхнього вивчення, здійснюваний на стадії інтерпретації результатів. Кількісна ж обробка повністю відноситься до етапу обробки даних.

2.2 Первинна обробка даних та міри центральної тенденції

Методами статистичної обробки результатів експерименту називаються математичні прийоми, формули, способи кількісних розрахунків, за допомогою яких показники, одержувані в ході експерименту, можна узагальнювати, приводити в систему, виявляючи приховані в них закономірності.

Йдеться про такі закономірності статистичного характеру, які існують між досліджуваними в експерименті змінними величинами.

Деякі з методів математико-статистичного аналізу дозволяють обчислювати так звані елементарні математичні статистики, характеризують вибірковий розподіл даних, наприклад:

Вибіркове середнє ($\mathbf{M}$) - це результат ділення суми всіх значень (X) на їх кількість (N). Воно представляє собою середнє арифметичне значень усіх елементів у вибірці.

$$\mathrm{M} = \frac{\sum \mathbf{x}}{\mathbf{N}} \qquad (1.1)$$

Розмах (R) - це статистична міра розсіювання, яка вказує на розмаїтість або варіабельність значень у вибірці.

$$R = X_m \quad - X_m \tag{1.2}$$

Мода (**M**) **-** це значення, що найбільш часто зустрічається у вибірці, тобто значення з найбільшою частотою. Якщо всі значення в групі зустрічаються однаково часто, то вважається, що моди немає. Якщо два сусідніх значення мають однакову частоту і більше частоти будь-якого іншого значення, мода є середнім значенням цих двох значень. Якщо те ж саме відноситься до двох несуміжних значень, то існує дві моди, а група оцінок є бімодальною.

Зазвичай вибіркове середнє застосовується при прагненні до найбільшої точності у визначенні центральної тенденції.

Медіана обчислюється в тому випадку, коли у серії є «нетипові» дані, які різко впливають на середнє.

Мода використовується в ситуаціях, коли не потрібна висока точність, але важлива швидкість визначення міри центральної тенденції.

Обчислення всіх трьох показників проводиться також для оцінки розподілу даних. При нормальному розподілі значення вибіркового середнього, медіани і моди однакові або дуже близькі.

Медіана (**Me**) - це статистична міра центральної тенденції, яка вказує на центральне значення у впорядкованій послідовності чисел. Вона розбиває набір даних на дві рівні частини: 50% значень знаходяться нижче медіани, а 50% - вище неї.

Щоб знайти медіану, спочатку сортують значення вибірки в порядку зростання або спадання. Потім медіана обирається як середнє значення двох центральних значень,

якщо вибірка має парну кількість елементів, або як саме центральне значення, якщо вибірка має непарну кількість елементів.

Наприклад, у вибірці {1, 2, 3, 4, 5}, медіана буде значення "3", оскільки воно знаходиться точно посередині впорядкованих значень. У вибірці {1, 2, 3, 4, 5, 6}, медіана буде середнім значенням між "3" та "4", тобто "3.5".

2.2.1 Задачі, етапи та методи первинної обробки даних

Первинна обробка даних у системах реального часу включає обробку даних, які надходять з датчиків або інших пристроїв, що перетворюють інформацію.

Задача первинної обробки даних може бути сформульована так: ми маємо вимірювання, які містять помилки, реальні значення Y фізичної величини, що вимірюється, а також структуру та похибки Δy обладнання, що використовується для вимірювання (рис. 2.1). Наше завдання полягає у пошуку номінальних значень фізичної величини X_0 або її дійсних значень X.

Рис. 2.1 Задача первинної обробки даних.

На практиці, завдання первинної обробки інформації включає в себе комплекс взаємопов’язаних завдань:

1. Масштабування, калібрування та лінеаризація характеристик обладнання вимірювального каналу.
2. Контроль достовірності виміряних значень.
3. Корекція впливу помилок вимірювання Δ та перешкод Δ .

Розглянемо ці завдання на прикладі одновимірного вимірювального каналу з лінійною статичною характеристикою:

$$y = k \quad + m \tag{1.3}$$

де k, m – константа та масштабні коефіцієнти відповідно.

Завдання масштабування полягає у визначенні масштабних коефіцієнтів у виразі (1.3).

Завдання калібрування (градуювання) полягає у визначенні функції.

$$x = f(y) \tag{1.4}$$

Функція (1.4) називається калібрувальною (градуювальною) функцією і визначається експериментально або за характеристиками пристроїв.

Завдання лінеаризації полягає у вираженні калібрувальної функції у вигляді ламаної лінії або полінома n-го ступеня, використовуючи задані опорні точки. Масив опорних точок, на основі яких виконується лінеаризація, називається калібрувальною (градуювальною) таблицею.

Контроль достовірності вимірюваних значень фізичної величини включає перевірку можливих помилок апаратури та контроль очевидних помилок, таких як дефекти датчиків, грубі помилки вимірювання або явні невідповідності. Зазвичай, контроль достовірності вимірювань здійснюється за допомогою виразів:

$$\begin{gathered} x_m \quad \le x \le x_m \quad , \\ X_m \quad \le X_- \le X \le X_+ \le X_m \end{gathered} \tag{1.5}$$

де x_m , x_m – межі діапозона достовірності вимірюваної величини X; X_-, X_+ – небезпечні межі зміни величини X.

При вирішенні завдання коригування впливу помилок вимірювання і перешкод розрізняють:

- статичне коригування виміряних значень (компенсацію);
- динамічне коригування (фільтрацію, згладжування).

Необхідність статичного коригування виникає при нестабільності масштабних коефіцієнтів k та m у (2.1). Ефект "дрейфу нуля" виміряного каналу пов’язаний, наприклад, із зміною в часі масштабного коефіцієнта

$$M = M(t). \tag{1.6}$$

Масштабний коефіцієнт k визначає чутливість вимірювального каналу і може змінюватися, наприклад, залежно від температури

$$K = K(T^0C). \tag{1.7}$$

Якщо відомі закони зміни масштабних коефіцієнтів (1.6) і (1.7), то завдання компенсації вирішується відповідно з виразом:

$$Y = [K + K(T^0C)]X + [M + M(t)]. \tag{1.8}$$

Динамічне коректування виміряних значень реалізується методом згладжування виміряних значень за рахунок формування середніх:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} X. \tag{1.9}$$

Основні етапи первинної обробки

У процесі застосування первинних методів статистичної обробки отримуємо показники, які прямо пов’язані з проведеними вимірами у дослідженні.

Основні етапи обробки статистичної інформації включають:

1. Складання зведеної таблиці вихідної інформації у порядку зростання показників надійності (варіаційний ряд).
2. Складання статистичного ряду.
3. Визначення середнього значення (M) і середнього квадратичного відхилення (o) показника надійності.
4. Перевірка інформації на випадкові відхилення.
5. Графічне зображення дослідженої інформації, таке як побудова полігону і кривої накопичених досліджених ймовірностей показника надійності.
6. Визначення коефіцієнта варіації (v), який відображає відносну розсіяність показника надійності.

7. Вибір теоретичного закону розподілу, визначення його параметрів і графічна побудова диференціальних та інтегральних кривих.
8. Оцінка збігу досліджуваного і теоретичного розподілів за критеріями згоди.
9. Визначення довірчих меж для окремих і середніх значень показника надійності, а також максимально можливих помилок розрахунку.

Основні методи первинної обробки

До основних методів первинної статистичної обробки відносяться:

- обчислення мір центральної тенденції,
- мір розкиду (мінливості) даних та квантилі розподілу.

Первинний статистичний аналіз всієї сукупності отриманих у дослідженні даних надає можливість охарактеризувати її в гранично стислому вигляді і відповісти на два головних запитання:

1) яке значення найбільш характерне для вибірки?

2) чи великий розкид даних щодо цього характерного значення, тобто яка варіативність даних?

Для вирішення першого запитання обчислюються міри центральної тенденції, для вирішення другого – міри мінливості (або розкиду).

Ці статистичні показники використовуються відносно кількісних даних, представлених порядковою, інтервальною або пропорційною шкалою.

2.3 Задачі та методи вторинної обробки даних

Вторинна обробка даних - етап дослідження; який припускає використання операцій порівняння, узагальнення та ін. для виявлення подібності, розходження, визначення типового, однорідного, одиничного, а також побудова висновків і оцінку можливості їхнього поширення.[3]

Ці методи, як правило, складніші ніж методи первинної статистичної обробки, і вимагають від дослідника глибокої підготовки в області базової математики і статистики.

Під вторинною обробкою даних розуміється процес формування регулюючих і керуючих впливів на об’єкт управління (ТП) відповідно до його функціонального алгоритму.

Задача вторинної обробки даних

Задачу вторинної обробки даних можна сформулювати таким чином: враховуючи відновлені номінальні або дійсні значення вимірюваних фізичних величин *X*, необхідно знайти оптимальні управляючі дії *U*, які забезпечують відповідність стану об’єкта управління його функціональному алгоритму. Пошук керуючих впливів здійснюється відповідно алгоритмом управління. Таким чином, алгоритмом рішення завдання вторинної обробки даних є алгоритм управління (рис. 2.2), де *ΔU* похибка методу розв’язання задачі.

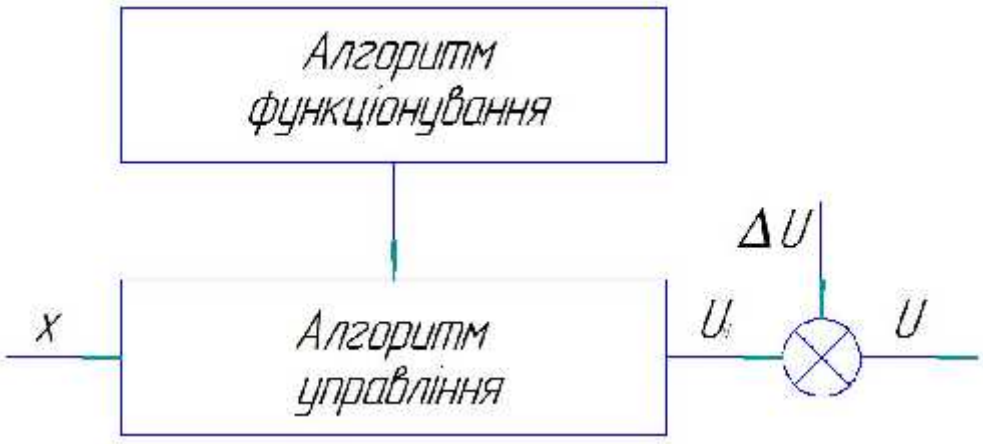


Рис. 2.2 Схема алгоритму вирішення завдання вторинної обробки даних.

Методи вторинної обробки данних

До вторинних відносяться такі методи статистичної обробки, за допомогою яких на базі первинних даних виявляють приховані в них статистичні закономірності. Вторинні методи можна поділити на регресійне числення, методи оцінки значущості відмінностей і методи встановлення статистичних взаємозв’язків, методи виявлення внутрішньої статистичної структури емпіричних даних (наприклад, факторний аналіз)

Регресійне числення - це метод в математичній статистиці, який дозволяє наблизити часткові та розрізнені дані до певної лінійної графічної залежності, що відображає їх внутрішній зв'язок, і отримати можливість оцінювати ймовірні значення однієї змінної на основі значення іншої змінної.

Графічне вираження регресійного рівняння називають лінією регресії. Лінія регресії виражає найкращі передбачення залежною зміною *(Y)* із незалежним змінним *(X)*.

Регресію виражають за допомогою двох рівнянь регресії, які в самому прямому випадку виглядають, як рівняння прямої.

$$Y = a_0 + a_1 X \tag{2.1}$$

$$X = b_0 + b_1 Y \tag{2.2}$$

У рівнянні (2.1) *Y* – залежна змінна, *X* – незалежна змінна, a_0 – вільний член, a_1 – коефіцієнт регресії, або кутовий коефіцієнт, що визначає нахил лінії регресії по відношенню до осей координат.

У рівнянні (2.2) *X* – залежна змінна, *Y* – незалежна змінна, b_0 – вільний член, b_1 – коефіцієнт регресії, або кутовий коефіцієнт, що визначає нахил лінії регресії по відношенню до осей координат.

Кількісне представлення зв'язку (залежності) між *X* та *Y* (між *Y* і *X*) називається *регресійним аналізом*. Головне завдання регресійного аналізу полягає в знаходженні коефіцієнтів a_0, b_0, a_1 та b_1 і визначенні рівня значимості отриманих аналітичних виразів, що зв'язують між собою змінні *X* і *У*.

При цьому коефіцієнти регресії a_1 і b_1 показують, наскільки в середньому величина однієї змінної змінюється при зміні на одиницю іншої. Коефіцієнт регресії a_1 у рівнянні можна розрахувати за формулою:

$$a_1 = r_x \frac{S_y}{S_x} \tag{2.3}$$

(2.4)

а коефіцієнт b_1 в рівнянні за формулою

$$b_1 = r_x \frac{S_x}{S_y}$$

де r_x - коефіцієнт кореляції між змінними *X* і *Y*; S_x - середньоквадратичне відхилення, розраховане для змінної *X*; S_y – середньоквадратичне відхилення, розраховане для змінної *Y*.

Для застосування методу лінійного регресійного аналізу необхідно дотримуватися таких умов:

1. Порівняні змінні *X* і *Y* повинні бути виміряні в шкалі інтервалів або відносин.
2. Передбачається, що змінні *X* і *Y* мають нормальний закон розподілу.
3. Число варіюючих ознак у порівнюваних змінних має бути однаковим.

Способи оцінки значущості відмінностей

Для порівняння вибіркових середніх величин, які належать двом сукупностям даних, і для вирішення питання про те, чи відрізняються середні значення статистично достовірно один від одного, використовують t-критерій Стьюдента. Його формула виглядає наступним чином:

$$t = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{|m_1^2 - m_2^2|}} \qquad (2.5)$$

де M_1, M_2 – вибіркові середні значення порівнюваних вибірок; m_1, m_2 – інтегровані показники відхилень приватних значень із двох порівнюваних вибірок, обчислюються за такими формулами:

$$m_1^2 = \frac{D_1}{N_1};$$
$$m_2^2 = \frac{D_2}{N_2}, \qquad (2.6)$$

де D_1, D_2 – дисперсії першої та другої вибірок; N_1, N_2 – число значень в першій і другій вибірках.

Після обчислення значення показника t за таблицею критичних значень, обирають рівень значимості ~ та знаходять число ступенів свободи $(N_1 + N_2 - 2)$, з обраною ймовірністю припустимої помилки (0,05, 0,01, 0,02, 001 і т.д.) знаходять табличне значення t. Якщо обчислене значення t більше або дорівнює табличному, роблять висновок про те, що порівняні середні значення двох вибірок статистично достовірно різняться з імовірністю допустимої помилки, меншою або рівною обраної.

Якщо в процесі дослідження постає завдання порівняти неабсолютносні середні величини, частотні розподіли даних, то використовується χ^2критерій, формула якого виглядає наступним чином:

$$\chi^2 = \sum_{k-1}^{m} \frac{(V_k - P_k)^2}{P_k}, \qquad (2.7)$$

де $P_k -$ частоти розподілу в першому вимірюванні, $V_k -$ частоти розподілу в другому вимірюванні, $m -$ загальна кількість груп, на які розділилися результати вимірювань.

Після обчислення значення показника χ^2 по таблиці критичних значень, заданого числа ступенів свободи $(m - 1)$ і обраної ймовірності припустимої помилки (0,05, 0,01, 0,02, 001 і т.д.) (χ^2 більше або дорівнює табличному) роблять висновок про те, що порівняні розподіли даних у двох вибірках статистично достовірно різняться з імовірністю допустимої помилки, меншою або рівною обраної.

Для порівння дисперсії двох вибірок використовується $F -$критерій Фішера. Його формула виглядає наступним чином:

$$F(N_1 - 1, N_2 - 1) = \frac{D_1}{D_2}, \qquad (2.8)$$

де D_1, $D_2 -$ дисперсії першої та другої вибірки; N_1, $N_2 -$ число значень в першій і другій вибірках.

Після обчислення значення показника F по таблиці критичних значень, заданого числа ступенів свободи $(N_1 - 1, N_2 - 1)$ знаходиться $F_{кр}$. Якщо обчислене значення F

більше або дорівнює табличному, роблять висновок про те, що відмінність дисперсій в двох вибірках статистично достовірно.

Попередні показники характеризують сукупність даних за однією конкретною ознакою, яку називають змінною. Зв’язок між двома змінними або двома вибірками визначають за допомогою кореляційних показників. Проте, наявність кореляції не означає причинного або функціонального зв’язку між змінними.

Функціональна залежність є окремим випадком кореляції. Навіть якщо зв’язок є функціональним, кореляційні показники не дають відповіді на те, яка змінна є причиною, а яка - наслідком. Види кореляції визначаються залежно від значення коефіцієнта кореляції. Повна кореляція відображається, коли абсолютне значення коефіцієнта дорівнює або дуже близьке до 1, що свідчить про обов’язкову взаємозалежність між змінними. Висока, виражена і часткова кореляція відповідають абсолютним значенням коефіцієнта відповідно 0,8-0,9, 0,6-0,7 та 0,4-0,5. Значення коефіцієнта кореляції менше 0,4 вказують на дуже слабкий кореляційний зв’язок, який зазвичай не враховується. Відсутність кореляції встановлюється, коли коефіцієнт кореляції дорівнює 0.

У інженерній практиці також використовується класифікація кореляційних зв’язків, яка залежить від рівня значущості коефіцієнта кореляції для певного обсягу вибірки. Цей підхід використовується при статистичній оцінці гіпотез і передбачає, що для більших вибірок менші значення коефіцієнта кореляції можуть вважатися достовірними, тоді як для менших вибірок навіть великі значення коефіцієнта можуть бути недостовірними.

Правильно, по спрямованості кореляційні зв’язки можна поділити на позитивні (прямі) і негативні (зворотні). Позитивний кореляційний зв’язок виявляється, коли коефіцієнт кореляції має позитивне значення (+), що означає, що при збільшенні значення однієї змінної спостерігається збільшення іншої змінної. Негативний кореляційний зв’язок спостерігається, коли коефіцієнт кореляції має негативне

значення (-), що означає, що при збільшенні значення однієї змінної спостерігається зменшення іншої змінної.

За формою розрізняють прямолінійну і криволінійну кореляційні зв’язки. Прямолінійний зв’язок відображає рівномірні зміни однієї змінної, що відповідають рівномірним змінам іншої змінної. Цей тип зв’язку також може відповідати пропорційній функціональній залежності між змінними. Криволінійний зв’язок відображає нерівномірні зміни однієї змінної, які поєднуються з нерівномірними змінами іншої змінної.

Коефіцієнт лінійної кореляції за К. Пірсоном (r) визначається за допомогою наступної формули:

$$r = \frac{\sum x}{N}, \tag{2.9}$$

де x – відхилення окремого значення x від середнього вибірки (M_x), y – відхилення окремого значення y від середнього вибірки (M_y), δ – стандартне відхилення для x, δ – стандартне відхилення для y, N – число пар значень x і y.

При порівнянні порядкових даних застосовується коефіцієнт рангової кореляції за Ч. Спірменом (R):

$$R = 1 - \frac{\sum d^2}{N(N^2 - 1)}, \tag{2.10}$$

де d – різниця рангів (порядкових місць) двох величин, N – число порівнюваних пар величин двох змінних (X і Y).

Впровадження в наукові дослідження автоматизованих засобів обробки даних дозволяє швидко і точно визначати будь кількісні характеристики будь-яких масивів даних. Розроблено різні програми для комп’ютерів, за якими можна проводити відповідний статистичний аналіз практично будь-яких вибірок.

Для застосування приватного коефіцієнта кореляції необхідно дотримуватися таких умов:

1. Порівнянні змінні повинні бути виміряні в шкалі інтервалів або відносин.

2. Передбачається, що всі змінні мають нормальний закон розподілу.

3. Число варіюють ознак у порівнюваних змінних має бути однаковим.

4. Для оцінки рівня достовірності кореляційного відносини Пірсона слід користуватися формулою і таблицею критичних значень для *t*-критерію Стьюдента при k = n - 2.

Факторний аналіз - метод багатомірної математичної статистики, що застосовується для виміру взаємозв'язків між ознаками економічних чи соціальних об'єктів я класифікації ознак з урахуванням цих взаємозв'язків (наприклад, між стажем роботи робітників, їхньою кваліфікацією, віком та їх потребами).[3]

Факторний аналіз має два основних завдання: редукцію даних і визначення структури взаємозв'язків між змінними, тобто класифікацію змінних. Тому його можна використовувати як метод скорочення даних або як метод структурної класифікації.

Одна з важливих особливостей факторного аналізу полягає в тому, що його неможливо застосувати безпосередньо до "сирого" експериментального матеріалу, отриманого під час дослідження. Факторний аналіз ґрунтується на кореляційних зв'язках, зокрема коефіцієнтах кореляції Пірсона, які обчислюються між змінними, включеними до дослідження. Таким чином, факторний аналіз використовує кореляційні матриці, або матриці інтеркореляцій. Ці матриці є квадратними та симетричними, оскільки назви стовпців і рядків відповідають списку змінних, що включені до аналізу.

Основним поняттям у факторному аналізі є фактор. Це статистичний показник, що виникає в результаті спеціальних перетворень кореляційної матриці між досліджуваними психологічними ознаками. Процедура вилучення факторів з матриці інтеркореляцій називається факторизацією матриці. Під час факторизації може бути вилучено різну кількість факторів, зазвичай менше, ніж кількість вихідних змінних. Проте, фактори, що виділяються під час факторного аналізу, можуть мати різне значення і важливість.

Факторний аналіз часто призводить до визначення не одного, а кількох факторів, які по-різному пояснюють матрицю інтеркореляцій змінних. В такому випадку фактори можуть бути класифіковані як генеральні, загальні і одиничні.

Генеральні фактори відрізняються тим, що всі їхні факторні навантаження значно відрізняються від нуля. Фактори з нульовим навантаженням свідчать про відсутність зв’язку даної змінної з іншими.

Загальні фактори мають факторні навантаження, які відрізняються від нуля лише частково. Це означає, що ці фактори пояснюють частину спільної варіації між змінними.

Одиничні фактори мають лише одне значуще навантаження, відрізняючеся від нуля, тоді як інші навантаження для цих факторів незначні.

Для застосування факторного аналізу варто враховувати наступні критерії:

1. Факторний аналіз не може бути застосований до якісних даних, які представлені шкалою найменувань, наприклад, кольором волосся.
2. Усі змінні повинні бути незалежними, а їх розподіл повинен наближатися до нормального розподілу.
3. Зв’язки між змінними повинні бути лінійними або майже лінійними, і не повинні мати явно вираженого криволінійного характеру.
4. Вихідна кореляційна матриця повинна містити кілька кореляцій, модуль яких перевищує 0,3. В іншому випадку буде важко виділити фактори з матриці.
5. Розмір вибірки повинен бути достатньо великим. Якщо кількість учасників дослідження менше 100, то не рекомендується застосовувати факторний аналіз через великі стандартні помилки кореляції. Однак, якщо фактори добре визначені і мають високі навантаження, то можна аналізувати дані і на основі меншої вибірки. Також, якщо дані відомо про їхню високу надійність (наприклад, за використанням валідних тестів), то аналіз може проводитися на основі меншої кількості досліджуваних..

2.4 Апроксимація функцій

У завданнях обчислювальної математики апроксимація функцій є основою для розробки багатьох методів і алгоритмів. *Апроксимація***,** або наближення – науковий метод, що полягає в заміні одних об'єктів іншими, в тому чи іншому сенсі близькими до вихідних, але більш простими. Іншими словами, апроксимація деякої функції $y = f(x)$ полягає в заміні іншою функцією $g(x, a_0, a_{-1}, \dots, a_n)$ так, щоб відхилення g від $f(x)$ задовольняло в деякій області (на множині X) певній умові.

При цьому функція $g(x, a_0, a_{-1}, \dots, a_n)$ зазвичай вибирається з урахуванням специфічних особливостей розглянутої функції $f(x)$.

Завдання апроксимації зазвичай розбивається на дві частини:

1. Початково необхідно встановити функціональну залежність y = f(x) та підібрати емпіричну формулу, що відповідає цій залежності. Для цього розглядають різні види функцій, такі як лінійна, квадратична, логарифмічна та інші, і вибирають той, який найкраще підходить до експериментальних даних.

2. Після вибору формули, наступний крок - визначення числових значень невідомих параметрів цієї емпіричної формули. Це робиться шляхом підбору таких значень параметрів, які найкраще апроксимують задану функцію. Часто для цього використовують міру близькості апроксимації експериментальних даних.

Інший підхід до апроксимації полягає в таких кроках:

1. Якщо немає теоретичних підстав для вибору формули, то зазвичай обирають функціональну залежність з найпростіших функцій і порівнюють їх графіки з графіком заданої функції.

2. Після вибору формули, необхідно визначити її параметри. Для цього зазвичай використовують міру близькості апроксимації, яка допомагає знайти найкращі значення параметрів для наближення експериментальних даних до заданої функції.

В обох підходах головна мета полягає у підборі математичної моделі, яка найкраще описує залежність між змінними і дозволяє апроксимувати експериментальні дані. У багатьох випадках, особливо якщо функція *f (x)* задана графіком або таблицею (на дискретній множині точок), для оцінки ступеня наближення розглядають різниці *f (x) (X_i)* для точок x_0 , x_1 , ..., x_n.

2.4.1 Поняття про наближення функції

На практиці часто зустрічаються ситуації, коли неможливо встановити аналітичний зв’язок між змінними "x" і "y". У таких випадках можна мати набір дискретних точок у вигляді таблиці {xi, yi}, яка відповідає значенням функції y для певних значень аргументу x. Однак іноді потрібно отримати значення функції y в точках, що не входять до вихідної таблиці. Виконати це аналітично не завжди можливо, і тоді використовують методи апроксимації.

Мета апроксимації полягає в тому, щоб наблизити задану функцію f(x) за допомогою апроксимуючої функції φ(x), з мінімальним відхиленням φ(x) від f(x) в заданій області. Апроксимуюча функція φ(x) зазвичай обирається так, щоб вона мала просту структуру, згладжувала особливості вихідної таблиці і на найкращий спосіб відображала загальну залежність f(x). Основне питання в апроксимації - як вибрати φ(x) і як оцінити відхилення φ(x) від f(x).

Таким чином, апроксимація дозволяє швидко обчислювати значення функції y для значень x, які не містяться в початковій таблиці даних. Вона є ефективним і економічним способом наближеного обчислення у випадках, коли точний аналітичний зв’язок між змінними невідомий.

На практиці досить часто *φ*(*x*) вибирається з класу алгебраїчних поліномів (многочленів)

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x_2 + \cdots + a_m x_m \qquad (2.11)$$

Якщо початкова функція задана таблично, тобто на множині окремих точок, то

апроксимація називається точковою. Якщо ж початкова функція задана на неперервній множині точок (наприклад, на відрізку [*a*; *b*]), то апроксимація називається інтегральною (неперервною).

Одним з основних типів точкової апроксимації є інтерполяція. Вона полягає в наступному: для даної функції $y = f(x)$ будуємо функцію $\varphi(x)$, яка в заданих точках x_i ($i = \overline{0, n}$) приймає ті ж значення, що і функція $f(x)$, тобто

$$\varphi(x_i) = f(x_i) \qquad (2.12)$$

а в решті точок відрізку [*a*; *b*] з області визначення $f(x)$, наближено представляє $f(x)$ з деякою похибкою. Точки x_i називають вузлами інтерполяції, а $\varphi(x)$ – інтерполюючою функцією. Найчастіше інтерполюючу функцію $\varphi(x)$ виражають через алгебраїчний многочлен степені *m*.

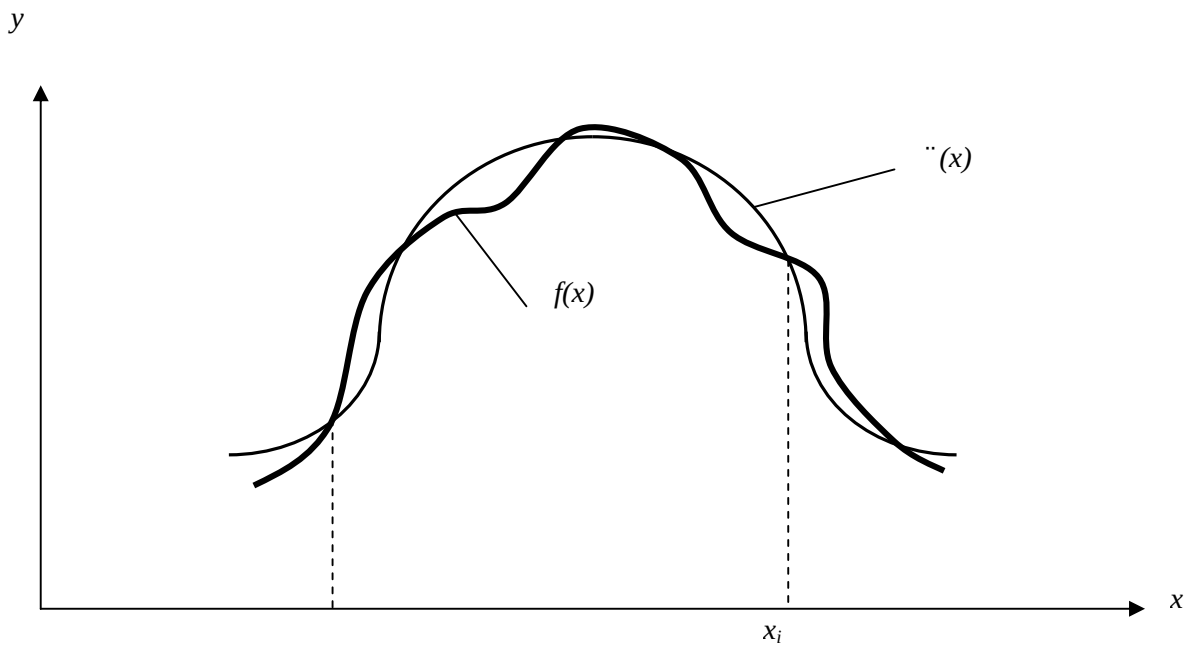


Рис. 2.3.Тип точкової апроксимації – інтерполяція

Інтерполяція в цьому випадку називається алгебраїчною. Якщо використовується один многочлен $\varphi(x) = P_n(x)$ для інтерполяції функції $f(x)$ на всьому інтервалі зміни аргумента x, тобто коли $m = n$ (*m* – максимальний степінь інтерполяційного многочлена), то це – глобальна інтерполяція.

Інтерполяційні многочлени можуть будуватися окремо для різних частин інтервалу зміни x. В цьому випадку маємо кускову (локальну) інтерполяцію. Як правило, інтерполяційні многочлени використовують для апроксимації функцій у проміжних точках між крайніми вузлами інтерполяції, тобто $x_0 < x < x_n$. Однак іноді вони використовуються і для наближеного обчислення функції зовні інтервалу ($x < x_0$, $x > x_n$). Це наближення називається екстраполяцією.

При інтерполюванні основною умовою є проходження графіка інтерполяційного многочлена через дані значення функції у вузлах інтерполяції. Однак ця умова не завжди є доцільною. Наприклад, велика кількість вузлів при глобальній інтерполяції може призводити до високих степенів полінома і небажаних осциляцій функції. Крім того, табличні дані можуть містити похибки, якщо вони отримані шляхом вимірювань. Тому інтерполяційний многочлен також повторюватиме ці похибки. В таких випадках можна знайти вихід, вибравши многочлен, який наближено проходить через дані точки.

Таким чином, замість точного проходження через всі вузли інтерполяції, можна шукати наближений многочлен, який найкращим чином відтворює тенденції даних точок. Це дозволяє уникнути проблем, пов’язаних з високими степенями полінома і похибками вихідних даних.

Отже, вибір наближеного многочлена, який близько проходить від даних точок, є розумним підходом для вирішення проблем інтерполяції.

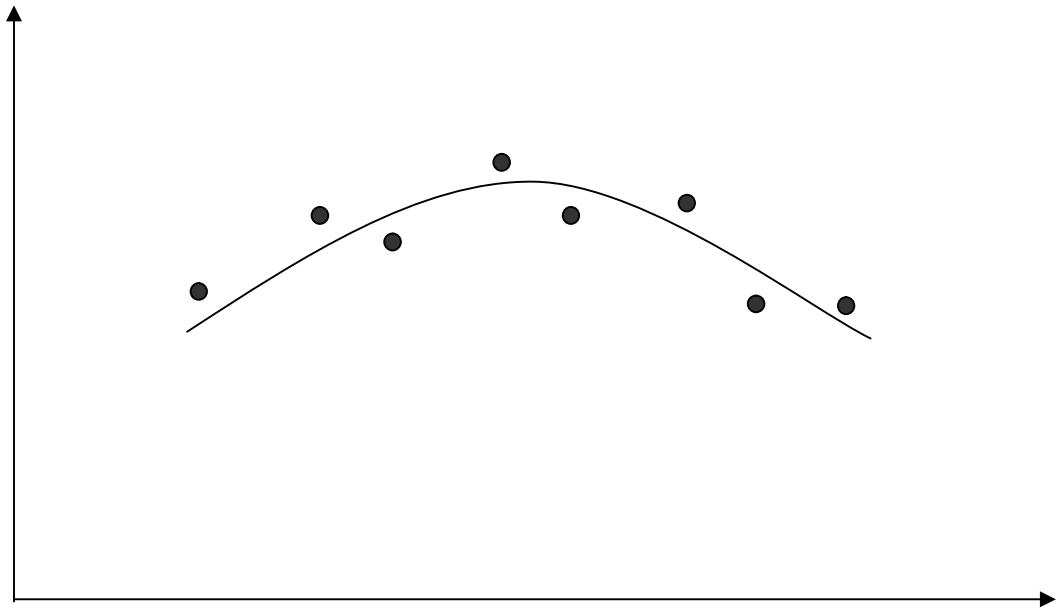


Рис. 2.4. Графік мноногочлена, що проходить близько до даних точок. Поняття “близько” уточнюється при розгляді окремих видів наближення.

Середньо-квадратичне наближення.

Степінь полінома m при цьому, як правило, значно менша від n. На практиці не вище 5,6. Мірою відхилення многочлена $\varphi(x)$ від заданої функції $f(x)$ на множині точок (x_i, y_i) $(i = \overline{0,n})$ є величина S, яка дорівнює сумі квадратів різниць між значеннями многочлена та функції в даних точках

$$S = \sum_{s=0}^{n} [\varphi(x_i) - y_i]^2 \qquad (2.13)$$

При побудові апроксимуючого многочлена потрібно підібрати коефіцієнти a_0, a_1, … , a_m так, щоб величина S була мінімальна. В цьому полягає ідея методу найменших квадратів.

Рівномірне наближення.

В багатьох випадках, особливо при обробці експериментальних даних, середньоквадратичне наближення зручне, оскільки воно згладжує деякі неточності функції $f(x)$ і дає достатньо правильне уявлення про неї. Однак, іноді ставиться більш жорстка умова і вимагається, щоб у всіх точках деякого відрізку $[a, b]$ модуль відхилення многочлена $\varphi(x)$ від $f(x)$ був менший від деякого ε

$$|f(x) - \varphi(x)| < \varepsilon,\ a \leq x \leq b \qquad (2.14)$$

В цьому випадку маємо рівномірну апроксимацію. Тепер введемо такі поняття. Абсолютним відхиленням Δ многочлена $\varphi(x)$ від функції $f(x)$ на відрізку $[a, b]$ називається максимальне значення абсолютної різниці між ними на даному відрізку:

$$\Delta = \max |f(x) - \varphi(x)|,\ a \leq x \leq b| \qquad (2.15)$$

За аналогією можна ввести середньоквадратичне відхилення

$$\bar{\Delta} = \sqrt{\frac{S}{n}} \qquad (2.16)$$

На малюнку показано відмінність цих двох видів наближень.

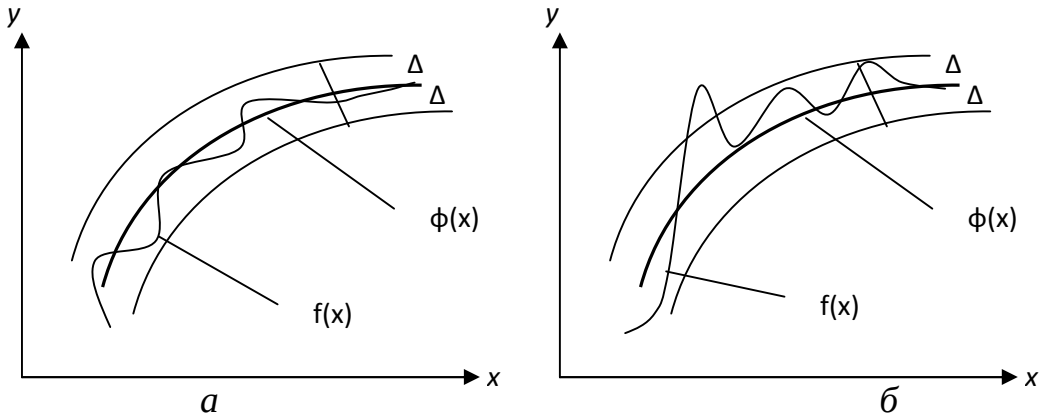


Рис. 2.5. Види наближень
а – рівномірне, б - середньоквадратичне

Існує також поняття найкращого наближення функції $f(x)$ многочленом $\varphi(x)$ фіксованої степені m. В цьому випадку коефіцієнти многочлена $a_0, a_1, \ldots, a_m$ слід вибирати так, щоб на заданому відрізку $[a, b]$ значення абсолютного відхилення Δ було мінімальне. Многолен $\varphi(x)$ при цьому називається многочленом найкращого рівномірного наближення.

2.4.2 Інтерполяція

Апроксимація є операцією знаходження невідомих значень величини на підставі відомих значень цієї величини та числових значень інших пов’язаних величин. Інтерполяція є одним з видів апроксимації. Вона використовується, коли відомі значення функції f(x) в точках x_0 , x_1 , x_2 , ..., xn, і необхідно відновити функцію f(x) для інших значень x ≠ xi (i = 0, 1, 2, ..., n). Для цього будується проста функція φ(x), яка приймає відомі значення f(x_0), f(x_1), f(x_2), ..., f(xn) в заданих точках x_0 , x_1 , x_2 , ..., xn, і наближено представляє f(x) з точністю в області визначення f(x), залишаючись простою для обчислення. Задача побудови φ(x) називається задачею інтерполяції і часто вирішується шляхом використання алгебраїчного многочлена степені n.

Якщо аргумент x знаходиться поза відрізком [a, b], то поставлена задача називається екстраполяцією. Алгебраїчна інтерполяція полягає в наближеній заміні функції y = f(x) на відрізку [a, b] многочленом Pn(x) степені n. Таким чином, інтерполяція в цьому випадку передбачає наближене представлення функції за допомогою многочлена на заданому відрізку.

$$f(x) \approx P_n(x), \qquad (2.17)$$

причому в точках $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$, $f(x_i) = P_n(x_i)$, $(i = \overline{0, n})$.

Відмітимо, що двох різних інтерполяційних многочленів одної й тої ж степені n існувати не може. Якщо вважати протилежне, приходимо до висновку, що різниця двох таких многочленів, що є многочленом степені не вище *n*, має *n* + 1 корінь, а отже тотожно дорівнює нулю.

2.4.2.1 Інтерполяційний поліном Лагранжа

Інтерполяційний поліном Лагранжа застосовують при наближенні табличних записів даних у вигляді функції, яка є досить добрим наближенням останньої, якщо та мало осцилює і може давати велику похибку, якщо для функцій зі швидкозмінною похідною вибрана мала кількість вузлів інтерполяції. [4]

Поставимо задачу: знайти многочлен степені $P_n(x)$ степені n, котрий в $n + 1$ даних точках $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ (ці точки називаються вузлами інтерполяції) приймає дані значення $y_0, y_1, \dots, y_n$.

Для побудови $P_n(x)$ спочатку розглянемо допоміжні (іноді їх називають фундаментальні) многочлени $Q_n^k(x)$, тобто многочлени n-ї степені відносно x, котрі задовільняють таким умовам:

$$Q_n^k(x_i) = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq k \\ 1, & \text{при } i = k \end{cases}, \quad (k = \overline{0, n}). \tag{2.18}$$

Ця властивість означає, що, наприклад, многочлен $Q_n^0(x)$ приймає в точці x_0 значення, рівне одиниці, а в решті вузлів – нуль; многочлен $Q_n^1(x)$ в вузлі x_1 приймає значення 1, а в решті – нуль і т. д. В загальному випадку многочлен $Q_n^i(x)$ в вузлі x_i приймає значення 1, а в решті вузлів 0. Тоді шуканий многочлен:

$$P_n(x) = y_0 Q_n^0(x) + y_1 Q_n^1(x) + y_2 Q_n^2(x) + \dots + y_n Q_n^n(x) \tag{2.19}$$

Оскільки $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n$ – нулі многочлена $Q_n^k(x)$, то

$$Q_n^k(x) = c_k(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n) \tag{2.20}$$

(це просто інша форма запису полінома степені n).

Визначаючи c_k з умови $Q_n^k(x_k) = 1$, отримаємо вираз для c_k (замість x підставляємо x_k)

$$c_k = \frac{1}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\dots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\dots(x_k - x_n)} \tag{2.21}$$

Тоді явний вираз для допоміжних многочленів

$$Q_n^k(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\dots(x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\dots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\dots(x_k - x_n)} = \prod_{i=0, i \neq k}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \tag{2.22}$$

Рівняння (2.29) з врахуванням (2.31) приймає вигляд :

$$P_n(x) = \prod_{k=0}^{n} y_k \prod_{i=0, i \neq k}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} = \sum_{k=0}^{n} y_k \frac{(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\dots(x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\dots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\dots(x_k - x_n)} \tag{2.23}$$

Многочлен, що визначається за рівнянням (2.23) називається *інтерполяційним многочленом Лагранжа*, а допоміжні многочлени (2.22) – *коефіцієнтами Лагранжа*.

Введемо позначення

$$\mu f x A X f x Z x_0 A f x Z x_1 A . . f x Z x_n A \tag{2.24}$$

Розглянемо похідну в точці $x_к$

$$\mu ' f x_k A X f x_k Z x_0 A f x_k Z x_1 A . . f x_k Z x_k Z 1 A f x_k Z x_k \Gamma 1 A . . f x_k Z x_n A \tag{2.25}$$

Звідси

$$Q_n{}^k f x A X \frac{\mu f x A}{f x Z x_k A \mu \circledS f x A}$$

$$P_n f x A X \mu f x A \sum_{k X 0}^{n} \frac{y_k}{f x Z x_k A \mu \circledS f x_k A} \tag{2.26}$$

2.4.2.2 Метод найменших квадратів

У процесі вивчення обчислювальної математики, для аналізу різних питань, необхідно досліджувати велику кількість даних та виявляти важливі фактори, які впливають на об’єкт дослідження. Також потрібно встановлювати зв’язки між різними залежними величинами.

Якщо маємо таблицю дослідних даних, ми можемо шукати аналітичний вигляд функції, яка добре відображатиме цю таблицю. Інтерполяційний поліном може бути одним з варіантів для знаходження такої функції. Проте, інтерполяційні поліноми не завжди добре передають поведінку таблично заданої функції. Крім того, значення, які ми отримуємо в результаті експерименту, часто можуть бути сумнівними.

В таких випадках задача інтерполювання табличної функції втрачає свою актуальність. Тому ми шукаємо функцію, значення якої приблизно збігаються з табличними значеннями. Таку функцію можна виразити у вигляді емпіричної формули або рівняння регресії на певному проміжку. Емпіричні формули мають велике практичне значення, оскільки добре підібрана емпірична формула дозволяє апроксимувати експериментальні дані та згладжувати значення величини. Крім того, вони також дозволяють екстраполювати знайдену залежність на інші значення.

Процес побудови емпіричних формул складається з двох етапів:

- ✓ встановлення загального виду цієї формули
- ✓ визначення найкращих її параметрів.

Щоб встановити вигляд емпіричної формули, на площині будують точки з координатами (x_i, y_i) $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Деякі з цих точок сполучають плавною кривою, яку проводять так, щоб вона проходила якомога ближче до всіх даних точок. Після цього візуально визначають, графік якої з відомих нам функцій найкраще підходить до побудованої кривої. Звичайно, намагаються підібрати найпростіші функції: лінійну, квадратичну, дробово-раціональну, степеневу, показникову, логарифмічну.

Встановивши вигляд емпіричної формули, треба знайти її параметри (коефіцієнти). Найточніші значення коефіцієнтів емпіричної формули визначають ***методом найменших квадратів***.

Розглянемо суть методу найменших квадратів.

Нехай емпірична формула має вигляд

$$y = F(x; a_1, a_2, \ldots, a_m), \qquad (2.27)$$

де a_1, a_2, …, a_m - невідомі коефіцієнти. Треба знайти такі значення коефіцієнтів a_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$, за яких крива (1) якомога ближче проходитиме до всіх n точок (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_n, y_n), знайдених експериментально. Зрозуміло, що жодна з експериментальних точок не задовольняє точно рівняння (2.27). Відхилення від

підстановки координат (x_i, y_i) у рівняння (2.27) дорівнюватимуть величинам $\varepsilon_i = y_i - F(x_i; a_1, \ldots, a_m)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

За методом найменших квадратів найкращі значення коефіцієнтів $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ті, для яких сума квадратів відхилень

$$S(a_1, a_2, \ldots, a_m) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - F(x_i; a_1, \ldots, a_m))^2, \qquad (2.28)$$

дослідних даних y_i від обчислених за емпіричною формулою (3.36) найменша. Звідси випливає, що величина (2.28), яка є функцією від коефіцієнтів $a_1, a_2, \ldots, a_m$, повинна мати мінімум.

Необхідна умов мінімуму функції багатьох змінних — її частинні похідні мають дорівнювати нулю, тобто

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, \ \ldots, \ \frac{\partial S}{\partial a_m} = 0. \qquad (2.29)$$

Диференціюючи вираз по невідомих параметрах $a_1, a_2, \ldots, a_m$, матимемо відносно них систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (y_i - F(x_i; a_1, a_2, \ldots, a_m)) \dfrac{\partial F(x_i; a_1, \ldots, a_m)}{\partial a_1} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} (y_i - F(x_i; a_1, \ldots, a_m)) \dfrac{\partial F(x_i; a_1, \ldots, a_m)}{\partial a_2} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{i=1}^{n} (y_i - F(x_i; a_1, \ldots, a_m)) \dfrac{\partial F(x_i; a_1, \ldots, a_m)}{\partial a_m} = 0. \end{cases} \qquad (2.30)$$

Система (2.30) називається *нормальною*. Якщо вона має розв’язок, який є єдиний, і буде шуканим.

Якщо емпірична функція (2.27) лінійна відносно параметрів $a_1, a_2, \ldots, a_m$, то

нормальна система (2.30) буде системою з m лінійних рівнянь відносно шуканих параметрів.

Будуючи емпіричні формули, припускатимемо, що експериментальні дані (x_i, y_i) $(i = 1, 2, \ldots, n)$ додатні.

Якщо серед значень x_i і y_i є від'ємні, то завжди можна знайти такі додатні числа p і q, що $\bar{x}_i = x_i + p > 0$ і $\bar{y}_i = y_i + q > 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Тому розв'язування поставленої задачі завжди можна звести до побудови емпіричної формули для додатних значень $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$.

2.4.2.3 Метод узагальнених логарифмічних характеристик

Розглянемо ще один спосіб наближення.

Для застосування цього способу необхідно перетворити задану криву спектральної щільності в логарифмічну криву спектральної щільності:

$$L(\omega) = 10\lg_1 S(\omega) \qquad (2.31)$$

побудовану на півлогарифмічному папері (по осі абсцис відкладається $\lg_1 (\omega)$, а по осі ординат значення $L(\omega)$,виражено у децибелах) логарифмічну криву спектральної щільності замінимо послідовністю зв'язаних прямих відрізків, кожен з яких має нахил 6k децибелів на октаву, де k - будь-яке ціле число.

В результаті початкова крива $L(\omega)$ розпадається на суму півнескінченних логарифмічних характеристик, аналогічних тим, що використовуються для знаходження фазової характеристики, що відповідає заданій логарифмічній амплітудній характеристиці.

Наступним кроком є знаходження зручних математичних виразів для півнескінченних логарифмічних характеристик. Як такі вирази зручно вибрати функції, як це ми побачимо нижче.

$$B_{2k}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^{2k} \qquad (2.32)$$

Де ω_i – частота у точці сполучення горизонтальної та нахиленої частини напівнескінченної логарифмічної характеристики.

Дійсно, розглянемо функцію

$$B_{2k}(\omega) = 1 + \omega^{2k} \tag{2.33}$$

і відносну їй логарифмічну характеристику

$$\Delta_{2k}(\omega) = 10\lg\left(1 + \omega^{2k}\right) \tag{2.34}$$

Можна побачити що

$$\left.\begin{array}{ll} \Lambda_{2k}(\omega) \approx 0 & \text{при} \quad \omega \ll 1, \\ \Lambda_{2k}(\omega) \approx 20k \lg \omega & \text{при} \quad \omega \gg 1, \\ \Lambda_{2k}(\omega) = 10 \lg 2 \approx 3\ дб & \text{при} \quad \omega = 1. \end{array}\right\} \tag{2.35}$$

З (2.35) випливає, що логарифмічна характеристика у вигляді (2.34) складається з горизонтальної частини та нахиленої частини з нахилом 6k децибелів на октаву.[5] Обидві ці частини з'єднуються плавною кривою, яка має максимальне відхилення від напівнескінченної характеристики у точці $\omega = 1$, рівне 3 db, незалежно від значення k. Приклади таких характеристик для k = 1, 2, 3, 4, 5 наведені на рис. 64. Варто зазначити, що ці криві є симетричними відносно точки сполучення, і за межами 2/k від точки сполучення функція ... відрізняється від відповідної горизонтальної або нахиленої частини напівнескінченної характеристики не більше ніж на 0,26db.

Очевидно, що логарифмічні харакетистики

$$\Delta_{2k}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) = 10\lg\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^{2k}\right] \tag{2.36}$$

Дійсно, припустимо, наприклад, що сполучені частоти дорівнюють ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, ω_5, а нахили відповідних напівнескінченних характеристик відповідають,

відповідно

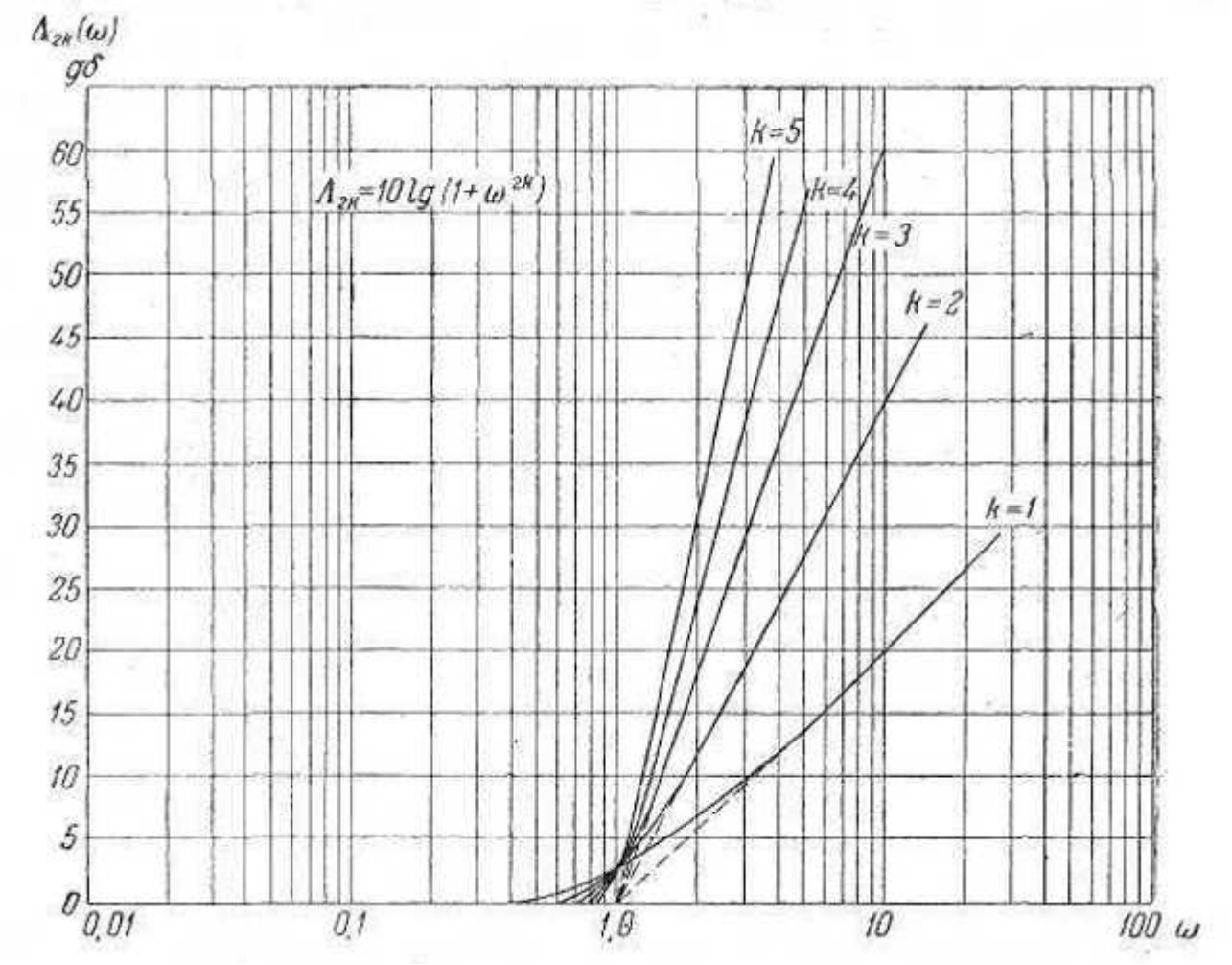


Рис 2.6 Структурні характеристики

Дорівнюють -12, +6, +12, -6, -12 db на откаву. Тоді

$$L(\omega)=10\lg S(\omega)=-10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^4\right]+10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right]+$$
$$+10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^4\right]-10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_4}\right)^2\right]-10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_5}\right)^4\right] \quad (2.37)$$

І отже

$$S(\omega) = \frac{\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)^4\right]}{\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^4\right]\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_4}\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_5}\right)^4\right]} \tag{2.38}$$

Тепер залишається розкласти (2.38) на прості множники. Щоб це зробити, помітимо, що коренями функції (2.33) є 2k корені з -1. Ці корені можна обчислити наступним чином.

Характеристичне рівняння

$$1 + \lambda^{2k} = 0$$

має корні

$$\lambda_k = \sqrt[2k]{-1}$$

але

$$-1 = e^{j\pi(1+2\nu)} = \cos\pi(1+2\nu) + j\sin\pi(1+2\nu)$$

і одже

$$\lambda_k = e^{j\frac{\pi(1+2\nu)}{2k}} = \cos\frac{\pi(1+2\nu)}{2k} + j\sin\frac{\pi(1+2\nu)}{2k}$$
$$(\nu = 0, 1, 2, \ldots, k-1).$$

Цей вираз можна графічно зобразити у вигляді векторів, рівних за моделум і здвинутих відносно друг другу на кут $\frac{\pi}{k}$. Таким чином, ми бачимо що корені (2.33) утворюють симетричну зірку вписану в коло одиничного радіусу. [5] Якщо k парне, то одна пара кореней співпадає з уявною віссю. Якщо частота сполучення ω_i не є одиницею, то радіус кола дорівнює ω_i.

Зрозуміло, що нулі фунції (2.33) розташовані симетрично відносно реальної вісі. Таким чином, ми можемо написати, що

$$B_{2k}(\omega) = C_k(j\omega)C_k^{*}(j\omega) \tag{2.39}$$

Де фунція $C_k(j\omega)$ міститт всі нулі, розташовані у верхній напівплощині а фунція $C_k^{\square}(j\omega)$

містить всі нулі, розташовані у нижній напівплощині.

У таблиці 1 для зручності наведені фунції $C_k(j\omega)$ для k=1, 2, …, 8, розкладені на множники.

k	$C_k(j\omega)$
1	$(1+j\omega)$
2	$(1+1{,}4142\,j\omega-\omega^2)$
3	$(1+j\omega)\ (1+j\omega-\omega^2)$
4	$(1+0{,}7653\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}8477\,j\omega-\omega^2)$
5	$(1+j\omega)\ (1+0{,}6180\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}6180\,j\omega-\omega^2)$
6	$(1+0{,}5176\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}4142\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}9318\,j\omega-\omega^2)$
7	$(1+j\omega)\ (1+0{,}4449\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}2465\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}8022\,j\omega-\omega^2)$
8	$(1+0{,}3896\,j\omega-\omega^2)\,(1+1{,}1110\,j\omega-\omega^2)\ (1+1{,}6630\,j\omega-\omega^2)\times$ $\times(1+1{,}9622\,j\omega-\omega^2)$

Таблиця 1

Користуючий таблицею 1, вираз (2.38) можна представити у наступному вигляді, якщо $\omega_1 = 1$; $\omega_2 = 3$; $\omega_3 = 5$; $\omega_4 = 10$; $\omega_5 = 20$;

$$S(\omega)=\left\{\frac{\left(1+j\frac{\omega}{2}\right)\left[1+j\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{5}\right)-\left(\frac{\omega}{5}\right)^2\right]}{\left(1+\sqrt{2}\,j\omega-\omega^2\right)\left(1+j\frac{\omega}{10}\right)\left[1+j\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{20}\right)-\left(\frac{\omega}{20}\right)^2\right]}\right\}\times$$

$$\times\left\{\frac{\left(1-j\frac{\omega}{2}\right)\left[1-j\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{5}\right)-\left(\frac{\omega}{5}\right)^2\right]}{\left(1-\sqrt{2}\,j\omega-\omega^2\right)\left(1-j\frac{\omega}{10}\right)\left[1-j\sqrt{2}\left(\frac{\omega}{20}\right)-\left(\frac{\omega}{20}\right)^2\right]}\right\}$$

(2.40)

У (2.38) перший вираз у фігурних лапках містить всі нулі та полюси, які розміщені у верній напівплощині, а другий вираз – всі нулі та полюси з нижної. Максимальне відхилення логарифмічних кривих виду (2.34) від характеристики (рис. 2.6).

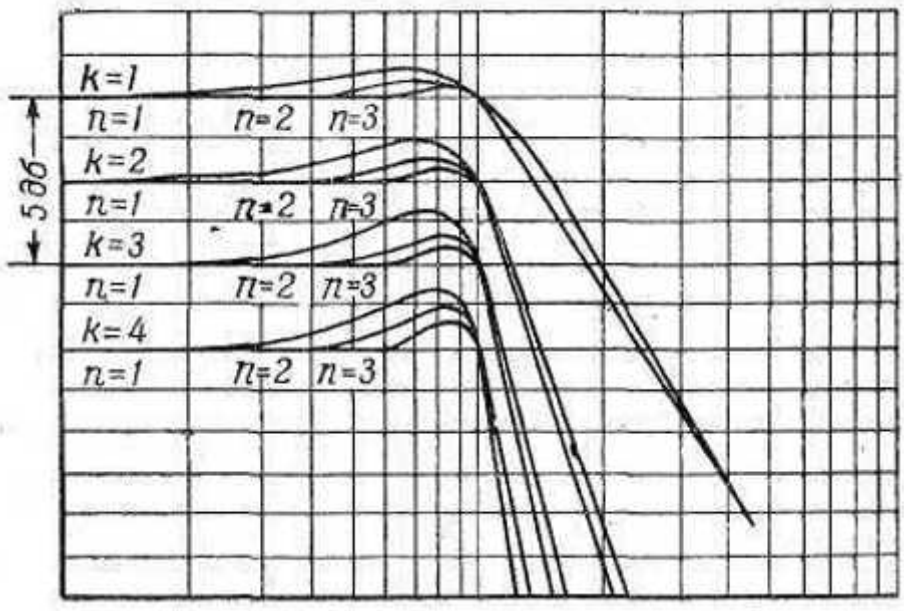


Рис 2.7 Структурні характеристики

Дорівнює 3 db. Більш точнішого приближення до напівбескінечної характеристики мржна досягти, якщо взяти відношення двох функцій виду (2.33) для однієї той самої частоти, тобто

$$\beta(w)=\frac{B_{2n}(w)}{B_2(n+k)(\omega)} \qquad (2.41)$$

де k і n – цілі числа. Ця фунція має асиптотичний нахил в -6k на октаву не залежачи від значення n.

У випадку, коли апроксимована крива на значному відрізку має нахил, який не є цілим кратним 6 дБ на октаву, цей відрізок можна замінити ламаною кривою , яка складається з сопряжених прямих відрізків, з яких перший має нахил 6к децибел на октаву, другий - нахил 6(к-1) децибелів, третій - знову нахил 6к децибелів і так далі. При цьому точки з’єднання слід обирати черговим розташуванням на 3 дБ вище і нижче апроксимованої кривої.

Застосування щойно описаного методу практично значно простіше, ніж застосування інших раніше розглянутих методів. Однак слід мати на увазі, що у випадку потреби у наближенні логарифмічних кривих спектральної щільності, які мають різкі спади та підйоми, цей метод може привести до дробно-раціональної функції з чисельником та знаменником дуже високого порядку.

Розділ 3

Первинна обробка динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

3.1. Побудова особистих спектральних щільностей вхідного та вихідного сигналів по каналу тангажу

Однією з головних труднощів є неповне знання моделей динаміки руху реальних рухливих об’єктів. Існують достатньо повні відомості про деформацію плавучого командного комплексу "Юрій Гагарін" у різних режимах, що дають можливість досить точно оцінити моделі динаміки кутового "Хитання" судна. [6]

Розуміючи, що, по-перше, хвилювання океану (моря) характеризується еліптичним циклічним рухом частинок води, і по-друге, океан настільки потужна стихія, що наявність на його поверхні навіть "тяжкого" корабля ніяк не впливає на динамічні характеристики хвилювання океану (моря), ми створимо орієнтовану модель динаміки тривимірного кутового хитання корабля. Враховуючи також те, що при частковій смузі каналів діючого стенда приблизно 1 Гц, тобто на порядок вище, ніж основна частота хвилювання океану, для імітації "хитання" корабля потрібно замінювати існуючу структуру управління стендом.

Отже, враховуючи те, що складова морського хитання приблизно 0.1 Гц, а частотні смуги пропускання каналів стенда-імітатора на порядок вищі, вхідні сигнали в стенд-імітатор формуються спеціальним моделювальним послідовним багатовимірним фільтром безпосередньо з комп’ютерного псевдо-білого шуму. (рис. 3.1)

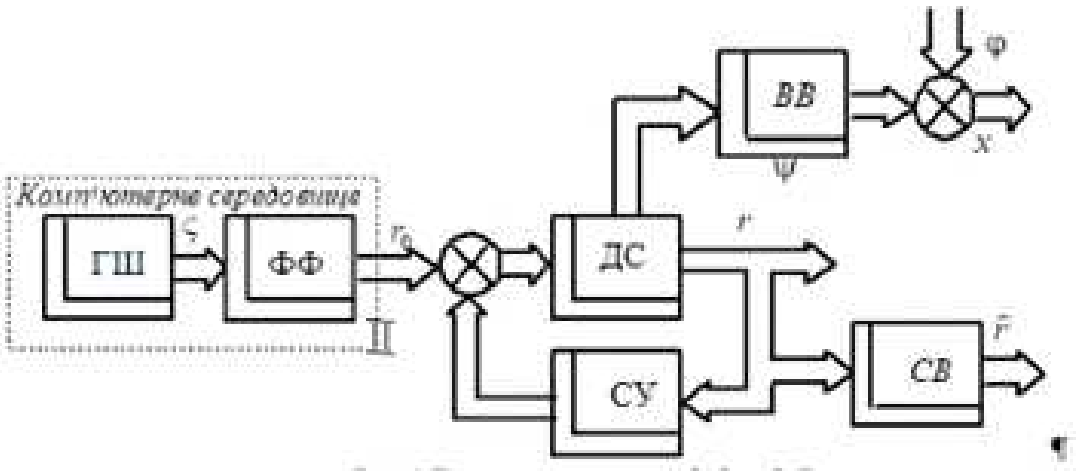


Рис 3.1 Блок-схема тракта імітації

ГШ – генератор шумів. ФФ – багатовимірний фільтр який формує вектор програмних сигналів стенду.

r_0ДС – динамічний стенд СУ – штатна система управління стендом ВВ – випробовуваний виріб

x – вектор вихідних сигналів випробовуваного виробу φ – вектор завад на виході виробу в дослідному режимі руху об’єкта СВ – система вимірювачів переміщень стенду $\bar{r}$ – вектор оціночних значень кутових координат стенда імітатора

На рис. 3.2 і 3.3 показані осцилограми керуючих впливів та вихідних реакцій багатовимірного динамічного стенда імітатора через канал моментного датчика

тангажу. Ці графіки були побудовані за допомогою стандартних команд середовища MATLAB.

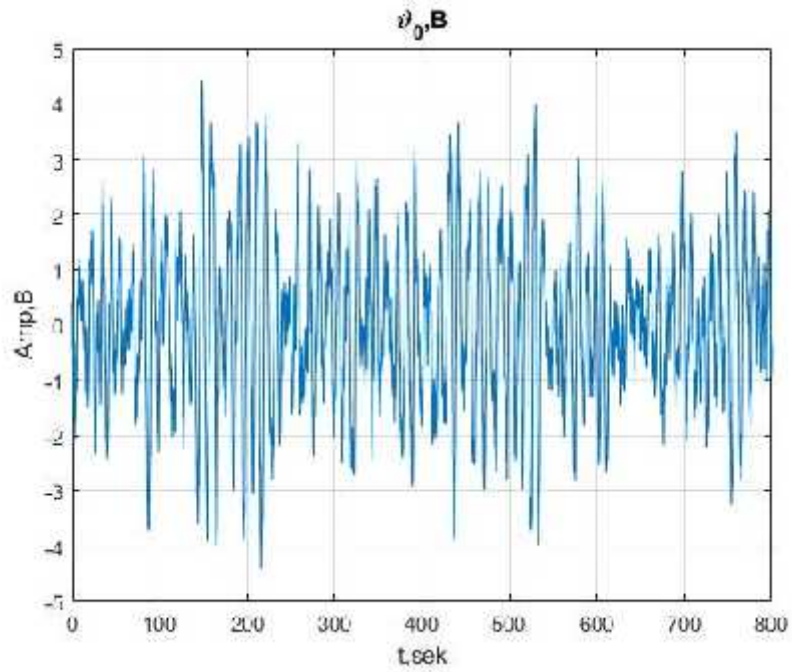


Рис 3.2 Осцилограма вхідного керуючого сигналу багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

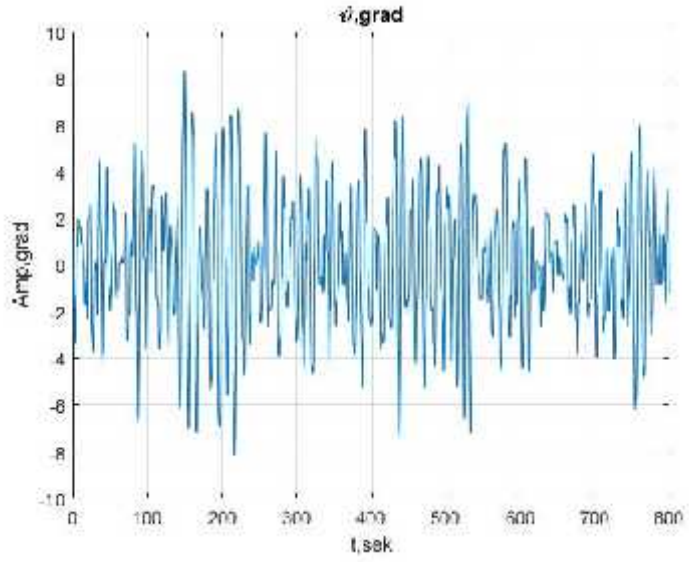


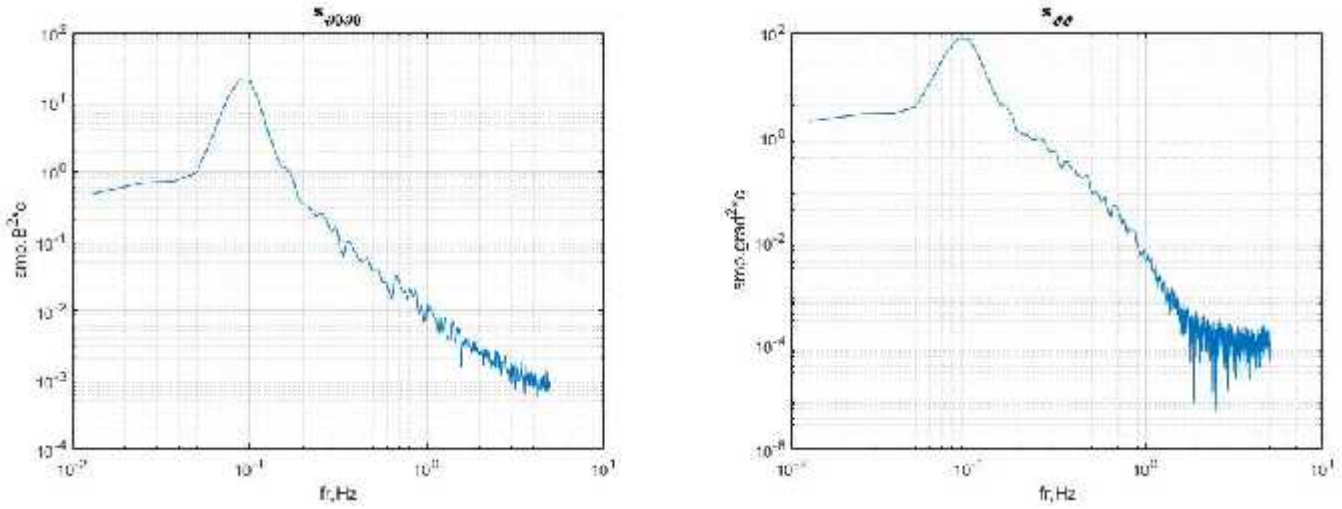
Рис 3.3 Осцилограма вихідного сигналу багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

За побудованими графічними залежностями видно, що обидва досліджуваних сигнали мають випадковий характер. Для обробки і подальшого дослідження стохастичних даних використовують статистичні методи

На практиці при обробці випадкових процесів найчастіше користуються функціями спектральних та взаємних спектральних щільностей.

Для побудови кривих спектральних та взаємних спектральних щільностей застосовується функція spectr. Функція spectr на першому кроці за векторами досліджуваних даних виконує розрахунок кореляційних та взаємних кореляційних функцій. На другому кроці до віднайдених функцій застосовують перетворення Фур'є. Перетворенням Фур'є кореляційної функції, як відомо, буде залежність для спектральної щільності. Таким чином у результаті роботи функції spectr визначаються графічні залежності для спектральних та взаємних спектральних щільностей.

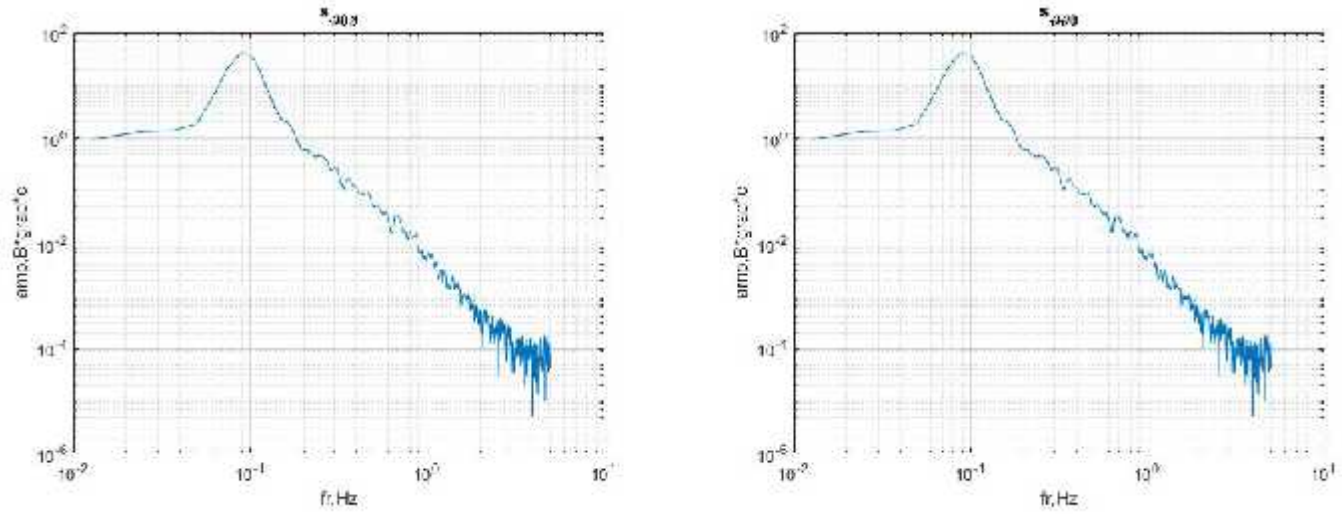
Побудовані у логарифмічному масштабі власні спектральні щільності вхідного та вихідного сигналів зображені на рис. 3.4.



а б

Рис. 3.4 Спектральна щільність вхідного керуючого (*а*) та вихідного (*б*) сигналів багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

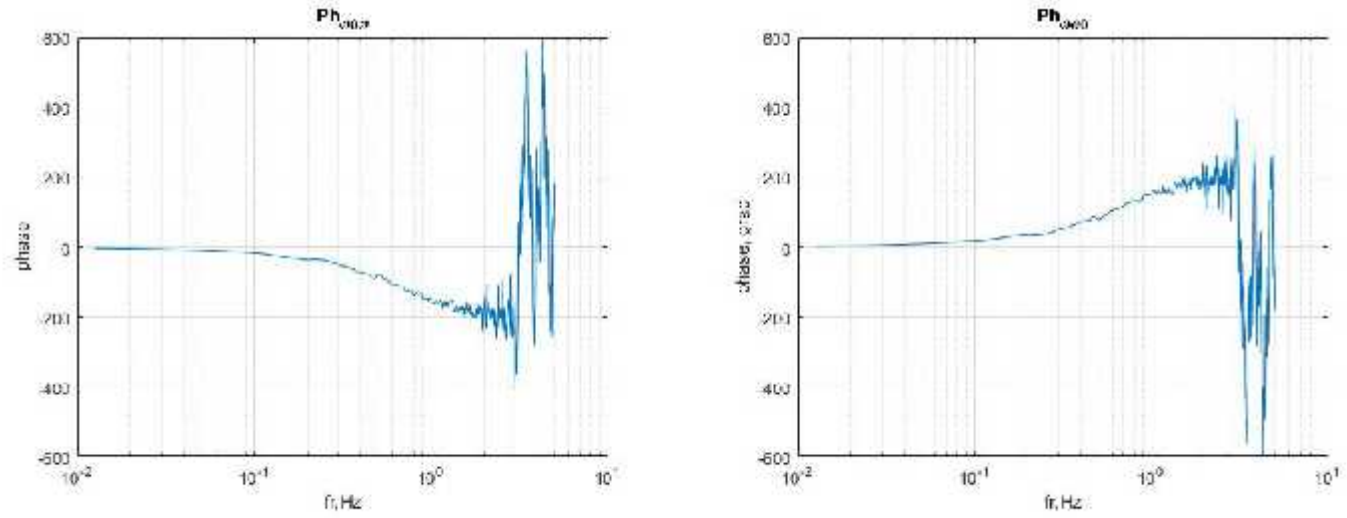
Побудовані у логарифмічному масштабі взаємні спектральні щільності вхідного та вихідного сигналів зображені на рис. 3.5



а б

Рис. 3.5 Амплітудні характеристики взаємних спектральних щільностей між вхідним та вихідним сигналами (*а*), та вихідним і вхідним сигналами (б) багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

Побудовані у логарифмічному масштабі взаємні фазові щільності вхідного та вихідного сигналів зображені на рис. 3.6



а б

Рис. 3.6 Фазові характеристики взаємних спектральних щільностей між вхідним та вихідним сигналами (*а*), та вихідним і вхідним сигналами (б) багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

3.2. Обробка спектральних щільностей вхідного та вихідного сигналів по каналу тангажу

У процесі апроксимації логарифмічних графічних залежностей спектральних щільностей можна використовувати метод узагальнених логарифмічних характеристик. Цей метод включає наступні кроки:

1. Заміна певних інтервалів логарифмічної кривої асимптотами. Асимптоти представляють собою логарифмічні амплітудні частотні характеристики типових ланок.

2. Встановлення загального вигляду математичного виразу для спектральних щільностей, який включає ланки і їх параметри, такі як постійні часу та коефіцієнти демпфування.

3. Апроксимація значень параметрів ланок, щоб побудована крива якомога точніше відповідала експериментальним даним, побудованим за допомогою функції spectr.

Після отримання наближеної математичної моделі можна провести подальше уточнення за допомогою пакету програм MATLAB шляхом добору типових ланок та їх параметрів, щоб забезпечити максимальну відповідність між апроксимованою кривою та експериментальною кривою.

Графічне представлення апроксимованої та вихідної спектральних щільностей по вхідному сигналу може бути зображено на рис. 3.7, який демонструє результати апроксимації та порівняння спектральних щільностей.

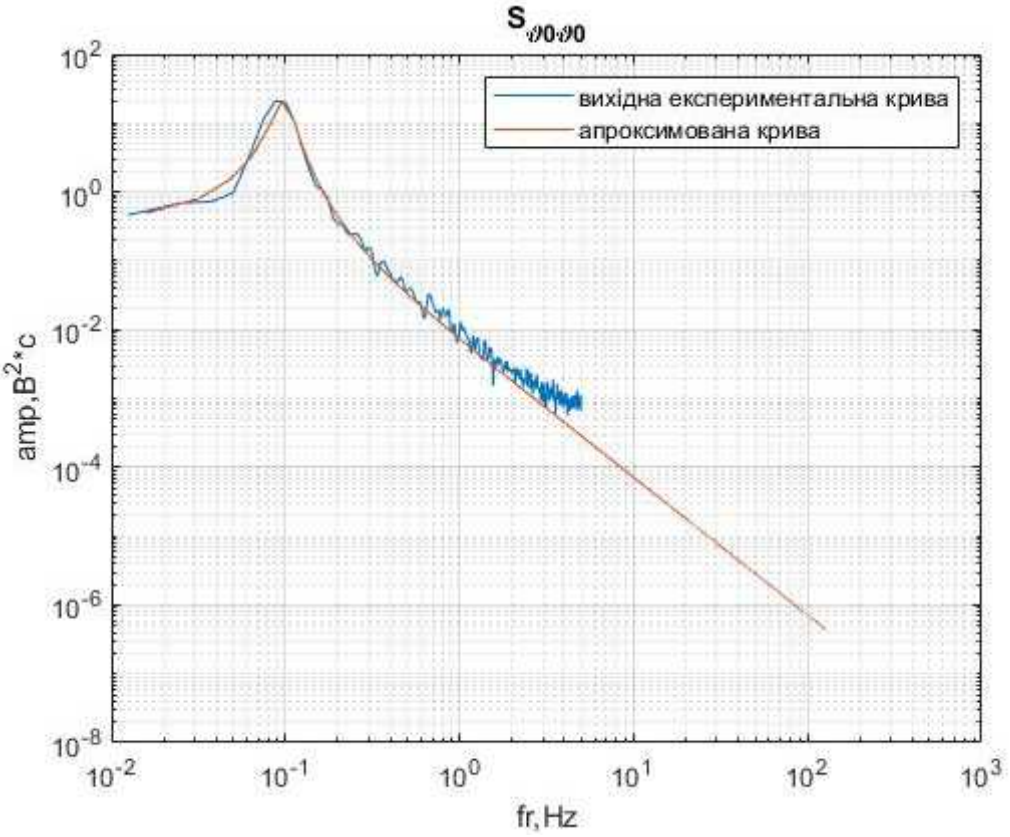


Рис. 3.7 Спектральна щільність вхідного сигналу стенда-імітатора по каналу тангажу

Визначена в результаті апроксимації математична модель для спектральної щільності вхідного керуючого сигналу багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу має такий вигляд:

$$S_{\vartheta_0\vartheta_0} = \frac{1.12^2}{\pi}\left|\frac{(4.54s+1)(0.99s+1)}{(2.04s+1)(1.62^2s^2+2\cdot 0.15\cdot 1.62s+1)}\right|^2 \ (\text{В}^2\cdot\text{сек})$$

Криві апроксимованої і вихідної спектральних щільностей по вихідному сигналу реакції багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу

Зображена на рис. 3.8

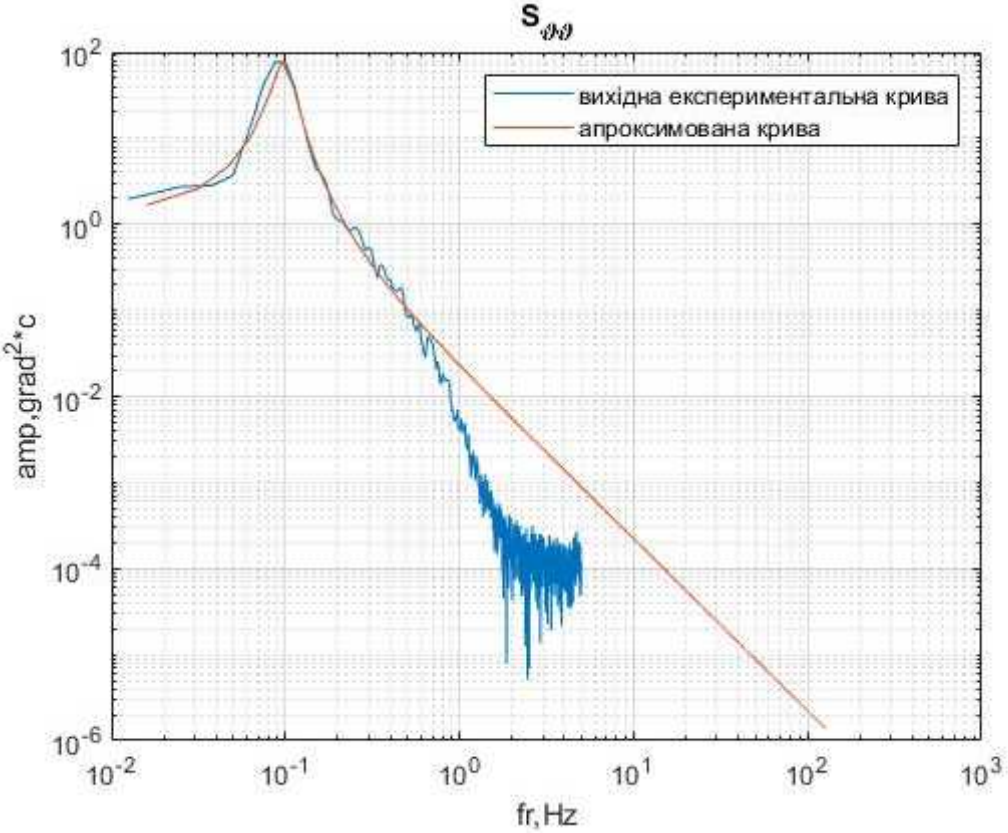


Рис. 3.8 Спектральна щільність вихідного сигналу стенда-імітатора по каналу тангажу

Вираз для спектральної щільності вихідного сигналу багатовимірного динамічного стенда імітатора по каналу тангажу, отриманий в результаті апроксимації

$$S_\vartheta = \frac{1.12^2}{\pi}\left|\frac{(3.18s+1)(2.74s+1)(0.99s+1)}{(2.04^2s^2+2\cdot 0.92\cdot 2.04s+1)(1.62^2s^2+2\cdot 0.14\cdot 1.62s+1)}\right|^2 \ (\text{град}^2\cdot\text{сек})$$

Математичні моделі взаємних спектральних щільностей отримують за теоремою Вінера-Хінчина з використанням наявних спектральних щільностей за вхідним і вихідним сигналами окремо.

Таким чином вираз для взаємної спектральної щільності між вхідним та вихідним сигналами по каналу моментного датчика тангажу має такий вигляд:

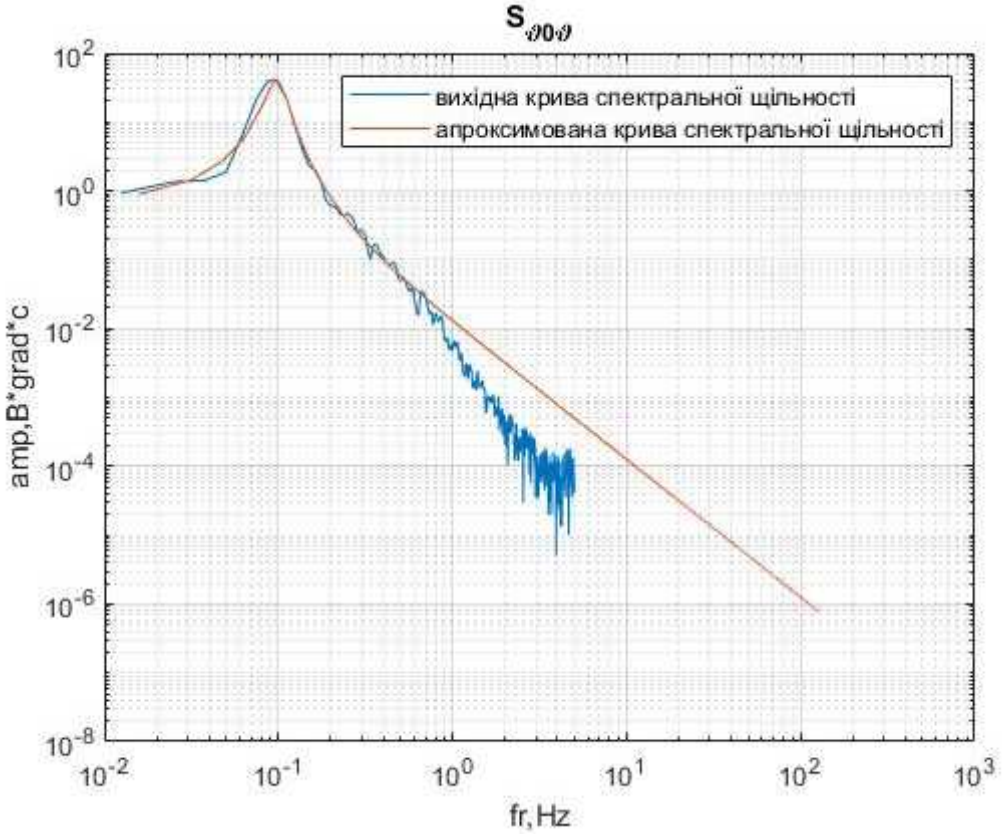


Рис. 3.9 Взаємна спектральна щільність сигналу вхід-вихід стенда-імітатора по каналу тангажу

Вираз для взаємної спектральної щільності між вихідним та вхідним сигналами була складено аналогічно до взаємної спектральної щільності між вхідним і вихідним сигналами

$$S_{\vartheta_c \vartheta} = \frac{1.12 \cdot 2.1}{\pi} \frac{(-4{,}54s + 1)(3.18s + 1)(2.74s + 1)|(0.99s + 1)|^2}{|(2.04^2 s^2 + 2 \cdot 0.92 \cdot 2.04s + 1)(1.62^2 s^2 + 2 \cdot 0.14 \cdot 1.62s + 1)|^2} \text{ (В} \cdot \text{град} \cdot \text{сек)}$$

Апроксимована та вихідна криві взаємної спектральної щільності між вихідним та вхідним сигналами по каналу моментного датчика тангажу представлені на рис. 3.10

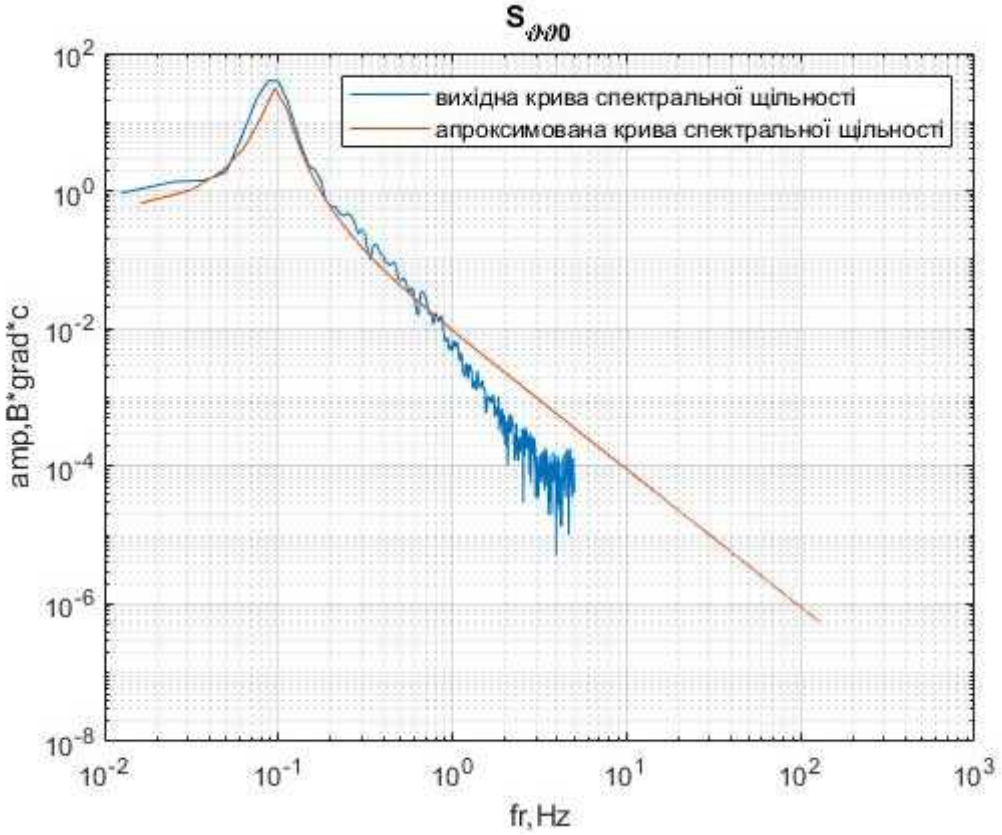


Рис. 3.10 Взаємна спектральна щільність сигналу вихід-вхід стенда-імітатора по каналу тангажу

Вираз для апроксимованої та вихідної кривої взаємної спектральної щільності між вихідним та вхідним сигналами по каналу моментного датчика тангажу

$$S_{\vartheta\vartheta_{\text{т}}} = \frac{1.12 \cdot 2.1}{\pi} \frac{(4{,}54s + 1)(-3.18s + 1)(-2.74s + 1)|(0.99s + 1)|^2}{|(2.04^2s^2 + 2 \cdot 0.92 \cdot 2.04s + 1)(1.62^2s^2 + 2 \cdot 0.14 \cdot 1.62s + 1)|^2} \text{ (В} \cdot \text{град} \cdot \text{сек)}$$

На першому етапі була побудована особиста спектральна щільність для вхідного сигналу по каналу тангажу. Це означає, що була вивчена спектральна структура вхідного сигналу, що може включати такі характеристики, як амплітуда, частота та фаза. Ця інформація може бути корисною для подальшого аналізу та обробки сигналу.

На другому етапі проводилась обробка спектральних щільностей вхідного та вихідного сигналів по каналу тангажу. Це означає, що була порівняна спектральна структура вхідного та вихідного сигналів, можливо, для визначення залежності між ними або для виявлення змін в спектральній характеристиці. Цей аналіз може допомогти в розумінні системи та виявленні відмінностей між вхідним та вихідним сигналами.

Отже, з цих данних можна зробити висновок, що проведено дослідження імітатора по каналу тангажу, включаючи аналіз спектральних характеристик вхідного та вихідного сигналів. Це може бути корисним для подальшого вдосконалення системи, виявлення аномалій або оптимізації параметрів.

Висновок:

Основні результати дослідження

Результати дослідження в галузі стендів-імітаторів виявляються в розробці та вдосконаленні методів обробки даних, які дозволяють отримати більш точні, достовірні та корисні відомості зі стендів-імітаторів. Дослідники працюють над розширенням функціональності стендів-імітаторів, підвищення їх продуктивності, надійності та точності.

Одним з результатів є розро

бка нових алгоритмів та методів обробки даних, спрямованих на поліпшення якості зібраних даних. Ці методи включають апроксимацію, інтерполяцію, аналіз варіацій, обробку шумів та викидів, аналіз кореляції, аналіз трендів та прогнозування. Вони допомагають уточнити результати вимірювань та видалити аномалії, що сприяє підвищенню точності та достовірності стендів-імітаторів.

Іншим результатом є розробка нових моделей та алгоритмів, які враховують особливості різних типів стендів-імітаторів та дозволяють ефективно моделювати та симулювати різні динамічні процеси. Це допомагає покращити функціональність та

придатність стендів-імітаторів для проведення тестувань, досліджень та валідації різних систем.

Крім того, дослідження в галузі стендів-імітаторів спрямовані на розробку нових технологій та матеріалів, що використовуються для їх виготовлення, з метою підвищення їх якості, надійності та тривалості служби. Результати досліджень сприяють покращенню якості та продуктивності стендів-імітаторів, а також забезпечують підґрунтя для подальшого розвитку цієї галузі.

Основні результати дослідження в галузі стендів-імітаторів полягають у вдосконаленні методів обробки даних, розробці нових моделей та алгоритмів, розробці нових технологій та матеріалів. Ці результати сприяють покращенню якості, продуктивності та надійності стендів-імітаторів, що робить їх більш ефективними для використання у дослідженнях, тестуваннях та валідації різних систем.

Перспективи подальших досліджень в галузі стендів-імітаторів є досить широкими і мають значний потенціал для розвитку. Деякі з можливих напрямів досліджень включають:

1. Розвиток нових методів обробки даних: Існує постійна потреба у вдосконаленні методів обробки даних для стендів-імітаторів. Дослідники можуть працювати над розробкою нових алгоритмів та підходів, які забезпечать більш точну, ефективну та автоматизовану обробку даних.

2. Розширення функціональності стендів-імітаторів: Вдосконалення можливостей та функціональності стендів-імітаторів є одним з важливих напрямків досліджень. Дослідники можуть працювати над розробкою нових моделей, алгоритмів та інтерфейсів, які дозволять стендам-імітаторам більш точно симулювати різні динамічні процеси та сценарії.

3. Використання нових технологій та матеріалів: Розвиток нових технологій та матеріалів може значно покращити якість та тривалість служби стендів-імітаторів.

Наприклад, застосування передових сенсорів, електроніки та програмного забезпечення може покращити точність та продуктивність стендів-імітаторів.

4. Розробка універсальних стендів-імітаторів: Стенди-імітатори, які можуть бути використані для моделювання різних систем та процесів, мають значний потенціал. Дослідники можуть працювати над розробкою універсальних стендів-імітаторів, які можуть бути адаптовані до різних галузей та застосувань.

5. Валідація та стандартизація: Подальше дослідження може бути спрямоване на розвиток методів валідації стендів-імітаторів та створення стандартів для оцінки їхньої продуктивності та якості. Це допоможе забезпечити надійність та порівнянність результатів, отриманих з використанням різних стендів-імітаторів.

В цілому, подальші дослідження в галузі стендів-імітаторів мають на меті поліпшення якості, ефективності та функціональності цих систем. Це стимулює розвиток нових методів, технологій та матеріалів, а також сприяє створенню універсальних та надійних стендів-імітаторів, які можуть бути успішно застосовані у різних галузях і дослідженнях.

Список використаних джерел

1. http://um.co.ua/13/13-1/13-103875.html
2. http://um.co.ua/1/1-1/1-10954.html
3. Глосарій – методологія
4. https://yukhym.com/uk/matematika/polinom-lagranzha-v-maple.html
5. Солодовников В.В. “Введение в статистическую динамику систем автоматического управления” 1952 год, 367страниц
6. Методика обробки стохастичної інформації у процесі модернізації багатовимірного стенда імітатора рухів О.В. Єрмолаєва (Національний авіаційний університет, Україна)